บทที่ 4

บทสรุป

ในการจะพิสูจน์ว่าชุดฟังก์ชันความเค้นของแอรี ที่ได้เสนอสำหรับงานวิจัยนี้เป็นชุดฟังก์ชันที่บริบูรณ์ หรือไม่ อาจกล่าวได้ว่าไม่มีวิธีทางคณิตศาสตร์หรือวิธีอื่นใดที่จะมาพิสูจน์หรือยืนยันได้ นอกเสียจากการนำชุดฟังก์ชันเหล่านั้นมาทดลองใช้ กล่าวคือ นำมาทดลองวิเคราะห์โดยตรงกับปัญหาระนาบ และเปรียบเทียบผลที่ได้กับสภาพความเป็นจริงที่ขอบ ผลเฉลยแม่นตรง ตลอดจนผลเฉลยจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอเลเมนต์

จากผลการวิเคราะห์ปัญหาระนาบในทางวิศวกรรมทั่ว ๆ ไปทั้งหมดเจ็ดตัวอย่างที่ผ่านมา ซึ่งได้ครอบคลุมถึงปัญหาระนาบที่มีโดเมนแบบต่าง ๆ อันได้แก่ โดเมนข้างใน(interior domain) โดเมนข้างนอก(exterior domain) โดเมนวงแหวน(ring domain) ตลอดจน โดเมนวงแหวนหลายวง(multiple-ring domain) พบว่าผลการวิเคราะห์ให้ผลเฉลยอยู่ในเกณฑ์ที่ดี กล่าวคือ สัมประสิทธิ์ในระบบผลเฉลยที่ได้มีการลู่เข้าอย่างเห็นได้ชัด บางปัญหาชุดฟังก์ชันสามารถให้เป็นผลเฉลยแม่นตรงได้เลยทีเดียว ในขณะที่บางปัญหาให้เป็นผลเฉลยเชิงตัวเลข เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับผลจากระเบียบวิธีไฟไนต์เอเลเมนต์ พบว่าให้ค่าที่สอดคล้องกันอย่างดี และเมื่อเพิ่มจำนวนพจน์มากขึ้นผลเฉลยที่ได้จะดียิ่งขึ้น แต่อย่างไรก็ตามถ้าจำนวนพจน์มากเกินไปก็อาจมีปัญหาในเรื่องการปัดเศษจากการคำนวณด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ก็เป็นได้

ด้วยเหตุนี้จึงอาจกล่าวได้ว่าชุดฟังก์ชันที่ได้เสนอขึ้นมา มีความบริบูรณ์เพียงพอสำหรับวิเคราะห์ปัญหาระนาบในทางวิศวกรรมทั่ว ๆ ไปได้ โดยสรุปเป็นระเบียบวิธีในการวิเคราะห์ดังนี้

ก. เลือกชุดฟังก์ชันความเค้นของแอรีให้เหมาะสมกับสภาวะโดเมนของปัญหาระนาบ กล่าวคือ ถ้าเป็นปัญหาโดเมนข้างใน(interior domain)ให้เลือกใช้จากสมการ(2.2.21) ปัญหาโดเมนข้างนอก(exterior domain problem)ให้เลือกใช้จากสมการ(2.2.22) ปัญหาโดเมนวงแหวน(ring domain problem)ให้เลือกใช้จากสมการ(2.2.20) และปัญหาโมนวงแหวนหลายวง(multi-ring domain problem)ก็เลือกจากสมการ(2.2.23) และชุดฟังก์ชันที่เลือกมานั้นจะต้องสอดคล้องกับสมบัติสมมาตรของปัญหาด้วย ถ้าปัญหานั้น ๆ มีสมบัติสมมาตร เพื่อความสะดวกรวดเร็วในการวิเคราะห์นั่นเอง

ข. จัดชุดระบบผลเฉลยและระบบทดสอบจากชุดฟังก์ชันความเค้นของแอรีที่เลือกมา

ค. พิจารณาเงื่อนไขสภาพขอบและสร้างสมการงานผกผันระหว่างระบบทดสอบกับระบบผลเฉลย ก็จะได้สมการงานผกผันซึ่งเป็นสมการพีชคณิตเชิงเส้นที่มีจำนวนสมการเท่ากับจำนวนสัมประสิทธิ์ไม่ทราบค่าในระบบผลเฉลย

ง. แก้สมการพีชคณิตเชิงเส้นเหล่านั้นก็จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ในระบบผลเฉลยทั้งหมด ทำให้ได้ผลเฉลยของฟังก์ชัน ϕ นั่นเอง

จ. จากฟังก์ชัน ϕ สามารถนำไปวิเคราะห์หาความเค้นและการกระจัดที่บริเวณใด ๆ สำหรับปัญหาได้

นอกเหนือจากปัญหาระนาบแล้ว วิธีการดังกล่าวได้เคยถูกนำไปประยุกต์กับปัญหาด้านกลศาสตร์วัสดุแข็งอื่น ๆ มาแล้ว เช่น ปัญหาของการบิด(torsion)จากผลงานของ Zielinski และ Zienkiewicz[3] ปัญหาของโครงสร้างแผ่นบาง(thin elastic plate)จากผลงานของลมศักดิ์[5] และยังเป็นที่น่าสนใจว่าวิธีการดังกล่าวอาจจะนำมาใช้ได้กับปัญหาทางด้านกลศาสตร์วัสดุแข็งอื่น ๆ อีกมากมาย อาทิเช่น ปัญหาของโครงสร้างแผ่นบางบนฐานรองรับยืดหยุ่น(thin elastic plate on elastic foundation) ปัญหาของโครงสร้างเปลือกบาง(thin elastic shell) หรือ แม้กระทั่งปัญหาระนาบเองที่มีการสร้างสูตร(formulate)โดยใช้การกระจัดเป็นตัวไม่รู้ค่ามูลฐาน(displacement as basic unknown) เป็นต้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย