

การเปรียบเทียบผลลัพธ์จากการคำนวณปรับแก้ด้วยหลักสี่เหลี่ยม
โดยอัลกอริทึมแบบต่างๆ ในโปรแกรม MATHEMATICA



นายชยุตม์ อยู่เล็ก

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมสำรวจ ภาควิชาวิศวกรรมสำรวจ

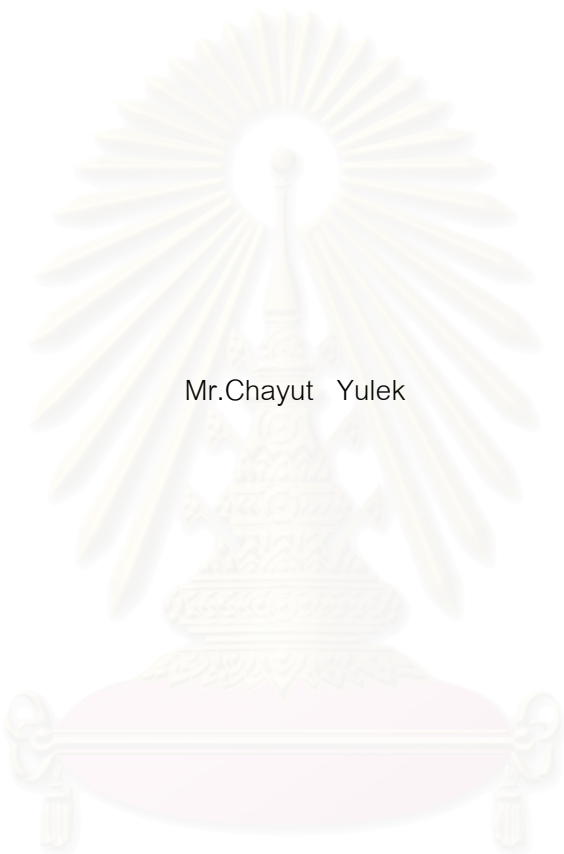
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2545

ISBN 974-17-2183-8

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A COMPARISON ON THE RESULTS FROM COMPUTATION OF LEAST SQUARES ADJUSTMENT
BY VARIOUS ALGORITHMS IN MATHEMATICA PROGRAM PACKAGE



Mr.Chayut Yulek

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Survey Engineering

Department of Survey Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2002

ISBN 974-17-2183-8

ชยุตม์ อยู่เล็ก : การเปรียบเทียบผลลัพธ์จากการคำนวณปรับแก้ด้วยหลักสี่สแควร์โดย
อัลกอริทึมแบบต่างๆ ในโปรแกรม MATHEMATICA. (A COMPARISON ON THE
RESULTS FROM COMPUTATION OF LEAST SQUARES ADJUSTMENT BY
VARIOUS ALGORITHMS IN MATHEMATICA PROGRAM PACKAGE)
อ. ที่ปรึกษา : รศ.สวัสดิ์ชัย เกรียงไกรเพชร, 172 หน้า. ISBN 974-17-2183-8.

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้อัลกอริทึมที่แตกต่างกันในการ
ปรับแก้ด้วยหลักสี่สแควร์โดยใช้วิธีสมการค่าสังเกต เพื่อศึกษาความแตกต่างของคุณสมบัติในด้าน
การใช้เวลาในการคำนวณปรับแก้ การใช้หน่วยความจำ และความละเอียดของผลลัพธ์ เพื่อศึกษา
ผลลัพธ์ที่ได้ในการปรับแก้ค่าทางด้านวิศวกรรมสำรวจโดยใช้ วิธี Cholesky Decomposition วิธี QR
Decomposition และวิธี Singular Value Decomposition การทดสอบใช้ตัวอย่างโครงข่าย
สามเหลี่ยม 2 มิติแบบ Triangulation ซึ่งแบ่งการปรับแก้ออกเป็นสภาวะต่างๆ คือ สภาวะปกติ
สภาวะ ill-conditioned และสภาวะซิงกูลาร์

จากผลการทดสอบพบว่าวิธี Cholesky Decomposition ใช้เวลาและหน่วยความจำในการ
คำนวณน้อยที่สุด และสามารถใช้งานได้ดีในสภาวะที่มีค่า condition number ในระดับที่สูงมากได้โดย
ไม่กระทบต่อผลการปรับแก้ที่ได้ ส่วนในสภาวะซิงกูลาร์วิธี Cholesky Decomposition ไม่สามารถ
ปรับแก้ค่าได้ วิธี QR Decomposition เป็นวิธีที่ใช้เวลาและหน่วยความจำในการคำนวณผลลัพธ์มาก
กว่า วิธี Cholesky Decomposition แต่ให้ค่าที่ไม่แตกต่างกันและไม่สามารถปรับแก้ในสภาวะซิงกูลาร์
ได้ วิธี Singular Value Decomposition เป็นวิธีที่สามารถใช้ปรับแก้ได้ในทุกสภาวะ ผลการปรับแก้
ที่ได้ไม่แตกต่างจากวิธี QR Decomposition และวิธี Cholesky Decomposition แต่ใช้หน่วยความจำ
และเวลาการคำนวณมากที่สุดในบรรดาวิธีที่ทดสอบ ซึ่งจากการทดสอบในสภาวะที่มี ค่า condition
number และใช้วิธีการที่ต่างกัน พบว่าทุกวิธีให้ค่าพารามิเตอร์ และค่าสังเกตหลังการปรับแก้ที่
ไม่แตกต่างกัน

ภาควิชา..... วิศวกรรมสำรวจ..... ลายมือชื่อนิสิต.....
สาขาวิชา..... วิศวกรรมสำรวจ..... ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....

ปีการศึกษา 2545

4270268721 : MAJOR SURVEY ENGINEERING

KEY WORD: ADJUSTMENT / NETWORK / ALGORITHMS / LEAST SQUARES / MATHEMATICA

CHAYUT YULEK : A COMPARISON ON THE RESULTS FROM COMPUTATION OF LEAST SQUARES ADJUSTMENT BY VARIOUS ALGORITHMS IN MATHEMATICA PROGRAM PACKAGE.

THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. SWATCHAI KRIENGKRAIPET,
172 pp. ISBN 974-17-2183-8.

The objective of this research for thesis is to undertake a comparative study on CPU time usage, memory usage, and precision of results for the least-squares adjustment of triangular networks using three different algorithms, namely, Cholesky Decomposition, QR Decomposition, and Singular Value Decomposition. The triangulation networks involved in this study were simulated to have certain characteristics needed for investigation, and are divided into three groups:- normal, ill-conditioned ,and singular or rank-deficient states. Mathematica software package was used to handle all the relevant computation.

According to the finding, Cholesky Decomposition was found to be the most efficient algorithm for normal state networks, it performed the computation with minimum CPU time and memory usage as compared with the other two algorithms. However, Cholesky Decomposition was unable to handle the rank-deficient network adjustment as expected. QR and Singular Value Decomposition algorithms yielded comparable results for normal and ill-conditioned network adjustment, QR results showed slight advantages over Singular Value Decomposition's, but the differences were not significant. Singular Value Decomposition was the only algorithm that can handle singular system or rank-deficient network adjustment in this study. Singular Value Decomposition was found to be the only algorithm that can handle all kinds of network adjustment, however, it always required the most CPU time and memory storage for the processing.

DepartmentSurvey Engineering..... Student's signature.....

Field of studySurvey Engineering..... Advisor's signature.....

Academic year 2002

กิตติกรรมประกาศ

การเขียนวิทยานิพนธ์เรื่อง “การเปรียบเทียบผลลัพธ์จากการคำนวณปรับแก้ด้วยหลักสี่ทศแควร์โดยอัลกอริทึมแบบต่างๆ ในโปรแกรม MATHEMATICA” ผู้เขียนสามารถดำเนินงานไปได้ด้วยความเรียบร้อย ทั้งนี้ได้รับความกรุณาจาก คณะกรรมการและคณาจารย์ภาควิชาสำรวจที่เปิดโอกาสให้ผู้เขียนได้นำเสนอแนวความคิดเกี่ยวกับการดำเนินการวิจัยครั้งนี้ ซึ่งผู้เขียนได้รับความคิดมาจากบทความและงานวิจัยในหลากหลายสาขา และจึงเริ่มมีความสนใจ และมีความต้องการที่จะศึกษาและทดสอบการใช้งานในสาขาที่ศึกษา ในลำดับต่อมาผู้เขียนได้รับความกรุณาจากรองศาสตราจารย์ สวัสดิ์ชัย เกรียงไกรเพชร ในการเพิ่มเติมแนวคิด การวางโครงเรื่อง ตลอดจนแนะนำแนวทางในการการแก้ปัญหา และตรวจแก้ไขวิทยานิพนธ์จนบรรลุเป้าหมาย ผู้เขียนจึงขอกราบขอบพระคุณไว้ ณ โอกาส นี้ด้วย

ท้ายสุดประโยชน์จากการทำวิทยานิพนธ์เล่มนี้ขอมอบให้แก่ ผู้มีพระคุณในการแนะนำแนวทาง รวมทั้งบิดา มารดา ที่คอยให้กำลังใจและช่วยเหลือตลอดระยะเวลาการดำเนินงานจนสำเร็จ ลุล่วง

นายชยุตม์ อยู่เล็ก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฐ
รายการสัญลักษณ์และความหมาย.....	ฒ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	1
1.3 ขอบเขตของการวิจัย.....	2
1.4 แนวเหตุผลและทฤษฎีที่สำคัญหรือสมมุติฐาน.....	2
1.5 ขั้นตอนและวิธีดำเนินการวิจัย.....	3
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	4
บทที่ 2 ความสำคัญในการเลือกใช้อัลกอริทึมในการปรับแก้.....	5
2.1 ขั้นตอนการหาผลเฉลยของระบบสมการโดยวิธี Cholesky Decomposition....	9
2.2 ขั้นตอนการหาผลเฉลยของระบบสมการโดยวิธี QR Decomposition.....	10
2.3 ขั้นตอนการหาผลเฉลยของระบบสมการโดยวิธี Singular Value Decomposition.....	11
บทที่ 3 ลักษณะข้อมูลและวิธีการดำเนินการวิจัย.....	13
3.1 ขั้นตอนการเปรียบเทียบเวลาในการประมวลผลและการใช้หน่วยความจำใน การประมวลผล.....	13
3.1.1 ขั้นตอนการหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผลโดยวิธี Cholesky Decomposition.....	14

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.1.2	ขั้นตอนการหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผลโดยวิธี QR Decomposition.....	14
3.1.3	ขั้นตอนการหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผลโดยวิธี Singular Value Decomposition.....	15
3.1.4	ข้อมูลโครงข่ายสำหรับการปรับแก้เพื่อทดสอบด้านการใช้เวลา และ หน่วยความจำ.....	15
3.2	ขั้นตอนการทดสอบคุณสมบัติด้านความละเอียดของผลลัพธ์.....	27
3.2.1	ข้อมูลสำหรับการปรับแก้โครงข่ายสามเหลี่ยม.....	30
3.2.2	การปรับแก้โครงข่าย Triangulation สภาวะทางเรขาคณิตต่างๆ	50
	ก. การปรับแก้โครงข่ายสภาวะปกติ.....	50
	ข. การปรับแก้โครงข่ายสภาวะ ill-conditioned.....	50
	ค. การปรับแก้โครงข่ายในสภาวะซิงกูลาร์.....	53
3.2.3	การทดสอบทางสถิติหลังการปรับแก้.....	53
3.2.4	การให้ค่าเมทริกซ์น้ำหนักของค่าสังเกต.....	54
3.2.5	การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน.....	55
3.3	การทดสอบเสถียรภาพเชิงตัวเลขของอัลกอริทึม.....	56
3.3.1	การทดลองเชิงตัวเลข.....	56
3.3.2	การทดสอบ sensitivity ของผลลัพธ์โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ.....	57
บทที่ 4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	63
4.1	ผลการหาเวลาในการประมวลผล.....	63
4.2	ผลการทดสอบด้านการใช้หน่วยความจำในการประมวลผล.....	65
4.3	ผลการทดสอบด้านความละเอียดของผลลัพธ์.....	68
4.4	ผลการทดสอบด้านเสถียรภาพเชิงตัวเลขของอัลกอริทึมต่างๆ.....	70
	4.4.1 ผลการทดลองเชิงตัวเลข.....	72
	4.4.2 ผลการทดสอบ sensitivity ของผลลัพธ์โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ.....	76

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 บทสรุป การวิเคราะห์ผล และข้อเสนอแนะ.....	84
5.1 บทสรุปและการวิเคราะห์ผล.....	84
5.2 ข้อเสนอแนะ	86
รายการอ้างอิง.....	88
ภาคผนวก.....	91
ภาคผนวก ก. การพิสูจน์สูตรการปรับแก้ด้วยหลักสี่เหลี่ยมผืนผ้าโดยวิธีสมการค่า- สังเกต.....	92
ภาคผนวก ข. ฟังก์ชันในโปรแกรม Mathematica ที่เกี่ยวข้องกับงานปรับแก้.....	96
ภาคผนวก ค. แสดงค่าพิกัด ค่าสังเกต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิกัด และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้.....	102
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	154

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
3.1	แสดงขนาดข้อมูลโครงข่ายสำหรับทดสอบเพื่อหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผล.....	16
3.2	แสดงค่าคลาดเคลื่อนสำหรับข้อมูลชุดที่ ข1 – ข้อมูลชุดที่ ข9.....	28
3.3	แสดงค่าคลาดเคลื่อนสำหรับข้อมูลชุดที่ ข10 – ข้อมูลชุดที่ ข18.....	29
3.4	แสดงคุณสมบัติโครงข่ายที่ใช้ทดสอบ.....	30
3.5	แสดงค่าพิกัดที่ถูกต้องตามทฤษฎี สำหรับข้อมูลชุดที่ ข1 ข2 ข3 ข4 และข9.....	32
3.6	แสดงข้อมูลค่าสังเกตที่ถูกต้องตามทฤษฎี สำหรับข้อมูลชุดที่ ข1 ข2 ข3 ข4 และข9.....	33
3.7	แสดงค่าพิกัดที่ถูกต้องตามทฤษฎี สำหรับข้อมูลชุดที่ ข5 ข6 ข7 และข8.....	37
3.8	แสดงข้อมูลค่าสังเกตที่ถูกต้องตามทฤษฎี สำหรับข้อมูลชุดที่ ข5 ข6 ข7 และข8...	38
3.9	แสดงค่าพิกัดที่ถูกต้องตามทฤษฎี สำหรับ ข้อมูลชุดที่ ข10 ข11 ข12 ข13 และข18.....	41
3.10	แสดงข้อมูลค่าสังเกตที่ถูกต้องตามทฤษฎี สำหรับข้อมูลชุดที่ ข10 ข11 ข12 ข13 และข18.....	43
3.11	แสดงค่าพิกัดที่ถูกต้องตามทฤษฎี สำหรับข้อมูลชุดที่ ข14 ข15 ข16 และข17.....	46
3.12	แสดงข้อมูลค่าสังเกตที่ถูกต้องตามทฤษฎี สำหรับข้อมูลชุดที่ ข14 ข15 ข16 และข17.....	48
3.13	แสดงชุดข้อมูลในการทดสอบ sensitivity กลุ่มที่ 1	59
3.14	แสดงชุดข้อมูลในการทดสอบ sensitivity กลุ่มที่ 2	59
3.15	แสดงชุดข้อมูลในการทดสอบ sensitivity กลุ่มที่ 3.....	60
3.16	แสดงชุดข้อมูลในการทดสอบ sensitivity กลุ่มที่ 4	61
4.1	ผลทดสอบด้านการใช้เวลาในการประมวลผลโดยใช้วิธีการต่างๆ.....	63
4.2	แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างด้านการใช้เวลาในการประมวลผลโดยใช้วิธีการต่างๆ.....	64
4.3	ผลทดสอบด้านการใช้หน่วยความจำในการประมวลผลโดยใช้วิธีการต่างๆ.....	66

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
4.4	แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างด้านการใช้หน่วยความจำในการประมวลผล โดยใช้วิธีการต่างๆ..... 67
4.5	ผลการทดสอบค่าความแปรปรวนหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึม 3 แบบ..... 69
4.6	แสดงคุณสมบัติเมทริกซ์ที่ใช้ในการปรับแก้..... 71
4.7	แสดงค่า normwise backward error..... 72
4.8	แสดงคุณสมบัติของกลุ่มข้อมูล..... 77
4.9	ผลการทดสอบ sensitivity ของผลลัพธ์โดยใช้ ข้อมูลชุดที่ ข1 – ข้อมูลชุดที่ ข4 ปรับแก้ในสภาวะปกติ..... 79
4.10	ผลการทดสอบ sensitivity ของผลลัพธ์โดยใช้ ข้อมูลชุดที่ ข5 – ข้อมูลชุดที่ ข8 ปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned..... 80
4.11	ผลการทดสอบ sensitivity ของผลลัพธ์โดยใช้ ข้อมูลชุดที่ ข10 – ข้อมูลชุดที่ ข13 ปรับแก้ในสภาวะปกติ..... 81
4.12	ผลการทดสอบ sensitivity ของผลลัพธ์โดยใช้ ข้อมูลชุดที่ ข14 – ข้อมูลชุดที่ ข17 ปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned..... 82
ค.1	แสดงค่าพิกัดหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข1..... 103
ค.2	แสดงค่าสังเกตหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข1..... 105
ค.3	แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิกัดหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข1..... 108
ค.4	แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข1..... 110
ค.5	แสดงค่าพิกัดหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข7..... 113
ค.6	แสดงค่าสังเกตหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข7..... 115
ค.7	แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิกัดหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข7..... 118
ค.8	แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข7..... 120
ค.9	แสดงค่าพิกัดหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข8..... 123
ค.10	แสดงค่าสังเกตหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข8..... 125
ค.11	แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิกัดหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข8..... 128

สารบัญภาพ

รูปที่		หน้า
3.1	รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูล ชุดที่ ก1.....	17
3.2	รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูล ชุดที่ ก2.....	18
3.3	รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูล ชุดที่ ก3.....	19
3.4	รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูล ชุดที่ ก4.....	20
3.5	รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูล ชุดที่ ก5.....	21
3.6	รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูล ชุดที่ ก6.....	22
3.7	รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูล ชุดที่ ก7.....	23
3.8	รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูล ชุดที่ ก8.....	24
3.9	รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูล ชุดที่ ก9.....	25
3.10	รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูล ชุดที่ ก10.....	26
3.11	รูปโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation สำหรับข้อมูลชุดที่ ข1 ข2 ข3 และข 4.....	35
3.12	รูปโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation สำหรับข้อมูลชุดที่ ข9.....	36
3.13	รูปโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation สำหรับข้อมูลชุดที่ ข5 ข6 ข7 และข8.....	40

สารบัญภาพ (ต่อ)

รูปที่	หน้า
3.14	รูปโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation สำหรับข้อมูลชุดที่ ข10 ข11 ข12 และข13..... 44
3.15	รูปโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation สำหรับข้อมูลชุดที่ ข18..... 45
3.16	รูปโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation สำหรับข้อมูลชุดที่ ข14 ข15 ข16 และข17..... 49
3.17	กราฟแสดงสมการเส้นตรงสองเส้นตัดกันทำให้เกิดมุมเล็งสัดขนาดเล็กและเกิดสภาวะ ill-conditioned..... 52
3.18	แผนผังสรุปขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย..... 62
4.1	กราฟแสดงการเปรียบเทียบด้านการใช้เวลาในการประมวลผลโดยใช้วิธีการต่างๆ.. 64
4.2	กราฟแสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างด้านการใช้เวลาในการประมวลผลโดยใช้วิธีการต่างๆ..... 65
4.3	กราฟแสดงการเปรียบเทียบด้านการใช้หน่วยความจำในการประมวลผลโดยใช้วิธีการต่างๆ..... 66
4.4	กราฟแสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างด้านการใช้หน่วยความจำในการประมวลผลโดยใช้วิธีการต่างๆ..... 67
4.5	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง normwise backward error และค่า $K(A)$ ข้อมูลชุดที่ ข1 – ข้อมูลชุดที่ ข9..... 74
4.6	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง normwise backward error และค่า $K(A)$ ข้อมูลชุดที่ ข10 – ข้อมูลชุดที่ ข18..... 74

รายการสัญลักษณ์และความหมาย

สัญลักษณ์	ความหมาย
L_a	เวกเตอร์ค่าสังเกตหลังการปรับแก้ $L_a = L_b + V$
L_0	เวกเตอร์ค่าประมาณของค่าสังเกตที่คำนวณจากค่าประมาณของพารามิเตอร์ $L_0 = F(X_0)$
L	เวกเตอร์ผลต่างของค่าสังเกต $L = L_0 - L_b$
L_b	เวกเตอร์ค่าสังเกต
X	เวกเตอร์ค่าตรวจแก้สำหรับแก้ค่าประมาณของพารามิเตอร์
X_0	เวกเตอร์ค่าประมาณของพารามิเตอร์ก่อนการปรับแก้
X_a	เวกเตอร์ค่าพารามิเตอร์หลังการปรับแก้
V	เวกเตอร์ของเศษคงเหลือ
P	เมทริกซ์น้ำหนักของค่าสังเกต
A	เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของพารามิเตอร์สำหรับค่าสังเกต
n	จำนวนค่าสังเกต
u	จำนวนพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า
r	ลำดับชั้นของความเป็นอิสระ (ทางสถิติ)
N	เมทริกซ์ปกติ
I	เมทริกซ์เอกลักษณ์

สัญลักษณ์

ความหมาย

C	เมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง ซึ่งได้จากวิธี Cholesky Decomposition
Y	ผลเฉลยของระบบสมการที่ได้จากวิธีแทนค่าไปข้างหน้า
Q_x	เมทริกซ์ของความแปรปรวน
Q	เมทริกซ์เชิงตั้งฉาก ซึ่งได้จากวิธี QR Decomposition
R	เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน ซึ่งได้จากวิธี QR Decomposition
\hat{U}	เมทริกซ์เชิงตั้งฉาก ซึ่งได้จากวิธี Singular Value Decomposition
\hat{V}	เมทริกซ์เชิงตั้งฉาก ซึ่งได้จากวิธี Singular Value Decomposition
S	เมทริกซ์ทแยงมุม ซึ่งได้จากวิธี Singular Value Decomposition
σ_0^2	ค่าความแปรปรวนของน้ำหนักหนึ่งหน่วยก่อนการปรับแก้
$\hat{\sigma}_0^2$	ค่าความแปรปรวนของน้ำหนักหนึ่งหน่วยหลังการปรับแก้
α	ระดับนัยสำคัญของการทดสอบสมมุติฐาน
σ_i^2	ความแปรปรวนของค่าสังเกตที่ i เมื่อ $i = 1, 2, 3, \dots$
Hil	เมทริกซ์ฮิวเบิร์ต
r'	ลำดับชั้นของเมทริกซ์
“	ฟิลิปดา

สัญลักษณ์

ความหมาย

σ_0^2	ค่าความแปรปรวนซึ่งได้จากความแปรปรวนของค่าต่างของพารามิเตอร์หลังการปรับแก้
$F(X_a)$	ฟังก์ชัน F ของ X_a สำหรับค่าสังเกต
\sum_{X_a}	เมทริกซ์ความแปรปรวนของพารามิเตอร์ที่ปรับแก้แล้ว $\sum_{X_a} = \sigma_0^2 \cdot Q_{X_a}$
\sum_{L_a}	เมทริกซ์ความแปรปรวนของค่าสังเกตที่ปรับแก้แล้ว
$K(A)$	ค่า condition number
$\eta(Y)$	ค่า normwise backward error
\hat{A}	ค่าเมทริกซ์ใดๆ
b	ค่าเวกเตอร์ใดๆ
ΔA	เมทริกซ์ค่ารบกวน
Δb	เมทริกซ์ค่ารบกวน
$\ \cdot \ $	ค่านอร์มของเวกเตอร์
ε	หน่วยการบิดเศษ

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญแขนงหนึ่งในปัจจุบัน ทั้งนี้เนื่องจากคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในงานต่างๆ ได้โดยตรงแล้วยังสามารถนำเอาคณิตศาสตร์ไปใช้ร่วมกับศาสตร์สาขาอื่นๆ ได้ เช่น วิศวกรรมศาสตร์ วิทยาศาสตร์กายภาพ เป็นต้น แต่ในปัจจุบันได้มีวิธีการแก้ปัญหาระบบสมการทางคณิตศาสตร์อยู่มากมายหลายวิธี โดยแต่ละวิธีมีขั้นตอนที่แตกต่างกันออกไป และเนื่องจากในปัจจุบันมีสภาพการใช้งานที่หลากหลายปัญหานั้นจึงไม่มีวิธีการใดๆ ที่เหมาะสมกับการใช้งานในทุกสภาพของปัญหา การเลือกวิธีการคำนวณแบบใดนั้นจึงต้องคำนึงถึงความถูกต้องและความเหมาะสมในการใช้งาน

ในปัจจุบันการประมาณค่าที่นิยมมากที่สุดวิธีหนึ่งก็คือวิธีลีสท์สแควร์ (Least Squares) นับตั้งแต่ลีสท์สแควร์ ได้แพร่หลายไปในสาขาวิชาต่างๆ และเมื่อมีการนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการคำนวณหาค่าตอบรวมถึงการใช้เมทริกซ์และความสัมพันธ์ต่างๆ ในปัจจุบันจึงเป็นการนำลีสท์สแควร์มาประยุกต์ใช้เพียงเรื่องของการคำนวณ ดังนั้นการเลือกใช้วิธีการคำนวณที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดและเหมาะสมกับการใช้งานจึงมีความสำคัญมาก ซึ่งในสายงานด้านวิศวกรรมสำรวจมีความจำเป็นต้องใช้เป็นเครื่องมือในการปรับแก้เพื่อหาค่าตอบของงาน

ดังนั้นในงานวิจัยชุดนี้จึงเน้นการทดสอบเปรียบเทียบการคำนวณหาผลเฉลยของระบบสมการโดยใช้วิธีการคำนวณทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันเพื่อแสดงให้เห็นถึงผลลัพธ์ที่ได้ในการเลือกใช้งาน

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบการคำนวณหาผลเฉลยของระบบสมการจากการคำนวณปรับแก้ด้วยหลักของลีสท์สแควร์โดยวิธีสมการค่าสังเกตสำหรับโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ 2 มิติ ระหว่างวิธี Cholesky Decomposition วิธี QR Decomposition และวิธี Singular Value Decomposition

2. เพื่อเปรียบเทียบคุณสมบัติในด้านเวลาที่ใช้ในการคำนวณผลลัพธ์ ความต้องการหน่วยความจำในการคำนวณผลลัพธ์ และความละเอียด (precision) ของผลลัพธ์

3. เพื่อวิเคราะห์การปรับแก้โครงข่ายในสถานการณ์ที่แตกต่างกันระหว่างการปรับแก้โครงข่ายในสภาวะปกติ การปรับแก้โครงข่ายในสภาวะ ill-conditioned และการปรับแก้โครงข่ายในสภาวะซิงกูลาร์

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1. ใช้การปรับแก้แบบลีสท์สแควร์โดยวิธีสมการค่าสังเกตและใช้แบบจำลองเชิงคณิต $L_a = F(X_a)$
2. ในการทดสอบปรับแก้ใช้โครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation ซึ่งแบ่งการปรับแก้ออกเป็น 3 สภาวะ คือ การปรับแก้โครงข่ายในสภาวะปกติ การปรับแก้โครงข่ายในสภาวะ ill-conditioned และการปรับแก้โครงข่ายในสภาวะซิงกูลาร์
3. ใช้โปรแกรม Mathematica Version 4.0 ในการประมวลผลเพื่อหาคำตอบ
4. ใช้คอมพิวเตอร์ซึ่งมีความเร็วหน่วยประมวลผลกลาง (CPU) เท่ากับ 300 เมกะเฮิร์ตซ์ หน่วยความจำ 128 เมกะไบต์ และใช้ระบบปฏิบัติการบนวินโดวส์ 98
5. สมมติว่าค่าสังเกตต่างๆ ไม่มีสหสัมพันธ์ต่อกัน ดังนั้นเมทริกซ์น้ำหนักของค่าสังเกตเป็นเมทริกซ์ทแยงมุม (diagonal matrix) และเป็น positive definite matrix
6. การปรับแก้โครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation จะพิจารณาเฉพาะผลเฉลยที่เกิดจากการใช้อัลกอริทึมที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหาาระบบสมการเท่านั้น

1.4 แนวเหตุผลและทฤษฎีที่สำคัญหรือสมมุติฐาน

การประมาณค่าเป็นปัญหาที่เกิดขึ้นเสมอในสายงานด้านวิศวกรรมสำรวจและลีสท์สแควร์ก็เป็นวิธีประมาณค่าที่ดีวิธีหนึ่งสำหรับหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมจากข้อมูลค่าสังเกตซึ่งมีมากกว่าจำนวนน้อยสุดที่จำเป็น ซึ่งหลังจากเลือกแบบจำลองเพื่อใช้ในการปรับแก้ รวมถึงการสร้างสมการพร้อมด้วยการทำให้เป็นสมการเชิงเส้นแล้ว สามารถนำเทคนิคของลีสท์สแควร์มาประยุกต์ใช้โดยใช้ในรูปแบบพีชคณิตเมทริกซ์ และสุดท้ายก็จะเป็นเรื่องของการคำนวณเพื่อหาผลเฉลยจากระบบสมการเชิงเส้น ซึ่งในปัจจุบันวิธีการคำนวณทางคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบของระบบสมการมีให้เลือกหลายวิธี และแต่ละวิธีก็มีคุณสมบัติเฉพาะที่แตกต่างกันออกไป ดังนั้นการเลือกวิธีการคำนวณจึงเป็นสิ่งที่ต้องคำนึงถึงความเหมาะสมในการใช้งานให้มากที่สุด ซึ่งข้อควรพิจารณาในแง่มุมเด่นๆ โดยทั่วไปคือ

- 1.4.1 ด้านการใช้เวลาในการประมวลผล ซึ่งในการปรับแก้วิธีการคำนวณแต่ละวิธี จะใช้เวลาในการประมวลผลเพื่อหาผลลัพธ์แตกต่างกัน สำหรับการใช้งานในด้านวิศวกรรมสำรวจที่เด่นชัดคือ ความต้องการหาค่าพารามิเตอร์ในการปรับแก้ค่าอย่างรวดเร็ว

1.4.2 ด้านความต้องการใช้หน่วยความจำ ความต้องการใช้หน่วยความจำในการประมวลผลเป็นอีกคุณสมบัติที่แตกต่างกัน จะมีบทบาทมากขึ้นเมื่อเมทริกซ์ที่ใช้ในการปรับแก้มีขนาดใหญ่

1.4.3 ด้านเสถียรภาพเชิงตัวเลข (numerical stability) แต่ละวิธีการก็จะมีคุณสมบัติด้านนี้แตกต่างกันและมีผลกระทบต่อผลลัพธ์ที่ได้หลังการปรับแก้ โดยเฉพาะโครงข่ายที่มีความบกพร่องของข้อมูลการรังวัด

ปัญหาในแง่มุมต่างๆ ข้างต้นเป็นปัญหาที่เกิดขึ้นอยู่เสมอในการปรับแก้ ความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีในปัจจุบันทำให้มีเครื่องมือคอมพิวเตอร์ที่มีความสามารถในการทำงานสูงขึ้น ทำให้การทำงานมีความสะดวกสบายและมีประสิทธิภาพกว่าในอดีต แต่ความเหมาะสมในการใช้งานก็ยังคงมีความสำคัญอยู่เช่นกัน และในปัจจุบันมีอัลกอริทึมให้เลือกใช้อยู่มาก การเลือกใช้อัลกอริทึมที่แตกต่างกันจึงน่าจะส่งผลต่อความถูกต้องของผลการคำนวณที่ได้ ดังนั้นในงานวิจัยชุดนี้จึงเน้นการทดสอบใช้อัลกอริทึมที่แตกต่างกันในการปรับแก้

1.5 ขั้นตอนและวิธีดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาทฤษฎีด้านคณิตศาสตร์ พีชคณิตเชิงเส้น สถิติ การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ และรวบรวมงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาวิธีการคำนวณดังต่อไปนี้ คือ วิธี Cholesky Decomposition วิธี QR Decomposition และวิธี Singular Value Decomposition
2. ศึกษาการปรับแก้โดยใช้หลักของลีสท์สแควร์ โดยวิธีสมการค่าสังเกตและใช้แบบจำลองเชิงคณิต $L_a = F(X_a)$
3. ทดสอบด้านการใช้เวลาในการประมวลผลโดยใช้ วิธี Cholesky Decomposition วิธี QR Decomposition และวิธี Singular Value Decomposition
4. ทดสอบด้านความต้องการใช้หน่วยความจำในการประมวลผลโดยใช้วิธี Cholesky Decomposition วิธี QR Decomposition และวิธี Singular Value Decomposition
5. ทดสอบด้านความละเอียด (precision) ของผลลัพธ์ การทดลองเชิงตัวเลข (numerical experiments) และการทดสอบปรับแก้โครงข่ายโดยแบ่งการปรับแก้ออกเป็น การปรับแก้ในสภาวะปกติ การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned และการปรับแก้ในสภาวะซิงกูลาร์
6. วิเคราะห์ผลการทดสอบในด้านการใช้เวลา การใช้หน่วยความจำ และความละเอียดของผลลัพธ์
7. สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ทำให้ทราบถึงการเปลี่ยนแปลงของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณปรับแก้ภายใต้สถานการณ์และวิธีการที่แตกต่างกัน โดยใช้หลักของลิสต์สแควร์
2. ทำให้เห็นถึงความสำคัญในการเลือกใช้อัลกอริทึมว่ามีผลกระทบอย่างไรในการปรับแก้
3. ทำให้เกิดแนวคิดในการเลือกใช้และทดสอบอัลกอริทึมแบบใหม่ๆ ในอนาคตที่ทำให้งานปรับแก้มีประสิทธิภาพมากกว่าเดิม
4. สามารถชี้ให้เห็นถึงคุณสมบัติของวิธีการแต่ละแบบ ทำให้สามารถเลือกใช้อัลกอริทึมปรับแก้ให้เหมาะสมกับข้อมูลที่มีอยู่



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

ความสำคัญในการเลือกใช้อัลกอริทึมในการปรับแก้

ปัญหาการประมาณค่าเป็นปัญหาที่เกิดขึ้นเสมอในการประมวลผลข้อมูลงานวิศวกรรมสำรวจ และวิธีการหนึ่งที่มีมักจะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาในปัจจุบันก็คือ ลีสท์สแควร์ การนำลีสท์สแควร์มาใช้ในการปรับข้อมูลค่าสังเกตเพื่อให้ได้ผลของการปรับแก้มีค่าผลบวกของเศษเหลือยกกำลังสองตามน้ำหนัก ($V^T P V$) น้อยที่สุด และทำให้ค่าพารามิเตอร์เป็นเอกภาพ (unique) โดยในการปรับแก้มีจำนวนข้อมูลค่าสังเกตมากกว่าจำนวนพารามิเตอร์ ในขั้นตอนการคำนวณจะมีการหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น ซึ่งสามารถเลือกใช้อัลกอริทึมได้ตามความเหมาะสม อัลกอริทึมที่ใช้จะเป็นปัจจัยหนึ่งที่มีผลต่อคำตอบสุดท้ายที่ได้

จากงานวิจัยในอดีตที่ผ่านมา มีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการทดสอบอัลกอริทึมสำหรับการใช้งานในสาขาต่างๆ ดังเช่น Schmid (1973) กล่าวถึงและทดสอบเกี่ยวกับคุณสมบัติของวิธี Cholesky Decomposition และแสดงให้เห็นว่าเป็นวิธีที่ง่ายที่สุดสำหรับการแก้ปัญหาลีสท์สแควร์ และได้คำตอบที่เป็นเอกภาพ Teskey (1983) ได้ศึกษาและเปรียบเทียบการปรับแก้โครงข่ายแบบ 2 มิติ โดยใช้เงื่อนไขบังคับ (constraints) ระหว่างวิธี Cholesky Decomposition และ วิธี QR Decomposition ในการทดสอบใช้อัลกอริทึมของ Given Transformations ซึ่งแสดงให้เห็นถึงข้อได้เปรียบของวิธี QR Decomposition ในการเพิ่มข้อมูลค่าสังเกต สำหรับการปรับแก้โครงข่ายในสภาพที่อ่อนแอ Tang (1991) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการปรับแก้ด้วยหลักลีสท์สแควร์กับการใช้เงื่อนไขบังคับ และใช้วิธี QR Decomposition โดยใช้อัลกอริทึมของ Given Transformations สำหรับแก้ปัญหาในงาน Signal Processing ซึ่งแสดงให้เห็นถึงการคำนวณที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา ill-conditioned ในรูปแบบการใช้งานแบบ Real Time Wang (1994) ได้ศึกษาปัญหาของลีสท์สแควร์ในรูปแบบเฉพาะของเมทริกซ์ซึ่งก็คือ เมทริกซ์มากเลขศูนย์ (sparse matrix) และทดสอบใช้อัลกอริทึมที่แตกต่างกัน ได้วิเคราะห์หาสิ่งที่เกี่ยวข้องกับความไม่สมบูรณ์ของอัลกอริทึม Cholesky Decomposition และกรณีที่จำกัดในการใช้งาน โดยได้ทดสอบในเงื่อนไขตามขอบเขตที่กำหนด ซึ่งจากการทดลองสามารถปรับปรุงเสถียรภาพเชิงตัวเลขของวิธี Cholesky Decomposition ในรูปแบบกรณีเฉพาะได้ Kamn (1998) ศึกษาเกี่ยวกับการคืนสภาพเดิม (restoration) ของข้อมูลสัญญาณภาพ (the observed signal) ด้วยหลักลีสท์สแควร์ในการทดสอบใช้วิธี Singular Value Decomposition ซึ่งก็คือ

กระบวนการลดระดับความไม่ชัด (blur) ในข้อมูลสัญญาณภาพ ในรูปแบบสมการ $Kf = g$ เมื่อ K คือ เมทริกซ์ขนาดใหญ่ซึ่งอยู่ในรูปของ Toplitz matrix f คือ เวกเตอร์ค่าสัญญาณที่ถูกต้อง และ g คือ เวกเตอร์ข้อมูลสัญญาณภาพ ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้พิจารณาประสิทธิภาพของวิธี Singular Value Decomposition ในการแก้ปัญหา Toplitz matrix ซึ่งแสดงให้เห็นว่าเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการคำนวณ

จากการศึกษารูปแบบการใช้งานสามารถเห็นได้ว่าอัลกอริทึมต่างๆ ที่กล่าวมานี้ได้ใช้งานในหลากหลายสาขาวิชา เช่น เทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ วิศวกรรมศาสตร์ ทฤษฎีการควบคุม เป็นต้น และในปัจจุบันก็ยังคงนำเอาไปทดสอบและพัฒนาอย่างต่อเนื่อง รวมถึงการทดสอบเสถียรภาพของอัลกอริทึม (the stability of algorithms) สำหรับการใช้งาน และเนื่องจากในปัจจุบันมีอัลกอริทึมแบบใหม่ๆ พัฒนาขึ้นจึงทำให้เกิดปัญหาขึ้นว่า

- 1) ผู้ใช้ไม่สามารถทราบทุกสิ่งทุกอย่างเกี่ยวกับอัลกอริทึมที่นำมาใช้รวมถึงประสิทธิภาพของซอฟต์แวร์ที่ใช้งาน
- 2) มีการพัฒนาอัลกอริทึมรูปแบบใหม่ๆ อย่างต่อเนื่อง ดังนั้นคุณสมบัติของอัลกอริทึมในด้านต่างๆ จึงจำเป็นต้องคำนึงถึง
- 3) ในงานพีชคณิตเชิงเส้นสมัยใหม่มีวิธีการวิเคราะห์คุณสมบัติด้านเสถียรภาพรูปแบบใหม่ๆ ทำให้เกิดเป็นวิธีที่แตกต่างกันในการเปรียบเทียบ รวมถึงในปัจจุบันมีเทคโนโลยีด้านคอมพิวเตอร์ที่ทันสมัยมากกว่าในอดีต ดังนั้นความต้องการที่จะประเมินเพื่อทดสอบใหม่จึงมีโอกาที่จะกระทำได้อยู่เสมอในปัจจุบัน โดยใช้หนทางที่สามารถทำได้โดยไม่ซับซ้อนมาก และไม่จำเป็นต้องใช้ผู้เชี่ยวชาญในการทดสอบ เพื่อศึกษาถึงผลลัพธ์ที่ได้ในทางปฏิบัติสำหรับสาขาที่ผู้ใช้ปฏิบัติงานหรือสนใจ

ดังนั้นในงานวิจัยชุดนี้จึงเลือกทดสอบการใช้ วิธี Cholesky Decomposition วิธี QR Decomposition และ วิธี Singular Value Decomposition เพื่อเปรียบเทียบคุณสมบัติในด้านต่างๆ และทดสอบความเหมาะสมในการใช้งานเพื่อปรับแก้ค่าข้อมูลงานรังวัดในงานวิศวกรรมสำรวจในสภาพการปรับแก้ที่แตกต่างกัน เพื่อศึกษาถึงผลลัพธ์ที่ได้ว่าส่งผลกระทบต่อความถูกต้องในการใช้งานหรือไม่ โดยใช้วิธีการสมการค่าสังเกต (observation equation) ซึ่งมีขั้นตอน ปฏิบัติดังนี้

เมื่อกำหนดแบบจำลองเชิงคณิต (mathematical model) (วิชา จีวาลย์, 2524)

$$L_s = F(X_s) \quad (2.1)$$

เมื่อกำหนดให้

$$A = \frac{\partial F}{\partial X} \quad (2.2)$$

$$L_a = L_b + V \quad (2.3)$$

$$L = F(X_0) - L_b \quad (2.4)$$

สมการที่ (2.1) สามารถทำให้เป็นสมการเชิงเส้นได้ ดังนี้

$$V = AX + L \quad (2.5)$$

หลักการของลีสทิงส์แควร์คือ ผลรวมทางพีชคณิตของผลคูณระหว่างน้ำหนักของค่าสังเกตกับเศษเหลือกำลังสองที่สอดคล้องกันมีค่าน้อยที่สุด

$$\phi = V^T P V \Rightarrow \text{มีค่าน้อยที่สุด} \quad (2.6)$$

เมื่อ

P คือ เมทริกซ์น้ำหนักของค่าสังเกต

V คือ เวกเตอร์ของเศษคงเหลือ (residuals)

เมื่อกำหนดให้

$$N = A^T P A \quad \text{และ} \quad U = A^T P L$$

จากการหาอนุพันธ์อันดับหนึ่งของสมการที่ (2.6) เทียบกับ V แล้วจับผลที่ได้เท่ากับศูนย์จะได้ผลลัพธ์เป็นสมการปกติ (normal equations) ดังนี้

$$NX + U = 0 \quad (2.7)$$

N คือ เมทริกซ์ปกติ (normal matrix)

A คือ เมทริกซ์สัมประสิทธิ์

X คือ ค่าตรวจแก้ (corrections) สำหรับพารามิเตอร์

L คือ ค่าต่างของ L_0 และ L_b

และได้ค่าพารามิเตอร์ (parameters) หลังการปรับแก้คือ

$$X_a = X_0 + X \quad (2.8)$$

เมื่อ

X_a คือ ค่าพารามิเตอร์หลังการปรับแก้

X_0 คือ ค่าประมาณของพารามิเตอร์

L_b คือ ปริมาณค่าสังเกต

L_0 คือ ปริมาณที่คำนวณได้จากค่าประมาณของพารามิเตอร์ X_0

L_a คือ เวกเตอร์ค่าสังเกตภายหลังการปรับแก้

เมื่อเมทริกซ์น้ำหนักของค่าสังเกต P เป็นเมทริกซ์ทแยงมุม (diagonal matrix)

กำหนดให้

$$P' = \sqrt{P} \quad (2.9a)$$

$$p = (p')^2 \quad (2.9b)$$

$$P = P'(P')^T = (P')^T P' \quad (2.9c)$$

กำหนดให้

$$A' = P'A \quad (2.10a)$$

และ

$$L' = P'L \quad (2.10b)$$

$$(A')^T = A^T (P')^T \quad (2.11)$$

จากสมการที่ (2.10a) (2.10b) และ (2.11) เขียนได้เป็น

$$(A')^T A' X = -(A')^T L' \quad (2.12)$$

เมื่อกำหนดให้ $N' = (A')^T A'$ และ $U' = (A')^T L'$

$$N'X + U' = 0 \quad (2.13a)$$

$$N'X = -U' \quad (2.13b)$$

สมการที่ (2.13) เป็นระบบสมการเชิงเส้นและมีคำตอบเป็นเอกภาพ (unique solution) เมื่อค่าดีเทอร์มิแนนต์ (determinant) ของ เมทริกซ์ N' มีค่าไม่เท่ากับศูนย์

2.1 ขั้นตอนการหาผลเฉลยของระบบสมการโดยวิธี Cholesky Decomposition

วิธี Cholesky Decomposition เป็นวิธีการหาคำตอบของระบบสมการที่นิยมใช้กันโดยทั่วไป เป็นวิธีมาตรฐานที่นิยมใช้กันมานาน โดยวิธีนี้จะใช้คุณสมบัติของการผกผันของเมทริกซ์สามเหลี่ยม จึงเป็นวิธีที่สามารถเข้าใจได้ง่าย ประหยัดทั้งในด้านการใช้หน่วยความจำและเวลาการคำนวณ ซึ่งเป็นคุณสมบัติที่โดดเด่น ในงานวิจัยนี้เป็นหนึ่งในสามวิธีที่นำมาพิจารณา

เมื่อกำหนดให้เมทริกซ์ N' สามารถแยกได้เป็น Cholesky factors (Bock, 1998)

$$N' = CC^T \quad (2.14)$$

จากสมการที่ (2.13b) สามารถเขียนได้เป็น

$$(CC^T)X = -U' \quad (2.15)$$

เมื่อ

C คือ เมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง (lower triangular matrix)

