เทคนิคสำหรับการทำให้ขอบภาพชัดขึ้นและการทำให้ภาพนุ่มนวลบนพื้นฐานของ
แผนภาพการตัดสินใจทวิภาค

นายเติมยศ เสนีวงศ์ ณ อยุธยา

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิทยาการคณนา ภาควิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2545

ISBN 974-17-3317-8

A TECHNIQUE FOR EDGE ENHANCEMENT AND IMAGE SMOOTHING BASED ON BINARY DECISION DIAGRAMS

Mr. Tomeyot Sanevong Na Ayutaya

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science in Computational Science

Department of Mathematics

Faculty of Science

Chulalongkorn University

Academic Year 2002

ISBN 974-17-3317-8

หัวข้อวิทยานิพนธ์	เทคนิคสำหรับการทำให้ขอบภาพชัดขึ้นและการทำให้ภาพนุ่มนวล บนพื้นฐานของแผนภาพการตัดสินใจทวิภาค
โดย	นายเติมยศ เสนีวงศ์ ณ อยุธยา
สาขาวิชา	วิทยาการคณนา
อาจารย์ที่ปรึกษา	ศาสตราจารย์ ดร. ชิดชนก เหลือสินทรัพย์

คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

……………………………………………….. คณบดีคณะวิทยาศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.วันชัย โพธิ์พิจิตร)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

……………………………………………….. ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ สุชาดา ศิริพันธุ์)

……………………………………………….. อาจารย์ที่ปรึกษา
(ศาสตราจารย์ ดร.ชิดชนก เหลือสินทรัพย์)

……………………………………………….. กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พีระพนธ์ โสพัศสถิตย์)

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้ได้เสร็จลุล่วงไปด้วยดีทั้งนี้เพราะได้รับความอนุเคราะห์และความช่วยเหลือโดยเฉพาะอย่างยิ่ง ศาสตราจารย์ ดร.ชิดชนก เหลือสินทรัพย์ อาจารย์ที่ปรึกษา โดยอาจารย์ได้ให้ความเอาใจใส่ดูแลความก้าวหน้ามาโดยตลอด ทั้งยังช่วยแนะนำและให้คำปรึกษาเป็นอย่างดียิ่ง ผู้เขียนวิทยานิพนธ์รู้สึกทราบซึ้งเป็นที่สุดและขอบพระคุณอาจารย์ไว้ ณ โอกาสนี้

นอกจากนี้ผู้เขียน ได้รับความอนุเคราะห์จาก รองศาสตราจารย์ สุชาดาศิริพันธุ์ ประธานกรรมการ ที่ได้ช่วยแนะนำและติติงข้อบกพร่องของวิทยานิพนธ์นี้ และ ยังได้รับความกรุณาจากอาจารย์ ที่ได้อำนวยความสะดวกต่างๆใน ADVANCED VIRTUAL AND INTELLIGENT COMPUTING CENTER (AVIC) ตลอดการทำวิทยานิพนธ์นี่มาเป็นเวลานาน และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. พีระพนธ์ โสพัศสถิตย์ ที่ได้ให้คำแนะนำและติติง ในการจัดทำวิทยานิพนธ์นี้ ผู้เขียนขอขอบพระคุณเป็นอย่างยิ่ง

ผู้เขียนขอขอบพระคุณ เพื่อนๆทุกคน ของสาขาวิทยาการคณนา รุ่นที่ 3 โดยเฉพาะอย่างยิ่งเพื่อน ที่ทำงานวิจัยที่ ADVANCED VIRTUAL AND INTELLIGENT COMPUTING CENTER (AVIC) ที่ได้ช่วยติชมและเป็นกำลังใจ และผู้เขียนขอขอบพระคุณนิสิตรุ่นพี่และรุ่นน้องรวมทั้งน้องชายของผู้เขียนที่ได้ให้กำลังใจ

สุดท้ายนี้ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณบุคคลทั้งสองที่สำคัญที่สุดที่ผู้เขียนไม่เคยลืมและสำนึกบุญคุณอยู่เสมอ คือ พล.ต.ต. มนตรี เสนีวงศ์ ณ อยุธยา และนางเพ็ญสุข เสนีวงศ์ ณ อยุธยา บิดาและมารดาของผู้เขียนที่ได้ให้ความอุปการะเลี้ยงดูผู้เขียนมาจนโตและอุปการะค่าใช้จ่ายทุกอย่างและเป็นกำลังใจที่สำคัญที่สุดที่ทำให้ผู้เขียนมีกำลังใจตลอดช่วงเวลาที่ทำวิทยานิพนธ์นี้จนสำเร็จ

เติมยศ เสนีวงศ์ ณ อยุธยา: เทคนิคสำหรับการทำให้ขอบภาพชัดขึ้นและการทำให้ภาพนุ่มนวลบนพื้นฐานของแผนภาพการตัดสินใจทวิภาค. (A TECHNIQUE FOR EDGE ENHANCEMENT AND IMAGE SMOOTHING BASED ON BINARY DECISION DIAGRAMS) อ. ที่ปรึกษา: ศาสตราจารย์ ดร.ชิดชนก เหลือสินทรัพย์ , 66 หน้า. ISBN 974-17-3317-8.

ได้มีการพิสูจน์แล้วว่าแผนผังการตัดสินใจทวิภาค(BDD) เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการออกแบบฮาร์ดแวร์(hardware) หลังจากที่มีการแทนรูปภาพด้วยแผนผังการตัดสินใจทวิภาคแล้ว การคูณภาพด้วยหน้ากากเป็นปัญหาหนึ่งที่สามารถปรับปรุงให้การคำนวณด้วยแผนภาพการตัดสินใจทวิภาคเร็วขึ้น

วิทยานิพนธ์นี้เสนอเทคนิคใหม่สำหรับการทำให้ขอบภาพชัดขึ้นและการทำให้ภาพนุ่มนวลบนพื้นฐานของแผนภาพการตัดสินใจทวิภาค เมื่อเทียบการทำโดยทั่วไปที่ให้ความซับซ้อนของเวลาแปรเปลี่ยนจาก $\Omega(954n^2)$ ถึง $O(1017n^2)$ วิธีของเราให้ความซับซ้อนของเวลาในการคำนวณในส่วนของการคูณที่ให้ความซับซ้อนของเวลาแปรเปลี่ยนจาก $\Omega(0)$ ถึง $O(508.5n^2 \times \log_2(n))$ เมื่อ n^2 คือจำนวนจุดภาพ

ภาควิชา คณิตศาสตร์ ลายมือชื่อนิสิต

สาขาวิชา วิทยาการคณนา ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา

ปีการศึกษา 2545

4272283423 : MAJOR COMPUTATIONAL SCIENCE

KEY WORD: BINARY DECISION DIAGRAM / BDD / EDGE ENHANCEMENT / IMAGE SMOOTHING / CONVOLUTION

TOMEYOT SANEVONG NA AYUTAYA: A TECHNIQUE FOR EDGE ENHANCEMENT AND IMAGE SMOOTHING BASED ON BINARY DECISION DIAGRAMS. THESIS ADVISOR: PROFESSOR CHIDCHANOK LURSINSAP, Ph.D., 66 pp. ISBN 974-17-3317-8.

Binary Decision Diagram (BDD) has been proven as an efficient tool for manipulating boolean operations in hardware design. When an image is represented by a BDD, the convolution time of two matrices during its image processing can be improved significantly by means of BDD technique.

This thesis proposes a new technique for edge enhancement and image smoothing based on Binary Decision Diagrams. Compared with the typical of technique time complexity varying from $\Omega(954n^2)$ to $O(1017n^2)$, our time complexity of multiplication for performing convolution time complexity varying from $\Omega(0)$ to $O(508.5n^2 \times \log_2(n))$, where n^2 is the number of image pixels.

Department Mathematics Student's signature ____________

Field of study Computational Science Advisor's signature ____________

Academic year 2002

สารบัญ

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบ หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบ หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพประกอบ หน้า

บทที่ 1

บทนำ

โดยทั่วไปเรานำหน้ากาก 3 x 3 มาทำการคูณภาพไปบนรูปภาพแบบบิทแมพ (bitmap) เพื่อใช้ในการประมวลผลภาพ [1] เวลาที่ใช้ในการคำนวณของการคูณภาพดังกล่าวคือ O($1017n^2$) ซึ่งในกรณีที่ภาพมีขนาดใหญ่ขึ้นจะใช้เวลาในการคำนวณมากขึ้นด้วย ด้วยเหตุดังกล่าวนี้ทำให้เกิดปัญหาความล่าช้าในการประมวลผลภาพ ซึ่งเป็นที่มาของการแก้ปัญหาความล่าช้าในการประมวลผลภาพในวิทยานิพนธ์นี้

วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์นี้จะปรับปรุงวิธีการคูณภาพแบบเดิมเพื่อลดเวลาในการคำนวณด้วยการนำแผนผังการตัดสินใจทวิภาค Binary Decision Diagram(BDD) ที่แทนจากหน้ากากคูณภาพโดยใช้ปฏิบัติการบูลีนไปบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่แทนจากรูปภาพโดยใช้เวลาในการคำนวณ O($508.5\ n^2 \times \log_2(n)$) เราจะแสดงเวลาในการคำนวณในบทที่ 4 ผลการทดลองและการเปรียบเทียบ

แผนผังการตัดสินใจทวิภาคได้ถูกนำเสนอครั้งแรกโดย Akers [2] และได้ถูกประยุกต์ใช้ในการออกแบบวงจรโดย Bryant [3] หลังจากนั้น Lursinsap และ Kanchanasut ได้นำแผนผังการตัดสินใจทวิภาคมาแทนภาพเกรสเกล (gray-scaled) พร้อมกับได้นำเสนอตัวปฏิบัติการบูลีนที่ใช้ปฏิบัติการกับแผนผังการตัดสินใจทวิภาค [4]

วิธีการคูณภาพแบบเดิมนั้นเราจะนำหน้ากาก 3 x 3 ไปทาบกับภาพที่จุดที่เราต้องการคำนวณโดยให้จุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ตรงกับจุดของภาพที่ต้องหารคำนวณ จากนั้นคูณทุกค่าในหน้ากากกับภาพผลลัพธที่ได้จะเก็บไว้ที่จุดของภาพที่ตรงกับหน้ากาก 3 x 3 นั้นโดยเราจะต้องขยับหน้ากาก 3 x 3 ไปคำนวณทุกค่าของภาพเพื่อหาภาพที่เป็นผลลัพธ์ของการคูณภาพซึ่งในกรณีนี้การคูณจะทำการคูณไปทุกบิตรวมทั้งบิตที่มีค่าเป็น 0 ด้วยซึ่งทำให้ใช้เวลาในการคำนวณมาก

เทคนิคใหม่ของเราปรังปรุงวิธีการคูณภาพแบบเดิมโดยเราทำการคูณภาพไปบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคซึ่งไม่รวมค่าบิตที่เป็น 0 มาคำนวณด้วยเราจะแทนรูปภาพเกรสเกลด้วยแผนผังการตัดสินใจทวิภาค โดยเราจะนำค่าของสีเทาของจุดภาพ(pixel) ในภาพเกรเสกลในแต่ละจุดทุกจุดในรูปมาแบ่งเป็นระนาบตามค่าบิตของแต่ละจุดซึ่งค่าเกรสเกลจะมีค่า 0 ถึง 255 คือ 8 บิต เราจึงแบ่งได้ออกเป็น 8 ระนาบบิต จากนั้นเราจะแทนแต่ละระนาบลงไปบนแผนผังคาโน (Karnaugh Map) [5] และหาสมการบูลีนที่ลดรูปแล้ว จากนั้นสมการบูลีนที่ได้จะถูกแปลงเป็นแผนผังการตัดสินใจทวิภาค เรานำหน้ากาก 3 x 3 มาเรียงต่อกันเท่าขนาดรูปภาพและแปลงเป็นแผนผังการตัดสินใจทวิภาค จากนั้นเรานำแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่แทนจากหน้ากากคูณภาพไปบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่แทนจากรูปภาพโดยเราใช้ปฏิบัติการบูลีน XOR , AND แทนการบวกและการคูณเนื่องจากเราแทนจุดภาพที่มีค่า 1 ด้วยแผนผังการตัดสินใจทวิภาคซึ่งเราไม่รวมจุดภาพที่มีค่า 0 ด้วยดังนั้นเทคนิคใหม่นี้จะใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่าการคูณภาพแบบเดิม

ของเขตของงานคือเราจะเขียนโปรแกรมเพื่อทำการทดสอบเทคนิคที่เราคิดค้นใหม่นี้ โดยเราแสดงรูปภาพตัวอย่างผลการทดลองและจำนวนปฏิบัติการที่เกิดขึ้นจากเทคนิคใหม่นี้เปรียบเทียบกับวิธีการเดิม และเราแสดงเวลาที่ใช้ในการคำนวณของทั้งสองวิธีในบทที่ 4 ผลการทดลองและการเปรียบเทียบ และเราจะแสดงการแทนภาพด้วยแผนผังการตัดสินใจทวิภาคและตัวปฏิบัติการต่างๆ ในบทที่ 2 ทฤษฎีพื้นฐานที่นำมาใช้

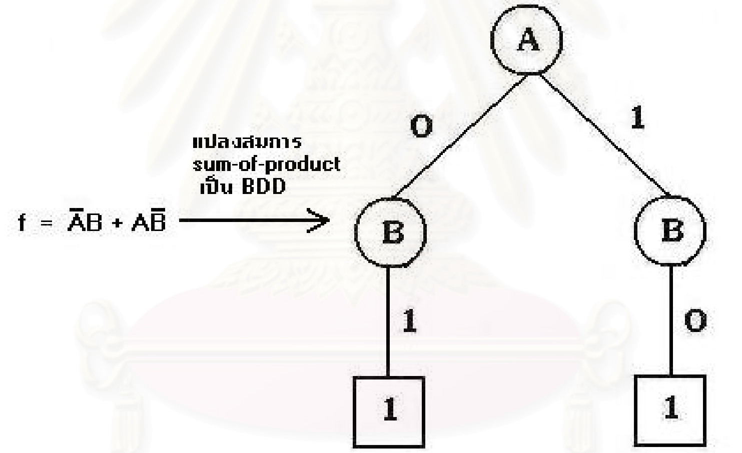
บทที่ 2

ทฤษฎีพื้นฐานที่นำมาใช้

2.1 ความหมาย,นิยามและการแทนที่ภาพของแผนภาพการตัดสินใจทวิภาค

แผนผังการตัดสินใจทวิภาคเกิดจากการนำสมการบูลีนในรูปแบบสมการ sum-of-product มาเขียนให้อยู่ในรูปแบบโครงสร้างข้อมูลแบบต้นไม้ทวิภาค ลักษณะของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคตามนิยามที่ 1 ใน[4] เป็นดังนี้

นิยามที่ 1 แผนผังการตัดสินใจทวิภาคคือต้นไม้มีรากไม่ระบุทิศทาง $< V,E >$ V คือเซ็ตของจุด v_i แทนที่ตัวแปรใดๆที่ i ของในสมการ sum-of-product และเซ็ตของใบพิเศษของต้นไม้เรียกว่า เทอร์มินัล (terminal) ซึ่งสามารถเป็นได้ทั้ง 1 หรือ 0 ขึ้นอยู่กับเราจะประยุกต์ใช้งานอย่างไร ,E คือเซ็ตของเส้นโยง $e_i^{(1)}$ และ $e_i^{(0)}$ เส้นโยงที่เกิดขึ้นกับ v_i $e_i^{(1)}$ คือเส้นโยงที่แสดงว่าค่าของตัวแปร i คือ 1 และ $e_i^{(0)}$ คือเส้นโยงที่แสดงว่าค่าของตัวแปร i คือ 0 ดังตัวอย่างในรูปที่ 2.1

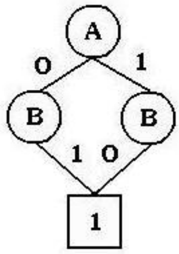


รูปที่ 2.1: แผนผังการตัดสินใจทวิภาค

จากรูปที่ 1 เรามีสมการ sum-of-product คือ

$$f = \bar{A}B + A\bar{B}$$

เมื่อนำสมการนี้มาแปลงเป็นแผนผังการตัดสินใจทวิภาค โดยการนำตัวแปรมาเขียนทีละเทอม โดยเทอม $\bar{A}B$ แทนด้วยเส้นทาง v_A , $e_A^{(0)}$, v_B, $e_B^{(1)}$ ทำให้ฟังชัน f เป็นจริง ดังนั้นเส้นทาง v_A , $e_A^{(0)}$, v_B, $e_B^{(1)}$ จึงโยงต่อกับเทอร์มินัล 1 จากนั้นเทอมที่สอง $A\bar{B}$ ซึ่งแทนด้วยเส้นทาง v_A , $e_A^{(1)}$, v_B, $e_B^{(0)}$ ทำให้ฟังชัน f เป็นจริงดังนั้นเส้นทาง v_A , $e_A^{(0)}$, v_B , $e_B^{(1)}$ จึงโยงต่อกับเทอร์มินัล 1 ในตัวอย่างนี้ เทอร์มินัล 1 มีทั้งหมด 2 จุด เพื่อให้ง่ายต่อการวาดรูปเราจะรวมเทอร์มินัลทั้ง 2 เข้าเหลือเพียงเทอร์มินัล 1 จุดเดียวดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2: แผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่รวมเทอร์มินัล 1 เข้าด้วยกัน

2.2 การแทนที่ภาพของแผนภาพการตัดสินใจทวิภาค

ในที่นี้ใช้เฉพาะภาพสีเทาที่เรียกว่า เกรสเกล ซึ่งแต่ละจุดภาพมีค่าความเข้มของสีเทาตั้งแต่ 0 ถึง 255 โดยภาพทั่วไปจะถูกมองเป็นเมทริกซ์ขนาด n x m เนื่องจากรูปภาพโดยทั่วไปนั้นจะมีลักษณะสองมิติในแนวตั้งและแนวนอน

ตัวอย่างต่อไปนี้เราจะแทนภาพลงในเมทริกซ์ซึ่งจะให้ชื่อว่า $A = (a_{i,j})|_{n \times m}$ โดยที่ $a_{i,j}$ คือจุดภาพของรูปที่ 2.3 และ 2.4

15	26	26	26
15	26	26	26
24	24	19	23
24	24	23	19

รูปที่ 2.3: ตัวอย่างภาพเกรสเกล 4 x 4 ซึ่งมีค่าความเข้มของสีเทา 0 ถึง 255

สมมุติว่าเรามีภาพเกรเสกลขนาด 4 x 4 ซึ่งมีค่าความเข้มของจุดสีเทาต่างๆกันจาก 0 ถึง 255 โดยถ้าเรานำค่าความเข้มของสีเทามาเขียนให้อยู่ในรูปของตัวเลขจะได้ตามรูปที่ 2.3 จากนั้นเรานำค่าเข้มของสีเทาเหล่านั้นมาเขียนในรูปของเมทริกซ์โดยให้ขนาดของเมทริกซ์เท่ากับขนาดของภาพคือ 4 x 4 และให้นำค่าความเข้มของสีเทาแต่ละจุดมาเขียนลงในเมทริกซ์โดยช่องต่อช่องดังนี้

$$
\begin{array}{c|c|c|c|c|}
 & \multicolumn{4}{c}{m} \\
\cline{2-5}
 & a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\
\cline{2-5}
n & a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\
\cline{2-5}
 & a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\
\cline{2-5}
 & a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \\
\cline{2-5}
\end{array}
$$

รูปที่ 2.4: เมทริกซ์ A

จากรูปที่ 2.4

a_{11} คือตัวแปรซึ่งมีค่าความเข้มของสีเทาในแนวนอนที่ 1 แนวตั้งที่ 1 เท่ากับ 15

a_{12} คือตัวแปรซึ่งมีค่าความเข้มของสีเทาในแนวนอนที่ 1 แนวตั้งที่ 2 เท่ากับ 26

a_{13} คือตัวแปรซึ่งมีค่าความเข้มของสีเทาในแนวนอนที่ 1 แนวตั้งที่ 3 เท่ากับ 26

a_{14} คือตัวแปรซึ่งมีค่าความเข้มของสีเทาในแนวนอนที่ 1 แนวตั้งที่ 4 เท่ากับ 26

a_{21} คือตัวแปรซึ่งมีค่าความเข้มของสีเทาในแนวนอนที่ 2 แนวตั้งที่ 1 เท่ากับ 15

a_{22} คือตัวแปรซึ่งมีค่าความเข้มของสีเทาในแนวนอนที่ 2 แนวตั้งที่ 2 เท่ากับ 26

a_{23} คือตัวแปรซึ่งมีค่าความเข้มของสีเทาในแนวนอนที่ 2 แนวตั้งที่ 3 เท่ากับ 26

a_{24} คือตัวแปรซึ่งมีค่าความเข้มของสีเทาในแนวนอนที่ 2 แนวตั้งที่ 4 เท่ากับ 26

a_{31} คือตัวแปรซึ่งมีค่าความเข้มของสีเทาในแนวนอนที่ 3 แนวตั้งที่ 1 เท่ากับ 24

a_{32} คือตัวแปรซึ่งมีค่าความเข้มของสีเทาในแนวนอนที่ 3 แนวตั้งที่ 2 เท่ากับ 24

a_{33} คือตัวแปรซึ่งมีค่าความเข้มของสีเทาในแนวนอนที่ 3 แนวตั้งที่ 3 เท่ากับ 19

a_{34} คือตัวแปรซึ่งมีค่าความเข้มของสีเทาในแนวนอนที่ 3 แนวตั้งที่ 4 เท่ากับ 23

a_{41} คือตัวแปรซึ่งมีค่าความเข้มของสีเทาในแนวนอนที่ 4 แนวตั้งที่ 1 เท่ากับ 24

a_{42} คือตัวแปรซึ่งมีค่าความเข้มของสีเทาในแนวนอนที่ 4 แนวตั้งที่ 2 เท่ากับ 24

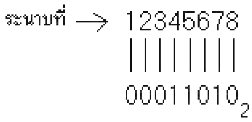
a_{43} คือตัวแปรซึ่งมีค่าความเข้มของสีเทาในแนวนอนที่ 4 แนวตั้งที่ 3 เท่ากับ 23

a_{44} คือตัวแปรซึ่งมีค่าความเข้มของสีเทาในแนวนอนที่ 4 แนวตั้งที่ 4 เท่ากับ 19

ในกรณีที่แต่ละ $a_{i,j}$ มีค่า 0 หรือ 1 ที่ภาพแต่ละ $a_{i,j}$ มีค่า 0 หรือ 1 สามารถพิจารณาให้เป็นเช่นเดียวกับแผนผังคาโน ซึ่งเราสามารถกำหนดตัวแปรแบบบูลีนและความสัมพันธ์ของตัวแปรในแบบตรรกะลงไปแทนแต่ละแนวตั้งและแนวนอนได้ แผนผังคาโนมีจำนวนตัวแปรเท่ากับ $\log_2(n) \times \log_2(m)$ โดยตัวแปร n แทนจำนวนช่องในแนวตั้งและ m แทนจำนวนช่องในแนวนอนของแผนผังคาโน เนื่องจากภาพแปลงเป็นแผนผังคาโนได้ เราสามารถรวมกลุ่มของเลข 1 ให้อยู่ในรูปของนิพจน์บูลีนในแบบ sum-of-product และนำ sum-of-product มาเขียนในรูปของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค โดยให้แต่ละตัวแปรเป็นแต่ละจุด

แต่เนื่องจากภาพเกรสเกลแต่ละจุดภาพ มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 255 ทำให้ภาพดังกล่าวไม่สามารถแทนได้ด้วยแผนผังการตัดสินใจทวิภาคได้โดยตรง ดังนั้นเราจำเป็นต้องแปลงความเข้มของสีของแต่ละจุดให้เป็นเลข

-ฐานก่อน การแปลงทำโดยเราแยกค่า 0 ถึง 255 ออกเป็น 8 บิต ดังตัวอย่างในระบบเลขฐานสองในรูปที่ 2.5 ในที่นี้ค่าเกรสเกลคือ 26 เมื่อแยกออกมาเป็น 8 บิตแล้วจะได้เป็น 00011010_2



รูปที่ 2.5: ตัวอย่างการแยกค่า 0 ถึง 255 ออกเป็น 8 บิต ในระบบเลขฐานสอง

ดังนั้นจากตัวอย่างในรูปที่ 2.3 ค่าความเข้มของสีเทาในแต่ละจุดภาพสามารถแปลงเป็นเลขฐานสองได้ดังนี้

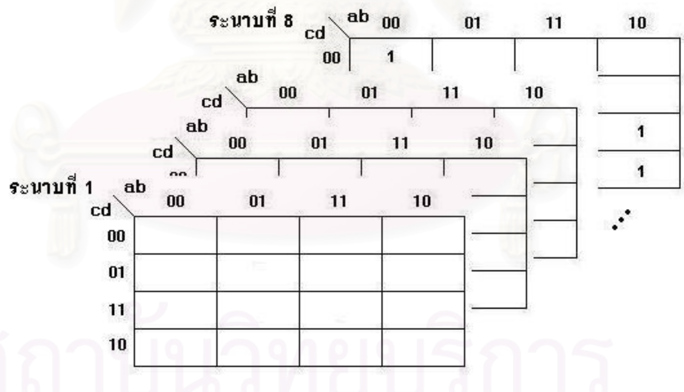
$a_{11} = 00001111_2$, $a_{12} = 00011010_2$, $a_{13} = 00011010_2$, $a_{14} = 00011010_2$

$a_{21} = 00001111_2$, $a_{22} = 00011010_2$, $a_{23} = 00011010_2$, $a_{24} = 00011010_2$

$a_{31} = 00011000_2$, $a_{32} = 00011000_2$, $a_{33} = 00010011_2$, $a_{34} = 00010111_2$

$a_{41} = 00011000_2$, $a_{42} = 00011000_2$, $a_{43} = 00010111_2$, $a_{44} = 00010011_2$

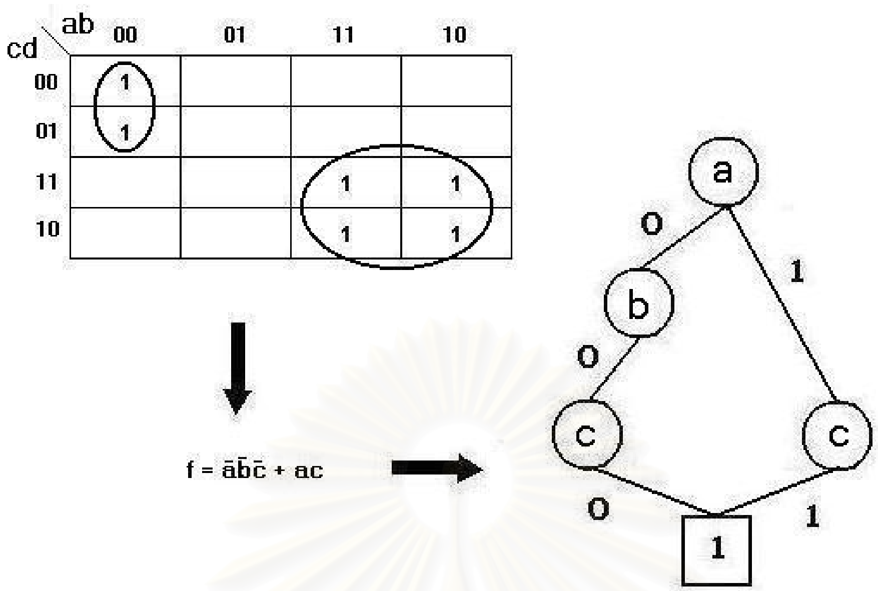
โดยทั้ง 8 บิตนี้จะแทนด้วยระนาบที่เป็นแผนผังคาโนจำนวน 8 แผนผัง ในตัวอย่างที่ 2.6 แผนผังระนาบของบิตซ้ายสุดเราแสดงอยู่ที่ระนาบที่ 1 และแผนผังระนาบของบิตขวาสุดเราแสดงอยู่ที่ระนาบที่ 8 ในส่วนของเลข 0 เราจะให้เป็นช่องว่างเฉย ๆ ตัวอย่างในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6: แสดงการแทน 8 บิตโดยใช้แผนผังคาโน 8 ระนาบ

โดยแต่ละระนาบจะถูกแทนด้วยแผนผังการตัดสินใจทวิภาค 1 ต้น การสร้างแผนผังการตัดสินใจทวิภาคในแต่ละระนาบทำได้โดยการหาสมการบูลีนจากความสัมพันธ์ของตัวแปรในแต่ละระนาบ ลดรูปบูลีนจนได้รูปแบบ sum-of-product และนำ sum-of-product มาเขียนในรูปของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคโดยเราจะให้แต่ละตัวแปรเป็นแต่ละจุด

เราจะนำระนาบที่ 8 จากตัวอย่างในรูปที่ 2.3 มาแปลงเป็นแผนผังการตัดสินใจทวิภาคตามตัวอย่างในรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7: ตัวอย่างของการแทนภาพด้วยแผนผังการตัดสินใจทวิภาค

เนื่องจากรูปมีขนาด 4 x 4 จำนวนตัวแปรที่ต้องใช้คือ $\log_2(4) \times \log_2(4)$ เรากำหนดให้ a,b,c, และ d คือตัวแปรที่ใช้เมื่อกำหนดตัวแปรแล้วเราทำ minterm จากแผนผังคาโนได้สมการ sum-of-product ดังนี้

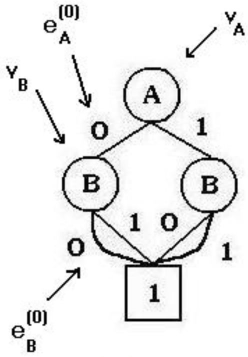
$$f = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + ac$$