ซึ่งในการคำนวณค่า X สามารถคำนวณได้โดย แก่ระบบสมการสองส่วน ส่วนแรกเรียกว่า วิธีแทนค่าไปข้างหน้า (forward substitution) คือ การคำนวณค่า Y ในสมการ

$$CY = -U' \quad (2.16a)$$

หลังจากนั้นเป็นการคำนวณในส่วนที่สอง ซึ่งเรียกว่า วิธีแทนค่าย้อนกลับ (back substitution) เพื่อหาค่า X ซึ่งหาได้จากสมการ

$$C^T X = Y \quad (2.16b)$$

สำหรับเมทริกซ์ของความแปรปรวน (variance-covariance matrix) ของ พารามิเตอร์ ซึ่งสามารถหาค่าได้จาก

$$\sum_x = \sigma_0^2 Q_x \quad (2.17)$$

โดยที่

$$Q_x = (CC^T)^{-1} \quad (2.18a)$$

$$Q_x = (C^T)^{-1}C^{-1} \quad (2.18b)$$

2.2 ขั้นตอนการหาผลเฉลยของระบบสมการโดยวิธี QR Decomposition

วิธี QR Decomposition เป็นวิธีการหาคำตอบของระบบสมการวิธีหนึ่งที่มีความเสถียรสำหรับการแก้ปัญหาสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยไม่ต้องจัดรูปสมการปกติ และเป็นวิธีที่ให้ผลการคำนวณที่มีความถูกต้อง โดยปกติจำเป็นต้องใช้หน่วยความจำ และเวลาในการคำนวณค่อนข้างสูง วิธีดังกล่าวนี้จะใช้คุณสมบัติของเมทริกซ์เชิงตั้งฉาก (orthogonal matrix) โดยทั่วไปจะแบ่งอัลกอริทึมออกเป็น 3 แบบซึ่งก็คือ วิธี Householder Transformations วิธี Given Transformations และ วิธี Gram-Schmidt ซึ่งในโปรแกรม Mathematica ใช้อัลกอริทึม Householder Transformations สำหรับขั้นตอนการใช้ในงานปรับแก้มีดังต่อไปนี้ (Bock, 1998)

กำหนดให้

$$A' = QR \quad (2.19a)$$

$$(A')^T = R^T Q^T \quad (2.19b)$$

เมื่อ $A' = \sqrt{P}A$

Q คือ เมทริกซ์เชิงตั้งฉาก (orthogonal matrix)

R คือ เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน (upper triangular matrix)

จากสมการที่ (2.12) ใช้ความสัมพันธ์จากสมการที่ (2.19) สามารถเขียนได้เป็น

$$(QR)^T (QR)X = -(QR)^T L' \quad (2.20a)$$

$$(R^T Q^T QR)X = -(R^T Q^T)L' \quad (2.20b)$$

จากคุณสมบัติเมทริกซ์เชิงตั้งฉาก (orthogonal matrix) ทำให้ $Q^T = Q^{-1}$ ดังนั้น

$$Q^T Q = I \quad (2.21)$$

จากสมการที่ (2.20b) สามารถเขียนได้เป็น

$$R^T R X = -R^T Q^T L' \quad (2.22)$$

เมื่อเมทริกซ์ R เป็นเมทริกซ์ไม่เอกฐาน (non-singular matrix) ทำให้สามารถลดรูปเป็นสมการที่ (2.23) และสามารถแทนค่ากลับเพื่อหาคำตอบของระบบสมการ

$$R X = -Q^T L' \quad (2.23)$$

สำหรับเมทริกซ์ของความแปรปรวน (variance-covariance matrix) ของ พารามิเตอร์คำนวณได้จาก

$$\Sigma_x = \sigma_0^2 Q_x$$

โดยที่

$$Q_x = (R^T R)^{-1} \quad (2.24a)$$

$$Q_x = R^{-1} (R^T)^{-1} \quad (2.24b)$$

2.3 ขั้นตอนการหาผลเฉลยของระบบสมการโดยวิธี Singular Value Decomposition

เป็นวิธีที่มีความแม่นยำสูง (accuracy) และมีความเสถียรมากวิธีหนึ่งซึ่งสามารถหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นที่มีลำดับชั้น (rank) เต็มหรือไม่เต็มก็ได้ สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาลิสต์สแควร์โดยไม่ต้องจัดรูปสมการปกติ ซึ่งในงานวิจัยนี้เป็นวิธีหนึ่งในสามวิธีที่นำมาพิจารณา เมื่อกำหนดให้ (Bock, 1998)

A คือ เมทริกซ์สัมประสิทธิ์, $A' = \sqrt{P} A$

\hat{U} คือ เมทริกซ์เชิงตั้งฉาก (orthogonal matrix)

S คือ เมทริกซ์เฉียง (diagonal matrix)

\hat{V} คือ เมทริกซ์เชิงตั้งฉาก (orthogonal matrix)

ในทุกกรณีเมทริกซ์ A' สามารถแยกได้เป็น

$$A' = \hat{U} S \hat{V}^T \quad (2.25a)$$

$$(A')^T = (\hat{U} S \hat{V}^T)^T = \hat{V} S \hat{U}^T \quad (2.25b)$$

เมื่อ \hat{V} และ \hat{U} เป็นเมทริกซ์เชิงตั้งฉาก (orthogonal matrix) ทำให้

$$\hat{V}^T = \hat{V}^{-1} \text{ และ } \hat{U}^T = \hat{U}^{-1}$$

ดังนั้น

$$\hat{V}^T \hat{V} = I \quad (2.26a)$$

และ

$$\hat{U}^T \hat{U} = I \quad (2.26b)$$

จากสมการที่ (2.12) ใช้ความสัมพันธ์จากสมการที่ (2.25a) และ สมการที่ (2.25b) สามารถเขียนได้เป็น

$$(\hat{V}S\hat{U}^T)(\hat{U}S\hat{V}^T)X = -\hat{V}S\hat{U}^T L' \quad (2.27a)$$

$$(\hat{V}SS\hat{V}^T)X = -\hat{V}S\hat{U}^T L' \quad (2.27b)$$

เอา \hat{V}^{-1} คูณทางด้านซ้ายตลอด จะได้

$$SS\hat{V}^T X = -S\hat{U}^T L' \quad (2.27c)$$

เอา S^{-1} คูณทางด้านซ้ายตลอด จะได้

$$(S\hat{V}^T)X = -\hat{U}^T L' \quad (2.27d)$$

$$X = -(S\hat{V}^T)^{-1} \hat{U}^T L' \quad (2.27e)$$

ดังนั้นสามารถหาค่า X ได้จาก

$$X = -(\hat{V}S^{-1}\hat{U}^T)L' \quad (2.28)$$

สำหรับเมทริกซ์ของความแปรปรวน (variance-covariance matrix) ของพารามิเตอร์ สามารถหาค่าได้จาก

$$\begin{aligned} \sum_x &= \sigma_0^2 Q_x \\ Q_x &= \hat{V}(S^2)^{-1}\hat{V}^T \end{aligned} \quad (2.29)$$

บทที่ 3

ลักษณะข้อมูลและวิธีการดำเนินการวิจัย

จุดมุ่งหมายในการปรับแก้คือ การได้มาซึ่งค่าพารามิเตอร์ที่ถูกต้องจากการคำนวณปรับแก้ ดังนั้นในบทนี้จึงศึกษาคุณสมบัติต่างๆ ของอัลกอริทึมโดยจัดแบ่งกรณี ลักษณะข้อมูลที่ทำการทดสอบ และวิธีการทดสอบ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

3.1 ขั้นตอนการเปรียบเทียบเวลาในการประมวลผลและการใช้หน่วยความจำในการประมวลผล

การทดสอบในด้านการใช้เวลาและการใช้หน่วยความจำในประมวลผลนั้นก็คือขั้นตอนวิธีการดำเนินการเพื่อให้ได้มาซึ่งค่าตรวจแก้สำหรับแก้ค่าพารามิเตอร์ในการปรับแก้ ซึ่งแต่ละวิธีจะดำเนินการแตกต่างกัน

เวลาในการประมวลผล หมายถึง เวลาที่ใช้ในการแก้ระบบสมการปกติของแต่ละวิธีการเพื่อให้ได้ค่าเวกเตอร์ X ซึ่งเป็นค่าตรวจแก้สำหรับพารามิเตอร์ของการปรับแก้ แต่ละวิธีมีขั้นตอนที่แตกต่างกัน และขั้นตอนการนับเวลาจะเริ่มขึ้นหลังจากเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ A ได้ถูกเปลี่ยนเป็นเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ A' และ เวกเตอร์ L ได้ถูกเปลี่ยนเป็นเวกเตอร์ L' และในการหาเวลาการประมวลผล จะใช้เวลาของหน่วยประมวลผลกลาง (Central Processing Unit, CPU) การคำนวณโดยฟังก์ชันในโปรแกรม Mathematica ใช้ ฟังก์ชัน Timing[exp_] เมื่อ exp คือ นิพจน์ (expression) ที่ต้องการคำนวณ (ดูภาคผนวก ข.) ซึ่งฟังก์ชัน ดังกล่าว ใช้หน่วยเวลาของหน่วยประมวลผลกลางโดยมีหน่วยเป็นวินาที

หน่วยความจำในการคำนวณ หมายถึง จำนวนของหน่วยความจำเป็นไบต์ (byte) ที่ใช้ในการคำนวณขั้นตอนต่างๆ ของวิธีการแต่ละแบบเพื่อให้ได้ค่าเวกเตอร์ X ซึ่งก็คือค่าตรวจแก้สำหรับพารามิเตอร์ของการปรับแก้ แต่ละวิธีการจะใช้ขั้นตอนที่แตกต่างกัน และขั้นตอนการนับเวลาจะเริ่มขึ้นหลังจากเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ A ได้ถูกเปลี่ยนเป็นเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ A' และ เวกเตอร์ L ได้ถูกเปลี่ยนเป็นเวกเตอร์ L' และสำหรับฟังก์ชันที่ใช้สำหรับการคำนวณด้านการใช้หน่วยความจำในการคำนวณผลลัพธ์ ในโปรแกรม Mathematica ก็คือ ฟังก์ชัน MemoryInUse[] ซึ่งฟังก์ชันดังกล่าว ใช้หน่วยจำนวนหน่วยความจำที่ถูกจัดเก็บในขณะปัจจุบัน ดังนั้นจึงต้องตรวจสอบ 2 ครั้ง ก่อนเริ่ม และหลังคำนวณเสร็จ ส่วนที่เพิ่มขึ้นคือหน่วยความจำที่ใช้

การหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผลทำโดยใช้ฟังก์ชัน
 SystemResources[exp_] เมื่อ exp คือ นิพจน์(expression) ที่ต้องการคำนวณ (ดูภาคผนวก ข.)
 การดำเนินการจะกระทำที่เวลาและสภาวะเดียวกัน โดยใช้โปรแกรม Mathematica Version 4.0
 ระบบปฏิบัติการบนวินโดวส์ 98 หน่วยความจำกลาง 128 เมกะไบต์ และใช้ CPU Cyrix รุ่น
 MII-300GP

3.1.1 ขั้นตอนการหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผลโดยวิธี Cholesky Decomposition

การหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผลโดยวิธี Cholesky Decomposition
 จะนับการใช้เวลาและหน่วยความจำในการคำนวณขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

- ก. ขั้นตอนการจัดรูปสมการปกติ คือ ขั้นตอนในการจัดรูปสมการปกติ $N' = (A')^T A'$
- ข. ขั้นตอนการใช้อัลกอริทึม Cholesky เพื่อแยกค่าเมทริกซ์ C (เมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง) และ
 เมทริกซ์ C^T (เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน)
- ค. ขั้นตอนการแทนค่าไปข้างหน้า และการแทนค่าย้อนกลับ คือ ขั้นตอนการแทนค่าไปข้างหน้า
 หนึ่งเพื่อให้ได้ค่าผลเฉลย Y และขั้นตอนการแทนค่ากลับเพื่อให้ได้ผลเฉลย X

การหาเวลาและหน่วยความจำใช้ฟังก์ชัน CholeskyDecomposition1[A',L']
 (ดูภาคผนวก ข.)

3.1.2 ขั้นตอนการหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผลโดยวิธี QR Decomposition

การหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผลโดยวิธี QR Decomposition จะ
 นับการใช้เวลาและหน่วยความจำในการคำนวณขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

- ก. ขั้นตอนการใช้อัลกอริทึม QR Decomposition เพื่อแยกเมทริกซ์ A' ออกเป็นเมทริกซ์ Q
 และ เมทริกซ์ R
- ข. ขั้นตอนการแทนค่ากลับเพื่อหาคำตอบของระบบสมการ

การหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผลทั้งหมดใช้ฟังก์ชัน
 QRDecomposition1[A',L'] (ดูภาคผนวก ข.)

3.1.3 ขั้นตอนการหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผลโดยวิธี Singular Value Decomposition

การหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผลโดยวิธี Singular Value Decomposition จะนับการใช้เวลาและหน่วยความจำในการคำนวณขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

ก. ขั้นตอนการใช้อัลกอริทึม Singular Value Decomposition เพื่อแยกค่า A' ออกเป็นเมทริกซ์ U เมทริกซ์ S และเมทริกซ์ V

ข. ขั้นตอนการแทนค่าสมการ คือ การแทนค่าเมทริกซ์ U เมทริกซ์ S และ เมทริกซ์ V ลงในสมการที่ (2.28) เพื่อหาคำตอบของระบบสมการ

การหาเวลาและหน่วยความจำในการประมวลผลทั้งหมดใช้ฟังก์ชัน

SingularValueDecomposition1[A',L'] (ดูภาคผนวก ข.)

3.1.4 ข้อมูลโครงข่ายสำหรับการปรับแก้เพื่อทดสอบด้านการใช้เวลาและหน่วยความจำ

ข้อมูลสำหรับการทดสอบปรับแก้เพื่อหาความแตกต่างในด้านการใช้เวลาและการใช้หน่วยความจำในการประมวลผล เป็นโครงข่ายแบบ Triangulation จำนวน 10 ชุด โดยในขั้นแรกจะทำข้อมูลที่มีความถูกต้องตามทฤษฎีขึ้นก่อน ข้อมูลแต่ละชุดมีจำนวนสถานีการรังวัด และจำนวนมุมที่แตกต่างกันไป ประกอบกันเป็นรูปโครงข่าย ในแต่ละชุดโครงข่ายมีสถานีบังคับจำนวน 2 สถานี คือที่สถานีที่ 1 ที่พิกัด (0.0000 ,0.0000) และสถานีที่ 4 ที่พิกัด (50.0000 , 86.6025) จากนั้นจึงสุ่มความคลาดเคลื่อนแบบการแจกแจงปกติ (normal distribution) ซึ่งมีค่าเฉลี่ย (mean) เท่ากับ 0.0 และ ค่าความแปรปรวน (Variance) เท่ากับ 1.0 ในระดับฟิลิปดา เพิ่มลงไปในการสังเกตที่มีความถูกต้องทางทฤษฎี ดังสมการที่ (3.1) จากนั้นจึงนำข้อมูลไปคำนวณเพื่อหาเวลาในการประมวลผล และการใช้หน่วยความจำด้วยวิธีการต่างๆ

$$\text{ค่าสังเกต} = \text{ค่าที่ถูกต้องตามทฤษฎี} + \text{ค่าความคลาดเคลื่อน (errors)} \quad (3.1)$$

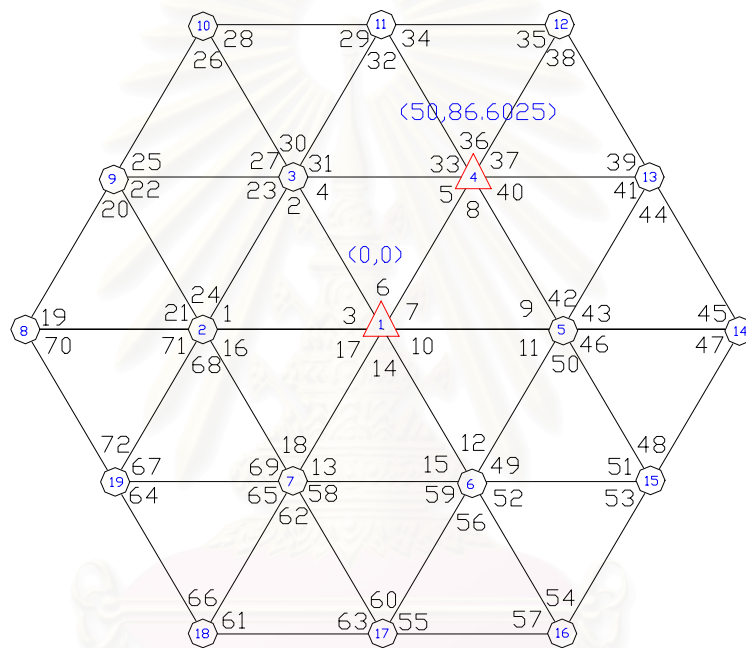
การปรับแก้เริ่มที่โครงข่ายสามเหลี่ยมรูปสามเหลี่ยม รูปที่ 3.1 ซึ่งประกอบขึ้นจากรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ายาวด้านละ 100 เมตร มีพิกัดที่สถานีที่ 1 เป็น (0.0000,0.0000) ข้อมูลชุดแรกมีสถานีรังวัด 19 สถานีค่าและค่าสังเกตการรังวัดมุม 72 ค่า จากนั้นจึงขยายขนาดโครงข่ายเป็นขนาดต่างๆ ดังแสดงในตารางที่ 3.1 ส่วนรูปโครงข่ายแสดงในรูปที่ 3.1 ถึง 3.10

ตารางที่ 3.1 แสดงขนาดข้อมูลโครงข่ายสำหรับทดสอบเพื่อหาเวลาและ
หน่วยความจำในการประมวลผล

ข้อมูลชุดที่	จำนวนค่าสังเกต	จำนวนพารามิเตอร์	จำนวนสถานีรังวัด
ก1	72	34	19
ก2	162	70	37
ก3	288	118	61
ก4	450	178	91
ก5	648	250	127
ก6	882	334	169
ก7	1152	430	217
ก8	1458	538	271
ก9	1800	658	331
ก10	2178	790	397

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

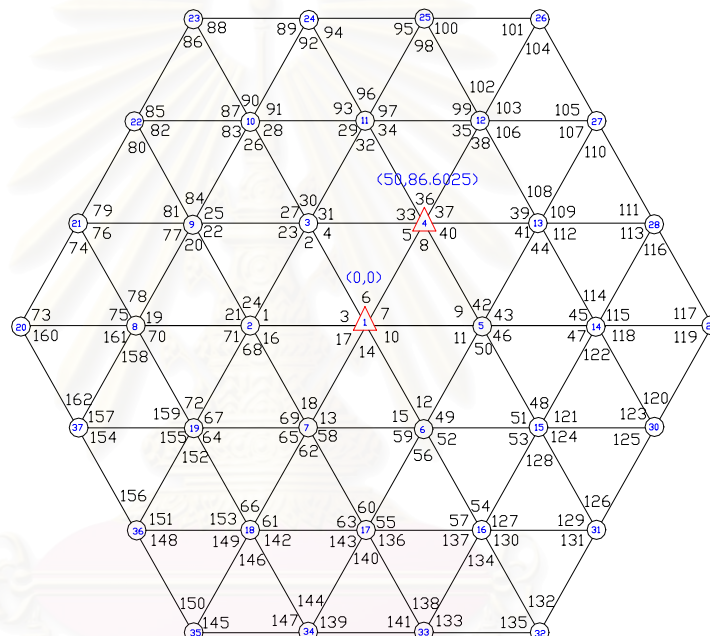
รูปที่ 3.1 รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและการใช้หน่วยความจำ
ในการประมวลผล ข้อมูลชุดที่ ก1



จำนวนค่าสังเกต = 72

จำนวนพารามิเตอร์ = 34

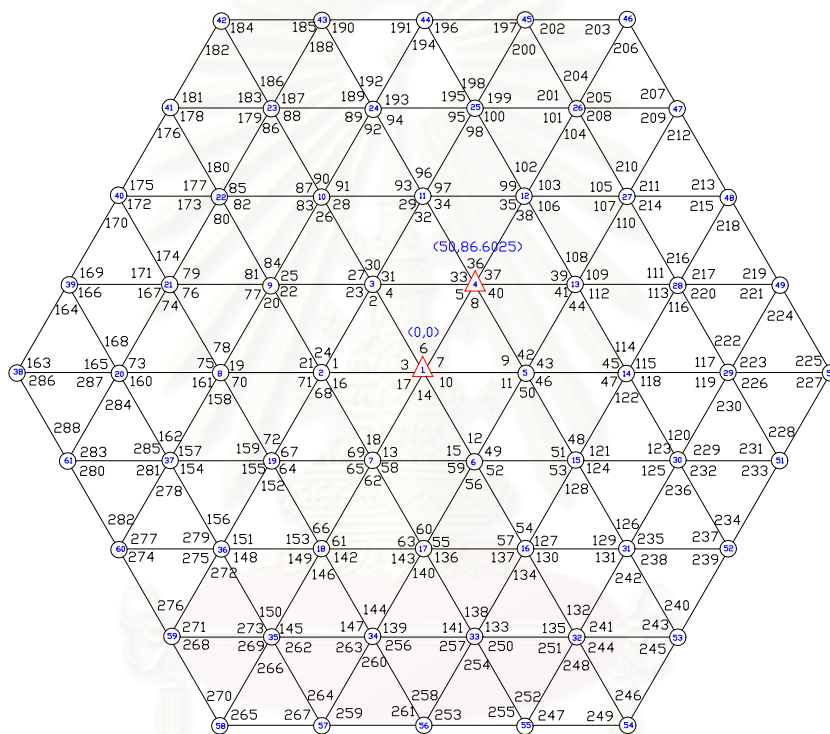
รูปที่ 3.2 รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและการใช้หน่วยความจำ
ในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูลชุดที่ ก2



จำนวนค่าสังเกต = 162

จำนวนพารามิเตอร์ = 70

รูปที่ 3.3 รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและการใช้หน่วยความจำ
ในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูลชุดที่ ก3

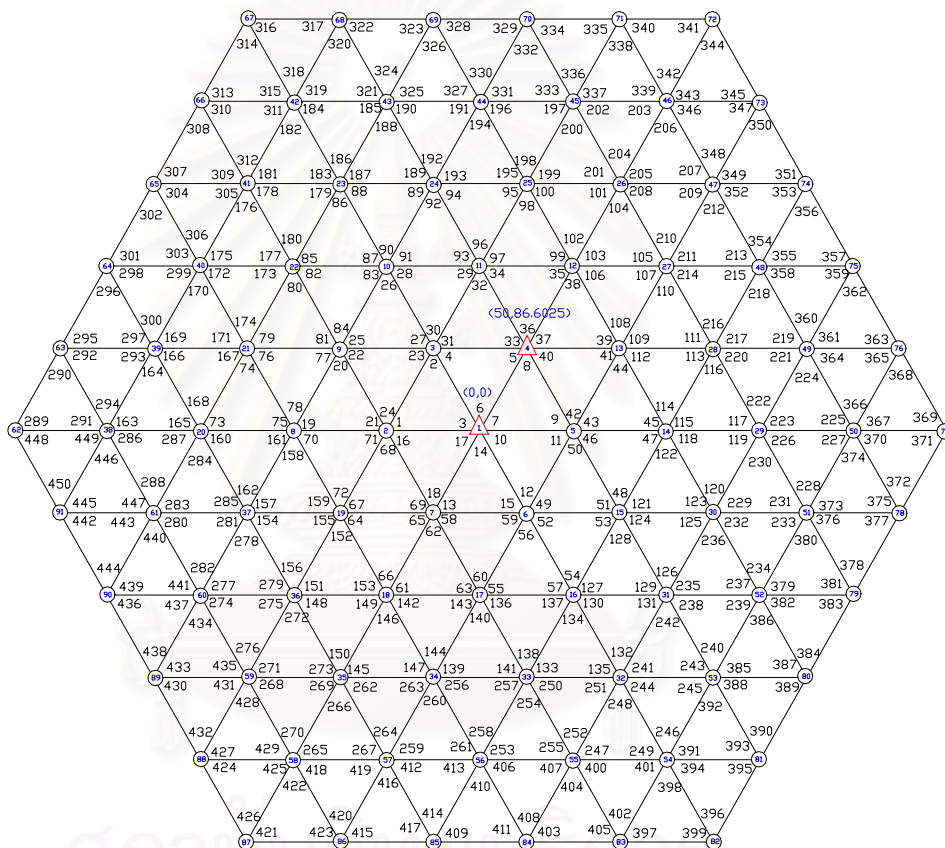


จำนวนค่าสังเกต = 288

จำนวนพารามิเตอร์ = 118

สถาบันวิจัยปฏิบัติการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

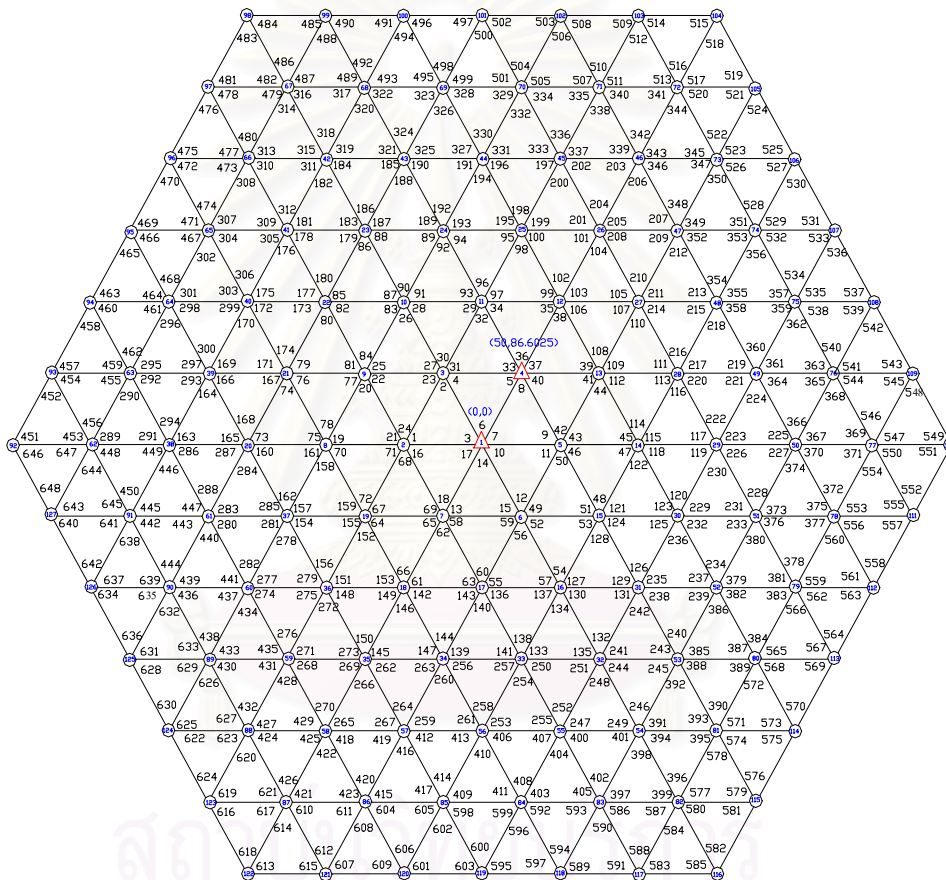
รูปที่ 3.4 รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและการใช้หน่วยความจำ
ในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูลชุดที่ ก4



จำนวนค่าสังเกต = 450

จำนวนพารามิเตอร์ = 178

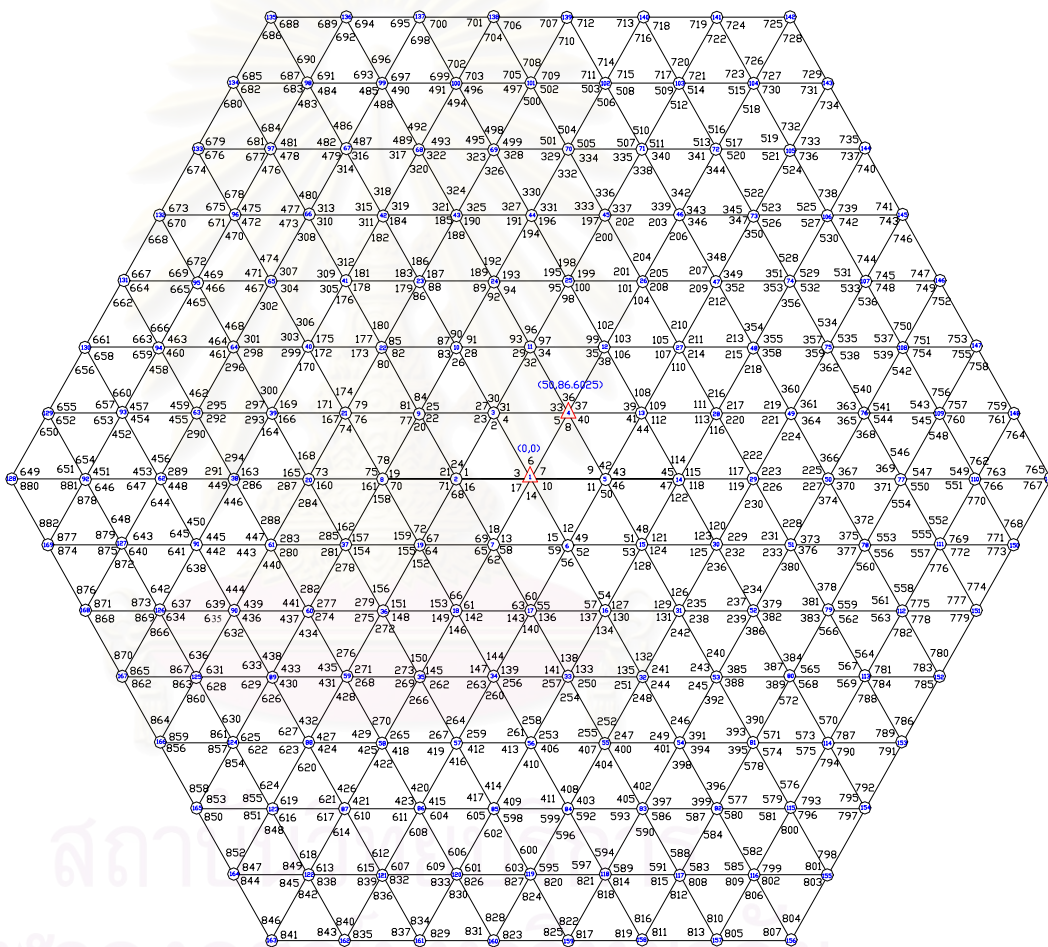
รูปที่ 3.5 รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและการใช้หน่วยความจำ
ในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูลชุดที่ ก5



จำนวนค่าสังเกต = 648

จำนวนพารามิเตอร์ = 250

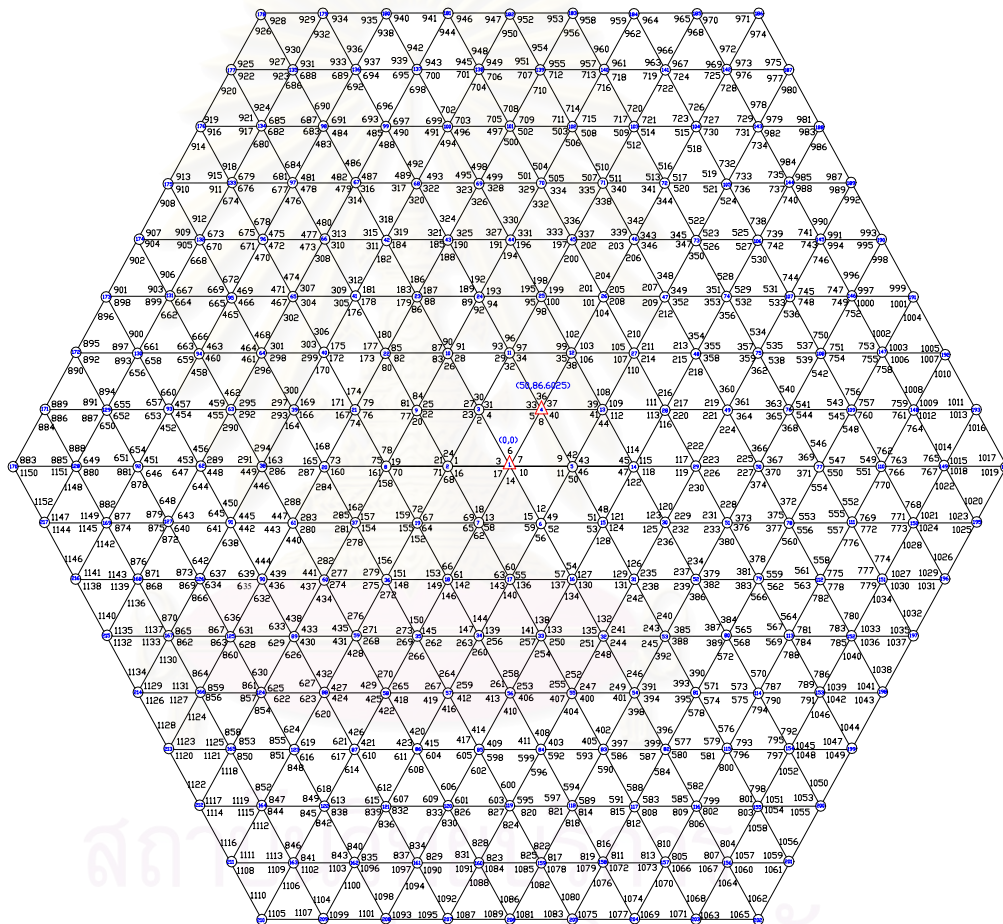
รูปที่ 3.6 รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและการใช้หน่วยความจำ
ในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูลชุดที่ 6



จำนวนค่าสังเกต = 882

จำนวนพารามิเตอร์ = 334

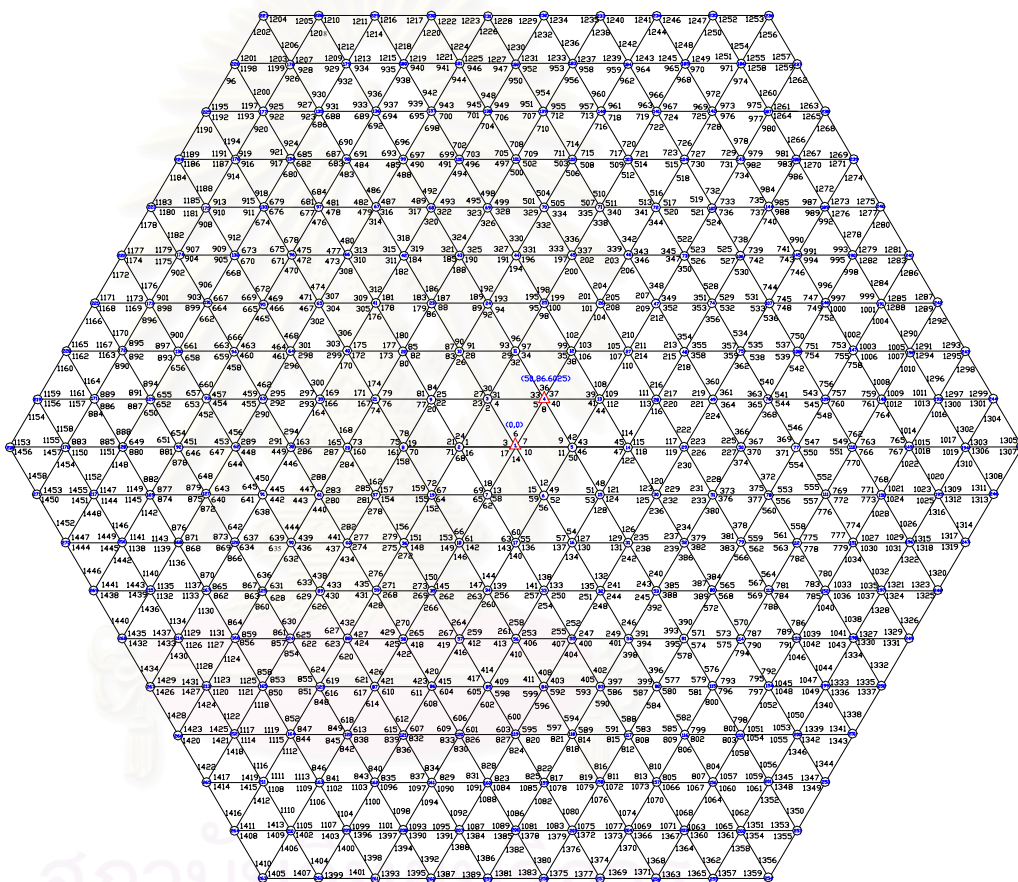
รูปที่ 3.7 รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและการใช้หน่วยความจำ
ในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูลชุดที่ ก7



จำนวนค่าสังเกต = 1152

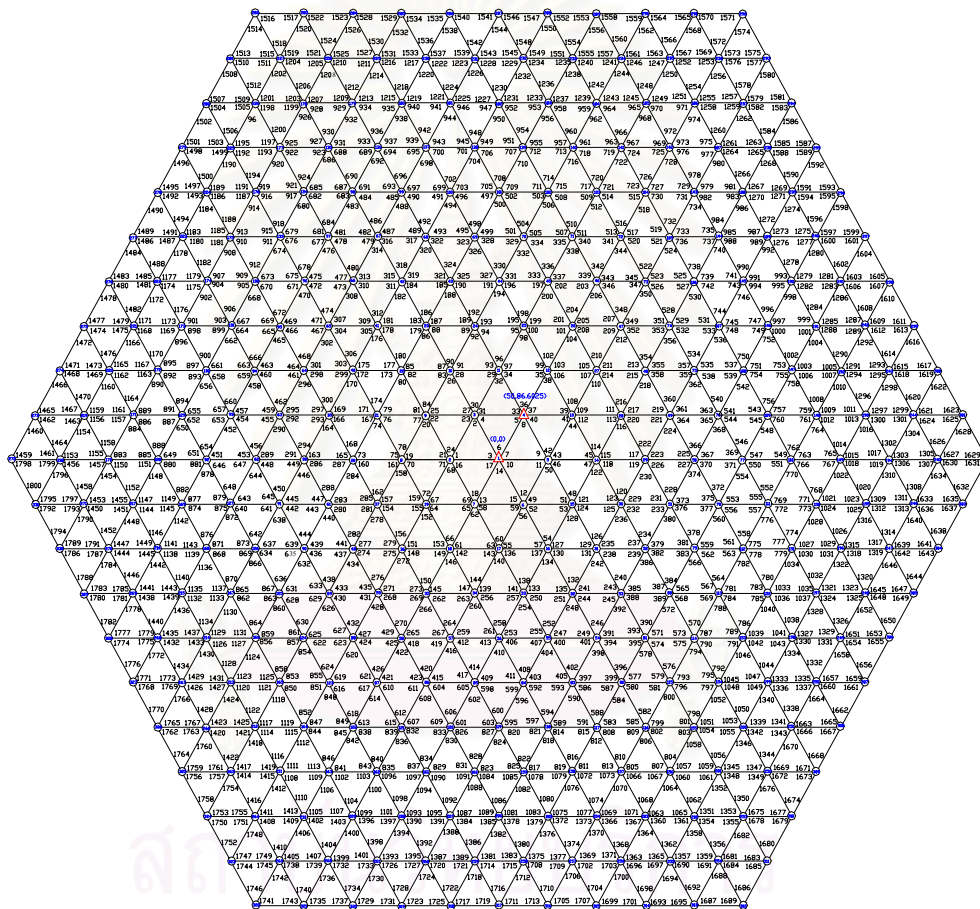
จำนวนพารามิเตอร์ = 430

รูปที่ 3.8 รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและการใช้หน่วยความจำ
ในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูลชุดที่ ก8



จำนวนค่าสังเกต = 1458
จำนวนพารามิเตอร์ = 538

รูปที่ 3.9 รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและการใช้หน่วยความจำ
ในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูลชุดที่ ก9

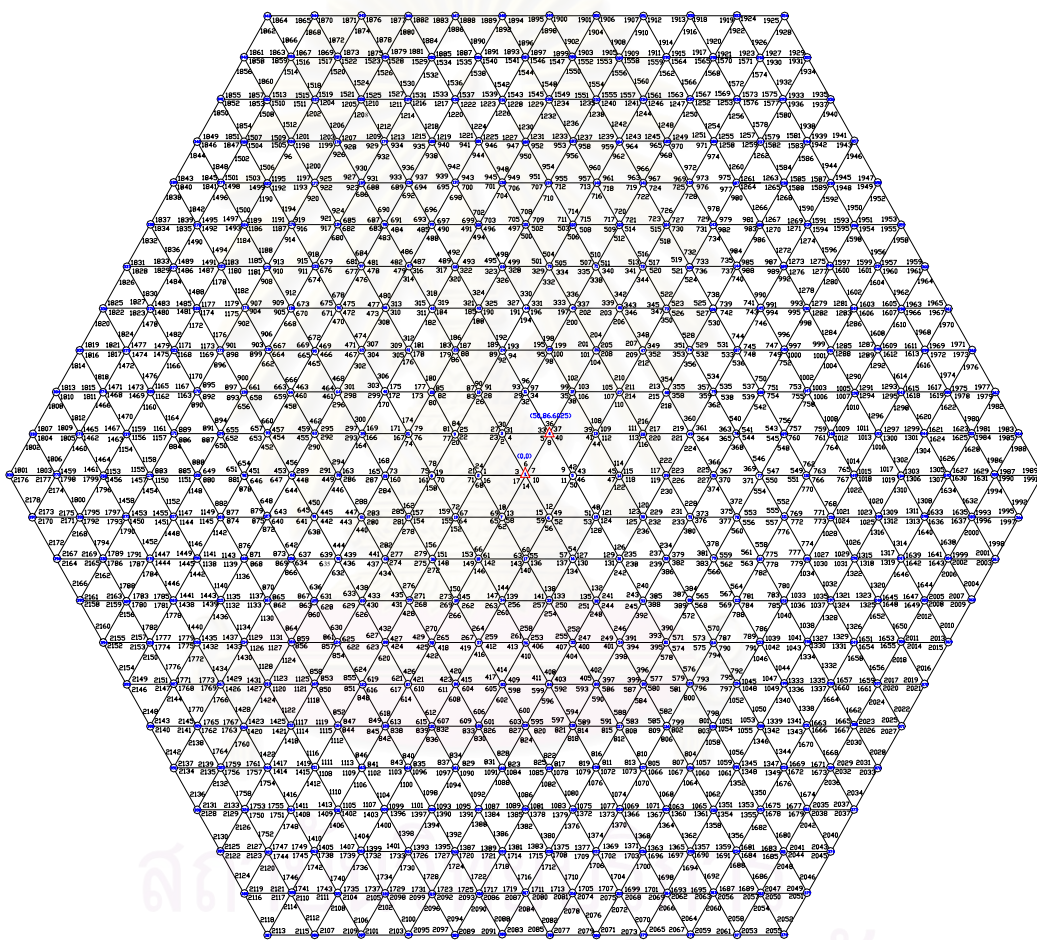


จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จำนวนค่าสังเกต = 1800

จำนวนพารามิเตอร์ = 658

รูปที่ 3.10 รูปโครงข่ายสำหรับการหาเวลาและการใช้หน่วยความจำ
ในการประมวลผล โดยใช้ข้อมูลชุดที่ ก10



จำนวนค่าสังเกต = 2178

จำนวนพารามิเตอร์ = 790

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.2 ขั้นตอนการทดสอบคุณสมบัติด้านความละเอียดของผลลัพธ์

ในการทดสอบนี้จะสร้างข้อมูลขึ้นและทำการเปลี่ยนแปลงข้อมูลเพื่อให้เกิดสภาวะต่างๆ กัน แล้วทดสอบปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมที่แตกต่างกัน 3 แบบเพื่อศึกษาผลกระทบที่เกิดขึ้นกับผลลัพธ์ที่ได้ภายหลังการปรับแก้ ข้อมูลที่ใช้เป็นโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation จำนวน 18 จุด ได้แก่ ข้อมูลชุดที่ ข1 ถึง ข้อมูลชุดที่ ข18 แต่ละชุดเป็นโครงสร้างที่มีลักษณะแตกต่างกัน ข้อมูลในขั้นแรกเป็นข้อมูลที่มีความถูกต้องตามทฤษฎี ซึ่งข้อมูลนี้จะใช้เป็นตัวอย่างสำหรับเปรียบเทียบค่าที่ได้หลังการปรับแก้ และเป็นข้อมูลที่ไม่มีความคลาดเคลื่อน (errors) เนื่องจากการวัด จากนั้นจึงสุ่มความคลาดเคลื่อนแบบการแจกแจงปกติ (normal distribution) ซึ่งมี ค่าเฉลี่ย (mean) เท่ากับ 0.0 และ ค่าความแปรปรวน (variance) เท่ากับ 1.0 พิสูจน์ค่าลงไปในตัวข้อมูลที่มีความถูกต้อง

ตารางที่ 3.2 แสดงค่าคลาดเคลื่อน (errors) สำหรับข้อมูลชุดที่ ๗1 – ข้อมูลชุดที่ ๗9

มุมมองที่	ค่าคลาดเคลื่อน	มุมมองที่	ค่าคลาดเคลื่อน	มุมมองที่	ค่าคลาดเคลื่อน
	“		“		“
1	0.46735	34	-0.646908	67	-1.62138
2	1.41196	35	-2.49857	68	-0.525546
3	-0.652392	36	0.528174	69	0.493126
4	-0.494297	37	0.924058	70	1.18288
5	-0.376242	38	-0.3486	71	0.218785
6	-0.470383	39	-0.0615187	72	0.244216
7	0.0350102	40	0.58101	73	-0.415268
8	1.35296	41	0.927605	74	0.123475
9	1.29785	42	0.755635	75	2.45683
10	2.39774	43	-1.50615	76	0.298066
11	-0.631233	44	-2.09047	77	0.67683
12	0.395896	45	1.75547	78	-1.06585
13	-0.18524	46	1.19568	79	-1.74886
14	0.0552551	47	-0.167336	80	-0.196433
15	-0.0179492	48	1.03302	81	-0.900737
16	0.171865	49	-1.23848	82	0.143147
17	-0.285365	50	-1.4232	83	-0.298923
18	0.139395	51	0.873176	84	-0.12539
19	1.69193	52	-1.15059	85	-0.349224
20	0.205512	53	0.0787779	86	1.96159
21	0.295679	54	-0.412266	87	-0.481395
22	-0.615	55	-0.0389668	88	1.90929
23	0.021893	56	0.837516	89	-0.731377
24	0.440177	57	-0.854257	90	-0.847554
25	-1.12526	58	0.622366	91	0.29677
26	2.42907	59	0.955892	92	-0.310356
27	-0.130202	60	0.884191	93	0.919234
28	0.83124	61	-1.88822	94	1.15961
29	-1.21829	62	-0.420209	95	-1.44768
30	1.058	63	-0.576724	96	0.00987225
31	-1.5723	64	0.31326	97	0.00315595
32	-0.471207	65	0.415045		
33	-0.609104	66	-1.24105		

ตารางที่ 3.3 แสดงค่าคลาดเคลื่อน (errors) สำหรับข้อมูลชุดที่ ๗10 – ข้อมูลชุดที่ ๗18

มุมมองที่	ค่าคลาดเคลื่อน
1	0.383614
2	-1.46336
3	1.23569
4	0.37739
5	-0.530893
6	-0.478472
7	0.821753
8	1.67817
9	1.08013
10	-1.56593
11	-0.156254
12	-0.987581
13	-0.927956
14	1.62671
15	1.267193
16	0.793716
17	0.729344
18	-1.35572
19	0.690636
20	-1.03041
21	1.92006
22	-0.00777439
23	-0.981207
24	-1.11063
25	0.744982
26	-1.83992
27	-1.84877
28	0.141816
29	1.0925
30	0.613823
31	0.0236245
32	-1.13195
33	-0.0239931

3.2.1 ข้อมูลสำหรับการปรับแก้โครงข่ายสามเหลี่ยม

เมื่อได้ข้อมูลค่าสังเกตเรียบร้อยแล้วจึงทำการปรับแก้ค่าต่อไปโดยแบ่งข้อมูลออกเป็น 18 ชุดเพื่อทำการทดสอบและศึกษาผลการคำนวณปรับแก้ในปัญหาที่แตกต่างกัน ในการปรับแก้ใช้คุณสมบัติโครงข่ายในตารางที่ 3.4

จากตารางที่ 3.4 เป็นตารางที่แสดงคุณสมบัติโครงข่ายที่ใช้ทดสอบ โดยจะแบ่งเป็นกลุ่มข้อมูลแต่ละกลุ่มข้อมูลจะเกิดจากการเปลี่ยนแปลงข้อมูลที่สร้างขึ้นในครั้งแรก ตัวอย่างเช่น ข้อมูลชุดที่ ข2 ข้อมูลชุดที่ ข3 และข้อมูลชุดที่ ข4 เป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงข้อมูลชุดที่ ข1 สำหรับข้อมูลชุดที่ ข6 ข้อมูลชุดที่ ข7 และข้อมูลชุดที่ ข8 เป็นผลมาจากการเปลี่ยนข้อมูลชุดที่ ข5 เป็นต้น

ตารางที่ 3.4 แสดงคุณสมบัติโครงข่ายที่ใช้ทดสอบ

ชุดข้อมูล	คุณสมบัติโครงข่าย
ข้อมูลชุดที่ ข1	เป็นโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation ซึ่งประกอบไปด้วยสถานีรังวัดค่า 26 สถานี ค่าสังเกตการรังวัดมุม 97 ค่า และตริงค่าพิกัดจำนวน 2 จุด คือสถานีที่ 1 (0.00000 , 0.00000) และสถานีที่ 2 (10.00000 , 39.00000)
ข้อมูลชุดที่ ข2	
ข้อมูลชุดที่ ข3	
ข้อมูลชุดที่ ข4	
ข้อมูลชุดที่ ข5	เป็นโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation ซึ่งประกอบไปด้วยสถานีรังวัดค่า 26 สถานี ค่าสังเกตการรังวัดมุม 96 ค่า และตริงค่าพิกัดจำนวน 2 จุด คือสถานีที่ 1 (0.00000 , 0.00000) และสถานีที่ 2 (10.00000 , 39.00000) มีขนาดมุมที่ 96 เป็นมุมเฉียงสกัด (Intersection) ที่มีขนาดเล็ก
ข้อมูลชุดที่ ข6	
ข้อมูลชุดที่ ข7	
ข้อมูลชุดที่ ข8	
ข้อมูลชุดที่ ข9	เป็นโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation ซึ่งประกอบไปด้วยสถานีรังวัดค่า 26 สถานี ค่าสังเกตการรังวัดมุม 97 ค่า และตริงค่าพิกัดจำนวน 1 จุด คือสถานีที่ 1 (0.00000 , 0.00000)

ตารางที่ 3.4 แสดงคุณสมบัติโครงข่ายที่ใช้ทดสอบ (ต่อ)

ชุดข้อมูล	คุณสมบัติโครงข่าย
ข้อมูลชุดที่ ข10	เป็นโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation ซึ่งประกอบไปด้วยสถานีรังวัดค่า 12 สถานี ค่าสังเกตการรังวัดมุม 33 ค่า และตริงค่าพิกัดจำนวน 2 จุด คือสถานีที่ 1 (0.00000 , 0.00000) และสถานีที่ 2 (0.00000 , 100.00000)
ข้อมูลชุดที่ ข11	
ข้อมูลชุดที่ ข12	
ข้อมูลชุดที่ ข13	
ข้อมูลชุดที่ ข14	เป็นโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation ซึ่งประกอบไปด้วยสถานีรังวัดค่า 12 สถานี ค่าสังเกตการรังวัดมุม 32 ค่า และตริงค่าพิกัดจำนวน 2 จุด คือสถานีที่ 1 (0.00000 , 0.00000) และสถานีที่ 2 (0.00000 , 100.00000) และมีมุมที่ 33 เป็นมุมเล็ง-สกัด (Intersection) ที่มีขนาดเล็ก
ข้อมูลชุดที่ ข15	
ข้อมูลชุดที่ ข16	
ข้อมูลชุดที่ ข17	
ข้อมูลชุดที่ ข18	เป็นโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation ซึ่งประกอบไปด้วยสถานีรังวัดค่า 12 สถานี ค่าสังเกตการรังวัดมุม 33 ค่า และตริงค่าพิกัดจำนวน 1 จุด คือสถานีที่ 1 (0.00000 , 0.00000)

จากตารางที่ 3.5 เป็นตารางที่แสดงค่าพิกัดที่ถูกต้องตามทฤษฎีสำหรับข้อมูลชุดที่ ข1 ข2 ข3 ข4 และข9 ซึ่งจะพบว่ามีค่าพิกัดสถานีที่ 26 แตกต่างกัน และจากตารางที่ 3.6 แสดง ข้อมูลที่ถูกต้องตามทฤษฎีสำหรับข้อมูลชุดที่ ข1 ข2 ข3 และข4 ซึ่งจะพบว่ามีค่าแตกต่างข้อมูลในมุมที่ 92 มุมที่ 93 มุมที่ 94 มุมที่ 95 มุมที่ 96 และมุมที่ 97 และสำหรับข้อมูลชุดที่ ข9 เกิดจากข้อมูลชุดที่ ข1 ที่มีการตริงค่าพิกัดสถานีที่ 1 เพียงสถานีเดียว

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3.5 แสดงค่าพิกัดที่ถูกต้องตามทฤษฎีสำหรับข้อมูลชุดที่ ข1 ข2

ข3 ข4 และข9

ค่าพิกัด (เมตร)			
X1	0.000000	Y16	49.000000
Y1	0.000000	X17	139.000000
X2	10.000000	Y17	109.000000
Y2	39.000000	X18	165.000000
X3	34.000000	Y18	85.000000
Y3	60.000000	X19	199.000000
X4	50.000000	Y19	69.000000
Y4	21.000000	X20	141.000000
X5	67.000000	Y20	146.000000
Y5	-19.000000	X21	169.000000
X6	69.000000	Y21	128.000000
Y6	63.000000	X22	195.000000
X7	84.000000	Y22	90.000000
Y7	17.000000	X23	166.000000
X8	101.000000	Y23	163.000000
Y8	-16.000000	X24	192.000000
X9	113.000000	Y24	141.000000
Y9	54.000000	X25	42.000000
X10	132.000000	Y25	179.000000
Y10	41.000000	ข้อมูลชุดที่ ข1 และ ข้อมูลชุดที่ ข9	
X11	149.000000	X26	201.000000
Y11	25.000000	Y26	195.000000
X12	154.000000	ข้อมูลชุดที่ ข2	
Y12	0.000000	X26	201.055000
X13	139.000000	Y26	195.025000
Y13	-21.000000	ข้อมูลชุดที่ ข3	
X14	125.000000	X26	201.050000
Y14	76.000000	Y26	195.050000
X15	153.000000	ข้อมูลชุดที่ ข4	
Y15	60.000000	X26	201.999500
X16	186.000000	Y26	194.975000

ตารางที่ 3.6 แสดงข้อมูลค่าสังเกตที่ถูกต้องตามทฤษฎีสำหรับข้อมูลชุดที่ ๗1-๗2

๗3-๗4 และ๗9

มุมที่	ค่ามุม	มุมที่	ค่ามุม	มุมที่	ค่ามุม
1	52° 50' 10.32"	34	50° 16' 50.87"	67	82° 10' 38.12"
2	58° 52' 59.46"	35	20° 40' 00.92"	68	34° 39' 48.41"
3	38° 36' 53.25"	36	94° 17' 36.35"	69	91° 19' 19.11"
4	29° 39' 56.97"	37	65° 02' 22.73"	70	54° 00' 52.48"
5	21° 28' 34.67"	38	20° 59' 25.90"	71	55° 23' 23.18"
6	90° 14' 35.11"	39	90° 53' 48.23"	72	54° 19' 51.24"
7	47° 00' 36.54"	40	68° 06' 45.87"	73	70° 16' 45.58"
8	21° 16' 13.68"	41	28° 06' 13.41"	74	75° 03' 24.60"
9	65° 24' 49.21"	42	27° 08' 42.32"	75	52° 36' 18.56"
10	71° 07' 13.01"	43	124° 45' 04.27"	76	52° 20' 16.84"
11	43° 27' 57.78"	44	44° 27' 24.94"	77	39° 41' 41.60"
12	31° 00' 50.37"	45	111° 39' 34.09"	78	75° 13' 23.28"
13	48° 18' 11.57"	46	23° 53' 00.97"	79	65° 04' 55.12"
14	59° 40' 47.38"	47	50° 30' 38.86"	80	31° 00' 49.98"
15	72° 35' 34.39"	48	78° 05' 05.47"	81	85° 05' 43.96"
16	46° 38' 50.26"	49	51° 24' 15.67"	82	63° 53' 26.06"
17	60° 45' 35.35"	50	85° 24' 06.80"	83	65° 04' 57.61"
18	41° 00' 10.68"	51	53° 15' 19.83"	84	54° 33' 30.59"
19	26° 47' 02.96"	52	41° 20' 33.37"	85	60° 21' 31.80"
20	52° 31' 58.98"	53	59° 10' 20.42"	86	66° 57' 03.34"
21	42° 24' 05.62"	54	48° 56' 42.67"	87	52° 21' 56.46"
22	65° 13' 46.89"	55	71° 52' 56.91"	88	60° 41' 00.20"
23	72° 22' 07.49"	56	95° 46' 11.59"	89	44° 51' 52.38"
24	29° 15' 02.45"	57	44° 18' 35.00"	90	65° 25' 23.53"
25	71° 25' 55.61"	58	39° 56' 13.41"	91	69° 42' 44.09"
26	56° 08' 57.28"	59	42° 25' 30.95"	ข้อมูลชุดที่ ๗1 และ ข้อมูลชุดที่ ๗9	
27	60° 22' 45.83"	60	85° 53' 46.05"	92	59° 13' 33.47"
28	63° 28' 16.89"	61	51° 40' 43.00"	93	82° 40' 21.32"
29	93° 42' 30.34"	62	55° 53' 50.79"	94	38° 06' 05.21"
30	60° 56' 43.42"	63	82° 47' 38.20"	95	130° 12' 41.01"
31	25° 20' 46.24"	64	41° 18' 31.01"	96	13° 05' 55.13"
32	19° 32' 54.77"	65	34° 32' 32.78"	97	36° 41' 23.86"
33	110° 10' 14.36"	66	63° 16' 49.10"		

ตารางที่ 3.6 แสดงข้อมูลค่าสังเกตที่ถูกต้องตามทฤษฎีสำหรับข้อมูลชุดที่ ข1 ข2
ข3 ข4 และข9 (ต่อ)

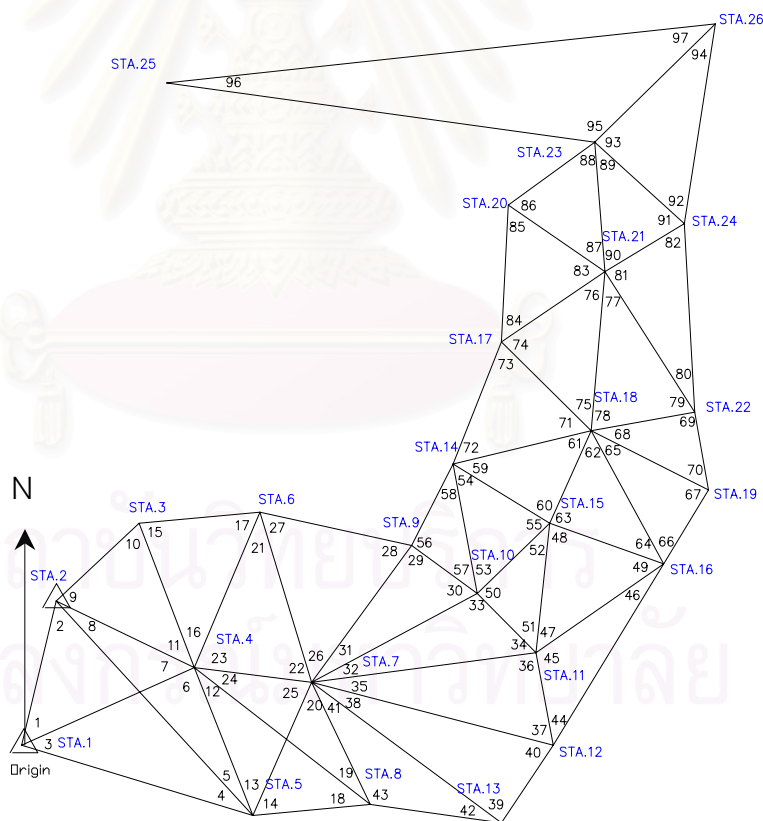
มุมที่	ค่ามุม	มุมที่	ค่ามุม	มุมที่	ค่ามุม
ข้อมูลชุดที่ 2		ข้อมูลชุดที่ 3		ข้อมูลชุดที่ 4	
92	59° 16' 42.27"	92	59° 16' 08.16"	92	60° 15' 33.69"
93	82° 39' 00.25"	93	82° 40' 35.05"	93	81° 50' 53.01"
94	38° 04' 17.48"	94	38° 03' 16.79"	94	37° 53' 33.30"
95	130° 14' 02.08"	95	130° 12' 27.27"	95	131° 02' 09.31"
96	13° 06' 20.12"	96	13° 06' 52.87"	96	13° 03' 14.85"
97	36° 39' 37.80"	97	36° 40' 39.86"	97	35° 54' 35.84"



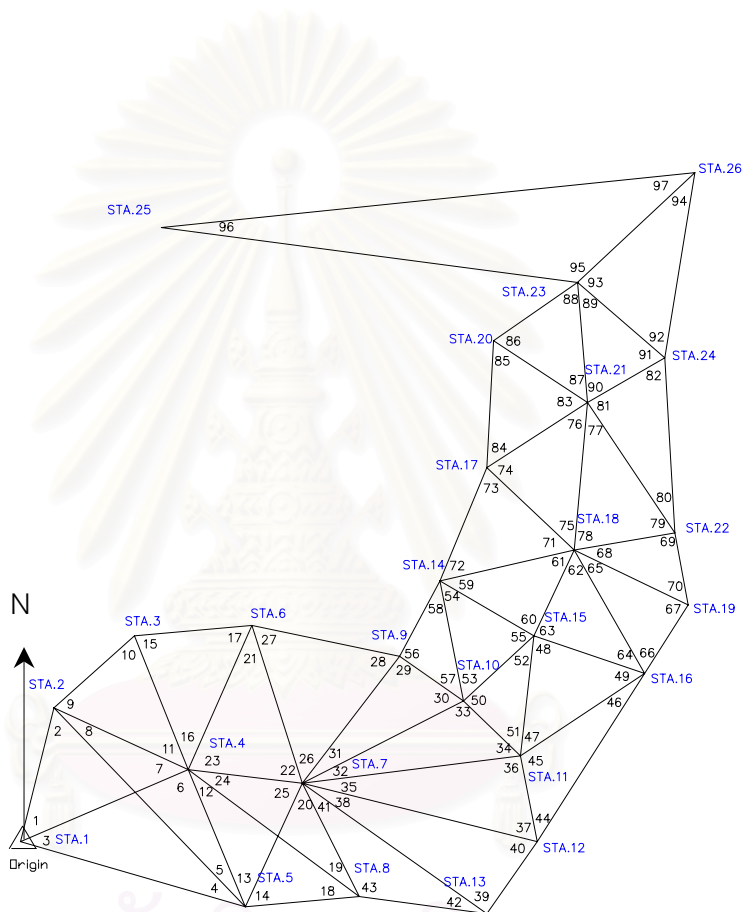
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากรูปที่ 3.11 เป็นรูปโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation ซึ่งใช้สำหรับข้อมูลชุดที่ ข1 ข2 ข3 และข4 เป็นโครงข่ายที่มีความสมบูรณ์ของข้อมูลรังวัด ซึ่งประกอบไปด้วยข้อมูลการรังวัด 97 ค่า สถานีรังวัด 26 สถานี และการตั้งค่าพิกัดจำนวน 2 สถานี คือ สถานีที่ 1 และ สถานีที่ 2 และสำหรับรูปที่ 3.12 เป็นโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation ซึ่งประกอบไปด้วย ข้อมูลการรังวัด 97 ค่า สถานีรังวัด 26 สถานี แต่เป็นโครงข่ายที่ขาดจุดควบคุม หรือ ทิศทางบังคับ เนื่องจากการตั้งค่าพิกัดเพียงสถานีเดียว คือสถานีที่ 1 ซึ่งใช้สำหรับข้อมูลชุดที่ ข9

รูปที่ 3.11 รูปโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation สำหรับข้อมูลชุดที่ ข1 ข2 ข3 และข4



รูปที่ 3.12 รูปโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation สำหรับข้อมูลชุดที่ ๗9



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากข้อมูลในตารางที่ 3.7 เป็นข้อมูลค่าพิกัดที่ถูกตัดตามทฤษฎี ซึ่งจะใช้สำหรับ ข้อมูลชุดที่ ๗5 ๗6 ๗7 และ๗8 พบว่าข้อมูลในตารางมีความแตกต่างของค่าพิกัดสถานีที่ 26

ตารางที่ 3.7 แสดงค่าพิกัดที่ถูกตัดตามทฤษฎีสำหรับข้อมูลชุดที่ ๗5
๗6 ๗7 และ๗8

ค่าพิกัด (เมตร)			
X1	0.000000	Y16	49.000000
Y1	0.000000	X17	139.000000
X2	10.000000	Y17	109.000000
Y2	39.000000	X18	165.000000
X3	34.000000	Y18	85.000000
Y3	60.000000	X19	199.000000
X4	50.000000	Y19	69.000000
Y4	21.000000	X20	141.000000
X5	67.000000	Y20	146.000000
Y5	-19.000000	X21	169.000000
X6	69.000000	Y21	128.000000
Y6	63.000000	X22	195.000000
X7	84.000000	Y22	90.000000
Y7	17.000000	X23	166.000000
X8	101.000000	Y23	163.000000
Y8	-16.000000	X24	192.000000
X9	113.000000	Y24	141.000000
Y9	54.000000	X25	42.000000
X10	132.000000	Y25	179.000000
Y10	41.000000	ข้อมูลชุดที่ ๗5	
X11	149.000000	X26	195.041600
Y11	25.000000	Y26	159.254000
X12	154.000000	ข้อมูลชุดที่ ๗6	
Y12	0.000000	X26	195.041600
X13	139.000000	Y26	159.253000
Y13	-21.000000	ข้อมูลชุดที่ ๗7	
X14	125.000000	X26	195.042000
Y14	76.000000	Y26	159.252700
X15	153.000000	ข้อมูลชุดที่ ๗8	
Y15	60.000000	X26	195.041600
X16	186.000000	Y26	159.252700

ตารางที่ 3.8 แสดงข้อมูลค่าสังเกตที่ถูกต้องตามทฤษฎีสำหรับข้อมูลชุดที่ ๗5

๗6 ๗7 และ๗8

มุมที่	ค่ามุม	มุมที่	ค่ามุม	มุมที่	ค่ามุม
1	52° 50' 10.32"	34	50° 16' 50.87"	67	82° 10' 38.12"
2	58° 52' 59.46"	35	20° 40' 00.92"	68	34° 39' 48.41"
3	38° 36' 53.25"	36	94° 17' 36.35"	69	91° 19' 19.11"
4	29° 39' 56.97"	37	65° 02' 22.73"	70	54° 00' 52.48"
5	21° 28' 34.67"	38	20° 59' 25.90"	71	55° 23' 23.18"
6	90° 14' 35.11"	39	90° 53' 48.23"	72	54° 19' 51.24"
7	47° 00' 36.54"	40	68° 06' 45.87"	73	70° 16' 45.58"
8	21° 16' 13.68"	41	28° 06' 13.41"	74	75° 03' 24.60"
9	65° 24' 49.21"	42	27° 08' 42.32"	75	52° 36' 18.56"
10	71° 07' 13.01"	43	124° 45' 04.27"	76	52° 20' 16.84"
11	43° 27' 57.78"	44	44° 27' 24.94"	77	39° 41' 41.60"
12	31° 00' 50.37"	45	111° 39' 34.09"	78	75° 13' 23.28"
13	48° 18' 11.57"	46	23° 53' 00.97"	79	65° 04' 55.12"
14	59° 40' 47.38"	47	50° 30' 38.86"	80	31° 00' 49.98"
15	72° 35' 34.39"	48	78° 05' 05.47"	81	85° 05' 43.96"
16	46° 38' 50.26"	49	51° 24' 15.67"	82	63° 53' 26.06"
17	60° 45' 35.35"	50	85° 24' 06.80"	83	65° 04' 57.61"
18	41° 00' 10.68"	51	53° 15' 19.83"	84	54° 33' 30.59"
19	26° 47' 02.96"	52	41° 20' 33.37"	85	60° 21' 31.80"
20	52° 31' 58.98"	53	59° 10' 20.42"	86	66° 57' 03.34"
21	42° 24' 05.62"	54	48° 56' 42.67"	87	52° 21' 56.46"
22	65° 13' 46.89"	55	71° 52' 56.91"	88	60° 41' 00.20"
23	72° 22' 07.49"	56	95° 46' 11.59"	89	44° 51' 52.38"
24	29° 15' 02.45"	57	44° 18' 35.00"	90	65° 25' 23.53"
25	71° 25' 55.61"	58	39° 56' 13.41"	91	69° 42' 44.09"
26	56° 08' 57.28"	59	42° 25' 30.95"	ข้อมูลชุดที่ ๗5	
27	60° 22' 45.83"	60	85° 53' 46.05"	92	59° 13' 25.41"
28	63° 28' 16.89"	61	51° 40' 43.00"	93	32° 53' 11.43"
29	93° 42' 30.34"	62	55° 53' 50.79"	94	87° 53' 23.16"
30	60° 56' 43.42"	63	82° 47' 38.20"	95	179° 59' 50.91"
31	25° 20' 46.24"	64	41° 18' 31.01"	97	00° 00' 07.38"
32	19° 32' 54.77"	65	34° 32' 32.78"		
33	110° 10' 14.36"	66	63° 16' 49.10"		

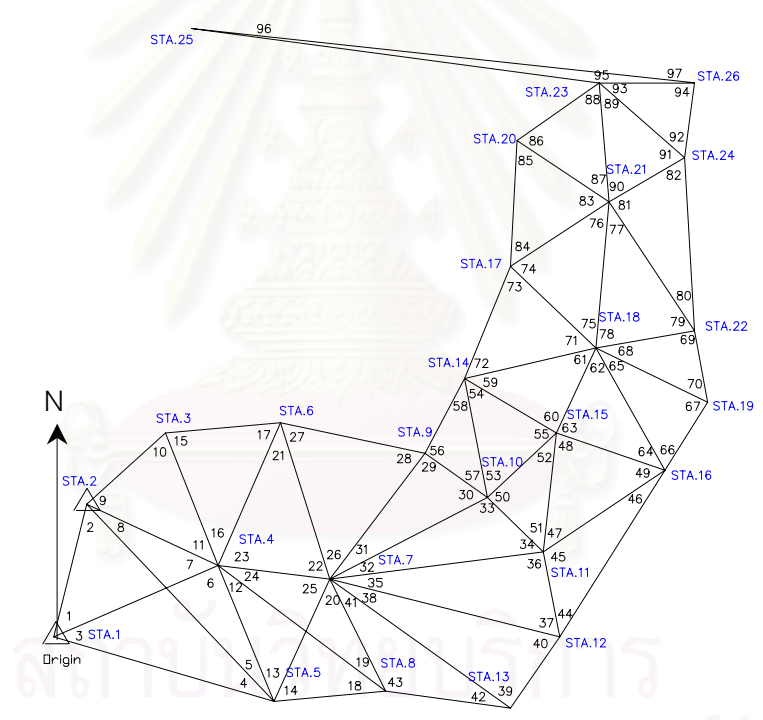
ตารางที่ 3.8 แสดงข้อมูลค่าสังเกตที่ถูกต้องตามทฤษฎีสำหรับข้อมูลชุดที่ ๗5
๗6 ๗7 และ๗8 (ต่อ)

มุมที่	ค่ามุม	มุมที่	ค่ามุม	มุมที่	ค่ามุม
ข้อมูลชุดที่ ๗6		ข้อมูลชุดที่ ๗7		ข้อมูลชุดที่ ๗8	
92	59° 13' 27.24"	92	59° 13' 32.19"	92	59° 13' 27.79"
93	32° 53' 04.44"	93	32° 53' 02.71"	93	32° 53' 02.35"
94	87° 53' 28.32"	94	87° 53' 25.10"	94	87° 53' 29.86"
95	179° 59' 57.88"	95	179° 59' 59.62"	95	179° 59' 59.98"
97	00° 00' 01.72"	97	00° 00' 00.31"	97	00° 00' 00.02"

จากตารางที่ 3.8 แสดงข้อมูลค่าสังเกตที่ถูกต้องตามทฤษฎีสำหรับข้อมูลชุดที่ ๗5 ๗6 ๗7 และ๗8 โดยข้อมูลในชุดดังกล่าว เกิดจากการเปลี่ยนแปลงข้อมูลในชุดที่ ๗5 ทำให้เกิดความแตกต่างมุมที่ 92 มุมที่ 93 มุมที่ 94 มุมที่ 95 และมุมที่ 97

จากรูปที่ 3.13 เป็นรูปโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation สำหรับข้อมูลชุดที่ ๗5 ๗6 ๗7 และ๗8 จากรูปจะเห็นได้ว่าโครงข่ายประกอบไปด้วยข้อมูลการรังวัด 96 ค่า สถานีรังวัด 26 สถานี และการตรึงค่าพิกัดจำนวน 2 สถานี คือ สถานีที่ 1 และสถานีที่ 2 จากรูปพบว่ามุมที่ 96 เป็นมุมเฉียงสกัด (Intersection) ที่มีขนาดเล็ก ซึ่งเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้เกิดสภาวะ ill-conditioned ในงานปรับแก้

รูปที่ 3.13 รูปโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation สำหรับข้อมูลชุดที่ ๗5 ๗6 ๗7 และ๗8



ตารางที่ 3.9 แสดงค่าพิกัดที่ถูกตั้งตามทฤษฎีสำหรับข้อมูลชุดที่ ข10
ข11 ข12 ข13 และข18

ค่าพิกัด (เมตร)	
X1	0.000000
Y1	0.000000
X2	0.000000
Y2	100.000000
X3	0.000000
Y3	200.000000
X4	100.000000
Y4	0.000000
X5	100.000000
Y5	100.000000
X6	100.000000
Y6	200.000000
X7	100.000000
Y7	300.000000
X8	200.000000
Y8	0.000000
X10	200.000000
Y10	200.000000
X11	200.000000
Y11	300.000000
X12	300.000000
Y12	0.000000

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3.9 แสดงค่าพิกัดที่ถูกต้องตามทฤษฎีสำหรับข้อมูลชุดที่ ข10
ข11 ข12 ข13 และข18 (ต่อ)

ค่าพิกัด (เมตร)	
ข้อมูลชุดที่ ข10 และ ข้อมูลชุดที่ ข18	
X9	200.000000
Y9	100.000000
ข้อมูลชุดที่ ข11	
X9	200.055000
Y9	100.025000
ข้อมูลชุดที่ ข12	
X9	200.005000
Y9	99.955000
ข้อมูลชุดที่ ข13	
X9	200.995500
Y9	99.055000

จากตารางที่ 3.9 แสดงค่าพิกัดที่ถูกต้องตามทฤษฎีสำหรับ ข้อมูลชุดที่ ข10 ข11 ข12 และข13 พบว่ามีความแตกต่างค่าพิกัดสถานีที่ 9 และจากตารางที่ 3.10 แสดงข้อมูลค่าสังเกตถูกต้องตามทฤษฎีสำหรับข้อมูลชุดที่ ข10 ข11 ข12 ข13 และข18 โดยที่ข้อมูลชุดที่ ข11 ข12 และข13 เกิดจากการเปลี่ยนแปลงข้อมูลชุดที่ ข10 ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงมุมที่ 16 มุมที่ 17 มุมที่ 18 มุมที่ 22 มุมที่ 23 มุมที่ 24 มุมที่ 31 มุมที่ 32 และมุมที่ 33 และสำหรับข้อมูลชุดที่ ข18 เกิดจากข้อมูลชุดที่ ข10 ที่มีการตั้งค่าพิกัดสถานีที่ 1 เพียงสถานีเดียว

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

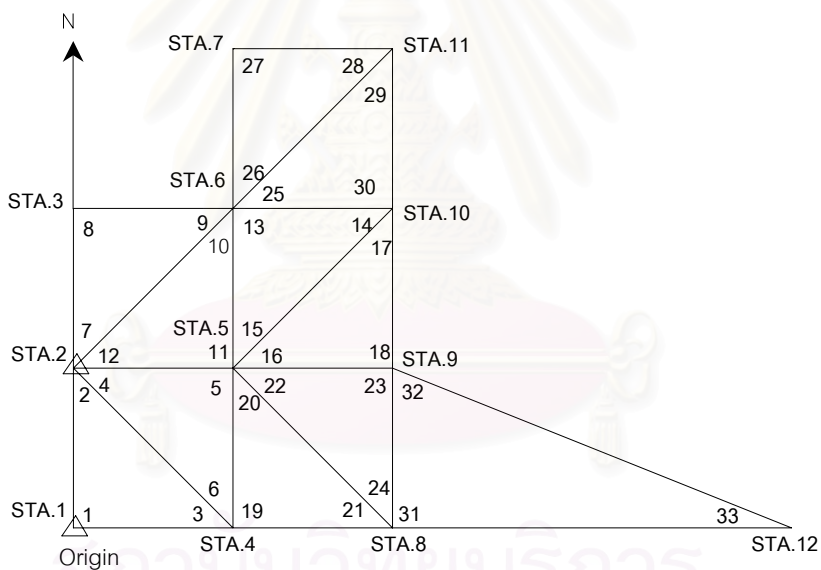
ตารางที่ 3.10 แสดงข้อมูลค่าสังเกตที่ถูกต้องตามทฤษฎีสำหรับข้อมูลชุดที่ ๑10

๑11 ๑12 ๑13 และ๑18

มุมที่	ค่ามุม			มุมที่	ค่ามุม		
1	90°	00'	00.00"	32	45°	00'	00.00"
2	45°	00'	00.00"	33	45°	00'	00.00"
3	45°	00'	00.00"	มุมที่	ข้อมูลชุดที่ ๑11		
4	45°	00'	00.00"	16	44°	59'	08.46"
5	90°	00'	00.00"	17	45°	01'	53.47"
6	45°	00'	00.00"	18	89°	58'	58.07"
7	45°	00'	00.00"	22	45°	00'	51.54"
8	90°	00'	00.00"	23	89°	57'	15.04"
9	45°	00'	00.00"	24	45°	01'	53.42"
10	45°	00'	00.00"	31	89°	58'	06.58"
11	90°	00'	00.00"	32	68°	13'	14.91"
12	45°	00'	00.00"	33	21°	48'	38.51"
13	90°	00'	00.00"	มุมที่	ข้อมูลชุดที่ ๑12		
14	45°	00'	00.00"	16	45°	01'	32.81"
15	45°	00'	00.00"	17	45°	00'	10.31"
19	90°	00'	00.00"	18	89°	58'	16.88"
20	45°	00'	00.00"	22	44°	58'	27.19"
21	45°	00'	00.00"	23	90°	01'	22.50"
25	45°	00'	00.00"	24	45°	00'	10.31"
26	45°	00'	00.00"	31	89°	59'	49.68"
27	90°	00'	00.00"	32	68°	12'	35.83"
28	45°	00'	00.00"	33	21°	47'	34.49"
29	45°	00'	00.00"	มุมที่	ข้อมูลชุดที่ ๑13		
30	90°	00'	00.00"	16	45°	32'	09.93"
มุมที่	ข้อมูลชุดที่ ๑10 และข้อมูลชุดที่ ๑18			17	45°	33'	54.08"
16	45°	00'	00.00"	18	88°	53'	55.99"
17	45°	00'	00.00"	22	44°	27'	50.07"
18	90°	00'	00.00"	23	89°	57'	37.05"
22	45°	00'	00.00"	24	45°	34'	32.88"
23	90°	00'	00.00"	31	89°	25'	27.11"
24	45°	00'	00.00"	32	68°	52'	58.58"
31	90°	00'	00.00"	33	21°	41'	34.31"

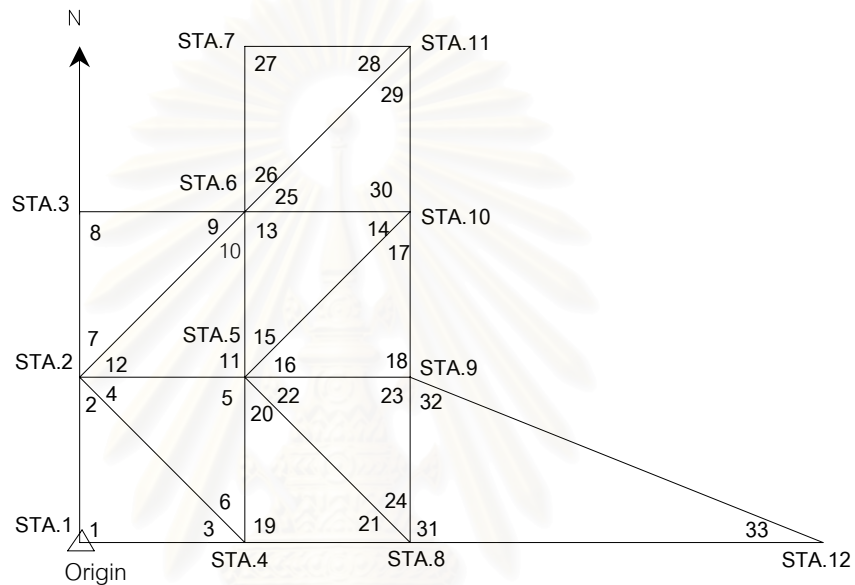
จากรูปที่ 3.14 เป็นรูปโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation ซึ่งใช้สำหรับข้อมูลชุดที่ ข10 ข11 ข12 และข13 เป็นโครงข่ายที่มีความสมบูรณ์ของข้อมูลรังวัด ซึ่งประกอบไปด้วยข้อมูลการรังวัด 33 ค่า สถานีรังวัด 12 สถานี และการตั้งค่าพิกัดจำนวน 2 สถานี คือ สถานีที่ 1 และสถานีที่ 2 และสำหรับโครงข่ายในรูปที่ 3.15 เป็นโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation ซึ่งประกอบไปด้วยข้อมูลการรังวัด 33 ค่า สถานีรังวัด 12 สถานี แต่เป็นโครงข่ายที่ขาดจุดควบคุมหรือทิศทางบังคับ เนื่องจากมีการตั้งค่าพิกัดเพียงสถานีเดียว คือสถานีที่ 1 ซึ่งใช้สำหรับข้อมูลชุดที่ ข18

รูปที่ 3.14 รูปโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation สำหรับข้อมูลชุดที่ ข10 ข11 ข12 และข13



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 3.15 รูปโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation สำหรับข้อมูลชุดที่ ข18



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3.11 แสดงค่าพิกัดที่ถูกต้องตามทฤษฎีสำหรับข้อมูลชุดที่ ข14
ข15 ข16 และข17

ค่าพิกัด (เมตร)	
X1	0.000000
Y1	0.000000
X2	0.000000
Y2	100.000000
X3	0.000000
Y3	200.000000
X4	100.000000
Y4	0.000000
X5	100.000000
Y5	100.000000
X6	100.000000
Y6	200.000000
X7	100.000000
Y7	300.000000
X8	200.000000
Y8	0.000000
X10	200.000000
Y10	200.000000
X11	200.000000
Y11	300.000000
X12	300.000000
Y12	0.000000

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3.11 แสดงค่าพิกัดที่ถูกต้องตามทฤษฎีสำหรับข้อมูลชุดที่ ข14
ข15 ข16 และข17 (ต่อ)

ค่าพิกัด (เมตร)	
ข้อมูลชุดที่ ข14	
X9	235.000000
Y9	0.005000
ข้อมูลชุดที่ ข15	
X9	235.000000
Y9	0.000500
ข้อมูลชุดที่ ข16	
X9	235.000000
Y9	0.000050
ข้อมูลชุดที่ ข17	
X9	235.000000
Y9	0.000005

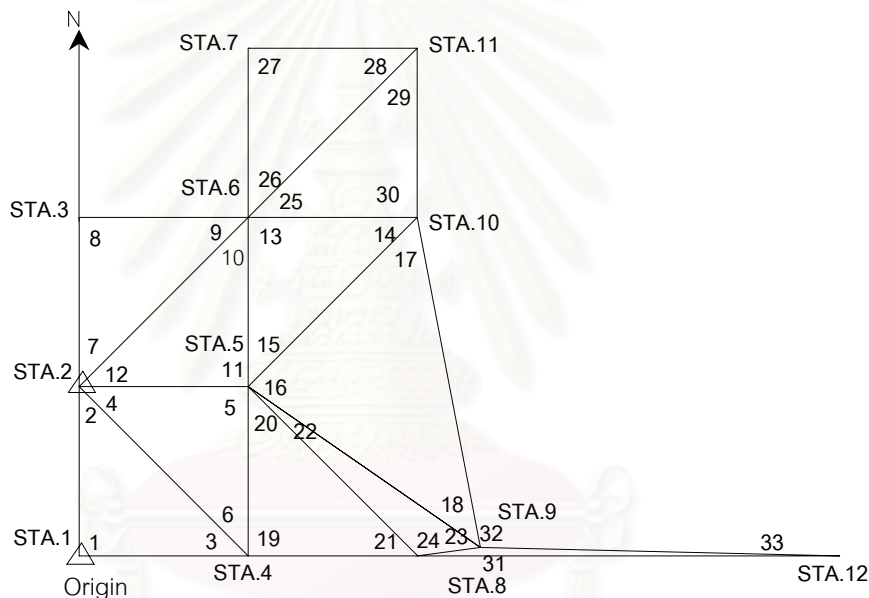
จากตารางที่ 3.11 แสดงค่าพิกัดที่ถูกต้องตามทฤษฎีสำหรับข้อมูลชุดที่ ข14 ข15 ข16 และข17 พบว่ามีความแตกต่างค่าพิกัดสถานีที่ 9 และจากตารางที่ 3.12 แสดงข้อมูลค่าสังเกตถูกต้องตามทฤษฎีสำหรับข้อมูลชุดที่ ข14 ข15 ข16 และข17 โดยที่ข้อมูลชุดที่ ข15 ข16 และข17 เกิดจากการเปลี่ยนแปลงข้อมูลชุดที่ ข14 จากข้อมูลในตารางทำให้มุมที่ 16 มุมที่ 17 มุมที่ 18 มุมที่ 22 มุมที่ 23 มุมที่ 24 มุมที่ 31 และมุมที่ 32 ของข้อมูลแต่ละชุดแตกต่างกัน

ตารางที่ 3.12 แสดงข้อมูลค่าสังเกตที่ถูกต้องตามทฤษฎีสำหรับข้อมูลชุดที่ ข14
ข15 ข16 และข17

มุมที่	ค่ามุม			มุมที่	ค่ามุม		
1	90°	00'	00.00"	24	134°	59'	30.53"
2	45°	00'	00.00"	31	00°	00'	29.46"
3	45°	00'	00.00"	32	179°	59'	25.74"
4	45°	00'	00.00"	มุมที่	ข้อมูลชุดที่ ข15		
5	90°	00'	00.00"	16	81°	31'	43.39"
6	45°	00'	00.00"	17	54°	55'	34.57"
7	45°	00'	00.00"	18	43°	32'	42.04"
8	90°	00'	00.00"	22	08°	28'	16.61"
9	45°	00'	00.00"	23	36°	31'	46.33"
10	45°	00'	00.00"	24	134°	59'	57.06"
11	90°	00'	00.00"	31	00°	00'	02.95"
12	45°	00'	00.00"	32	179°	59'	56.57"
13	90°	00'	00.00"	มุมที่	ข้อมูลชุดที่ ข16		
14	45°	00'	00.00"	16	81°	31'	43.83"
15	45°	00'	00.00"	17	54°	55'	34.49"
19	90°	00'	00.00"	18	43°	32'	41.68"
20	45°	00'	00.00"	22	08°	28'	16.17"
21	45°	00'	00.00"	23	36°	31'	44.12"
25	45°	00'	00.00"	24	134°	59'	59.71"
26	45°	00'	00.00"	31	00°	00'	00.29"
27	90°	00'	00.00"	32	179°	59'	59.66"
28	45°	00'	00.00"	มุมที่	ข้อมูลชุดที่ ข17		
29	45°	00'	00.00"	16	81°	31'	43.87"
30	90°	00'	00.00"	17	54°	55'	34.48"
มุมที่	ข้อมูลชุดที่ ข14			18	43°	32'	41.65"
16	81°	31'	38.95"	22	08°	28'	16.13"
17	54°	55'	35.36"	23	36°	31'	43.90"
18	43°	32'	45.69"	24	134°	59'	59.97"
22	08°	28'	21.05"	31	00°	00'	00.03"
23	36°	32'	08.42"	32	179°	59'	59.97"

จากรูปที่ 3.16 เป็นรูปโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation สำหรับข้อมูลชุดที่ ข14 ข15 ข16 และข17 จากรูปจะเห็นได้ว่าโครงข่ายประกอบไปด้วยข้อมูลการรังวัด 32 ค่า สถานีรังวัด 12 สถานี และการตริ่งค่าพิกัดจำนวน 2 สถานี คือ สถานีที่ 1 และสถานีที่ 2 จากรูปพบว่ามุมที่ 33 เป็นมุมเฉียงสกัด (Intersection) ที่มีขนาดเล็ก ซึ่งเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้เกิดสภาวะ ill-conditioned ในงานปรับแก้

รูปที่ 3.16 รูปโครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation สำหรับข้อมูลชุดที่ ข14 ข15 ข16 และข17



3.2.2 การปรับแก้โครงข่าย Triangulation สภาวะทางเรขาคณิตต่างๆ

โครงข่ายที่จัดทำขึ้นเพื่อวิเคราะห์แบ่งออกเป็น 3 กลุ่มตามสภาวะทางเรขาคณิต ดังนี้

- ก. โครงข่ายสภาวะปกติ
- ข. โครงข่ายสภาวะ ill-conditioned
- ค. โครงข่ายสภาวะซิงกูลาร์

ก. การปรับแก้โครงข่ายสภาวะปกติ

เป็นการปรับแก้โครงข่ายที่มีข้อมูลสมบูรณ์ทั้งข้อมูลการรังวัดและการตั้งค่าสถานีรังวัด ซึ่งการปรับแก้จะใช้ข้อมูลชุดที่ ข1 ข้อมูลชุดที่ ข2 ข้อมูลชุดที่ ข3 ข้อมูลชุดที่ ข4 ข้อมูลชุดที่ ข10 ข้อมูลชุดที่ ข11 ข้อมูลชุดที่ ข12 และข้อมูลชุดที่ ข13

ข. การปรับแก้โครงข่ายสภาวะ ill-conditioned

การปรับแก้โครงข่ายที่มีสภาวะ ill-conditioned เป็นการปรับแก้เมื่อเมทริกซ์ค่าข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการปรับแก้เป็นเมทริกซ์ที่เรียกว่า ill-conditioned matrix ซึ่งสามารถอธิบายได้จากค่า condition number ถ้าให้เมทริกซ์ \hat{A} เป็นเมทริกซ์ใดๆ ซึ่งเป็น เมทริกซ์ไม่เอกฐาน (non-singular matrix) สามารถเขียนความสัมพันธ์ ได้ดังสมการที่ (3.2)

(Hadfield, 1994: 9; Higham, 1990: 14)

$K(A)$ คือ condition number

\hat{A} คือ เมทริกซ์ใดๆ ที่พิจารณา

$$K(A) = \|\hat{A}\| \cdot \|\hat{A}^{-1}\| \quad (3.2)$$

ซึ่ง ค่า $K(A)$ จะบอกถึงระดับการเกิด สภาวะ ill-conditioned ตัวอย่างเช่น ค่า $K(A)$ เท่ากับ 3.8711×10^{14} เกิดสภาวะ ill-conditioned ในระดับที่สูงกว่า ค่า $K(A)$ เท่ากับ 7.3488×10^4 และตัวอย่างเมทริกซ์ที่แสดงสภาวะการเกิด ill-conditioned ได้อย่างเด่นชัดก็คือ เมทริกซ์ฮิลเบิร์ต (Hilbert matrix) ซึ่งแสดงในสมการที่ (3.3)

$$H_{il} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n'} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n'+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n'+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{n'} & \frac{1}{n'+1} & \frac{1}{n'+2} & \cdots & \frac{1}{2n'+1} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

เมื่อ

n' คือ เลขจำนวนเต็ม

ลักษณะของระบบสมการที่เกิดสภาวะ ill-conditioned จะมีความอ่อนไหว (sensitive) ต่อผลการคำนวณที่ได้ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงข้อมูลภายในเมทริกซ์เพียงเล็กน้อย ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของผลลัพธ์ที่ได้อย่างมาก ซึ่งจะส่งผลต่อความถูกต้องของผลลัพธ์ในระดับใดนั้นก็ขึ้นอยู่กับอัลกอริทึมที่เลือกใช้งานด้วย ดังนั้นวิธีการคำนวณปรับแก้ที่แตกต่างกันจึงน่าจะมีอิทธิพลต่อความถูกต้องของค่าที่ได้ สำหรับสาเหตุในการเกิดสภาวะ ill-conditioned ในกรณีนี้ศึกษาจะเกิดขึ้นเมื่อค่าดีเทอร์มิแนนต์ (determinant) ของเมทริกซ์ $A^T P A$ มีค่าเข้าใกล้ศูนย์

สำหรับตัวอย่างสาเหตุการเกิดสภาวะ ill-conditioned ในงานด้านวิศวกรรมสำรวจประการหนึ่ง ก็คือ การเกิดมุมเล็งสัด (Intersection) ขนาดเล็กมากภายในงานปรับแก้ ซึ่งมีผลทำให้สัมประสิทธิ์ เมทริกซ์ของสมการปกติเกิดเป็นเมทริกซ์ ill-conditioned จากตัวอย่างรูปที่ 3.17 ซึ่งแสดงเส้นตรง 2 เส้นตัดกัน สามารถอธิบายได้โดยการหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น 2 สมการ 2 จำนวนไม่ทราบค่า เช่น

$$99X_1 + 98X_2 = 197 \quad (3.4a)$$

$$100X_1 + 99X_2 = 199 \quad (3.4b)$$

สามารถหาผลเฉลยของระบบสมการได้เป็น

$$X_1 = 1$$

$$X_2 = 1$$

เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าข้อมูลในเมทริกซ์เพียงเล็กน้อย เขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$98.99X_1 + 98X_2 = 197 \quad (3.5a)$$

$$100X_1 + 99X_2 = 199 \quad (3.5b)$$

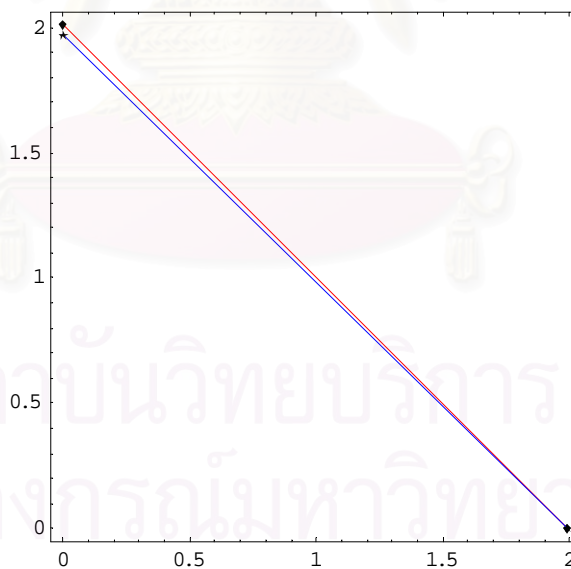
สามารถหาผลเฉลยของระบบสมการได้ใหม่เป็น

$$X_1 = 100$$

$$X_2 = -99$$

จะเห็นได้ว่าค่าที่ได้เปลี่ยนแปลงไปจากเดิมมาก

รูปที่ 3.17 กราฟแสดงสมการเส้นตรงสองเส้นตัดกัน
ทำให้เกิดมุมเล็งสัดขนาดเล็กและเกิดสภาวะ ill-conditioned



ข้อมูลสำหรับการทดสอบปรับแก้ จะมีขนาดเมทริกซ์ และค่า $K(A)$ ที่แตกต่างกัน โดยใช้ข้อมูลต่างๆ ดังต่อไปนี้

ข้อมูลชุดที่ ข5 ข6 ข7 และข8 เป็นข้อมูลที่ใช้ทดสอบเกิดสภาวะ ill-conditioned เนื่องจากมีข้อมูลภายในโครงข่ายซึ่งก็คือมุม 96 เป็นมุมเล็งสัดที่มีขนาดเล็กมาก

ข้อมูลชุดที่ ข14 ข15 ข16 และข17 เกิดสถานะ ill-conditioned ในงานปรับแก้ เนื่องมาจากมีข้อมูลภายในโครงข่ายซึ่งก็คือมุมที่ 33 เป็นมุมเล็งสกัดที่มีขนาดเล็กมาก

ค. การปรับแก้โครงข่ายสถานะซิงกูลาร์

การปรับแก้โครงข่ายที่มีสถานะซิงกูลาร์ เป็นการปรับแก้เมื่อเมทริกซ์ของ ค่าข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการปรับแก้เป็น เมทริกซ์ที่เรียกว่าเมทริกซ์เอกฐาน (singular matrix) ซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อค่า ดีเทอมิแนนต์ (determinant) ของเมทริกซ์ $A^T P A$ มีค่าเท่ากับศูนย์ สำหรับสาเหตุที่ก่อให้เกิดสถานะซิงกูลาร์ ในงานปรับแก้ันั้นเกิดจากความบกพร่องของข้อมูลค่าสังเกตภายในโครงข่าย เช่น กรณีการปรับแก้โครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation ที่ขาดจุดควบคุม หรือ ทิศทางบังคับ ซึ่งจะทำให้การทดสอบโดยใช้ ข้อมูลชุดที่ ข9 และข18 ซึ่งมีการตั้งค่าพิกัดสถานีเพียงจุดเดียว คือ สถานีที่ 1 ทำให้ขาดทิศทางบังคับโครงข่าย

3.2.3 การทดสอบทางสถิติหลังการปรับแก้

การทดสอบค่าความแปรปรวน (Tests on the Reference Variance) (วิชา จีวาลัย, 2524) การทดสอบนี้เป็นการทดสอบเกี่ยวกับความแปรปรวนของน้ำหนักหนึ่งหน่วยก่อนการปรับแก้ (σ_0^2) และน้ำหนักหนึ่งหน่วยหลังการปรับแก้ ($\hat{\sigma}_0^2$) เมื่อกำหนดให้

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{r} \quad (3.6)$$

เมื่อ

$V^T P V$ ได้จากการปรับแก้ด้วยลีสท์สแควร์

r คือ ลำดับชั้นอิสระ (redundancy)

สำหรับการทดสอบทางสถิติเกี่ยวกับ $\hat{\sigma}_0^2$ เปรียบเทียบกับ σ_0^2 ใช้ χ^2 -Test (Chi – Square Test) และมีการแจกแจงแบบไคสแควร์ด้วยลำดับชั้นอิสระ r

$$\chi_r^2 = \frac{V^T P V}{\sigma_0^2} \quad (3.7)$$

ในการทดสอบนี้ใช้ระดับนัยสำคัญ ในการตัดสินใจสมมุติฐาน สำหรับการทดสอบนี้เป็นการทดสอบไคสแควร์แบบสองทาง (two-tail test) เนื่องจากไม่ทราบค่าที่ได้จากการคำนวณ

จะออกมามากกว่าหรือน้อยกว่าเขตวิกฤต จุดประสงค์ในการทดสอบเพื่อตรวจสอบค่าความผิดพลาดขนาดใหญ่ผิดปกติในโครงข่าย เนื่องจากถ้ามีสิ่งผิดปกติเกิดขึ้นค่า V^TPT จะมีค่าสูง สำหรับการให้ระดับนัยสำคัญใช้ที่ระดับ () เท่ากับ 0.05 ในการทดสอบสมมติฐาน

สมมติฐาน

$$H_0 : \sigma_0^2 = \sigma_0^2$$

$$H_a : \sigma_0^2 \neq \sigma_0^2$$

เกณฑ์การตัดสินใจ ในการทดสอบปฏิเสธค่า H_0 เมื่อ $\chi_r^2 < \chi_{(1-\frac{\alpha}{2}),r}^2$ (ค่าวิกฤตล่าง)

หรือ $\chi_r^2 > \chi_{\frac{\alpha}{2},r}^2$ (ค่าวิกฤตบน)

3.2.4 การให้ค่าเมทริกซ์น้ำหนักของค่าสังเกต (Weight Matrix of Observation)

การให้ค่าน้ำหนักของค่าสังเกตในงานวิจัยครั้งนี้จะไม่มีสหสัมพันธ์ (uncorrelate) เนื่องจากในงานสำรวจมักจะถือว่าค่าที่ได้จากการวัดแต่ละครั้งเป็นอิสระต่อกัน ดังนั้นเมทริกซ์น้ำหนักของค่าสังเกต (weight matrix) จึงเป็นเมทริกซ์ทแยงมุม (diagonal matrix) สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (3.8)

$$\Sigma_{Lb} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & & & & \\ & \sigma_2^2 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & \ddots & \\ \phi & & & & & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

เมื่อ

σ_i^2 คือ ความแปรปรวนของค่าสังเกตที่ i เมื่อ $i = 1, 2, 3, \dots, n$

n คือ จำนวนค่าสังเกต

P คือ เมทริกซ์น้ำหนักของค่าสังเกต (weight matrix)

ดังนั้นค่าเมทริกซ์น้ำหนักของค่าสังเกต (weight matrix) ได้เป็น

$$P = \sigma_0^2 \Sigma_{Lb}^{-1} \quad (3.9)$$

เมื่อ

σ_0^2 คือ ความแปรปรวนของน้ำหนักหนึ่งหน่วยก่อนการปรับแก้

3.2.5 การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

การหาค่าความละเอียด (precision) ของปริมาณต่างๆ ที่ได้หลังการปรับแก้ค่าความละเอียดเหล่านี้จะอยู่ในรูปเมทริกซ์ความแปรปรวน (variance-covariance matrix) โดยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานภายหลังการปรับแก้คำนวณจากเมทริกซ์ \sum_{x_a} และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตภายหลังการปรับแก้คำนวณจากเมทริกซ์ \sum_{L_a} ซึ่งสามารถหาได้จากสมการดังต่อไปนี้คือ (วิชา จีวาลัย, 2524)

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของพารามิเตอร์ภายหลังการปรับแก้ หาได้จากเมทริกซ์ \sum_{x_a}

$$\sum_{x_a} = \sigma_0^2 \cdot Q_{x_a} \quad (3.10)$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตภายหลังการปรับแก้ หาได้จากเมทริกซ์ \sum_{L_a}

$$\sum_{L_a} = A \sum_{x_a} A^T \quad (3.11)$$

Q_{x_a} คือโคแฟกเตอร์ของพารามิเตอร์ที่ปรับแก้

A คือเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของพารามิเตอร์

3.3 การทดสอบเสถียรภาพเชิงตัวเลขของอัลกอริทึม (the numerical stability of algorithms)

การทดสอบด้านเสถียรภาพเชิงตัวเลขของอัลกอริทึมซึ่งในงานวิจัยนี้ทำ 2 ส่วน คือ การทดลองเชิงตัวเลข (numerical experiments) และ การทดสอบทางสถิติศาสตร์ (statistics) ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

3.3.1 การทดลองเชิงตัวเลข (numerical experiments)

ในส่วนนี้เป็นการทดลองเชิงตัวเลข เพื่อเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าที่ได้เมื่อใช้อัลกอริทึมที่ต่างกันอย่างผลที่ได้จะอธิบายเสถียรภาพของวิธีที่ใช้ในการคำนวณปรับแก้ โดยใช้แนวคิดที่ว่าทำอย่างไรในการรบกวนค่าเมทริกซ์ในระบบแล้วยังคงทำให้ผลลัพธ์ที่ได้มีความถูกต้อง ซึ่งในการทดลองนี้จะใช้วิธี Backward error

Backward error เป็นวิธีหนึ่งที่มีความสำคัญในงานพีชคณิตเชิงเส้น เป็นวิธีที่ศึกษาถึงเสถียรภาพเชิงตัวเลขของอัลกอริทึม (the numerical stability of algorithms) สำหรับการแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้น และมีส่วนสัมพันธ์กับค่า $K(A)$ ของเมทริกซ์ในระบบสมการโดยที่เสถียรภาพ (stability) หมายถึง คุณสมบัติของอัลกอริทึมที่มีผลกระทบต่อระบบสมการ เมื่อระบบสมการเกิดการเปลี่ยนแปลงข้อมูล Backward error มีหลายวิธีแต่วิธีที่นำมาใช้ทดสอบในส่วนนี้คือ วิธี normwise backward error ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้ (Higham, 1992: 1-2; Cox and Higham, 1999: 2-3; Higham, 2000: 5)

เมื่อกำหนดสมการเชิงเส้น

$$\hat{A}x = b \quad (3.12)$$

เมื่อใส่เมทริกซ์ค่ารบกวน

$$(\hat{A} + \Delta A)y = (b + \Delta b) \quad (3.13)$$

เมื่อ

\hat{A} และ b คือ เมทริกซ์ใดๆ

y คือ ผลลัพธ์ของระบบสมการเมื่อมีการรบกวน

x คือ ผลลัพธ์ของระบบสมการเมื่อไม่มีการรบกวน

ΔA และ Δb คือ เมทริกซ์ค่ารบกวนของระบบสมการ

normwise backward error

$$\eta(y) = \min\{\varepsilon : (\hat{A} + \Delta A)y = b + \Delta b, \|\Delta A\| \leq \varepsilon\|E\|, \|\Delta b\| \leq \varepsilon\|f\|\} \quad (3.14)$$

$$\eta(Y) = \frac{\|\hat{r}\|}{\|E\|\|Y\| + \|f\|} \quad (3.15)$$

$$\hat{r} = b - \hat{A}y \quad (3.16)$$

เมื่อ

$\|\cdot\|$ คือ ค่านอร์มของเวกเตอร์

E และ f คือ เมทริกซ์ใดๆ

ε คือ หน่วยการปัดเศษ (unit round-off)

$h(y)$ เรียกว่า normwise relative backward error ในการทดลองกำหนดให้ ค่า $E = \hat{A}$ และ

$f = b$

สำหรับการทดสอบระบบสมการเพื่อหาค่า normwise backward error นั้นข้อมูลทดสอบใช้ข้อมูลของเมทริกซ์ที่ใช้ในการปรับแก้ทั้ง 18 ชุด โดยการใช้เมทริกซ์ปกติ (normal matrix) โดยทดสอบค่าที่ระดับ double precision ซึ่งในโปรแกรม Mathematica 4.0 ใช้หน่วยการปัดเศษ (unit round-off) $\approx 2.22 \times 10^{-16}$ จากนั้นจึงคำนวณผลลัพธ์ที่ได้โดยใช้ อัลกอริทึมที่แตกต่างกัน ซึ่งก็คือ วิธี Cholesky Decomposition วิธี QR Decomposition และ วิธี Singular Value Decomposition และพิจารณาผลที่ได้ว่ามีความแตกต่างกันอย่างไร

3.3.2 การทดสอบ sensitivity ของผลลัพธ์โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ

ในการทดสอบส่วนนี้เป็นการทดสอบ sensitivity ของค่าพิกัดหลังการปรับแก้โดยใช้รูปแบบทางสถิติ เพื่อศึกษาถึงความแตกต่างของค่าที่ได้หลังการปรับแก้ในแต่ละสถานะโดยใช้ อัลกอริทึมแต่ละแบบ สำหรับการปรับแก้ได้แยกการปรับแก้เป็น 2 กรณี และได้ค่าพิกัดหลังการปรับแก้เป็น X_1 เมื่อยังไม่ถูกรบกวน และ X_2 เมื่อถูกรบกวนแล้ว โดยในการปรับแก้จุดพิกัดจะถูกสมมุติให้มีค่าเท่ากันภายในขอบเขตที่จำกัด จากนั้นจึงเปรียบเทียบผลที่ได้หลังการปรับแก้ว่าให้ผลที่แตกต่างกันอย่างไรซึ่งจะดำเนินการทดสอบสมมุติฐานดังต่อไปนี้ (Tesky, 1983: 44-45)

กำหนดให้ \hat{X}_1 เป็นค่าพิกัดหลังการปรับแก้ กรณียังไม่ถูกรบกวน
 \hat{X}_2 เป็นค่าพิกัดหลังการปรับแก้ กรณีถูกรบกวนแล้ว

ต้องการทดสอบว่า \hat{X}_2 ต่างจากค่า \hat{X}_1 หรือไม่

สมมติฐาน

$$H_0 : \hat{X}_2 = \hat{X}_1$$

$$H_a : \hat{X}_2 \neq \hat{X}_1$$

ทดสอบโดยให้

$$d = \hat{X}_2 - \hat{X}_1 \quad (3.17)$$

$$Q_d = Q_{\hat{X}_1} + Q_{\hat{X}_2} \text{ คือ weight - coefficient} \quad (3.18)$$

ค่า σ_{0d}^2 คำนวณได้จากความแปรปรวนของค่า d และ σ_{0d}^2 คำนวณได้จาก

$$\sigma_{0d}^2 = \frac{(\hat{X}_2 - \hat{X}_1)^T Q_d^{-1} (\hat{X}_2 - \hat{X}_1)}{r'} = \frac{d^T Q_d^{-1} d}{r'} \quad (3.19)$$

เมื่อ r' คือ ลำดับชั้น (rank) ของเมทริกซ์ Q_d

เกณฑ์การตัดสินใจ ในการทดสอบ H_0 จะทดสอบความสัมพันธ์ระหว่าง σ_{0d}^2 และ σ_0^2
 โดยใช้ F-Test ซึ่งจะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $F(r_1, r_2) > F(r_1, r_2)$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

เมื่อ

$$F(r_1, r_2) = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{0d}^2} \quad (3.20)$$

จุดประสงค์ในการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบผลการปรับแก้ที่ได้ในสภาวะต่างๆ ซึ่งผลทดสอบถ้าค่า
 ไม่ตกอยู่ในช่วงวิกฤติ แสดงว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลงค่าพิกัดหลังการปรับแก้ในระดับที่มากพอ
 ในการทดสอบจะแบ่งข้อมูลออกเป็น 4 กลุ่ม คือ

กลุ่มที่ 1 ประกอบไปด้วย ข้อมูลชุดที่ ข1 ข้อมูลชุดที่ ข2 ข้อมูลชุดที่ ข3 และข้อมูล
 ชุดที่ ข4 ซึ่งข้อมูลทดสอบทั้ง 4 ชุด ที่ใช้ในการทดสอบเริ่มต้นที่ข้อมูลชุดที่ ข1 จากนั้นจึง
 เปลี่ยนแปลง ค่าพิกัดสถานีรังวัดที่ 26 เพียงเล็กน้อยซึ่งทำให้ เกิดการเปลี่ยนแปลงมุมที่ 92

มุมที่ 93 มุมที่ 94 มุมที่ 95 มุมที่ 96 และมุมที่ 97 เพียงเล็กน้อย (จากตารางที่ 3.5 และ ตารางที่ 3.6) ทำให้เกิดเป็นข้อมูลในชุดต่างๆ จากนั้นจึงกำหนดให้ ข้อมูลชุดที่ ๑1 เป็นการทดสอบปรับแก้ที่ยังไม่มีการรบกวน ข้อมูลชุดที่ ๑2 เป็นการทดสอบปรับแก้ที่มีการรบกวน ข้อมูลชุดที่ ๑3 เป็นการทดสอบปรับแก้ที่มีการรบกวน ข้อมูลชุดที่ ๑4 เป็นการทดสอบปรับแก้ที่มีการรบกวน ดังในตารางที่ 3.13

ตารางที่ 3.13 แสดงชุดข้อมูลในการทดสอบ sensitivity กลุ่มที่ 1

กลุ่มที่ 1	การรบกวน
ข้อมูลชุดที่ ๑1	ยังไม่มีการรบกวน
ข้อมูลชุดที่ ๑2	มีการรบกวน
ข้อมูลชุดที่ ๑3	มีการรบกวน
ข้อมูลชุดที่ ๑4	มีการรบกวน

กลุ่มที่ 2 ประกอบไปด้วย ข้อมูลชุดที่ ๑5 ข้อมูลชุดที่ ๑6 ข้อมูลชุดที่ ๑7 และข้อมูลชุดที่ ๑8 โดยในการทดสอบเริ่มต้นที่ข้อมูลชุดที่ ๑5 จากนั้นจึงเปลี่ยนแปลง ค่าพิกัดสถานีรังวัดที่ 26 ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงมุมที่ 92 มุมที่ 93 มุมที่ 94 มุมที่ 95 และมุมที่ 97 เพียงเล็กน้อย (จากตารางที่ 3.7 และ ตารางที่ 3.8) ทำให้เกิดเป็นข้อมูลในชุดต่างๆ

ในการทดสอบกำหนดให้

ข้อมูลชุดที่ ๑5 เป็นการทดสอบปรับแก้ที่ยังไม่มีการรบกวน ข้อมูลชุดที่ ๑6 เป็นการทดสอบปรับแก้ที่มีการรบกวน ข้อมูลชุดที่ ๑7 เป็นการทดสอบปรับแก้ที่มีการรบกวน ข้อมูลชุดที่ ๑8 เป็นการทดสอบปรับแก้ที่มีการรบกวน ดังในตารางที่ 3.14

ตารางที่ 3.14 แสดงชุดข้อมูลในการทดสอบ sensitivity กลุ่มที่ 2

กลุ่มที่ 2	การรบกวน
ข้อมูลชุดที่ ๑5	ยังไม่มีการรบกวน
ข้อมูลชุดที่ ๑6	มีการรบกวน
ข้อมูลชุดที่ ๑7	มีการรบกวน
ข้อมูลชุดที่ ๑8	มีการรบกวน

กลุ่มที่ 3 ประกอบด้วย ข้อมูลชุดที่ ข10 ข้อมูลชุดที่ ข11 ข้อมูลชุดที่ ข12 และ ข้อมูลชุดที่ ข13 ซึ่งข้อมูลทดสอบจะมี 4 ชุด โดยในการทดสอบเริ่มต้นที่ข้อมูลชุดที่ ข10 จากนั้นจึงเปลี่ยนแปลง ค่าพิกัดสถานีรังวัดที่ 9 ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงข้อมูลมุมที่ 16 มุมที่ 17 มุมที่ 18 มุมที่ 22 มุมที่ 23 มุมที่ 24 มุมที่ 31 มุมที่ 32 และมุมที่ 33 เพียงเล็กน้อย (จากตารางที่ 3.9 และตารางที่ 3.10)

ในการทดสอบจะกำหนดให้ ข้อมูลชุดที่ ข10 เป็นการทดสอบปรับแก้ที่ไม่มีการรบกวน ข้อมูลชุดที่ ข11 เป็นการทดสอบปรับแก้ที่มีการรบกวน ข้อมูลชุดที่ ข12 เป็นการทดสอบปรับแก้ที่มีการรบกวน และการรบกวน และข้อมูลชุดที่ 13 เป็นการทดสอบปรับแก้ที่มีการรบกวน

ตารางที่ 3.15 แสดงชุดข้อมูลในการทดสอบ sensitivity กลุ่มที่ 3

กลุ่มที่ 3	การรบกวน
ข้อมูลชุดที่ ข10	ยังไม่มีกรรบกวน
ข้อมูลชุดที่ ข11	มีการรบกวน
ข้อมูลชุดที่ ข12	มีการรบกวน
ข้อมูลชุดที่ ข13	มีการรบกวน

กลุ่มที่ 4 ประกอบด้วย ข้อมูลชุดที่ ข14 ข้อมูลชุดที่ ข15 ข้อมูลชุดที่ ข16 และ ข้อมูลชุดที่ ข17 ซึ่งข้อมูลทดสอบจะมี 4 ชุด โดยในการทดสอบเริ่มต้นที่ข้อมูลชุดที่ ข14 จากนั้นจึงเปลี่ยนแปลง ค่าพิกัดสถานีรังวัดที่ 9 ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงข้อมูลมุมที่ 16 มุมที่ 17 มุมที่ 18 มุมที่ 22 มุมที่ 23 มุมที่ 24 มุมที่ 31 และมุมที่ 32 เพียงเล็กน้อย (จากตารางที่ 3.11 และตารางที่ 3.12)

ในการทดสอบจะกำหนดให้ ข้อมูลชุดที่ ข14 เป็นการทดสอบปรับแก้ที่ไม่มีการรบกวน ข้อมูลชุดที่ ข15 เป็นการทดสอบปรับแก้ที่มีการรบกวน ข้อมูลชุดที่ ข16 เป็นการทดสอบปรับแก้ที่มีการรบกวน และข้อมูลชุดที่ ข17 เป็นการทดสอบปรับแก้ที่มีการรบกวน

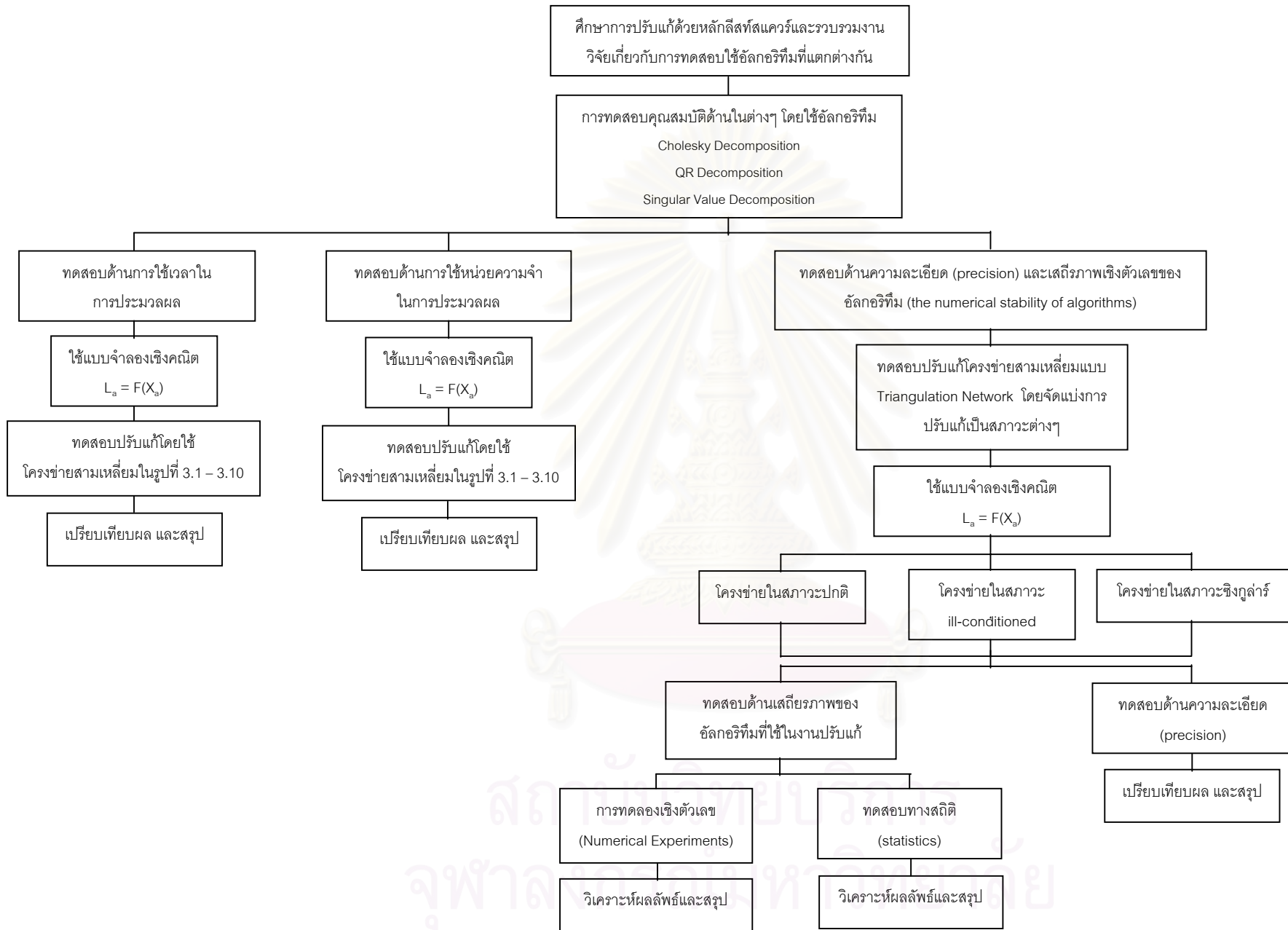
ตารางที่ 3.16 แสดงชุดข้อมูลในการทดสอบ sensitivity กลุ่มที่ 4

กลุ่มที่ 4	การรบกวน
ข้อมูลชุดที่ ข14	ยังไม่มีการรบกวน
ข้อมูลชุดที่ ข15	มีการรบกวน
ข้อมูลชุดที่ ข16	มีการรบกวน
ข้อมูลชุดที่ ข17	มีการรบกวน

ผลการทดสอบเหล่านี้สรุปไว้ในหัวข้อ 4.4.2



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.18 แผนผังสรุปขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

จากการทดสอบคุณสมบัติในด้านต่างๆ ของแต่ละอัลกอริทึม ซึ่งได้แก่ การหาเวลาในการประมวลผล การใช้หน่วยความจำในการประมวลผล และการทดสอบด้านความละเอียดของผลลัพธ์ ซึ่งให้ผลการทดสอบดังต่อไปนี้

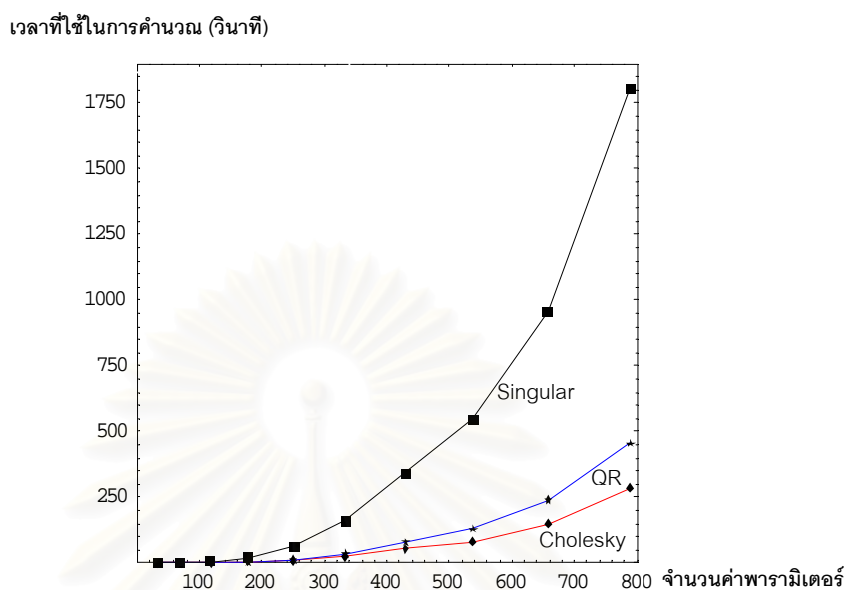
4.1 ผลการหาเวลาในการประมวลผล

จากการหาเวลาในการประมวลผล การทดสอบใช้ข้อมูลจำนวน 10 ชุด ซึ่งประกอบไปด้วยจำนวนค่าสังเกต และจำนวนค่าพารามิเตอร์ที่แตกต่างกันออกไป โดยเริ่มที่ค่าสังเกต 72 ค่า และจำนวนพารามิเตอร์ 34 ค่า และได้ขยายโครงข่ายเพิ่มขึ้น จนกระทั่งมีจำนวนค่าสังเกต 2178 ค่า และค่าพารามิเตอร์ 790 ค่า จากผลการทดสอบสามารถสรุปได้ดังแสดงในตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 ผลทดสอบด้านการใช้เวลาในการประมวลผลโดยใช้วิธีการต่างๆ

จำนวนค่าสังเกต	จำนวนพารามิเตอร์	วิธี Cholesky Decomposition (วินาที)	วิธี QR Decomposition (วินาที)	วิธี Singular Value Decomposition (วินาที)
72	34	0.06	0.09	0.17
162	70	0.16	0.22	1.04
288	118	0.88	1.15	5.50
450	178	2.86	5.11	20.21
648	250	10.22	13.51	60.04
882	334	24.39	35.37	159.50
1152	430	52.56	77.77	342.24
1458	538	82.12	128.42	345.25
1800	658	147.51	239.26	956.53
2178	790	284.13	454.01	1804.69

รูปที่ 4.1 กราฟแสดงการเปรียบเทียบด้านการใช้เวลาในการประมวลผล
โดยใช้วิธีการต่างๆ

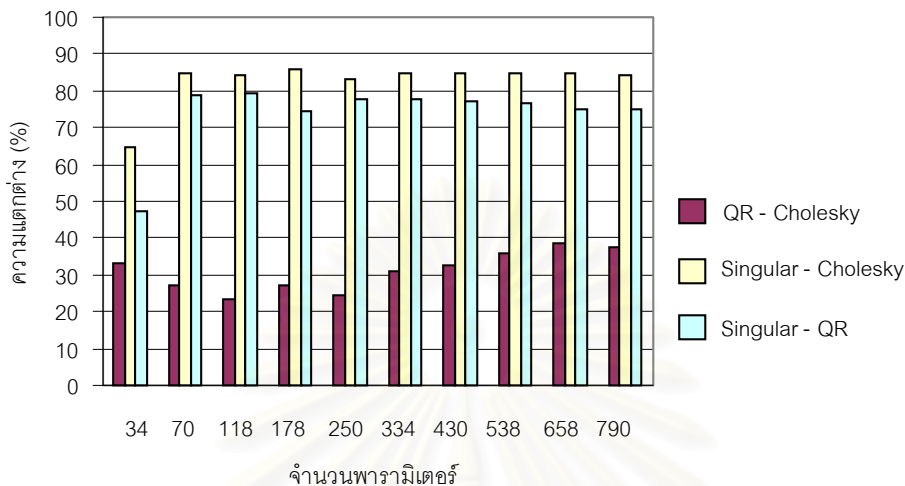


จากผลการทดสอบในตารางที่ 4.1 และรูปที่ 4.1 พบว่าการใช้เวลาในการประมวลผลวิธี Singular Value Decomposition เป็นวิธีที่ใช้เวลาในการประมวลผลมากที่สุด รองลงมาคือวิธี QR Decomposition และวิธี Cholesky Decomposition เป็นวิธีที่ใช้เวลาในการประมวลผลน้อยที่สุดใน 3 วิธีที่พิจารณา

ตารางที่ 4.2 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างด้านการใช้เวลา
ในการประมวลผลโดยใช้วิธีการต่างๆ

จำนวนค่าสังเกต	จำนวนพารามิเตอร์	$\frac{(QR - Cholesky)}{QR} \%$	$\frac{(Singular - Cholesky)}{Singular} \%$	$\frac{(Singular - QR)}{Singular} \%$
72	34	33.33	64.71	47.06
162	70	27.27	84.62	78.85
288	118	23.48	84.00	79.09
450	178	27.00	85.85	74.71
648	250	24.35	82.98	77.50
882	334	31.04	84.71	77.82
1152	430	32.42	84.64	77.28
1458	538	36.05	84.94	76.45
1800	658	38.35	84.58	74.99
2178	790	37.42	84.26	74.84
เฉลี่ย		32.28	82.53	73.86

รูปที่ 4.2 กราฟแสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างด้านการใช้เวลา
ในการประมวลผลโดยใช้วิธีการต่างๆ



จากผลการเปรียบเทียบในตารางที่ 4.2 และรูปที่ 4.2 วิธี Singular Value Decomposition ใช้เวลาในการประมวลผลมากที่สุด ซึ่งแตกต่างจาก วิธี Cholesky Decomposition และวิธี QR Decomposition เฉลี่ย 82.53 % และ 73.86 % ตามลำดับ ส่วนวิธี QR Decomposition ใช้เวลาในการประมวลผลมากกว่าวิธี Cholesky Decomposition เฉลี่ย 32.28 %

4.2 ผลการทดสอบด้านการใช้หน่วยความจำในการประมวลผล

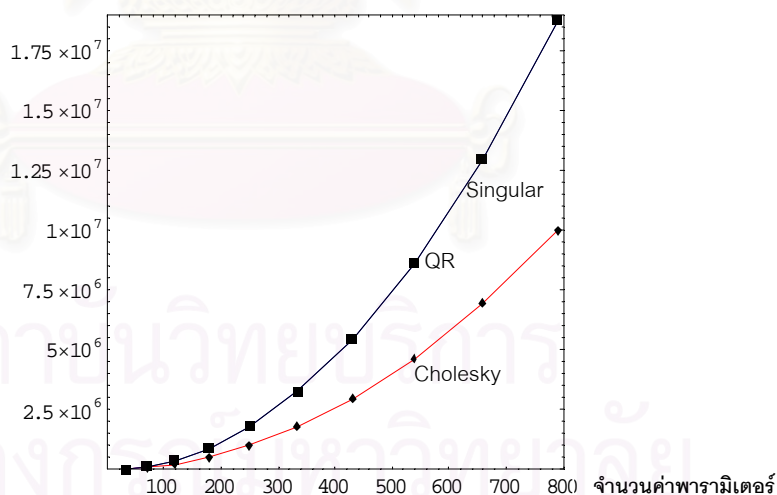
จากการทดสอบโดยใช้ข้อมูลจำนวน 10 ชุด ซึ่งข้อมูลแต่ละชุดประกอบไปด้วยจำนวนค่าสังเกต และพารามิเตอร์ที่แตกต่างกัน โดยเริ่มจากค่าสังเกตการรังวัดมุมจำนวน 72 ค่า ไปจนถึง 2178 ค่า และพารามิเตอร์ 34 ค่า ไปจนถึง 790 ค่า จากนั้นจึงเริ่มวัดหน่วยความจำที่ใช้ในการประมวลผล ซึ่งจากการทดสอบสามารถวัดการใช้หน่วยความจำได้ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 4.3 ผลทดสอบด้านการใช้หน่วยความจำในการประมวลผลโดยใช้วิธีการต่างๆ

จำนวนค่าสังเกต	จำนวนพารามิเตอร์	วิธี Cholesky Decomposition (ไบต์)	วิธี QR Decomposition (ไบต์)	วิธี Singular Value Decomposition (ไบต์)
72	34	22,988	29,348	29,732
162	70	83,468	131,264	131,396
288	118	228,588	385,032	385,508
450	178	513,708	896,520	897,476
648	250	1,008,928	1,798,824	1,800,480
882	334	1,795,040	3,252,648	3,255,804
1152	430	2,969,228	5,446,344	5,450,300
1458	538	4,643,628	8,595,912	8,599,732
1800	658	6,941,900	12,945,000	12,949,780
2178	790	10,002,172	18,764,904	18,770,756

รูปที่ 4.3 กราฟแสดงการเปรียบเทียบด้านการใช้หน่วยความจำในการประมวลผลโดยใช้วิธีการต่างๆ

หน่วยความจำในการคำนวณ (ไบต์)

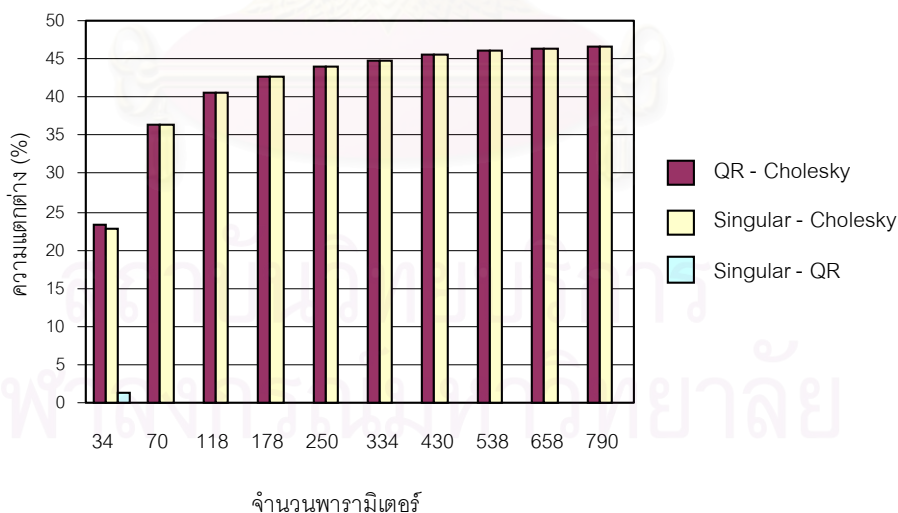


จากผลการคำนวณในตารางที่ 4.3 และรูปที่ 4.3 พบว่าวิธีที่ใช้หน่วยความจำในการคำนวณ ปรับแก้เพื่อหาค่าผลลัพธ์ คือวิธี Singular Value Decomposition ซึ่งใช้หน่วยความจำในการคำนวณมากที่สุด ในจำนวน 3 วิธีที่พิจารณา และอยู่ในระดับที่ไม่แตกต่างจากวิธี QR Decomposition และสำหรับวิธีที่ใช้หน่วยความจำในการคำนวณผลลัพธ์น้อยที่สุดคือวิธี Cholesky Decomposition

ตารางที่ 4.4 แสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างด้านการใช้หน่วยความจำ
ในการประมวลผลโดยใช้วิธีการต่างๆ

จำนวน คำสั่งเกต	จำนวน พารามิเตอร์	(QR – Cholesky) % QR	(Singular– Cholesky) % Singular	(Singular– QR) % Singular
72	34	23.19	22.68	1.29
162	70	36.43	36.48	0.10
288	118	40.63	40.70	0.12
450	178	42.70	42.76	0.10
648	250	43.91	43.96	0.09
882	334	44.81	44.87	0.09
1152	430	45.48	45.52	0.07
1458	538	45.98	46.00	0.04
1800	658	46.37	46.39	0.04
2178	790	46.68	46.71	0.03
เฉลี่ย		41.62	41.67	0.20

รูปที่ 4.4 กราฟแสดงการเปรียบเทียบความแตกต่างในการใช้หน่วยความจำ
ในการประมวลผลโดยใช้วิธีต่างๆ



จากตารางที่ 4.4 และรูปที่ 4.4 พบว่า วิธี Singular Value Decomposition ใช้หน่วยความจำในการคำนวณมากที่สุด โดยวิธี Singular Value Decomposition ใช้หน่วยความจำในการคำนวณแตกต่างจากวิธี Cholesky Decomposition และวิธี QR Decomposition เฉลี่ย

41.67 % และ 0.20 % ตามลำดับ และจากการทดสอบพบว่า วิธี QR Decomposition ใช้หน่วยความจำมากกว่าวิธี Cholesky Decomposition เฉลี่ย 41.62 %

4.3 ผลการทดสอบด้านความละเอียดของผลลัพธ์

จากการทดสอบปรับแก้โครงข่ายจำนวน 18 ชุด เพื่อศึกษาด้านความละเอียดของค่าที่ได้ภายหลังการปรับแก้ โดยพิจารณาจากค่าความแปรปรวน(variance) ของพารามิเตอร์หลังการปรับแก้เป็นตัววัด ว่าการเลือกใช้อัลกอริทึมที่แตกต่างกัน ให้ความละเอียดหลังการปรับแก้แตกต่างกันหรือไม่ จากการทดสอบปรับแก้โครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation โดยใช้ข้อมูลทีละระดับค่า $K(A)$ ที่แตกต่าง จากตารางที่ ค.1 ถึง ตารางที่ ค.32 (ดูภาคผนวก ค.) เป็นค่าที่ได้ภายหลังการปรับแก้ และเมื่อพิจารณาผลลัพธ์จาก ข้อมูลชุดที่ ข1 ข้อมูลชุดที่ ข7 ข้อมูลชุดที่ ข10 ข้อมูลชุดที่ ข16 และข้อมูลชุดที่ ข17 พบว่าค่าพารามิเตอร์หลังการปรับแก้ ค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิกัดหลังการปรับแก้ และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้ พบว่าให้ค่าที่ไม่แตกต่างกันทั้ง 3 อัลกอริทึม สำหรับข้อมูลชุดที่ ข8 อัลกอริทึมที่ปรับแก้ค่าได้คือ วิธี QR Decomposition และ วิธี Singular Value Decomposition ซึ่งพบว่าค่าพารามิเตอร์หลังการปรับแก้ ค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิกัดหลังการปรับแก้ และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้ พบว่าให้ค่าที่ไม่แตกต่างกัน และสำหรับข้อมูลในชุดที่ ข9 และข้อมูลในชุดที่ ข18 มีเพียงวิธีเดียวที่สามารถปรับแก้ค่าได้ คือวิธี Singular Value Decomposition

จากตารางที่ ค.3 ค.7 ค.11 ค.19 ค.23 และค.27 (ดูภาคผนวก ค.) พบว่าการใช้อัลกอริทึมที่แตกต่างกันและปรับแก้ในสถานะที่แตกต่างกัน ไม่เห็นความแตกต่างในเรื่องความละเอียดของผลลัพธ์

ตารางที่ 4.5 ผลการทดสอบค่าความแปรปรวนหลังการปรับแก้

โดยใช้อัลกอริทึม 3 แบบ

ชุดข้อมูล	วิธีการ คำนวณ	ลำดับชั้น ความ อิสระ	$V^T P V$	σ_0^2	$\hat{\sigma}_0^2$	χ_r^2	$\chi_{1-\alpha/2,r}^2$	$\chi_{\alpha/2,r}^2$
ข้อมูลชุดที่ ๑1	Cholesky	49	54.5218	1.0000	1.1127	54.5218	31.5549	70.2224
	QR		54.5218		1.1127	54.5218		
	Singular		54.5218		1.1127	54.5218		
ข้อมูลชุดที่ ๑2	Cholesky	49	54.5218	1.0000	1.1127	54.5218	31.5549	70.2224
	QR		54.5218		1.1127	54.5218		
	Singular		54.5218		1.1127	54.5218		
ข้อมูลชุดที่ ๑3	Cholesky	49	54.5218	1.0000	1.1127	54.5218	31.5549	70.2224
	QR		54.5218		1.1127	54.5218		
	Singular		54.5218		1.1127	54.5218		
ข้อมูลชุดที่ ๑4	Cholesky	49	54.5218	1.0000	1.1127	54.5218	31.5549	70.2224
	QR		54.5218		1.1127	54.5218		
	Singular		54.5218		1.1127	54.5218		
ข้อมูลชุดที่ ๑5	Cholesky	48	53.8306	1.0000	1.1215	53.8306	30.7545	69.0227
	QR		53.8306		1.1215	53.8306		
	Singular		53.8306		1.1215	53.8306		
ข้อมูลชุดที่ ๑6	Cholesky	48	53.8306	1.0000	1.1215	53.8306	30.7545	69.0227
	QR		53.8306		1.1215	53.8306		
	Singular		53.8306		1.1215	53.8306		
ข้อมูลชุดที่ ๑7	Cholesky	48	53.8306	1.0000	1.1215	53.8306	30.7545	69.0227
	QR		53.8306		1.1215	53.8306		
	Singular		53.8306		1.1215	53.8306		
ข้อมูลชุดที่ ๑8	Cholesky	48	-	1.0000	-	-	30.7545	69.0227
	QR		53.8306		1.1215	53.8306		
	Singular		53.8306		1.1215	53.8306		
ข้อมูลชุดที่ ๑9	Cholesky	47	-	1.0000	-	-	29.9562	67.8206
	QR		-		-	-		
	Singular		54.5218		1.1600	54.5218		
ข้อมูลชุดที่ ๑10	Cholesky	13	17.5976	1.0000	1.3537	17.5976	5.0087	24.7356
	QR		17.5976		1.3537	17.5976		
	Singular		17.5976		1.3537	17.5976		
ข้อมูลชุดที่ ๑11	Cholesky	13	17.5973	1.0000	1.3536	17.5973	5.0087	24.7356
	QR		17.5973		1.3536	17.5973		
	Singular		17.5973		1.3536	17.5973		
ข้อมูลชุดที่ ๑12	Cholesky	13	17.5978	1.0000	1.3537	17.5978	5.0087	24.7356
	QR		17.5978		1.3537	17.5978		
	Singular		17.5978		1.3537	17.5978		

ตารางที่ 4.5 ผลการทดสอบค่าความแปรปรวนหลังการปรับแก้
โดยใช้อัลกอริทึม 3 แบบ (ต่อ)

ชุดข้อมูล	วิธีการ คำนวณ	ลำดับชั้น ความ อิสระ	$V^T P V$	σ_0^2	$\hat{\sigma}_0^2$	χ_r^2	$\chi_{1-\alpha/2,r}^2$	$\chi_{\alpha/2,r}^2$
ข้อมูลชุดที่ ๗13	Cholesky	13	17.6006	1.0000	1.3539	17.6006	5.0087	24.7356
	QR		17.6006		1.3539	17.6006		
	Singular		17.6006		1.3539	17.6006		
ข้อมูลชุดที่ ๗14	Cholesky	12	17.2496	1.0000	1.4375	17.2496	4.4038	23.3367
	QR		17.2496		1.4375	17.2496		
	Singular		17.2496		1.4375	17.2496		
ข้อมูลชุดที่ ๗15	Cholesky	12	17.2496	1.0000	1.4375	17.2496	4.4038	23.3367
	QR		17.2496		1.4375	17.2496		
	Singular		17.2496		1.4375	17.2496		
ข้อมูลชุดที่ ๗16	Cholesky	12	15.6518	1.0000	1.3043	15.6518	4.4038	23.3367
	QR		15.6518		1.3043	15.6518		
	Singular		15.6518		1.3043	15.6518		
ข้อมูลชุดที่ ๗17	Cholesky	12	17.1935	1.0000	1.4328	17.1935	4.4038	23.3367
	QR		17.1935		1.4328	17.1935		
	Singular		17.1935		1.4328	17.1935		
ข้อมูลชุดที่ ๗18	Cholesky	11	-	1.0000	-	-	3.8157	21.9200
	QR		-		-	-		
	Singular		17.5976		1.5998	17.5976		

จากการทดสอบค่าความแปรปรวนหลังการปรับแก้ เพื่อตรวจสอบค่าความผิดพลาดขนาดใหญ่ผิดปกติในโครงข่าย และเมื่อพิจารณาจากตารางที่ 4.5 พบว่าผลการทดสอบค่าความแปรปรวนของข้อมูลทั้งหมดที่ใช้ในการปรับแก้ ไม่มีค่าใดที่เกินกว่าค่าวิกฤต ซึ่งแสดงให้เห็นว่าไม่มีสิ่งผิดปกติเกิดขึ้นในโครงข่ายที่ทำการทดสอบ

4.4 ผลการทดสอบด้านเสถียรภาพเชิงตัวเลขของอัลกอริทึมต่างๆ

ในการทดลองเชิงตัวเลข ซึ่งก็คือการหาค่า normwise backward error เพื่อศึกษาถึงเสถียรภาพของอัลกอริทึมที่ใช้ในการปรับแก้โดยใช้คุณสมบัติเมทริกซ์ในงานด้านวิศวกรรมสำรวจ และการทดสอบทางสถิติเพื่อศึกษาความแตกต่างของค่าที่ได้หลังการปรับแก้ในแต่ละสภาวะ ซึ่งใช้คุณสมบัติเมทริกซ์ดังต่อไปนี้คือ

ตารางที่ 4.6 แสดงคุณสมบัติเมทริกซ์ที่ใช้ในการปรับแก้

ชุดข้อมูล	เมทริกซ์ A		จำนวนสมาชิกที่ไม่เท่ากับศูนย์	เมทริกซ์ $A^T A$		จำนวนสมาชิกที่ไม่เท่ากับศูนย์	ความหนาแน่นเมทริกซ์ A (dense(A))	ความหนาแน่นเมทริกซ์ $A^T A$ (dense($A^T A$))	ค่า K(A) ของเมทริกซ์ $A^T A$	สถานะ
	m	n		n	n					
ข้อมูลชุดที่ ข1	97	48	548	48	48	512	11.77	22.22	73,488	ปกติ
ข้อมูลชุดที่ ข2	97	48	548	48	48	512	11.77	22.22	73,505	
ข้อมูลชุดที่ ข3	97	48	548	48	48	512	11.77	22.22	73,515	
ข้อมูลชุดที่ ข4	97	48	548	48	48	512	11.77	22.22	73,602	
ข้อมูลชุดที่ ข5	96	48	546	48	48	512	11.85	22.22	2.09367×10^{13}	ill - conditioned
ข้อมูลชุดที่ ข6	96	48	546	48	48	512	11.85	22.22	3.87109×10^{14}	
ข้อมูลชุดที่ ข7	96	48	546	48	48	512	11.85	22.22	1.18372×10^{16}	
ข้อมูลชุดที่ ข8	96	48	546	48	48	512	11.85	22.22	3.53645×10^{18}	
ข้อมูลชุดที่ ข9	97	50	570	50	50	540	11.75	21.60	2.85119×10^{17}	ซิงกูลาร์
ข้อมูลชุดที่ ข10	33	20	166	20	20	168	25.15	42.00	3,683.78	ปกติ
ข้อมูลชุดที่ ข11	33	20	166	20	20	168	25.15	42.00	3,683.63	
ข้อมูลชุดที่ ข12	33	20	166	20	20	168	25.15	42.00	3,685.27	
ข้อมูลชุดที่ ข13	33	20	166	20	20	168	25.15	42.00	3,708.47	
ข้อมูลชุดที่ ข14	32	20	161	20	20	168	25.16	42.00	1.62677×10^{12}	ill - conditioned
ข้อมูลชุดที่ ข15	32	20	161	20	20	168	25.16	42.00	1.62676×10^{14}	
ข้อมูลชุดที่ ข16	32	20	161	20	20	168	25.16	42.00	1.62675×10^{16}	
ข้อมูลชุดที่ ข17	32	20	161	20	20	168	25.16	42.00	1.62675×10^{18}	
ข้อมูลชุดที่ ข18	32	22	189	22	22	204	26.03	42.15	1.17782×10^{18}	ซิงกูลาร์

เมื่อกำหนดให้

A เป็น เมทริกซ์สัมประสิทธิ์

m เป็น จำนวนสมาชิกตามแถว (the number of rows)

n เป็น จำนวนสมาชิกตามหลัก (the number of cols)

$\text{nnz}(A)$ เป็น จำนวนสมาชิกที่ไม่เป็นศูนย์ของเมทริกซ์

$\text{dense}(A)$ เป็น ความหนาแน่นของเมทริกซ์ สามารถหาได้จากสมการที่ (4.1)

$$\text{dense}(A) = 100 (\text{nnz}(A)/mn)$$

(4.1)

4.4.1 ผลการทดลองเชิงตัวเลข (numerical experiments)

จากการทดลองเชิงตัวเลข โดยใช้เมทริกซ์ปกติที่มีขนาด และค่า $K(A)$ ที่แตกต่างกัน สามารถแสดงผลได้ดังต่อไปนี้

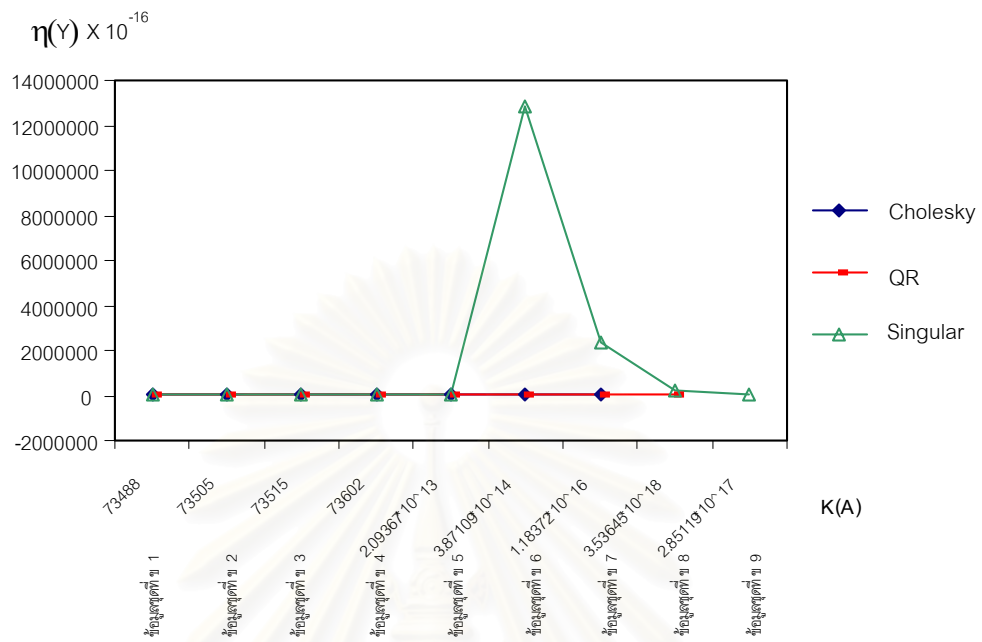
ตารางที่ 4.7 แสดงค่า normwise backward error

ชุดข้อมูล	วิธีการคำนวณ	ขนาดเมทริกซ์ปกติ	$K(A)$	$\eta(Y)$	สถานะ
ข้อมูลชุดที่ ๑1	Cholesky	48 × 48	73,488	1.25191×10^{-17}	ปกติ
	QR			3.47752×10^{-17}	
	Singular			1.54915×10^{-16}	
ข้อมูลชุดที่ ๑2	Cholesky	48 × 48	73,505	1.47900×10^{-17}	
	QR			3.61921×10^{-17}	
	Singular			1.64535×10^{-15}	
ข้อมูลชุดที่ ๑3	Cholesky	48 × 48	73,515	2.01871×10^{-17}	
	QR			4.31587×10^{-17}	
	Singular			2.30133×10^{-15}	
ข้อมูลชุดที่ ๑4	Cholesky	48 × 48	73,602	2.03532×10^{-17}	
	QR			5.47432×10^{-17}	
	Singular			1.46403×10^{-15}	
ข้อมูลชุดที่ ๑5	Cholesky	48 × 48	2.09367×10^{13}	4.18468×10^{-17}	ill-conditioned
	QR			6.51361×10^{-17}	
	Singular			5.53800×10^{-15}	
ข้อมูลชุดที่ ๑6	Cholesky	48 × 48	3.87109×10^{14}	2.08288×10^{-17}	
	QR			3.28966×10^{-17}	
	Singular			1.28051×10^{-10}	
ข้อมูลชุดที่ ๑7	Cholesky	48 × 48	1.18372×10^{16}	5.03421×10^{-17}	
	QR			1.61701×10^{-17}	
	Singular			2.31579×10^{-10}	
ข้อมูลชุดที่ ๑8	Cholesky	48 × 48	3.53645×10^{18}	-	
	QR			2.77111×10^{-17}	
	Singular			2.55150×10^{-11}	
ข้อมูลชุดที่ ๑9	Cholesky	50 × 50	2.85119×10^{17}	-	ซิงกูลาร์
	QR			-	
	Singular			1.58851×10^{-16}	
ข้อมูลชุดที่ ๑10	Cholesky	20 × 20	3,683.78	1.31137×10^{-17}	ปกติ
	QR			2.52906×10^{-17}	
	Singular			1.77971×10^{-16}	
ข้อมูลชุดที่ ๑11	Cholesky	20 × 20	3,683.63	2.06077×10^{-17}	
	QR			2.06077×10^{-17}	
	Singular			1.18026×10^{-16}	
ข้อมูลชุดที่ ๑12	Cholesky	20 × 20	3,685.27	1.68572×10^{-17}	
	QR			4.86985×10^{-17}	
	Singular			2.07905×10^{-16}	

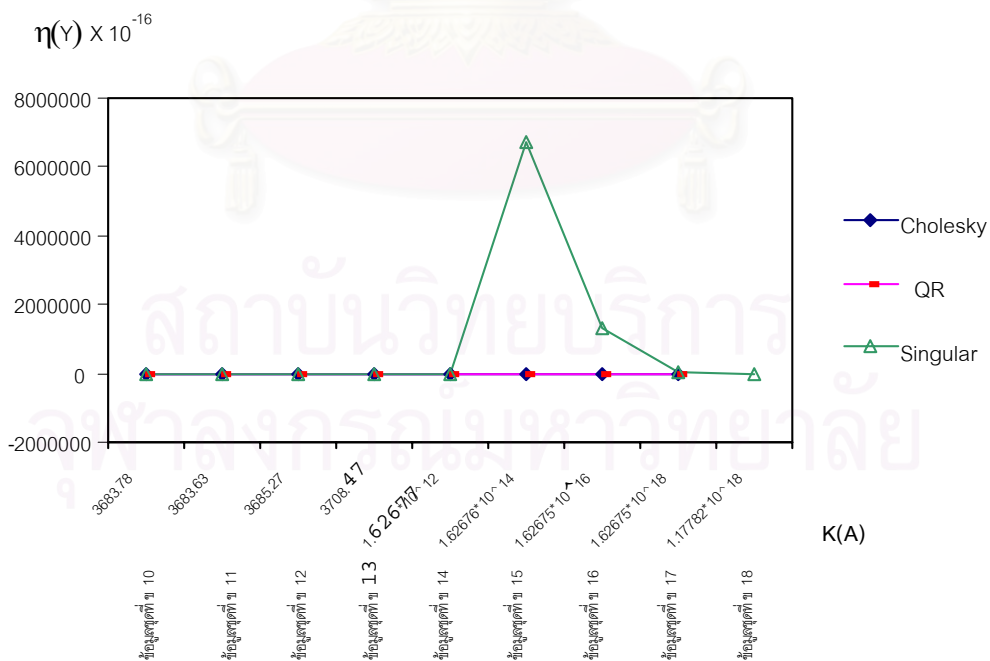
ตารางที่ 4.7 แสดงค่า normwise backward error (ต่อ)

ชุดข้อมูล	วิธีการคำนวณ	ขนาดเมทริกซ์ปกติ	K(A)	$\eta(Y)$	สถานะ
ข้อมูลชุดที่ 13	Cholesky	20 × 20	3,708.47	4.49261×10^{-17}	ปกติ
	QR			3.74384×10^{-17}	
	Singular			3.15886×10^{-16}	
ข้อมูลชุดที่ 14	Cholesky	20 × 20	1.62677×10^{12}	1.87995×10^{-17}	ill-conditioned
	QR			1.59699×10^{-17}	
	Singular			1.88314×10^{-17}	
ข้อมูลชุดที่ 15	Cholesky	20 × 20	1.62676×10^{14}	2.02122×10^{-17}	ill-conditioned
	QR			2.02110×10^{-17}	
	Singular			6.72902×10^{-10}	
ข้อมูลชุดที่ 16	Cholesky	20 × 20	1.62675×10^{16}	2.02133×10^{-17}	ill-conditioned
	QR			2.02130×10^{-17}	
	Singular			1.30608×10^{-10}	
ข้อมูลชุดที่ 17	Cholesky	20 × 20	1.62675×10^{18}	1.70487×10^{-17}	ill-conditioned
	QR			1.70488×10^{-17}	
	Singular			1.62675×10^{-12}	
ข้อมูลชุดที่ 18	Cholesky	22 × 22	1.17782×10^{18}	-	ซิงกูลาร์
	QR			-	
	Singular			1.38684×10^{-16}	

รูปที่ 4.5 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง normwise backward error และ ค่า $K(A)$
ข้อมูลชุดที่ ข1 – ข้อมูลชุดที่ ข9



รูปที่ 4.6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง normwise backward error และ ค่า $K(A)$
ข้อมูลชุดที่ ข10 – ข้อมูลชุดที่ ข18



จากตารางที่ 4.7 และรูปที่ 4.5 พบว่า เมื่อทำการทดสอบเพื่อหาค่า $\eta(y)$ โดยแบ่งออกเป็นขนาดเมทริกซ์ที่แตกต่างกัน โดยข้อมูลชุดที่ ข1 ข้อมูลชุดที่ ข2 ข้อมูลชุดที่ ข3 และข้อมูลชุดที่ ข4 เป็นการทดสอบปรับแก้ข้อมูลที่มีค่า $K(A)$ ไม่สูงมาก ซึ่งเป็นการปรับแก้ในสภาวะปกติ สำหรับข้อมูลชุดที่ ข5 ข้อมูลชุดที่ ข6 ข้อมูลชุดที่ ข7 และข้อมูลชุดที่ ข8 มีระดับของค่า $K(A)$ สูงมากซึ่งเป็นการปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned และข้อมูลในชุดที่ ข9 เป็นเมทริกซ์ที่อยู่ในสภาวะซิงกูลาร์ ซึ่งมีค่า $K(A)$ อยู่ที่ระดับ 10^{17} และเมื่อทำการทดสอบค่า $\eta(y)$ พบว่าค่าที่ได้จากวิธี Cholesky Decomposition และ วิธี QR Decomposition ทั้งสองวิธีให้ค่าในระดับเดียวกัน เมื่อพิจารณาจากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า $\eta(y)$ และ ค่า $K(A)$ และเมื่อเพิ่มระดับค่า $K(A)$ สูงขึ้นจนถึงระดับ 10^{18} พบว่าวิธี Cholesky Decomposition ไม่สามารถปรับแก้ค่าได้ และสำหรับวิธี Singular Value Decomposition เมื่อทดสอบหาค่า $\eta(y)$ พบว่าเมื่อค่า $K(A)$ อยู่ในระดับปกติ อัลกอริทึมทั้ง 3 แบบ ให้ค่า $\eta(y)$ ที่ไม่แตกต่างกัน แต่เมื่อเพิ่มค่า $K(A)$ พบว่า ค่า $\eta(y)$ ที่ได้จากวิธี Singular Value Decomposition เริ่มมีการเปลี่ยนแปลง และลดลงมาอยู่ที่ระดับเดียวกับการทดสอบที่สภาวะปกติอีกครั้งเมื่อทดสอบในสภาวะซิงกูลาร์ ส่วนวิธี Cholesky Decomposition และ วิธี QR Decomposition ไม่สามารถทดสอบในสภาวะที่เมทริกซ์อยู่ในสภาวะเมทริกซ์เอกฐาน (singular matrix) ได้

และจากตารางที่ 4.7 และรูปที่ 4.6 ค่า $\eta(y)$ ที่ได้จากการทดสอบข้อมูลชุดที่ ข10 ข้อมูลชุดที่ ข11 ข้อมูลชุดที่ ข12 และข้อมูลชุดที่ ข13 ทดสอบในสภาวะที่มีค่า $K(A)$ ในระดับที่ไม่สูงมากซึ่งเป็นการปรับแก้ในสภาวะปกติ เห็นได้ว่าค่า $\eta(y)$ ที่ได้จากอัลกอริทึมทั้ง 3 แบบ อยู่ในระดับเดียวกัน แต่เมื่อทดสอบกับข้อมูลชุดที่ ข14 ข้อมูลชุดที่ ข15 ข้อมูลชุดที่ ข16 และข้อมูลชุดที่ ข17 ซึ่งเป็นการทดสอบในสภาวะที่มีค่า $K(A)$ อยู่ในระดับที่สูงมากซึ่งเป็นการปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned พบว่าค่า $\eta(y)$ ที่ได้จากวิธี Singular Value Decomposition เริ่มมีการเปลี่ยนแปลงค่า และเมื่อทดสอบในสภาวะซิงกูลาร์ พบว่าค่า $\eta(y)$ อยู่ในระดับเดียวกับการทดสอบในสภาวะปกติ ส่วนวิธี Cholesky Decomposition และ วิธี QR Decomposition ไม่สามารถทำการทดสอบได้

4.4.2 ผลการทดสอบ sensitivity ของผลลัพธ์โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ

ในการทดสอบ sensitivity ของค่าที่ได้หลังการปรับแก้ ซึ่งการทดสอบ sensitivity นี้ จะมีส่วนสัมพันธ์กับค่า $K(A)$ ซึ่งทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 5 % โดยการทดสอบจะแบ่งออกเป็น 4 กลุ่ม โดยกลุ่มข้อมูลที่ใช้ทดสอบมีคุณสมบัติดังต่อไปนี้



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4.8 แสดงคุณสมบัติของกลุ่มข้อมูล

ข้อมูล	ชุดข้อมูล	ขนาดเมทริกซ์ปกติ	ค่า K(A)	ค่าพิกัดหลังการปรับแก้												สภาวะการปรับแก้
				วิธี Cholesky Decomposition				วิธี QR Decomposition				วิธี Singular Value Decomposition				
				ค่าพิกัดหลังการปรับแก้				ค่าพิกัดหลังการปรับแก้				ค่าพิกัดหลังการปรับแก้				
				พิกัดสถานที่ 26		พิกัดสถานที่ 25		พิกัดสถานที่ 26		พิกัดสถานที่ 25		พิกัดสถานที่ 26		พิกัดสถานที่ 25		
				X26	Y26	X25	Y25	X26	Y26	X25	Y25	X26	Y26	X25	Y25	
กลุ่มที่ 1	ข้อมูลชุดที่ ๑1	48 × 48	73,488	200.9986	194.9993	42.0018	178.999	200.9986	194.9993	42.0018	178.9990	200.9986	194.9993	42.0018	178.9990	สภาวะปกติ
	ข้อมูลชุดที่ ๑2		73,505	201.0536	195.0243	42.0018	178.999	201.0536	195.0243	42.0018	178.9990	201.0536	195.0243	42.0018	178.9990	
	ข้อมูลชุดที่ ๑3		73,515	201.0486	195.0493	42.0018	178.999	201.0486	195.0493	42.0018	178.9990	201.0486	195.0493	42.0018	178.9990	
	ข้อมูลชุดที่ ๑4		73,602	201.9981	194.9744	42.0018	178.999	201.9981	194.9744	42.0018	178.9990	201.9981	194.9745	42.0018	178.9990	
กลุ่มที่ 2	ข้อมูลชุดที่ ๑5	48 × 48	2.09367×10^{13}	195.0406	159.2538	146.0705	165.571	195.0406	159.2528	146.0704	165.5711	195.0406	159.2538	146.0704	165.5711	สภาวะ ill-conditioned
	ข้อมูลชุดที่ ๑6		3.87109×10^{14}	195.0406	159.2528	195.0406	159.2528	195.0406	159.2528	489.2800	121.2860	195.0406	159.2528	489.2800	121.2860	
	ข้อมูลชุดที่ ๑7		1.18372×10^{16}	195.0410	159.2525	2482.2527	-135.8718	195.0410	159.2525	2515.1999	-140.1230	195.0410	159.2525	2515.193	-140.1221	
	ข้อมูลชุดที่ ๑8		3.53645×10^{18}	-	-	-	-	195.0406	159.2525	42085.501	-5245.968	195.0406	159.2525	41202.24	-5131.999	

ตารางที่ 4.8 แสดงคุณสมบัติของกลุ่มข้อมูล (ต่อ)

ข้อมูล	ชุดข้อมูล	ขนาดเมทริกซ์ปกติ	ค่า K(A)	ค่าพิกัดหลังการปรับแก้												สถานะการปรับแก้
				วิธี Cholesky Decomposition				วิธี QR Decomposition				วิธี Singular Value Decomposition				
				ค่าพิกัดหลังการปรับแก้				ค่าพิกัดหลังการปรับแก้				ค่าพิกัดหลังการปรับแก้				
				พิกัดสถานีที่ 9		พิกัดสถานีที่ 12		พิกัดสถานีที่ 9		พิกัดสถานีที่ 12		พิกัดสถานีที่ 9		พิกัดสถานีที่ 12		
				X9	Y9	X12	Y12	X9	Y9	X12	Y12	X9	Y9	X12	Y12	
กลุ่มที่ 3	ข้อมูลชุดที่ 10	20 × 20	3,683.78	199.9983	99.9985	449.9941	-0.00446	199.9983	99.9985	449.9941	-0.00446	199.9983	99.99854	449.9941	-0.00446	สถานะปกติ
	ข้อมูลชุดที่ 11		3,683.63	200.0533	100.0235	449.9941	-0.00446	200.0533	100.0235	449.9941	-0.00446	200.0533	100.9988	449.9941	-0.00446	
	ข้อมูลชุดที่ 12		3,685.27	200.0033	99.9535	449.9941	-0.00446	200.0033	99.9535	449.9941	-0.00446	200.0033	99.9535	449.9941	-0.00446	
	ข้อมูลชุดที่ 13		3,708.47	200.9938	99.0535	449.9941	-0.00446	200.9938	99.0535	449.9941	-0.00446	200.9938	99.0535	449.9941	-0.00446	
กลุ่มที่ 4	ข้อมูลชุดที่ 14	20 × 20	1.62677×10^{12}	234.9976	-0.00373	400.3952	-0.00384	234.9976	0.00373	400.3952	-0.00384	234.9976	-0.00373	400.3852	-0.00384	สถานะ ill-conditioned
	ข้อมูลชุดที่ 15		1.62676×10^{14}	234.9976	-0.000772	-46.0534	-0.00384	234.9976	-0.000772	-46.0534	-0.00384	234.9976	-0.000772	-46.0534	-0.00384	
	ข้อมูลชุดที่ 16		1.62675×10^{16}	234.9972	-0.001336	8935.7643	-0.0051	234.9972	-0.001336	8935.7643	-0.0051	234.9972	-0.001336	8935.764	-0.0051	
	ข้อมูลชุดที่ 17		1.62675×10^{18}	234.9976	-0.00127	-49155.41	-0.003845	234.9976	-0.00127	-49155.41	-0.003845	234.9976	-0.00127	-49155.7	-0.003845	

ตารางที่ 4.9 ผลการทดสอบ sensitivity ของผลลัพธ์โดยใช้
ข้อมูลชุดที่ ข1 – ข้อมูลชุดที่ ข4 ปรับแก้ในสภาวะปกติ

วิธีการคำนวณ	การรบกวน	K(A)	σ_0^2	σ_{od}^2	$\sigma_0^2 / \sigma_{od}^2$	$F_{\alpha}(r_1, r_2)$	ผลการทดสอบ ทางสถิติ H_0
Cholesky Decomposition	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	73,488 – 73,505	7.3262×10^{-5}	752.8240	9.73164×10^{-8}	1.624	ไม่ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	73,488 – 73,515	9.9824×10^{-5}	603.5690	1.65389×10^{-7}		ไม่ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	73,488 – 73,602	2.0413×10^{-2}	415147	4.91703×10^{-8}		ไม่ปฏิเสธ
QR Decomposition	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	73,488 – 73,505	7.3262×10^{-5}	752.8240	9.73164×10^{-8}	1.624	ไม่ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	73,488 – 73,515	9.9824×10^{-5}	603.5690	1.65389×10^{-7}		ไม่ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	73,488 – 73,602	2.0413×10^{-2}	415147	4.91703×10^{-8}		ไม่ปฏิเสธ
Singular Value Decomposition	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	73,488 – 73,505	7.3262×10^{-5}	752.8240	9.73164×10^{-8}	1.624	ไม่ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	73,488 – 73,515	9.9824×10^{-5}	603.5690	1.65389×10^{-7}		ไม่ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	73,488 – 73,602	2.0413×10^{-2}	415147	4.91703×10^{-8}		ไม่ปฏิเสธ

ตารางที่ 4.10 ผลการทดสอบ sensitivity ของผลลัพธ์โดยใช้
ข้อมูลชุดที่ ๗5 – ข้อมูลชุดที่ ๗8 ปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned

วิธีการคำนวณ	การรบกวน	K(A)	σ_0^2	σ_{od}^2	$\sigma_0^2 / \sigma_{od}^2$	$F_{\alpha}(r_1, r_2)$	ผลการทดสอบ ทางสถิติ H_0
Cholesky Decomposition	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	$2.09367 \times 10^{13} - 3.8711 \times 10^{14}$	2456.02919	0.8949	2744.27	1.624	ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	$2.09367 \times 10^{13} - 1.18372 \times 10^{16}$	113799.2056	1.4326	79434.70		ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	$2.09367 \times 10^{13} - 3.53645 \times 10^{18}$	-	-	-		-
QR Decomposition	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	$2.09367 \times 10^{13} - 3.8711 \times 10^{14}$	2456.09200	0.8949	2744.55	1.624	ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	$2.09367 \times 10^{13} - 1.18372 \times 10^{16}$	117031.6659	1.4274	81987.80		ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	$2.09367 \times 10^{13} - 3.53645 \times 10^{18}$	3.6675×10^7	1.30271	2.8153×10^7		ปฏิเสธ
Singular Value Decomposition	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	$2.09367 \times 10^{13} - 3.8711 \times 10^{14}$	2456.09200	0.8949	2744.29	1.624	ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	$2.09367 \times 10^{13} - 1.18372 \times 10^{16}$	117030.9928	1.4361	81492.50		ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	$2.09367 \times 10^{13} - 3.53645 \times 10^{18}$	3.5146×10^7	1.5411	2.2806×10^7		ปฏิเสธ

ตารางที่ 4.11 ผลการทดสอบ sensitivity ของผลลัพธ์โดยใช้
ข้อมูลชุดที่ ข10 – ข้อมูลชุดที่ ข13 ปรับแก้ในสภาวะปกติ

วิธีการคำนวณ	การรบกวน	K(A)	σ_0^2	$\hat{\sigma}_{0d}^2$	$\sigma_0^2 / \hat{\sigma}_{0d}^2$	$F_{\alpha}(r_1, r_2)$	ผลการทดสอบ ทางสถิติ H_0
Cholesky Decomposition	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	3683.78 – 3683.63	1.6649×10^{-4}	2061.92	8.0748×10^{-8}	2.168	ไม่ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	3683.78 – 3685.27	9.8497×10^{-5}	939.9250	1.0479×10^{-7}		ไม่ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	3683.78 – 3708.47	9.4194×10^{-2}	1.0529×10^6	8.9458×10^{-8}		ไม่ปฏิเสธ
QR Decomposition	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	3683.78 – 3683.63	1.6649×10^{-4}	2061.92	8.0748×10^{-8}	2.168	ไม่ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	3683.78 – 3685.27	9.8497×10^{-5}	939.9250	1.0479×10^{-7}		ไม่ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	3683.78 – 3708.47	9.4194×10^{-2}	1.0529×10^6	8.9458×10^{-8}		ไม่ปฏิเสธ
Singular Value Decomposition	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	3683.78 – 3683.63	1.6649×10^{-4}	2061.92	8.0748×10^{-8}	2.168	ไม่ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	3683.78 – 3685.27	9.8497×10^{-5}	939.9250	1.0479×10^{-7}		ไม่ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	3683.78 – 3708.47	9.4194×10^{-2}	1.0529×10^6	8.9458×10^{-8}		ไม่ปฏิเสธ

ตารางที่ 4.12 ผลการทดสอบ sensitivity ของผลลัพธ์โดยใช้
ข้อมูลชุดที่ ข14 – ข้อมูลชุดที่ ข17 ปรับแก้ในสถานะ ill-conditioned

วิธีการคำนวณ	การรบกวน	K(A)	σ_0^2	$\hat{\sigma}_{od}^2$	$\sigma_0^2 / \hat{\sigma}_{od}^2$	$F_{\alpha}(r_1, r_2)$	ผลการทดสอบ ทางสถิติ H_0
Cholesky Decomposition	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	$1.62677 \times 10^{12} - 1.6276 \times 10^{14}$	9467.5199	31.1366	304.0640	2.168	ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	$1.62677 \times 10^{12} - 1.62675 \times 10^{16}$	3.4605×10^6	48.9176	70741.300		ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	$1.62677 \times 10^{12} - 1.62675 \times 10^{18}$	1.1665×10^8	45.4373	2.5673×10^6		ปฏิเสธ
QR Decomposition	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	$1.62677 \times 10^{12} - 1.6276 \times 10^{14}$	9467.5199	31.1366	304.0640	2.168	ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	$1.62677 \times 10^{12} - 1.62675 \times 10^{16}$	3.4605×10^6	48.9176	70741.300		ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	$1.62677 \times 10^{12} - 1.62675 \times 10^{18}$	1.1665×10^8	45.4373	2.5673×10^6		ปฏิเสธ
Singular Value Decomposition	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	$1.62677 \times 10^{12} - 1.6276 \times 10^{14}$	9467.5199	31.1366	304.0640	2.168	ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	$1.62677 \times 10^{12} - 1.62675 \times 10^{16}$	3.4605×10^6	48.9176	70741.300		ปฏิเสธ
	ยังไม่มีกรรบกวน – มีกรรบกวน	$1.62677 \times 10^{12} - 1.62675 \times 10^{18}$	1.1665×10^8	45.4373	2.5673×10^6		ปฏิเสธ

จากตารางที่ 4.8 พบว่าในสภาวะปกติเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงข้อมูลค่าพิกัดเพียงเล็กน้อยไม่ส่งผลต่อค่าที่ได้หลังการปรับแก้ แต่เมื่อทดสอบในสภาวะ ill-conditioned พบว่าเมื่อเปลี่ยนแปลงข้อมูลเพียงเล็กน้อยทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงค่าพิกัดภายหลังการปรับแก้อย่างมาก และแต่ละอัลกอริทึมที่ใช้ในการปรับแก้ให้ค่าที่ไม่แตกต่างกัน

จากตารางที่ 4.9 และ ตารางที่ 4.11 จากการทดสอบพบว่าการใช้อัลกอริทึมที่ต่างกัน ในการทดสอบ sensitivity พบว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลงค่าพิกัดในระดับที่มากพอ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงข้อมูลเพียงเล็กน้อย เนื่องจากไม่มีค่าใดเกินค่าวิกฤติ แต่เมื่อพิจารณาผลจากตารางที่ 4.10 และตารางที่ 4.12 พบว่าเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงข้อมูลค่าสังเกตเพียงเล็กน้อยค่าที่ได้มีการเปลี่ยนแปลงไปจากเดิมมาก ซึ่งเป็นการปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned เมื่อพิจารณาผลการทดสอบโดยใช้เกณฑ์ทางสถิติพบว่าจะปฏิเสธค่าที่ได้



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

บทสรุป การวิเคราะห์ผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยนี้มีความมุ่งหมายที่ต้องการศึกษาความแตกต่างของผลลัพธ์ที่ได้จากการเลือกใช้อัลกอริทึมที่แตกต่างกัน 3 แบบ ซึ่งก็คือ วิธี Cholesky Decomposition วิธี QR Decomposition และวิธี Singular Value Decomposition ในงานปรับแก้แบบลีสท์สแควร์ จากการทดสอบคุณสมบัติต่างๆ ใน 3 ด้าน ซึ่งก็คือ การทดสอบหาเวลาในการประมวลผล การใช้หน่วยความจำในการประมวลผล และการทดสอบด้านความละเอียด สามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้คือ

5.1 บทสรุปและการวิเคราะห์ผล

จากการทดสอบปรับแก้ด้วยหลักลีสท์สแควร์โดยวิธีสมการค่าสังเกตโดยใช้ อัลกอริทึม 3 แบบที่แตกต่างกัน เพื่อศึกษาถึงผลกระทบที่ได้ภายหลังการปรับแก้โดยแบ่งเป็นการศึกษาคุณสมบัติ 3 ด้าน ได้แก่ คุณสมบัติด้านการใช้เวลาในการประมวลผล คุณสมบัติด้านการใช้หน่วยความจำในการประมวลผล และคุณสมบัติด้านความละเอียดของค่าที่ได้ ภายหลังการปรับแก้ จากการทดสอบในด้านต่างๆ โดยมีลักษณะข้อมูลดังต่อไปนี้ การทดสอบในด้านการใช้เวลาและหน่วยความจำในการประมวลผล ในการทดสอบใช้โครงข่ายสามเหลี่ยมแบบ Triangulation ทดสอบปรับแก้ จำนวน 10 ชุด โดยเริ่มจากโครงข่ายขนาดเล็ก มีจำนวนค่าสังเกต 72 ค่า และ ค่าพารามิเตอร์จำนวน 34 ค่า จากนั้นจึงขยายโครงข่ายออกไปจนกระทั่งมีจำนวนค่าสังเกต 2178 ค่า และ ค่าพารามิเตอร์ 790 ค่า

สำหรับการทดสอบในด้านความละเอียดของค่าที่ได้หลังการปรับแก้ ในการทดสอบใช้โครงข่ายสามเหลี่ยมจำนวน 18 ชุด โดยแต่ละชุดมีขนาดเมทริกซ์และค่า $K(A)$ ที่แตกต่างกันซึ่งเมทริกซ์ที่ใช้ในงานปรับแก้จะเป็นลักษณะของเมทริกซ์มากเลขศูนย์ โดยที่เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ A มีสมาชิกที่ไม่เป็นศูนย์ประมาณ 11 % สำหรับตัวอย่าง ข้อมูลชุดที่ ๗1 ถึง ข้อมูลชุดที่ ๗9 และ ประมาณ 25 % สำหรับการทดสอบปรับแก้ข้อมูลในชุดที่ ๗10 ถึง ข้อมูลชุดที่ ๗18 จากนั้นจึงนำมาทดสอบปรับแก้เพื่อศึกษาความละเอียดของค่าที่ได้หลังการปรับแก้ โดยใช้ความแปรปรวนเป็นเครื่องมือวัด ค่าที่ได้จากการใช้อัลกอริทึมที่แตกต่างกันจะถูกเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้ว่าอัลกอริทึมแต่ละแบบให้ค่าที่แตกต่างกันหรือไม่ จากนั้นจึงนำเมทริกซ์ที่ใช้ในการคำนวณปรับแก้มาทดสอบเพื่อศึกษาถึงเสถียรภาพของอัลกอริทึมที่ใช้ งาน โดยแบ่งเป็นการทดลองเชิงตัวเลขเพื่อเปรียบเทียบเสถียรภาพของอัลกอริทึมแต่ละแบบว่าให้ผลอย่างไร และการทดสอบทาง

สถิติศาสตร์โดยทดสอบ sensitivity ของค่าพิกัดที่ได้ภายหลังจากการปรับแก้เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงข้อมูลที่ระดับค่า $K(A)$ ที่แตกต่างกัน เพื่อศึกษาถึงผลที่ได้ว่าแต่ละกลุ่มข้อมูลให้ผลทดสอบที่แตกต่างกันอย่างไร และจากการศึกษาคุณสมบัติด้านต่างๆ ของอัลกอริทึมแต่ละแบบสามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้คือ

วิธี Cholesky Decomposition จากการทดสอบด้านการใช้เวลาและการใช้หน่วยความจำในการประมวลผลพบว่าวิธี Cholesky Decomposition เป็นวิธีที่ใช้เวลาและหน่วยความจำในการประมวลผลน้อยที่สุดใน 3 วิธีที่นำมาทดสอบ

และเมื่อนำมาทดสอบด้านเสถียรภาพเชิงตัวเลขโดยใช้เมทริกซ์สำหรับงานปรับแก้ โดยใช้วิธี $\eta(Y)$ พบว่าค่าที่ได้ไม่เปลี่ยนแปลงในระดับที่แตกต่างกันมาก เมื่อทดสอบกับเมทริกซ์ที่มีระดับค่า $K(A)$ แตกต่างกัน ซึ่งแสดงให้เห็นถึงเสถียรภาพของอัลกอริทึมที่ใช้ และเมื่อพิจารณาค่าความละเอียด (precision) หลังการปรับแก้พบว่าให้ค่าที่ไม่แตกต่างจากการปรับแก้ด้วยวิธีอื่นๆ

วิธี QR Decomposition จากการทดสอบด้านการใช้เวลาและหน่วยความจำในการประมวลผลพบว่า วิธี QR Decomposition ใช้เวลาและหน่วยความจำมากกว่าวิธี Cholesky Decomposition เฉลี่ย 32.28 % และ 41.62 % ตามลำดับ แต่เมื่อเปรียบเทียบคุณสมบัติด้านเวลาและการใช้หน่วยความจำกับวิธี Singular Value Decomposition พบว่าเป็นวิธีที่ใช้เวลาน้อยกว่า แต่ใช้หน่วยความจำในการประมวลผลอยู่ในระดับที่ไม่แตกต่างกันในการใช้งาน

และเมื่อนำมาทดสอบด้านเสถียรภาพเชิงตัวเลขโดยใช้เมทริกซ์สำหรับงานปรับแก้ โดยใช้วิธี $\eta(Y)$ พบว่าค่าที่ได้ไม่มีความเปลี่ยนแปลงในระดับที่แตกต่างกันมากเมื่อทดสอบกับเมทริกซ์ที่มีระดับค่า $K(A)$ แตกต่างกัน ซึ่งแสดงถึงเสถียรภาพของอัลกอริทึมที่ใช้

วิธี Singular Value Decomposition จากการทดสอบด้านการใช้เวลาและหน่วยความจำในการประมวลผลพบว่าวิธี Singular Value Decomposition เป็นวิธีที่ใช้เวลาและหน่วยความจำในการประมวลผลสูงที่สุดในบรรดาวิธีที่ทดสอบ ซึ่งต่างจากวิธี Cholesky Decomposition เฉลี่ย 82.53 % และ 41.67 % ตามลำดับ

และเมื่อนำมาทดสอบด้านเสถียรภาพเชิงตัวเลขโดยใช้เมทริกซ์สำหรับงานปรับแก้ โดยใช้วิธี $\eta(Y)$ พบว่า ค่าที่ได้มีการเปลี่ยนแปลง โดยเมื่อทดสอบที่ระดับ $K(A)$ ในระดับที่ไม่สูงมาก พบว่าค่า $\eta(Y)$ ให้ค่าอยู่ในระดับเดียวกับการทดสอบวิธีอื่นๆ แต่เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่า $K(A)$ ให้อยู่ในระดับที่สูงขึ้นพบว่าค่าที่ได้เริ่มมีการเปลี่ยนแปลงโดยให้ค่า $\eta(Y)$ ในระดับที่มากขึ้น และเมื่อทดสอบเมทริกซ์ที่อยู่ในสภาพซิงกูลาร์พบว่า ให้ค่าที่อยู่ในระดับเดียวกับการทดสอบในระดับค่า $K(A)$ ในสภาวะปกติ แต่จากการทดสอบพบว่าวิธี Singular Value Decomposition เป็นเพียงวิธีเดียวที่นำมาทดสอบและสามารถใช้ในการปรับแก้ได้ทุกสภาวะ ไม่ว่าจะขณะนั้นเมทริกซ์ที่ใช้ในการปรับแก้จะอยู่ในสภาพใด ซึ่งเป็นข้อได้เปรียบที่โดดเด่นจากวิธีอื่น

สำหรับการทดสอบ sensitivity จากผลการทดสอบพบว่า ถ้าการปรับแก้ อยู่ในสภาวะ ill-conditioned จะมีผลกระทบต่อทุกวิธี และจากการทดลองพบว่าผลกระทบที่เกิดขึ้นมีเหมือนกันทั้ง 3 อัลกอริทึมที่ใช้ในการทดสอบ

5.2 ข้อเสนอแนะ

ในการทดสอบปรับแก้ด้วยหลักสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ 3 แบบ เมื่อทดสอบใช้ในการคำนวณปรับแก้โครงข่ายแบบ Triangulation พบว่าลักษณะของเมทริกซ์ที่ใช้เป็นเมทริกซ์ที่มีลักษณะเฉพาะแบบคือเมทริกซ์มากเลขศูนย์ ซึ่งจากการนำมาทดสอบในด้านการใช้เวลาและการใช้หน่วยความจำในการประมวลผล พบว่าอัลกอริทึมแต่ละแบบให้คุณสมบัติที่แตกต่างกัน แต่สำหรับการทดสอบในด้านความละเอียดของค่าที่ได้หลังการปรับแก้ ในแต่ละสภาวะตามกรณีต่างๆ ที่ทดสอบ พบว่าไม่ส่งผลกระทบต่อระดับที่ทำให้เกิดผลที่แตกต่างในการใช้อัลกอริทึมทั้ง 3 แบบในการปรับแก้ และจากการทดสอบในด้านความละเอียดของผลลัพธ์วิธี Cholesky Decomposition เมื่อปรับแก้ในระดับที่มีค่า $K(A)$ สูง จะพบจุดแตกหัก (break down) ซึ่งหมายถึงขอบเขตที่พบว่าเป็นสภาวะที่จะทำการประมวลผลได้หรือไม่ได้ขึ้นอยู่กับความแตกต่างของข้อมูลเพียงเล็กน้อย และผลการปรับแก้ที่ได้จากวิธี Cholesky Decomposition จากการปรับแก้ในสภาพก่อนถึงจุดแตกหักพบว่า ผลการปรับแก้ที่ได้จากวิธี Cholesky Decomposition ไม่มีความแตกต่างจากผลการปรับแก้โดยใช้วิธีการแบบอื่นๆ

นอกจากนี้ในปัจจุบันพบว่าอัลกอริทึมที่สำคัญและนิยมใช้อย่างกว้างขวาง 6 แบบ ได้แก่ (Stewart, 2000) วิธี Cholesky Decomposition วิธี LU Decomposition วิธี QR Decomposition วิธี Spectral Decomposition วิธี Schur Decomposition และวิธี Singular Value Decomposition อัลกอริทึมแต่ละแบบมีลักษณะโครงสร้างที่แตกต่างกัน ดังนั้นสิ่งหนึ่งที่ต้องพิจารณาก็คือ ในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับงานปรับแก้ควรใช้อัลกอริทึมในรูปแบบที่แตกต่างกันในงานปรับแก้มากกว่า 1 แบบเพื่อสนับสนุนการทำงานที่เหมาะสมกับทุกสภาพปัญหา

จากงานวิจัยชุดนี้ได้ทดสอบไว้เพียงบางวิธีและใช้การปรับแก้ในบางรูปแบบ และขนาดของเมทริกซ์ที่ใช้ในการทดสอบอาจจะยังมีขนาดมิติไม่มากพอ จึงอาจเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้ผลการทดสอบไม่ปรากฏความแตกต่างอย่างเด่นชัด ดังนั้นจึงยังมีปัญหาในบางกรณีที่น่าสนใจควรศึกษาและค้นคว้า ได้แก่

- ปัญหาการปรับแก้แบบสี่เหลี่ยมจัตุรัสในรูปแบบอื่นๆ ทางด้านวิศวกรรมสำรวจ

- เนื่องจากค่าความคลาดเคลื่อนในการทดสอบนี้ใส่ค่าในระดับที่จำกัด จึงน่าจะมีการทดสอบค่าคลาดเคลื่อนที่มีขนาดใหญ่มากขึ้น
- ลักษณะทางเรขาคณิตที่ใช้ในการทดสอบโครงข่ายเป็นการเกิดมุมเฉียงสกัด (Intersection) เพียงตำแหน่งเดียว จึงน่าจะทดสอบโครงข่ายที่มีลักษณะทางเรขาคณิตดังกล่าว ในหลายๆ ตำแหน่ง เพื่อศึกษาความแตกต่างของผลลัพธ์ที่ได้หลังการปรับแก้
- การปรับแก้ค่าโดยหลักสี่เหลี่ยมในทางวิศวกรรมสำรวจเมทริกซ์ที่ใช้บางตัวจะเป็นเมทริกซ์มากเลขศูนย์ (sparse matrix) จึงน่าจะมีขั้นตอนเกี่ยวกับการจัดเก็บสมาชิกที่ไม่เป็นศูนย์ในเมทริกซ์ เป็นการทำให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุดในด้านการใช้หน่วยความจำ



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

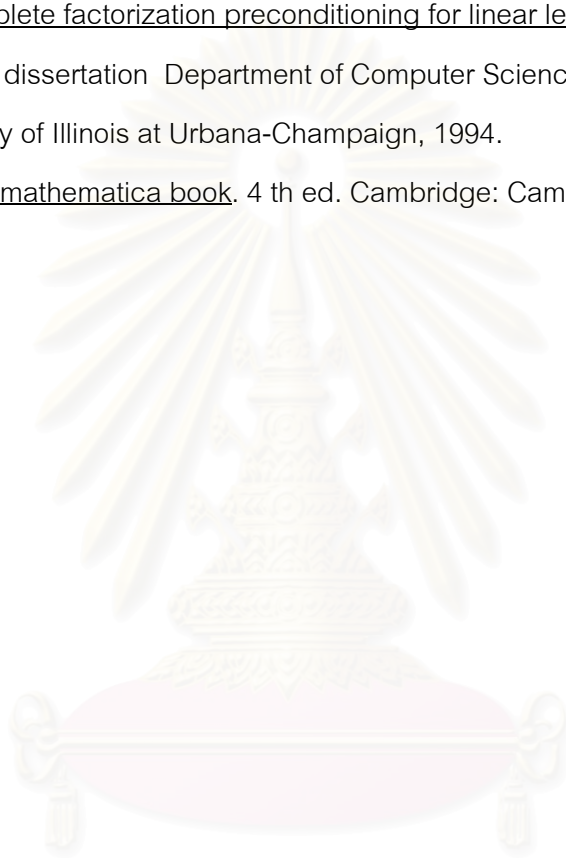
- เทียนฉาย กีระนันท์, จรัญ จันทลักขณา, ส่งศักดิ์ ทิตาราม, สรชัย พิศาลบุตร, กมล สุด-
ประเสริฐ และ อุทุมพร จามรมาน. สถิติ วิจัย และการประเมินผลการศึกษา. 2000 เล่ม.
พิมพ์ครั้งที่ 10. สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2543.
- เย็น ภู่วรรณ. พจนานุกรมคอมพิวเตอร์และอินเทอร์เน็ต. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ซีเอ็ดยูเค-
ชั่น, 2545.
- ราชบัณฑิตยสถาน. ศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน. 3000 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 8.
กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์อรุณการพิมพ์, 2545.
- วัฒน์ ทพนพรราช. การปรับแก้โครงข่ายสามเหลี่ยมอิสระโดยใช้เทคนิคซูโดอินเวอร์ส. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมสำรวจ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2528.
- วิชา จิวาลัย. การคำนวณปรับแก้. เอกสารประกอบการสอนหมายเลข ส 24 -03. คณะวิศวกรรม-
ศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2524.