จากนั้นนำมาเขียนเป็นแผนผังการตัดสินใจทวิภาคทางด้านขวาทีละเทอม เทอมแรกจะได้ $v_A, e_A^{(0)}$,$v_B, e_B^{(0)}$, $v_C, e_C^{(0)}$ สุดท้ายติดต่อกับเทอร์มินัล 1 ตามลำดับ เทอมสุดท้ายจะได้ $v_A, e_A^{(1)}$, $v_C, e_C^{(1)}$ สุดท้ายติดต่อกับเทอร์มินัล 1 ตามลำดับ ซึ่งไม่มี v_B เพราะเป็นเทอมที่ถูกลดรูป หรือ ดอลแคร์ (don'tcare) เทอม

เมื่อนำมาแปลงจบครบ 8 ระนาบเราจะได้แผนผังการตัดสินใจทวิภาค 8 ต้น แทนภาพเกรเสกลขนาด 8 บิต 1 ภาพ

2.3 ปฏิบัติการต่าง ๆของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค

ก่อนที่จะอธิบายถึงปฏิบัติการต่างๆของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค เราจะกล่าวถึงบทนิยามเพิ่มเติมอีก 5 บทนิยามคือบทนิยามที่ 2 – 7 และ ปฏิบัติการสอดแทรกก่อนและจะกล่าวถึง ปฏิบัติการ AND,XOR,OR และ NOT ในหัวข้อ 2.3.1, 2.3.2, 2.3.3 และ 2.3.4 ตามลำดับ



รูปที่ 2.8: ตัวอย่างของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค

นิยามที่ 2 เส้นทาง(path) (v_1 ,e_1 ,v_2 , $e_{2,\dots,}$ $e_{n-1,}$ v_n) หนึ่งคือลำดับของจุดและเส้นโยงที่สลับกันโดยมีจุดเริ่มต้นคือ v_1 และ จุดสุดยอดคือ v_n เส้นโยงที่ปรากฏระหว่างจุดสองจุด v_i ,v_j อาจจะเป็นได้ทั้ง $e_i^{(1)}$ หรือ $e_i^{(0)}$ ขึ้นอยู่กับเส้นทาง

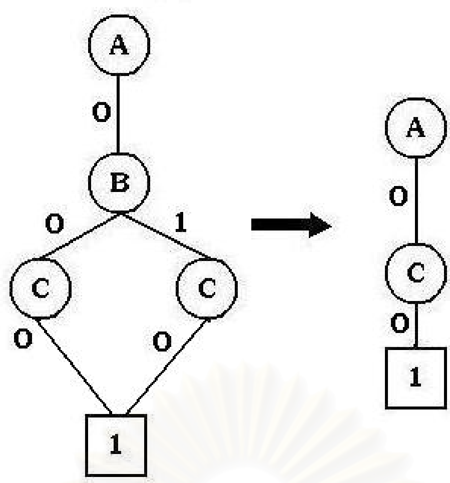
นิยามที่ 3 กิ่งใดๆที่ i หนึ่งกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่ a ใดๆใช้เครื่องหมายแทนด้วย $B_i^{(a)}$ คือเส้นทาง i ซึ่ง v_1 คือรากของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค และ v_n คือ เทอร์มินัล1 รูปที่ 2.8 แสดงตัวอย่างกิ่งหนึ่งของเส้นทาง (v_A , $e_A^{(0)}$,v_B , $e_B^{(0)}$, v_n) เส้นทางเริ่มที่จุด v_A ซึ่งเป็นรากของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคผ่านเส้นโยง $e_A^{(0)}$,จุด v_B , เส้นโยง $e_B^{(0)}$ และเทอร์มินัล 1

นิยามที่ 4 อะตอม(atom) หนึ่งคือจุด v_i ซึ่งเส้นโยง $e_i^{(1)}$ หรือ $e_i^{(0)}$ ติดต่อกับ เทอร์มินัล 1 หรือ 0 ในตัวอย่างของรูปที่ 2.8 v_B เป็นอะตอม เนื่องจาก $e_B^{(0)}$ ต่อกับเทอร์มินัล 1

นิยามที่ 5 ลำดับของ v_i ใดๆเขียนแทนด้วย ord(v_i) คือการเรียงลำดับของตำแหน่งของ v_i ในแผนผังการตัดสินใจทวิภาค

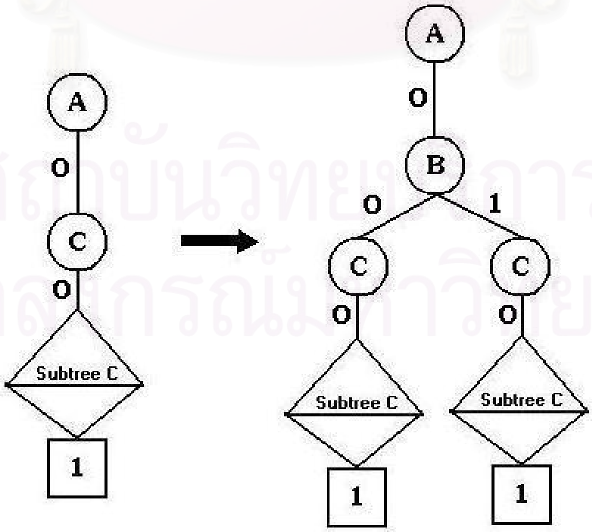
นิยามที่ 6 รูปแบบการดูดซึม เมื่อจุด v_B มีสองเส้นโยง $e_B^{(1)}$ และ $e_B^{(0)}$ ไปยังเทอร์มินัล 1 จุด หรือเมื่อมีจุด v_C สองจุดที่ติดกันกับจุด v_B โดยที่จุด v_C ทั้งสองมีเส้นทางที่มีค่าเท่ากันไปยัง เทอร์มินัล 1 ในที่นี้คือจุด v_C แรกมีเส้นทางที่มีค่าเส้นโยงคือ $e_C^{(0)}$ และจุด v_C ถัดมามี $e_C^{(0)}$ เท่ากันไปยังเทอร์มินัล 1 กรณีนี้สามารถลบจุด v_B ทิ้งไปพร้อมทั้งเส้นโยง $e_B^{(1)}$ และ $e_B^{(0)}$ ไปยังจุด v_C ที่ติดกัน

ในตัวอย่างของรูปที่ 2.9 สมมุติว่าในแผนผังการตัดสินใจทวิภาค มีจุด v_B ซึ่งติดกับ v_C สองจุด โดยที่จุด v_C ทั้งสองจุดมีเส้นทางที่มีค่าเท่ากันคือ $e_C^{(0)}$ ไปยัง เทอร์มินัล 1 ตัวแปร v_B จึงอยู่ในสภาพไม่ต้องสนใจ ดังนั้นเราสามารถลบจุด v_B ทิ้งไปพร้อมทั้งเส้นโยง $e_B^{(1)}$ และ $e_B^{(0)}$ ไปยังจุด v_C ที่ติดกัน



รูปที่ 2.9: ตัวอย่างของการดูดซึมที่จุด v_B

ปฏิบัติการสอดแทรกตรงข้ามกับรูปแบบการดูดซึมคือสอดแทรกเป็นการใส่ตัวแปรที่ถูกลดรูป เนื่องจากตัวแปรดังกล่าวเป็นสภาพไม่ต้องสนใจในแผนผังการตัดสินใจทวิภาค สมมุติว่าในแผนผังการตัดสินใจทวิภาค มีจุด v_A และจุด v_C อยู่บนเส้นทาง แต่จุด v_B หายไปเนื่องจากตัวแปร v_B เป็นสภาพไม่ต้องสนใจ จุด v_B ถูกใส่กลับเข้าไปในแผนผังโดยให้เส้นโยง $e_A^{(0)}$ ในที่นี้เส้นโยงมีค่าเป็น 0 ต่อกับจุด v_B และเพิ่มเส้นโยง $e_B^{(1)}$ และ $e_B^{(0)}$ ต่อ กับจุด v_C และต้นไม้ย่อย(subtree) ของจุด v_C ในที่นี้ต้นไม้ย่อยหมายถึงกิ่งที่ต่อออกไปจากจุด v_C ซึ่งอาจจะมีจำนวนจุดมากกว่าหรือเท่ากับ 1 จุดและเส้นโยงมากกกว่าหรือเท่ากับ 1 เส้นโยงไปยังเทอร์มินัล 1 เมื่อเราทำการสอดแทรกจุด v_B แล้วจุด v_C เพิ่มเป็นสองจุดเชื่อมกับ $e_B^{(0)}$ และ $e_B^{(1)}$ ซึ่งเราจะเขียนต้นไม้ย่อยหรือกิ่งที่ต่อออกจาก v_C ไปยังเทอร์มินัล 1 เข้าไปต่อที่จุด v_C ทั้งสองจุดเหมือนกันทั้งสองข้าง ดังรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10: การสอดแทรกจุด v_B

นิยามที่ 7 กิ่งที่ i ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค a คือ $B_i^{(a)}$ เท่ากันโดยสมบูรณ์กับกิ่งที่ใดๆที่ j ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค b คือ $B_j^{(b)}$ ก็ต่อเมื่อมี (1) ความตรงกันระหว่างจุด $v_k \in B_i^{(a)}$ และ $v_l \in B_j^{(b)}$ โดยที่จุด v_k และจุด v_l แทนตัวแปรตัวเดียวกัน; (2)ความตรงกันระหว่างเส้นโยง $e_k^{(a)} \in B_i^{(a)}$ และ $e_l^{(a)} \in B_j^{(b)}$; (3) ความตรงกันระหว่างค่าของเส้นโยง $e_k^{(a)} \in B_i^{(a)}$ และค่าของ $e_l^{(a)} \in B_j^{(a)}$ ถ้าเงื่อนไขทั้ง 3 ไม่เป็นจริงพร้อมกัน เราจะเรียกว่า $B_i^{(a)}$ ไม่เท่ากันโดยสมบูรณ์กับ $B_j^{(b)}$

2.3.1 **ปฏิบัติการ AND**

ปฏิบัติการ AND ที่กระทำกับแผนผังการตัดสินใจทวิภาคสองต้น เริ่มโดยการนำกิ่งทีละกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกมาทาบทีละกิ่งไปบนรูปแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่สอง กิ่งของรูปแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 ที่เท่ากันโดยสมบูรณ์ตามนิยามที่ 7 กับกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกกิ่งดังกล่าวของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกนั้นจะถูกทำเครื่องหมาย(ในตัวอย่างของรูปที่ 2.12 ถึง 2.14 ใช้เครื่องหมายเส้นคู่ไว้ หลังจากนำกิ่งมาทาบทีละกิ่งจนหมดแล้วก็จะลบกิ่งที่ไม่ได้ถูกทำเครื่องหมาย(ในตัวอย่างของรูปที่ 2.12 ถึง 2.14 ใช้เครื่องหมายเส้นคู่)ออกหมด โดยก่อนที่จะทำการปฏิบัติการ AND ต้องทำการปฏิบัติการสอดแทรกก่อนเพื่อขยายส่วนที่ลดรูปและหลังจากเสร็จปฏิบัติการ AND แล้วทำการดูดซึมแผนผังการตัดสินใจทวิภาค ต้นที่เป็นคำตอบเพื่อลดขนาดของเส้นทางและตัวแปรของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค

AND **อัลกอริทึม**(Algorithm)

1 Begin

2 for แต่ละ $B_i^{(a)}$ do

3 for แต่ละ v_j do

4 if $v_j \in B_i^{(a)}$ ไม่ใช่รากและ อะตอมและไม่มี $v_k \in B_i^{(a)}$ จนกระทั่ง

5 $ord(v_k) = ord(v_j)-1$ then สอดแทรก v_k ;

6 for แต่ละ $B_i^{(b)}$ do

7 for แต่ละ v_j do

8 if $v_j \in B_i^{(b)}$ ไม่ใช่รากและ อะตอมและไม่มี $v_k \in B_i^{(b)}$ จนกระทั่ง

9 $ord(v_k) = ord(v_j)-1$ then สอดแทรก v_k ;

(สมมุติว่าจำนวนของกิ่งในแผนผังการตัดสินใจทวิภาค a น้อยกว่า แผนผังการตัดสินใจทวิภาค b)

10 for แต่ละ $B_i^{(a)}$ do

(สมมุติว่าพิจารณาที่กิ่ง $B_i^{(b)}$)

12 เทียบ แต่ละ $v_j \in B_i^{(a)}$ กับ v_j ใน แผนผังการตัดสินใจทวิภาค b;

13 เทียบ $e_j^{(1)}$ ของ $v_j \in B_i^{(a)}$ กับ $e_j^{(1)}$ ของ v_j ใน แผนผังการตัดสินใจทวิภาค b;

14 เทียบ $e_j^{(0)}$ ของ $v_j \in B_i^{(a)}$ กับ $e_j^{(0)}$ ของ v_j ใน แผนผังการตัดสินใจทวิภาค b;

15 if $B_i^{(a)}$ เท่ากันโดยสมบูรณ์กับ $B_j^{(b)}$ then

ทำเครื่องหมาย(ในตัวอย่างของรูปที่ 2.12 ถึง 2.14 ใช้เครื่องหมายเส้นคู่)$B_j^{(b)}$;

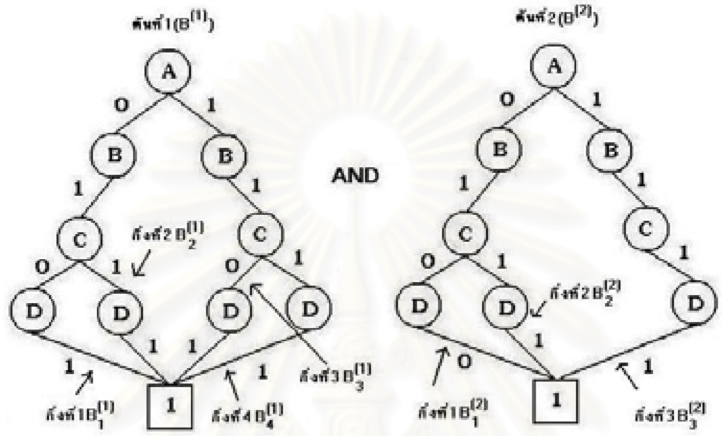
16 ลบ $B_i^{(b)}$ ทั้งหมดที่ไม่ได้ทำเครื่องหมาย(ในตัวอย่างของรูปที่ 2.12 ถึง 2.14 ใช้เครื่องหมายเส้นคู่);

17 ใช้รูปแบบการดูดซึมลดขนาดเส้นทางและตัวแปรของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค;

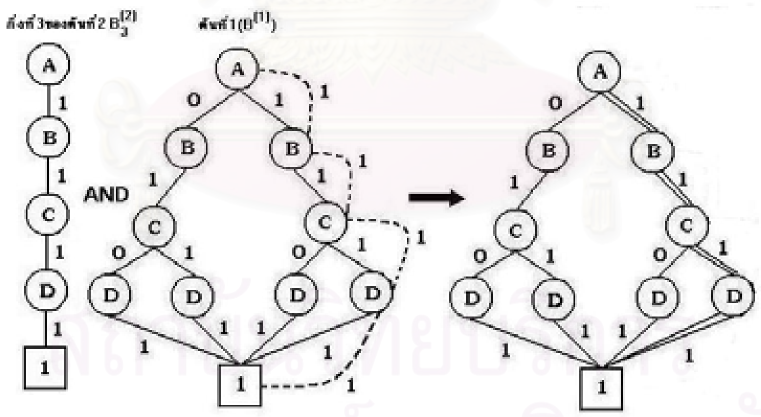
18 ใช้ภาวะไม่ต้องสนใจลดขนาดเส้นทางและตัวแปรของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค;

19 End

ตัวอย่างของตัวปฏิบัติการ AND แสดงดังต่อไปนี้



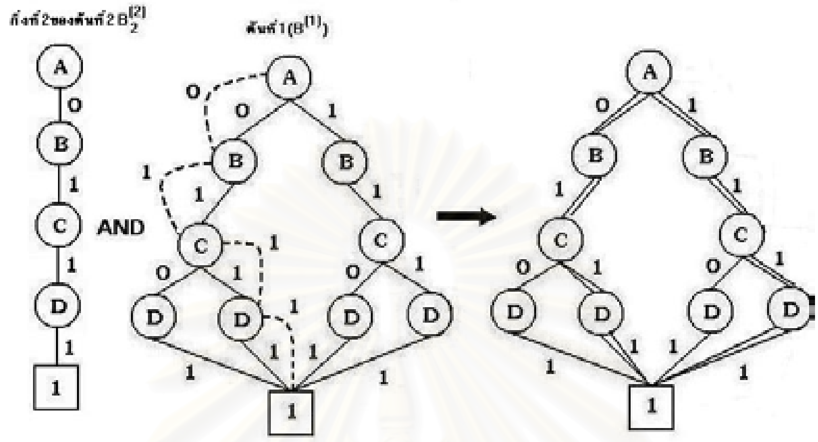
รูปที่ 2.11: นำแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่สอดแทรกแล้วมาทำการ AND กัน



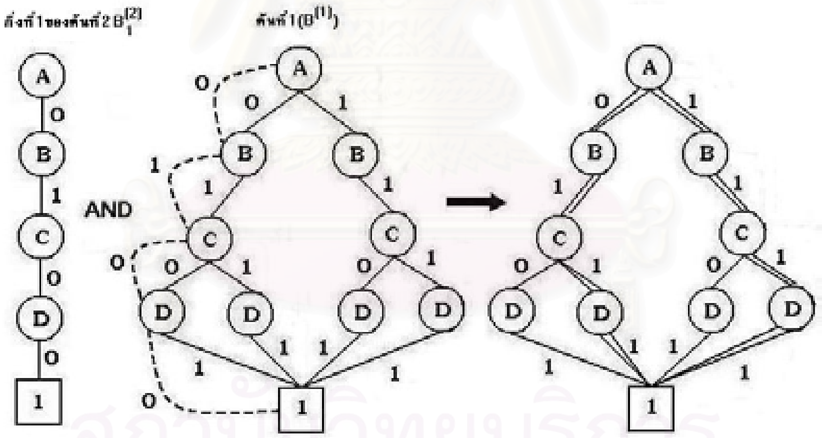
รูปที่ 2.12: นำ $B_3^{(2)}$ มาทาบบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก

เมื่อนำแผนผังการตัดสินใจทวิภาคมาสอดแทรกตามรูปที่ 2.11 เรานำกิ่งทีละกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่สองมาทาบทีละกิ่งไปบนรูปแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก โดยการทาบจุดต่อจุด เส้นโยงต่อเส้นโยง และค่าของเส้นโยงต่อค่าของเส้นโยง ในรูปที่ 2.12 เรานำกิ่งที่ 3 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 $B_3^{(2)}$ มาทาบไปบนกิ่งใดๆบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก เราพบว่ากิ่งที่ 3 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค ต้นที่ 2 $B_3^{(2)}$ เส้นทาง(v_A , $e_A^{(1)}$,v_B , $e_B^{(1)}$, v_C , $e_C^{(1)}$, v_D , $e_D^{(1)}$, v_n) กับเส้นทางของกิ่งที่ 4 ของแผนผังการ

ตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 1 $B_4^{(1)}$ คือเส้นทาง(v_A , $e_A^{(1)}$,v_B , $e_B^{(1)}$, v_C , $e_C^{(1)}$, v_D , $e_D^{(1)}$, v_n)เท่ากันโดยสมบูรณ์ตามนิยามที่ 7 โดยกิ่งที่ 4 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 1 เป็นส่วนหนึ่งของคำตอบของปฏิบัติการ AND เนื่องจากมีกิ่งที่ 3 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 ที่นำมาทาบแล้วเท่ากันโดยสมบูรณ์ซึ่งเราจะทำเครื่องหมายเส้นคู่กิ่งที่ 4 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 1 ไว้ในตัวอย่างนี้เพื่อเก็บรวบรวมไว้เป็นคำตอบ



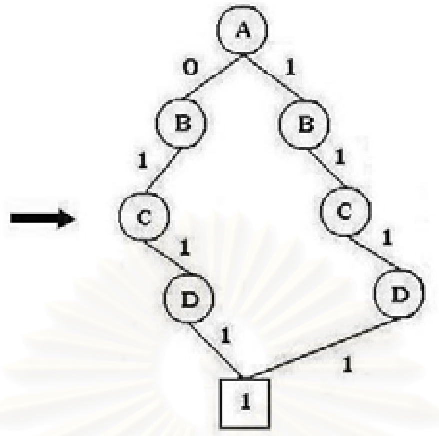
รูปที่ 2.13: นำ $B_2^{(2)}$ มาทาบบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก



รูปที่ 2.14: นำ $B_1^{(2)}$ มาทาบบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก

ในทำนองเดียวกันกับ $B_3^{(2)}$ เราจะนำ $B_2^{(2)}$ และ $B_1^{(2)}$ มาทาบไปบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกในรูปที่ 2.13 เรานำกิ่งที่ 2 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 $B_2^{(2)}$ มาทาบไปบนกิ่งใดๆบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกพบว่า $B_2^{(2)}$ เส้นทาง(v_A , $e_A^{(0)}$,v_B , $e_B^{(1)}$, v_C , $e_C^{(1)}$, v_D , $e_D^{(1)}$, v_n) กับเส้นทางของกิ่งที่ 2 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 1 $B_2^{(1)}$ คือเส้นทาง(v_A , $e_A^{(0)}$,v_B , $e_B^{(1)}$, v_C , $e_C^{(1)}$, v_D , $e_D^{(1)}$, v_n) เท่ากันโดยสมบูรณ์ตามนิยามที่ 7 และในรูปที่ 2.14 เรานำกิ่งที่ 1 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 $B_1^{(2)}$ มาทาบไปบนกิ่งใดๆบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก เราพบว่ากิ่ง $B_1^{(2)}$ (v_A , $e_A^{(0)}$,v_B , $e_B^{(1)}$, v_C , $e_C^{(0)}$, v_D ,

$e_D^{(0)}$, v_n)ไม่สามารถทาบไปบนกิ่งใดได้ ดังนั้นเราทำเครื่องหมายเส้นคู่กิ่งที่ 2 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 1 ไว้ในตัวอย่างนี้กิ่งเดียวเท่านั้นเพื่อเก็บรวบรวมไว้เป็นคำตอบ



รูปที่ 2.15: แผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่เกิดจากการ AND กัน

เมื่อลบกิ่งที่ไม่ได้ทำเครื่องหมายเส้นคู่ออกเนื่องจากเป็นกิ่งที่ไม่สามารถทาบกันได้กับกิ่งใดในแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 เราจะได้คำตอบเป็นกิ่งที่ทำเครื่องหมายเส้นคู่ไว้คือ $B_2^{(1)}$, $B_4^{(1)}$ หลังจากที่เราลบเส้นคู่ออกไปเหลือเป็นเส้นเดียวในตัวอย่างนี้แล้วเราจะได้คำตอบของการ AND แผนผังการตัดสินใจทวิภาคสองต้นและแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่เป็นคำตอบนี้ไม่สามารถทำการดูดซึมได้ เราจึงได้แผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่เป็นคำตอบในรูปที่ 2.15

2.3.2 ปฏิบัติการ XOR

ปฏิบัติการ XOR ที่กระทำกับแผนผังการตัดสินใจทวิภาคสองต้น เริ่มโดยการนำกิ่งทีละกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกมาทาบทีละกิ่งไปบนรูปแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่สอง กิ่งของรูปแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 ที่เท่ากันโดยสมบูรณ์ตามนิยามที่ 7 กับกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก เราจะลบกิ่งดังกล่าวของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกนั้นออกจากแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกเพื่อใช้เป็นคำตอบ แต่ในกรณีที่กิ่งของรูปแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 ที่ไม่เท่ากันโดยสมบูรณ์ตามนิยามที่ 7 กับกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก เราจะเพิ่มกิ่งดังกล่าวของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่สองนั้นลงในแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกเพื่อใช้เป็นคำตอบ โดยก่อนที่จะทำการปฏิบัติการ XOR ต้องทำการปฏิบัติการ insert ก่อนเพื่อขยายส่วนที่ลดรูปและหลังจากเสร็จปฏิบัติการ XOR แล้วทำการดูดซึมแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่เป็นคำตอบเพื่อลดขนาดของเส้นทางและตัวแปรของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค

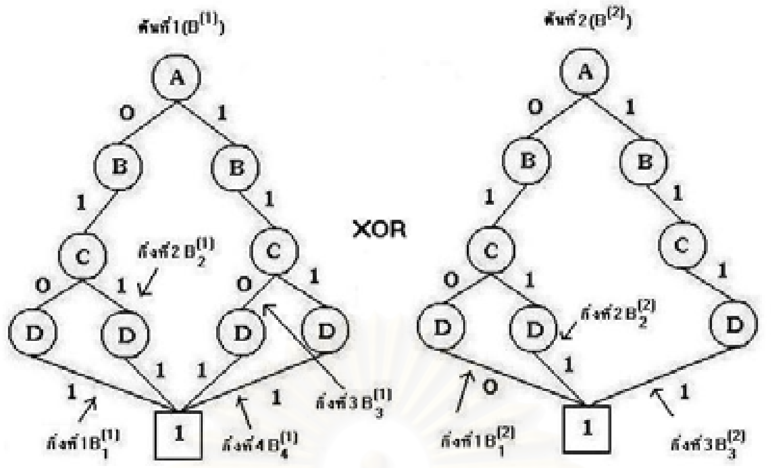
XOR อัลกอริทึม

1 Begin

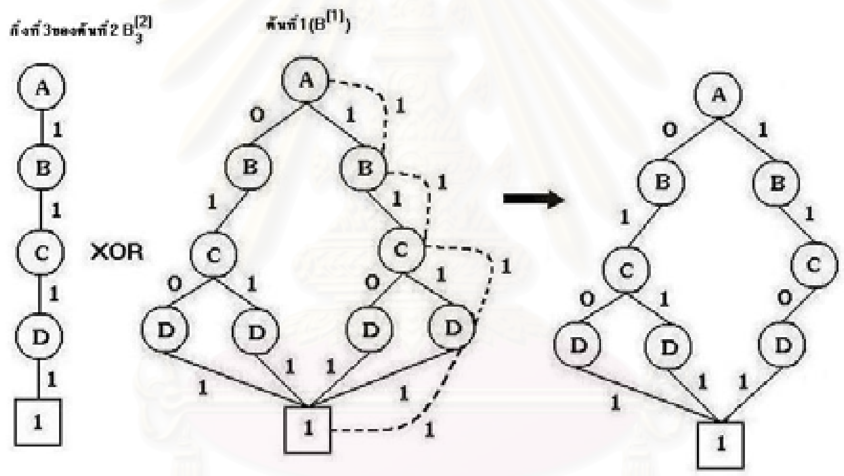
2 for แต่ละ $B_i^{(a)}$ do

for แต่ละ v_j do
if $v_j \in B_i^{(a)}$ ไม่ใช่รากและ อะตอม(atom) และไม่มี $v_k \in B_i^{(a)}$ จนกระทั่ง
$ord(v_k) = ord(v_j)$-1 **then** สอดแทรก v_k ;
for แต่ละ $B_i^{(b)}$ **do**
for แต่ละ v_j **do**
if $v_j \in B_i^{(b)}$ ไม่ใช่รากและ อะตอมและไม่มี $v_k \in B_i^{(b)}$ จนกระทั่ง
$ord(v_k) = ord(v_j)$-1 **then** สอดแทรก v_k ;
(สมมุติว่าจำนวนของกิ่งในแผนผังการตัดสินใจทวิภาค a น้อยกว่า แผนผังการตัดสินใจทวิภาค b;)
for แต่ละ $B_i^{(a)}$ **do**
(สมมุติว่าพิจารณาที่กิ่ง $B_i^{(b)}$;)
เทียบ แต่ละ $v_j \in B_i^{(a)}$ กับ v_j ใน แผนผังการตัดสินใจทวิภาค b;
เทียบ $e_j^{(1)}$ ของ $v_j \in B_i^{(a)}$ กับ $e_j^{(1)}$ ของ v_j ใน แผนผังการตัดสินใจทวิภาค b;
เทียบ $e_j^{(0)}$ ของ $v_j \in B_i^{(a)}$ กับ $e_j^{(0)}$ ของ v_j ใน แผนผังการตัดสินใจทวิภาค b;
if $B_i^{(a)}$ เท่ากันโดยสมบูรณ์กับ $B_j^{(b)}$ **then** ลบ $B_j^{(b)}$
else เพิ่ม $B_i^{(a)}$ เข้าไปในแผนผังการตัดสินใจทวิภาค a;
(ในกรณีของปฏิบัติการ XOR นี้ต่างจากปฏิบัติการ AND ตรงที่ในกรณีของปฏิบัติการ ANDนั้นจะเป็นลบกิ่งทั้งหมดของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค ต้นที่สองที่ไม่ได้เท่ากันโดยสมบูรณ์ตามนิยามที่ 7 กับกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกออก ส่วนในกรณีของปฏิบัติการ XOR จะลบกิ่งทั้งหมดของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่สองที่เท่ากันโดยสมบูรณ์ตามนิยามที่ 7 กับกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกส่วนกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่สองที่ไม่ได้เท่ากันโดยสมบูรณ์ตามนิยามที่ 7 กับกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกเราจะนำไปเพิ่มเข้าไปในแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกเพื่อใช้เป็นคำตอบ)
ใช้รูปแบบการดูดซึมหนึ่งลดขนาดเส้นทางและตัวแปรของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค;
ใช้ภาวะไม่ต้องสนใจลดขนาดเส้นทางและตัวแปรของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค;
End

ตัวอย่างของตัวปฏิบัติการ XOR แสดงดังต่อไปนี้

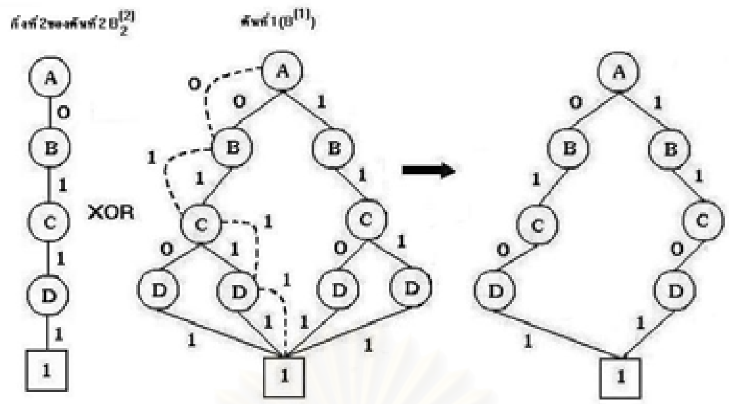


รูปที่ 2.16: นำแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่สอดแทรกแล้วมาทำการ XOR กัน