ภาษาอังกฤษ

- Bahder, T., B. Mathematica for scientist and engineers. Massachusetts: Addison-
Wesley Publishing Company, 1995.
- Bock, R., K. Cholesky decomposition[Online]. 1998. Available from:
http://ikpe1101.ikp.kfa-juelich.de/briefbook_data_analysis/node33.html[2002,
October 18]
- Bock, R., K. QR decomposition[Online]. 1998. Available from: http://ikpe1101.ikp.kfa-juelich.de/briefbook_data_analysis/node224.html[2002, October 18]
- Bock, R., K. Singular value decomposition[Online]. 1998. Available from:
http://ikpe1101.ikp.kfa-juelich.de/briefbook_data_analysis/node265.html[2002,
October 18]
- Cox, A., J. and Higham, N., J. Backward error bounds for constrained least squares problems[Online]. 1999. Available from: <http://citeseer.nj.nec.com/520022.html>
[2002, April 25]

- Davies, P., and Higham, N., J. Numerical stable generation of correlation matrices and their factors. Numerical Analysis Report 356 (November 1999): 1-3.
- Hadfield, S., M. On the lu factorization of sequences of identically structured sparse matrices within a distributed memory environment. Doctoral dissertation Department of Computer and Information Sciences Graduate School University of Florida, 1994.
- Higham, D., J and Higham, N., J. Backward error and condition of structured linear systems[Online]. 1992. Available from: <http://citeseer.nj.nec.com/higham92backward.html>[2002, April 20]
- Higham, N., J. How accurate is gaussian elimination?[Online]. New York: Cornell University, 1990. Available from: <http://citeseer.nj.nec.com/higham90how.html> [2002, April 20]
- Higham, N., J. Testing linear algebra software[Online]. Manchester: University of Manchester, 2000. Available from: <http://citeseer.nj.nec.com/higham00testing.html>[2002, April 20]
- Isaacson, E. and Keller, H., B. Analysis of numerical methods. New York: John Wiley & Sons, 1966.
- Kamn, J., L. Singular value decomposition-based methods for signal and image restoration. Doctoral dissertation Department of Mathematical Sciences Graduate Faculty Southern Methodist University, 1998.
- Keiper, J., B. Gaussian elimination and back substitution[Online]. (n.d.). Available from: <http://www.mathsource.com/Content22/Enhancement/Numerical/0200-686>[2002, June 10]
- Kuang, S. Geodetic network analysis and optimal design: concepts and applications. Chelsea: Ann Arbor Press, 1996.
- Schmid, E. Cholesky factorization and matrix inversion. NOAA Technical Report NOS 56 (March 1973): 1-14.
- Stewart, G., W. The decomposition approach to matrix computation[Online]. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2002. Available from: <http://www.computer.org/cise/cs2000/c1050abs.htm>[2002, May 23]

- Tang, C.F., T. Adaptive array systems using qr-based rls and crls techniques with systolic array architectures. Doctoral dissertation Department of Electrical Engineering Graduate School University of Maryland, 1991.
- Teskey, T. Least – squares survey computations using given transformations. Master's Thesis Surveying Engineering Department of Civil Engineering University of Calgary, 1983.
- Wang, X. Incomplete factorization preconditioning for linear least squares problems. Doctoral dissertation Department of Computer Science Graduate School University of Illinois at Urbana-Champaign, 1994.
- Wolfram, S. The mathematica book. 4 th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก.

การพิสูจน์สูตรการปรับแก้ด้วยลีสท์สแควร์
โดยวิธีสมการค่าสังเกต

จากแบบจำลองเชิงคณิต

$$L_a = F(X_a) \quad (\text{ก.1})$$

แทนค่า $L_a = L_b + V$ และ $X_a = X_0 + X$ ในแบบจำลองเชิงคณิต

$$L_b + V = F(X_0 + X)$$

ทำให้เป็นสมการเชิงเส้นโดยกระจายด้วยอนุกรมเทเลอร์

กำหนดให้ $A = \frac{\partial F}{\partial X}$ และ $L_0 = F(X_0)$
ดังนั้น

$$L_b + V = F(X_0) + \frac{\partial F}{\partial X} \Big|_{X=X_0} X$$

$$L_b + V = F(X_0) + AX$$

$$L_b + V = L_0 + AX$$

$$V = AX + (L_0 - L_b)$$

$$V = AX + L$$

(ก.2)

หลักการของลีสท์สแควร์

$$\phi = V^T P V \Rightarrow \text{น้อยที่สุด} \quad (\text{ก.3})$$

แทนค่า $V = AX + L$ จากสมการที่ (ก.2) ลงในสมการที่ (ก.3)

$$\begin{aligned} \phi &= V^T P V \\ &= (AX + L)^T P (AX + L) \\ &= ((AX)^T + L^T) P (AX + L) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (X^T A^T + L^T) P (AX + L) \\
&= (X^T A^T P + L^T P)(AX + L) \\
&= X^T A^T P A X + X^T A^T P L + L^T P A X + L^T P L
\end{aligned} \tag{ก.4}$$

เมื่อ X และ L เป็นเวกเตอร์ ดังนั้น $X^T A^T P L = L^T P A X$ เนื่องจากเป็นปริมาณจำนวนเดียวกัน ดังนั้นค่า $X^T A^T P L$ ย่อมเท่ากับค่า $(X^T A^T P L)^T$

$$\phi = X^T A^T P A X + 2X^T A^T P L + L^T P L$$

กำหนดให้ $N = A^T P A$ และ $U = A^T P L$

ดังนั้นสมการ (ก.4) เขียนได้เป็น

$$\phi = X^T N X + 2X^T U + L^T P L \tag{ก.5}$$

สมการที่ (ก.5) ค่า ϕ มีค่าน้อยที่สุดเมื่อ partial derivative เทียบกับตัวแปร X เท่ากับศูนย์

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \phi}{\partial X} = X^T N^T + U^T = 0$$

ดังนั้นได้สมการปกติเป็น

$$N X + U = 0 \tag{ก.6}$$

สมการที่ (ก.6) คือ สมการปกติ (Normal equation)

คำนวณหาค่าพารามิเตอร์

$$X = -N^{-1}U \text{ หรือ ด้วยวิธีการอื่นจาก } N X = -U$$

จากสมการที่ (ก.5) และสมการที่ (ก.6)

$$\begin{aligned}
V^T P V &= X^T N X + 2X^T U + L^T P L \\
&= X^T (N X + U) + X^T U + L^T P L
\end{aligned} \tag{ก.7}$$

$$= 0 + X^T U + L^T P L$$

ดังนั้น

$$V^T P V = X^T U + L^T P L \quad (\text{ก.8})$$

ค่าความแปรปรวนของน้ำหนักหนึ่งหน่วยหลังการปรับแก้

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{n - u} \quad (\text{ก.9})$$

เมื่อ n คือ จำนวนสมการค่าสังเกต และ u คือ จำนวนพารามิเตอร์

การคำนวณหาโคแฟกเตอร์

การคำนวณหาความละเอียด (precision) ของปริมาณต่างๆ ที่ได้หลังการปรับแก้ ความละเอียดเหล่านี้จะอยู่ในรูปของโคแฟกเตอร์เมทริกซ์หรือบางครั้งอยู่ในรูปเมทริกซ์ความแปรปรวน (variance-covariance matrix) เมทริกซ์เหล่านี้หาได้จากกฎการแพร่ (rules of propagation) เมื่อกำหนดความสัมพันธ์

$$L_b = I L_b$$

$$L = L_0 - L_b$$

$$X = -N^{-1} U = -N^{-1} A^T P L$$

$$V = A X + L = (-A N^{-1} A^T P + I) L$$

$$X_a = X_0 + X$$

สามารถหาค่าปริมาณต่างๆ ได้ดังนี้

Autocofactor Matrices

$$Q_L = Q_{L_b} = P^{-1} \quad (\text{ก.10})$$

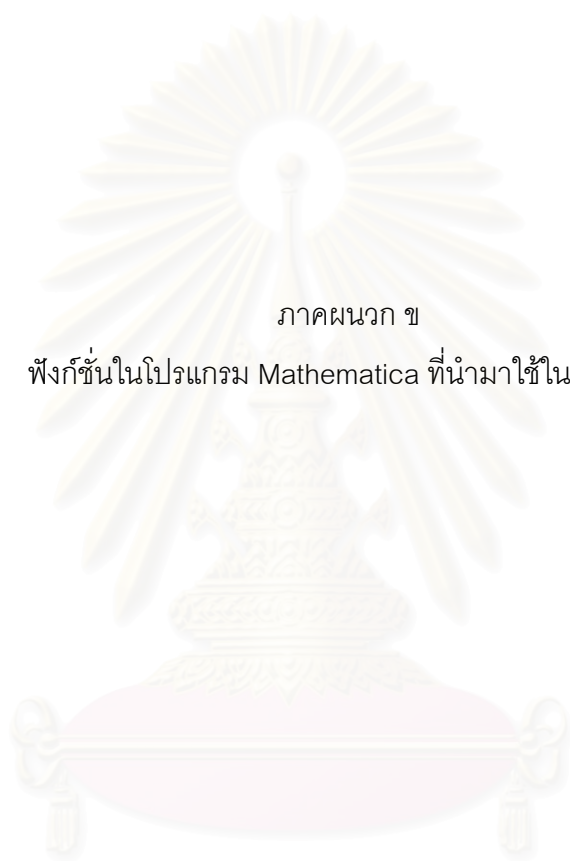
$$\begin{aligned} Q_x &= (-N^{-1} A^T P) Q_L (-N^{-1} A^T P)^T \\ &= N^{-1} A^T P P^{-1} A N^{-1} \\ &= N^{-1} N N^{-1} \\ &= N^{-1} \end{aligned} \quad (\text{ก.11})$$

$$\begin{aligned}
Q_v &= (-AN^{-1}A^T P + I)Q_L(-AN^{-1}A^T P + I)^T \\
&= (-AN^{-1}A^T P + I)P^{-1}(-PAN^{-1}A^T + I) \\
&= (-AN^{-1}A^T P P^{-1} + P^{-1})(-PAN^{-1}A^T + I) \\
&= (AN^{-1}A^T P P^{-1} - P^{-1})(PAN^{-1}A^T - I) \\
&= (AN^{-1}A^T - P^{-1})(PAN^{-1}A^T - I) \\
&= AN^{-1}N N^{-1}A^T - P^{-1}P AN^{-1}A^T - AN^{-1}A^T + P^{-1} \\
&= AN^{-1}A^T - AN^{-1}A^T - AN^{-1}A^T + P^{-1} \\
&= P^{-1} - AN^{-1}A^T
\end{aligned} \tag{n.12}$$

$$Q_{x_a} = Q_x = N^{-1} \tag{n.13}$$

$$\begin{aligned}
Q_{L_a} &= Q_{L_b} - Q_v \\
&= P^{-1} - (P^{-1} - AN^{-1}A^T) \\
&= AN^{-1}A^T
\end{aligned} \tag{n.14}$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ข
ฟังก์ชันในโปรแกรม Mathematica ที่นำมาใช้ในโครงการ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข

ฟังก์ชันในโปรแกรม Mathematica ที่นำมาใช้ในโครงการ

(Mathematica for Scientists and Engineers, 1995, 229 และ

<http://www.mathsource.com/Content22/Enhancement/Numerical/0200-686>)

ก. วิธี Cholesky Decomposition

(*: Requirement : User the Package LinearAlgebra 'Cholesky'*)

```
CholeskyDecomposition1[A'_ ,L'_ ]:=Module[{u,C1,C2,x,y},u=-  
1*(Transpose[A'].L');N1=(Transpose[A'].A');C1=CholeskyDecomposition[N];C2=Transpo  
se[C1];y=Backsubstitute1[C2,u];x=Backsubstitute2[C1,y];]
```

ฟังก์ชันสำหรับการแทนค่าไปข้างหน้า

```
Backsubstitute1[C2_,u_]:=Module[{uu,CC2,nn,pivot,kk,jj,ii,y},uu=Reverse[u];CC2=Trans  
pose[Reverse[Transpose[Reverse[C2]]]];nn=Length[CC2];pivot=Table[kk,{kk,nn}];Clear  
[jj];For[ii=nn,ii>0,ii--  
,y=Sum[CC2[[pivot[[ii]],jj]]*uu[[pivot[[jj]]]],{jj,ii+1,nn}];y=uu[[pivot[[ii]]]-  
y;uu[[pivot[[ii]]]=Divide[y,CC2[[pivot[[ii]],ii]]];y=Table[,{nn}];For[ii=1,ii<=nn,ii++,y[[ii]]=  
uu[[pivot[[ii]]];y=Reverse[y];]
```

ฟังก์ชันสำหรับการแทนค่าย้อนกลับ

```
Backsubstitute2[C1_,y_]:=Module[{nnn,pivot,kkk,iii,jjj,x},nnn=Length[C1];pivot=Table[kk  
k,{kkk,nnn}];Clear[jjj];For[iii=nnn,iii>0,iii--  
,x=Sum[C1[[pivot[[iii]],jjj]]*y[[pivot[[jjj]]]],{jjj,iii+1,nnn}];x=y[[pivot[[iii]]]-  
x;y[[pivot[[iii]]]=Divide[x,C1[[pivot[[iii]],iii]]];x=Table[,{nnn}];For[iii=1,iii<=nnn,iii++,x[[iii]  
]=y[[pivot[[iii]]];]
```

CholeskyDecomposition1 เป็นส่วนฟังก์ชันสำหรับการคำนวณเพื่อหาคำตอบของระบบสมการ ซึ่งการใช้วิธี Cholesky Decomposition ประกอบไปด้วยขั้นตอนการจัตุรัสสมการปกติ ขั้นตอนการแยก Cholesky factor ขั้นตอนการแทนค่าไปข้างหน้า และขั้นตอนการแทนค่าย้อนกลับ โดยใช้ค่าเมทริกซ์ A' และ L' ได้จากสมการที่ (2.10a) และ สมการที่ (2.10b)

ข. วิธี QR Decomposition

```
QRDecomposition1[A',L']:=Module[{Q,R,x},{Q,R}=QRDecomposition[A'];x=Backsubstitute3[R,-1*(Q.L')]]
```

```
Backsubstitute3[R_,Q1_]:=Module[{nnn,pivot,iii,jjj,kkk,x},nnn=Length[R];pivot=Table[kkk,{kkk,nnn}];Clear[jjj];For[iii=nnn,iii>0,iii--,x=Sum[R[[pivot[[iii]],jjj]]*Q1[[pivot[[jjj]]],{jjj,iii+1,nnn}];x=Q1[[pivot[[iii]]]-x;Q1[[pivot[[iii]]]=Divide[x,R[[pivot[[iii]],iii]]];x=Table[,{nnn}];For[iii=1,iii<=nnn,iii++,x[[iii]]=Q1[[pivot[[iii]]];]
```

QRDecomposition1 เป็นฟังก์ชันใช้สำหรับการคำนวณเพื่อหาคำตอบของระบบสมการด้วยวิธี QR Decomposition ซึ่งประกอบไปด้วย ขั้นตอนการใช้อัลกอริทึมเพื่อแยกเมทริกซ์ A' ออกเป็นเมทริกซ์ Q และเมทริกซ์ R และขั้นตอนการแทนค่ากลับ

ค. วิธี Singular Value Decomposition

```
SingularValueDecomposition1[A',L']:=Module[{u,s,v,x},{u,s,v}=SingularValues[A'];x=-1*(((Transpose[v].DiagonalMatrix[1/s]).u).L')];
```

SingularValueDecomposition1 เป็นฟังก์ชันที่ใช้สำหรับการคำนวณหาคำตอบโดยใช้อัลกอริทึมของ Singular Value Decomposition ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนการแยกเมทริกซ์ A' ออกเป็นเมทริกซ์ u เมทริกซ์ s และ เมทริกซ์ v จากนั้นจึงเป็นขั้นตอนการแทนในสมการที่ (2.28)

ง. ฟังก์ชันสำหรับใช้ทดสอบด้านการใช้เวลาและหน่วยความจำในการคำนวณผลเฉลย

SystemResources::usage ="SystemResources[exp] evaluate the expression exp ,which contains the additional memory needed(in Bytes) after evaluation of exp to store results, the CPU time used, and the evaluated expression, respectively."

```
SystemResources[exp_]:= (mem1=MemoryInUse[ ];
{time,result}=Timing[exp];mem2=MemoryInUse[ ];memdiff=mem2-
mem1;{memdiffByte,time,result})
```

SystemResources[exp_] เป็นฟังก์ชันที่ใช้ในการคำนวณการใช้ทรัพยากรของระบบ ซึ่งประกอบไปด้วยการใช้หน่วยความจำ และการใช้เวลาในการคำนวณ ซึ่งประกอบไปด้วย 2 ฟังก์ชันหลัก คือ Timing[exp_] และ MemoryInUse[] โดยที่คำสั่ง Timing[exp_] คำนวณการใช้เวลาของหน่วยประมวลผลกลาง (Central Processing Unit, CPU) ในการคำนวณนิพจน์(expression) และ คำสั่ง MemoryInUse[] จะวัดจำนวนของหน่วยความจำ(the number of bytes) ที่ใช้ไปในการจัดเก็บของนิพจน์ (expression) นั้นๆ

ตัวอย่างการคำนวณ

เมื่อกำหนดให้นิพจน์ `mat:=Table[N[1/i+j+1]],{i,50},{j,50}]` ที่ต้องการคำนวณหาเวลา และหน่วยความจำที่ต้องใช้ในการจัดเก็บ จากการใช้ฟังก์ชัน SystemResources[exp_] เมื่อกำหนดให้

```
a=mat;
```

ต้องการทดสอบด้านเวลาและการใช้หน่วยความจำ สามารถเขียนได้เป็น

```
SystemResources[a=mat;]
```

ได้ผลลัพธ์เป็น

```
{21016 Bytes, 0.11 Second, Null}
```

โดยได้จากการคำนวณฟังก์ชัน Timing[a=mat;] ซึ่งให้ค่าเป็น 0.11 วินาที

และ ค่าผลต่างระหว่าง ข.1 และ ข.2 ซึ่งให้ค่าเป็น 21016 ไบต์

```
MemoryInUse[ ]
```

```
1180584
```

ข.1

```
a=mat;MemoryInUse[ ]
```

```
1201600
```

ข.2

จ. ฟังก์ชันสำหรับการปรับแก้แบบสี่เหลี่ยม

เมื่อกำหนดให้

X_0 คือ ค่าประมาณก่อนการปรับแก้

โดยที่ $X_0 = \{X_1, Y_1, X_2, Y_2, \dots, X_n, Y_n\}$; เมื่อ n คือ จำนวนค่าพิกัด และ X_n และ Y_n เป็นค่าพิกัดโดยประมาณก่อนการปรับแก้

L_0 คือ ปริมาณที่คำนวณได้จากค่าประมาณของพารามิเตอร์ X_0 ซึ่งเป็นปริมาณมุมในหน่วยเรเดียน

Loop คือ จำนวนรอบที่วนซ้ำซึ่งเป็นเลขจำนวนเต็ม เช่น 1, 2, 3, ...

L_b คือ เวกเตอร์ปริมาณค่าสังเกตในหน่วยเรเดียน

Func คือ ฟังก์ชันในรูปค่ามุม หรือ ระยะทาง

Func = $\{A_1, A_2, A_3, \dots, A_m\}$; เมื่อ m คือ จำนวนมุมที่รังวัด

ตัวอย่างเช่น มุมที่ 1 สามารถเขียนได้เป็น

$$A_1 = (\text{ArcTan}[(X_4 - X_1) / (Y_4 - Y_1)]) - \text{ArcTan}[(X_2 - X_1) / (Y_2 - Y_1)];$$

P คือ เมทริกซ์ค่าน้ำหนักของค่าสังเกต เมื่อเป็นเทริกซ์ทแยงมุม สามารถเขียนได้เป็น

$P = \text{DiagonalMatrix}\{P_1, P_2, \dots, P_m\}$; เมื่อ m คือ จำนวนมุมที่รังวัด

$X_{ap} = \{X_1, Y_1, X_2, Y_2, \dots, X_n, Y_n\}$; เมื่อ n คือ จำนวนสถานีรังวัด

(*: Requirement : User the Package LinearAlgebra 'Cholesky', LinearAlgebra 'MatrixManipulation'*)

```
LeastSquares1[Xa_, La_, Loop_, P_, Lb_, Func_] :=
```

```
Module[{Xa, La, Loop, P, Lb, Func},
```

```
For[i=1, i<=Loop, i++,
```

```
Print["***** Iterate ", i, "*****"];
```

```
Lb; P; Xap; Func;
```

```
X0=Xa; L0=La;
```

```
A=N[ReplaceAll[Outer[D, Func, Xap], Thread[Xap -> Flatten[X0]]];
```

```
P1=(P)0.5;
```

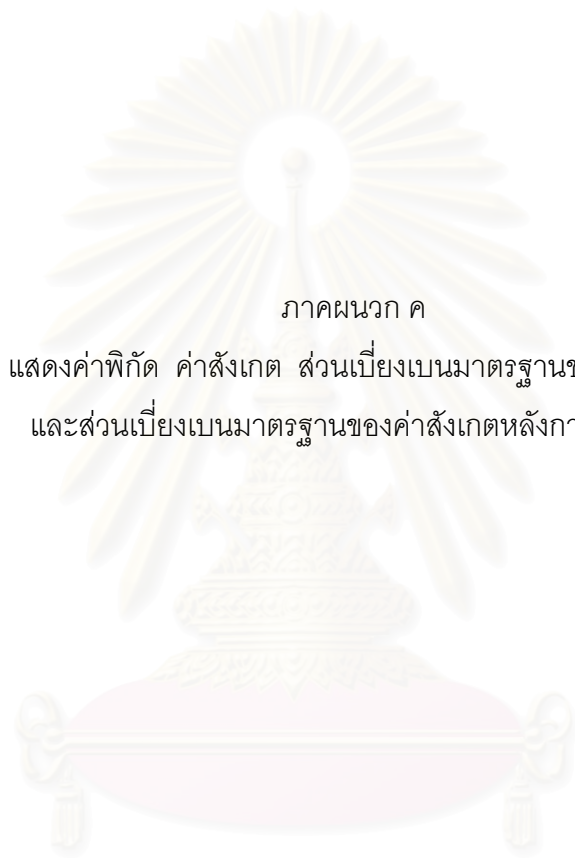
```
A'=P1.A;
```

```
L=L0-Lb;
```

```

L'=P1.L;
CholeskyDecomposition1[A',L'];
(* QRDecomposition1[A',L']; Or SingularValueDecomposition1[A',L'];*)
V=(A.X)+L;
Xa=X0+ X;
La=Lb + V;Lad=(180/Pi())*La;
Qx = Inverse[(Transpose[C1].C1)];
(*Qx = Inverse[Transpose[R].R]; Or Qx = ((Transpose[v].DiagonalMatrix[1/s2]).v);*)
VTPV = Flatten[(Transpose[V].P).V];
Check1=Flatten[((Transpose[L].P).L+(Transpose[A].P).L));
Deg1=IntegerPart[Lad];Min1=IntegerPart[60*FractionalPart[Lad]];
Sec1=60*FractionalPart[60*FractionalPart[Lad]];
numb=Table[i=i+j-1,{l,Length[La]},{j,1}];
Ang=AppendRows[numb,Deg1,Min1,SetPrecision[Sec1,$MachinePrecision]];
dist=0; (*dist = number of distance*)
dist2=TakeRows[numb,-1*dist];
dist3=TakeRows[La,-1*dist];
dist4=AppendRows[dist2,SetPrecision[dist3, $MachinePrecision]];
Ang1=AppenColumns[dist1,dist4];
ClearAll;
Print["X =",MatrixForm[SetPrecision[X,$MachinePrecision]]];
Print["Xa =",MatrixForm[SetPrecision[Xa,$MachinePrecision]]];
If[dist >0,Print["La =",MatrixForm[TakeRows[Ang,Length[La]-dist]]];
Print["La =",MatrixForm[dist4]];Print["La
=",MatrixForm[Ang=AppendRows[numb,Deg1,Min1, SetPrecision[Sec1
,$MachinePrecision]]]]];
Print["VTPV =",VTPV];
Print["Check =",Check1];
Print["K(A) =",MatrixConditionNumber[Transpose[A'].A'];
Print["Qx =",MatrixForm[Qx];
Print["***** END *****"];];]

```



ภาคผนวก ค

แสดงค่าพิกัด ค่าสังเกต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิกัด
และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.1 แสดงค่าพิกัดหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข1

การปรับแก้ในสถานะปกติ $K(A) = 73,488$

ค่าพิกัด	วิธี Cholesky (เมตร)	ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี (เมตร)	วิธี QR (เมตร)	ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี (เมตร)	วิธี Singular Value (เมตร)	ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี (เมตร)
X1	0.000000000	-	0.000000000	-	0.000000000	-
Y1	0.000000000	-	0.000000000	-	0.000000000	-
X2	10.000000000	-	10.000000000	-	10.000000000	-
Y2	39.000000000	-	39.000000000	-	39.000000000	-
X3	33.9997156043	-0.0002843957	33.9997156043	-0.0002843957	33.9997156043	-0.0002843957
Y3	59.9999508422	-0.0000491578	59.9999508422	-0.0000491578	59.9999508422	-0.0000491578
X4	50.0001210189	0.0001210189	50.0001210189	0.0001210189	50.0001210189	0.0001210189
Y4	21.0001160175	0.0001160175	21.0001160175	0.0001160175	21.0001160175	0.0001160175
X5	67.0001900898	0.0001900898	67.0001900898	0.0001900898	67.0001900898	0.0001900898
Y5	-18.9998423737	0.0001576263	-18.9998423737	0.0001576263	-18.9998423737	0.0001576263
X6	68.9998067959	-0.0001932041	68.9998067959	-0.0001932041	68.9998067959	-0.0001932041
Y6	63.0003218304	0.0003218304	63.0003218304	0.0003218304	63.0003218304	0.0003218304
X7	84.0002224675	0.0002224675	84.0002224675	0.0002224675	84.0002224675	0.0002224675
Y7	17.0003168294	0.0003168294	17.0003168294	0.0003168294	17.0003168294	0.0003168294
X8	101.0002533195	0.0002533195	101.0002533195	0.0002533195	101.0002533195	0.0002533195
Y8	-15.9996977160	0.0003022840	-15.9996977160	0.0003022840	-15.9996977160	0.0003022840
X9	113.0002495811	0.0002495811	113.0002495811	0.0002495811	113.0002495811	0.0002495811
Y9	54.0003547406	0.0003547406	54.0003547406	0.0003547406	54.0003547406	0.0003547406
X10	132.0000719966	0.0000719966	132.0000719966	0.0000719966	132.0000719966	0.0000719966
Y10	41.0003839567	0.0003839567	41.0003839567	0.0003839567	41.0003839567	0.0003839567
X11	149.0000512911	0.0000512911	149.0000512911	0.0000512911	149.0000512911	0.0000512911
Y11	25.0005853247	0.0005853247	25.0005853247	0.0005853247	25.0005853247	0.0005853247
X12	154.0000742281	0.0000742281	154.0000742281	0.0000742281	154.0000742281	0.0000742281
Y12	0.0006378966	0.0006378966	0.0006378966	0.0006378966	0.0006378966	0.0006378966
X13	139.0002806527	0.0002806527	139.0002806527	0.0002806527	139.0002806527	0.0002806527
Y13	-20.9993455401	0.0006544599	-20.9993455401	0.0006544599	-20.9993455401	0.0006544599
X14	125.0000572821	0.0000572821	125.0000572821	0.0000572821	125.0000572821	0.0000572821
Y14	76.0000135639	0.0000135639	76.0000135639	0.0000135639	76.0000135639	0.0000135639
X15	152.9998611883	-0.0001388117	152.9998611883	-0.0001388117	152.9998611883	-0.0001388117
Y15	60.0003203459	0.0003203459	60.0003203459	0.0003203459	60.0003203459	0.0003203459
X16	185.9997193371	-0.0002806629	185.9997193371	-0.0002806629	185.9997193371	-0.0002806629
Y16	49.0006739193	0.0006739193	49.0006739193	0.0006739193	49.0006739193	0.0006739193
X17	138.9997747577	-0.0002252423	138.9997747577	-0.0002252423	138.9997747577	-0.0002252423
Y17	108.9998022196	-0.0001977804	108.9998022196	-0.0001977804	108.9998022196	-0.0001977804
X18	164.9997256196	-0.0002743804	164.9997256196	-0.0002743804	164.9997256196	-0.0002743804
Y18	85.0003265929	0.0003265929	85.0003265929	0.0003265929	85.0003265929	0.0003265929
X19	198.9996169365	-0.0003830635	198.9996169365	-0.0003830635	198.9996169365	-0.0003830635
Y19	69.0006975513	0.0006975513	69.0006975513	0.0006975513	69.0006975513	0.0006975513
X20	140.9996647973	-0.0003352027	140.9996647973	-0.0003352027	140.9996647973	-0.0003352027
Y20	145.9996459960	-0.0003540040	145.9996459960	-0.0003540040	145.9996459960	-0.0003540040

ตารางที่ ค.1 แสดงค่าพิกัดหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข1 (ต่อ)

การปรับแก้ในสภาวะปกติ $K(A) = 73,488$

ค่าพิกัด	วิธี Cholesky (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้องตามทฤษฎี (เมตร)	วิธี QR (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้องตามทฤษฎี (เมตร)	วิธี Singular Value (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้องตามทฤษฎี (เมตร)
X21	168.9995370739	-0.0004629261	168.9995370739	-0.0004629261	168.9995370739	-0.0004629261
Y21	127.9997972128	-0.0002027872	127.9997972128	-0.0002027872	127.9997972128	-0.0002027872
X22	194.9995994737	-0.0004005263	194.9995994737	-0.0004005263	194.9995994737	-0.0004005263
Y22	90.0004241241	0.0004241241	90.0004241241	0.0004241241	90.0004241241	0.0004241241
X23	165.9992886237	-0.0007113763	165.9992886237	-0.0007113763	165.9992886237	-0.0007113763
Y23	162.9995563203	-0.0004436797	162.9995563203	-0.0004436797	162.9995563203	-0.0004436797
X24	191.9992026901	-0.0007973099	191.9992026901	-0.0007973099	191.9992026901	-0.0007973099
Y24	140.9998407448	-0.0001592552	140.9998407448	-0.0001592552	140.9998407448	-0.0001592552
X25	42.0018079745	0.0018079745	42.0018079745	0.0018079745	42.0018079745	0.0018079745
Y25	178.9990241884	-0.0009758116	178.9990241884	-0.0009758116	178.9990241884	-0.0009758116
X26	200.9986150778	-0.0013849222	200.9986150778	-0.0013849222	200.9986150778	-0.0013849222
Y26	194.9993482274	-0.0006517726	194.9993482274	-0.0006517726	194.9993482274	-0.0006517726

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.2 แสดงค่าสังเกตหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข1

การปรับแก้ในสภาวะปกติ $K(A) = 73,488$

มุมมองที่	วิธี Cholesky			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี QR			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี Singular Value			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “
	o	.	“		o	.	“		o	.	“	
1	52	50	10.09	-0.23	52	50	10.09	-0.23	52	50	10.09	-0.23
2	58	53	00.08	00.62	58	53	0.08	00.62	58	53	0.08	00.62
3	38	36	52.88	-00.37	38	36	52.88	-00.37	38	36	52.88	-00.37
4	29	39	56.95	-00.02	29	39	56.95	-00.02	29	39	56.95	-00.02
5	21	28	34.91	00.24	21	28	34.91	00.24	21	28	34.91	00.24
6	90	14	35.26	00.15	90	14	35.26	00.15	90	14	35.26	00.15
7	47	00	36.04	-00.50	47	00	36.04	-00.50	47	00	36.04	-00.50
8	21	16	13.79	00.11	21	16	13.79	00.11	21	16	13.79	00.11
9	65	24	49.45	00.24	65	24	49.45	00.24	65	24	49.45	00.24
10	71	07	14.18	01.17	71	07	14.18	01.17	71	07	14.18	01.17
11	43	27	56.37	-01.41	43	27	56.37	-01.41	43	27	56.37	-01.41
12	31	00	50.74	00.37	31	00	50.74	00.37	31	00	50.74	00.37
13	48	18	11.75	00.18	48	18	11.75	00.18	48	18	11.75	00.18
14	59	40	46.73	-00.65	59	40	46.73	-00.65	59	40	46.73	-00.65
15	72	35	34.38	-00.01	72	35	34.38	-00.01	72	35	34.38	-00.01
16	46	38	50.74	00.48	46	38	50.74	00.48	46	38	50.74	00.48
17	60	45	34.88	-00.46	60	45	34.88	-00.46	60	45	34.88	-00.46
18	41	0	10.78	00.09	41	00	10.78	00.09	41	00	10.78	00.09
19	26	47	03.59	00.63	26	47	03.59	00.63	26	47	03.59	00.63
20	52	31	58.90	-00.08	52	31	58.90	-00.08	52	31	58.90	-00.08
21	42	24	05.64	00.02	42	24	05.64	00.02	42	24	05.64	00.02
22	65	13	46.48	-00.41	65	13	46.48	-00.41	65	13	46.48	-00.41
23	72	22	07.88	00.39	72	22	07.88	00.39	72	22	07.88	00.39
24	29	15	02.97	00.52	29	15	02.97	00.52	29	15	02.97	00.52
25	71	25	54.54	-01.07	71	25	54.54	-01.07	71	25	54.54	-01.07
26	56	08	58.95	01.67	56	08	58.95	01.67	56	08	58.95	01.67
27	60	22	44.71	-01.12	60	22	44.71	-01.12	60	22	44.71	-01.12
28	63	28	16.34	-00.55	63	28	16.34	-00.55	63	28	16.34	-00.55
29	93	42	29.65	-00.69	93	42	29.65	-00.69	93	42	29.65	-00.69
30	60	56	44.60	01.17	60	56	44.60	01.17	60	56	44.60	01.17
31	25	20	45.75	-00.48	25	20	45.75	-00.48	25	20	45.75	-00.48
32	19	32	54.37	-00.40	19	32	54.37	-00.40	19	32	54.37	-00.40
33	110	10	15.03	00.68	110	10	15.03	00.68	110	10	15.03	00.68
34	50	16	50.60	-00.27	50	16	50.60	-00.27	50	16	50.60	-00.27
35	20	40	01.03	00.11	20	40	01.03	00.11	20	40	01.03	00.11
36	94	17	35.71	-00.64	94	17	35.71	-00.64	94	17	35.71	-00.64
37	65	02	23.26	00.53	65	02	23.26	00.53	65	02	23.26	00.53
38	20	59	25.73	-00.17	20	59	25.73	-00.17	20	59	25.73	-00.17
39	90	53	47.92	-00.31	90	53	47.92	-00.31	90	53	47.92	-00.31
40	68	06	46.35	00.48	68	06	46.35	00.48	68	06	46.35	00.48

ตารางที่ ค.2 แสดงค่าสังเกตหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข1 (ต่อ)

การปรับแก้ในสภาวะปกติ $K(A) = 73,488$

มุมมองที่	วิธี Cholesky			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี QR			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี Singular Value			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “
	o	,	“		o	,	“		o	,	“	
41	28	06	14.25	00.84	28	06	14.25	00.84	28	06	14.25	00.84
42	27	08	43.26	00.94	27	08	43.26	00.94	27	08	43.26	00.94
43	124	45	02.49	-01.78	124	45	02.49	-01.78	124	45	02.49	-01.78
44	44	27	24.09	-00.85	44	27	24.09	-00.85	44	27	24.09	-00.85
45	111	39	35.03	00.93	111	39	35.03	00.93	111	39	35.03	00.93
46	23	53	00.88	-00.08	23	53	00.88	-00.08	23	53	00.88	-00.08
47	50	30	38.60	-00.26	50	30	38.60	-00.26	50	30	38.60	-00.26
48	78	05	06.26	00.79	78	05	06.26	00.79	78	05	06.26	00.79
49	51	24	15.14	-00.53	51	24	15.14	-00.53	51	24	15.14	-00.53
50	85	24	06.32	-00.48	85	24	06.32	-00.48	85	24	06.32	-00.48
51	53	15	20.06	00.24	53	15	20.06	00.24	53	15	20.06	00.24
52	41	20	33.62	00.25	41	20	33.62	00.25	41	20	33.62	00.25
53	59	10	20.24	-00.18	59	10	20.24	-00.18	59	10	20.24	-00.18
54	48	56	43.25	00.58	48	56	43.25	00.58	48	56	43.25	00.58
55	71	52	56.51	-00.40	71	52	56.51	-00.40	71	52	56.51	-00.40
56	95	46	12.32	00.73	95	46	12.32	00.73	95	46	12.32	00.73
57	44	18	33.81	-01.19	44	18	33.81	-01.19	44	18	33.81	-01.19
58	39	55	13.87	00.46	39	55	13.87	00.46	39	55	13.87	00.46
59	42	25	31.77	00.82	42	25	31.77	00.82	42	25	31.77	00.82
60	85	53	46.20	00.15	85	53	46.20	00.15	85	53	46.20	00.15
61	51	40	42.03	-00.97	51	40	42.03	-00.97	51	40	42.03	-00.97
62	55	53	50.70	-00.09	55	53	50.70	-00.09	55	53	50.70	-00.09
63	82	47	37.41	-00.79	82	47	37.41	-00.79	82	47	37.41	-00.79
64	41	18	31.89	00.88	41	18	31.89	00.88	41	18	31.89	00.88
65	34	32	33.53	00.75	34	32	33.53	00.75	34	32	33.53	00.75
66	63	16	49.08	-00.02	63	16	49.08	-00.02	63	16	49.08	-00.02
67	82	10	37.39	-00.73	82	10	37.39	-00.73	82	10	37.39	-00.73
68	34	39	47.61	-00.8	34	39	47.61	-00.8	34	39	47.61	-00.80
69	91	19	18.98	-00.13	91	19	18.98	-00.13	91	19	18.98	-00.13
70	54	00	53.41	00.93	54	00	53.41	00.93	54	00	53.41	00.93
71	55	23	23.03	-00.15	55	23	23.03	-00.15	55	23	23.03	-00.15
72	54	19	50.36	-00.88	54	19	50.36	-00.88	54	19	50.36	-00.88
73	70	16	46.61	01.03	70	16	46.61	01.03	70	16	46.61	01.03
74	75	03	23.26	-01.34	75	03	23.26	-01.34	75	03	23.26	-01.34
75	52	36	19.95	01.39	52	36	19.95	01.39	52	36	19.95	01.39
76	52	20	16.79	-00.05	52	20	16.79	-00.05	52	20	16.79	-00.05
77	39	41	42.76	01.15	39	41	42.76	01.15	39	41	42.76	01.15
78	75	13	23.15	-00.13	75	13	23.15	-00.13	75	13	23.15	-00.13
79	65	04	54.09	-01.03	65	04	54.09	-01.03	65	04	54.09	-01.03
80	31	00	50.06	00.08	31	00	50.06	00.08	31	00	50.06	00.08

ตารางที่ ค.2 แสดงค่าสังเกตหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข1 (ต่อ)