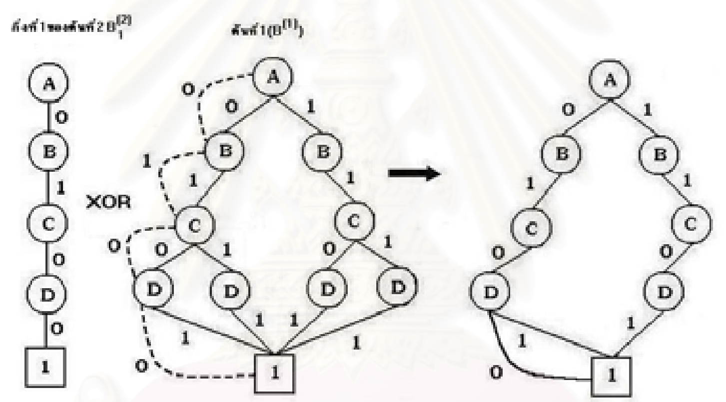


รูปที่ 2.17: นำ $B_3^{(2)}$ มาทาบบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก

เมื่อนำแผนผังการตัดสินใจทวิภาคมาทำการสอดแทรกแล้วตามรูปที่ 2.16 นำกิ่งทีละกิ่งของตัวปฏิบัติการแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่สอง มาทาบทีละกิ่งไปบนรูปแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก จุดต่อจุด เส้นโยงต่อเส้นโยง และค่าของเส้นโยงต่อค่าของเส้นโยง ในรูปที่ 2.17 คือนำกิ่งที่ 3 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 $B_3^{(2)}$ มาทาบไปบนกิ่งใดๆบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกโดยจะพบว่ากิ่งที่ 3 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 $B_3^{(2)}$ เส้นทาง(v_A , $e_A^{(1)}$,v_B , $e_B^{(1)}$, v_C , $e_C^{(1)}$, v_D , $e_D^{(1)}$, v_n) กับเส้นทางของกิ่งที่ 4 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 1 $B_4^{(1)}$ คือเส้นทาง(v_A , $e_A^{(1)}$,v_B , $e_B^{(1)}$, v_C , $e_C^{(1)}$, v_D , $e_D^{(1)}$, v_n) เท่ากันโดยสมบูรณ์ ตามนิยามที่ 7 ดังนั้นเราจึงลบกิ่งที่ 4 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 1 ออกจากแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 1 เพื่อใช้เป็นคำตอบในภายหลังในตัวอย่างของรูปที่ 2.17

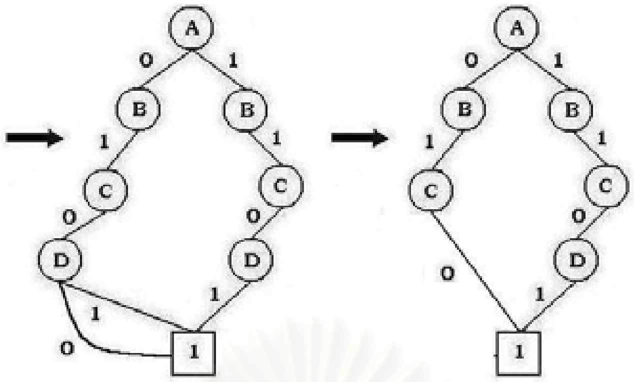


รูปที่ 2.18: นำ $B_2^{(2)}$ มาทาบบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก



รูปที่ 2.19: นำ $B_1^{(2)}$ มาทาบบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก

ในทำนองเดียวกันกับ $B_3^{(2)}$ เราจะนำ $B_2^{(2)}$ และ $B_1^{(2)}$ มาทาบไปบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกในรูปที่ 2.18 เรานำกิ่งที่ 2 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 $B_2^{(2)}$ มาทาบไปบนกิ่งใดๆบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก เราพบว่า $B_2^{(2)}$ เส้นทาง(v_A , $e_A^{(0)}$,v_B , $e_B^{(1)}$, v_C , $e_C^{(1)}$, v_D , $e_D^{(1)}$, v_n)กับเส้นทางของกิ่งที่ 2 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 1 $B_2^{(1)}$ คือเส้นทาง(v_A , $e_A^{(0)}$,v_B , $e_B^{(1)}$, v_C , $e_C^{(1)}$, v_D , $e_D^{(1)}$, v_n) เท่ากันโดยสมบูรณ์ ตามนิยามที่ 7 ในรูปที่ 2.19 และนำกิ่งที่ 1 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 $B_1^{(2)}$ มาทาบไปบนกิ่งใดๆบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกเราพบว่า $B_1^{(2)}$ (v_A , $e_A^{(0)}$,v_B , $e_B^{(1)}$, v_C , $e_C^{(0)}$, v_D , $e_D^{(0)}$, v_n)ไม่สามารถทาบไปบนกิ่งใดได้ ดังนั้นเราจึงลบกิ่งที่ 2 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 1 ออกจากแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 1 และเพิ่มกิ่งที่ 1 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 ลงในแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 1 เพื่อใช้เป็นคำตอบในภายหลังในตัวอย่างของรูปที่ 2.18 และ 2.19



รูปที่ 2.20: หลังจากดูดซึม v_n แผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่เกิดจากการ XOR กัน

หลังจากที่เรานำกิ่งทุกกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 มาทาบไปบนกิ่งใดๆบน แผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกหมดทุกกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 แล้วซึ่ง เราได้ลบกิ่งของกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกที่เท่ากันโดยสมบูรณ์ตามนิยามที่ 7 กับกิ่งของ กิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 คือ $B_2^{(1)}$, $B_4^{(1)}$ ออกจากแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกและเราได้เพิ่มกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่สองที่เท่ากันโดยสมบูรณ์ตามนิยามที่ 7 กับกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกคือ $B_1^{(2)}$ ลงในแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกแล้วหลังจากนั้นแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกจะมีกิ่งที่เป็นคำตอบทั้งหมดของปฏิบัติการ XOR นี้คือ $B_1^{(1)}$, $B_3^{(1)}$, $B_1^{(2)}$ เนื่องจากแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่เป็นคำตอบนี้สามารถดูดซึมได้ที่จุด v_n ในกิ่ง $B_1^{(1)}$ และ$B_1^{(2)}$ จึงทำการดูดซึมแล้วได้เป็นคำตอบในรูปที่ 2.20

2.3.3 ปฏิบัติการ OR

ปฏิบัติการ OR ที่กระทำกับแผนผังการตัดสินใจทวิภาคสองต้น เริ่มโดยการนำกิ่งทีละกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก มาทาบทีละกิ่งไปบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 กิ่งของรูปแผนผังการตัดสิน-ใจทวิภาคต้นที่ 2 ที่ไม่เท่ากันโดยสมบูรณ์ตามนิยามที่ 7 กับกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก เราจะเพิ่มกิ่งดังกล่าวของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่สองนั้นลงในแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกเพื่อใช้เป็นคำตอบ แต่ในกรณีที่กิ่งของรูปแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 ที่เท่ากันโดยสมบูรณ์ตามนิยามที่ 7 กับกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก เราจะไม่กระทำการใดๆเนื่องจากกิ่งดังกล่าวเป็นกิ่งที่เป็นคำตอบและมีอยู่แล้วในแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก โดยก่อนที่จะทำการปฏิบัติการ OR ต้องทำปฏิบัติการสอดแทรกก่อนเพื่อขยายส่วนที่ลดรูปและหลังจากเสร็จปฏิบัติการ OR แล้วทำการดูดซึมแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่เป็นคำตอบเพื่อลดขนาดของเส้นทางและตัวแปรของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค

OR อัลกอริทึม

1 Begin

2 for แต่ละ $B_i^{(a)}$ do

for แต่ละ v_j **do**

if $v_j \in B_i^{(a)}$ ไม่ใช่รากและ อะตอมและไม่มี $v_k \in B_i^{(a)}$ จนกระทั่ง

$ord(v_k) = ord(v_j)$-1 **then** สอดแทรก v_k ;

for แต่ละ $B_i^{(b)}$ **do**

for แต่ละ v_j **do**

if $v_j \in B_i^{(b)}$ ไม่ใช่รากและ อะตอมและไม่มี $v_k \in B_i^{(b)}$ จนกระทั่ง

$ord(v_k) = ord(v_j)$-1 **then** สอดแทรก v_k ;

(สมมุติว่าจำนวนของกิ่งในแผนผังการตัดสินใจทวิภาค a น้อยกว่า แผนผังการตัดสินใจทวิภาค b;)

for แต่ละ $B_i^{(a)}$ **do**

เทียบ แต่ละ $v_j \in B_i^{(a)}$ กับ v_j ใน แผนผังการตัดสินใจทวิภาค b;

เทียบ $e_j^{(1)}$ ของ $v_j \in B_i^{(a)}$ กับ $e_j^{(1)}$ ของ v_j ใน แผนผังการตัดสินใจทวิภาค b;

เทียบ $e_j^{(0)}$ ของ $v_j \in B_i^{(a)}$ กับ $e_j^{(0)}$ ของ v_j ใน แผนผังการตัดสินใจทวิภาค b;

if $e_j^{(1)}$ ของ v_j ใน แผนผังการตัดสินใจทวิภาค b ไม่มีอยู่ **then**

นำเส้นทางดังกล่าวมาเชื่อมต่อเริ่มจาก $v_j \in B_i^{(a)}$ ไปที่ เทอมินัล 1 ของ แผนผังการตัดสินใจทวิภาค b;

เทียบ $e_j^{(0)}$ ของ $v_j \in B_i^{(a)}$ กับ $e_j^{(0)}$ ของ v_j ใน แผนผังการตัดสินใจทวิภาค b;

if $e_j^{(0)}$ ของ v_j ใน แผนผังการตัดสินใจทวิภาค b ไม่มีอยู่ **then**

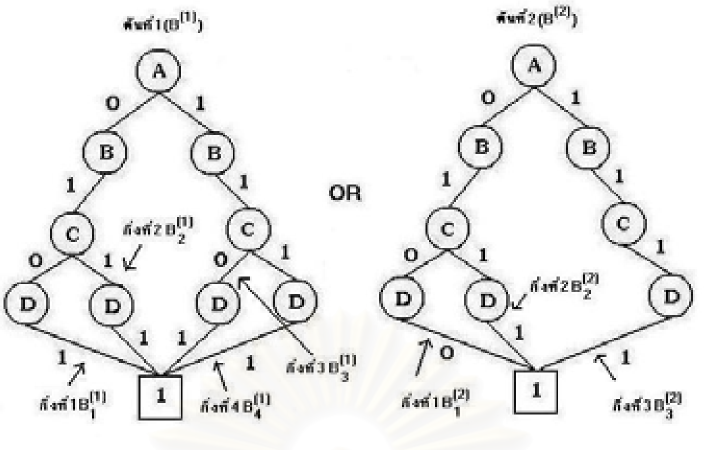
นำเส้นทางดังกล่าวมาเชื่อมต่อเริ่มจาก $v_j \in B_i^{(a)}$ ไปที่ เทอมินัล 1 ของ แผนผังการตัดสินใจทวิภาค b;

ใช้รูปแบบทำการดูดซึมหนึ่งลดขนาดเส้นทางและตัวแปรของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค;

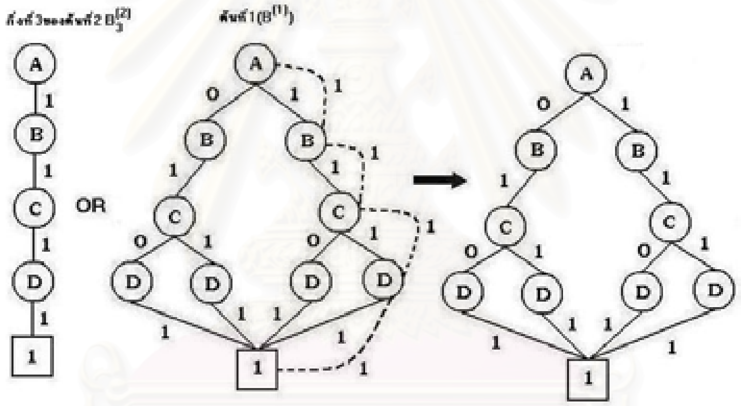
ใช้ภาวะไม่ต้องสนใจลดขนาดเส้นทางและตัวแปรของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค;

End

ตัวอย่างของตัวปฏิบัติการ OR แสดงดังต่อไปนี้

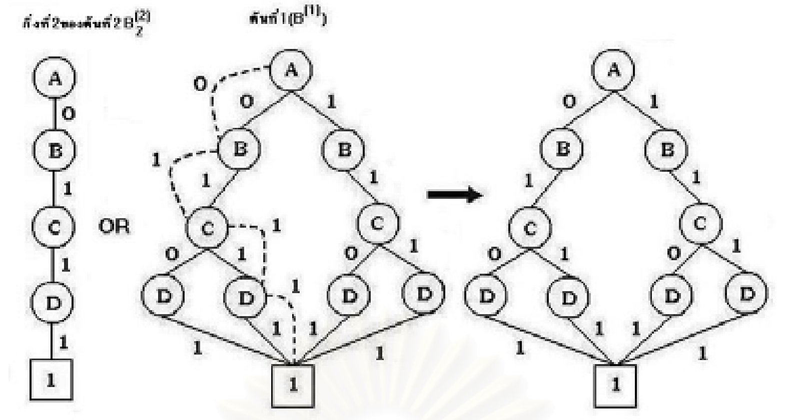


รูปที่ 2.21: นำแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่สอดแทรกแล้วมาทำการ OR กัน

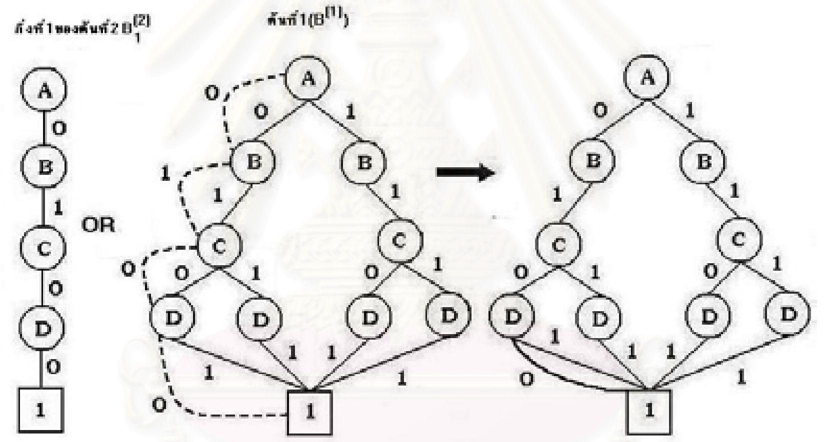


รูปที่ 2.22: นำ $B_3^{(2)}$ มาทาบบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก

เมื่อนำแผนผังการตัดสินใจทวิภาคมาสอดแทรกแล้วตามรูปที่ 2.21 นำกิ่งทีละกิ่งของตัวปฏิบัติการแผน-ผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 มาทาบทีละกิ่งไปบนรูปแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก จุดต่อจุด เส้นโยงต่อเส้นโยง และค่าของเส้นโยงต่อค่าของเส้นโยง ในรูปที่ 2.22 เรานำกิ่งที่ 3 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 $B_3^{(2)}$ มาทาบไปบนกิ่งใดๆบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกโดยจะพบว่ากิ่งที่ 3 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 $B_3^{(2)}$ เส้นทาง(v_A , $e_A^{(1)}$,v_B , $e_B^{(1)}$, v_C , $e_C^{(1)}$, v_D , $e_D^{(1)}$, v_n) กับเส้นทางของกิ่งที่ 4 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 1 $B_4^{(1)}$ คือเส้นทาง(v_A , $e_A^{(1)}$,v_B , $e_B^{(1)}$, v_C , $e_C^{(1)}$, v_D , $e_D^{(1)}$, v_n) เท่ากันโดยสมบูรณ์ ตามนิยามที่ 7

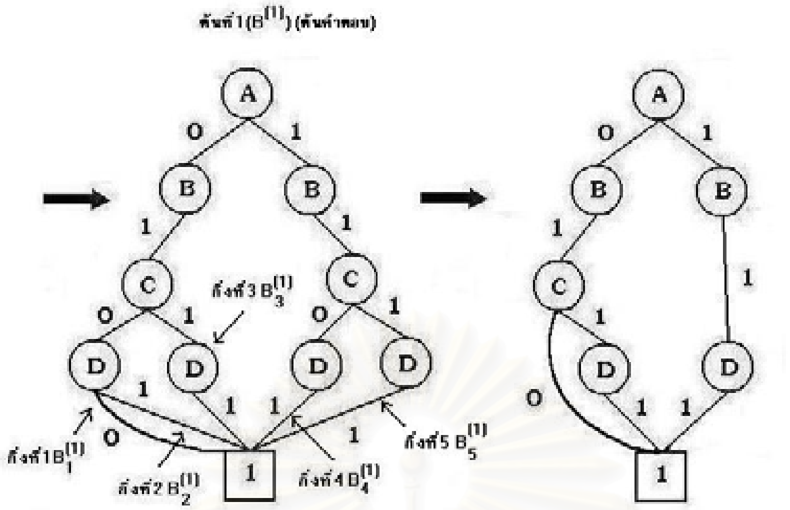


รูปที่ 2.23: นำ $B_2^{(2)}$ มาทาบบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก



รูปที่ 2.24: นำ $B_1^{(2)}$ มาทาบบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก

ในทำนองเดียวกันกับ $B_3^{(2)}$ เราจะนำ $B_2^{(2)}$ และ $B_1^{(2)}$ มาทาบไปบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรก ในรูปที่ 2.23 เราจะนำกิ่งที่ 2 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 $B_2^{(2)}$ มาทาบไปบนกิ่งใดๆบนแผนผังการตัด-สินใจทวิภาคต้นแรกพบว่า $B_2^{(2)}$ เส้นทาง(v_A , $e_A^{(0)}$,v_B , $e_B^{(1)}$, v_C , $e_C^{(1)}$, v_D , $e_D^{(1)}$, v_n) กับเส้นทางของกิ่งที่ 2 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 1 $B_2^{(1)}$ คือเส้นทาง(v_A , $e_A^{(0)}$,v_B , $e_B^{(1)}$, v_C , $e_C^{(1)}$, v_D , $e_D^{(1)}$, v_n) เท่ากันโดยสมบูรณ์ตามนิยามที่ 7 ในรูปที่ 2.24 และเราจะนำกิ่งที่ 1 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 $B_1^{(2)}$ มาทาบไปบนกิ่งใดๆบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกพบว่า $B_1^{(2)}$ (v_A , $e_A^{(0)}$,v_B , $e_B^{(1)}$, v_C , $e_C^{(0)}$, v_D , $e_D^{(0)}$, v_n)ไม่สามารถทาบไปบนกิ่งใดได้ ดังนั้นเราจึงเพิ่มกิ่งที่ 1 ของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 ลงในแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 1 เพื่อใช้เป็นคำตอบในภายหลังในตัวอย่างของรูปที่ 2.24



รูปที่ 2.25: หลังจากทำการดูดซึม v_C จุดทางซ้ายและ v_C จุดทางขวา
ได้คำตอบแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่เกิดจากการ OR กัน

หลังจากที่เรานำกิ่งทุกกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 มาทาบไปบนกิ่งใดๆบน แผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกหมดทุกกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่ 2 แล้วซึ่ง เราได้เพิ่มกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่สองที่ไม่เท่ากันโดยสมบูรณ์ตามนิยามที่ 7 กับกิ่งของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกคือ $B_1^{(2)}$ ลงในแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกแล้วหลังจากนั้นแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นแรกจะมีกิ่งที่เป็นคำตอบทั้งหมดของปฏิบัติการ OR นี้คือ $B_1^{(2)}$, $B_1^{(1)}$, $B_2^{(1)}$, $B_3^{(1)}$, $B_4^{(1)}$ โดยเราจะเปลี่ยนชื่อแต่ละกิ่งใหม่เป็น $B_1^{(1)}$, $B_2^{(1)}$, $B_3^{(1)}$, $B_4^{(1)}$, $B_5^{(1)}$ ตามลำดับและเนื่องจากแผนผังการตัดสินใจทวิภาคต้นที่เป็นคำตอบนี้สามารถดูดซึมได้ที่จุด v_D ในกิ่ง $B_1^{(1)}$ และ $B_2^{(1)}$ และที่จุด v_C ในกิ่ง $B_4^{(1)}$ และ$B_5^{(1)}$ จึงทำการดูดซึมแล้วได้เป็นคำตอบในรูปที่ 2.25

2.3.4 ปฏิบัติการ NOT

ปฏิบัติการ NOT นั้นจะกระทำบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคเพียงต้นเดียว เริ่มโดยสร้างเทอร์มินัล 0 แล้วเติมเส้นโยงจากอะตอมที่มีเส้นโยงที่ต่อกับ เทอร์มินัล 1 ที่ขาดหายไปทั้งหมดมายัง เทอร์มินัล 0 จากนั้นลบเส้นโยงที่ไปยัง เทอร์มินัล 1 เดิมทั้งหมด และลบ เทอร์มินัล 1

NOT อัลกอริทึม

1 Begin

2 สร้างเทอร์มินัล 0;

3 for แต่ละ v_i do

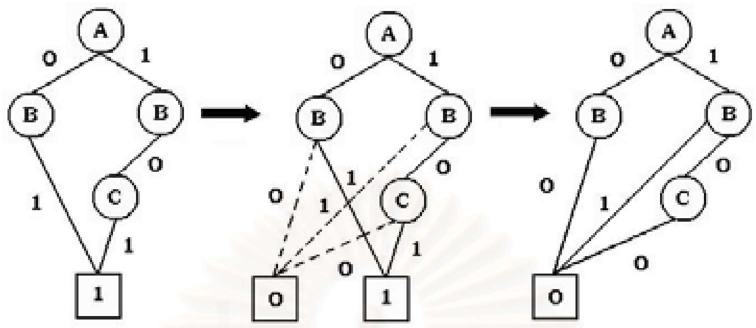
4 if เส้นโยงของ v_i เป็นเส้นที่ขาดหายจากอะตอม then

5 เพิ่มเส้นโยงที่ขาดหายและติดต่อเส้นโยงเข้ากับเทอร์มินัล 0;

7 ลบเส้นโยงที่ติดต่อกับเทอร์มินัล 1 เดิมทั้งหมด;

8 End

ตัวอย่างของตัวปฏิบัติการ NOT แสดงดังต่อไปนี้



รูปที่ 2.26 การ NOT กันของแผนผังการตัดสินใจทวิภาค

จากรูปที่ 2.26 สร้างเทอร์มินัล 0 เติมเส้นโยงจากอะตอม ที่มีเส้นโยงที่ต่อกับ เทอร์มินัล1 ที่ขาดหายไปทั้งหมดมายัง เทอร์มินัล 0 มีทั้งหมด 3 เส้นโยง ได้แก่เส้นโยง $e_B^{(0)}$ จากจุดอะตอม v_B ในกิ่งที่ $B_1^{(1)}$ ของเทอร์มินัล 1,เส้นโยง $e_B^{(1)}$ จากจุดอะตอม v_B ในกิ่งที่ $B_2^{(1)}$ ของเทอร์มินัล 1 และเส้นโยง $e_C^{(0)}$ จากจุดอะตอม v_C ในกิ่งที่ $B_2^{(1)}$ ของเทอร์มินัล 1 มายัง เทอร์มินัล 0 จากนั้นลบเส้นโยงเดิมที่ไปยัง เทอร์มินัล 1 ทั้งหมดได้แก่ เส้นโยง $e_B^{(1)}$ จากจุดอะตอม v_B ในกิ่งที่ $B_1^{(1)}$ ของเทอร์มินัล 1,เส้นโยง $e_C^{(1)}$ จากจุดอะตอม v_C ในกิ่งที่ $B_2^{(1)}$ ของเทอร์มินัล 1 และลบ เทอร์มินัล 1 หลังจากนั้นเราจะได้แผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่มีเทอร์มินัลเป็น 0 เป็นคำตอบ

บทที่ 3

เทคนิคสำหรับการทำให้ขอบภาพชัดขึ้น และการทำให้ภาพนุ่มนวลบนพื้นฐานของแผนภาพการตัดสินใจทวิภาค

3.1 วิธีการคูณภาพทั่วไป

ในการคูณภาพทั่วไปนั้น เราทำการคูณภาพเพื่อที่จะทำให้ขอบภาพชัดเจนขึ้นหรือทำให้ภาพนุ่มนวลขึ้น โดยอาศัยค่าของความเข้มของสีที่มีอยู่รอบๆจุดที่ต้องการคำนวณ

วิธีการดังกล่าวมีขั้นตอนดังนี้ เริ่มแรกการนำหน้ากาก 3 x 3 คูณไปบนภาพโดย เราจะสมมุติให้ตัวแปร a_{ij} แทนค่าในหน้ากาก 3 x 3 โดยให้ i แทนแนวนอนของหน้ากาก 3 x 3 และ j แทนแนวตั้งของหน้ากาก 3 x 3 และตัวแปร b_{ij} แทนค่าความเข้มของสีของรูปภาพขนาด 4 x 4 โดยให้ i แทนแนวนอนของรูปภาพ และ j แทนแนวตั้งของรูปภาพ แสดงการแทนตัวแปร a_{ij} และ b_{ij} ในรูปที่ 3.1

หน้ากาก 3 x 3

a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{21}	a_{22}	a_{23}
a_{31}	a_{32}	a_{33}

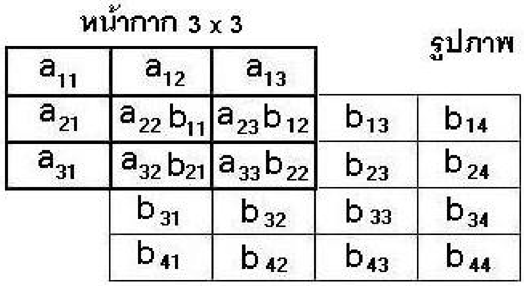
รูปภาพ

b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}
b_{21}	b_{22}	b_{23}	b_{24}
b_{31}	b_{32}	b_{33}	b_{34}
b_{41}	b_{42}	b_{43}	b_{44}

รูปที่ 3.1 : หน้ากาก 3 x 3 และ รูปภาพที่จะนำมาคำนวณ

จากนั้นเราจะนำหน้ากากไปทาบทีละจุดโดยให้จุดกลางของหน้ากากคือตัวแปร a_{22} ทาบไปที่จุดที่เราต้องการคำนวณ เมื่อทำการทาบแล้วเราก็นำค่าของหน้ากากกับค่าความเข้มของสีของภาพที่ทาบกันมาคูณกัน ผลลัพธ์ที่ได้ของแต่ละจุดเราจะรวมไว้ที่จุดกลาง(ที่ทาบกับ a_{22})ที่เราต้องการคำนวณในรูปภาพ ถ้าจุดของหน้ากากที่ทาบไปบนภาพตรงกับจุดบนภาพจุดใดก็ให้คูณกับค่าของสีในจุดนั้นแต่ถ้าไม่ตรงกับจุดใดบนภาพเลย (ล้นออกมานอกกรอบภาพ) ก็ให้คูณกับ 0 เราจะทำการคำนวณทุกจุดบนภาพเพื่อให้ได้ภาพผลลัพธ์ ตัวอย่างการหาค่าความเข้มใหม่ที่จุด b_{11} ดังนี้

เริ่มแรกเราจะนำหน้ากาก 3 x 3 ไปทาบกับรูปภาพเราจะได้ตามรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 : นำหน้ากาก 3 x 3 ทาบไปที่จุด b_{11} โดยให้จุด a_{22} ตรงกับ b_{11}

จากรูปที่ 3.2 เมื่อเราทาบหน้ากาก 3 x 3 ไปยังรูปภาพแล้วเราจะนำค่าที่ทาบตรงกันมาคูณกัน โดยจุดบนหน้ากาก 3 x 3 ที่ไม่ตรงกับจุดบนภาพเราจะให้คูณกับ 0 ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้จะได้สมการดังนี้

$b_{11} = (a_{11}\text{x } 0) + (a_{12}\text{x } 0) + (a_{13}\text{x } 0) + (a_{21}\text{x } 0) + (a_{22}\text{x } b_{11}) + (a_{23}\text{x } b_{12}) + (a_{31}\text{x } 0) + (a_{32}\text{x } b_{21}) + (a_{33}\text{x } b_{22})$

จากนั้นเราจะนำจุดกลางคือจุด a_{22} ของหน้ากาก 3 x 3 ทาบไปทุกจุดบนภาพเพื่อคำนวณหาความเข้มของสีของภาพที่เป็นผลลัพธ์

เราจะยกตัวอย่างการคูณภาพโดยใช้หน้ากาก 3 x 3 แบบโซเบิล (Sobel) [1] ในการคำนวณซึ่งเป็นหน้ากากที่ใช้ในการคูณภาพทำให้ขอบภาพคมชัดขึ้น

หน้ากาก 3 x 3

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

รูปภาพ

0	5	5	0
5	5	5	3
5	3	0	0
5	5	5	5

รูปที่ 3.3 ตัวอย่างหน้ากาก 3 x 3 และรูปภาพ

จากรูปที่ 3.3 เรามีหน้ากาก 3 x 3 ที่มีค่าเป็นหน้ากาก 3 x 3 แบบโซเบิล โดยเราจะหาคำตอบจะได้คำตอบของรูปจากการคำนวณดังนี้

b_{11}= (-1x0)+(-2x0)+(-1x0)+(0x0)+(0x0)+(0x5)+(1x0)+(2x5)+(1x5) = 15

b_{12}= (-1x0)+(-2x0)+(-1x0)+(0x0)+(0x5)+(0x5)+(1x5)+(2x5)+(1x5) = 20

b_{13}= (-1x0)+(-2x0)+(-1x0)+(0x5)+(0x5)+(0x0)+(1x5)+(2x5)+(1x3) = 18

b_{14}= (-1x0)+(-2x0)+(-1x0)+(0x5)+(0x0)+(0x0)+(1x5)+(2x3)+(1x0) = 11

b_{21}= (-1x0)+(-2x0)+(-1x5)+(0x0)+(0x5)+(0x5)+(1x0)+(2x5)+(1x3) = 8

b_{22}= (-1x0)+(-2x5)+(-1x5)+(0x5)+(0x5)+(0x5)+(1x5)+(2x3)+(1x0) = -4

b_{23}= (-1x5)+(-2x5)+(-1x0)+(0x5)+(0x5)+(0x3)+(1x3)+(2x0)+(1x0) = -12

b_{24}= (-1x5)+(-2x0)+(-1x0)+(0x5)+(0x3)+(0x0)+(1x0)+(2x0)+(1x0) = -5

b_{31}= (-1x0)+(-2x5)+(-1x5)+(0x0)+(0x5)+(0x3)+(1x0)+(2x5)+(1x5) = 0

b_{32}= (-1x5)+(-2x5)+(-1x5)+(0x5)+(0x3)+(0x0)+(1x5)+(2x5)+(1x5) = 0

b_{33}= (-1x5)+(-2x5)+(-1x3)+(0x3)+(0x0)+(0x0)+(1x5)+(2x5)+(1x5) = 2

b_{34}= (-1x5)+(-2x3)+(-1x0)+(0x0)+(0x0)+(0x0)+(1x5)+(2x5)+(1x0) = 4

b_{41}= (-1x0)+(-2x5)+(-1x3)+(0x0)+(0x5)+(0x5)+(1x0)+(2x0)+(1x0) = -13

b_{42}= (-1x5)+(-2x3)+(-1x0)+(0x5)+(0x5)+(0x5)+(1x0)+(2x0)+(1x0) = -11

b_{43}= (-1x3)+(-2x0)+(-1x0)+(0x5)+(0x5)+(0x5)+(1x0)+(2x0)+(1x0) = -3

b_{44}= (-1x0)+(-2x0)+(-1x0)+(0x5)+(0x5)+(0x0)+(1x0)+(2x0)+(1x0) = 0

เนื่องจากค่าที่ได้จะเป็นค่าของจุดความเข้มของสีในภาพผลลัพธ์ ซึ่งมีค่าความเข้มของสีตั้งแต่ 0 ถึง 255 ดังนั้นค่าที่ต่ำกว่า 0 เราจะให้เท่ากับ 0 ดังนั้นภาพคำตอบจะได้ตามรูปที่ 3.4

ภาพผลลัพธ์

15	20	18	11
8	0	0	0
0	0	2	4
0	0	0	0

รูปที่ 3.4 รูปภาพผลลัพธ์จากตัวอย่างในรูปที่ 3.3

3.2 เทคนิคใหม่ของการคูณภาพ

ในการคูณภาพกับหน้ากาก(Mask)โดยทั่วไปนั้นเราใช้การบวกและการคูณร่วมกัน ในการคำนวณซึ่งเราเห็นว่าการคูณภาพกับหน้ากากนี้สามารถทำให้เวลาในการคำนวณลดลงได้โดยการคูณภาพกับหน้ากากบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาค โดยส่วนของการคำนวณในแผนผังการตัดสินใจทวิภาคนั้นเราใช้ปฏิบัติการบูลีนในการคำนวณ ดังนั้นเมื่อเราจะทำการคูณภาพกับหน้ากากบน แผนผังการตัดสินใจทวิภาค เราจึงต้องหาปฏิบัติการบูลีนที่สามารถแทนการบวกและการคูณเพื่อใช้ในการคำนวณบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาค เราพบว่าปฏิบัติการ AND สามารถแทนการคูณได้และปฏิบัติการ XOR สามารถแทนการบวกได้ ซึ่งในแผนผังการตัดสินใจทวิภาคแต่ละระนาบในจุดภาพแต่ละจุดภาพนั้นมีค่าเป็น 0 กับ 1 (ดังที่กล่าวไปแล้วในบทที่ 2)

ค่าของคำตอบในการคูณกันของจุดภาพซึ่งสามารถมีค่าที่เป็นได้ทั้ง 0 หรือ1 แยกเป็นกรณีของค่าตัวตั้งและตัวคูณซึ่งค่าของแต่ละตัวเป็นได้คือ 0 กับ 1 ได้ทั้งหมด 4 กรณี เช่นเดียวกันถ้าเรามองค่าของคำตอบของการคูณคือ 1 แทนค่าความจริงและ 0 แทนค่าความเท็จแล้ว ค่าของจุดภาพที่เราจะนำมาคูณเป็นตัวอย่างนั้นในที่นี้

เราจะแทนค่าของตัวตั้งด้วยตัวแปร X ส่วนค่าของตัวคูณนั้นในที่นี้เราจะแทนด้วยตัวแปร Y เราจะแสดงว่าเมื่อเรานำค่าตัวแปรทั้งสองค่ามา ANDกันและคูณกันในกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด 4 กรณีจะพบว่าคำตอบของการคูณที่มีค่าเป็น 0 จะเท่ากับคำตอบของการ AND กันที่มีค่าความเท็จและคำตอบของการคูณที่มีค่าเป็น 1 จะเท่ากับคำตอบของการ AND กันที่มีค่าความจริงเป็นจริงในทุกกรณีในรูปที่ 3.5

	X	Y	X x Y	X **AND** Y
กรณีที่ 1	0	0	0	0
กรณีที่ 2	0	1	0	0
กรณีที่ 3	1	0	0	0
กรณีที่ 4	1	1	1	1

รูปที่ 3.5 : การเปรียบเทียบกันระหว่างการคูณและการ AND กันที่เกิดจากตัวแปร X และ Y

ค่าของคำตอบในการบวกกันของจุดภาพซึ่งสามารถมีค่าที่เป็นได้ทั้ง 0 หรือ1 แยกเป็นกรณีของค่าตัวตั้งและตัวบวกซึ่งค่าของแต่ละตัวเป็นได้คือ 0 กับ 1 ได้ทั้งหมด 4 กรณี เช่นเดียวกันถ้าเรามองค่าของคำตอบของการบวกคือ 1 แทนค่าความจริงและ 0 แทนค่าความเท็จแล้ว ค่าของจุดภาพที่เราจะนำมาบวกเป็นตัวอย่างนั้นในที่นี้เราจะแทนค่าของตัวตั้งด้วยตัวแปร X ส่วนค่าของตัวบวกนั้นในที่นี้เราจะแทนด้วยตัวแปร Y เราจะแสดงว่าเมื่อเรานำค่าตัวแปรทั้งสองค่ามา XOR กันและบวกกันในกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด 4 กรณีจะพบว่าคำตอบของการบวกที่มีค่าเป็น 0 จะเท่ากับคำตอบของการ XOR กันที่มีค่าความเท็จและคำตอบของการบวกที่มีค่าเป็น 1 จะเท่ากับคำตอบของการ XOR กันที่มีค่าความจริงเป็นจริงในทุกกรณีในรูปที่ 3.6

	X	Y	X + Y	X **XOR** Y
กรณีที่ 1	0	0	0	0
กรณีที่ 2	0	1	1	1
กรณีที่ 3	1	0	1	1
กรณีที่ 4	1	1	1	1

รูปที่ 3.6 : การเปรียบเทียบกันระหว่างการบวกและการ XOR กันที่เกิดจากตัวแปร X และ Y

ในการบวกกันนั้นในบางกรณีของตัวค่าของตัวตั้งและตัวบวกจะเกิดตัวทดขึ้นซึ่งเป็นไปได้สองกรณีคือกรณีที่เกิดตัวทดและกรณีที่ไม่เกิดตัวทด แยกเป็นกรณีของตัวตั้งและตัวบวกซึ่งค่าของแต่ละตัวเป็นได้คือ 0 กับ 1 ได้ทั้งหมด 4 กรณี เช่นเดียวกันถ้าเรามองค่าของตัวทดที่เกิดขึ้นคือ 1 แทนค่าความจริงว่าจริง (เกิดตัวทด) และ 0

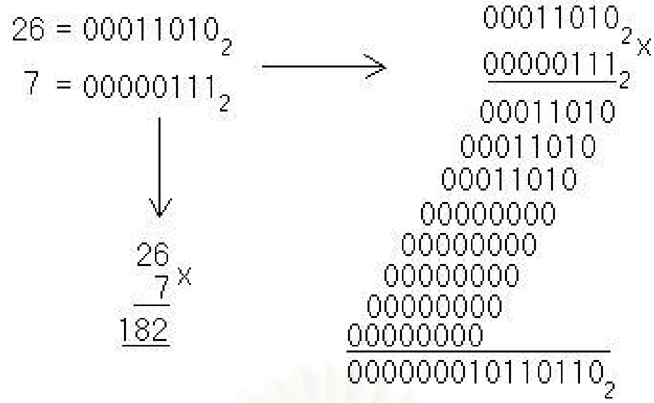
แทนค่าความเท็จ (ไม่เกิดตัวทด) แล้ว ค่าของจุดภาพที่เราจะนำมาหาตัวทดเป็นตัวอย่างนั้นในที่นี้เราจะแทนค่าของตัวตั้งด้วยตัวแปร X ส่วนค่าของตัวบวกนั้นในที่นี้เราจะแทนด้วยตัวแปร Y เราจะแสดงว่าเมื่อเรานำค่าตัวแปรทั้งสองค่ามา AND กันและหาตัวทดในกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด 4 กรณีจะพบว่าตัวทดที่มีค่าเป็น 0 จะเท่ากับคำตอบของการ AND กันที่มีค่าความเท็จ (ไม่เกิดตัวทด) และตัวทดที่มีค่าเป็น 1 จะเท่ากับคำตอบของการ AND กันที่มีค่าความจริง (เกิดตัวทด) ในทุกกรณีในรูปที่ 3.7

	X	Y	X **AND** Y	ตัวทดในการบวก
กรณีที่ 1	0	0	0	0
กรณีที่ 2	0	1	0	0
กรณีที่ 3	1	0	0	0
กรณีที่ 4	1	1	1	1

รูปที่ 3.7 : การเปรียบเทียบกันระหว่างการ AND กันและค่าของตัวทดในการบวกที่เกิดจากตัวแปร X และ Y

เราจะเห็นว่าปฏิบัติการ XOR นั้นจะไม่นำส่วน X และ Y มารวมเป็นเป็นคำตอบ กรณีที่ทั้ง X และ Y เป็น 0 ทั้งคู่นั้นหมายถึงไม่มีกิ่งใดๆอยู่ในแผนผังการตัดสินใจทวิภาคเลย แต่ในกรณีที่ X และ Y เป็น 1 ทั้งคู่นั้นหมายถึงมีกิ่งที่นำมาทาบแล้วเท่ากันโดยสมบูรณ์ซึ่งกิ่งนี้จะถูกตัดออกเมื่อเรานำแผนผังการตัดสินใจทวิภาคมาปฏิบัติการ XOR ซึ่งตรงกับปฏิบัติการ AND ที่จะหากิ่งที่นำมาทาบแล้วเท่ากันโดยสมบูรณ์เพื่อหาค่าตัวทดดังนั้นเราจึงนำกิ่งที่ถูกตัดออกจากปฏิบัติการ XOR มาใช้เป็นตัวทดได้เลยไม่ต้องนำแผนผังการตัดสินใจทวิภาคมา AND กันอีกครั้ง

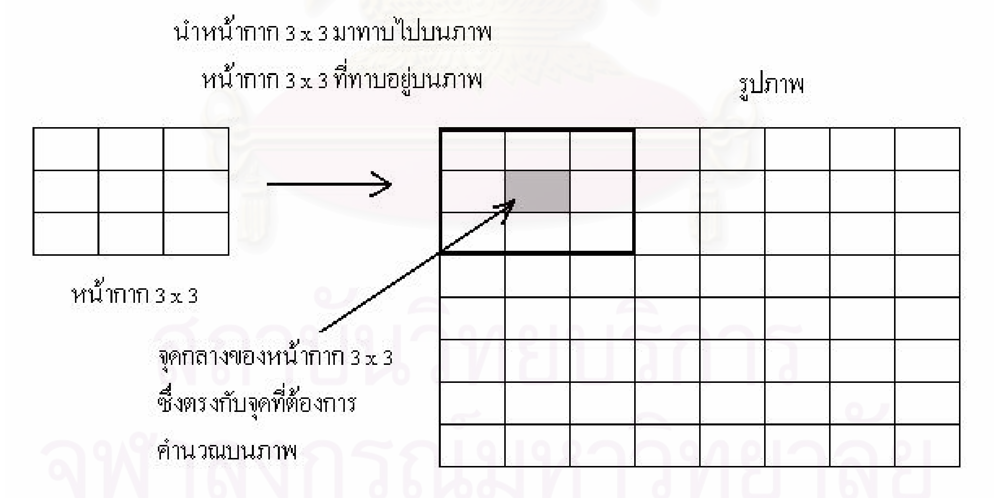
โดยปรกติในกรณีที่ค่าของตัวเลขมีค่ามากกว่า 1 นั้นในระบบเลขฐานสองเราจะทำการตั้งคูณเลขฐานสองซึ่งเราจะเห็นได้ว่าในการตั้งคูณนั้นต้องมีการคูณย่อยซึ่งมีค่าเป็นไปได้ของคำตอบที่เกิดจากกรณีของตัวตั้งและตัวคูณ 4 กรณีคือ (1) 0 กับ 0 , (2) 0 กับ 1 , (3) 1 กับ 0 และ (4) 1 กับ 1 ซึ่งจะถูกแทนด้วยปฏิบัติการ AND และการบวกย่อยซึ่งมีค่าเป็นไปได้ของคำตอบที่เกิดจากกรณีของตัวตั้งและตัวบวก 4 กรณีเช่นเดียวกับการคูณซึ่งจะถูกแทนด้วยปฏิบัติการ XOR และจากการบวกย่อยนั้นอาจจะเกิดตัวทดขึ้นซึ่งมีค่าเป็นไปได้ของตัวทดที่เกิดจากกรณีของตัวตั้งของการบวกและตัวบวก 4 กรณีเช่นเดียวกับการบวก ตัวอย่างของการตั้งคูณแสดงในรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 : แสดงตัวอย่างของการตั้งคูณ

ในตัวอย่างแสดงให้เห็นว่าในการตั้งคูณนั้นในแต่ละบิตของตัวตั้งและตัวคูณจะถูกนำมาคูณย่อยและนำมาตั้งบวกย่อยจนได้คำตอบ

โดยปรกติแล้วเมื่อเรานำหน้ากาก 3 x 3 คูณภาพไปยังภาพ เราสามารถทำการคูณได้เพียง 9 จุดความเข้มของสีบนภาพเท่านั้นซึ่งจะรวมเป็นผลลัพธ์ได้เพียง 1 จุดคือรวมค่าทั้งหมดไว้ที่จุดที่ตรงกับจุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ที่นำมาทาบเท่านั้น



รูปที่ 3.9 : แสดงตัวอย่างการนำหน้ากาก 3 x 3 ไปทาบบนรูปภาพ

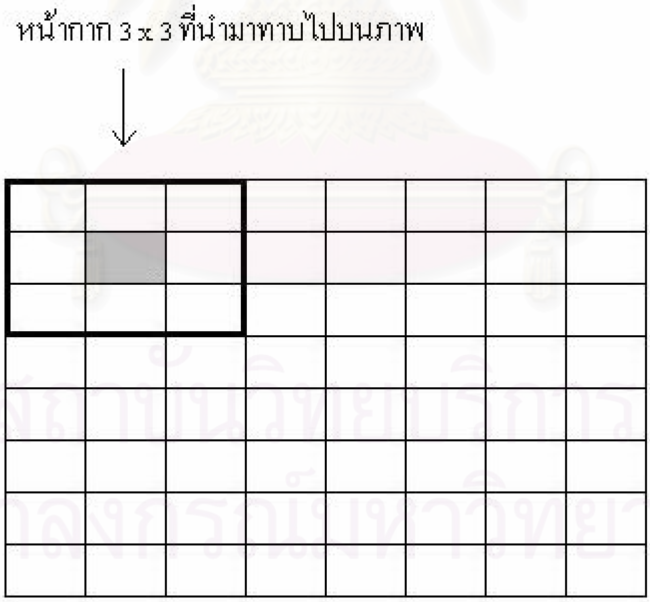
จากรูปที่ 3.9 เราจะเห็นว่าเมื่อเราคูณภาพกับหน้ากาก 3 x 3 ย่อยเราจะได้จุดผลลัพธ์เป็นคำตอบเพียง 1 จุดคือจุดที่ตรงกับจุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ในที่นี้เป็นจุดสีเทาในภาพตัวอย่าง

ถ้าเราต้องการคูณหน้ากากไปบนภาพทุกจุดทีละจุดต้องเสียเวลานานมาก ดังนั้นเราจึงนำหน้ากาก

3 x 3 ที่เหมือนกันมาเรียงต่อกันให้ได้หน้ากากใหญ่ เพื่อให้การคูณภาพกับหน้ากากใหญ่ได้จุดผลลัพธ์พร้อมกันทีละหลายจุด โดยวิธีการนำหน้ากาก 3 x 3 ที่เหมือนกันมาเรียงต่อกัน หน้ากากหน้าที่เราจะนำไปทาบในลำดับแรกเราสมมุติให้หน้ากาก 3 x 3 มีตัวแปรในแต่ละช่องคือ a_{ij} ซึ่งเราให้ i แทนด้วยแนวนอนของภาพและ j แทนแนวตั้งของภาพเมื่อหน้ากาก 3 x 3 ถูกทาบไปบนภาพโดยรวมกันเป็นหน้ากากใหญ่ค่าผลลัพธ์ที่รวมผลคูณของแต่ละจุดจะรวมอยู่ที่จุดของภาพที่ตรงกับจุด a_{22} ของทุกหน้ากาก 3 x 3 ย่อยเราแสดงหน้ากาก 3 x 3 ย่อยนี้ในรูปที่ 3.10 โดยเริ่มแรกเราจะสร้างหน้ากาก 3 x 3 ที่มีค่าเหมือนกันแล้ววางทาบไปบนภาพที่เราต้องการคำนวณดังรูปที่ 3.11

a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{21}	a_{22}	a_{23}
a_{31}	a_{32}	a_{33}

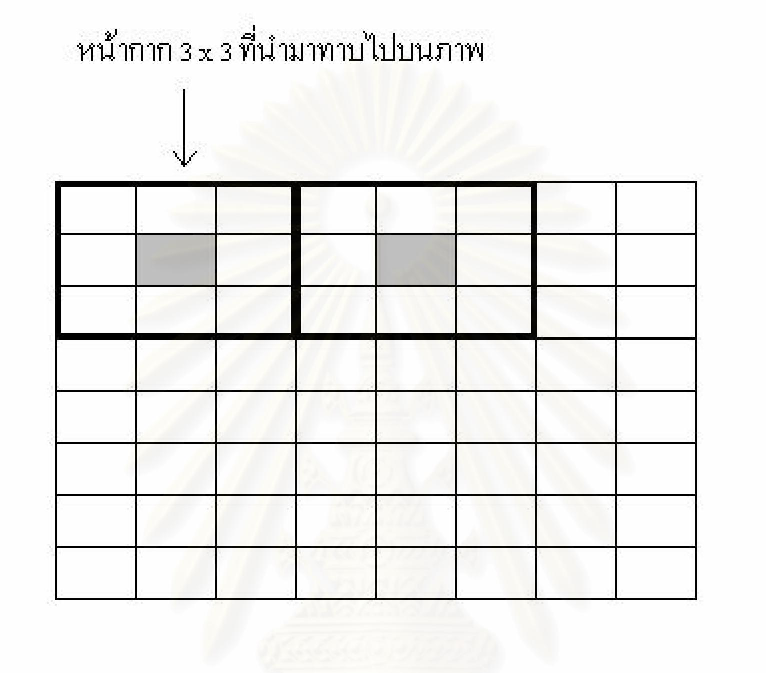
รูปที่ 3.10 หน้ากาก 3 x 3 ที่เราจะนำมาสร้างเป็นหน้ากากใหญ่



รูปที่ 3.11: แสดงตัวอย่างการนำหน้ากาก 3 x 3 ไปทาบรูปภาพครั้งแรกเพื่อจะสร้างหน้ากากใหญ่

จากรูปที่ 3.11 เราจะเห็นว่าเมื่อเรานำหน้ากาก 3 x 3 ไปทาบกับรูปภาพเราสามารถใช้หน้ากากคำนวณค่าโดยการคูณค่าจุดที่หน้ากาก 3 x 3 ทาบอยู่ แล้วรวมที่จุดสีเทาดังในตัวอย่างของรูปที่ 3.11 ซึ่งเป็นจุดที่ตรงกับจุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ซึ่งเป็นจุดผลลัพธ์ได้เพียง 1 จุด

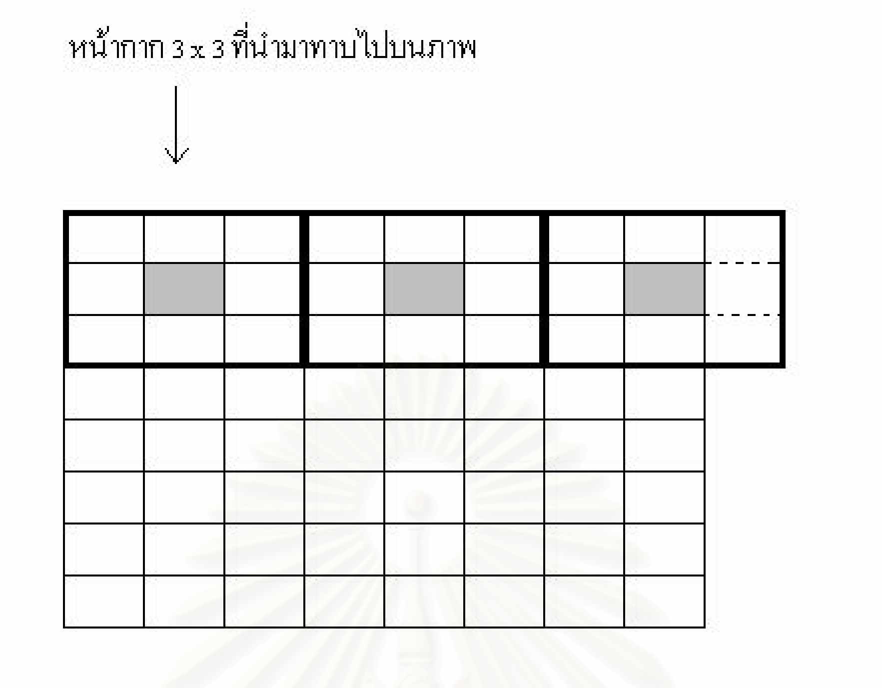
จากนั้นเราทำสำเนาหน้ากาก 3 x 3 เดิมแล้วนำหน้ากาก 3 x 3 ที่ทำสำเนาดังกล่าวไปประกบทางขวามือในแนวนอนเดียวกับกับหน้ากาก 3 x 3 ที่เราวางทาบกับภาพไว้ก่อน



รูปที่ 3.12: แสดงตัวอย่างการนำหน้ากาก 3 x 3 ไปประกบในแนวนอนเดียวกับหน้ากาก 3 x 3 ที่ทาบกับรูปภาพอยู่เพื่อจะสร้างหน้ากากใหญ่

จากรูปที่ 3.12 หลังจากเราประกบหน้ากาก 3 x 3 ที่ทำสำเนาขึ้นมาใหม่ในแนวนอนเดียวกับหน้ากาก 3 x 3 ที่วางทาบไว้กับรูปภาพแล้วเราสามารถคำนวณจุดผลลัพธ์ได้เพิ่มอีก 1 จุด

จากนั้นเราจะวนทำสำเนาหน้ากาก 3 x 3 แล้วนำไปประกบทางขวาในแนวเดียวกับของหน้ากาก 3 x 3 ที่วางทาบไว้กับรูปภาพ จนกระทั่งขอบทางขวาของหน้ากาก 3 x 3 ที่เรานำไปประกบกับหน้ากาก 3 x 3 ที่วางทาบกับภาพในแนวนอนเดียวกันนั้นเสมอกับขอบภาพหรือเกินกับขอบภาพที่หน้ากากใหญ่ทาบอยู่

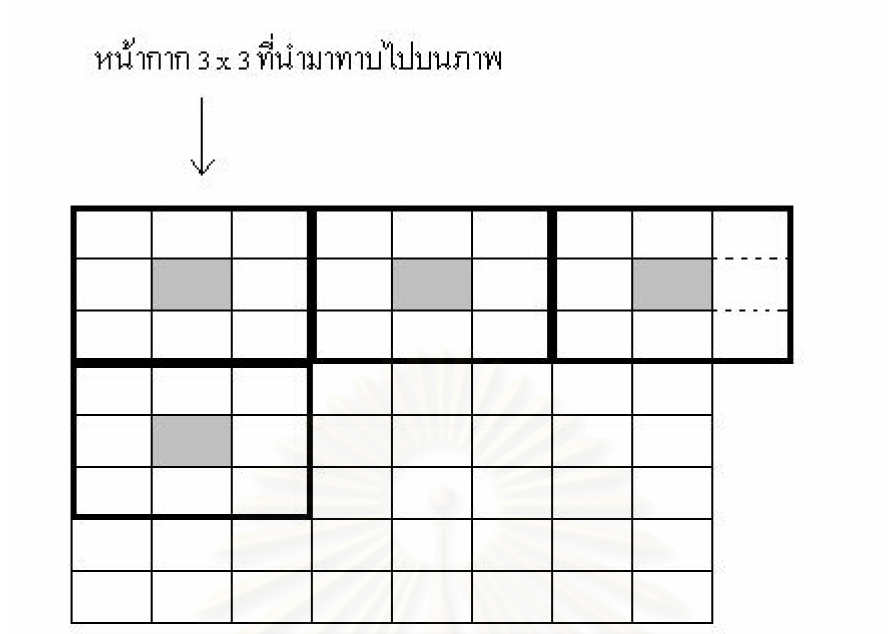


รูปที่ 3.13: แสดงตัวอย่างการนำหน้ากาก 3 x 3 ไปประกบในแนวนอนเดียวกับหน้ากาก 3 x 3 ที่ทาบกับรูปภาพอยู่เพื่อจะสร้างหน้ากากใหญ่

จากรูปที่ 3.13 หน้ากาก 3 x 3 ที่เราทำสำเนาจากหน้ากาก 3 x 3 เดิมแล้วประกบไปทางขวาในแนวนอนเดียวกับหน้ากาก 3 x 3 ที่วางทาบกับรูปภาพนั้นมีแนวตั้งที่เกินทางขอบขวาของภาพออกมา 1 แนวตั้ง ซึ่งใน

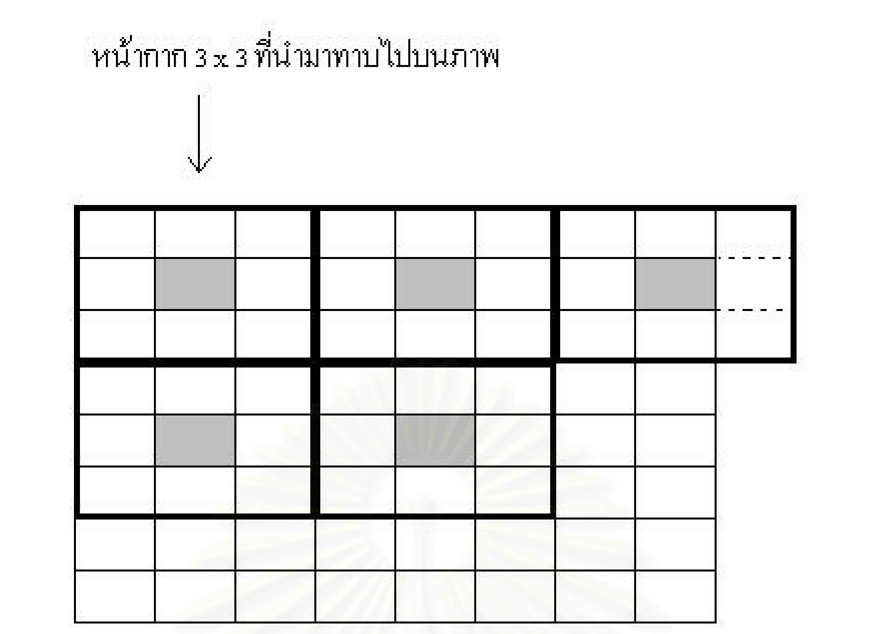
รูปที่ 3.13 เป็นเส้นประเราจะทำการตัดแนวตั้งดังกล่าวออกเนื่องจากในแนวตั้งดังกล่าวไม่ตรงกับรูปภาพซึ่งในกรณีนี้จะทำการคูณค่าในแถวนั้น กับค่า 0 ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นค่า 0 เสมอ และในกรณีนี้แนวตั้งนี้หน้ากากใหญ่มีขนาดใหญ่เกินภาพโดยเราไม่ได้ใช้ประโยชน์จากแนวตั้งของกน้ากาก 3 x 3 ที่เกินจากขอบทางขวาของภาพดังกล่าวทำให้เปลืองเวลาในการคำนวณ ดังนั้นเราจึงตัดแนวตั้งของกน้ากาก 3 x 3 ที่เกินจากขอบทางขวาของภาพดังกล่าวออกจากหน้ากากใหญ่

เช่นเดียวกันเราพิจาณาเห็นว่าเราไม่สามารถจะทำสำเนาหน้ากาก 3 x 3 แล้วประกบไปทางขวาในแนวนอนเดียวกับหน้ากาก 3 x 3 ที่วางทาบกับรูปภาพอยู่เพิ่มเข้าไปอีกเนื่องจากถ้าเรานำหน้ากาก 3 x 3 ประกบไปทางขวาในแนวนอนเดียวกับหน้ากาก 3 x 3 ที่วางทาบกับรูปภาพอยู่จุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 หน้ากาก 3 x 3 จะไม่ทาบอยู่ในบริเวณของรูปภาพ ดังนั้นต่อมาเราจะทำสำเนาหน้ากาก 3 x 3 เดิมแล้วนำไปประกบในแนวนอนถัดลงมาจากแนวนอนของหน้ากาก 3 x 3 เดิมที่ทาบกับรูปอยู่ โดยทาบไปทางซ้ายสุดของภาพในแนวนอนดังกล่าว แสดงตัวอย่างในรูปที่ 3.14



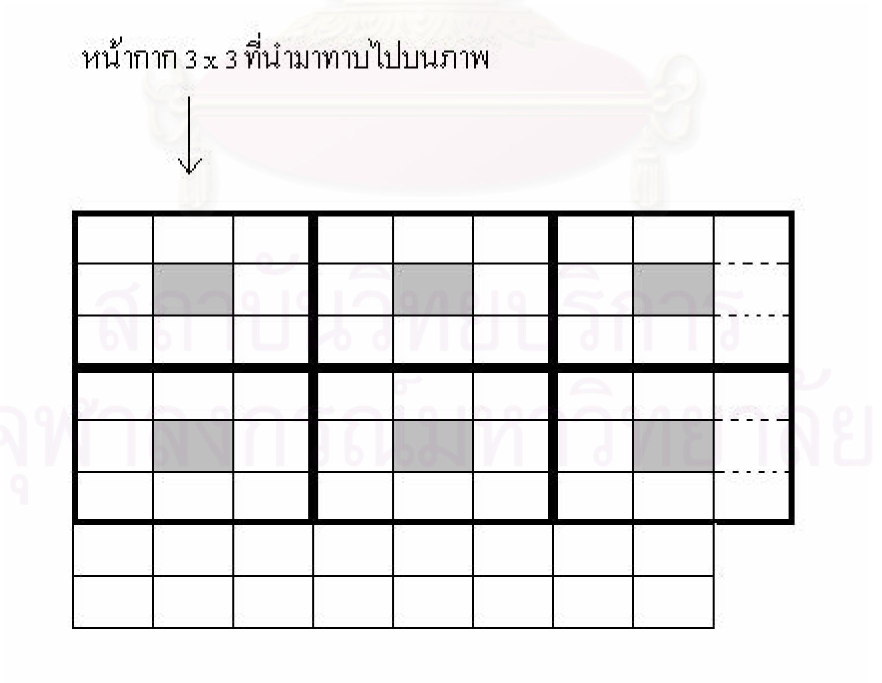
รูปที่ 3.14: แสดงตัวอย่างการนำหน้ากาก 3 x 3 ไปประกบในแนวนอนถัดมากับแนวนอนเดิมของหน้ากาก 3 x 3 ที่ทาบกับรูปภาพอยู่เพื่อจะสร้างหน้ากากใหญ่

จากนั้นเราจะวนทำสำเนาหน้ากาก 3 x 3 ไปประกบในแนวนอนเดียวกับหน้ากาก 3 x 3 ที่อยู่แนวนอนถัดมาซึ่งสามารถประกบไปทางขวามือของหน้ากาก 3 x 3 ในแนวนอนเดียวกันจนกระทั่งขอบทางขวาของหน้ากาก 3 x 3 ที่เรานำไปประกบกับหน้ากาก 3 x 3 ที่วางทาบกับภาพในแนวนอนเดียวกันนั้นเสมอกับขอบภาพหรือเกินกับขอบภาพที่หน้ากากใหญ่ทาบอยู่ ดังแสดงในรูปที่ 3.15 และ รูปที่ 3.16



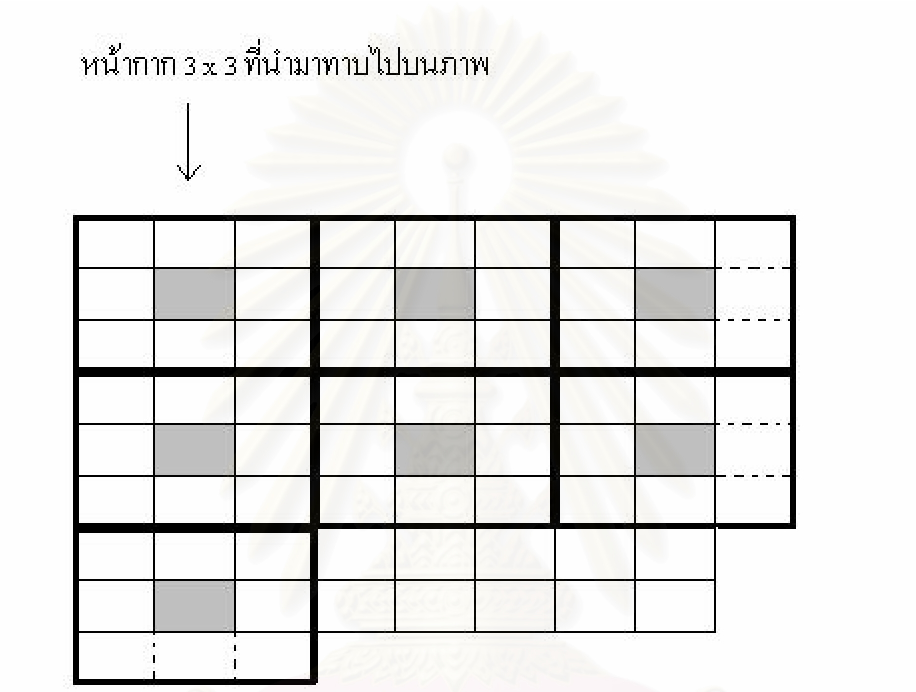
รูปที่ 3.15: แสดงตัวอย่างการนำหน้ากาก 3 x 3 ไปประกบในแนวนอนเดียวกันกับแนวนอนเดิมของหน้ากาก 3 x 3 ที่ทาบกับรูปภาพอยู่เพื่อจะสร้างหน้ากากใหญ่

ในรูปที่ 3.15 เราสามารถทำสำเนาหน้ากาก 3 x 3 เพื่อนำไปประกบในแนวเดียวกับหน้ากาก 3 x 3 ที่วางทาบกับรูปภาพได้อีก



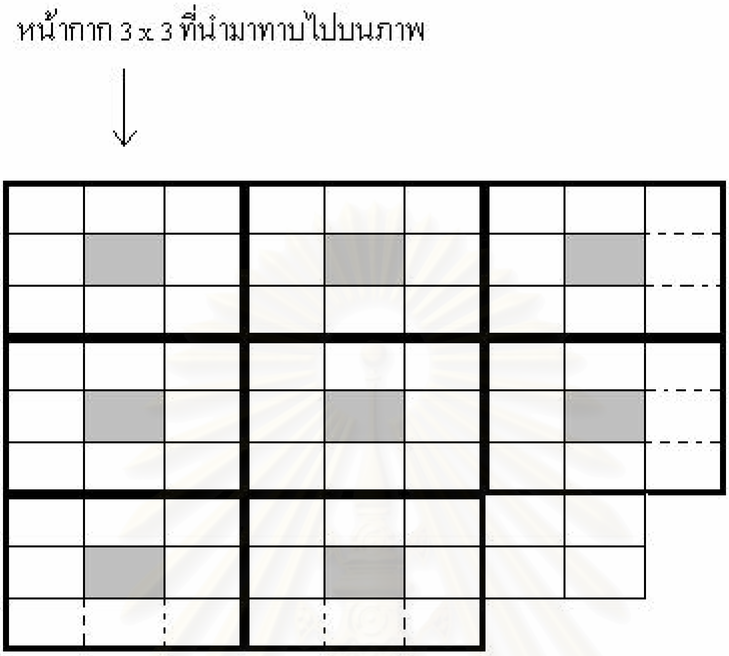
รูปที่ 3.16: แสดงตัวอย่างการนำหน้ากาก 3 x 3 ไปประกบในแนวนอนเดียวกันกับแนวนอนเดิมของหน้ากาก 3 x 3 ที่ทาบกับรูปภาพอยู่เพื่อจะสร้างหน้ากากใหญ่

จากรูปที่ 3.16 เมื่อหน้ากาก 3 x 3 ที่เราทำสำเนาไปประกบในแนวเดียวกันหน้ากาก 3 x 3 ที่วางทาบกับรูปภาพไว้จนกระทั่งขอบทางขวาของหน้ากาก 3 x 3 ที่เรานำไปประกบกับหน้ากาก 3 x 3 ที่วางทาบกับภาพในแนวนอนเดียวกันนั้นเสมอกับขอบภาพหรือเกินกับขอบภาพที่หน้ากากใหญ่ทาบอยู่แล้วเราไม่สามารถประกบหน้ากาก 3 x 3 เพิ่มเข้าไปกันหน้ากาก 3 x 3 ที่วางทาบในแนวนอนกับรูปภาพดังกล่าวได้อีก ดังนั้นเราจึงทำสำเนาหน้ากาก 3 x 3 แล้วนำไปประกบกับภาพในแนวนอนถัดมา และ แนวตั้งของหน้ากาก 3 x 3 ที่เกินขอบขวาของรูปภาพซึ่งในรูปที 3.16 เราแสดงเป็นเส้นปะ เราจะไม่นำมารวมกับหน้ากากใหญ่



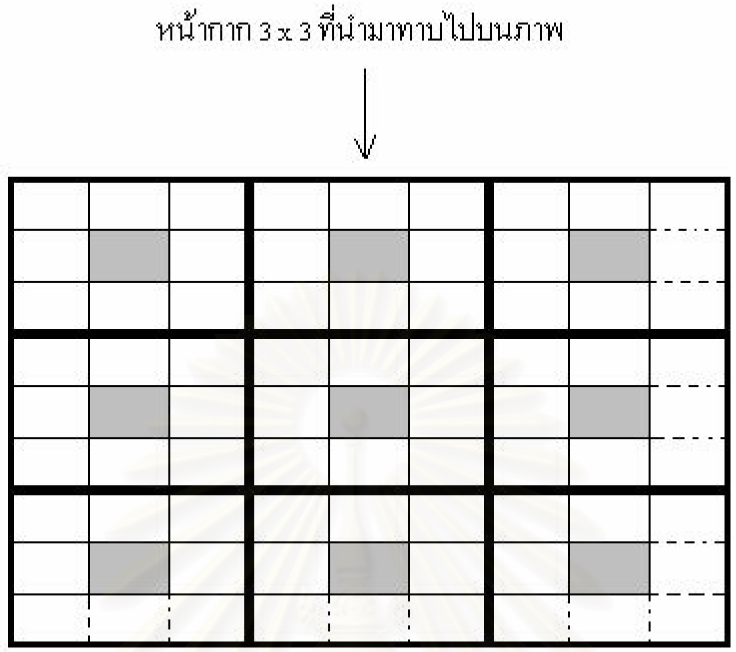
รูปที่ 3.17: แสดงตัวอย่างการนำหน้ากาก 3 x 3 ไปประกบในแนวนอนถัดมากับแนวนอนเดิมของหน้ากาก 3 x 3 ที่ทาบกับรูปภาพอยู่เพื่อจะสร้างหน้ากากใหญ่

จากรูปที่ 3.17 เราทำสำเนาหน้ากาก 3 x 3 แล้วนำไปประกบกับหน้ากาก 3 x 3 วางทาบกับภาพอยู่แต่เนื่องจากในแนวนอนเดิมนั้นเราไม่สามารถเพิ่มหน้ากาก 3 x 3 เข้าไปได้อีกเราจึงประกบหน้าหน้ากาก 3 x 3 เข้ากับหน้ากาก 3 x 3 ที่วางทาบกับภาพอยู่ในแถวถัดมาและหน้ากาก 3 x 3 ใหม่ที่นำมาประกบกับหน้ากาก 3 x 3 ที่วางทาบไว้กับรูปภาพนี้มีแนวนอนซึ่งเมื่อทาบกับรูปแล้วเกินจากขอบล่างของรูป ซึ่งเราแสดงแนวนอนดังกล่าวเป็นเส้นประในรูปที่ 3.17 แนวนอนดังกล่าวนี้จะคูณกับค่า 0 ซึ่งเราจะไม่นำแนวนอนดังกล่าวนี้มารวมในหน้ากากใหญ่เพราะจะไม่เกิดผลใดๆกับค่าผลรวมของจุดผลลัพธ์



รูปที่ 3.18: แสดงตัวอย่างการนำหน้ากาก 3 x 3 ไปประกบในแนวนอนเดียวกันกับแนวนอนเดิม ของหน้ากาก 3 x 3 ที่ทาบกับรูปภาพอยู่เพื่อจะสร้างหน้ากากใหญ่

จากรูปที่ 3.18 เราทำสำเนาหน้ากาก 3 x 3 แล้วนำไปประกบในแนวเดียวกับหน้ากาก 3 x 3 ที่วางเรียงอยู่ในแนวนอนเดียวกัน แต่เราจะไม่รวมแนวนอนที่เกินขอบล่างของภาพเข้ากับหน้ากากใหญ่

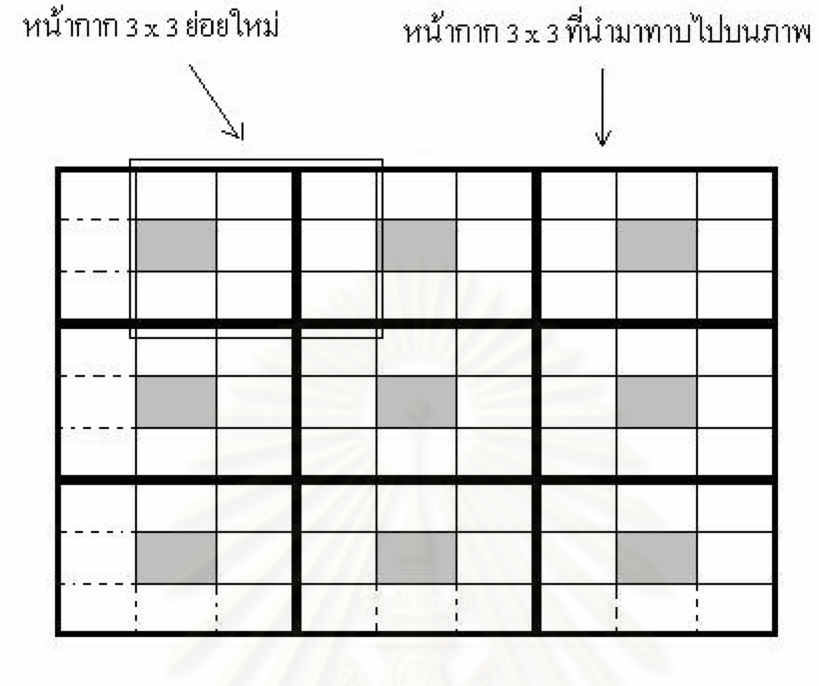


รูปที่ 3.19: แสดงตัวอย่างการนำหน้ากาก 3 x 3 ไปประกบในแนวนอนเดียวกันกับแนวนอนเดิมของหน้ากาก 3 x 3 ที่ทาบกับรูปภาพอยู่เพื่อจะสร้างหน้ากากใหญ่

จากรูปที่ 3.19 เราทำสำเนาหน้ากาก 3 x 3 แล้วนำไปประกบในแนวนอนเดียวกับ หน้ากาก 3 x 3 ที่ทาบกับรูปภาพอยู่ซึ่งเป็นหน้ากาก 3 x 3สุดท้ายที่เรานำไปประกบในรูปที่ 3.19 เราจะเห็นแนวนอนและแนวตั้งที่เป็นเส้นปะของหน้ากากสุดท้ายที่เรานำไปประกบ ซึ่งเราจะนำเฉพาะส่วนของหน้ากากใหญ่ที่ทาบกับรูปโดยไม่ล้ำเส้นขอบมาเท่านั้นเราจะไม่นำหน้าแนวนอนและแนวตั้งที่ล้ำเส้นขอบมา

เราจะเห็นว่าในรูปที่ 3.19 จุดสีเทาค่าจุดที่จุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ตรงกับรูปภาพเป็นจุดที่นำผลคูณมารวมเป็นผลลัพธ์ซึ่งในจุดของรูปที่ตรงกับจุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ซึ่งเราจะเห็นว่าจุดที่ตรงกับจุดอื่นที่ไม่ใช่จุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ยังไม่ได้ทำการหาผลลัพธ์ออกมา

สมมุติว่าเราต้องการหาผลลัพธ์เพิ่มจากจุดผลลัพธ์ที่ได้จากรูปที่ 3.19 โดยเราต้องการหาผลลัพธ์จากการคูณภาพของหน้ากากใหญ่กับรูปภาพโดยให้จุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ขยับไปทางซ้ายของจุดผลลัพธ์ทั้งหมดของรูปที่ 3.19 ซึ่งผลลัพธ์ที่เราต้องการจะเป็นในรูปที่ 3.20



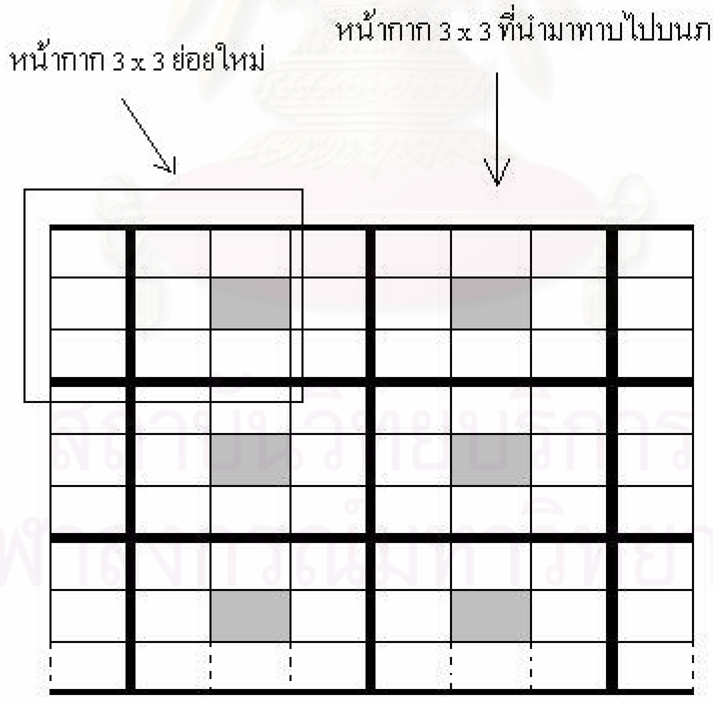
รูปที่ 3.20: แสดงการคูณภาพของหน้ากากใหญ่กับรูปภาพโดยให้จุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ขยับไปทางซ้ายของจุดผลลัพธ์ทั้งหมดจากรูปที่ 3.19

จากรูปที่ 3.20 จะเห็นว่าเราขยับจุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ไปทางซ้ายของจุดผลลัพธ์ แต่เราจะเห็นว่าหน้ากากใหญ่ที่ทาบอยู่กับรูปภาพทางด้ายซ้ายของขอบภาพจะมีแนวตั้งของหน้ากาก 3 x 3 ย่อยล้ำออกมาจากขอบภาพและแนวนอนที่ล้ำขอบภาพทางด้านล่างของภาพซึ่งเราจะไม่นำแถวดังกล่าวมารวมเพราะฉะนั้นหน้ากาก 3 x 3 ย่อยที่จะนำมาต่อให้เป็นหน้ากากใหญ่ โดยเราจะสร้างหน้ากาก 3 x 3 ย่อยขึ้นมาใหม่ก่อนที่จะนำมาต่อเป็นหน้ากากใหญ่ โดยเราจะตัดแนวตั้งทางด้านซ้ายของหน้ากาก 3 x 3 ย่อยออกและเรานำแถวตั้งนั้นทางด้ายมาต่อทางขวามือแทนเนื่องจากในรูปที่ 3.20 เราตัดแนวตั้งทางด้านซ้ายของหน้ากาก 3 x 3 ย่อยออกซึ่งเราจะเหลือหน้ากาก 3 x 3 เพียงสองแนวตั้งเราจึงนับรวมเอาแนวตั้งทางด้านซ้ายของหน้ากาก 3 x 3 ย่อยถัดไปมารวมไว้เพื่อง่ายต่อการสร้างหน้ากากใหญ่ ซึ่งเราจะต้องขยับจุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ย่อยไปยังตำแหน่งต่างๆเพื่อที่เราจะได้คูณภาพให้ครบทุกจุดภาพของรูปภาพ ค่าตัวแปรในหน้ากาก 3 x 3 ย่อยจะขยับเป็นหน้ากาก 3 x 3 ตามรูปที่ 3.21

a_{12}	a_{13}	a_{11}
a_{22}	a_{23}	a_{21}
a_{32}	a_{33}	a_{31}

รูปที่ 3.21: หน้ากาก 3 x 3 ย่อยที่เกิดจากการขยับจุด a_{22} ไปทางซ้ายจากหน้ากาก 3 x 3 แรกในรูปที่ 3.10

จากนั้นเราจะขยับจุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.19 ไปทางขวาได้ผลลัพธ์ของการคูณภาพนี้ดังรูปที่ 3.22 ซึ่งจะได้หน้ากาก 3 x 3 ใหม่ที่เราจำนำมาสร้างเป็นหน้ากากใหญ่เราจะเห็นว่ามีแนวตั้งขวาสุดของหน้ากาก 3 x 3 ก่อนหน้ามาอยู่ที่แนวตั้งแรกของหน้ากาก 3 x 3 ใหม่ของเราซึ่งเราจะแนวตั้งแรกของหน้ากาก 3 x 3 เดิมตามรูปที่ 3.10 มาต่อเป็นแนวตั้งที่สองและแนวตั้งที่สองของหน้ากาก 3 x 3 มาต่อเป็นแนวตั้งที่สามดังรูปที่ 3.23

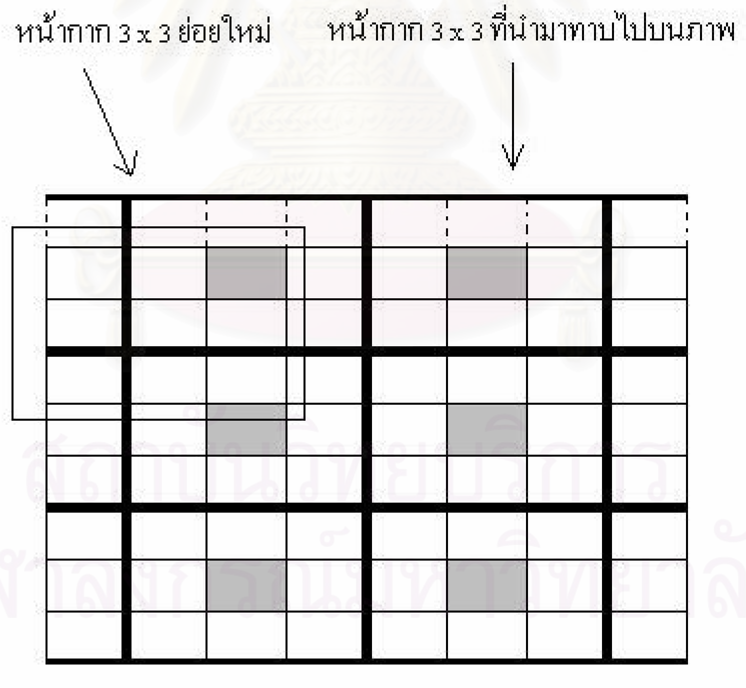


รูปที่ 3.22 แสดงการคูณภาพของหน้ากากใหญ่กับรูปภาพโดยให้จุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ขยับไปทางขวาของจุดผลลัพธ์ทั้งหมดจากรูปที่ 3.19

a_{13}	a_{11}	a_{12}
a_{23}	a_{21}	a_{22}
a_{33}	a_{31}	a_{32}

รูปที่ 3.23: หน้ากาก 3 x 3 ย่อยที่เกิดจากการขยับจุด a_{22} ไปทางขวาจากหน้ากาก 3 x 3 แรกในรูปที่ 3.10

จากนั้นเราจะขยับจุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.22 ไปทางขึ้นข้างบนได้ผลลัพธ์ของการคูณภาพนี้ดังรูปที่ 3.24 ซึ่งจะได้หน้ากาก 3 x 3 ใหม่เราจะโดยเราจะตัดแนวนอนแรกของหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.23 ออกแล้วขยับแนวนอนที่ 2 มายังแนวนอนที่ 1 และขยับแนวนอนที่ 3 มายังแนวนอนที่ 2 จากนั้นนำแนวนอนที่ 1 ที่ตัดออกมาเป็นแนวนอนที่ 3 ได้เป็นหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.25

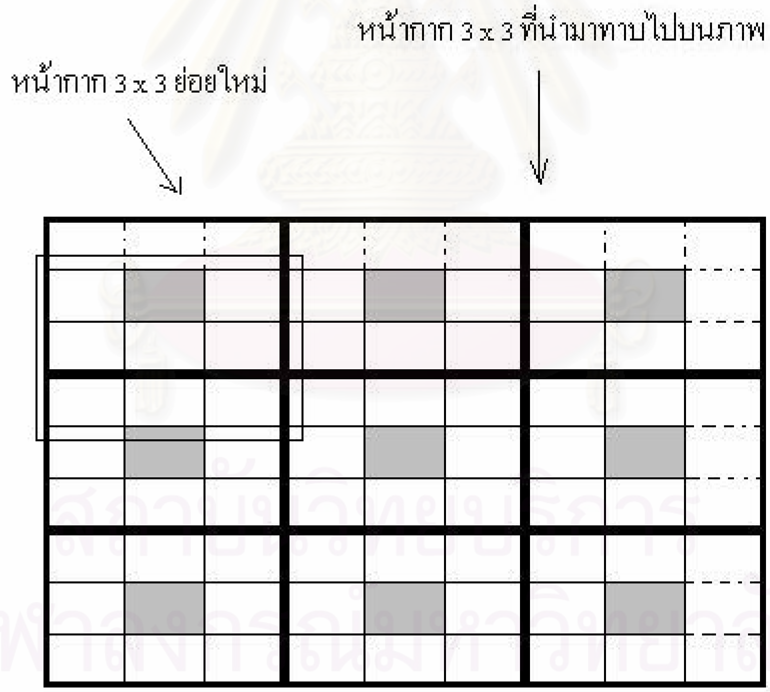


รูปที่ 3.24: แสดงการคูณภาพของหน้ากากใหญ่กับรูปภาพโดยให้จุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ขยับไปทางด้านบนของจุดผลลัพธ์ทั้งหมดจากรูปที่ 3.22

a_{23}	a_{21}	a_{22}
a_{33}	a_{31}	a_{32}
a_{13}	a_{11}	a_{12}

รูปที่ 3.25: หน้ากาก 3 x 3 ย่อยที่เกิดจากการขยับจุด a_{22} ไปทางด้านบนจากหน้ากาก 3 x 3 แรกในรูปที่ 3.23

จากนั้นเราจะขยับจุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.19 ไปทางขึ้นข้างบนได้ผลลัพธ์ของการคูณภาพนี้ดังรูปที่ 3.26 ซึ่งจะได้หน้ากาก 3 x 3 ใหม่เราจะโดยเราจะตัดแนวนอนแรกของหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.10 ออกแล้วขยับแนวนอนที่ 2 มายังแนวนอนที่ 1 และขยับแนวนอนที่ 3 มายังแนวนอนที่ 2 จากนั้นนำแนวนอนที่ 1 ที่ตัดออกมาเป็นแนวนอนที่ 3 ได้เป็นหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.27

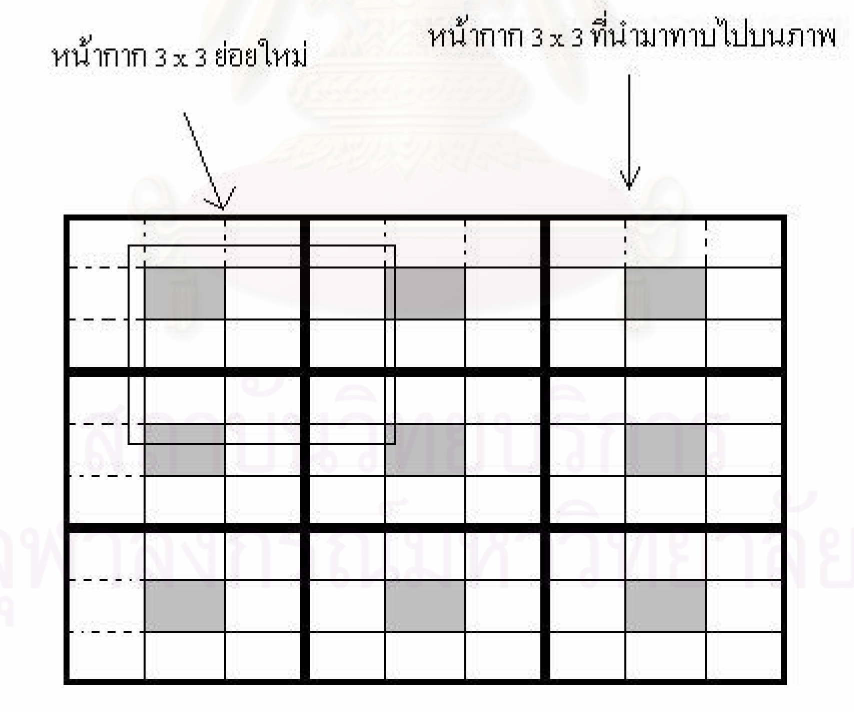


รูปที่ 3.26: แสดงการคูณภาพของหน้ากากใหญ่กับรูปภาพโดยให้จุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ขยับไปทางด้านบนของจุดผลลัพธ์ทั้งหมดจากรูปที่ 3.19

a_{21}	a_{22}	a_{23}
a_{31}	a_{32}	a_{33}
a_{11}	a_{12}	a_{13}

รูปที่ 3.27: หน้ากาก 3 x 3 ย่อยที่เกิดจากการขยับจุด a_{22} ไปทางด้านบนจากหน้ากาก 3 x 3 แรกในรูปที่ 3.10

จากนั้นเราจะขยับจุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.20 ไปทางขึ้นข้างบนได้ผลลัพธ์ของการคูณภาพนี้ดังรูปที่ 3.28 ซึ่งจะได้หน้ากาก 3 x 3 ใหม่เราจะโดยเราจะตัดแนวนอนแรกของหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.21ออกแล้วขยับแนวนอนที่ 2 มายังแนวนอนที่ 1 และขยับแนวนอนที่ 3 มายังแนวนอนที่ 2 จากนั้นนำแนวนอนที่ 1 ที่ตัดออกมาเป็นแนวนอนที่ 3 ได้เป็นหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.29

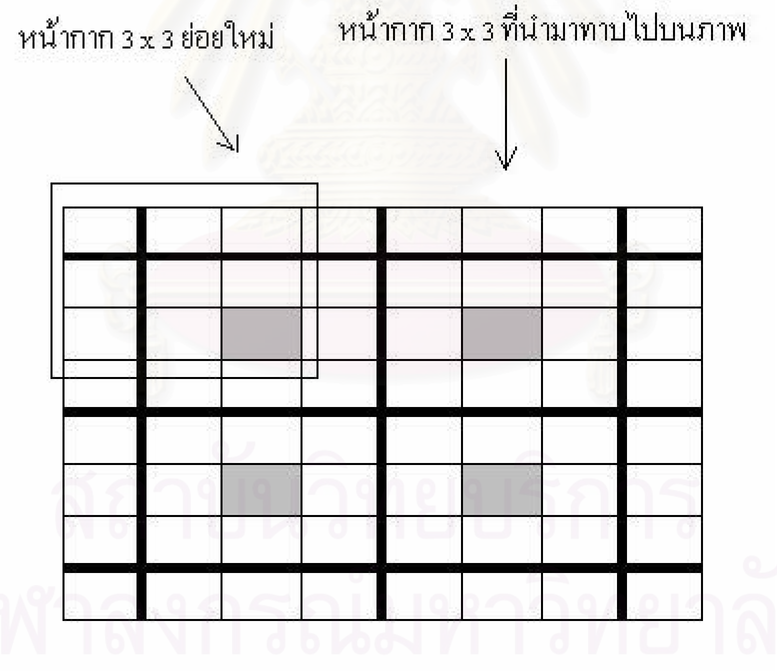


รูปที่ 3.28: แสดงการคูณภาพของหน้ากากใหญ่กับรูปภาพโดยให้จุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ขยับไปทางด้านบนของจุดผลลัพธ์ทั้งหมดจากรูปที่ 3.20

a_{22}	a_{23}	a_{21}
a_{32}	a_{33}	a_{31}
a_{12}	a_{13}	a_{11}

รูปที่ 3.29: หน้ากาก 3 x 3 ย่อยที่เกิดจากการขยับจุด a_{22} ไปทางด้านบนจากหน้ากาก 3 x 3 แรกในรูปที่ 3.21

จากนั้นเราจะขยับจุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.22 ไปทางลงข้างล่างได้ผลลัพธ์ของการคูณภาพนี้ดังรูปที่ 3.30 ซึ่งจะได้หน้ากาก 3 x 3 ใหม่เราจะโดยเราจะตัดแนวนอนที่ 3 ของหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.23 ออกแล้วขยับแนวนอนที่ 2 มายังแนวนอนที่ 3 และขยับแนวนอนที่ 1 มายังแนวนอนที่ 2 จากนั้นนำแนวนอนที่ 3 ที่ตัดออกมาเป็นแนวนอนที่ 1 ได้เป็นหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.31

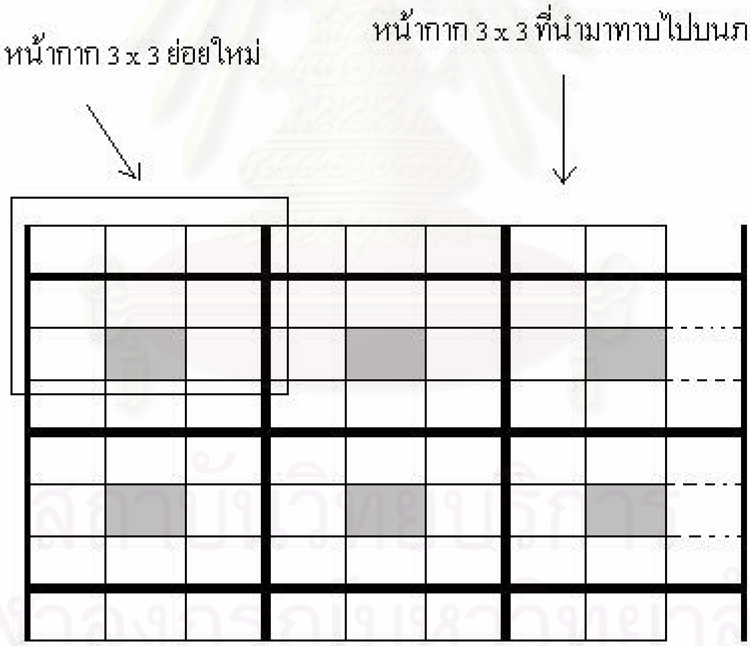


รูปที่ 3.30: แสดงการคูณภาพของหน้ากากใหญ่กับรูปภาพโดยให้จุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ขยับไปทางด้านล่างของจุดผลลัพธ์ทั้งหมดจากรูปที่ 3.22

a_{33}	a_{31}	a_{32}
a_{13}	a_{11}	a_{12}
a_{23}	a_{21}	a_{22}

รูปที่ 3.31: หน้ากาก 3 x 3 ย่อยที่เกิดจากการขยับจุด a_{22} ไปทางด้านล่างจากหน้ากาก 3 x 3 แรกในรูปที่ 3.23

จากนั้นเราจะขยับจุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.19 ไปทางลงข้างล่างได้ผลลัพธ์ของการคูณภาพนี้ดังรูปที่ 3.32 ซึ่งจะได้หน้ากาก 3 x 3 ใหม่เราจะโดยเราจะตัดแนวนอนที่ 3 ของหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.10 ออกแล้วขยับแนวนอนที่ 2 มายังแนวนอนที่ 3 และขยับแนวนอนที่ 1 มายังแนวนอนที่ 2 จากนั้นนำแนวนอนที่ 3 ที่ตัดออกมาเป็นแนวนอนที่ 1 ได้เป็นหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.33

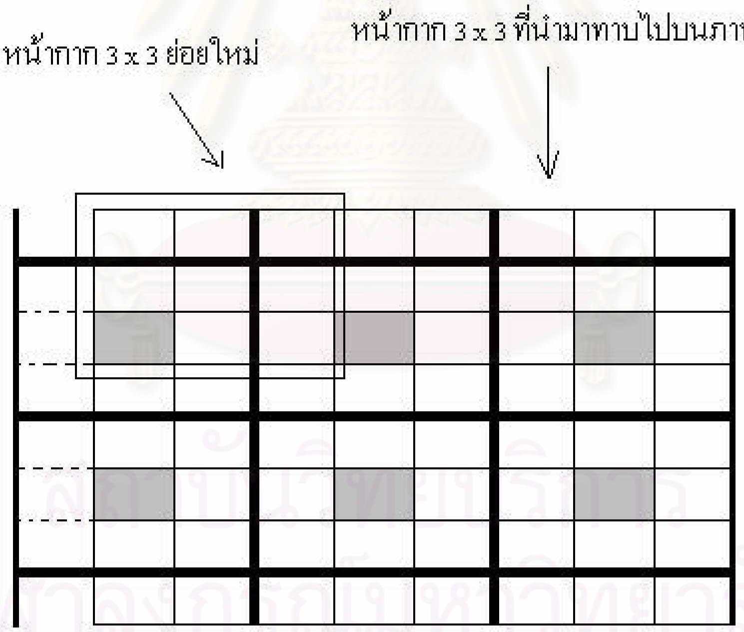


รูปที่ 3.32: แสดงการคูณภาพของหน้ากากใหญ่กับรูปภาพโดยให้จุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ขยับไปทางด้านล่างของจุดผลลัพธ์ทั้งหมดจากรูปที่ 3.19

a_{31}	a_{32}	a_{33}
a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{21}	a_{22}	a_{23}

รูปที่ 3.33: หน้ากาก 3 x 3 ย่อยที่เกิดจากการขยับจุด a_{22} ไปทางด้านล่างจากหน้ากาก 3 x 3 แรกในรูปที่ 3.10

จากนั้นเราจะขยับจุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.20 ไปทางลงข้างล่างได้ผลลัพธ์ของการคูณภาพนี้ดังรูปที่ 3.34 ซึ่งจะได้หน้ากาก 3 x 3 ใหม่เราจะโดยเราจะตัดแนวนอนที่ 3 ของหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.21 ออกแล้วขยับแนวนอนที่ 2 มายังแนวนอนที่ 3 และขยับแนวนอนที่ 1 มายังแนวนอนที่ 2 จากนั้นนำแนวนอนที่ 3 ที่ตัดออกมาเป็นแนวนอนที่ 1 ได้เป็นหน้ากาก 3 x 3 ในรูปที่ 3.35



รูปที่ 3.34: แสดงการคูณภาพของหน้ากากใหญ่กับรูปภาพโดยให้จุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ขยับไปทางด้านล่างของจุดผลลัพธ์ทั้งหมดจากรูปที่ 3.20

a_{32}	a_{33}	a_{31}
a_{12}	a_{13}	a_{11}
a_{22}	a_{23}	a_{21}

รูปที่ 3.35: หน้ากาก 3 x 3 ย่อยที่เกิดจากการขยับจุด a_{22} ไปทางด้านล่างจากหน้ากาก 3 x 3 แรกในรูปที่ 3.21

เมื่อได้หน้ากาก 3 x 3 ย่อยแล้วเราก็นำหน้ากาก 3 x 3 ย่อยนั้นไปสร้างหน้ากากให +ญ่ตามวิธีที่เรากล่าวมาแล้วเพื่อใช้ในการคูณภาพให้ครบทุกจุดภาพบนรูปภาพ เราจะแสดงตัวอย่างหน้ากากใหญ่ที่เกิดจากหน้ากาก 3 x 3 ย่อยจากรูปที่ 3.35 มาเรียงต่อกัน เป็นหน้ากากใหญ่ดังรูปที่ 3.36

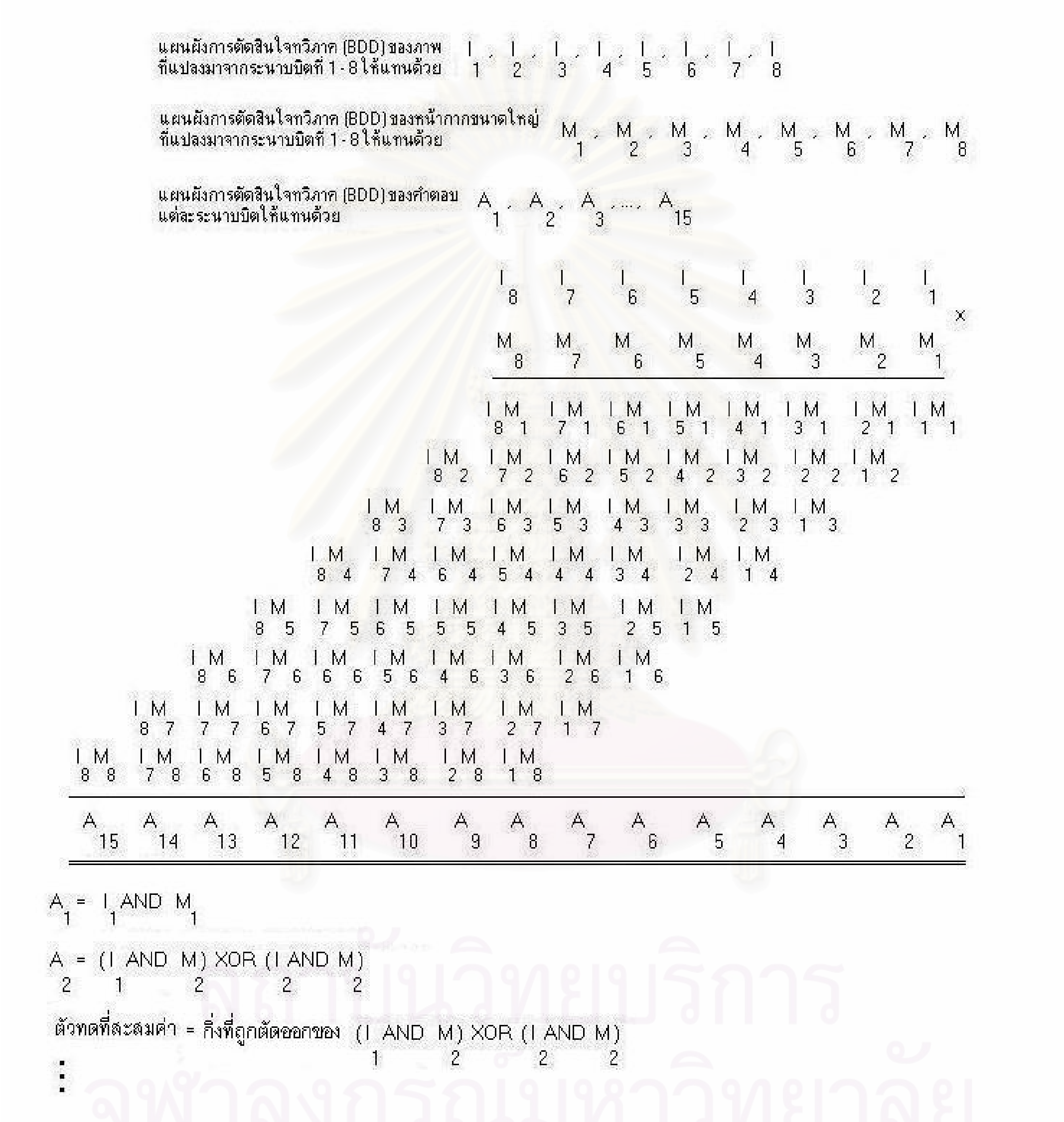
a_{32}	a_{33}	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{31}	a_{32}	a_{33}
a_{12}	a_{13}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{22}	a_{23}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{21}	a_{22}	a_{23}
a_{32}	a_{33}	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{31}	a_{32}	a_{33}
a_{12}	a_{13}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{22}	a_{23}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{21}	a_{22}	a_{23}
a_{32}	a_{33}	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{31}	a_{32}	a_{33}
a_{12}	a_{13}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{11}	a_{12}	a_{13}

รูปที่ 3.36 : หน้ากากใหญ่ที่เกิดจากการนำหน้ากาก 3 x 3 ย่อยในรูปที่ 3.35 มาเรียงต่อกัน

จากรูปที่ 3.36 เรานำหน้ากาก 3 x 3 จากรูปที่ 3.35 มาเรียงต่อกันด้วยวิธีที่กล่าวไปแล้วข้างต้น เมื่อเราทาบหน้ากากใหญ่ไปบนรูปเพื่อคูณกับรูป จุดที่ตรงกับจุดที่เป็นสีเทาในหน้ากากใหญ่คือจุด a_{22} เป็นจุดที่เราสามารถหาผลลัพธ์ได้จากการคูณกับหน้ากากใหญ่หน้ากากนี้ ซึ่งเราจะเห็นว่าจุดกลางคือ a_{22} นั้นถูกขยับมามุมล่างซ้ายของหน้ากาก 3 x 3 ย่อยเดิมที่นำมาเรียงต่อกัน

เมื่อเราได้แผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่แปลงมาจากภาพและแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่แปลงมาจากหน้ากากขนาดใหญ่ที่เราจะนำมาคูณกับภาพแล้ว เราจะทำการตั้งคูณโดยใช้ปฏิบัติการบูลีน XOR และ AND แทนการบวกและการคูณ โดยเราจะนำแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่แปลงมาจากแต่ละระนาบบิตของภาพ

มาเป็นตัวตั้งและเราจะนำแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่แปลงมาจากแต่ละระนาบบิตของหน้ากากขนาดใหญ่มาเป็นตัวคูณ โดยเราจะเรียงแต่ละลำดับของระนาบบิตตามลำดับของบิตของเลขฐานสอง โดยเราจะใช้ปฏิบัติการ XOR แทนการบวกกันและปฏิบัติการ AND แทนการคูณกันส่วนการหาค่าของตัวทดที่เกิดจากการบวกนั้นเราจะได้จากกิ่งถูกตัดออกจากเมื่อเรา XOR แผนผังการตัดสินใจทวิภาคสองต้นดังที่กล่าวมาแล้ว เราแสดงการตั้งคูณโดยใช้ปฏิบัติการ AND, XOR แทนการบวก,คูณและหาตัวทดบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคในรูปที่ 3.36



รูปที่ 3.37 : การตั้งคูณโดยใช้ปฏิบัติการ AND, XOR แทนการบวก,คูณ
และหาตัวทดบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาค

จากรูปที่ 3.37 เรากำหนดให้ตัวแปร I_1 , I_2 , I_3 , I_4 , I_5 , I_6 , I_7 , I_8 แทนแผนผังการตัดสินใจทวิภาค -(BDD)ต้นที่แปลงมาจากภาพโดยให้ I_1 แทนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่แปลงมาจากภาพในระนาบบิตที่ 1 และ I_2 , I_3 , I_4 , I_5 , I_6 , I_7 , I_8 แทนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่แปลงมาจากภาพในระนาบบิตที่ 2,3,4,5,6,7,8 ตามลำดับ นำตัวแปร I_1 , I_2 , I_3 , I_4 , I_5 , I_6 , I_7 , I_8 มาเป็นตัวตั้ง จากนั้นเรากำหนดให้ตัวแปร M_1 , M_2 , M_3 , M_4 , M_5 , M_6 , M_7 , M_8 แทนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่แปลงมาจากหน้ากากขนาดใหญ่โดยให้ M_1 แทนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่แปลงมาจากหน้ากากขนาดใหญ่ในระนาบบิตที่ 1 และ M_2 , M_3 , M_4 , M_5 , M_6 , M_7 , M_8 แทนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่แปลงมาจากหน้ากากขนาดใหญ่ในระนาบบิตที่ 2,3,4,5,6,7,8 ตามลำดับ นำตัวแปร M_1 , M_2 , M_3 , M_4 , M_5 , M_6 , M_7 , M_8 มาเป็นตัวคูณในการตั้งคูณ โดยเราจะให้ตัวแปร A_1 , A_2 , A_3 , … , A_{15} แทนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่เป็นคำตอบ A_1 แทนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่เป็นคำตอบในระนาบบิตที่ 1 และ A_2 , A_3 , A_4 , … ,A_{15} แทนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่เป็นคำตอบในระนาบบิตที่ 2 , 3 , 4 , … ,15 ตามลำดับโดยสูตรในการหาจำนวนระนาบบิตของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่เป็นคำตอบคือ

จำนวนระนาบบิตของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่เป็นคำตอบ = ((จำนวนระนาบบิตของภาพ
+ จำนวนระนาบบิต
ของหน้ากากใหญ่) – 1)

ซึ่งในที่นี้จำนวนระนาบบิตของภาพคือ 8 เพราะฉะนั้นจำนวนระนาบบิตของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่เป็นคำตอบ = (8 x 2) - 1 = 15

เราจะเริ่มการตั้งคูณโดยเราจะให้ปฏิบัติการ AND แทนการคูณ และการหาค่าตัวทด และเราจะให้ปฏิบัติการ XOR แทนการบวก เริ่มแรกเรานำ I_1 มา AND กับ M_1 , M_2 , M_3 , M_4 , M_5 , M_6 , M_7 , M_8 จะได้ I_1 M_1 , I_1 M_2 , I_1 M_3 , I_1 M_4 , I_1 M_5 , I_1 M_6 , I_1 M_7 , I_1 M_8 จากนั้นนำมาวางเรียงไปทางซ้ายไว้ที่แถวตั้งบวกด้านล่างเป็นแถวที่ 1 จากนั้นนำ I_2 มา AND กับ M_1 , M_2 , M_3 , M_4 , M_5 , M_6 , M_7 , M_8 จะได้ I_2 M_1 , I_2 M_2 , I_2 M_3 , I_2 M_4 , I_2 M_5 , I_2 M_6 , I_2 M_7 , I_2 M_8 จากนั้นนำมาวางเรียงไปทางซ้ายไว้ที่แถวตั้งบวกด้านล่างโดยเลื่อนทั้งแถวไปทางซ้าย 1 ระนาบบิตเป็นแถวที่ 2 จากนั้นนำ I_3 มา AND กับ M_1 , M_2 , M_3 , M_4 , M_5 , M_6 , M_7 , M_8 จะได้ I_3 M_1 , I_3 M_2 , I_3 M_3 , I_3 M_4 , I_3 M_5 , I_3 M_6 , I_3 M_7 , I_3 M_8 จากนั้นนำมาวางเรียงไปทางซ้ายไว้ที่แถวตั้งบวกด้านล่างโดยเลื่อนทั้งแถวไปทางซ้าย 1 ระนาบบิตเป็นแถวที่ 3 ทำไปจนกระทั่งหมดทั้ง 8 ระนาบบิตโดยเมื่อเพิ่มแถวใหม่แต่ละครั้งให้เลื่อนแถวทั้งแถวไปทางซ้าย 1 ระนาบบิต เมื่อเสร็จแล้วเราจะตั้งบวกเริ่มโดยเราจะนำแต่ละหลักมา XOR กันทีละสองค่าและเราจะได้กิ่งที่ถูกตัดออกเมื่อปฏิบัติการ XOR เสร็จสิ้นซึ่งคือกิ่งที่เป็นตัวทดถ้ามีตัวทดให้เก็บค่าไว้ จากนั้นนำค่าที่ได้จากการ XOR ครั้งก่อนมา XOR กับค่าในหลักถัดมาในแถวเดียวกันและนำค่านำกิ่งที่ถูกตัดออกเมื่อปฏิบัติการ XOR เสร็จสิ้นซึ่งคือกิ่งที่เป็นตัวทดในกรณีที่เกิดตัวทดขึ้นให้นำค่าตัวทดนั้นมา XOR กับตัวทดที่เก็บไว้เพื่อหาค่าตัวทดที่จะนำไปทดที่ระนาบบิตถัดไปและหาค่าตัวทดของระนาบบิตจากบิตถัดไปนั้นเพื่อไปทดกับระนาบบิตถัดไปอีกเลื่อยๆจดหมดตัวทด ถ้าในแถวใดมีตัวทดก็ให้เริ่ม XOR ที่ค่าตัวทดก่อน ผลที่ได้คือคำตอบของการบวกของระนาบบิตนั้นๆ

ในที่นี้ A_1 ของเราคือ I_1 M_1 จากนั้นเราหาค่า A_2 โดยนำ I_1 M_2 XOR กับ I_2 M_1 ส่วนค่าตัวทดที่ได้จากระนาบบิตนี้เราได้จากกิ่งที่ถูกตัดออกเมื่อ I_1 M_2 XOR กับ I_2 M_1 ต่อไปเราจะหาค่า A_3 โดยเราจะนำค่าตัวทดที่ได้

จาก A_2 มา XOR กับ I_3 M_1 และเราจะนำกิ่งที่ถูกตัดออกเมื่อ A_2 มา XOR กับ I_3 M_1 ถ้ามีตัวทดเราจะนำไป XOR กับตัวทดที่เก็บไว้เพื่อสะสมค่า จากนั้นเรานำผลของการ XOR ค่าตัวทดที่ได้จาก A_2 กับ I_3 M_1 มา XOR กับ I_2 M_2 และเรานำกิ่งที่ถูกตัดออก ผลของการ XOR ค่าตัวทดที่ได้จาก A_2 กับ I_3 M_1 มา XOR กับ I_2 M_2 ถ้ามีตัวทดเราจะนำไป XOR กับตัวทดที่เก็บไว้เพื่อสะสมค่า จากนั้นนำค่าที่ได้จากการ XOR ครั้งที่ล่าสุดมา XOR กับ I_1 M_3 พร้อมกับนำกิ่งที่ถูกตัดออกเมื่อ ค่าที่ได้จากการ XOR ครั้งที่แล้วกับ I_2 M_2 มา XOR กับ I_1 M_3 ถ้ามีตัวทดเราจะนำไป XOR กับตัวทดที่เก็บไว้เพื่อสะสมค่า ทำซ้ำเช่นนี้ทุกหลัก เราจะได้ค่า A ครบทั้ง 15 ค่า โดยค่าผลลัพธ์ทั้งหมดที่เป็นไปได้มากที่สุดจะไม่เกิน A_{15}

หลังจากที่คำนวณเสร็จแล้วเราจะนำค่าที่ได้รอบจุดกลางของภาพที่ตรงกับจุดกลางของหน้ากาก 3 x 3 ย่อยที่เรียงต่อกันเป็นหน้ากากใหญ่มาบวกกันโดยการบวกธรรมดาแล้วรวมไว้ที่จุดกลางดังกล่าวทุกจุด ขั้นตอนนี้เหมือนวิธีการคูณภาพแบบเดิม

การคูณภาพบนพื้นฐานของแผนภาพการตัดสินใจทวิภาคอัลกอริทึม

1 begin

2 **for** a = 1 ; a <= 9 ; a++ **do** แต่ละแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่แปลงมาจากหน้ากากใหญ่แต่ละต้น{

3 **for** j = 1 ; j <= 15 ; j++ **do** แต่ละระนาบบิตของคำตอบ(มี15 ระนาบบิต){

4 **if** j < ระนาบบิตทั้งหมดของภาพ **then**

5 **for**(x = 8-(j - 1),y = 8;x <= 8;x++,y--){

6 result_AND = I_x AND M_y;

7 **if**(x == 8-(j-1)) **then**

result_XOR = carry XOR result_ AND

else result_ XOR,carry_append = result_XOR XOR result_AND;

// เมื่อเราแทนการบวกด้วย XOR เรานำ result_XOR มา XOR กับ result_AND กิ่งที่เท่ากันโดยสมบูรณ์ของ result_XOR และ result_AND จะถูกตัดทิ้งโดยคำตอบจะรวมเอาเฉพาะกิ่งที่ไม่เท่ากันโดยสมบูรณ์จากการเปรียบเทียบแผนผังการตัดสินใจทวิภาคทั้งสองต้นนั้นมาเป็นคำตอบแล้วผลที่ได้คือ result_XOR และในขณะเดียวกันนั้นการหาตัวทด จะเกิดจากการนำ result_XOR มา AND กับ result_AND ซึ่งคำตอบจะนำมาเฉพาะกิ่งที่เท่ากันโดยสมบูรณ์เท่านั้น ซึ่งเราสังเกตจะเห็นว่า กิ่งที่ตัดทิ้งออกจาก การนำ result_XOR มา XOR กับ result_AND นั้นเป็นกิ่งที่เท่ากันโดยสมบูรณ์ของ result_XOR และ result_AND หรือก็ค่ากิ่งที่เป็นตัวทดนั่นเอง เราจึงเก็บค่าตัวทดนี้ไว้จาก กิ่งที่ถูกตัดทิ้งจาก result_XOR XOR result_AND มาเป็นตัวทดใน carry_append

8 carry = carry XOR carry_append

ตัวทดสะสมซ้ำไปจน กระทั่งไม่มีตัวทดในระนาบบิตถัดไปอีก;

}//จบคำสั่ง

}**else**{

9 **for**(x=1,y=(8-(j - 8));y>=1;x++,y--){

10 result_AND = I_x AND M_y;

11 **if**(x == 1) **then**

result_XOR = carry XOR result_AND

else result_XOR, carry_append = result_ XOR XOR result_AND;

// เมื่อเราแทนการบวกด้วย XOR เรานำ result_XOR มา XOR กับ result_AND กิ่งที่เท่ากันโดยสมบูรณ์ของ result_XOR และ result_AND จะถูกตัดทิ้งโดยคำตอบจะรวมเอาเฉพาะกิ่งที่ไม่เท่ากันโดยสมบูรณ์จากการเปรียบเทียบแผนผังการตัดสินใจทวิภาคทั้งสองต้นนั้นมาเป็นคำตอบแล้วผลที่ได้คือ result_XOR และในขณะเดียวกันนั้นการหาตัวทด จะเกิดจากการนำ result_XOR มา AND กับ result_AND ซึ่งคำตอบจะนำมาเฉพาะกิ่งที่เท่ากันโดยสมบูรณ์เท่านั้น ซึ่งเราสังเกตจะเห็นว่า กิ่งที่ตัดทิ้งออกจาก การนำ result_XOR มา XOR กับ result_AND นั้นเป็นกิ่งที่เท่ากันโดยสมบูรณ์ของ result_XOR และ result_AND หรือก็ค่ากิ่งที่เป็นตัวทดนั่นเอง เราจึงเก็บค่าตัวทดนี้ไว้จาก กิ่งที่ถูกตัดทิ้งจาก result_XOR XOR result_AND มาเป็นตัวทดใน carry_append

12 carry = carry XOR carry_append

ตัวทดสะสมซ้ำไปจน กระทั่งไม่มีตัวทดในระนาบบิตถัดไปอีก;

}//จบคำสั่ง for

}//จบคำสั่ง if

13 A_j = result_XOR ; //A คือ บิตผลลัพธ์

}//จบคำสั่ง

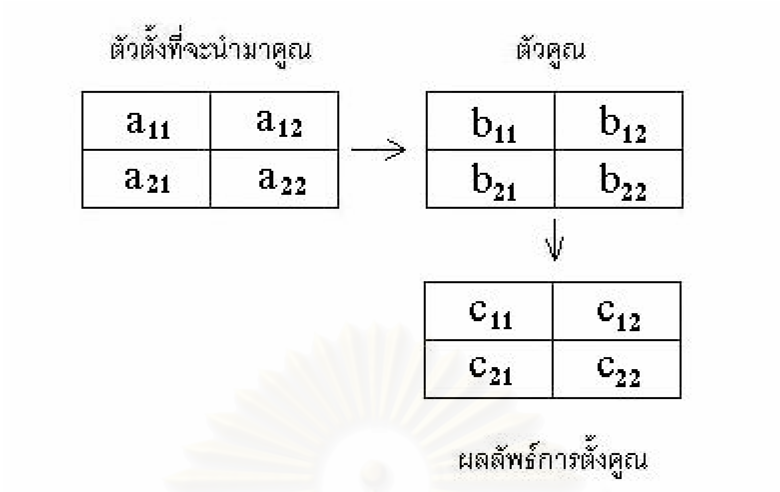
14 **if** (ตัวทดสะสม) != NULL **then** A_j = 255;

// หลังจากนั้นรวมค่าผลตั้งคูณของจุดภาพรอบจุดภาพทุกจุดที่ตรงกับจุดศูนย์กลางของหน้ากาก 3 x 3 ที่ถูกนำมาเรียงต่อกันเป็นหน้ากากใหญ่ที่นำมาทาบกับภาพด้วยการบวกกันธรรมดา;

}//จบคำสั่ง for

15 **end**

เราจะแสดงตัวอย่างการตั้งคูณบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่แปลงมาจาก เมทริกซ์ที่มีขนาด 2 x 2 โดยเราจะเปรียบเทียบผลลัพธ์ของวิธีนี้กับผลลัพธ์ของการคูณแต่ละช่องโดยคูณเข้าไปช่องต่อช่องด้วยการคูณธรรมดา การคูณแต่ละช่องโดยคูณเข้าไปช่องต่อช่องด้วยการคูณนั้นเราจะให้เมทริกซ์ตัวตั้งเราสมมุติให้เป็นเมทริกซ์ A และให้ค่าในเมทริกซ์ 2 x 2 เป็นตัวแปร a_{ij} โดยที่ i แทนแนวนอนของเมทริกซ์ j แทนแนวตั้งของเมทริกซ์ส่วนเมทริกซ์ตัวคูณที่นำมาคูณช่องต่อช่องกับเมทริกซ์ A เราสมมุติให้เป็นเมทริกซ์ B และค่าในเมทริกซ์ 2 x 2 เป็นตัวแปร b_{ij} โดยที่ i แทนแนวนอนของเมทริกซ์ j แทนแนวตั้งของเมทริกซ์ และเมทริกซ์ของผลลัพธ์ที่เกิดจากการคูณช่องต่อช่องของเมทริกซ์ทั้งสองเราสมมุติให้เป็นเมทริกซ์ C และค่าในเมทริกซ์ 2 x 2 เป็นตัวแปร c_{ij} โดยที่ i แทนแนวนอนของเมทริกซ์ j แทนแนวตั้งของเมทริกซ์



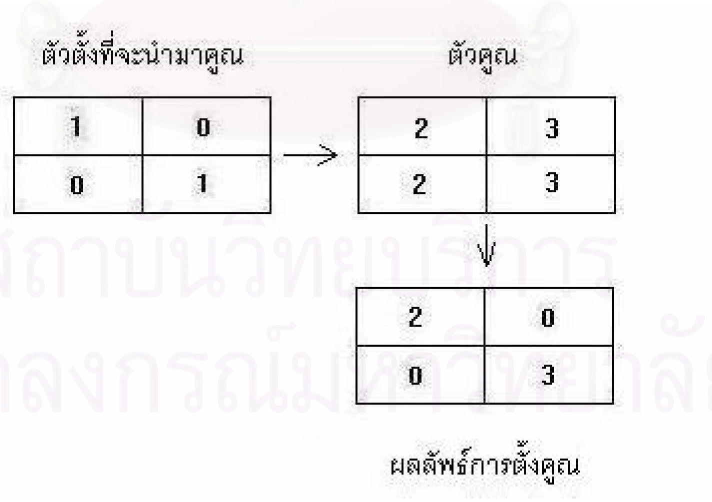
รูปที่ 3.38 : การคูณแต่ละช่องโดยคูณเข้าไปช่องต่อช่องด้วยการคูณธรรมดา

ในที่นี้เราจะแสดงค่าของตัวแปรในแต่ละช่องของผลลัพธ์ของการคูณช่องเมทริกซ์โดยทำการคูณในแนวที่ตรงกันของแนวตั้งและแนวนอนของเมทริกซ์ทั้งสอง ซึ่งในตัวแปรของเมทริกซ์ผลลัพธ์จะมีสมการคำนวณดังนี้

$c_{11} = a_{11} \times b_{11}$, $c_{12} = a_{12} \times b_{12}$

$c_{21} = a_{21} \times b_{21}$, $c_{22} = a_{22} \times b_{22}$

จากนั้นเราจะใช้ตัวเลขจริงแทนเข้าไปในตัวแปรแต่ละตัวและคำนวณหาผลคูณเพื่อที่จะนำค่าผลลัพธ์ในแต่ละช่องไปเปรียบกับการคูณช่องต่อช่องด้วยบูลีนบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาค



รูปที่ 3.39 : ตัวอย่างของการคูณแต่ละช่องโดยคูณเข้าไปช่องต่อช่องด้วยการคูณธรรมดา

ตัวอย่างในรูปที่ 3.39 เรานำเมทริกซ์ 2 x 2 สองเมทริกซ์มาคูณกัน โดยช่องต่อช่องซึ่งเราแทนค่าเข้าไปในตัวแปรในรูปที่ 3.38 แล้วคำนวณตามสูตรที่กล่าวมาแล้วจะได้ค่าของตัวแปรในแต่ละช่องของเมทริกซ์และผลลัพธ์ของการคูณกันของ 2 เมทริกซ์โดยกำหนดให้

$a_{11} = 1$, $a_{12} = 0$, $a_{21} = 0$, $a_{22} = 1$

$b_{11} = 2$, $b_{12} = 3$, $b_{21} = 2$, $b_{22} = 3$

เราหาผลลัพธ์ในเมทริกซ์ C ได้ค่าในเมทริกซ์ C โดยคำนวณจากสูตร

$c_{11} = a_{11} \times b_{11}$, $c_{12} = a_{12} \times b_{12}$

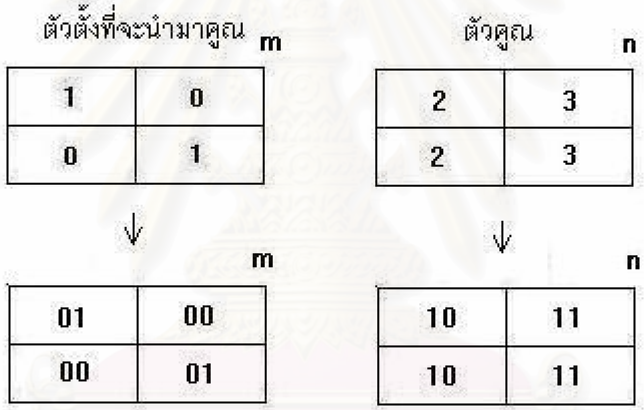
$c_{21} = a_{21} \times b_{21}$, $c_{22} = a_{22} \times b_{22}$

เมื่อเราแทนค่าตัวแปรในเมทริกซ์ A และ B ลงในสูตรแล้วจะได้ค่าผลลัพธ์ดังนี้

$c_{11} = 1 \times 2 = 2$, $c_{12} = 0 \times 3 = 0$

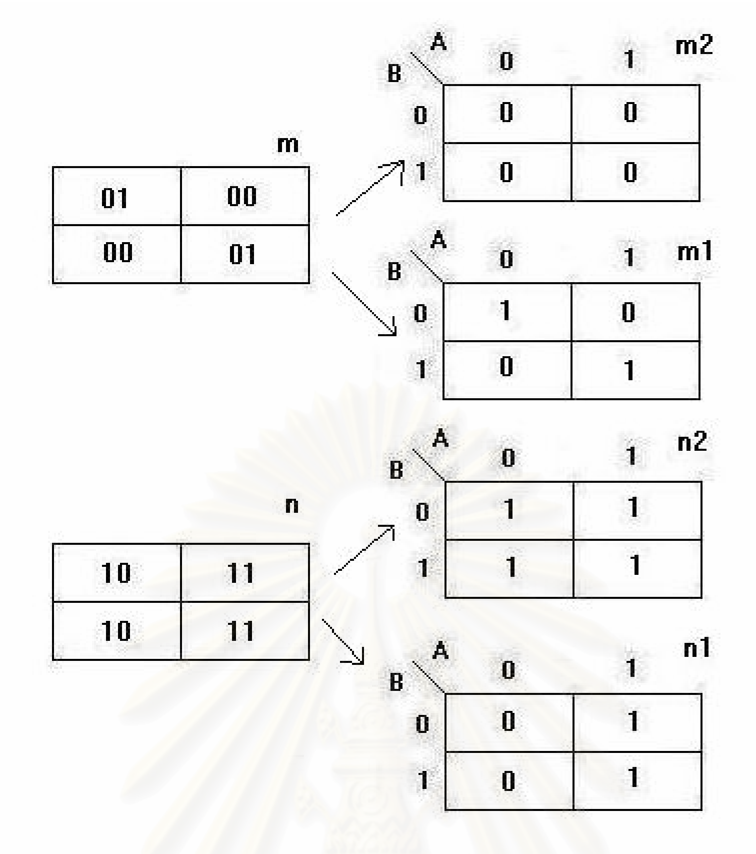
$c_{21} = 0 \times 2 = 0$, $c_{22} = 1 \times 3 = 3$

ต่อไปเราจะแสดงตัวอย่างของการการตั้งคูณโดยช่องต่อช่องบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่แปลงมาจากเมทริกซ์ที่มีขนาด 2 x 2 โดยนำค่าในเมทริกซ์ค่าเดียวกันกับตัวอย่างที่ใช้การคูณแบบธรรมดาเพื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์ของการคูณและแสดงตัวอย่างของวิธีการคูณบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาค

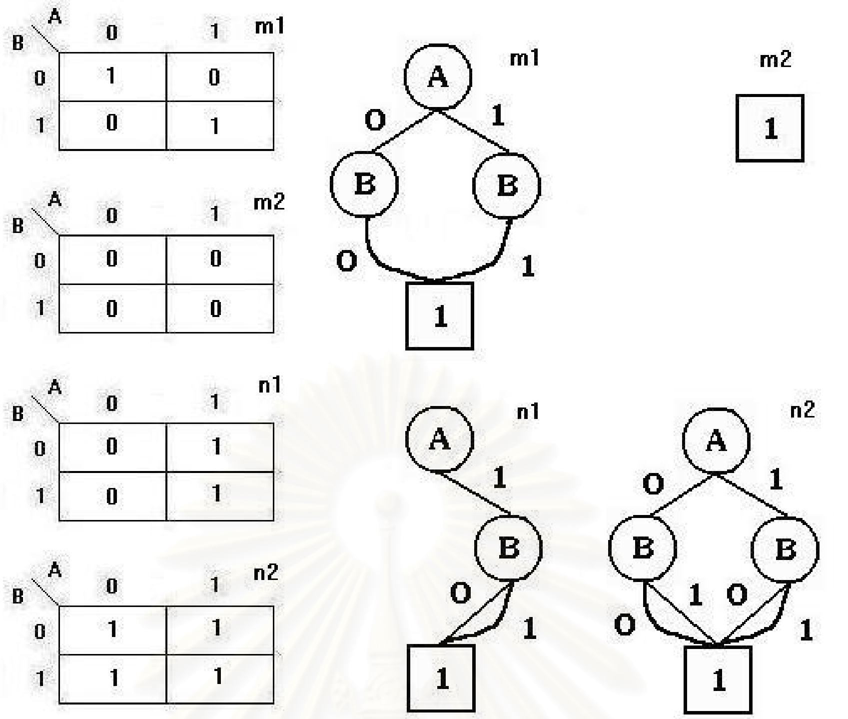


รูปที่ 3.40 : แสดงการนำตัวตั้งที่จะนำมาคูณและตัวคูณมาเขียนค่าในแต่ละช่องเป็นเลขฐานสอง

ในรูปที่ 3.40 เรานำตัวตั้งที่จะนำมาคูณในที่นี้เราให้ชื่อว่าเมทริกซ์ m และเมทริกซ์ตัวคูณ ในที่นี้เราให้ชื่อว่าเมทริกซ์ n มาเขียนค่าในแต่ละช่องเป็นเลขฐานสองเพื่อเตรียมที่แปลงเมทริกซ์สองเมทริกซ์นี้เป็นแผนผังการตัดสินใจทวิภาค ขั้นตอนต่อไปเราจะนำเมทริกซ์มาแยกเป็นระนาบบิตโดยเมทริกซ์ m แยกเป็น ระนาบบิตที่ 1 ให้ชื่อว่า m1 และระนาบบิตที่ 2 ให้ชื่อว่า m2 และ โดยเมทริกซ์ n แยกเป็น ระนาบบิตที่ 1 ให้ชื่อว่า n1 และระนาบบิตที่ 2 ให้ชื่อว่า n2 ซึ่งระนาบบิตดังกล่าวเราจะให้อยู่บนแผนผังคาโน ตามตัวอย่างในรูปที่ 3.41

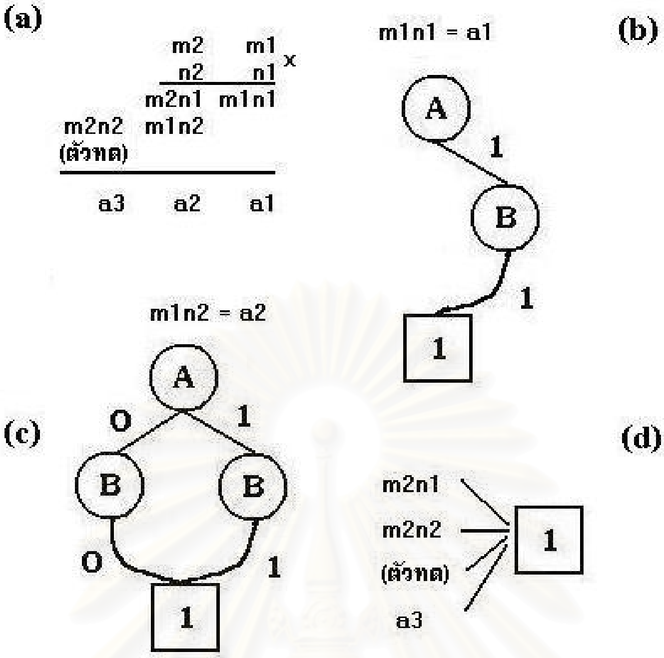


รูปที่ 3.41 นำเมทริกซ์มาแยกเป็นระนาบบิตบนแผนผังคาโน



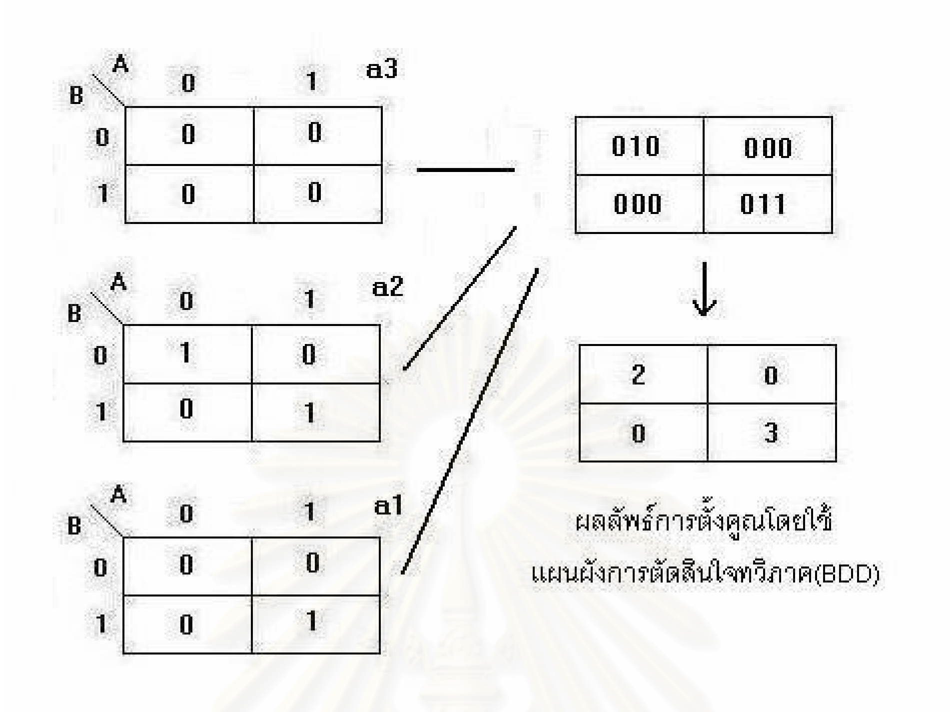
รูปที่ 3.42 : แสดงการแยกแต่ละบิตของเลขฐานสองในเมทริกออกมาเขียนในรูปของแผนผังคาโนเป็นระนาบบิตแล้วแปลงเป็นแผนผังการตัดสินใจทวิภาค

จากรูปที่ 3.42 เราแยกแต่ละบิตของเลขฐานสองในเมทริกซ์ออกมาเขียนในรูปของแผนผังคาโนเป็นระนาบบิตโดยเราให้ตัวแปร m แทนตัวตั้งที่จะนำมาคูณ m1 แทนระนาบบิตที่ 1 ของตัวตั้งและ m2 แทนระนาบบิตที่ 2 ของตัวตั้ง และเราให้ตัวแปร n แทนตัวคูณที่จะนำมาคูณ n1 แทนระนาบบิตที่ 1 ของตัวคูณและ n2 แทนระนาบบิตที่ 2 ของตัวคูณ แล้วแปลงทุกระนาบบิตเป็นแผนผังการตัดสินใจทวิภาค



รูปที่ 3.43 นำแต่ละระนาบบิตมาตั้งคูณด้วยปฏิบัติการบูลีน : (a) นำแต่ละระนาบบิตมาตั้งคูณ (b) แผนผังการตัดสินใจทวิภาคของ a1 (c) แผนผังการตัดสินใจทวิภาคของ a2 (d) แผนผังการตัดสินใจทวิภาคของ a3 ,(m2 AND n1),(m1 AND n2) และตัวทดที่มาจากระนาบบิตที่ 2

จากรูปที่ 3.43 (a) เรานำแต่ละระนาบบิตมาตั้งคูณด้วยเทคนิคใหม่ของเราโดย เราให้ a1,a2 และ a3 แทน ผลลัพธ์ระนาบบิตที่ 1,2 และ 3 ตามลำดับ รูปที่ 3.43 (b) a1 เราได้จาก m1 AND n1 ได้ผลลัพธ์เป็นแผนผังการตัดสินใจทวิภาคในรูปที่ 64 รูปที่ 3.43 (c) a2 เราได้จาก (m2 AND n1) XOR (m1 AND n2) เนื่องจาก (m2 AND n1) ไม่มีกิ่ง a2 จึงเท่ากับ (m1 AND n2) ในรูปที่ 3.42 และตัวทดไปในระนาบบิตที่3ไม่มีเนื่องจาก (m2 AND n1) ไม่มีกิ่งเมื่อนำ (m2 AND n1) AND (m1 AND n2) จึงได้ผลลัพธ์เป็นแผนผังการตัดสินใจทวิภาคไม่มีกิ่งในรูปที่ 3.42 ดังนั้น รูปที่ 3.43 (d) a3 จึงเท่ากับ(m2 AND n2) ได้ผลลัพธ์เป็นแผนผังการตัดสินใจทวิภาคซึ่งไม่มีกิ่ง



รูปที่ 3.44: เรารวมแผนผังคาโนแต่ละระนาบบิตของคำตอบมาเป็นเมริกซ์ 2 x 2 เมทริกซ์ และแปลงเลขฐานสองเป็นเลขฐานสิบ

จากรูปที่ 3.44 เรารวมแต่แผนผังคาโนแต่ละระนาบบิตของคำตอบมาเป็น 2 x 2 เมทริกซ์โดยให้ a1 เป็นบิตที่ 1 a2 เป็นบิตที่ 2 และ a3 เป็น เป็นบิตที่ 3 และเราแปลงเลขฐานสองในเมทริกซ์เป็นเลขฐานสิบ เราจะเห็นได้ว่าผลลัพธ์ของวิธีการตั้งคูณบนแผนผังการตัดสินใจทวิภาคและการคูณแต่ละช่องโดยคูณเข้าไปช่องต่อช่องด้วยการคูณธรรมดานั้นเท่ากัน

บทที่ 4

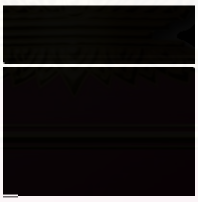
ผลการทดลองและการเปรียบเทียบ

4.1 ผลการทดลอง

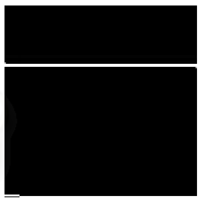
เรานำเทคนิคใหม่ที่นี้มาเขียนโปรแกรมเพื่อทดสอบความถูกต้องและจำนวนปฏิบัติการในการคำนวณเปรียบเทียบกับวิธีการเดิมด้วยภาพขนาด 128 x 128 โดยใช้ภาษาคอมพิวเตอร์ภาษา C ในการเขียนโปรแกรมบนระบบปฏิบัติการ Linux Release 8.0 Mandrake บนเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้หน่วยประมวลผลกลางรุ่น Pentium III ความเร็ว 1 GHz หน่วยความจำหลัก 256 MB

จากผลการทดลองที่ได้เราพบว่าวิธีการของเราให้ผลถูกต้องตรงกับวิธีการคูณภาพแบบเดิมและเราได้ทำการวัดจำนวนปฏิบัติการที่เกิดขึ้นของโปรแกรมเราพบว่าเทคนิคใหม่นี้ใช้จำนวนปฏิบัติการน้อยกว่าวิธีการคูณภาพแบบเดิมมาก ที่เป็นเช่นนี้ก็เนื่องจาก เทคนิคใหม่ของเราจะไม่นำบิตที่มีค่าเป็น 0 ทั้งหมดในภาพมาคำนวณ โดยเฉพาะภาพที่มีลักษณะของสีที่รวมตัวเป็นกลุ่มซ้ำๆกันซึ่งสามารถลดรูปในการแปลงเป็นแผนผังการตัดสินใจ-ทวิภาคได้มากนั้นจะใช้จำนวนปฏิบัติการในการทำงานของโปรแกรมน้อยกว่าภาพที่มีลักษณะคือมีลายละเอียดมากแต่ละสีกระจัดกระจายไปตามพื้นที่ของรูปไม่เป็นกลุ่มซึ่งจะลดรูปได้น้อยอย่างเห็นได้ชัด ตัวอย่างของภาพตัวอย่างที่ 1,2,3,4 และ 5 กับรูปผลลัพธ์ที่ได้จากวิธีการคูณภาพแบบธรรมดาและผลจากการใช้เทคนิคใหม่แสดงในรูปที่ 4.1,4.2,4.3,4.4,4.5,4.6,4.7,4.8,4.9,4.10,4.11,4.12,4.13,4.14,4.15

รูปที่ 4.1: ภาพตัวอย่างที่ 1

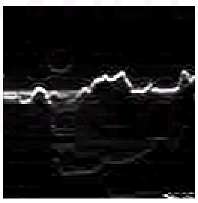


รูปที่ 4.2: ผลของวิธีการคูณภาพแบบเดิม

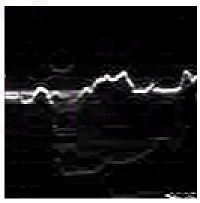


รูปที่ 4.3: ผลของการใช้เทคนิคใหม่

รูปที่ 4.4: ภาพตัวอย่างที่ 2



รูปที่ 4.5: ผลของวิธีการคูณภาพแบบเดิม



รูปที่4.6 : ผลของการใช้เทคนิคใหม่

รูปที่ 4.7: ภาพตัวอย่างที่ 3 **รูปที่** 4.8: ผลของวิธีการคูณภาพแบบเดิม **รูปที่** 4.9: ผลของการใช้เทคนิคใหม่

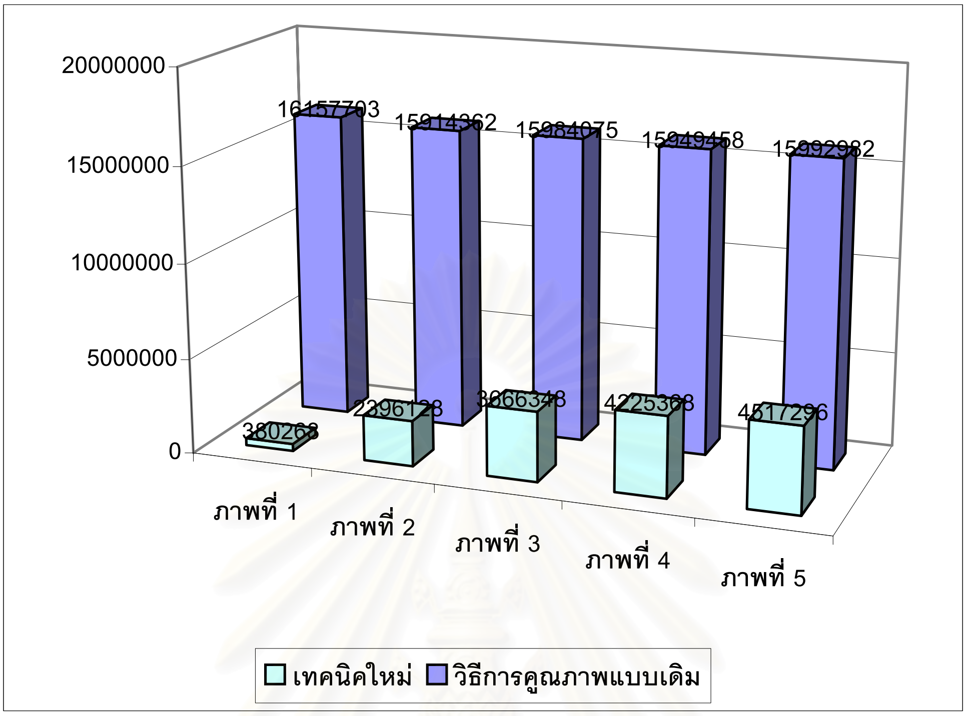


รูปที่ 4.10: ภาพตัวอย่างที่ 4 **รูปที่** 4.11: ผลของวิธีการคูณภาพแบบเดิม **รูปที่** 4.12: ผลของการใช้เทคนิคใหม่



รูปที่ 4.13: ภาพตัวอย่างที่ 5 **รูปที่** 4.14 : ผลของวิธีการคูณภาพแบบเดิม **รูปที่** 4.15 : ผลของการใช้เทคนิคใหม่

จากการทดลองเราได้วัดความเร็วในการทำงานของโปรแกรมเราพบว่าจำนวนปฏิบัติการ(รายละเอียดการนับจำนวนปฏิบัติการจะกล่าวถึงในหัวข้อที่ 4.2)ในการคำนวณของวิธีการคูณภาพแบบเดิมในภาพตัวอย่างที่ 1 มีจำนวนปฏิบัติการเท่ากับ 16,157,703 ปฏิบัติการ แต่ในส่วนของเทคนิคใหม่เราพบว่าภาพตัวอย่างที่ 1 มีจำนวนปฏิบัติการเพียง 380,268 ปฏิบัติการ จำนวนปฏิบัติการในการคำนวณของวิธีการคูณภาพแบบเดิมในภาพตัวอย่างที่ 2,3,4 และ 5 มีจำนวนปฏิบัติการเท่ากับ 15,914,362 , 15,984,075 , 15,949,458 , 15,992,982 ปฏิบัติการตามลำดับ และในส่วนของเทคนิคใหม่เราพบว่าภาพตัวอย่างที่ 2,3,4 และ 5 มีจำนวนปฏิบัติการเพียง 2,396,128 , 3,666,348 , 4,225,368 , 4,517,296 ปฏิบัติการตามลำดับ แผนภูมิแท่งแสดงจำนวนปฏิบัติการที่ใช้ในการคำนวณกับภาพตัวอย่างเปรียบเทียบระหว่างวิธีการคูณภาพแบบเดิมและเทคนิคใหม่ ในรูปที่ 4.16



รูปที่ 4.16 แผนภูมิแท่งแสดงจำนวนปฏิบัติการที่ใช้ในการคำนวณกับภาพตัวอย่าง
เปรียบเทียบระหว่างวิธีการคูณภาพแบบเดิมและเทคนิคใหม่

เราสังเกตเห็นว่าจำนวนปฏิบัติการในวิธีการเดิมนั้นค่อนข้างจะใกล้เคียงกันต่างกันเพียงปฏิบัติการ Shift ซึ่งมีผลน้อยมากกับเวลาที่ใช้ในการคำนวณซึ่งเราจะอธิบายลายละเอียดในบทที่ 4.2 แต่ในเทคนิคใหม่นี้จำนวนปฏิบัติการจะแตกต่างอย่างเห็นได้ชัด เช่นในภาพตัวอย่างที่ 1 ซึ่งลักษณะของสีเกาะกลุ่มกันทำให้ลดขนาดของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคได้มาก ดังนั้นจำนวนปฏิบัติการที่ใช้จึงเหลือเพียง 190,134 ปฏิบัติการ ภาพตัวอย่างที่ 2 และ 3 นั้นเป็นภาพวิวทิวทัศน์ซึ่งจะมีลักษณะเกาะกลุ่มกันพอสมควรทำให้ลดขนาดของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคได้พอสมควร ดังนั้นจำนวนปฏิบัติการที่ใช้จึงเท่ากับ 1,198,064 และ 1,833,174 ปฏิบัติการตามลำดับ สุดท้ายภาพตัวอย่างที่ 4 และ 5 นั้นเป็นที่มีลักษณะทั่วไปคือมีการเกาะกลุ่มของค่าสีกันบางจุดซึ่งทำให้ลดขนาดของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคได้น้อย ดังนั้นจำนวนปฏิบัติการที่ใช้จึงเท่ากับ 2,112,684 , 2,258,648 ปฏิบัติการตามลำดับ แต่อย่างไรก็ดีการที่เทคนิคใหม่ของเราได้นำเอาค่า 0 มาคำนวณด้วยจึงทำให้แผนผังการตัดสินใจทวิภาคบางต้นที่แทนระนาบบิตนั้นมีค่าเป็น 0 คือไม่มีกิ่งใดเลย ทำให้จำนวณปฏิบัติการน้อยลงอย่างมากเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการเดิมเทียบ

4.2 เวลาในการคำนวณของวิธีการคูณภาพแบบเดิม

เราจะหาเวลาที่ใช้ในการคำนวณในกรณีที่ช้าที่สุดและกรณีที่เร็วที่สุดของวิธีการคูณภาพแบบเดิมเพื่อนำไปเปรียบเทียบกับเวลาที่ใช้ในการคำนวณในกรณีที่ช้าที่สุดและกรณีที่เร็วที่สุดของเทคนิคใหม่ของเรา โดยวิธีการตั้งคูณโดยทั่วไปนั้นคอมพิวเตอร์จะทำการตั้งคูณในระดับบิต เราจึงหาเวลาจากการคำนวณของการตั้งคูณในระดับบิตของคอมพิวเตอร์เพื่อนำไปเปรียบเทียบกับเทคนิคของเราที่ได้ทดสอบโดยการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาชั้นสูง

ขั้นตอนของการตั้งคูณของเลขฐานสองในระดับบิต มีขั้นตอนและจำนวนปฏิบัติการดังต่อไปนี้

	10110110_2	
	$\underline{00010110}_2$	
แถวตั้งบวกที่ 1	00000000	
แถวตั้งบวกที่2	10110110	เครื่องทำการ Shift ไปทางซ้าย 1 บิต
แถวตั้งบวกที่ 3	10110110	เครื่องทำการ Shift ไปทางซ้าย 2 บิต
แถวตั้งบวกที่ 4	00000000	
แถวตั้งบวกที่ 5	10110110	เครื่องทำการ Shift ไปทางซ้าย 4 บิต
แถวตั้งบวกที่ 6	00000000	
แถวตั้งบวกที่ 7	00000000	
แถวตั้งบวกที่ 8	00000000	
	111110100100	

จากตัวอย่างดังกล่าว สมมุติว่าเรามีเลขฐานสองอยู่สองจำนวนคือ 10110110_2 และ 00010110_2 เรานำค่า 10110110_2 มาเป็นตัวตั้งและนำค่า 00010110_2 มาเป็นตัวคูณเมื่อดำเนินการคูณแลขทั้งสอง เครื่องจะตรวจสอบค่าในแต่ละหลักของตัวคูณเพื่อทำการคูณค่าของตัวเลขแต่ละหลักแล้วนำไปตั้งบวกตามแบบวิธีการตั้งคูณโดยทั่วไป โดยเริ่มจากหลักที่ 1 ของตัวคูณคือหลักทางขวามือสุดก่อน ถ้าในกรณีที่หลักที่ 1 ของตัวคูณเป็น 0 เครื่องจะเก็บตัวเลข 0 ไว้ในแถวตั้งบวกที่ 1 จำนวน 8 ตัวเพราะว่าถ้าตัวคูณเป็น 0 แล้วนำไปคูณกับตัวตั้งตัวใดก็จะได้ค่าผลลัพธ์ เป็น 0 โดยตัวตั้งมีทั้งหมด 8 หลักจึงได้ผลการคูณในแถวตั้งบวกที่ 1 เป็น 00000000 แต่ถ้าในกรณีที่หลักที่ 1 ของตัวคูณเป็น 1 เครื่องจะทำการทำสำเนาตัวตั้งเก็บไว้ในแถวตั้งบวกที่ 1 เพราะว่าถ้าตัวคูณเป็น 1 แล้วนำไปคูณกับตัวตั้งตัวใดก็จะได้ค่าเดิมของตัวตั้งนั้น ในที่นี้หลักที่ 1 ตัวคูณเป็น 0 เพราะฉะนั้นในแถวตั้งบวกที่ 1 จึงได้ผลคูณ เป็น 00000000 ขั้นตอนต่อมาเครื่องจะตรวจสอบหลักที่ 2 ของตัวคูณในที่นี้หลักที่ มีค่าเป็น 1 ฉะนั้นเครื่องจะทำสำเนาตัวตั้งมาไว้ที่แถวบวกที่ 2 แต่เนื่องเครื่องทำการคูณตัวตั้งกับตัวคูณที่มีหลักเป็นลำดับที่ 2 จึงต้องทำการ Shift ไปทางซ้าย1 บิต ก่อนนำมาไว้ในแถวที่ 2 ซึ่งถ้ากรณีที่ตัวคูณมีค่าเป็น 1 ในหลักใดๆที่มากกว่า 1 จะต้องทำการ Shift ค่าดังกล่าวไปทางซ้ายก่อนนำมาไว้ในแถวตั้งบวกโดยการ Shift ไปทางซ้ายจะ Shift เป็นจำนวนบิตเท่ากับ ลำดับหลักที่ของตัวคูณที่นำมาคำนวนลดค่าลง 1

จำนวนบิตที่เครื่อง Shift ไปทางซ้าย = ลำดับหลักที่ของตัวคูณ - 1

แต่ในกรณีที่ค่าในหลักใดๆของตัวคูณเป็น 0 ไม่ต้องทำการ Shift ต่อมาเครื่องทำการตรวจสอบในหลักที่ 3 ของตัวคูณซึ่งมีค่าเป็น 1 เครื่องจะทำสำเนาตัวตั้งและ Shift ค่าดังกล่าว ไปทางซ้าย 2 บิต เนื่องจากหลักที่นำมาพิจารณาจากตัวคูณเป็นหลักที่ 3 จากนั้นเครื่องนำค่าดังกล่าวไปไว้ที่แถวตั้วคูณที่ 3 ต่อมาเครื่องตรวจสอบค่าในหลักที่ 4 ของตัวคูณพบว่ามีค่าเป็น 0 ดังนั้นเครื่องจึงนำ 00000000 มาไว้ที่แถวตั้งบวกที่ 4 ลำดับต่อมาเครื่องทำการตรวจสอบค่าในหลักที่ 5 ของตัวคูณซึ่งมีค่าเป็น 1 เครื่องจะทำสำเนาค่าตัวตั้งและ Shift ไปทางซ้าย 4 บิต เนื่องจากหลักของตัวคูณที่นำมาคูณเป็นหลักที่ 5 แล้วเครื่องนำค่าดังกล่าวไปไว้ที่แถวตั้งบวกที่ 5 จากนั้นเครื่องทำการตรวจสอบหลักที่ 6 ซึ่งมีค่าเป็น 0 เครื่องจะนำค่า 00000000 ไปไว้ที่แถวตั้งบวกที่ 6 และจากนั้นเครื่องจะทำการตรวจสอบหลักที่ 7 ซึ่งมีค่าเป็น 0 เครื่องจะนำค่า 00000000 ไปไว้ที่แถวตั้งบวกที่ 7 สุดท้ายเครื่องจะทำการตรวจสอบหลักที่ 8 ซึ่งมีค่าเป็น 0 เครื่องจะนำค่า 00000000 ไปไว้ที่แถวตั้งบวกที่ 8 เมื่อเครื่องได้แถวตั้งบวกครบ 8 แถว แล้วเครื่องจำทำการบวกค่าในแนวตั้งที่ละหลักโดยใช้วงจร XOR ซึ่งเครื่องจะทำการผ่านค่าในวงจรย่อย OR และ AND รวมเวลาที่ใช้ในการคำนวณเป็น 2 ครั้งส่วนในเรื่องของการคูณภาพวิธีเดิมนั้นเราได้กล่าวไปแล้วในหัวข้อในบทที่ 3.1

ต่อไปเราจะพิจารณากรณีที่ช้าที่สุดของเวลาที่ใช้ในการคำนวณของวิธีการคูณภาพแบบเดิม โดยกรณีที่ช้าที่สุดของเวลาเราที่ใช้ในการคำนวณนี้จะเกิดขึ้นเมื่อตัวตั้งและตัวคูณมีค่าเป็น 1 หมดหรือ 11111111_2 เนื่องจากในกรณีดังกล่าวเครื่องต้องทำการ Shift ไปทางซ้ายทั้งหมด 7 ครั้งซึ่งเป็นกรณีที่ใช้เวลาในการคำนวณมากที่สุดดังนั้นเราจะนับจำนวนเวลาที่เกิดขึ้นในกรณีที่ช้าที่สุด

	$1\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,1_2$	
	$\underline{1\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,1}_2$	เครื่องใช้เวลาในการตรวจสอบว่าเป็นบิต 0 หรือ 1 8 ครั้ง
แถวตั้งบวกที่ 1	1 1 1 1 1 1 1 1	
แถวตั้งบวกที่ 2	1 1 1 1 1 1 1 1	เครื่องทำการ Shift ไปทางซ้าย 1 บิต 1 ครั้ง
แถวตั้งบวกที่ 3	1 1 1 1 1 1 1 1	เครื่องทำการ Shift ไปทางซ้าย 2 บิต 1 ครั้ง
แถวตั้งบวกที่ 4	1 1 1 1 1 1 1 1	เครื่องทำการ Shift ไปทางซ้าย 3 บิต 1 ครั้ง
แถวตั้งบวกที่ 5	1 1 1 1 1 1 1 1	เครื่องทำการ Shift ไปทางซ้าย 4 บิต 1 ครั้ง
แถวตั้งบวกที่ 6	1 1 1 1 1 1 1 1	เครื่องทำการ Shift ไปทางซ้าย 5 บิต 1 ครั้ง
แถวตั้งบวกที่ 7	1 1 1 1 1 1 1 1	เครื่องทำการ Shift ไปทางซ้าย 6 บิต 1 ครั้ง
แถวตั้งบวกที่ 8	1 1 1 1 1 1 1 1	เครื่องทำการ Shift ไปทางซ้าย 7 บิต 1 ครั้ง
	1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1	ใช้เวลาในการบวก 49 ครั้งโดยผ่านวงจร XOR ในการบวกครั้งละ 2 วงจรย่อย รวมเวลาทั้งหมดเป็น 98 ครั้ง

จากตัวอย่างที่เป็นกรณีที่ช้าที่สุด เราจะนับเวลาที่ใช้ในการคำนวณทั้งหมดเมื่อเครื่องทำการตั้งคูณค่า 11111111_2 กับ 11111111_2 เครื่องจะใช้เวลาในการตรวจสอบแต่ละหลักของตัวคูณทั้งหมด 8 ครั้งและเมื่อเครื่องนำค่าที่ได้จากการคูณของแต่ละหลักกับตัวตั้งและได้นำมาไว้ในแถวตั้งบวกแล้วจะใช้เวลาในการ Shift บิตไปทางซ้ายที่เกิดขึ้นกับผลคูณของหลักที่ 2 ถึง 8 กับตัวตั้งทั้งหมด 7 ครั้ง และเวลาที่ใช้ในการบวก 49 ครั้ง โดยการ

บวกแต่ละครั้งใช้วงจรย่อย 2 วงจรคือวงจร OR และ วงจร AND รวมเป็น 98 ครั้ง รวมเวลาที่ใช้ไปในการตั้งบวกทั้งหมด 113 ดังที่ได้กล่าว มาแล้วในบทที่ 3.1 ในการคูณภาพแต่ละครั้งต้องทำการคูณรอบจุดภาพที่ทาบไปกับหน้ากาก 3 x 3 ทั้งหมด 9 จุดและรวมผลลัพธ์ไว้ที่จุดกลางของภาพเพื่อจะได้ค่าความเข้มของสีเพียง 1 จุดของภาพจากจุดภาพทั้งหมดซึ่งเราจะไม่นำเวลาในการรวมค่าดังกล่าวมาคิดด้วยเนื่องจากเราใช้วิธีการบวกกันแบบเดิมในเทคนิคใหม่ของเราซึ่งเวลาที่ใช้ในการคำณวนจะเท่ากันทุกประการ ในที่นี้เราจะให้ขนาดของภาพเท่ากับมีด้านกว้างและยาวเท่ากับ n จุดภาพเพราะฉะนั้นเวลาที่ใช้ในการคำนวณแต่ละจุด 9 ครั้งไปบนจุดภาพทั้งหมด n x n จุดภาพจะเท่ากับ 113 x 9 x n x n ซึ่งจะเท่ากับเวลาที่ใช้ในการคำนวณในกรณีที่ช้าที่สุดคือ $O(1017n^2)$

เราจะเห็นว่าการ Shift ทำให้จำนวนปฏิบัติการของแต่ละภาพไม่เท่ากัน แต่จะมีผลเพียงเล็กน้อยเท่านั้นเพราะว่าจำนวนปฏิบัติการที่เกิดแตกต่างกันเพียง 0 ถึง 7 ซึ่งเมื่อนักรวมกับปฏิบัติอื่นๆถือว่าน้อยมาก

เรามาพิจารณากรณีที่เร็วที่สุดของเวลาที่ใช้ในการคำนวณในการคูณภาพแบบเดิมภาพเพื่อนำไปเปรียบเทียบกับเทคนิคใหม่ของเรา ในกรณีที่เร็วที่สุดของเวลาที่ใช้ในการคำนวณนั้นคือกรณีที่ค่าความเข้มของสีทุกจุดของภาพมีค่าเป็น 00000000_2 หมด ซึ่งกรณีนี้จะไม่เกิดการ Shift ไปทางซ้ายขึ้นในขั้นตอนหลังจากที่เครื่องนำหลักแต่ละหลักของตัวคูณไปคูณกับตัวตั้งและนำค่าเหล่านั้นไปเก็บไว้ที่แถวตั้งบวก ซึ่งเราจะนับเวลาที่ใช้ในการคำนวณดังนี้

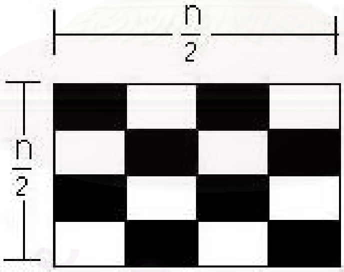
	$0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0_2$	
	$\underline{0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0}_2$	เครื่องใช้เวลาในการตรวจสอบว่าเป็นบิต 0 หรือ 1 8 ครั้ง
แถวตั้งบวกที่ 1	0 0 0 0 0 0 0 0	
แถวตั้งบวกที่ 2	0 0 0 0 0 0 0 0	
แถวตั้งบวกที่ 3	0 0 0 0 0 0 0 0	
แถวตั้งบวกที่ 4	0 0 0 0 0 0 0 0	
แถวตั้งบวกที่ 5	0 0 0 0 0 0 0 0	
แถวตั้งบวกที่ 6	0 0 0 0 0 0 0 0	
แถวตั้งบวกที่ 7	0 0 0 0 0 0 0 0	
แถวตั้งบวกที่ 8	$\underline{0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0}$	
	$\underline{\underline{0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0}}$	ใช้เวลาในการบวก 49 ครั้งโดยผ่านวงจร XOR ในการบวกครั้งละ 2 วงจรย่อย รวมเวลาทั้งหมดเป็น 98 ครั้ง

เราจะเริ่มนับจาก เวลาที่ใช้ไปในการที่เครื่องตรวจสอบว่าหลักของตัวคูณหลักใดเป็น 0 หรือ 1 ทั้งหมด 8 ครั้งและเวลาที่ใช้ไปในการบวกทั้งหมด 49 ครั้ง ผ่านวงจร XOR ครั้งละ 2 วงจรย่อยรวมเวลาทั้งหมดเป็น 98 ครั้งดังที่กล่าวมาแล้วในบทที่ 3.1 ว่าเราหาค่าความเข้มของสีผลลัพธ์ของ 1 จุดภาพจะต้องทำการคูณ ทั้งหมด 9 ครั้งกับหน้ากาก 3 x 3 ดังนั้นถ้าเราต้องการคูณภาพทุกจุดโดยสมมุติมว่าภาพมีขนาดความกว้างและความยาวเท่ากับ n จุดภาพ เพราะฉะนั้นเวลาในการคำนวณทั้งหมดของกรณีที่เร็วที่สุดบนภาพ n x n จุดภาพเท่ากับ (98 + 8)x 9 x n x n ซึ่งเท่ากับ $\Omega(954xn^2)$

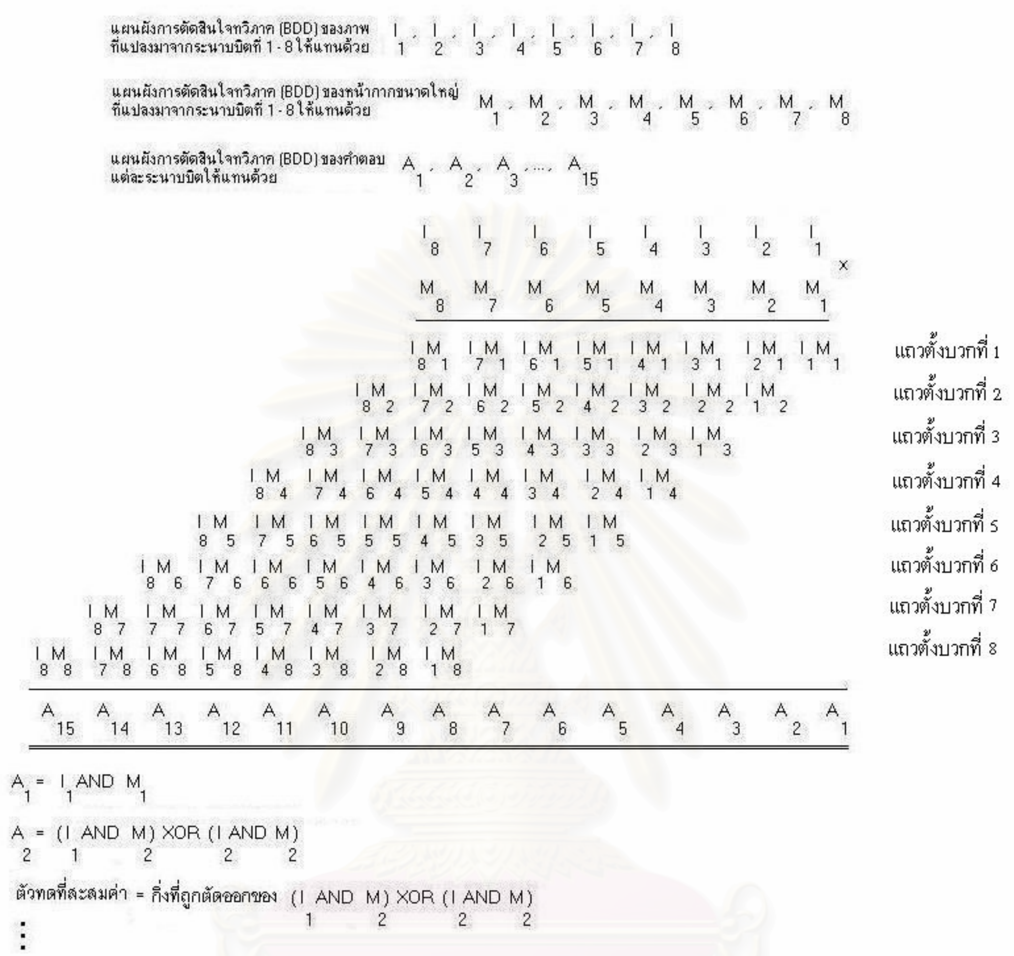
4.3 เวลาที่ใช้ในการคำนวณภาพโดยใช้เทคนิคใหม่สำหรับการทำให้ขอบภาพชัดขึ้นและการทำให้ภาพนุ่มนวลบนพื้นฐานของแผนภาพการตัดสินใจทวิภาค

หลังจากที่เราหาเวลาที่ใช้ในการคำณวนของกรณีที่ช้าที่สุดและกรณีที่เร็วที่สุดของวิธีการคูณภาพแบบเดิมได้แล้ว ในบทนี้เราจะพิจารณาหากรณีที่ช้าที่สุดและกรณีที่เร็วที่สุดของเทคนิคใหม่ของเรา เพราะว่าถ้ากรณีที่ช้าที่สุดของเราใช้เวลาในการคำนวนน้อยกว่ากรณีที่ดีที่สุดของเทคนิคเดิมแล้วถือว่าเทคนิคใหม่ของเราเร็วกว่าวิธีการคูณภาพแบบเดิมในทุกกรณี

วิธีการของเทคนิคของเรานั้นได้กล่าวไปแล้วในหัวข้อที่ 3.2 ดังนั้นเราจะเริ่มพิจารณากรณีที่ช้าที่สุดก่อน โดยกรณีที่ช้าที่สุดของภาพที่จะนำมาสร้างเป็นแผนผังการตัดสินใจทวิภาคนั้น ภาพจะมีลักษณะตาหมากรุกคือไม่สามารถลดรูปได้เลย กรณีที่ภาพมีสีเต็มภาพก็จะสามารถลดรูปได้มาก กรณีที่ภาพไม่มีจุดภาพที่มีสีเลยทั้งภาพก็ไม่ต้องนำมาคูณภาพกับหน้ากาก เนื่องจากแผนผังการตัดสินใจทวิภาคที่ได้จากการแปลงภาพจะไม่มีกิ่งเลย แต่อย่างไรก็ดีจุดภาพที่นำมาใช้คำนวณในกรณีที่ภาพเป็นตาหมากรุกคือกรณีที่ช้าที่สุดก็นำมาเฉพาะจุดภาพสีดำ ถ้าเราให้ภาพมีขนาดจำนวนจุดภาพในแนวตั้งและแนวนอนเท่ากับ n แล้ว ภาพตาหมายรุกจะมีขนาดด้านละ $\frac{n}{2}$



รูปที่ 4.17 : ภาพที่มีลักษณะตาหมากรุก



รูปที่ 4.18 : การตั้งคูณที่เกิดขึ้นในเทคนิคใหม่

จากรูปที่ 4.18 เวลาที่ใช้ในการคำณวนที่เกิดขึ้นในกรณีที่เลวร้ายที่สุดของเทคนิคใหม่นั้นเทคนิคใหม่นั้นจะเริ่มนับจากเมื่อเครื่องได้นำแผนผังตัดสินใจทวิภาคที่เป็นตัวตั้งและแผนผังตัดสินใจทวิภาคที่เป็นตัวคูณมาเตรียมการตั้งคูณแล้วเครื่องจะเริ่มการตั้งคูณโดยเครื่องจะทำการ AND แต่ละหลักของตัวตั้ง 8 หลักซึ่งเป็นแผนผังตัดสินใจทวิภาคกับแต่ละหลักของตัวคูณ 8 หลักซึ่งเป็นแผนผังตัดสินใจทวิภาค โดยเครื่องจะนำผลการ AND กันของแผนผังตัดสินใจทวิภาคทั้งสองต้นมาไว้ที่แถวตั้งบวกซึ่งขั้นตอนนี้จะเครื่องจะทำการ AND กัน 64 ครั้งโดยการ AND กันที่เกิดขึ้นแต่ละครั้งนั้นจะต้องทำการเปรียบเทียบค่าแต่ละกิ่งของแผนผังตัดสินใจทวิภาค ซึ่งต้องเปรียบเทียบกัน 2 x $\log_2(n)$ ตัวแปรในแต่ละกิ่งโดยต้องคำนวณกิ่งทั้งหมดซึ่งก็คือจำนวนจุดภาพ ทั้งหมดในภาพซึ่งในกรณีนี้ภาพเป็นภาพตาหมากรุกที่มีแนวตั้งและแนวนอนของจุดภาพ(pixel) เท่ากับ $\frac{n}{2}$ ซึ่งจะมีจุดภาพทั้งหมดเท่ากับ $\frac{n}{2} \times \frac{n}{2} = \frac{n^2}{4}$ ดังนั้นเวลาในการ

คำนวณของการ AND กันเพื่อนำผลมาตั้งบวกนี้จะเท่ากับ 64 x $\frac{n^2}{4}$ x 2 x $\log_2(n)$ หลังจากที่มีแถวตั้งบวกแล้วเครื่องทำการบวก 49 ครั้งจากแผนผังตัดสินใจทวิภาคที่อยู่ในแถวตั้งบวกทั้งหมดโดยใช้ วงจร XOR โดยจะผ่านวงจร XOR ย่อยรวมทั้งหมด 2 วงจร โดยจะทำการ XOR กัน 2 x $\log_2(n)$ ตัวแปรในแต่ละกิ่งของแผนผังตัดสินใจทวิภาคจากจุดภาพทั้งหมดในภาพ ซึ่งในกรณีนี้ภาพเป็นภาพตาหมากรุกที่มีแนวตั้งและแนวนอนของจุดภาพเท่ากับ $\frac{n}{2}$ ซึ่งจะมีจุดภาพทั้งหมดเท่ากับ $\frac{n}{2}$ x $\frac{n}{2}$ = $\frac{n^2}{4}$ ดังนั้นเวลาในการคำนวณของการตั้งบวกกันทั้งหมดจึงเท่ากับ 49 x $\frac{n^2}{4}$ x 2 x $\log_2(n)$ รวมเวลาที่ใช้ในการคำนวณในส่วนของการ AND กันและการ XOR เท่ากับ ((64 x $\frac{n^2}{4}$ x 2 x $\log_2(n)$) + (49 x $\frac{n^2}{4}$ x 2 x $\log_2(n)$)) โดยการตั้งคูณ 1 ครั้งของเทคนิคใหม่นี้จะได้ผลลัพธ์เพียงบางส่วนของภาพ เนื่องจากเครื่องต้องทำการตั้งคูณกับหน้ากาก ขนาดใหญ่อีก 8 หน้ากาก รวมทั้งหมด 9 หน้ากากดังนั้นเวลาที่ใช้ในการคำณวนของกรณีที่ช้าที่สุดของเทคนิคใหม่นี้เท่ากับ ((64 x $\frac{n^2}{4}$ x 2 x $\log_2(n)$) + (49 x $\frac{n^2}{4}$ x 2 x $\log_2(n)$)) x 9 ซึ่งเท่ากับ O(508.5 n^2 x $\log_2(n)$)

ส่วนในกรณีที่เร็วที่สุดนั้นจะเกิดขึ้นเมื่อกรณีที่ค่าความเข้มของจุดสีภาพเป็น 0 หมดซึ่งจะไม่มีแผนผังตัดสินใจทวิภาคเลยเวลาที่ใช้ในการคำนวณทั้งหมดจึงเท่ากับ 0 เท่ากับ $\Omega(0)$

4.4 เปรียบเทียบผลการทดลอง

ช่วงเวลาที่ใช้ในการคำนวณในระหว่างกรณีที่เร็วที่สุดจนถึงช้าที่สุดของวิธีการคูณภาพแบบเดิมคือ $\Omega(954n^2)$ ถึง $O(1017n^2)$ ส่วนช่วงเวลาที่ใช้ในการคำนวณในระหว่างกรณีที่เร็วที่สุดจนถึงช้าที่สุดของเทคนิคใหม่ของเราเท่ากับ $\Omega(0)$ ถึง O(508.5 n^2 x $\log_2(n)$) เราจะเห็นว่าช่วงความเร็วในการคำนวณของวิธีการคูณภาพแบบเดิมนั้นจะมีค่าไม่ต่างกันมากระหว่างกรณีที่เร็วที่สุดและช้าที่สุด ส่วนในกรณีของเทคนิคใหม่ของเรานี้ ช่วงความเร็วในการคำนวณ จะแต่งต่างกันมากขึ้นอยู่กับว่ารูปภาพและหน้ากากใหญ่นั้นสามารถลดรูปได้มากน้อยแค่ไหนและมีค่าบิตเท่ากับ 0 มากน้อยเท่าใดซึ่งในกรณีที่ช้าที่สุดที่เรานำมาพิจารณานั้น เราให้ค่าในหน้ากากเท่ากับ 255 สลับกับค่า 0 และภาพที่เราพิจารณาก็เป็นภาพตาหมากรุกซึ่งในปัญหาจริง โอกาสที่จะเกิดขึ้นแทบจะเป็นไปไม่ได้ ในที่นี้เราได้แสดงตัวอย่างของผลการทดลองของตัวอย่างโดยใช้ภาพที่เกิดขึ้นโดยทั่วไปแล้วในบทที่ 4.1

บทที่ 5

สรุป

หลังจากที่เราคิดเทคนิคใหม่และทำการทดสอบโดยการเขียนโปรแกรมแล้ว เราได้ทำการทดสอบกับภาพทั่วไปและภาพมาตรฐาน Lena ได้พบว่าแผนผังการตัดสินใจทวิภาคมีข้อดี คือสามารถลดเวลาในการคำนวณของการคูณภาพจากเดิม $O(1017n^2)$ ลงเหลือ $O(508.5\ n^2 \times \log_2(n))$ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในปัญหาจริง ซึ่งบางระนาบบิตของรูปนั้นจะมีบิตที่ มีค่า 0 อยู่เป็นจำนวนมาก อีกทั้งเทคนิคใหม่ของเรายังสามารถ ลดรูปค่าบิตที่มีค่าเป็น 1 ได้อีกด้วย แต่เทคนิคของเราก็มีข้อเสียคือจำนวนตัวแปรที่มากของแผนผังการตัดสินใจทวิภาคซึ่งจะมีขนาด $2 \times \log_2(n)$ เมื่อภาพมีขนาดใหญ่มากจะทำให้ตัวแปรเพิ่มขึ้นมาก

ปัญหาของขนาดของตัวแปรที่เพิ่มขึ้นดังกล่าวสามารถศึกษาต่อไปได้ซึ่งในเบื้องต้นเราคิดว่า เราสามารถแบ่งขนาดของภาพที่ใหญ่ให้มีขนาดเล็กเท่าๆกันเพื่อลดขนาดของตัวแปรลงได้

รายการอ้างอิง

[1] Sid-Ahmed M.A., *Image Processing* , McGraw-Hill, pp. 83-98, 1995.

[2] Akers S.B., "Binary Decision Diagram" ,IEEE Transactions on Computers, Vol. C-27, No.6, pp. 509-516, June 1978.

[3] Bryant R.E., "Graph-Based Algorithms for Boolean Function Manipulation ",IEEE Transactions on Computers, Vol. C-35,No. 8, pp. 677-691, August 1986.

[4] Lursinsap C. and Kanchanasut K., "Basic Binary Decision Diagram Operations for image processing", pp. 368-370, Asian computing conference1997.

[5] Kohavi Z.,*Switching And Finite Automata Theory* , McGraw-Hill Book , pp. 74-97,1978.

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

เติมยศ เสนีวงศ์ ณ อยุธยา เกิดในปีพุทธศักราช 2519 สำเร็จการศึกษาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ จากคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สถาบันราชภัฏธนบุรี ในปีพุทธศักราช 2537