การปรับแก้ในสภาวะปกติ $K(A) = 73,488$

มุมมองที่	วิธี Cholesky			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี QR			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี Singular Value			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “
	o	,	“		o	,	“		o	,	“	
81	85	05	43.72	-0.24	85	05	43.72	-0.24	85	05	43.72	-0.24
82	63	53	26.22	00.16	63	53	26.22	00.16	63	53	26.22	00.16
83	65	04	57.97	00.36	65	04	57.97	00.36	65	04	57.97	00.36
84	54	33	30.44	-0.15	54	33	30.44	-0.15	54	33	30.44	-0.15
85	60	21	31.59	-0.20	60	21	31.59	-0.20	60	21	31.59	-0.20
86	66	57	03.92	00.58	66	57	03.92	00.58	66	57	03.92	00.58
87	52	21	55.23	-0.123	52	21	55.23	-0.123	52	21	55.23	-0.123
88	60	41	00.85	00.64	60	41	00.85	00.64	60	41	00.85	00.64
89	44	51	51.78	-0.60	44	51	51.78	-0.60	44	51	51.78	-0.60
90	65	25	23.53	00.00	65	25	23.53	00.00	65	25	23.53	00.00
91	69	42	44.69	00.60	69	42	44.69	00.60	69	42	44.69	00.60
92	59	13	32.57	-0.90	59	13	32.57	-0.90	59	13	32.57	-0.90
93	82	40	21.65	00.33	82	40	21.65	00.33	82	40	21.65	00.33
94	38	06	05.78	00.57	38	06	05.78	00.57	38	06	05.78	00.57
95	130	12	40.04	-0.97	130	12	40.04	-0.97	130	12	40.04	-0.97
96	13	05	55.62	00.49	13	05	55.62	00.49	13	05	55.62	00.49
97	36	41	24.34	00.48	36	41	24.34	00.48	36	41	24.34	00.48

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.3 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิกัดหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข1
การปรับแก้ในสภาวะปกติ $K(A) = 73,488$

ค่าพิกัด	วิธี Cholesky (เมตร) $\times 10^{-3}$	วิธี QR (เมตร) $\times 10^{-3}$	วิธี Singular Value (เมตร) $\times 10^{-3}$
X1	-	-	-
Y1	-	-	-
X2	-	-	-
Y2	-	-	-
X3	0.207434	0.207434	0.207434
Y3	0.191320	0.191320	0.191320
X4	0.201270	0.201270	0.201270
Y4	0.187935	0.187935	0.187935
X5	0.319796	0.319796	0.319796
Y5	0.346837	0.346837	0.346837
X6	0.350474	0.350474	0.350474
Y6	0.326670	0.326670	0.326670
X7	0.368490	0.368490	0.368490
Y7	0.326410	0.326410	0.326410
X8	0.518124	0.518124	0.518124
Y8	0.447880	0.447880	0.447880
X9	0.557043	0.557043	0.557043
Y9	0.521647	0.521647	0.521647
X10	0.655997	0.655997	0.655997
Y10	0.5890730	0.5890730	0.5890730
X11	0.772362	0.772362	0.772362
Y11	0.663888	0.663888	0.663888
X12	0.829558	0.829558	0.829558
Y12	0.693159	0.693159	0.693159
X13	0.765348	0.765348	0.765348
Y13	0.642808	0.642808	0.642808
X14	0.678673	0.678673	0.678673
Y14	0.713232	0.713232	0.713232
X15	0.823103	0.823103	0.823103
Y15	0.771837	0.771837	0.771837
X16	1.078853	1.078853	1.078853
Y16	0.931610	0.931610	0.931610
X17	0.896128	0.896128	0.896128
Y17	1.017760	1.017760	1.017760
X18	0.964493	0.964493	0.964493
Y18	0.969997	0.969997	0.969997
X19	1.210511	1.210511	1.210511
Y19	1.096898	1.096898	1.096898
X20	1.133964	1.133964	1.133964
Y20	1.358264	1.358264	1.358264

ตารางที่ ค.3 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิกัดหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข1 (ต่อ)
การปรับแก้ในสภาวะปกติ $K(A) = 73,488$

ค่าพิกัด	วิธี Cholesky (เมตร) $\times 10^{-3}$	วิธี QR (เมตร) $\times 10^{-3}$	วิธี Singular Value (เมตร) $\times 10^{-3}$
X21	1.163061	1.163061	1.163061
Y21	1.301136	1.301136	1.301136
X22	1.213189	1.213189	1.213189
Y22	1.180526	1.180526	1.180526
X23	1.358829	1.358829	1.358829
Y23	1.606390	1.606390	1.606390
X24	1.393291	1.393291	1.393291
Y24	1.520732	1.520732	1.520732
X25	3.137260	3.137260	3.137260
Y25	1.961658	1.961658	1.961658
X26	1.808880	1.808880	1.808880
Y26	2.079601	2.079601	2.079601

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.4 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข1
การปรับแก้ในสภาวะปกติ $K(A) = 73,488$

ค่ามุม	วิธี Cholesky “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี QR “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี Singular Value “ ($\times 10^{-3}$)
1	1.60172	1.60172	1.60172
2	1.60604	1.60604	1.60604
3	1.19652	1.19652	1.19652
4	1.20922	1.20922	1.20922
5	1.10187	1.10187	1.10187
6	1.59039	1.59039	1.59039
7	1.53650	1.53650	1.53650
8	1.00589	1.00589	1.00589
9	1.71907	1.71907	1.71907
10	1.71275	1.71275	1.71275
11	1.63315	1.63315	1.63315
12	1.19435	1.19435	1.19435
13	1.37108	1.37108	1.37108
14	1.62395	1.62395	1.62395
15	1.72372	1.72372	1.72372
16	1.62705	1.62705	1.62705
17	1.68848	1.68848	1.68848
18	1.48032	1.48032	1.48032
19	1.13084	1.13084	1.13084
20	1.58543	1.58543	1.58543
21	1.42338	1.42338	1.42338
22	1.55725	1.55725	1.55725
23	1.52830	1.52830	1.52830
24	1.16779	1.16779	1.16779
25	1.52563	1.52563	1.52563
26	1.67395	1.67395	1.67395
27	1.70105	1.70105	1.70105
28	1.69289	1.69289	1.69289
29	1.62822	1.62822	1.62822
30	1.44368	1.44368	1.44368
31	1.26274	1.26274	1.26274
32	0.955319	0.955319	0.955319
33	1.50243	1.50243	1.50243
34	1.28459	1.28159	1.28159
35	1.21506	1.21506	1.21506
36	1.50691	1.50691	1.50691
37	1.51836	1.51836	1.51836
38	1.67230	1.67230	1.67230
39	1.76222	1.76222	1.76222
40	1.75413	1.75413	1.75413

ตารางที่ ค.4 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข1 (ต่อ)
การปรับแก้ในสภาวะปกติ $K(A) = 73,488$

ค่ามุม	วิธี Cholesky “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี QR “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี Singular Value “ ($\times 10^{-3}$)
41	1.48789	1.48789	1.48789
42	1.48034	1.48034	1.48034
43	1.75652	1.75652	1.75652
44	1.51457	1.51457	1.51457
45	1.55195	1.55195	1.55195
46	1.35580	1.35580	1.35580
47	1.38025	1.38025	1.38025
48	1.55681	1.55681	1.55681
49	1.44119	1.44119	1.44119
50	1.49184	1.49184	1.49184
51	1.36410	1.36410	1.36410
52	1.42106	1.42106	1.42106
53	1.46028	1.46028	1.46028
54	1.44450	1.44450	1.44450
55	1.52448	1.52448	1.52448
56	1.72749	1.72749	1.72749
57	1.54349	1.54349	1.54349
58	1.66348	1.66348	1.66348
59	1.38548	1.38548	1.38548
60	1.50768	1.50768	1.50768
61	1.42628	1.42628	1.42628
62	1.44634	1.44634	1.44634
63	1.50722	1.50722	1.50722
64	1.35651	1.35651	1.35651
65	1.65294	1.65294	1.65294
66	1.71892	1.71892	1.71892
67	1.73819	1.73819	1.73819
68	1.63911	1.63911	1.63911
69	1.74385	1.74385	1.74385
70	1.69223	1.69223	1.69223
71	1.64762	1.64762	1.64762
72	1.63453	1.63453	1.63453
73	1.69166	1.69166	1.69166
74	1.59226	1.59226	1.59226
75	1.54185	1.54185	1.54185
76	1.45521	1.45521	1.45521
77	1.29711	1.29711	1.29711
78	1.57778	1.57778	1.57778
79	1.51697	1.51697	1.51697
80	1.30926	1.30926	1.30926

ตารางที่ ค.4 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข1 (ต่อ)
การปรับแก้ในสภาวะปกติ $K(A) = 73,488$

ค่ามุม	วิธี Cholesky “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี QR “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี Singular Value “ ($\times 10^{-3}$)
81	1.59546	1.59546	1.59546
82	1.55881	1.55881	1.55881
83	1.63494	1.63494	1.63494
84	1.64804	1.64804	1.64804
85	1.66413	1.66413	1.66413
86	1.70392	1.70392	1.70392
87	1.63505	1.63505	1.63505
88	1.69299	1.69299	1.69299
89	1.59869	1.59869	1.59869
90	1.62370	1.62370	1.62370
91	1.67490	1.67490	1.67490
92	1.79780	1.79780	1.79780
93	1.79780	1.79780	1.79780
94	1.79780	1.79780	1.79780
95	1.79780	1.79780	1.79780
96	1.79780	1.79780	1.79780
97	1.79780	1.79780	1.79780

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.5 แสดงค่าพิกัดหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ๗

การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 1.18372 \times 10^{16}$

ค่าพิกัด	วิธี Cholesky (เมตร)	ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี (เมตร)	วิธี QR (เมตร)	ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี (เมตร)	วิธี Singular Value (เมตร)	ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี (เมตร)
X1	0.000000000	-	0.000000000	-	0.000000000	-
Y1	0.000000000	-	0.000000000	-	0.000000000	-
X2	10.000000000	-	10.000000000	-	10.000000000	-
Y2	39.000000000	-	39.000000000	-	39.000000000	-
X3	33.9997156043	-0.0002843957	33.9997156043	-0.0002843957	33.9997156043	-0.0002843957
Y3	59.9999508422	-0.0000491578	59.9999508422	-0.0000491578	59.9999508422	-0.0000491578
X4	50.0001210189	0.0001210189	50.0001210189	0.0001210189	50.0001210189	0.0001210189
Y4	21.0001160175	0.0001160175	21.0001160175	0.0001160175	21.0001160175	0.0001160175
X5	67.0001900898	0.0001900898	67.0001900898	0.0001900898	67.0001900898	0.0001900898
Y5	-18.9998423737	0.0001576263	-18.9998423737	0.0001576263	-18.9998423737	0.0001576263
X6	68.9998067959	-0.0001932041	68.9998067959	-0.0001932041	68.9998067959	-0.0001932041
Y6	63.0003218305	0.0003218305	63.0003218305	0.0003218305	63.0003218305	0.0003218305
X7	84.0002224676	0.0002224676	84.0002224676	0.0002224676	84.0002224676	0.0002224676
Y7	17.0003168294	0.0003168294	17.0003168294	0.0003168294	17.0003168294	0.0003168294
X8	101.0002533196	0.0002533196	101.0002533196	0.0002533196	101.0002533196	0.0002533196
Y8	-15.9996977161	0.0003022839	-15.9996977161	0.0003022839	-15.9996977161	0.0003022839
X9	113.0002495811	0.0002495811	113.0002495811	0.0002495811	113.0002495811	0.0002495811
Y9	54.0003547407	0.0003547407	54.0003547407	0.0003547407	54.0003547407	0.0003547407
X10	132.0000719966	0.0000719966	132.0000719966	0.0000719966	132.0000719966	0.0000719966
Y10	41.0003839567	0.0003839567	41.0003839567	0.0003839567	41.0003839567	0.0003839567
X11	149.0000512911	0.0000512911	149.0000512911	0.0000512911	149.0000512911	0.0000512911
Y11	25.0005853248	0.0005853248	25.0005853248	0.0005853248	25.0005853248	0.0005853248
X12	154.0000742281	0.0000742281	154.0000742281	0.0000742281	154.0000742281	0.0000742281
Y12	0.0006378966	0.0006378966	0.0006378966	0.0006378966	0.0006378966	0.0006378966
X13	139.0002806527	0.0002806527	139.0002806527	0.0002806527	139.0002806527	0.0002806527
Y13	-20.9993455402	0.0006544598	-20.9993455402	0.0006544598	-20.9993455402	0.0006544598
X14	125.0000572821	0.0000572821	125.0000572821	0.0000572821	125.0000572821	0.0000572821
Y14	76.0000135640	0.0000135640	76.0000135640	0.0000135640	76.0000135640	0.0000135640
X15	152.9998611884	-0.0001388116	152.9998611884	-0.0001388116	152.9998611884	-0.0001388116
Y15	60.0003203460	0.0003203460	60.0003203460	0.0003203460	60.0003203460	0.0003203460
X16	185.9997193372	-0.0002806628	185.9997193372	-0.0002806628	185.9997193372	-0.0002806628
Y16	49.0006739193	0.0006739193	49.0006739193	0.0006739193	49.0006739193	0.0006739193
X17	138.9997747577	-0.0002252423	138.9997747577	-0.0002252423	138.9997747577	-0.0002252423
Y17	108.9998022196	-0.0001977804	108.9998022196	-0.0001977804	108.9998022196	-0.0001977804
X18	164.9997256196	-0.0002743804	164.9997256196	-0.0002743804	164.9997256196	-0.0002743804
Y18	85.0003265930	0.0003265930	85.0003265930	0.0003265930	85.0003265930	0.0003265930
X19	198.9996169365	-0.0003830635	198.9996169365	-0.0003830635	198.9996169365	-0.0003830635
Y19	69.0006975513	0.0006975513	69.0006975513	0.0006975513	69.0006975513	0.0006975513
X20	140.9996647974	-0.0003352026	140.9996647974	-0.0003352026	140.9996647974	-0.0003352026
Y20	145.9996459960	-0.0003540040	145.9996459960	-0.0003540040	145.9996459960	-0.0003540040

ตารางที่ ค.5 แสดงค่าพิกัดหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ๗7 (ต่อ)

การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 1.18372 \times 10^{16}$

ค่าพิกัด	วิธี Cholesky (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ ถูกต้องตามทฤษฎี (เมตร)	วิธี QR (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ ถูกต้องตามทฤษฎี (เมตร)	วิธี Singular Value (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ ถูกต้องตามทฤษฎี (เมตร)
X21	168.9995370739	-0.0004629261	168.9995370739	-0.0004629261	168.9995370739	-0.0004629261
Y21	127.9997972128	-0.0002027872	127.9997972128	-0.0002027872	127.9997972128	-0.0002027872
X22	194.9995994737	-0.0004005263	194.9995994737	-0.0004005263	194.9995994737	-0.0004005263
Y22	90.0004241241	0.0004241241	90.0004241241	0.0004241241	90.0004241241	0.0004241241
X23	165.9992886238	-0.0007113762	165.9992886238	-0.0007113762	165.9992886238	-0.0007113762
Y23	162.9995563203	-0.0004436797	162.9995563203	-0.0004436797	162.9995563203	-0.0004436797
X24	191.9992026901	-0.0007973099	191.9992026901	-0.0007973099	191.9992026901	-0.0007973099
Y24	140.9998407448	-0.0001592552	140.9998407448	-0.0001592552	140.9998407448	-0.0001592552
X25	2482.2526914586	2440.25269145	2515.1998978144	2473.1998978144	2515.1930842205	2473.1930842205
Y25	-135.871763800	-314.8717638	-140.1230166531	-319.1230166531	-140.1221374796	-319.1221374796
X26	195.0410213834	-0.0009786166	195.0410213834	-0.0009786166	195.0410213834	-0.0009786166
Y26	159.2524781460	-0.0002218540	159.2524781460	-0.0002218540	159.2524781460	-0.0002218540

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.6 แสดงค่าสังเกตหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข7

การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 1.18372 \times 10^{16}$

มุมมองที่	วิธี Cholesky			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี QR			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี Singular Value			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “
	o	.	“		o	.	“		o	.	“	
1	52	50	10.09	-0.23	52	50	10.09	-0.23	52	50	10.09	-0.23
2	58	53	00.08	00.62	58	53	00.08	00.62	58	53	00.08	00.62
3	38	36	52.88	-00.37	38	36	52.88	-00.37	38	36	52.88	-00.37
4	29	39	56.95	-00.02	29	39	56.95	-00.02	29	39	56.95	-00.02
5	21	28	34.91	00.24	21	28	34.91	00.24	21	28	34.91	00.24
6	90	14	35.26	00.15	90	14	35.26	00.15	90	14	35.26	00.15
7	47	00	36.04	-00.50	47	00	36.04	-00.50	47	00	36.04	-00.50
8	21	16	13.79	00.11	21	16	13.79	00.11	21	16	13.79	00.11
9	65	24	49.45	00.24	65	24	49.45	00.24	65	24	49.45	00.24
10	71	07	14.18	01.17	71	07	14.18	01.17	71	07	14.18	01.17
11	43	27	56.37	-01.41	43	27	56.37	-01.41	43	27	56.37	-01.41
12	31	00	50.74	00.37	31	00	50.74	00.37	31	00	50.74	00.37
13	48	18	11.75	00.18	48	18	11.75	00.18	48	18	11.75	00.18
14	59	40	46.73	-00.65	59	40	46.73	-00.65	59	40	46.73	-00.65
15	72	35	34.38	-00.01	72	35	34.38	-00.01	72	35	34.38	-00.01
16	46	38	50.74	00.48	46	38	50.74	00.48	46	38	50.74	00.48
17	60	45	34.88	-00.46	60	45	34.88	-00.46	60	45	34.88	-00.46
18	41	00	10.78	00.09	41	00	10.78	00.09	41	00	10.78	00.09
19	26	47	03.59	00.63	26	47	03.59	00.63	26	47	03.59	00.63
20	52	31	58.90	-00.08	52	31	58.90	-00.08	52	31	58.90	-00.08
21	42	24	05.64	00.02	42	24	05.64	00.02	42	24	05.64	00.02
22	65	13	46.48	-00.41	65	13	46.48	-00.41	65	13	46.48	-00.41
23	72	22	07.88	00.39	72	22	07.88	00.39	72	22	07.88	00.39
24	29	15	02.97	00.52	29	15	02.97	00.52	29	15	02.97	00.52
25	71	25	54.54	-01.07	71	25	54.54	-01.07	71	25	54.54	-01.07
26	56	08	58.95	01.67	56	08	58.95	01.67	56	08	58.95	01.67
27	60	22	44.71	-01.12	60	22	44.71	-01.12	60	22	44.71	-01.12
28	63	28	16.34	-00.55	63	28	16.34	-00.55	63	28	16.34	-00.55
29	93	42	29.65	-00.69	93	42	29.65	-00.69	93	42	29.65	-00.69
30	60	56	44.60	01.17	60	56	44.60	01.17	60	56	44.60	01.17
31	25	20	45.75	-00.48	25	20	45.75	-00.48	25	20	45.75	-00.48
32	19	32	54.37	-00.40	19	32	54.37	-00.40	19	32	54.37	-00.40
33	110	10	15.03	00.68	110	10	15.03	00.68	110	10	15.03	00.68
34	50	16	50.60	-00.27	50	16	50.60	-00.27	50	16	50.60	-00.27
35	20	40	01.03	00.11	20	40	01.03	00.11	20	40	01.03	00.11
36	94	17	35.71	-00.64	94	17	35.71	-00.64	94	17	35.71	-00.64
37	65	02	23.26	00.53	65	02	23.26	00.53	65	02	23.26	00.53
38	20	59	25.73	-00.17	20	59	25.73	-00.17	20	59	25.73	-00.17
39	90	53	47.92	-00.31	90	53	47.92	-00.31	90	53	47.92	-00.31
40	68	06	46.35	00.48	68	06	46.35	00.48	68	06	46.35	00.48

ตารางที่ ค.6 แสดงค่าสังเกตหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข7 (ต่อ)

การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 1.18372 \times 10^{16}$

มุ่มที่	วิธี Cholesky			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี QR			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี Singular Value			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “
	°	’	“		°	’	“		°	’	“	
41	28	06	14.25	00.84	28	06	14.25	00.84	28	06	14.25	00.84
42	27	08	43.26	00.94	27	08	43.26	00.94	27	08	43.26	00.94
43	124	45	02.49	-01.78	124	45	02.49	-01.78	124	45	02.49	-01.78
44	44	27	24.09	-00.85	44	27	24.09	-00.85	44	27	24.09	-00.85
45	111	39	35.03	00.93	111	39	35.03	00.93	111	39	35.03	00.93
46	23	53	00.88	-00.08	23	53	00.88	-00.08	23	53	00.88	-00.08
47	50	30	38.60	-00.26	50	30	38.60	-00.26	50	30	38.60	-00.26
48	78	05	06.26	00.79	78	05	06.26	00.79	78	05	06.26	00.79
49	51	24	15.14	-00.53	51	24	15.14	-00.53	51	24	15.14	-00.53
50	85	24	06.32	-00.48	85	24	06.32	-00.48	85	24	06.32	-00.48
51	53	15	20.06	00.24	53	15	20.06	00.24	53	15	20.06	00.24
52	41	20	33.62	00.25	41	20	33.62	00.25	41	20	33.62	00.25
53	59	10	20.24	-00.18	59	10	20.24	-00.18	59	10	20.24	-00.18
54	48	56	43.25	00.58	48	56	43.25	00.58	48	56	43.25	00.58
55	71	52	56.51	-00.40	71	52	56.51	-00.40	71	52	56.51	-00.40
56	95	46	12.32	00.73	95	46	12.32	00.73	95	46	12.32	00.73
57	44	18	33.81	-01.19	44	18	33.81	-01.19	44	18	33.81	-01.19
58	39	55	13.87	00.46	39	55	13.87	00.46	39	55	13.87	00.46
59	42	25	31.77	00.82	42	25	31.77	00.82	42	25	31.77	00.82
60	85	53	46.20	00.15	85	53	46.20	00.15	85	53	46.20	00.15
61	51	40	42.03	-00.97	51	40	42.03	-00.97	51	40	42.03	-00.97
62	55	53	50.70	-00.09	55	53	50.70	-00.09	55	53	50.70	-00.09
63	82	47	37.41	-00.79	82	47	37.41	-00.79	82	47	37.41	-00.79
64	41	18	31.89	00.88	41	18	31.89	00.88	41	18	31.89	00.88
65	34	32	33.53	00.75	34	32	33.53	00.75	34	32	33.53	00.75
66	63	16	49.08	-00.02	63	16	49.08	-00.02	63	16	49.08	-00.02
67	82	10	37.39	-00.73	82	10	37.39	-00.73	82	10	37.39	-00.73
68	34	39	47.61	-00.80	34	39	47.61	-00.80	34	39	47.61	-00.80
69	91	19	18.98	-00.13	91	19	18.98	-00.13	91	19	18.98	-00.13
70	54	00	53.41	00.93	54	00	53.41	00.93	54	00	53.41	00.93
71	55	23	23.03	-00.15	55	23	23.03	-00.15	55	23	23.03	-00.15
72	54	19	50.36	-00.88	54	19	50.36	-00.88	54	19	50.36	-00.88
73	70	16	46.61	01.03	70	16	46.61	01.03	70	16	46.61	01.03
74	75	03	23.26	-01.34	75	03	23.26	-01.34	75	03	23.26	-01.34
75	52	36	19.95	01.39	52	36	19.95	01.39	52	36	19.95	01.39
76	52	20	16.79	-00.05	52	20	16.79	-00.05	52	20	16.79	-00.05
77	39	41	42.76	01.15	39	41	42.76	01.15	39	41	42.76	01.15
78	75	13	23.15	-00.13	75	13	23.15	-00.13	75	13	23.15	-00.13
79	65	04	54.09	-01.03	65	04	54.09	-01.03	65	04	54.09	-01.03
80	31	00	50.06	00.08	31	00	50.06	00.08	31	00	50.06	00.08

ตารางที่ ค.6 แสดงค่าสังเกตหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข7 (ต่อ)

การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 1.18372 \times 10^{16}$

มุมมองที่	วิธี Cholesky			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี QR			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี Singular Value			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “
	°	’	“		°	’	“		°	’	“	
81	85	05	43.72	-0.24	85	05	43.72	-0.24	85	05	43.72	-0.24
82	63	53	26.22	00.16	63	53	26.22	00.16	63	53	26.22	00.16
83	65	04	57.97	00.36	65	04	57.97	00.36	65	04	57.97	00.36
84	54	33	30.44	-0.15	54	33	30.44	-0.15	54	33	30.44	-0.15
85	60	21	31.59	-0.20	60	21	31.59	-0.20	60	21	31.59	-0.20
86	66	57	03.92	00.58	66	57	03.92	00.58	66	57	03.92	00.58
87	52	21	55.23	-0.123	52	21	55.23	-0.123	52	21	55.23	-0.123
88	60	41	00.85	00.64	60	41	00.85	00.64	60	41	00.85	00.64
89	44	51	51.78	-0.60	44	51	51.78	-0.60	44	51	51.78	-0.60
90	65	25	23.53	00.00	65	25	23.53	00.00	65	25	23.53	00.00
91	69	42	44.69	00.60	69	42	44.69	00.60	69	42	44.69	00.60
92	59	13	31.29	-0.90	59	13	31.29	-0.90	59	13	31.29	-0.90
93	32	53	03.04	00.33	32	53	03.04	00.33	32	53	03.04	00.33
94	87	53	25.67	00.57	87	53	25.67	00.57	87	53	25.67	00.57
95	179	59	58.17	-0.145	179	59	58.17	-0.145	179	59	58.17	-0.145
97	00	00	00.31	00.00	00	00	00.31	00.00	00	00	00.31	00.00

ตารางที่ ค.7 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิกัดหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข7
การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 1.18372 \times 10^{16}$

ค่าพิกัด	วิธี Cholesky (เมตร) $\times 10^{-3}$	วิธี QR (เมตร) $\times 10^{-3}$	วิธี Singular Value (เมตร) $\times 10^{-3}$
X1	-	-	-
Y1	-	-	-
X2	-	-	-
Y2	-	-	-
X3	0.207433	0.207434	0.207433
Y3	0.191320	0.191320	0.191320
X4	0.201269	0.201269	0.201269
Y4	0.187935	0.187935	0.187935
X5	0.319796	0.319796	0.319796
Y5	0.346837	0.346837	0.346837
X6	0.350474	0.350474	0.350474
Y6	0.326670	0.326670	0.326670
X7	0.368490	0.368490	0.368490
Y7	0.326410	0.326410	0.326410
X8	0.518124	0.518124	0.518124
Y8	0.447880	0.447880	0.447880
X9	0.557043	0.557043	0.557043
Y9	0.521647	0.521647	0.521647
X10	0.655997	0.655997	0.655997
Y10	0.589073	0.589073	0.589073
X11	0.772362	0.772362	0.772362
Y11	0.663888	0.663888	0.663888
X12	0.829558	0.829558	0.829558
Y12	0.693159	0.693159	0.693159
X13	0.765348	0.765348	0.765348
Y13	0.642808	0.642808	0.642808
X14	0.678673	0.678673	0.678673
Y14	0.713233	0.713233	0.713233
X15	0.823103	0.823103	0.823103
Y15	0.771837	0.771837	0.771837
X16	1.078854	1.078854	1.078854
Y16	0.931610	0.931610	0.931610
X17	0.896128	0.896128	0.896128
Y17	1.017776	1.017776	1.017776
X18	0.964493	0.964493	0.964493
Y18	0.969997	0.969997	0.969997
X19	1.210511	1.210511	1.210511
Y19	1.096898	1.096898	1.096898
X20	1.133964	1.133964	1.133964
Y20	1.358265	1.358265	1.358265

ตารางที่ ค.7 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิกัดหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข7 (ต่อ)

การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 1.18372 \times 10^{16}$

ค่าพิกัด	วิธี Cholesky (เมตร) $\times 10^{-3}$	วิธี QR (เมตร) $\times 10^{-3}$	วิธี Singular Value (เมตร) $\times 10^{-3}$
X21	1.163062	1.163062	1.163062
Y21	1.301135	1.301135	1.301140
X22	1.213189	1.213189	1.213189
Y22	1.180526	1.180526	1.180526
X23	1.358830	1.358830	1.358829
Y23	1.606387	1.606387	1.606387
X24	1.393291	1.393291	1.393291
Y24	1.520730	1.520732	1.520732
X25	152192.574180	156644.714537	156598.933484
Y25	19637.80	20212.20	20206.30
X26	1.518550	1.518545	1.518545
Y26	1.697558	1.697558	1.697558

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.8 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ๗
การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 1.18372 \times 10^{16}$

ค่ามุม	วิธี Cholesky “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี QR “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี Singular Value “ ($\times 10^{-3}$)
1	1.60172	1.60172	1.60172
2	1.60604	1.60604	1.60604
3	1.19652	1.19652	1.19652
4	1.20922	1.20922	1.20922
5	1.10187	1.10187	1.10187
6	1.59039	1.59039	1.59039
7	1.53650	1.53650	1.53650
8	1.00589	1.00589	1.00589
9	1.71907	1.71907	1.71907
10	1.71275	1.71275	1.71275
11	1.63315	1.63315	1.63315
12	1.19435	1.19435	1.19435
13	1.37108	1.37108	1.37108
14	1.62395	1.62395	1.62395
15	1.72372	1.72372	1.72372
16	1.62705	1.62705	1.62705
17	1.68848	1.68848	1.68848
18	1.48032	1.48032	1.48032
19	1.13084	1.13084	1.13084
20	1.58543	1.58543	1.58543
21	1.42338	1.42338	1.42338
22	1.55725	1.55725	1.55725
23	1.52830	1.52830	1.52830
24	1.16779	1.16779	1.16779
25	1.52563	1.52563	1.52563
26	1.67395	1.67395	1.67395
27	1.70105	1.70105	1.70105
28	1.69289	1.69289	1.69289
29	1.62822	1.62822	1.62822
30	1.44368	1.44368	1.44368
31	1.26274	1.26274	1.26274
32	0.955319	0.955319	0.955319
33	1.50243	1.50243	1.50243
34	1.28459	1.28459	1.28459
35	1.21506	1.21506	1.21506
36	1.50691	1.50691	1.50691
37	1.51836	1.51836	1.51836
38	1.67230	1.67230	1.67230
39	1.76222	1.76222	1.76222
40	1.75413	1.75413	1.75413

ตารางที่ ค.8 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข7 (ต่อ)
การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 1.18372 \times 10^{16}$

ค่ามุม	วิธี Cholesky “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี QR “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี Singular Value “ ($\times 10^{-3}$)
41	1.48789	1.48789	1.48789
42	1.48034	1.48034	1.48034
43	1.75652	1.75652	1.75652
44	1.51457	1.51457	1.51457
45	1.55195	1.55195	1.55195
46	1.35580	1.35580	1.35580
47	1.38025	1.38025	1.38025
48	1.55681	1.55681	1.55681
49	1.44119	1.44119	1.44119
50	1.49184	1.49184	1.49184
51	1.36410	1.36410	1.36410
52	1.42106	1.42106	1.42106
53	1.46028	1.46028	1.46028
54	1.44450	1.44450	1.44450
55	1.52448	1.52448	1.52448
56	1.72749	1.72749	1.72749
57	1.54349	1.54349	1.54349
58	1.66348	1.66348	1.66348
59	1.38548	1.38548	1.38548
60	1.50768	1.50768	1.50768
61	1.42628	1.42628	1.42628
62	1.44634	1.44634	1.44634
63	1.50722	1.50722	1.50722
64	1.35651	1.35651	1.35651
65	1.65294	1.65294	1.65294
66	1.71892	1.71892	1.71892
67	1.73819	1.73819	1.73819
68	1.63911	1.63911	1.63911
68	1.74385	1.74385	1.74385
70	1.69223	1.69223	1.69223
71	1.64762	1.64762	1.64762
72	1.63453	1.63453	1.63453
73	1.69166	1.69166	1.69166
74	1.59226	1.59226	1.59226
75	1.54185	1.54185	1.54185
76	1.45521	1.45521	1.45521
77	1.29711	1.29711	1.29711
78	1.57778	1.57778	1.57778
79	1.51697	1.51697	1.51697
80	1.30926	1.30926	1.30926

ตารางที่ ค.8 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข7 (ต่อ)

การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 1.18372 \times 10^{16}$

ค่ามุม	วิธี Cholesky “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี QR “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี Singular Value “ ($\times 10^{-3}$)
81	1.59546	1.59546	1.59546
82	1.55881	1.55881	1.55881
83	1.63494	1.63494	1.63494
84	1.64804	1.64804	1.64804
85	1.66413	1.66413	1.66413
86	1.70392	1.70392	1.70392
87	1.63505	1.63505	1.63505
88	1.69299	1.69299	1.69299
89	1.59869	1.59869	1.59869
90	1.62370	1.62370	1.62370
91	1.67490	1.67490	1.67490
92	1.79780	1.79780	1.79780
93	1.79780	1.79780	1.79780
94	1.79780	1.79780	1.79780
95	2.20201	2.20208	2.202025
97	2.20128	2.20194	2.20218

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.9 แสดงค่าพิกัดหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข8
การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 3.53645 \times 10^{18}$

ค่าพิกัด	วิธี QR (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้องตามทฤษฎี (เมตร)	วิธี Singular Value (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้องตามทฤษฎี (เมตร)
X1	0.000000000	-	0.000000000	-
Y1	0.000000000	-	0.000000000	-
X2	10.000000000	-	10.000000000	-
Y2	39.000000000	-	39.000000000	-
X3	33.9997156043	-0.0002843957	33.9997156043	-0.0002843957
Y3	59.999508422	-0.0000491578	59.999508422	-0.0000491578
X4	50.0001210189	0.0001210189	50.0001210189	0.0001210189
Y4	21.0001160175	0.0001160175	21.0001160175	0.0001160175
X5	67.0001900898	0.0001900898	67.0001900898	0.0001900898
Y5	-18.9998423737	0.0001576263	-18.9998423737	0.0001576263
X6	68.9998067959	-0.0001932041	68.9998067959	-0.0001932041
Y6	63.0003218305	0.0003218305	63.0003218305	0.0003218305
X7	84.000224676	0.000224676	84.000224676	0.000224676
Y7	17.0003168294	0.0003168294	17.0003168294	0.0003168294
X8	101.0002533195	0.0002533195	101.0002533195	0.0002533195
Y8	-15.9996977161	0.0003022839	-15.9996977161	0.0003022839
X9	113.0002495811	0.0002495811	113.0002495811	0.0002495811
Y9	54.0003547407	0.0003547407	54.0003547407	0.0003547407
X10	132.0000719966	0.0000719966	132.0000719966	0.0000719966
Y10	41.0003839567	0.0003839567	41.0003839567	0.0003839567
X11	149.0000512911	0.0000512911	149.0000512911	0.0000512911
Y11	25.0005853248	0.0005853248	25.0005853248	0.0005853248
X12	154.0000742281	0.0000742281	154.0000742281	0.0000742281
Y12	0.0006378966	0.0006378966	0.0006378966	0.0006378966
X13	139.0002806527	0.0002806527	139.0002806527	0.0002806527
Y13	-20.9993455401	0.0006544599	-20.9993455401	0.0006544599
X14	125.0000572821	0.0000572821	125.0000572821	0.0000572821
Y14	76.0000135640	0.0000135640	76.0000135640	0.0000135640
X15	152.9998611883	-0.0001388117	152.9998611883	-0.0001388117
Y15	60.0003203460	0.0003203460	60.0003203460	0.0003203460
X16	185.9997193371	-0.0002806629	185.9997193371	-0.0002806629
Y16	49.0006739193	0.0006739193	49.0006739193	0.0006739193
X17	138.9997747577	-0.0002252423	138.9997747577	-0.0002252423
Y17	108.9998022196	-0.0001977804	108.9998022196	-0.0001977804
X18	164.9997256196	-0.0002743804	164.9997256196	-0.0002743804
Y18	85.0003265930	0.0003265930	85.0003265930	0.0003265930
X19	198.9996169365	-0.0003830635	198.9996169365	-0.0003830635
Y19	69.0006975513	0.0006975513	69.0006975513	0.0006975513
X20	140.9996647973	-0.0003352027	140.9996647973	-0.0003352027
Y20	145.9996459960	-0.0003540040	145.9996459960	-0.0003540040

ตารางที่ ค.9 แสดงค่าพิกัดหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ๗8 (ต่อ)

การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 3.53645 \times 10^{18}$

ค่าพิกัด	วิธี QR (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี (เมตร)	วิธี Singular Value (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี (เมตร)
X21	168.9995370739	-0.0004629261	168.9995370739	-0.0004629261
Y21	127.9997972128	-0.0002027872	127.9997972128	-0.0002027872
X22	194.9995994737	-0.0004005263	194.9995994737	-0.0004005263
Y22	90.0004241241	0.0004241241	90.0004241241	0.0004241241
X23	165.9992886238	-0.0007113762	165.9992886238	-0.0007113762
Y23	162.9995563203	-0.0004436797	162.9995563203	-0.0004436797
X24	191.9992026901	-0.0007973099	191.9992026901	-0.0007973099
Y24	140.9998407448	-0.0001592552	140.9998407448	-0.0001592552
X25	42085.50090564	42043.50090564	41202.2420607171	41160.2420607171
Y25	-5245.968308531	-5424.968308531	-5131.9994251426	-5310.9994251426
X26	195.0406213855	-0.0009786145	195.0406213855	-0.0009786145
Y26	159.2524781437	-0.0002218563	159.2524781437	-0.0002218563

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.10 แสดงค่าสังเกตหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ๑8

การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 3.53645 \times 10^{18}$

มุมมองที่	วิธี QR			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี Singular Value			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “
	o	.	“		o	.	“	
1	52	50	10.09	-00.23	52	50	10.09	-00.23
2	58	53	00.08	00.62	58	53	00.08	00.62
3	38	36	52.88	-00.37	38	36	52.88	-00.37
4	29	39	56.95	-00.02	29	39	56.95	-00.02
5	21	28	34.91	00.24	21	28	34.91	00.24
6	90	14	35.26	00.15	90	14	35.26	00.15
7	47	00	36.04	-00.50	47	00	36.04	-00.50
8	21	16	13.79	00.11	21	16	13.79	00.11
9	65	24	49.45	00.24	65	24	49.45	00.24
10	71	07	14.18	01.17	71	07	14.18	01.17
11	43	27	56.37	-01.41	43	27	56.37	-01.41
12	31	00	50.74	00.37	31	00	50.74	00.37
13	48	18	11.75	00.18	48	18	11.75	00.18
14	59	40	46.73	-00.65	59	40	46.73	-00.65
15	72	35	34.38	-00.01	72	35	34.38	-00.01
16	46	38	50.74	00.48	46	38	50.74	00.48
17	60	45	34.88	-00.46	60	45	34.88	-00.46
18	41	00	10.78	00.09	41	00	10.78	00.09
19	26	47	03.59	00.63	26	47	03.59	00.63
20	52	31	58.90	-00.08	52	31	58.90	-00.08
21	42	24	05.64	00.02	42	24	05.64	00.02
22	65	13	46.48	-00.41	65	13	46.48	-00.41
23	72	22	07.88	00.39	72	22	07.88	00.39
24	29	15	02.97	00.52	29	15	02.97	00.52
25	71	25	54.54	-01.07	71	25	54.54	-01.07
26	56	08	58.95	01.67	56	08	58.95	01.67
27	60	22	44.71	-01.12	60	22	44.71	-01.12
28	63	28	16.34	-00.55	63	28	16.34	-00.55
29	93	42	29.65	-00.69	93	42	29.65	-00.69
30	60	56	44.60	01.17	60	56	44.60	01.17
31	25	20	45.75	-00.48	25	20	45.75	-00.48
32	19	32	54.37	-00.40	19	32	54.37	-00.40
33	110	10	15.03	00.68	110	10	15.03	00.68
34	50	16	50.60	-00.27	50	16	50.60	-00.27
35	20	40	01.03	00.11	20	40	01.03	00.11
36	94	17	35.71	-00.64	94	17	35.71	-00.64
37	65	02	23.26	00.53	65	02	23.26	00.53
38	20	59	25.73	-00.17	20	59	25.73	-00.17
39	90	53	47.92	-00.31	90	53	47.92	-00.31
40	68	06	46.35	00.48	68	06	46.35	00.48

ตารางที่ ค.10 แสดงค่าสังเกตหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข8 (ต่อ)

การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 3.53645 \times 10^{18}$

มุมมองที่	วิธี QR			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี Singular Value			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “
	°	’	“		°	’	“	
41	28	06	14.25	00.84	28	06	14.25	00.84
42	27	08	43.26	00.94	27	08	43.26	00.94
43	124	45	02.49	-01.78	124	45	02.49	-01.78
44	44	27	24.09	-00.85	44	27	24.09	-00.85
45	111	39	35.03	00.93	111	39	35.03	00.93
46	23	53	00.88	-00.08	23	53	00.88	-00.08
47	50	30	38.60	-00.26	50	30	38.60	-00.26
48	78	05	06.26	00.79	78	05	06.26	00.79
49	51	24	15.14	-00.53	51	24	15.14	-00.53
50	85	24	06.32	-00.48	85	24	06.32	-00.48
51	53	15	20.06	00.24	53	15	20.06	00.24
52	41	20	33.62	00.25	41	20	33.62	00.25
53	59	10	20.24	-00.18	59	10	20.24	-00.18
54	48	56	43.25	00.58	48	56	43.25	00.58
55	71	52	56.51	-00.40	71	52	56.51	-00.40
56	95	46	12.32	00.73	95	46	12.32	00.73
57	44	18	33.81	-01.19	44	18	33.81	-01.19
58	39	55	13.87	00.46	39	55	13.87	00.46
59	42	25	31.77	00.82	42	25	31.77	00.82
60	85	53	46.20	00.15	85	53	46.20	00.15
61	51	40	42.03	-00.97	51	40	42.03	-00.97
62	55	53	50.70	-00.09	55	53	50.70	-00.09
63	82	47	37.41	-00.79	82	47	37.41	-00.79
64	41	18	31.89	00.88	41	18	31.89	00.88
65	34	32	33.53	00.75	34	32	33.53	00.75
66	63	16	49.08	-00.02	63	16	49.08	-00.02
67	82	10	37.39	-00.73	82	10	37.39	-00.73
68	34	39	47.61	-00.80	34	39	47.61	-00.80
69	91	19	18.98	-00.13	91	19	18.98	-00.13
70	54	00	53.41	00.93	54	00	53.41	00.93
71	55	23	23.03	-00.15	55	23	23.03	-00.15
72	54	19	50.36	-00.88	54	19	50.36	-00.88
73	70	16	46.61	01.03	70	16	46.61	01.03
74	75	03	23.26	-01.34	75	03	23.26	-01.34
75	52	36	19.95	01.39	52	36	19.95	01.39
76	52	20	16.79	-00.05	52	20	16.79	-00.05
77	39	41	42.76	01.15	39	41	42.76	01.15
78	75	13	23.15	-00.13	75	13	23.15	-00.13
79	65	04	54.09	-01.03	65	04	54.09	-01.03
80	31	00	50.06	00.08	31	00	50.06	00.08

ตารางที่ ค.10 แสดงค่าสังเกตหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ๗8 (ต่อ)

การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 3.53645 \times 10^{18}$

มุมที่	วิธี QR			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี Singular Value			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “
	°	′	″		°	′	″	
81	85	05	43.72	-00.24	85	05	43.72	-00.24
82	63	53	26.22	00.16	63	53	26.22	00.16
83	65	04	57.97	00.36	65	04	57.97	00.36
84	54	33	30.44	-00.15	54	33	30.44	-00.15
85	60	21	31.59	-00.20	60	21	31.59	-00.20
86	66	57	03.92	00.58	66	57	03.92	00.58
87	52	21	55.23	-01.23	52	21	55.23	-01.23
88	60	41	00.85	00.64	60	41	00.85	00.64
89	44	51	51.78	-00.60	44	51	51.78	-00.60
90	65	25	23.53	00.00	65	25	23.53	00.00
91	69	42	44.69	00.60	69	42	44.69	00.60
92	59	13	26.89	-00.90	59	13	26.89	-00.90
93	32	53	02.68	00.33	32	53	02.68	00.33
94	87	53	30.43	00.57	87	53	30.43	00.57
95	179	59	58.53	-01.45	179	59	58.53	-01.45
97	00	00	00.02	00.00	00	00	00.02	00.00

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.11 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิกัดหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข8
การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 3.53645 \times 10^{18}$

ค่าพิกัด	วิธี QR (เมตร) $\times 10^{-3}$	วิธี Singular Value (เมตร) $\times 10^{-3}$
X1	-	-
Y1	-	-
X2	-	-
Y2	-	-
X3	0.207433	0.207433
Y3	0.191320	0.191320
X4	0.201269	0.201269
Y4	0.187935	0.187935
X5	0.319796	0.319796
Y5	0.346837	0.346837
X6	0.350474	0.350474
Y6	0.326670	0.326670
X7	0.368490	0.368490
Y7	0.326410	0.326410
X8	0.518124	0.518124
Y8	0.044788	0.044788
X9	0.557043	0.557043
Y9	0.521647	0.521647
X10	0.655997	0.655997
Y10	0.589073	0.589073
X11	0.772362	0.772362
Y11	0.663888	0.663888
X12	0.829558	0.829558
Y12	0.693158	0.693158
X13	0.765348	0.765348
Y13	0.642808	0.642808
X14	0.6786730	0.6786730
Y14	0.7132328	0.7132328
X15	0.8231028	0.8231028
Y15	0.7718374	0.7718374
X16	1.0788540	1.0788540
Y16	0.9316100	0.9316100
X17	0.8961285	0.8961285
Y17	1.0177759	1.0177759
X18	0.9644934	0.9644934
Y18	0.9699975	0.9699975
X19	1.2105116	1.2105116
Y19	1.0968984	1.0968984
X20	1.1339641	1.1339641
Y20	1.3582600	1.3582600

ตารางที่ ค.11 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิกัดหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข8 (ต่อ)

การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 3.53645 \times 10^{18}$

ค่าพิกัด	วิธี QR (เมตร) $\times 10^{-3}$	วิธี Singular Value (เมตร) $\times 10^{-3}$
X21	1.1630617	1.1630617
Y21	1.3011358	1.3011358
X22	1.2131886	1.2131886
Y22	1.1805259	1.1805259
X23	1.3588291	1.3588291
Y23	1.6063869	1.6063869
X24	1.3932914	1.3932914
Y24	1.5207321	1.5207321
X25	8025.220	8025.220
Y25	1035.5123	1035.5123
X26	1.5185425	1.5185425
Y26	1.697556	1.697556

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.12 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ๗8

การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 3.53645 \times 10^{18}$

คำมุ่ม	วิธี QR “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี Singular Value “ ($\times 10^{-3}$)
1	1.60172	1.60172
2	1.60604	1.60604
3	1.19652	1.19652
4	1.20922	1.20922
5	1.10187	1.10187
6	1.59039	1.59039
7	1.53650	1.53650
8	1.00589	1.00589
9	1.71907	1.71907
10	1.71275	1.71275
11	1.63315	1.63315
12	1.19435	1.19435
13	1.37108	1.37108
14	1.62395	1.62395
15	1.72372	1.72372
16	1.62705	1.62705
17	1.68848	1.68848
18	1.48032	1.48032
19	1.13084	1.13084
20	1.58543	1.58543
21	1.42338	1.42338
22	1.55725	1.55725
23	1.52830	1.52830
24	1.16779	1.16779
25	1.52563	1.52563
26	1.67395	1.67395
27	1.70105	1.70105
28	1.69289	1.69289
29	1.62822	1.62822
30	1.44368	1.44368
31	1.26274	1.26274
32	0.95532	0.95532
33	1.50243	1.50243
34	1.28459	1.28459
35	1.21506	1.21506
36	1.50691	1.50691
37	1.51836	1.51836
38	1.67230	1.67230
39	1.76222	1.76222
40	1.75413	1.75413

ตารางที่ ค.12 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังปรับการแก้ ข้อมูลชุดที่ ๗8 (ต่อ)

การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 3.53645 \times 10^{18}$

ค่ามุม	วิธี QR “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี Singular Value “ ($\times 10^{-3}$)
41	1.48789	1.48789
42	1.48034	1.48034
43	1.75652	1.75652
44	1.51457	1.51457
45	1.55195	1.55195
46	1.35580	1.35580
47	1.38025	1.38025
48	1.55681	1.55681
49	1.44119	1.44119
50	1.49184	1.49184
51	1.36410	1.36410
52	1.42106	1.42106
53	1.46028	1.46028
54	1.44450	1.44450
55	1.52448	1.52448
56	1.72749	1.72749
57	1.54349	1.54349
58	1.66348	1.66348
59	1.38548	1.38548
60	1.50768	1.50768
61	1.42628	1.42628
62	1.44634	1.44634
63	1.50722	1.50722
64	1.35651	1.35651
65	1.65294	1.65294
66	1.71892	1.71892
67	1.73819	1.73819
68	1.63911	1.63911
69	1.74385	1.74385
70	1.69223	1.69223
71	1.64762	1.64762
72	1.63453	1.63453
73	1.69166	1.69166
74	1.59226	1.59226
75	1.54185	1.54185
76	1.45521	1.45521
77	1.29711	1.29711
78	1.57778	1.57778
79	1.51697	1.51697
80	1.30926	1.30926

ตารางที่ ค.12 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ๗8 (ต่อ)

การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 3.53645 \times 10^{18}$

ค่ามุม	วิธี QR “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี Singular Value “ ($\times 10^{-3}$)
81	1.59546	1.59546
82	1.55881	1.55881
83	1.63494	1.63494
84	1.64804	1.64804
85	1.66413	1.66413
86	1.70392	1.70392
87	1.63505	1.63505
88	1.69299	1.69299
89	1.59869	1.59869
90	1.62370	1.62370
91	1.67490	1.67490
92	1.79780	1.79780
93	1.79780	1.79780
94	1.79780	1.79780
95	2.51038	2.51038
97	2.90577	2.90577

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.13 แสดงค่าพิกัดหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ๗9
การปรับแก้ในสถานะซิงกูลาร์ $K(A) = 2.85119 \times 10^{17}$

วิธี Singular Value					
ค่าพิกัด	เมตร	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี (เมตร)	ค่าพิกัด	เมตร	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี (เมตร)
X1	0.0000000000	-	Y14	75.9999549246	-0.0000450754
Y1	0.0000000000	-	X15	153.0001727002	0.0001727002
X2	10.0000687113	0.0000687113	Y15	60.0001991844	0.0001991844
Y2	39.0000445403	0.0000445403	X16	186.0000650380	0.0000650380
X3	33.9998491531	-0.0001508469	Y16	49.0004908211	0.0004908211
Y3	59.9999937069	-0.0000062931	X17	139.0001328729	0.0001328729
X4	50.0002247391	0.0002247391	Y17	108.9997736341	-0.0002263659
Y4	21.0000785042	0.0000785042	X18	165.0000895366	0.0000895366
X5	67.0002640984	0.0002640984	Y18	85.0002262781	0.0002262781
Y5	-18.9999631389	0.0000368611	X19	199.0000096461	0.0000096461
X6	68.999968219	-0.0000031781	Y19	69.0005264441	0.0005264441
Y6	63.0003209386	0.0003209386	X20	141.0000769033	0.0000769033
X7	84.0003715208	0.0003715208	Y20	145.9996699869	-0.0003300131
Y7	17.0002264695	0.0002264695	X21	168.9999662428	-0.0000337572
X8	101.0003823098	0.0003823098	Y21	127.999755690	-0.0002443100
Y8	-15.9998608593	0.0001391407	X22	195.0000151471	0.0000151471
X9	113.0004930033	0.0004930033	Y22	90.0002899356	0.0002899356
Y9	54.002797411	0.0027974110	X23	165.9997615492	-0.0002384508
X10	132.0003289141	0.0003289141	Y23	162.9995712752	-0.0004287248
Y10	41.0002633267	0.0002633267	X24	191.9996841740	-0.0003158260
X11	149.0003085780	0.0003085780	Y24	140.9997869612	-0.0002130388
Y11	25.0004173346	0.0004173346	X25	42.0021175134	0.0021175134
X12	154.0003045332	0.0003045332	Y25	178.9992339891	-0.0007660109
Y12	0.0004256275	0.0004256275	X26	200.9992339891	-0.0007660109
X13	139.0004595797	0.0004595797	Y26	194.9993627949	-0.0006372051
Y13	-20.9995685390	0.0004314610			
X14	125.0003489743	0.0003489743			

ตารางที่ ค.14 แสดงค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ๗9
การปรับแก้ในสภาวะซิงกูลาร์ $K(A) = 2.85119 \times 10^{17}$

วิธี Singular Value											
มุ่มที่	°	.	"	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้องตามทฤษฎี		มุ่มที่	°	.	"	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้องตามทฤษฎี	
				"	"					"	"
1	52	50	10.09	-0.23		36	94	17	35.71	-0.64	
2	58	53	00.08	00.62		37	65	02	23.26	00.53	
3	38	36	52.88	-00.37		38	20	59	25.73	-00.17	
4	29	39	56.95	-00.02		39	90	53	47.92	-00.31	
5	21	28	34.91	00.24		40	68	06	46.35	00.48	
6	90	14	35.26	00.15		41	28	06	14.25	00.84	
7	47	00	36.04	-00.50		42	27	08	43.26	00.94	
8	21	16	13.79	00.11		43	124	45	02.49	-01.78	
9	65	24	49.45	00.24		44	44	27	24.09	-00.85	
10	71	07	14.18	01.17		45	111	39	35.03	00.93	
11	43	27	56.37	-01.41		46	23	53	00.88	-00.08	
12	31	00	50.74	00.37		47	50	30	38.60	-00.26	
13	48	18	11.75	00.18		48	78	05	06.26	00.79	
14	59	40	46.73	-00.65		49	51	24	15.14	-00.53	
15	72	35	34.38	-00.01		50	85	24	06.32	-00.48	
16	46	38	50.74	00.48		51	53	15	20.06	00.24	
17	60	45	34.88	-00.46		52	41	20	33.62	00.25	
18	41	00	10.78	00.09		53	59	10	20.24	-00.18	
19	26	47	03.59	00.63		54	48	56	43.25	00.58	
20	52	31	58.90	-00.08		55	71	52	56.51	-00.40	
21	42	24	05.64	00.02		56	95	46	12.32	00.73	
22	65	13	46.48	-00.41		57	44	18	33.81	-01.19	
23	72	22	07.88	00.39		58	39	55	13.87	00.46	
24	29	15	02.97	00.52		59	42	25	31.77	00.82	
25	71	25	54.54	-01.07		60	85	53	46.20	00.15	
26	56	08	58.95	01.67		61	51	40	42.03	-00.97	
27	60	22	44.71	-01.12		62	55	53	50.70	-00.09	
28	63	28	16.34	-00.55		63	82	47	37.41	-00.79	
29	93	42	29.65	-00.69		64	41	18	31.89	00.88	
30	60	56	44.60	01.17		65	34	32	33.53	00.75	
31	25	20	45.75	-00.48		66	63	16	49.08	-00.02	
32	19	32	54.37	-00.40		67	82	10	37.39	-00.73	
33	110	10	15.03	00.68		68	34	39	47.61	-00.80	
34	50	16	50.60	-00.27		69	91	19	18.98	-00.13	
35	20	40	01.03	00.11		70	54	00	53.41	00.93	

ตารางที่ ค.14 แสดงค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ๑๙ (ต่อ)

การปรับแก้ในสภาวะซิงกูลาร์ $K(A) = 2.85119 \times 10^{17}$

วิธี Singular Value									
มุมที่	°	'	"	ค่าต่างจากค่าที่ถูก ต้องตามทฤษฎี "	มุมที่	°	'	"	ค่าต่างจากค่าที่ถูก ต้องตามทฤษฎี "
71	55	23	23.03	-0.15	88	60	41	00.85	00.64
72	54	19	50.36	-0.88	89	44	51	51.78	-00.60
73	70	16	46.61	01.03	90	65	25	23.53	00.00
74	75	03	23.26	-01.34	91	69	42	44.69	00.60
75	52	36	19.95	01.39	92	59	13	32.57	-00.90
76	52	20	16.79	-00.05	93	82	40	21.65	00.33
77	39	41	42.76	01.15	94	38	06	05.78	00.57
78	75	13	23.15	-00.13	95	130	12	40.04	-00.97
79	65	04	54.09	-01.03	96	13	05	55.62	00.49
80	31	00	50.06	00.08	97	36	41	24.34	00.48
81	85	05	43.72	-00.24					
82	63	53	26.22	00.16					
83	65	04	57.97	00.36					
84	54	33	30.44	-00.15					
85	60	21	31.59	-00.20					
86	66	57	03.92	00.58					
87	52	21	55.23	-01.23					

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.15 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิกัดหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ๗9
การปรับแก้ในสภาวะซิงกูลาร์ $K(A) = 2.85119 \times 10^{17}$

วิธี Singular Value			
ค่าพิกัด	(เมตร) $\times 10^{-3}$	ค่าพิกัด	(เมตร) $\times 10^{-3}$
X1	-	Y14	0.261605
Y1	-	X15	0.2372069
X2	0.198681	Y15	0.2645579
Y2	0.236078	X16	0.3069219
X3	0.274076	Y16	0.354354
Y3	0.332644	X17	0.243048
X4	0.218983	Y17	0.235051
Y4	0.243751	X18	0.177969
X5	0.294577	Y18	0.188709
Y5	0.320143	X19	0.309707
X6	0.306197	Y19	0.317491
Y6	0.364613	X20	0.330561
X7	0.279663	Y20	0.354139
Y7	0.302916	X21	0.180415
X8	0.383972	Y21	0.220457
Y8	0.375275	X22	0.239247
X9	0.347756	Y22	0.263951
Y9	0.301715	X23	0.352954
X10	0.305677	Y23	0.410884
Y10	0.311531	X24	0.310297
X11	0.313192	Y24	0.319377
Y11	0.375528	X25	0.277341
X12	0.390697	Y25	0.131653
Y12	0.456624	X26	0.691339
X13	0.399193	Y26	0.702752
Y13	0.474110		
X14	0.309037		

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.16 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ๑๙
การปรับแก้ในสภาวะซิงกูลาร์ $K(A) = 2.85119 \times 10^{17}$

วิธี Singular Value					
มุมที่	" ($\times 10^{-3}$)	มุมที่	" ($\times 10^{-3}$)	มุมที่	" ($\times 10^{-3}$)
1	1.60172	36	1.50691	71	1.64762
2	1.60604	37	1.51836	72	1.63453
3	1.19652	38	1.67230	73	1.69166
4	1.20922	39	1.76222	74	1.59226
5	1.10187	40	1.75413	75	1.54185
6	1.59039	41	1.48789	76	1.45521
7	1.53650	42	1.48034	77	1.29711
8	1.00589	43	1.75652	78	1.57778
9	1.71907	44	1.51457	79	1.51697
10	1.71275	45	1.55195	80	1.30926
11	1.63315	46	1.3558	81	1.59546
12	1.19435	47	1.38025	82	1.55881
13	1.37108	48	1.55681	83	1.63494
14	1.62395	49	1.44119	84	1.64804
15	1.72372	50	1.49184	85	1.66413
16	1.62705	51	1.36410	86	1.70392
17	1.68848	52	1.42106	87	1.63505
18	1.48032	53	1.46028	88	1.69299
19	1.13084	54	1.44450	89	1.59869
20	1.58543	55	1.52448	90	1.62370
21	1.42338	56	1.72749	91	1.67490
22	1.55725	57	1.54349	92	1.79780
23	1.52830	58	1.66348	93	1.79780
24	1.16779	59	1.38548	94	1.79780
25	1.52563	60	1.50768	95	1.79780
26	1.67395	61	1.42628	96	1.79780
27	1.70105	62	1.44634	97	1.79780
28	1.69289	63	1.50722		
29	1.62822	64	1.35651		
30	1.44368	65	1.65294		
31	1.26274	66	1.71892		
32	0.955319	67	1.73819		
33	1.50243	68	1.63911		
34	1.28459	69	1.74385		
35	1.21506	70	1.69223		

ตารางที่ ค.17 แสดงค่าพิกัดหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ๗10
การปรับแก้ในสถานะ ill-conditioned $K(A) = 3,683.78$

ค่าพิกัด	วิธี Cholesky (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้องตามทฤษฎี (เมตร)	วิธี QR (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้องตามทฤษฎี (เมตร)	วิธี Singular Value (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้องตามทฤษฎี (เมตร)
X1	0.0000000000	-	0.0000000000	-	0.0000000000	-
Y1	0.0000000000	-	0.0000000000	-	0.0000000000	-
X2	0.0000000000	-	0.0000000000	-	0.0000000000	-
Y2	100.0000000000	-	100.0000000000	-	100.0000000000	-
X3	0.0005992841	0.0005992841	0.0005992841	0.0005992841	0.0005992841	0.0005992841
Y3	199.9993854172	-0.0006145828	199.9993854172	-0.0006145828	199.9993854172	-0.0006145828
X4	99.99869100031	-0.0013089997	99.99869100031	-0.0013089997	99.99869100031	-0.0013089997
Y4	-0.0001583725	-0.0001583725	-0.0001583725	-0.0001583725	-0.0001583725	-0.0001583725
X5	99.9992411587	-0.0007588413	99.9992411587	-0.0007588413	99.9992411587	-0.0007588413
Y5	99.9996747437	-0.0003252563	99.9996747437	-0.0003252563	99.9996747437	-0.0003252563
X6	99.9998586498	-0.0001413502	99.9998586498	-0.0001413502	99.9998586498	-0.0001413502
Y6	199.9990220757	-0.0009779243	199.9990220757	-0.0009779243	199.9990220757	-0.0009779243
X7	100.0015935828	0.0015935828	100.0015935828	0.0015935828	100.0015935828	0.0015935828
Y7	299.9985101662	-0.0014898338	299.9985101662	-0.0014898338	299.9985101662	-0.0014898338
X8	199.9970767878	-0.0029232122	199.9970767878	-0.0029232122	199.9970767878	-0.0029232122
Y8	-0.0008517632	-0.0008517632	-0.0008517632	-0.0008517632	-0.0008517632	-0.0008517632
X9	199.9983279846	-0.0016720154	199.9983279846	-0.0016720154	199.9983279846	-0.0016720154
Y9	99.9985422725	-0.0014577275	99.9985422725	-0.0014577275	99.9985422725	-0.0014577275
X10	199.9988393019	-0.0011606981	199.9988393019	-0.0011606981	199.9988393019	-0.0011606981
Y10	199.9976410568	-0.0023589432	199.9976410568	-0.0023589432	199.9976410568	-0.0023589432
X11	200.0001217421	0.0001217421	200.0001217421	0.0001217421	200.0001217421	0.0001217421
Y11	299.9964520241	-0.0035479759	299.9964520241	-0.0035479759	299.9964520241	-0.0035479759
X12	449.9941159204	-0.0058840796	449.9941159204	-0.0058840796	449.9941159204	-0.0058840796
Y12	-0.0044605288	-0.0044605288	-0.0044605288	-0.0044605288	-0.0044605288	-0.0044605288

ตารางที่ ค.18 แสดงค่าสังเกตหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ 10

การปรับแก้ในสภาวะปกติ $K(A) = 3,683.78$

มุมมองที่	วิธี Cholesky			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี QR			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี Singular Value			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “
	๐	’	“		๐	’	“		๐	’	“	
1	90	00	00.33	00.33	90	00	00.33	00.33	90	00	00.33	00.33
2	44	59	58.49	-01.51	44	59	58.49	-01.51	44	59	58.49	-01.51
3	45	00	01.18	01.18	45	00	01.18	01.18	45	00	01.18	01.18
4	45	00	00.84	00.84	45	00	00.84	00.84	45	00	00.84	00.84
5	89	59	59.54	-00.46	89	59	59.54	-00.46	89	59	59.54	-00.46
6	44	59	59.62	-00.38	44	59	59.62	-00.38	44	59	59.62	-00.38
7	44	59	59.63	-00.37	44	59	59.63	-00.37	44	59	59.63	-00.37
8	90	00	00.48	00.48	90	00	00.48	00.48	90	00	00.48	00.48
9	44	59	59.89	-00.11	44	59	59.89	-00.11	44	59	59.89	-00.11
10	44	59	59.59	-00.41	44	59	59.59	-00.41	44	59	59.59	-00.41
11	90	00	00.60	00.60	90	00	00.60	00.60	90	00	00.60	00.60
12	44	59	59.81	-00.19	44	59	59.81	-00.19	44	59	59.81	-00.19
13	89	59	58.42	-01.58	89	59	58.42	-01.58	89	59	58.42	-01.58
14	45	00	01.17	01.17	45	00	01.17	01.17	45	00	01.17	01.17
15	45	00	00.41	00.41	45	00	00.41	00.41	45	00	00.41	00.41
16	45	00	00.65	00.65	45	00	00.65	00.65	45	00	00.65	00.65
17	45	00	00.63	00.63	45	00	00.63	00.63	45	00	00.63	00.63
18	89	59	58.72	-01.28	89	59	58.72	-01.28	89	59	58.72	-01.28
19	90	00	00.29	00.29	90	00	00.29	00.29	90	00	00.29	00.29
20	44	59	58.36	-01.64	44	59	58.36	-01.64	44	59	58.36	-01.64
21	45	00	01.35	01.35	45	00	01.35	01.35	45	00	01.35	01.35
22	45	00	00.44	00.44	45	00	00.44	00.44	45	00	00.44	00.44
23	89	59	59.75	-00.25	89	59	59.75	-00.25	89	59	59.75	-00.25
24	44	59	59.81	-00.19	44	59	59.81	-00.19	44	59	59.81	-00.19
25	44	59	59.92	-00.08	44	59	59.92	-00.08	44	59	59.92	-00.08
26	44	59	59.35	-00.65	44	59	59.35	-00.65	44	59	59.35	-00.65
27	89	59	59.33	-00.67	89	59	59.33	-00.67	89	59	59.33	-00.67
28	45	00	01.32	01.32	45	00	01.32	01.32	45	00	01.32	01.32
29	45	00	00.28	00.28	45	00	00.28	00.28	45	00	00.28	00.28
30	89	59	59.80	-00.20	89	59	59.80	-00.20	89	59	59.80	-00.20
31	90	00	00.39	00.39	90	00	00.39	00.39	90	00	00.39	00.39
32	68	11	54.18	-00.75	68	11	54.18	-00.75	68	11	54.18	-00.75
33	21	48	05.43	00.36	21	48	05.43	00.36	21	48	05.43	00.36

ตารางที่ ค.19 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิกัดหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข10
การปรับแก้ในสภาวะปกติ $K(A) = 3,683.78$

ค่าพิกัด	วิธี Cholesky (เมตร) $\times 10^{-3}$	วิธี QR (เมตร) $\times 10^{-3}$	วิธี Singular Value (เมตร) $\times 10^{-3}$
X1	-	-	-
Y1	-	-	-
X2	-	-	-
Y2	-	-	-
X3	0.775023	0.775023	0.775023
Y3	0.696957	0.696957	0.696957
X4	0.685622	0.685622	0.685622
Y4	0.395844	0.395844	0.395843
X5	0.521153	0.521153	0.521153
Y5	0.521155	0.521155	0.521155
X6	0.785066	0.785066	0.785066
Y6	0.964218	0.964218	0.964218
X7	0.147582	0.147582	0.147582
Y7	0.172091	0.172091	0.172091
X8	0.124758	0.124758	0.124758
Y8	0.861204	0.861204	0.861204
X9	1.004020	1.004020	1.004020
Y9	1.079240	1.079236	1.079240
X10	1.135825	1.135825	1.135820
Y10	1.432714	1.432714	1.432714
X11	1.550039	1.550039	1.550039
Y11	2.129230	2.129231	2.129230
X12	3.936010	3.936010	3.936010
Y12	2.626472	2.636472	2.636472

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.20 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข10
การปรับแก้ในสภาวะปกติ $K(A) = 3,683.78$

ค่ามุม	วิธี Cholesky “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี QR “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี Singular Value “ ($\times 10^{-3}$)
1	1.79780	1.79780	1.79780
2	1.79780	1.79780	1.79780
3	1.79780	1.79780	1.79780
4	1.53955	1.53955	1.53955
5	1.64116	1.64116	1.64116
6	1.53954	1.53954	1.53954
7	1.79780	1.79780	1.79780
8	1.79780	1.79780	1.79780
9	1.79780	1.79780	1.79780
10	1.53954	1.53954	1.53954
11	1.64116	1.64116	1.64116
12	1.53954	1.53954	1.53954
13	1.73684	1.73684	1.73684
14	1.66560	1.66560	1.66560
15	1.61636	1.61636	1.61636
16	1.61636	1.61636	1.61636
17	1.66560	1.66560	1.66560
18	1.73684	1.73684	1.73684
19	1.73684	1.73684	1.73684
20	1.61636	1.61636	1.61636
21	1.66560	1.66560	1.66560
22	1.61636	1.61636	1.61636
23	1.73684	1.73684	1.73684
24	1.66560	1.66560	1.66560
25	1.79780	1.79780	1.79780
26	1.79780	1.79780	1.79780
27	1.79780	1.79780	1.79780
28	1.79780	1.79780	1.79780
29	1.79780	1.79780	1.79780
30	1.79780	1.79780	1.79780
31	1.79780	1.79780	1.79780
32	1.79780	1.79780	1.79780
33	1.79780	1.79780	1.79780

ตารางที่ ค.21 แสดงค่าพิกัดหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข16

การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 1.62675 \times 10^{16}$

ค่าพิกัด	วิธี Cholesky (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี (เมตร)	วิธี QR (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี (เมตร)	วิธี Singular Value (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี (เมตร)
X1	0.0000000000	-	0.0000000000	-	0.0000000000	-
Y1	0.0000000000	-	0.0000000000	-	0.0000000000	-
X2	0.0000000000	-	0.0000000000	-	0.0000000000	-
Y2	100.0000000000	-	100.0000000000	-	100.0000000000	-
X3	0.0006404188	0.0006404188	0.0006404188	0.0006404188	0.0006404188	0.0006404188
Y3	199.9993312300	-0.0006687700	199.9993312300	-0.0006687700	199.9993312300	-0.0006687700
X4	99.9986910031	-0.0013089969	99.9986910031	-0.0013089969	99.9986910031	-0.0013089969
Y4	-0.0001583725	-0.0001583725	-0.0001583725	-0.0001583725	-0.0001583725	-0.0001583725
X5	99.9991934979	-0.0008065021	99.9991934979	-0.0008065021	99.9991934979	-0.0008065021
Y5	99.9996812699	-0.0003187301	99.9996812699	-0.0003187301	99.9996812699	-0.0003187301
X6	99.9998455973	-0.0001544027	99.9998455973	-0.0001544027	99.9998455973	-0.0001544027
Y6	199.9989267539	-0.0010732461	199.9989267539	-0.0010732461	199.9989267539	-0.0010732461
X7	100.0016447370	0.0016447370	100.0016447370	0.0016447370	100.0016447370	0.0016447370
Y7	299.9983476047	-0.0016523953	299.9983476047	-0.0016523953	299.9983476047	-0.0016523953
X8	199.997121089	-0.0028789110	199.997121089	-0.0028789110	199.997121089	-0.0028789110
Y8	-0.0007925663	-0.0007925663	-0.0007925663	-0.0007925663	-0.0007925663	-0.0007925663
X9	234.9972538351	-0.0027461649	234.9972538351	-0.0027461649	234.9972538351	-0.0027461649
Y9	-0.0013361841	-0.0013361841	-0.0013361841	-0.0013361841	-0.0013361841	-0.0013361841
X10	199.9987590098	-0.0012409902	199.9987590098	-0.0012409902	199.9987590098	-0.0012409902
Y10	199.9974815282	-0.0025184718	199.9974815282	-0.0025184718	199.9974815282	-0.0025184718
X11	200.0001056567	0.0001056567	200.0001056567	0.0001056567	200.0001056567	0.0001056567
Y11	299.9962252559	-0.0037747441	299.9962252559	-0.0037747441	299.9962252559	-0.0037747441
X12	8935.7643386538	8485.7643386538	8935.7640842509	8485.7640842509	8935.7643386505	8485.7643386505
Y12	-0.0050569949	-0.0050569949	-0.0050569948	-0.0050569948	-0.0050569949	-0.0050569949

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.22 แสดงค่าสังเกตหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข16
 การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 1.62675 \times 10^{16}$

มุมมอง	วิธี Cholesky			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี	วิธี QR			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี	วิธี Singular Value			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี
	°	,	“	“	°	,	“	“	°	,	“	“
1	90	00	00.33	00.33	90	00	00.33	00.33	90	00	00.33	0.33
2	44	59	58.49	-01.51	44	59	58.49	-01.51	44	59	58.49	-01.51
3	45	00	01.18	01.18	45	00	01.18	01.18	45	00	01.18	01.18
4	45	00	00.86	00.86	45	00	00.86	00.86	45	00	00.86	00.86
5	89	59	59.62	-00.38	89	59	59.62	-00.38	89	59	59.62	-00.38
6	44	59	59.52	-00.48	44	59	59.52	-00.48	44	59	59.52	-00.48
7	44	59	59.63	-00.37	44	59	59.63	-00.37	44	59	59.63	-00.37
8	90	00	00.48	00.48	90	00	00.48	00.48	90	00	00.48	00.48
9	44	59	59.89	-00.11	44	59	59.89	-00.11	44	59	59.89	-00.11
10	44	59	59.60	-00.40	44	59	59.60	-00.40	44	59	59.60	-00.40
11	90	00	00.69	00.69	90	00	00.69	00.69	90	00	00.69	00.69
12	44	59	59.71	-00.29	44	59	59.71	-00.29	44	59	59.71	-00.29
13	89	59	58.36	-01.64	89	59	58.36	-01.64	89	59	58.36	-01.64
14	45	00	01.16	01.16	45	00	01.16	01.16	45	00	01.16	01.16
15	45	00	00.48	00.48	45	00	00.48	00.48	45	00	00.48	00.48
16	81	31	44.48	00.65	81	31	44.48	00.65	81	31	44.48	00.65
17	54	55	35.00	00.51	54	55	35.00	00.51	54	55	35.00	00.51
18	43	32	40.52	-01.16	43	32	40.52	-01.16	43	32	40.52	-01.16
19	90	00	00.27	00.27	90	00	00.27	00.27	90	00	00.27	00.27
20	44	59	58.46	-01.54	44	59	58.46	-01.54	44	59	58.46	-01.54
21	45	00	01.27	01.27	45	00	01.27	01.27	45	00	01.27	01.27
22	08	28	16.27	00.10	08	28	16.27	00.10	08	28	16.27	00.10
23	36	31	43.09	-01.03	36	31	43.09	-01.03	36	31	43.09	-01.03
24	134	59	58.64	-01.07	134	59	58.64	-01.07	134	59	58.64	-01.07
25	44	59	59.92	-00.08	44	59	59.92	-00.08	44	59	59.92	-00.08
26	44	59	59.35	-00.65	44	59	59.35	-00.65	44	59	59.35	-00.65
27	89	59	59.33	-00.67	89	59	59.33	-00.67	89	59	59.33	-00.67
28	45	00	01.32	01.32	45	00	01.32	01.32	45	00	01.32	01.32
29	45	00	00.28	00.28	45	00	00.28	00.28	45	00	00.28	00.28
30	89	59	59.80	-00.20	89	59	59.80	-00.20	89	59	59.80	-00.20
31	00	00	00.31	00.02	00	00	00.31	00.02	00	00	00.31	00.02
32	179	59	58.53	-01.13	179	59	58.53	-01.13	179	59	58.53	-01.13

ตารางที่ ค.23 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิกัดหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข16
การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 1.62675 \times 10^{16}$

ค่าพิกัด	วิธี Cholesky (เมตร) $\times 10^{-3}$	วิธี QR (เมตร) $\times 10^{-3}$	วิธี Singular Value (เมตร) $\times 10^{-3}$
X1	-	-	-
Y1	-	-	-
X2	-	-	-
Y2	-	-	-
X3	0.774782	0.774782	0.774782
Y3	0.711102	0.711102	0.711102
X4	0.685622	0.685622	0.685622
Y4	0.395843	0.395843	0.395843
X5	0.529008	0.529008	0.529008
Y5	0.522613	0.522613	0.522613
X6	0.788933	0.788933	0.788933
Y6	0.981180	0.981180	0.981180
X7	1.468421	1.468421	1.468421
Y7	1.772222	1.772222	1.772222
X8	1.230740	1.230740	1.230740
Y8	0.864868	0.864868	0.864868
X9	1.584282	1.584282	1.584282
Y9	1.040340	1.040340	1.040340
X10	1.177759	1.177759	1.177759
Y10	1.443975	1.443975	1.443975
X11	1.561577	1.561577	1.561577
Y11	2.178422	2.178422	2.178422
X12	987765000	987764000	987764000
Y12	457.171	457.171	457.171

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.24 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข16
การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 1.62675 \times 10^{16}$

ค่ามุม	วิธี Cholesky “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี QR “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี Singular Value “ ($\times 10^{-3}$)
1	1.79780	1.79780	1.79780
2	1.79780	1.79780	1.79780
3	1.79780	1.79780	1.79780
4	1.54971	1.54971	1.54971
5	1.63881	1.63881	1.63881
6	1.59385	1.59385	1.59385
7	1.79780	1.79780	1.79780
8	1.79780	1.79780	1.79780
9	1.79780	1.79780	1.79780
10	1.54970	1.54970	1.54970
11	1.63881	1.63881	1.63881
12	1.59385	1.59385	1.59385
13	1.74621	1.74621	1.74621
14	1.66483	1.66483	1.66483
15	1.60314	1.60314	1.60314
16	1.63126	1.63126	1.63126
17	1.65337	1.65337	1.65337
18	1.57609	1.57609	1.57609
19	1.73291	1.73291	1.73291
20	1.63174	1.63174	1.63174
21	1.69239	1.69239	1.69239
22	1.55280	1.55280	1.55280
23	1.71297	1.71297	1.71297
24	1.75534	1.75534	1.75534
25	1.79780	1.79780	1.79780
26	1.79780	1.79780	1.79780
27	1.79780	1.79780	1.79780
28	1.79780	1.79780	1.79780
29	1.79780	1.79780	1.79780
30	1.79780	1.79780	1.79780
31	2.20185	2.20185	2.20185
32	2.20185	2.20185	2.20185

ตารางที่ ค.25 แสดงค่าพิกัดหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข17

การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 1.62675 \times 10^{18}$

ค่าพิกัด	วิธี Cholesky (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้องตามทฤษฎี (เมตร)	วิธี QR (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้องตามทฤษฎี (เมตร)	วิธี Singular Value (เมตร)	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้องตามทฤษฎี (เมตร)
X1	0.0000000000	-	0.0000000000	-	0.0000000000	-
Y1	0.0000000000	-	0.0000000000	-	0.0000000000	-
X2	0.0000000000	-	0.0000000000	-	0.0000000000	-
Y2	100.0000000000	-	100.0000000000	-	100.0000000000	-
X3	0.0005868184	0.0005868184	0.0005868184	0.0005868184	0.0005868184	0.0005868184
Y3	199.9993748352	-0.0006251648	199.9993748352	-0.0006251648	199.9993748352	-0.0006251648
X4	99.99869100031	-0.0013089997	99.99869100031	-0.0013089997	99.99869100031	-0.0013089997
Y4	-0.0001583725	-0.0001583725	-0.0001583725	-0.0001583725	-0.0001583725	-0.0001583725
X5	99.9992421006	-0.0007578994	99.9992421006	-0.0007578994	99.9992421006	-0.0007578994
Y5	99.9996862676	-0.0003137324	99.9996862676	-0.0003137324	99.9996862676	-0.0003137324
X6	99.9998356020	-0.0001643980	99.9998356020	-0.0001643980	99.9998356020	-0.0001643980
Y6	199.9990239595	-0.0009760405	199.9990239595	-0.0009760405	199.9990239595	-0.0009760405
X7	100.001542076	0.0015420760	100.001542076	0.0015420760	100.001542076	0.0015420760
Y7	299.9984784201	-0.0015215799	299.9984784201	-0.0015215799	299.9984784201	-0.0015215799
X8	199.9970749039	-0.0029250961	199.9970749039	-0.0029250961	199.9970749039	-0.0029250961
Y8	-0.0008607017	-0.0008607017	-0.0008607017	-0.0008607017	-0.0008607017	-0.0008607017
X9	234.9975995752	-0.0024004248	234.9975995752	-0.0024004248	234.9975995752	-0.0024004248
Y9	-0.0012701589	-0.0012701589	-0.0012701589	-0.0012701589	-0.0012701589	-0.0012701589
X10	199.9987826243	-0.0012173757	199.9987826243	-0.0012173757	199.9987826243	-0.0012173757
Y10	199.9976713995	-0.0023286005	199.9976713995	-0.0023286005	199.9976713995	-0.0023286005
X11	200.0000366055	0.0000366055	200.0000366055	0.0000366055	200.0000366055	0.0000366055
Y11	299.9964487370	-0.0035512630	299.9964487370	-0.0035512630	299.9964487370	-0.0035512630
X12	-49155.4078090	-4605.40780899	-49155.4078088	-49605.4078088	-49155.6985082	-49605.698508
Y12	-0.0038450159	-0.0038450159	-0.0038450159	-0.0038450159	-0.0038450325	-0.0038450325

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.26 แสดงค่าสังเกตหลังการปรับแก้โดยใช้อัลกอริทึมต่างๆ ข้อมูลชุดที่ ข17

การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 1.62675 \times 10^{18}$

มุ่มที่	วิธี Cholesky			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี QR			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “	วิธี Singular Value			ค่าต่างจาก ค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี “
	o	.	“		o	.	“		o	.	“	
1	90	00	00.33	00.33	90	00	00.33	00.33	90	00	00.33	00.33
2	44	59	58.49	-01.51	44	59	58.49	-01.51	44	59	58.49	-01.51
3	45	00	01.18	01.18	45	00	01.18	01.18	45	00	01.18	01.18
4	45	00	00.87	00.87	45	00	00.87	00.87	45	00	00.87	00.87
5	89	59	59.51	-00.49	89	59	59.51	-00.49	89	59	59.51	-00.49
6	44	59	59.62	-00.38	44	59	59.62	-00.38	44	59	59.62	-00.38
7	44	59	59.63	-00.37	44	59	59.63	-00.37	44	59	59.63	-00.37
8	90	00	00.48	00.48	90	00	00.48	00.48	90	00	00.48	00.48
9	44	59	59.89	-00.11	44	59	59.89	-00.11	44	59	59.89	-00.11
10	44	59	59.61	-00.39	44	59	59.61	-00.39	44	59	59.61	-00.39
11	90	00	00.58	00.58	90	00	00.58	00.58	90	00	00.58	00.58
12	44	59	59.81	-00.19	44	59	59.81	-00.19	44	59	59.81	-00.19
13	89	59	58.43	-01.57	89	59	58.43	-10.57	89	59	58.43	-01.57
14	45	00	01.19	01.19	45	00	01.19	10.19	45	00	01.19	01.19
15	45	00	00.38	00.38	45	00	00.38	00.38	45	00	00.38	00.38
16	81	31	44.41	00.54	81	31	44.41	00.54	81	31	44.41	00.54
17	54	55	35.09	00.61	54	55	35.09	00.61	54	55	35.09	00.61
18	43	32	40.50	-01.15	43	32	40.50	-01.15	43	32	40.50	-01.15
19	90	00	00.31	00.31	90	00	00.31	00.31	90	00	00.31	00.31
20	44	59	58.34	-01.66	44	59	58.34	-01.66	44	59	58.34	-01.66
21	45	00	01.35	01.35	45	00	01.35	01.35	45	00	01.35	01.35
22	08	28	16.78	00.65	08	28	16.78	00.65	08	28	16.78	00.65
23	36	31	43.61	-00.29	36	31	43.61	-00.29	36	31	43.61	-00.29
24	134	59	59.61	-00.36	134	59	59.61	-00.36	134	59	59.61	-00.36
25	44	59	59.92	-00.08	44	59	59.92	-00.08	44	59	59.92	-00.08
26	44	59	59.35	-00.65	44	59	59.35	-00.65	44	59	59.35	-00.65
27	89	59	59.33	-00.67	89	59	59.33	-00.67	89	59	59.33	-00.67
28	45	00	01.32	01.32	45	00	01.32	01.32	45	00	01.32	01.32
29	45	00	00.28	00.28	45	00	00.28	00.28	45	00	00.28	00.28
30	89	59	59.80	-00.20	89	59	59.80	-00.20	89	59	59.80	-00.20
31	00	00	00.05	00.02	00	00	00.05	00.02	00	00	00.05	00.02
32	179	59	58.84	-01.13	179	59	58.84	-01.13	179	59	58.84	-01.13

ตารางที่ ค.27 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิกัดหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข17
การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 1.62675 \times 10^{18}$

ค่าพิกัด	วิธี Cholesky (เมตร) $\times 10^{-3}$	วิธี QR (เมตร) $\times 10^{-3}$	วิธี Singular Value (เมตร) $\times 10^{-3}$
X1	-	-	-
Y1	-	-	-
X2	-	-	-
Y2	-	-	-
X3	0.774782	0.774782	0.774782
Y3	0.711102	0.711102	0.711102
X4	0.685622	0.685622	0.685622
Y4	0.395844	0.395844	0.395844
X5	0.529008	0.529008	0.529008
Y5	0.522613	0.522613	0.522613
X6	0.788933	0.788933	0.788933
Y6	0.981181	0.981181	0.981181
X7	1.468422	1.468422	1.468422
Y7	1.772220	1.772220	1.772220
X8	1.260740	1.260740	1.260740
Y8	0.864868	0.864868	0.864868
X9	1.584282	1.584282	1.584282
Y9	1.040340	1.040340	1.040340
X10	1.177760	1.177760	1.177760
Y10	1.443976	1.443976	1.443976
X11	1.56158	1.56158	1.56158
Y11	2.17842	2.17842	2.17842
X12	40623156611.11	40623156611.11	40622927017.03
Y12	2318.11	2318.11	2318.1

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.28 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ๗17
การปรับแก้ในสภาวะ ill-conditioned $K(A) = 1.62675 \times 10^{18}$

ค่ามุม	วิธี Cholesky “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี QR “ ($\times 10^{-3}$)	วิธี Singular Value “ ($\times 10^{-3}$)
1	1.79780	1.79780	1.79780
2	1.79780	1.79780	1.79780
3	1.79780	1.79780	1.79780
4	1.54971	1.54971	1.54971
5	1.63881	1.63881	1.63881
6	1.59385	1.59385	1.59385
7	1.79780	1.79780	1.79780
8	1.79780	1.79780	1.79780
9	1.79780	1.79780	1.79780
10	1.54970	1.54970	1.54970
11	1.63881	1.63881	1.63881
12	1.59385	1.59385	1.59385
13	1.74621	1.74621	1.74621
14	1.66483	1.66483	1.66483
15	1.60314	1.60314	1.60314
16	1.63126	1.63126	1.63126
17	1.65337	1.65337	1.65337
18	1.57609	1.57609	1.57609
19	1.73291	1.73291	1.73291
20	1.63174	1.63174	1.63174
21	1.69239	1.69239	1.69239
22	1.55280	1.55280	1.55280
23	1.71297	1.71297	1.71297
24	1.75534	1.75534	1.75534
25	1.79780	1.79780	1.79780
26	1.79780	1.79780	1.79780
27	1.79780	1.79780	1.79780
28	1.79780	1.79780	1.79780
29	1.79780	1.79780	1.79780
30	1.79780	1.79780	1.79780
31	2.20185	2.20185	2.20185
33	2.20185	2.20185	2.20185

ตารางที่ ค.29 แสดงค่าพิกัดหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ๗18
 การปรับแก้ในสภาวะซิงกูลาร์ $K(A) = 1.17782 \times 10^{18}$

วิธี Singular Value		
ค่าพิกัด	เมตร	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้อง ตามทฤษฎี (เมตร)
X1	0.000000000	-
Y1	0.000000000	-
X2	-0.0005565348	-0.0005565348
Y2	100.0008622750	0.0008622750
X3	-0.0005137855	-0.0005137855
Y3	200.0011099672	0.0011099672
X4	99.9995532780	-0.0004467220
Y4	0.0003981623	0.0003981623
X5	99.9995468989	-0.0004531011
Y5	100.0010935535	0.0010935535
X6	99.9996078552	-0.0003921448
Y6	200.0013031606	0.0013031606
X7	100.0007862533	0.0007862533
Y7	300.0016535260	0.0016535260
X8	199.9988013378	-0.0011986622
Y8	0.0002613064	0.0002613064
X9	199.9994959998	-0.0005040002
Y9	100.0005176172	0.0005176172
X10	199.9994507823	-0.0005492177
Y10	200.0004786764	0.0004786764
X11	200.0001766876	0.0001766876
Y11	300.0001519187	0.0001519187
Y12	449.9979961580	-0.0020038420
X12	-0.0019561221	-0.0019561221

สถาบันวิทยบริการ
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.30 แสดงค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ๗18

การปรับแก้ในสภาวะซิงกูลาร์ $K(A) = 1.17782 \times 10^{18}$

วิธี Singular Value				
มุมที่	°	'	“	ค่าต่างจากค่าที่ถูกต้องตามทฤษฎี
				“
1	90	00	00.33	00.33
2	44	59	58.49	-01.51
3	45	00	01.18	01.18
4	45	00	00.84	00.84
5	89	59	59.54	-00.46
6	44	59	59.62	-00.38
7	44	59	59.63	-00.37
8	90	00	00.48	00.48
9	44	59	59.89	-00.11
10	44	59	59.59	-00.41
11	90	00	00.60	00.60
12	44	59	59.81	-00.19
13	89	59	58.42	-01.58
14	45	00	01.17	01.17
15	45	00	00.41	00.41
16	45	00	00.65	00.65
17	45	00	00.63	00.63
18	89	59	58.72	-01.28
19	90	00	00.29	00.29
20	44	59	58.36	-01.64
21	45	00	01.35	01.35
22	45	00	00.44	00.44
23	89	59	59.75	-00.25
24	44	59	59.81	-00.19
25	44	59	59.92	-00.08
26	44	59	59.35	-00.65
27	89	59	59.33	-00.67
28	45	00	01.32	01.32
29	45	00	00.28	00.28
30	89	59	59.80	-00.20
31	90	00	00.39	00.39
32	68	11	53.80	-01.13
33	21	48	05.05	-00.02

ตารางที่ ค.31 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิกัดหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข18
การปรับแก้ในสภาวะซิงกูลาร์ $K(A) = 1.17782 \times 10^{18}$

วิธี Singular Value	
ค่าพิกัด	(เมตร) $\times 10^{-3}$
X1	-
Y1	-
X2	0.424212
Y2	0.495390
X3	0.595511
Y3	0.783630
X4	0.485577
Y4	0.420407
X5	0.395135
Y5	0.407174
X6	0.462346
Y6	0.572880
X7	0.816923
Y7	0.976392
X8	0.644874
Y8	0.522666
X9	0.490355
Y9	0.404126
X10	0.560518
Y10	0.506103
X11	0.767418
Y11	1.004386
X12	2.394069
Y12	1.281327

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ค.32 แสดงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสังเกตหลังการปรับแก้ ข้อมูลชุดที่ ข18
การปรับแก้ในสภาวะซิงกูลาร์ $K(A) = 1.17782 \times 10^{18}$

วิธี Singular Value	
มุมที่	" ($\times 10^{-3}$)
1	1.79780
2	1.79780
3	1.79780
4	1.53955
5	1.64116
6	1.53954
7	1.79780
8	1.79780
9	1.79780
10	1.53954
11	1.64116
12	1.53954
13	1.73684
14	1.66560
15	1.61636
16	1.61636
17	1.66560
18	1.73684
19	1.73684
20	1.61636
21	1.66560
22	1.61636
23	1.73684
24	1.66560
25	1.79780
26	1.79780
27	1.79780
28	1.79780
29	1.79780
30	1.79780
31	1.79780
32	1.79780
33	1.79780

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายชยุตม์ อยู่เล็ก เกิดเมื่อวันที่ 4 กรกฎาคม 2514 ที่อำเภอศรีราชา จังหวัดชลบุรี สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโยธา จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี (มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี) ปี พ.ศ. 2540



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย