

การคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดสำหรับคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนด้วยวิธีซิมเพล็กซ์



นางสาวกนกอร แก้วนิรัตน์

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2544

ISBN 974-03-1372-8

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

OPTIMUM DESIGN OF PARTIALLY PRESTRESSED CONCRETE BEAMS  
BY THE SIMPLEX METHOD



Miss Kanok-orn Keawnirat

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

Faculty of Engineering Chulalongkorn University

Academic Year 2001

ISBN 974-03-1372-8

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดสำหรับคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน  
ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

โดย นางสาวกนกอร แก้วนิรัตน์

สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา

อาจารย์ที่ปรึกษา ศาสตราจารย์ ดร.ทักษิณ เทพชาตรี

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับ  
นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโท

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์  
(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญไชย สถิตมั่นในธรรม)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา  
(ศาสตราจารย์ ดร.ทักษิณ เทพชาตรี)

..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธีรพงศ์ เสนจันทร์ฉวีไชย)

กนกอร แก้วนิรัตน์ : การคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดสำหรับคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ (OPTIMUM DESIGN OF PARTIALLY PRESTRESSED CONCRETE BEAMS BY THE SIMPLEX METHOD) อาจารย์ที่ปรึกษา ศาสตราจารย์ ดร. ทักษิณ เทพชาติศรี , 88 หน้า. ISBN 974-03-1372-8

งานวิจัยนี้ได้เสนอวิธีการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดสำหรับคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน เพื่อให้สอดคล้องกับ ข้อกำหนดที่สภาวะประลัย ข้อกำหนดที่สภาวะใช้งาน อ้างอิงตามมาตรฐาน ACI 318-99 และมีราคาที่เหมาะสม โดยในการออกแบบจะใช้วิธีอัตราส่วนการอัดแรงซึ่งเสนอโดย Naaman และ Siriaksorn และใช้วิธีซิมเพล็กซ์ในกระบวนการคำนวณอย่างเหมาะสม

สำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ที่ใช้ในกระบวนการคำนวณอย่างเหมาะสมนั้น กำหนดให้ราคาของคานเป็นสมการเป้าหมาย และข้อกำหนดต่างๆของการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนเป็นอสมการขอบเขต โดยตัวแปรที่ใช้ ได้แก่ ปริมาณเหล็กเสริมอัดแรง ปริมาณเหล็กเสริมไม่อัดแรง ระยะจากผิวรับแรงอัดถึงศูนย์กลางของเหล็กเสริมอัดแรง และระยะเรียงของเหล็กเสริมรับแรงเฉือน จากนั้นจะใช้ลำดับที่หนึ่งและที่สองของอนุกรม Taylor ช่วยปรับสมการเป้าหมายและอสมการขอบเขตที่อยู่ในแบบไร้เชิงเส้นให้อยู่ในแบบเชิงเส้น หลังจากนั้นโปรแกรมเชิงเส้นจะทำการแก้ปัญหาซ้ำไปซ้ำมา จนกระทั่งได้ผลลัพธ์ที่ผ่านเงื่อนไขของอสมการขอบเขตที่แท้จริง และผลต่างของราคาคานรอบที่ติดกันน้อยกว่า 0.05%

การศึกษาพบว่า วิธีซิมเพล็กซ์สามารถนำมาใช้ในการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดสำหรับคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนได้เป็นอย่างดี และจากตัวอย่างที่ได้ทำการออกแบบอย่างเหมาะสมพบว่างานวิจัยสามารถประหยัดราคาลงได้ประมาณ 5%

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา.....วิศวกรรมโยธา  
สาขาวิชา.....วิศวกรรมโยธา  
ปีการศึกษา.....2544.....

ลายมือชื่อนิสิต.....  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....

# # 4270203921 : MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEY WORDS : OPTIMUM DESIGN / PARTIALLY PRESTRESSED CONCRETE BEAMS / SIMPLEX METHOD

KANOK-ORN KEAWNIRAT: OPTIMUM DESIGN OF PARTIALLY PRESTRESSED CONCRETE BEAMS BY THE SIMPLEX METHOD, THESIS ADVISOR: PROF. THAKSIN THEPCHATRI, Ph.D. 88 pp. ISBN 974-03-1372-8

This research presents an optimum design method of partially prestressed concrete beams which satisfy the ultimate strength criteria, serviceability criteria recommended by ACI Building Code (ACI 318-99) and the minimum cost simultaneously. The design algorithm based on "Partial Prestressing Ratio (PPR) " concept suggested by Naaman and Siriaksorn is used in the design process while the Simplex Method is used in the optimization process.

In the Simplex Method, the cost of beam is the objective function, while the constraints are computed in accordance with the design criteria of partially prestressed concrete beams. Variables in the objective function and the constraints are the area of prestressed reinforcement, the area of nonprestressed reinforcement, the distance from extreme compression fiber to centroid of prestressing steel and the stirrup spacing. The objective function and constraints thus obtained will consist of non-linear terms. The linearization of above equations is done by using the first and second terms of Taylor series. In the linear programming solver process, the computation will repeat until the solution satisfies all original constraints and the difference of the two consecutive values of the cost is less than 0.05%.

From the study, it has been shown that the Simplex Method can be successfully used in optimizing cost of partially prestressed concrete beams. Results from the selective examples showed reduction in beam cost at approximately 5% compared to those obtained from normal design.

Department..... Civil Engineering ..... Student's signature.....  
 Field of study..... Civil Engineering ..... Advisor's signature.....  
 Academic year..... 2001.....

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงลงได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างยิ่งของ ศาสตราจารย์ ดร.ทักษิณ เทพชาติ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้ให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นต่าง ๆ ในการวิจัยมาด้วยดีตลอด นอกจากนี้ข้าพเจ้าขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.บุญไชย สถิตมั่นในธรรม ประธานคณะกรรมการ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธีรพงศ์ เสนจันทร์ฉวีไชย กรรมการในการสอบวิทยานิพนธ์ที่ได้ให้คำชี้แนะเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์อย่างยิ่ง

ท้ายสุดนี้ ข้าพเจ้าขอขอบคุณครอบครัว และเพื่อน ๆ ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือ และกำลังใจแก่ข้าพเจ้าด้วยความเต็มใจเสมอมา

กนกอร แก้วนิรัตน์



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญภาพ.....	ญ
คำอธิบายสัญลักษณ์.....	ฎ
บทที่ 1	บทนำ..... 1
1.1	ความนำ..... 1
1.2	งานวิจัยที่ผ่านมา..... 2
1.3	งานที่ทำในงานวิจัยนี้..... 3
1.3	วัตถุประสงค์..... 3
1.4	ขอบเขตการวิจัย..... 3
1.5	วิธีการดำเนินการวิจัย..... 4
บทที่ 2	ทฤษฎี และแนวคิด..... 5
2.1	ทฤษฎีเบื้องต้น..... 5
2.1.1	สภาวะการรับน้ำหนักของคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน..... 5
2.1.2	กำลังรับแรงดัดประลัย..... 5
2.1.3	หน่วยแรงในคอนกรีต เหล็กเสริมไม่อัดแรง และเหล็กเสริมอัดแรง..... 9
2.1.4	ความกว้างรอยแตกร้าวสูงสุด..... 12
2.1.5	การแอ่นตัว..... 13
2.1.6	กำลังต้านทานแรงเฉือนของคอนกรีต..... 16
2.1.7	กำลังต้านทานแรงเฉือนของเหล็กรับแรงเฉือน..... 17
2.2	การออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน..... 18
2.3	สมการเป้าหมาย..... 22
2.4	อสมการขอบเขต..... 24
2.5	วิธีการหาคำตอบที่เหมาะสม..... 30
2.6	การตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ..... 31

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 3	ขั้นตอน และวิธีการวิจัย..... 33
3.1	ขั้นตอนการวิจัย..... 33
3.2	องค์ประกอบของโปรแกรมวิจัย..... 33
	ก. การจัดเตรียมข้อมูลก่อนการประมวลผล..... 33
	ข. การวิเคราะห์และประมวลผล..... 34
	ค. การแปลผลหลังประมวลผล..... 35
บทที่ 4	การวิเคราะห์ และเปรียบเทียบผล..... 37
4.1	รายงานการวิเคราะห์ และเปรียบเทียบผลตัวอย่างที่ 1..... 37
4.2	รายงานการวิเคราะห์ และเปรียบเทียบผลตัวอย่างที่ 2..... 41
บทที่ 5	สรุปผล และข้อเสนอแนะ..... 45
5.1	สรุปผล..... 45
5.2	ข้อเสนอแนะ..... 45
รายการอ้างอิง.....	46
ภาคผนวก.....	48
	ก. การหาผลลัพธ์ด้วยโปรแกรมเชิงเส้นตรงโดยวิธีซิมเพล็กซ์..... 49
	ข. ตัวอย่างการคำนวณปัญหาไร้เชิงเส้นด้วยวิธีการเปลี่ยนระบบสมการให้เป็นแบบเชิงเส้น..... 54
	ค. การเปลี่ยนระบบสมการจากแบบไร้เชิงเส้นเป็นแบบเชิงเส้น..... 56
	ง. รายงานผลการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสม..... 71
	ง.1. ตัวอย่างที่ 1..... 71
	ง.2. ตัวอย่างที่ 2..... 76
	จ. รายงานการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ที่ได้จากงานวิจัย ..... 81
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	88



## สารบัญตาราง

		หน้า
ตารางที่ 2.1	ค่าตัวคูณเพื่อคำนวณการแ่นตัวที่เกิดขึ้นในระยะยาว.....	15
ตารางที่ 2.2	ค่าขอบเขตที่ยอมให้กับจำนวนน้อยสำคัญของคำตอบ.....	32
ตารางที่ 4.1	เปรียบเทียบผลการออกแบบคานตัวอย่างที่ 1 ระหว่างการคำนวณโดย Naaman และ Siriaksorn กับการคำนวณอย่างเหมาะสมจากงานวิจัย.....	39
ตารางที่ 4.2	เปรียบเทียบผลการออกแบบคานตัวอย่างที่ 2 ระหว่างการคำนวณโดย Moustafa กับการคำนวณอย่างเหมาะสมจากงานวิจัย.....	43



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญภาพ

	หน้า
รูปที่ 2.1	หน่วยการยืดหดตัวและแรงที่กระทำของหน้าตัดคานคอนกรีตอัดแรง ..... 6
รูปที่ 2.2	หน่วยแรงหลังการแตกร้าวของหน้าตัดคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน..... 11
รูปที่ 2.3	(ก) โมเมนต์ความเฉื่อยของคานแตกร้าว..... 14
	(ข) โมเมนต์ความเฉื่อยประสิทธิผล..... 14
	(ค) ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์กับค่าการแอ่นตัวแบบเชิงเส้นคู่ และค่าการแอ่นตัว ที่คำนวณด้วยโมเมนต์ความเฉื่อยประสิทธิผล..... 14
รูปที่ 2.4	ขั้นตอนการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนด้วยวิธี PPR..... 21
รูปที่ 2.5	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $L_{ps}$ และ $e_0$ เมื่อ $L = 10$ เมตร..... 23
รูปที่ 3.1	แผนภาพแสดงการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการวิจัย..... 36
รูปที่ 4.1	หน้าตัดคานตัวอย่างที่ 1..... 37
รูปที่ 4.2	ความสัมพันธ์ระหว่างรอบการคำนวณด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ กับราคาของตัวอย่างที่ 1..... 39
รูปที่ 4.3	ความสัมพันธ์ระหว่างราคาของคำตอบที่เหมาะสม และอัตราส่วนการอัดแรง ตัวอย่างที่ 1 เปรียบเทียบกับการออกแบบของ Naaman และ Siriaksorn..... 40
รูปที่ 4.4	หน้าตัดคานตัวอย่างที่ 2..... 41
รูปที่ 4.5	ความสัมพันธ์ระหว่างรอบการคำนวณด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ กับราคาของตัวอย่างที่ 2..... 42
รูปที่ 4.6	ความสัมพันธ์ระหว่างราคาของคำตอบที่เหมาะสม และอัตราส่วนการอัดแรง ตัวอย่างที่ 2 เปรียบเทียบกับการออกแบบของ Moustafa..... 44

## คำอธิบายสัญลักษณ์

$a$	ความลึกของบล็อกหน่วยแรงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเทียบเท่า
$A_c$	พื้นที่หน้าตัดทั้งหมดของคอนกรีต
$A_{ps}$	พื้นที่ของเหล็กเสริมอัดแรงในกลุ่มรับแรงดึง
$A_{pf}$	พื้นที่ของเหล็กเสริมที่ทำให้เกิดหน่วยแรงอัดในตัวแกน
$A_s$	พื้นที่ของเหล็กเสริมธรรมดาในกลุ่มรับแรงดึง
$A'_s$	พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมธรรมดาที่รับแรงอัด
$A_t$	พื้นที่หน้าตัดคอนกรีตในส่วนที่รับแรงดึงต่อเหล็กเสริมหนึ่งเส้น
$A_v$	พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมรับแรงเฉือน
$b$	ความกว้างของคานด้านที่เกิดหน่วยแรงอัด
$b_w$	ความกว้างของเววคาน
$C_{anc}$	ราคารวมค่าวัสดุและค่าแรงต่อชุดสมอลิม
$C_{bed}$	ราคารวมค่าวัสดุและค่าแรงต่อชุดขาตั้งเหล็กเสริมอัดแรงต่อความยาว
$C_c$	ราคารวมค่าวัสดุและค่าแรงต่อปริมาตรของคอนกรีต
$C_{duct}$	ราคารวมค่าวัสดุและค่าแรงต่อความยาวของวัสดุหุ้มเหล็กเสริมอัดแรง
$C_{fix}$	ราคารวมค่าวัสดุและค่าแรงต่อชุดสมอปปลายยึด
$C_{gr}$	ราคารวมค่าวัสดุและค่าแรงต่อความยาวของวัสดุยึดเหนี่ยวลวดอัดแรง
$C_p$	ราคารวมค่าวัสดุและค่าแรงต่อน้ำหนักของเหล็กเสริมอัดแรง
$C_s$	ราคารวมค่าวัสดุและค่าแรงต่อน้ำหนักของเหล็กเสริมธรรมดา
$C_T$	ราคารวมทั้งหมดของคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน
$d_c$	ระยะหุ้มคอนกรีตถึงตำแหน่งเหล็กเสริมธรรมดา
$d_p$	ระยะจากผิวรับแรงอัดจนถึงศูนย์กลางของเหล็กเสริมอัดแรง
$d_s$	ระยะจากผิวรับแรงอัดจนถึงศูนย์กลางของเหล็กเสริมธรรมดา
$e$	ระยะเยื้องศูนย์กลางของแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรง
$E_c$	โมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต
$E_{ps}$	โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมอัดแรง
$E_s$	โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมไม่อัดแรง
$f'_{ci}$	กำลังอัดประลัยของคอนกรีตขณะถ่ายแรง
$f'_c$	กำลังอัดประลัยของคอนกรีตเมื่ออายุ 28 วัน
$f_d$	หน่วยแรงคอนกรีตบริเวณผิวที่เกิดการแตกร้าวเนื่องจากน้ำหนักคาน
$f_{pc}$	หน่วยแรงคอนกรีตบริเวณศูนย์กลางของหน้าตัดเนื่องจากการอัดแรง
$f_{pe}$	หน่วยแรงคอนกรีตบริเวณผิวที่เกิดการแตกร้าวเนื่องจากการอัดแรง
$f_{ps}$	หน่วยแรงดึงระบุในเหล็กเสริมอัดแรง
$f_{py}$	กำลังดึงครากของเหล็กเสริมอัดแรง

## คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

$f_{pu}$	กำลังดึงประลัยของเหล็กเสริมอัดแรง
$f_r$	โมดูลัสของการแตกร้าวของคอนกรีต
$f_{se}$	หน่วยแรงดึงประสิทธิผลของเหล็กเสริมอัดแรง
$f_y$	กำลังดึงประลัยของเหล็กเสริมธรรมดา
$f_s$	หน่วยแรงดึงในเหล็กเสริม
$I_e$	โมเมนต์ความเฉื่อยประสิทธิผล
$I_g$	โมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัดคาน
$I_{cr}$	โมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัดคานแตกร้าว
$L$	ความยาวของคาน
$L_{ps}$	ความยาวเหล็กเสริมอัดแรง
$L_v$	ความยาวเหล็กเสริมรับแรงเฉือน 1 ปลอก
$M_a$	โมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นสูงสุดตลอดความยาวคาน
$M_{cr}$	โมเมนต์ดัดแตกร้าว
$M_g$	โมเมนต์เนื่องจากน้ำหนักของคาน
$M_n$	โมเมนต์ระบู่ของหน้าตัด
$M_{sd}$	โมเมนต์เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกคงที่เพิ่มเติม
$M_{max}$	โมเมนต์เพิ่มส่วน (factored moment) เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทั้งหมดยกเว้นน้ำหนักคานที่หน้าตัดที่พิจารณา
$M_{cr}$	โมเมนต์ที่เพิ่มจากโมเมนต์ของน้ำหนักคานที่ทำให้เกิดการแตกร้าว เนื่องจากผลของโมเมนต์ที่หน้าตัดที่พิจารณาโดยหาจาก
$N_{ps}$	จำนวนเส้นเหล็กเสริมอัดแรง
$N_s$	จำนวนเส้นเหล็กเสริมธรรมดา
$N_v$	จำนวนปลอกของเหล็กเสริมรับแรงเฉือน
$N_{anc}$	จำนวนชุดของลิ่มสมอตั้ง
$N_{fix}$	จำนวนชุดของสมอปลายยึด
$P_e$	แรงอัดประสิทธิผลในหน้าตัดคอนกรีต
$S$	ระยะห่างของเหล็กเสริมรับแรงเฉือน
$V_c$	กำลังต้านทานแรงเฉือนของคอนกรีต
$V_s$	กำลังต้านทานแรงเฉือนของเหล็กเสริมรับแรงเฉือน
$V_u$	แรงเฉือนเพิ่มส่วนที่ต้องการออกแบบ
$W_{ps}$	น้ำหนักต่อหน่วยความยาวของเหล็กเสริมอัดแรง
$W_s$	น้ำหนักต่อหน่วยความยาวของเหล็กเสริมธรรมดา
$W_v$	น้ำหนักต่อหน่วยความยาวของเหล็กเสริมรับแรงเฉือน

## คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

$W_{\max}$	ความกว้างรอยแตกร้าวสูงสุด
$y_i$	ระยะจากแกนสะเทินไปยังผิวบนของหน้าตัด
$y_b$	ระยะจากแกนสะเทินไปยังผิวล่างของหน้าตัด
$\delta_i$	ค่าขอบเขตของตัวแปร
$\phi$	ตัวคูณลดกำลัง
$\Delta f_{ps}$	หน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรงที่เปลี่ยนไป เทียบกับหน่วยแรงในลวดอัดแรงเมื่อความเครียดในคอนกรีตที่ระดับเหล็กเสริมเท่ากับศูนย์ ( $\epsilon_{cs} = 0$ )
$\beta$	อัตราส่วนระหว่างระยะจากผิวรับแรงดึงถึงแกนสะเทิน และระยะศูนย์ถ่วงเหล็กเสริมถึงแกนสะเทิน



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความนำ

คานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน คือคานคอนกรีตที่ภายในหน้าตัดบรรจุทั้งเหล็กเสริมไม่อัดแรง (Nonprestressed Steel) และเหล็กเสริมอัดแรง (Prestressed Steel) เพื่อรับแรงกระทำร่วมกันโดยยอมให้เกิดการแตกร้าวได้ที่สภาวะรับน้ำหนักใช้งาน ในปัจจุบันคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนมีการใช้กันอย่างแพร่หลายเนื่องจากข้อดีของคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน เมื่อเปรียบเทียบกับคานคอนกรีตเสริมเหล็ก (Reinforce Concrete Beam) คือ มีการแตกร้าว (Cracking) การแอ่นตัว (Deflection) น้อยกว่า และเมื่อเปรียบเทียบกับคานคอนกรีตอัดแรง (Fully Prestressed Concrete Beam) ปริมาณแรงอัด (Prestressing Force) ที่น้อยลงทำให้การแตกร้าวบริเวณปลายคาน การโก่งตัว (Camber) น้อยลง แต่ค่าความเหนียว (Ductility) มีค่ามากขึ้น

การออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนมีความยุ่งยากมากกว่า การออกแบบคานคอนกรีตเสริมเหล็กและคานคอนกรีตอัดแรง เนื่องจากโครงสร้างคอนกรีตอัดแรงบางส่วนก่อนเกิดการแตกร้าว จะมีพฤติกรรมเช่นเดียวกับคอนกรีตอัดแรง แต่เมื่อเกิดการแตกร้าวจะมีพฤติกรรมเหมือนกับคอนกรีตเสริมเหล็ก จากการศึกษาวิธีการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน ต้องออกแบบให้สอดคล้องทั้งที่สภาวะรับน้ำหนักประลัย (Ultimate Limit State) และที่สภาวะรับน้ำหนักใช้งาน (Serviceability Limit State) ส่วนการออกแบบเพื่อให้ได้ราคาที่เหมาะสมที่สุดนั้น จะต้องทำการคำนวณลองดูลองผิดหลาย ๆ ครั้งซึ่งเป็นการเสียเวลา และผลลัพธ์ที่ได้อาจยังไม่ใช่ค่าที่เหมาะสมที่สุด ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงเสนอวิธีการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนอย่างเหมาะสมเพื่อให้ได้ราคาก่อสร้างที่ประหยัดที่สุด โดยที่โครงสร้างยังสามารถรับน้ำหนักประลัยและใช้งานได้อย่างปลอดภัย

สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ได้นำตัวแปรด้านราคาของโครงสร้างคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนมาพิจารณา เช่น ปริมาณเหล็กเสริมอัดแรง ปริมาณเหล็กเสริมไม่อัดแรง ตำแหน่งการวางเหล็กอัดแรง ระยะการเรียงตัวของเหล็กรับแรงเฉือน เพื่อให้การออกแบบเป็นไปอย่างเหมาะสมที่สุด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## 1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา

การศึกษาผลงานวิจัยและบทความที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ การวิเคราะห์และออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน และการออกแบบอย่างเหมาะสมโดยวิธีซิมเพล็กซ์

งานวิจัยเกี่ยวกับการวิเคราะห์และออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน

ปี ค.ศ. 1977 Moustafa<sup>[8]</sup> ได้เสนอวิธีการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน โดยใช้แผนภาพความสัมพันธ์ (Interaction Diagrams) เพื่อให้การวิเคราะห์หน้าตัดที่สภาวะรับน้ำหนักใช้งาน และสภาวะรับน้ำหนักประลัยง่ายขึ้น โดยในการออกแบบปริมาณเหล็กเสริมอัดแรงที่เหมาะสม คำนวณได้จากหน่วยแรงที่ยอมให้ในคอนกรีตที่สภาวะถ่ายแรง การโก่งตัว (Camber) และการแอ่นตัว (Deflection) ที่ยอมให้ของคาน และหน่วยแรงที่ยอมให้ในคอนกรีตที่สภาวะรับน้ำหนักใช้งาน ส่วนปริมาณเหล็กเสริมไม่อัดแรงนั้นจะคำนวณให้สอดคล้องกับกำลังดัดประลัยที่ต้องการ

ปี ค.ศ. 1979 Naaman และอำนาจพร<sup>[9,10]</sup> ได้เสนอวิธีการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนด้วยวิธีอัตราส่วนการอัดแรง (Partially Prestressing Ratio, PPR) ซึ่งเป็นวิธีการออกแบบโดยกำหนดสัดส่วนการรับแรงระหว่างเหล็กเสริมอัดแรงและเหล็กเสริมไม่อัดแรง เพื่อให้หน้าตัดมีกำลังรับแรงดัดพอเพียงและสอดคล้องกับคุณสมบัติด้านการใช้งาน

ปี ค.ศ. 1982 Inomata<sup>[3]</sup> ได้เสนอวิธีการออกแบบปริมาณเหล็กเสริมอัดแรงและเหล็กเสริมไม่อัดแรงในคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน โดยใช้หน่วยแรงในเหล็กเสริมเป็นตัวแปรในการควบคุมความกว้างของรอยแตก ร้าว, กำลังความด้า และการแอ่นตัว โดยปริมาณเหล็กเสริมอัดแรงและเหล็กเสริมไม่อัดแรงที่คำนวณได้จากวิธีนี้จะสอดคล้องทั้งกำลังรับแรงดัดประลัยและหน่วยแรงที่ยอมให้ของเหล็กขณะใช้งานในเวลาเดียวกัน

ปี ค.ศ. 1991 Rao<sup>[13]</sup> ได้เสนอวิธีออกแบบหน้าตัดคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน โดยใช้วิธีระดับของแรงอัด (Degree of Prestress) ซึ่งขั้นตอนเริ่มต้นกำหนดให้ขนาดหน้าตัดคานเป็นตัวแปร เพื่อลดความยุ่งยากในการออกแบบ โดยที่หน้าตัดคานคอนกรีตที่ออกแบบได้นั้นจะมีความเหมาะสมในการใช้ประโยชน์คือ หน่วยแรงของคอนกรีตที่สภาวะถ่ายแรงไม่เกินหน่วยแรงที่ยอมให้ หน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรง เหล็กเสริมไม่อัดแรง และคอนกรีตที่สภาวะรับน้ำหนักใช้งานมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ยอมให้

งานวิจัยเกี่ยวกับการออกแบบอย่างเหมาะสมโดยวิธีซิมเพล็กซ์

ปี ค.ศ. 1999 อตินันท์<sup>[21]</sup> ได้เสนอวิธีการออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดสำหรับพื้นคอนกรีตไร้คานอัดแรงภายหลัง โดยใช้วิธีซิมเพล็กซ์มีสมการเป้าหมายเป็นราคาของพื้น การคำนวณจะเริ่มต้นจากคำตอบที่เป็นไปได้ จากนั้นสร้างสมการขอบเขตซึ่งจะถูกเปลี่ยนจากแบบไร้เชิงเส้นเป็นแบบเชิงเส้น ด้วยอนุกรมลำดับที่หนึ่งและ

ที่สองของ Taylor หลังจากนั้นโปรแกรมเชิงเส้นตรงจะทำการแก้ปัญหาซ้ำไปซ้ำมา จนกระทั่งได้คำตอบที่เหมาะสมเมื่อราคาพื้นมีการลู่เข้า

### 1.3 งานที่ทำในงานวิจัยนี้

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ได้นำตัวแปรด้านราคามาใช้เป็นสมการหลักในการพิจารณา ทำให้การคำนวณและออกแบบเหมาะสมที่สุด เพื่อให้ได้ปริมาณเหล็กเสริมอัดแรง ปริมาณเหล็กเสริมไม่อัดแรง ระยะจากผิวรับแรงอัดถึงศูนย์กลางเหล็กเสริมอัดแรง และระยะเรียงเหล็กเสริมที่เหมาะสม

การวิจัยจะแยกการวิเคราะห์และออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน กับการออกแบบที่เหมาะสมออกจากกัน โดยเริ่มจากการออกแบบหน้าตัดคานที่สามารถรับน้ำหนักได้อย่างปลอดภัยด้วยวิธีอัตราส่วนการอัดแรง (Partially Prestressing Ratio) ผลลัพธ์ที่ได้จะใช้เป็นจุดเริ่มต้นของการคำนวณและออกแบบอย่างเหมาะสม หลังจากนั้นทำการสร้างสมการเป้าหมาย (Objective Function) และสมการขอบเขต (Constraints) ซึ่งในกรณีความสัมพันธ์ไม่เป็นแบบเชิงเส้นจะทำการประมาณให้เป็นเชิงเส้น แล้วใช้วิธีแก้สมการทางคณิตศาสตร์โดยการโปรแกรมเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ผลลัพธ์จากโปรแกรมเชิงเส้นจะนำกลับไปเป็นจุดเริ่มต้นในการคำนวณครั้งถัดไป ทำซ้ำจนกว่าผลลัพธ์ที่ได้ผ่านเงื่อนไขของสมการที่แท้จริง และราคามีการลู่เข้าตามที่ตั้งไว้ ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นจุดที่โครงสร้างมีความเหมาะสมที่สุดตามเงื่อนไขที่ตั้งขึ้น

### 1.4 วัตถุประสงค์

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ดังต่อไปนี้

1. เสนอวิธีการคำนวณออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงอย่างเหมาะสมโดยใช้โปรแกรมเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex Method)
2. พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับใช้ในการออกแบบ เพื่อลดเวลาและข้อผิดพลาด ที่มักเกิดขึ้นในการคำนวณด้วยมือ
3. ศึกษาและเปรียบเทียบผลที่ได้จากการวิเคราะห์กับตัวอย่างอื่นเพื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากงานวิจัย

### 1.5 ขอบเขตการวิจัย

ขอบเขตของการวิจัยและสมมุติฐานที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มีดังต่อไปนี้

1. พิจารณาเฉพาะคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนช่วงเดียว (Simple Support) และเป็นระบบอัดแรงภายหลัง (Postensioned) ทั้งแบบมีแรงยึดเหนี่ยวและไร้แรงยึดเหนี่ยว
2. พิจารณาเฉพาะน้ำหนักบรรทุกที่กระทำในแนวแรงโน้มถ่วง (Gravity Load) เท่านั้น
3. พิจารณาการวางตัวของเหล็กเสริมอัดแรงเป็นรูปโค้งพาราโบลาเดี่ยว



4. พิจารณาออกแบบเฉพาะเหล็กเสริมรับแรงดึง
5. เหล็กเสริมไม่อัดแรงที่พิจารณานี้จะเป็นเหล็กเสริมธรรมดา
6. พิจารณาการโก่งตัวของคาน และความกว้างรอยแตกร้าวของหน้าตัดขณะรับน้ำหนักบรรทุก
7. พิจารณาความสามารถในการรับแรงเฉือน
8. ไม่พิจารณาผลของแรงอัดที่บริเวณปลายคาน

### 1.6 วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยนี้มีเป้าหมายที่จะพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการคำนวณออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนอย่างเหมาะสมที่สุด โดยมีขั้นตอนของการวิจัยดังนี้

1. ศึกษาผลงานวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับวิธีการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน
2. ศึกษาวิธีการหาผลลัพธ์ของระบบสมการ โดยวิธีซิมเพล็กซ์
3. ศึกษาความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ที่มีผลต่อราคาของโครงสร้าง ได้แก่ แรงดึงประสิทธิผลในเหล็กอัดแรง ปริมาณเหล็กเสริมอัดแรง แนวการวางตัวของเหล็กอัดแรง ปริมาณเหล็กเสริมไม่อัดแรง เป็นต้น เพื่อนำไปกำหนดสมการเป้าหมาย
4. พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ได้จากการศึกษาข้างต้น
5. เปรียบเทียบผลวิเคราะห์ที่ได้จากโปรแกรม ในกรณีที่ใช้การคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสม และใช้การคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมกับตัวอย่างอื่นๆ ที่ทั่วไป เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรม
6. ปรับปรุงแก้ไขโปรแกรมที่วิจัย เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้องเหมาะสม

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 2

### ทฤษฎี และแนวคิด

การศึกษาการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมสำหรับคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน ประกอบด้วยการศึกษาทฤษฎีการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน และการศึกษาวิธีแก้ปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้นตรงโดยวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex Method) เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการหาจุดที่เหมาะสม จากการสร้างอสมการขอบเขตที่สภาวะต่างๆ ร่วมกับการใช้สมการเป้าหมายของราคา ผลลัพธ์ที่ได้จะนำไปสู่ค่าที่เหมาะสมโดยทำให้ราคาต่ำสุดตามเงื่อนไขที่กำหนด

#### 2.1 ทฤษฎีเบื้องต้น

##### 2.1.1 สภาวะการรับน้ำหนักของคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน

การวิเคราะห์โครงสร้างสำหรับคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน ต้องพิจารณาสภาวะที่สำคัญ 3 สภาวะอันได้แก่

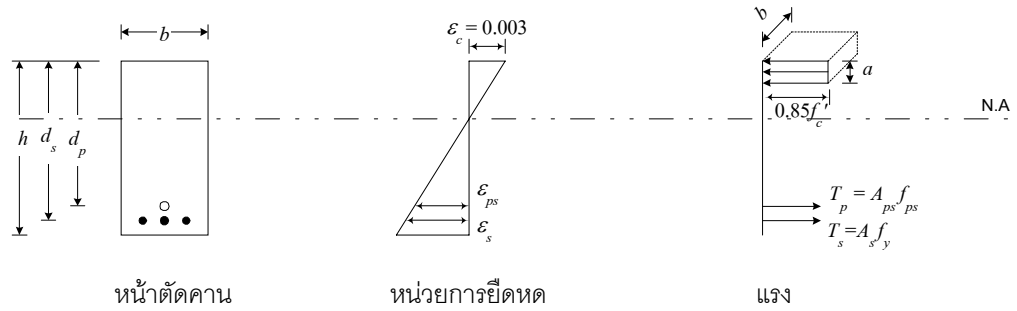
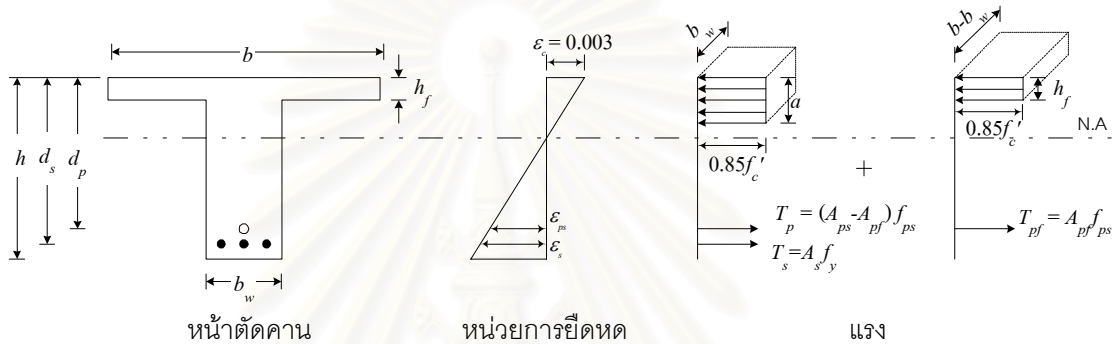
สภาวะถ่ายแรง หมายถึง สภาวะที่พิจารณาถึง น้ำหนักบรรทุกคงที่ น้ำหนักจากการก่อสร้าง และน้ำหนักสมมูลเนื่องจากเหล็กเสริมอัดแรง

สภาวะใช้งาน หมายถึง สภาวะที่พิจารณาถึง น้ำหนักบรรทุกคงที่ น้ำหนักบรรทุกจร และน้ำหนักสมมูลเนื่องจากเหล็กเสริมอัดแรง

สภาวะประลัย หมายถึง สภาวะที่พิจารณาถึง น้ำหนักบรรทุกคงที่คูณด้วยค่าคงที่เพิ่มส่วนของน้ำหนักบรรทุกคงที่ น้ำหนักบรรทุกจรที่คูณด้วยค่าคงที่เพิ่มส่วนของน้ำหนักบรรทุกจร และน้ำหนักสมมูลเนื่องจากเหล็กเสริมอัดแรง

##### 2.1.2 กำลังรับแรงดัดประลัย (Ultimate Flexural Strength)

กำลังโมเมนต์ระบุ (Nominal Moment Strength) ขึ้นอยู่กับลักษณะของหน้าตัดคาน และพฤติกรรมของหน้าตัดขณะรับน้ำหนักประลัย โดยแบ่งเป็น 2 กรณี

(ก) กรณี  $a \leq h_f$ (ข) กรณี  $a > h_f$ 

รูปที่ 2.1 แสดงหน่วยการยืดหดตัวและแรงที่กระทำของหน้าตัดคานคอนกรีตอัดแรง

ก. สำหรับหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและหน้าตัดมีปีก ที่มีพฤติกรรมแบบหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ( $a \leq h_f$ )

$$M_n = A_{ps} f_{ps} \left( d_p - \frac{a}{2} \right) + A_s f_y \left( d_s - \frac{a}{2} \right) \quad (2.1)$$

$$a = \frac{A_{ps} f_{ps} + A_s f_y}{0.85 f'_c b} \quad (2.2)$$

ข. สำหรับหน้าตัดที่มีปีกที่มีพฤติกรรมแบบหน้าตัดรูปตัว T ( $a > h_f$ )

$$\begin{aligned} M_n &= A_{pf} f_{ps} \left( d_p - \frac{h_f}{2} \right) + (A_{ps} - A_{pf}) f_{ps} \left( d_p - \frac{a}{2} \right) + A_s f_y \left( d_s - \frac{a}{2} \right) \\ &= A_{pf} f_{ps} \left( d_p - \frac{a}{2} \right) + A_{pf} f_{ps} \left( \frac{a}{2} - \frac{h_f}{2} \right) + A_s f_y \left( d_s - \frac{a}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$A_{pf} = \frac{0.85 f'_c (b - b_w) h_f}{f_{ps}} \quad (2.4)$$

$$a = \frac{(A_{ps} - A_{pf})f_{ps} + A_s f_y}{0.85f'_c b_w} \quad (2.5)$$

เมื่อ	$A_{ps}$	=	พื้นที่ของเหล็กเสริมอัดแรงในกลุ่มรับแรงดึง
	$A_{pf}$	=	พื้นที่ของเหล็กเสริมที่ทำให้เกิดหน่วยแรงอัดในตัวแกน
	$A_s$	=	พื้นที่ของเหล็กเสริมไม่อัดแรงในกลุ่มรับแรงดึง
	$d_p$	=	ระยะจากผิวบนอกรับแรงอัดจนถึงจุดศูนย์กลางถ่วงของเหล็กเสริมอัดแรง
	$d_s$	=	ระยะจากผิวบนอกรับแรงอัดจนถึงจุดศูนย์กลางถ่วงของเหล็กเสริมไม่อัดแรง
	$f'_c$	=	กำลังอัดประลัยของคอนกรีตเมื่ออายุ 28 วัน
	$f_{ps}$	=	หน่วยแรงดึงระบุในเหล็กเสริมอัดแรง
	$f_y$	=	กำลังดึงประลัยของเหล็กเสริมไม่อัดแรง
	$a$	=	ความลึกของบล็อกหน่วยแรงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเทียบเท่า
	$b$	=	ความกว้างของคานด้านที่เกิดหน่วยแรงอัด
	$b_w$	=	ความกว้างของเอวคาน

มาตรฐาน ACI 318-99 กำหนดค่าหน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรง ( $f_{ps}$ ) ในกรณีที่แรงประสิทธิผลมีค่าไม่น้อยกว่า  $0.5f_{pu}$  ดังนี้

ก. สำหรับคานคอนกรีตอัดแรงระบบมีแรงยึดเหนี่ยว (Bonded Prestressing Tendons)

$$f_{ps} = f_{pu} \left\{ 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d_s}{d_p} (\omega - \omega') \right] \right\} \quad (2.6)$$

เมื่อ	$\gamma_p$	=	ตัวคูณที่คำนึงถึงระดับกำลังครากของเหล็กเสริมอัดแรง พิจารณาดังนี้
			0.40 เมื่อ $f_{py}/f_{pu} \geq 0.85$
			0.28 เมื่อ $f_{py}/f_{pu} \geq 0.90$
	$f_{pu}$	=	กำลังดึงประลัยของเหล็กเสริมอัดแรง

ข. สำหรับคานคอนกรีตอัดแรงระบบไร้แรงยึดเหนี่ยว (Unbonded Prestressing Tendons)

ข.1 สำหรับอัตราส่วนความยาวต่อความลึกไม่มากกว่า 35

$$\begin{aligned} f_{ps} &= f_{se} + 700 + \frac{f'_c}{100\rho_p} \\ &\leq f_{py} \\ &\leq f_{se} + 4200 \quad (\text{กก./ตร.ซม.}) \end{aligned} \quad (2.7)$$

ข.2 สำหรับอัตราส่วนความยาวต่อความลึกมากกว่า 35

$$\begin{aligned} f_{ps} &= f_{se} + 700 + \frac{f'_c}{300\rho_p} \\ &\leq f_{py} \\ &\leq f_{se} + 2100 \quad (\text{กก./ตร.ซม.}) \end{aligned} \quad (2.8)$$

เมื่อ  $f_{se}$  = หน่วยแรงดึงประสิทธิผลของเหล็กเสริมอัดแรง  
 $f_{py}$  = กำลังดึงคราของเหล็กเสริมอัดแรง

การออกแบบโครงสร้างเพื่อรับแรงดัดต้องให้เกิดการวิบัติในลักษณะแรงดัดเป็นหลัก โดยปริมาณเหล็กเสริมจะต้องมีค่าน้อยกว่าเกณฑ์สมดุล มาตรฐาน ACI ได้กำหนดพิกัดของเหล็กเสริมในคอนกรีตอัดแรง เพื่อให้แน่ใจว่าปริมาณเหล็กเสริมน้อยกว่าเกณฑ์สมดุล ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \omega_p \\ \omega_p + (\omega - \omega') \frac{d_s}{d_p} \\ \omega_{pw} + (\omega_w - \omega'_w) \frac{d_s}{d_p} \end{aligned} \right\} \leq 0.36\beta_1 \quad (2.9)$$

เมื่อ  $\omega_p = \rho_p f_{ps} / f'_c$  ,  $\rho = A_s / bd_s$   
 $\omega = \rho f_y / f'_c$  ,  $\rho' = A'_s / bd_s$   
 $\omega' = \rho' f_y / f'_c$  ,  $\rho_p = A_{ps} / bd_p$   
 $A'_s$  = พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมไม่อัดแรงที่รับแรงอัด  
 $\beta_1 = 0.85$  สำหรับ  $f'_c \leq 280$  กก./ตร.ซม.  
 $= 0.85 - 0.05 (f'_c - 280) / 70$  สำหรับ  $f'_c > 280$  กก./ตร.ซม.  
 แต่ไม่น้อยกว่า 0.65

นอกจากนี้มาตรฐาน ACI กำหนดให้มีการตรวจสอบกำลังดัดประลัยของหน้าตัด ต้องมีค่าน้อย  
 1.2 เท่าของโมเมนต์ดัดแตกร้า เพื่อป้องกันการวิบัติแบบทันทีทันใดหลังเกิดการแตกร้า

$$\phi M_n \geq 1.2 M_{cr} \quad (2.10)$$

$$f_r = \frac{P_e}{A} + \frac{P_e e}{Z_b} - \frac{M_{cr}}{Z_b}$$

$$M_{cr} = A_{ps} f_{se} \left[ \frac{Z_b}{A_c} + e \right] + f_r Z_b \quad (2.11)$$

เมื่อ	$A_c$	=	พื้นที่หน้าตัดทั้งหมดของคอนกรีต
	$M_n$	=	โมเมนต์ระบุงของหน้าตัด
	$M_{cr}$	=	โมเมนต์ดัดแตกร้าวซึ่งทำให้หน่วยแรงดึงในคอนกรีตที่บริเวณผิวเท่ากับโมดูลัสการแตก ร้าวของคอนกรีต
	$P_e$	=	แรงอัดประสิทธิผลในหน้าตัดคอนกรีต
	$e$	=	ระยะเยื้องศูนย์กลางของแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรง
	$f_r$	=	โมดูลัสแตกร้าว (modulus of rupture) = $1.99\sqrt{f'_c}$ (กก./ตร.ซม.)
	$\phi$	=	ตัวคูณลดกำลัง (strength reduction factor) ในที่นี้เท่ากับ 0.9

### 2.1.3 หน่วยแรงในคอนกรีต เหล็กเสริมไม่อัดแรง และเหล็กเสริมอัดแรง

#### ก. พิกัดหน่วยแรงในคอนกรีต เหล็กเสริมไม่อัดแรง และเหล็กเสริมอัดแรง

##### ก.1 คอนกรีต ค่าหน่วยแรงอัดและหน่วยแรงดึงที่ยอมให้ในคอนกรีต มีค่าดังนี้

สภาวะถ่ายแรง หน่วยแรงในคอนกรีตก่อนการเสื่อมลดของแรงดึงอันเนื่องมาจาก การหดตัวและการคืบของคอนกรีต และการคลายแรงดึงของลวดอัดแรง ต้องไม่เกินค่าต่อไปนี้

$$\text{หน่วยแรงอัดที่ผิวนอกสุด} \quad 0.60 f'_{ci}$$

$$\text{หน่วยแรงดึงที่ผิวนอกสุด} \quad 0.80 \sqrt{f'_{ci}}$$

เมื่อ  $f'_{ci}$  = กำลังอัดประลัยของคอนกรีตขณะถ่ายแรง (กก./ตร.ซม.)

สภาวะใช้งาน หน่วยแรงในคอนกรีตหลังการเสื่อมสูญทั้งหมดของแรงดึงต้องไม่เกิน ค่าต่อไปนี้  
หน่วยแรงอัดที่ผิวนอกสุด แบ่งเป็น 2 กรณี

— พิจารณาน้ำหนักบรรทุกคงที่กับน้ำหนักบรรทุกคงที่เพิ่มส่วน  $0.45 f'_c$

— พิจารณาน้ำหนักบรรทุกรวมทั้งหมด  $0.60 f'_c$

หน่วยแรงดึงที่ผิวนอกสุด แบ่งเป็น 2 กรณี

— พิจารณาบริเวณคอนกรีตซึ่งถูกอัดแรงมาก่อน (precompressed tensile zone)  $1.6 \sqrt{f'_c}$

— พิจารณาบริเวณคอนกรีตซึ่งถูกอัดแรงมาก่อน และตรวจสอบค่าแอนตัวทั้งหมด (วิเคราะห์จากหน้าตัดแตกร้าวโดยใช้ความสัมพันธ์ของโมเมนต์ดัดและการแอนตัวแบบเชิงเส้นคู่) แล้วไม่เกินจากที่กำหนดไว้  $3.2 \sqrt{f'_c}$

คานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนจะเกิดการแตกร้าวขณะรับน้ำหนักบรรทุกจร และรอยแตกจะปิดสนิทเมื่อไม่มีน้ำหนักบรรทุกจรกระทำ ดังนั้นการวิเคราะห์หน่วยแรงที่สภาวะใช้งานขณะรับน้ำหนักบรรทุกจรต้องวิเคราะห์จากหน้าตัดคานแตกร้าว

ก.2 เหล็กเสริมอัดแรง มาตรฐาน ACI กำหนดหน่วยแรงดึงที่ยอมให้มีดังนี้

หน่วยแรงที่ขณะดึงไม่เกิน  $0.94f_{py}$  แต่ไม่มากกว่าค่า  $0.80f_{pu}$

หน่วยแรงทันทีที่ถ่ายแรงไปให้คอนกรีตไม่เกิน  $0.70f_{pu}$

ข. หน่วยแรงดัดภายใต้หน้าตัดที่ไม่แตกร้าว

หน่วยแรงดัด สามารถเขียนอยู่ในรูปสมการทั่วไปดังนี้

$$f = \frac{P}{A_c} + \frac{Pey}{I} - \frac{My}{I} \quad (2.12)$$

ที่สภาวะถ่ายแรงหน้าตัดคานยังไม่เกิดการแตกร้าว หน่วยแรงดัดที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงอัดเริ่มแรก (initial prestress) แรงอัดกระทำเยื้องศูนย์กลาง และน้ำหนักคาน สามารถเขียนสมการคำนวณหาค่าหน่วยแรงในคอนกรีตที่ระดับต่างๆ ดังนี้

$$\text{ที่ระดับผิวบน : } f_{ct} = f_{pi}A_{ps} \left( \frac{1}{A_c} - \frac{ey_i}{I} \right) + \frac{M_g y_i}{I} \quad (2.12.1)$$

$$\text{ที่ระดับผิวล่าง : } f_{cb} = f_{pi}A_{ps} \left( \frac{1}{A_c} + \frac{ey_b}{I} \right) - \frac{M_g y_b}{I} \quad (2.12.2)$$

$$\text{ที่ระดับเหล็กเสริมอัดแรง : } f_{ps} = f_{pi}A_{ps} \left( \frac{1}{A_c} + \frac{e^2}{I} \right) - \frac{M_g e}{I} \quad (2.12.3)$$

$$\text{ที่ระดับเหล็กเสริมไม่อัดแรง : } f_s = f_{pi}A_{ps} \left( \frac{1}{A_c} - \frac{e(d_s - y_i)}{I} \right) + \frac{M_g (d_s - y_i)}{I} \quad (2.12.4)$$

เมื่อ  $I$  = โมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัดคาน

$M_g$  = โมเมนต์เนื่องจากน้ำหนักของคาน

$M_{sd}$  = โมเมนต์เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกคงที่เพิ่มเติม

$y_i$  = ระยะจากแกนสะเทินไปยังผิวบนของหน้าตัด

$y_b$  = ระยะจากแกนสะเทินไปยังผิวล่างของหน้าตัด

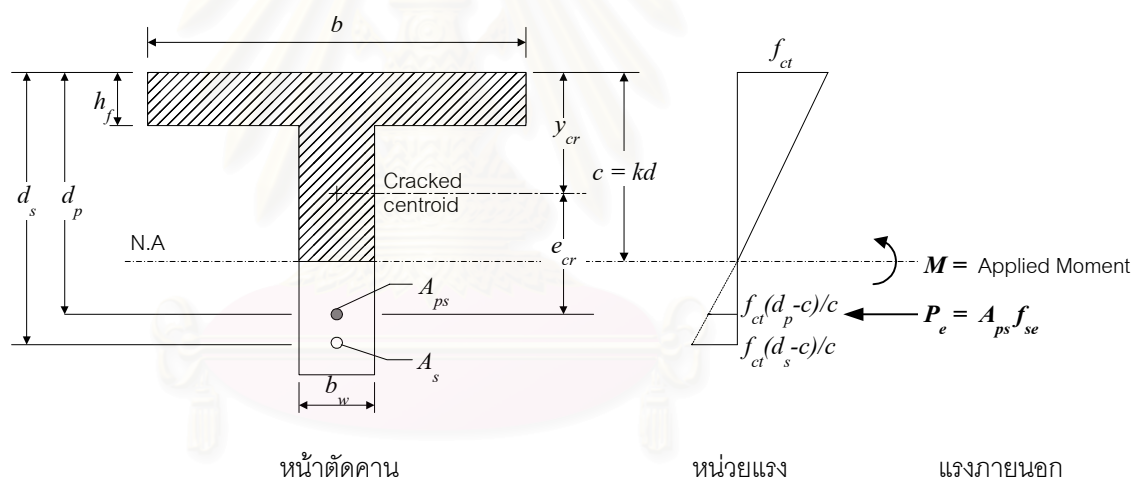
การออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนนั้นยอมให้เกิดรอยแตกร้าวได้ที่สภาวะใช้งาน แต่เมื่อไม่มีน้ำหนักบรรทุกจรมากจะทำรอยแตกร้าวจะต้องปิดสนิท ดังนั้นที่สภาวะใช้งานขณะที่คานรับเฉพาะน้ำหนักบรรทุกคงที่ และน้ำหนักบรรทุกคงที่เพิ่มเติม (superimposed dead load) หน่วยแรงดัดจะคำนวณคล้ายกับที่สภาวะถ่ายแรง โดยเปลี่ยน  $f_{pi}$  เป็น  $f_{se}$  และ  $M_g$  เป็น  $M_g + M_{sd}$

ค. หน่วยแรงตัดภายใต้หน้าตัดแตกร้าว

การวิเคราะห์หน้าตัดคานคอนกรีตอัดแรง สามารถพิจารณาจากหน้าตัดคอนกรีตเสริมเหล็ก ที่มีแรงอัดขนาดเท่ากับ แรงภายนอกที่ทำให้เกิดความเครียดในคอนกรีตที่ตำแหน่งเหล็กเสริมอัดแรงมีค่าเท่ากับศูนย์ (decompression force) และโมเมนต์มากระทำ แต่เนื่องจากแรงนี้มีค่ามีแตกต่างน้อยมาก เมื่อเปรียบเทียบกับแรงอัดประสิทธิผล ( $P_e$ ) และอยู่ในด้านเชิงอนุรักษ์ ดังนั้นจึงพิจารณาให้แรงอัดที่กระทำต่อหน้าตัดเท่ากับ  $P_e$  [5]

การวิเคราะห์หน่วยแรงของคอนกรีต เหล็กเสริมไม่อัดแรง และเหล็กเสริมอัดแรง ที่สภาวะรับน้ำหนักใช้งาน ใช้หลักการสมดุลของแรง โดยมีข้อสมมุติฐานดังนี้

- หน้าตัดของคานสมมาตรรอบระนาบของการตัด
- หน้าตัดก่อนและหลังการตัดเป็นระนาบ
- ที่สภาวะรับน้ำหนักใช้งาน ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงตามแนวแกนและความเครียดของคอนกรีตและเหล็กเสริมเป็นแบบเชิงเส้น
- กำลังดึงในคอนกรีตน้อยมาก จึงไม่นำมาพิจารณา



รูปที่ 2.2 หน่วยแรงหลังการแตกร้าวของหน้าตัดคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน

จากหลักสมดุล ผลรวมของหน่วยแรงบนหน้าตัดจะเท่ากับ  $P_e$  และผลรวมของโมเมนต์รอบจุดศูนย์ถ่วงของเหล็กเสริมอัดแรงเท่ากับ  $M$  แสดงดังสมการ

$$\frac{f_{ct}}{2c} [bc^2 - (b - b_w)(c - h_f)^2] - \frac{f_{ct}}{c} [n_p A_{ps} (d_p - c) + n_s A_s (d_s - c)] = P_e \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{ct}}{2c} [bc^2 - (b - b_w)(c - h_f)^2] \left[ (d_p - c) + \frac{2}{3} \frac{bc^3 - (b - b_w)(c - h_f)^3}{bc^2 - (b - b_w)(c - h_f)^2} \right] \\ + \frac{f_{ct}}{c} [n_s A_s (d_s - c)(d_s - d_p)] = M \end{aligned} \quad (2.14)$$



แทนค่าสมการ (2.13) ลงในสมการ (2.14) จะได้ความสัมพันธ์เป็นสมการกำลังสามดังนี้

$$\begin{aligned} & \left(\frac{c}{d_p}\right)^3 + 3\left(\frac{M}{A_{ps}f_{se}d_p} - 1\right)\left(\frac{c}{d_p}\right)^2 + 6\left[\left(\frac{b}{b_w} - 1\right)\left(\frac{h_f}{d_p}\right)\left(\frac{M}{A_{ps}f_{se}d_p} - 1 + \frac{h_f}{2d_p}\right) + \right. \\ & \left. \frac{M}{A_{ps}f_{se}d_p}\left(\frac{n_s A_s + n_p A_{ps}}{b_w d_u}\right) + \frac{n_s A_s}{b_w d_p}\left(\frac{d_s}{d_p} - 1\right)\right]\left(\frac{c}{d_p}\right) - 3\left[\left(\frac{b}{b_w} - 1\right)\left(\frac{h_f}{d_p}\right)^2\left(\frac{M}{A_{ps}f_{se}d_p} - 1 + \frac{h_f}{2d_p}\right) + \right. \\ & \left. \frac{2M}{A_{ps}f_{se}d_p}\left(\frac{n_p A_{ps}}{b_w d_p} + \frac{n_s A_s}{b_w d_p} \frac{d_s}{d_p}\right) + \frac{2n_s A_s}{b_w d_p} \frac{d_s}{d_p}\left(\frac{d_s}{d_p} - 1\right)\right] = 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

แก้สมการ 2.15 หาค่า  $c$  แล้วนำไปคำนวณหาหน่วยแรงในเหล็กเสริมไม่อัดแรง, เหล็กเสริมอัดแรง และหน่วยแรงที่ผิวบนด้านรับแรงอัดของคอนกรีตดังนี้

$$f_{ct} = \frac{2f_{se}A_{ps}c}{bc^2 - (b - b_w)(c - h_f)^2 - 2[n_s A_s (d_s - c) + n_p A_{ps} (d_p - c)]} \quad (2.16.1)$$

$$f_{ps} = f_{se} + n_p f_{ct} \left(\frac{d_p}{c} - 1\right) \quad (2.16.2)$$

$$f_s = n_s f_{ct} \left(\frac{d_s}{c} - 1\right) \quad (2.16.3)$$

เมื่อ

$$n_p = E_{ps}/E_c, \quad n_s = E_s/E_c$$

$E_c$  = โมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต

$E_{ps}$  = โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมอัดแรง

$E_s$  = โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมไม่อัดแรง

#### 2.1.4 ความกว้างรอยแตกร้าวสูงสุด (Maximum Crack Width)

คานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนเป็นโครงสร้างที่ยอมให้เกิดรอยแตกร้าวได้ที่สภาวะใช้งาน ดังนั้นเงื่อนไขสำคัญประการหนึ่งสำหรับการออกแบบโดยวิธีอัดแรงบางส่วน คือ การตรวจสอบขนาดความกว้างของรอยแตกร้าว ไม่ให้เกินจากค่าที่มาตรฐานกำหนด เนื่องจากหน้าตัดที่มีรอยแตกร้าวกว้างเกินไป จะส่งผลต่อการกัดกร่อนเหล็กเสริมจากสภาวะแวดล้อม

ก. พิกัดความกว้างของรอยแตกร้าวสูงสุด

มาตรฐาน ACI Committee 224 R92 เสนอพิกัดความกว้างรอยแตกร้าวสูงสุดที่ยอมให้ ณ สภาวะน้ำหนักใช้งานภายใต้สภาวะแวดล้อมต่าง ๆ ดังนี้

– พื้นผิวภายในอาคาร (Dry Air, Protective Membrane)	=	0.40	มม.
– พื้นผิวภายนอก (Moist Air, Soil)	=	0.33	มม.
– โครงสร้างสัมผัสน้ำทะเล (Wetting and Drying)	=	0.15	มม.
– โครงสร้างกักเก็บน้ำ	=	0.10	มม.

ข. สูตรคำนวณความกว้างรอยแตกร้าวสูงสุด<sup>[4]</sup>

มาตรฐาน ACI เสนอให้ใช้สูตรคำนวณความกว้างรอยแตกร้าวสูงสุดที่เสนอโดย Gergely และ Lutz ดังสมการที่ 2.17 ซึ่งสามารถประยุกต์ใช้กับคอนกรีตอัดแรงบางส่วนได้โดยแทนค่า  $f_s$  ด้วย  $\Delta f_{ps}$

$$W_{\max} = 1.081 \times 10^{-5} \beta f_s \sqrt[3]{d_c A_t} \quad (2.17)$$

เมื่อ	$W_{\max}$	=	ความกว้างรอยแตกร้าวสูงสุด (มม.)
	$f_s$	=	หน่วยแรงดึงในเหล็กเสริม หรือเท่ากับ $\Delta f_{ps}$ ในกรณีประยุกต์ใช้กับคอนกรีตอัดแรงบางส่วน (กก./ซม. <sup>2</sup> )
	$\Delta f_{ps}$	=	หน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรงที่เปลี่ยนแปลงไป เทียบกับหน่วยแรงในลวดอัดแรงเมื่อความเครียดในคอนกรีตที่ระดับเหล็กเสริมเท่ากับศูนย์ ( $\epsilon_{cs} = 0$ )
	$A_t$	=	พื้นที่หน้าตัดคอนกรีตในส่วนที่รับแรงดึงต่อเหล็กเสริมหนึ่งเส้น (ซม. <sup>2</sup> )
	$d_c$	=	ระยะหุ้มคอนกรีตถึงตำแหน่งเหล็กเสริมไม่อัดแรง (ซม.)
	$\beta$	=	อัตราส่วนระหว่างระยะจากผิวรับแรงดึงถึงแกนสะเทิน และระยะศูนย์ถ่วงเหล็กเสริมถึงแกนสะเทิน

2.1.5 การแอ่นตัว (Deflection)

การแอ่นตัวของคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนที่เกิดขึ้นทันทีทันใดหลังจากรับน้ำหนักใช้งาน และในระยะยาว ต้องไม่เกินจากพิกัดที่มาตรฐาน ACI ได้กำหนดไว้ ดังนี้

– การแอ่นตัวที่เกิดขึ้นทันทีทันใดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกจร	=	$L/180$
– การแอ่นตัวที่เกิดขึ้นในระยะยาวเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทั้งหมด	=	$L/480$

ก. การแอ่นตัวที่เกิดขึ้นทันทีทันใด

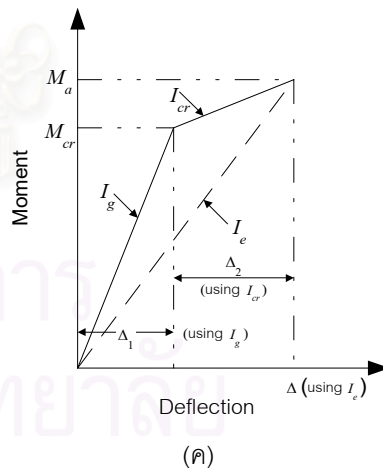
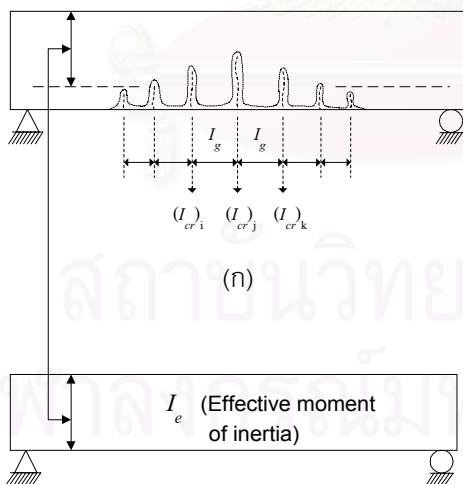
มาตรฐาน ACI กำหนดให้ใช้ความสัมพันธ์ของโมเมนต์ดัดและการโก่งตัวแบบเชิงเส้นคู่ ในการคำนวณการโก่งตัวทันทีทันใด กล่าวคือโมเมนต์ที่ทำให้หน่วยแรงดึงที่ผิวบนสุดเท่ากับ  $1.99\sqrt{f'_c}$  จะคำนวณโดยใช้โมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัดคาน ( $I_g$ ) ส่วนโมเมนต์ที่เหลือใช้โมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัดที่แตกร้าว ( $I_{cr}$ ) ในการคำนวณการโก่งตัว

สำหรับหน้าตัดคานแตกร้าว ACI อนุญาตให้ใช้โมเมนต์ความเฉื่อยประสิทธิผลในการคำนวณการแอ่นตัว โดยใช้  $I_e$  แทน  $I_g$  ลงในสูตรคำนวณค่าการโก่งตัว ซึ่งโมเมนต์ความเฉื่อยประสิทธิผลนี้เป็นค่าเฉลี่ยที่ใช้ตลอดความยาวคาน

Branson เสนอสมการโมเมนต์ความเฉื่อยประสิทธิผล สำหรับคานช่วงเดียว ดังนี้

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \leq I_g \tag{2.18}$$

- เมื่อ
- $I_e$  = โมเมนต์ความเฉื่อยประสิทธิผล
  - $I_g$  = โมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัดคาน
  - $I_{cr}$  = โมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัดคานแตกร้าว
  - $M_a$  = โมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้นสูงสุดตลอดความยาวคาน



รูปที่ 2.3 (ก) โมเมนต์ความเฉื่อยของคานแตกร้าว  
 (ข) โมเมนต์ความเฉื่อยประสิทธิผล  
 (ค) ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์กับค่าการโก่งตัวแบบเชิงเส้นคู่ และค่าการโก่งตัวที่คำนวณด้วยโมเมนต์ความเฉื่อยประสิทธิผล

คู่มือการออกแบบของ PCI ได้เสนอการคำนวณค่า  $I_{cr}$  ของหน้าตัดคอนกรีตอัดแรงไว้ดังนี้

$$I_{cr} = n_p A_{ps} d_p^2 \left( 1 - 1.67 \sqrt{n_p \rho_p} \right) \quad (2.19)$$

สำหรับหน้าตัดคอนกรีตอัดแรงบางส่วนนั้น สามารถคำนวณค่า  $I_{cr}$  จากการดัดแปลงสมการ (2.19) ได้ดังนี้

$$I_{cr} = \left( n_p A_{ps} d_p^2 + n_s A_s d_s^2 \right) \left( 1 - 1.67 \sqrt{n_p \rho_p + n_s \rho} \right) \quad (2.20)$$

#### ข. การแอ่นตัวที่เกิดขึ้นในระยะยาว

เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทั้งหมดที่กระทำต่อคานยกเว้นน้ำหนักบรรทุกจรเป็นแรงที่กระทำถาวร ทำให้เกิดการคืบในคอนกรีต มีผลทำให้เกิดการแอ่นตัวมากขึ้นเมื่อเวลาผ่านไป นอกจากนี้การคลายตัวของเหล็กเสริมอัดแรงทำให้แรงดึงในเหล็กเสริมลดลงด้วย การคำนวณการแอ่นตัวที่เกิดขึ้นในระยะยาวไม่สามารถทำได้ง่ายแม่นยำเพราะ การคืบของคอนกรีตและการคลายตัวของเหล็กเสริมอัดแรงสามารถคำนวณได้ค่าประมาณเท่านั้น

PCI ได้เสนอให้ใช้ค่าตัวคูณซึ่งได้พิจารณาผลการคืบของคอนกรีต การคลายตัวของเหล็กเสริมอัดแรง และอื่นๆ ไว้แล้วที่ระยะเวลายาวช่วงหนึ่ง ดังแสดงในตารางที่ 2.1 การคำนวณจะแยกค่าการแอ่นตัวเนื่องจากแรงต่างๆที่กระทำแล้วคูณด้วยค่าตัวคูณ จากนั้นจึงนำค่าทั้งหมดมารวมกัน

ตารางที่ 2.1 ค่าตัวคูณเพื่อคำนวณการแอ่นตัวที่เกิดขึ้นในระยะยาว

	พื้นที่ไม่หล่อเป็นเนื้อเดียวกับคาน	พื้นที่หล่อเป็นเนื้อเดียวกับคาน
หลังจากถ่ายแรง		
(1) ส่วนการแอ่นตัวลง เนื่องจากน้ำหนักตัวเอง	1.85	1.85
(2) ส่วนการแอ่นตัวขึ้น(camber)เนื่องจากการอัดแรง	1.80	1.80
หลังจากรับน้ำหนักบรรทุก		
(3) ส่วนการแอ่นตัวลง เนื่องจากน้ำหนักตัวเอง	2.70	2.40
(3) ส่วนการแอ่นตัวขึ้น(camber)เนื่องจากการอัดแรง	2.45	2.20
(4) ส่วนการแอ่นตัวลง เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกคงที่เพิ่มเติม	3.00	3.00
(5) ส่วนการแอ่นตัวลง เนื่องจากพื้นที่หล่อเป็นเนื้อเดียวกับคาน	-	2.30

### 2.1.6 กำลังต้านทานแรงเฉือนของคอนกรีต

มาตรฐาน ACI กำหนดให้คำนวณกำลังต้านทานแรงเฉือนของคอนกรีต,  $V_c$  จากค่าที่น้อยกว่าระหว่าง กำลังต้านทานแรงเฉือนกรณีการแตกร้าวเนื่องจากผลของแรงเฉือน,  $V_{cw}$  และกำลังต้านทานแรงเฉือนกรณีการแตกร้าวเนื่องจากผลรวมกันของโมเมนต์และแรงเฉือน,  $V_{ci}$

ก. กำลังต้านทานแรงเฉือนกรณีการแตกร้าวเนื่องจากผลรวมกันของโมเมนต์และแรงเฉือน,  $V_{ci}$

$$\begin{aligned} V_{ci} &= 0.16\sqrt{f'_c}b_w d_{pi} + V_d + \frac{V_i M_{cr}}{M_{\max}} \\ &\geq 0.45\sqrt{f'_c}b_w d_{pi} \end{aligned} \quad (2.21)$$

- เมื่อ  $d_{pi}$  = ระยะจากผิวที่เกิดหน่วยแรงอัดจนถึงจุดศูนย์ถ่วงของเหล็กเสริมอัดแรง แต่ต้องมีค่าไม่น้อยกว่า  $0.8h$  (ซม.)
- $V_d$  = แรงเฉือนเนื่องจากน้ำหนักตัวคานที่หน้าตัดที่พิจารณา (กก.)
- $V_i$  = แรงเฉือนเพิ่มส่วน (Factored Shears) เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทั้งหมดยกเว้นน้ำหนักคานที่หน้าตัดที่พิจารณา (กก.)
- $M_{\max}$  = โมเมนต์เพิ่มส่วน (Factored Moment) เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทั้งหมดยกเว้นน้ำหนักคานที่หน้าตัดที่พิจารณา (กก.)
- $M_{cr}$  = โมเมนต์ที่เพิ่มจากโมเมนต์ของน้ำหนักคานที่ทำให้เกิดการแตกร้าว เนื่องจากผลของโมเมนต์ที่หน้าตัดที่พิจารณาโดยหาจาก
- $$M_{cr} = Z_b (f_r + f_{pe} + f_d) \quad (2.22)$$
- $f_{pe}$  = หน่วยแรงคอนกรีตบริเวณผิวที่เกิดการแตกร้าวเนื่องจากการอัดแรง
- $f_d$  = หน่วยแรงคอนกรีตบริเวณผิวที่เกิดการแตกร้าวเนื่องจากน้ำหนักคาน
- $f_r$  = โมดูลัสของการแตกร้าวซึ่งในกรณีนี้เท่ากับ  $1.60\sqrt{f'_c}$  (กก./ซม<sup>2</sup>)

ข. กำลังต้านทานแรงเฉือนกรณีการแตกร้าวเนื่องจากผลของแรงเฉือน,  $V_{cw}$

$$V_{cw} = (0.93\sqrt{f'_c} + 0.3f_{pc})b_w d_p + V_p \quad (2.23)$$

- เมื่อ  $f_{pc}$  = หน่วยแรงคอนกรีตบริเวณศูนย์ถ่วงของหน้าตัดเนื่องจากการอัดแรง (กก./ซม<sup>2</sup>)
- $V_p$  = แรงประกอบย่อยแนวตั้งของแรงอัดในเหล็กเสริมอัดแรงที่หน้าตัดที่พิจารณา (กก.)

### 2.1.7 กำลังต้านทานแรงเฉือนของเหล็กรับแรงเฉือน

มาตรฐาน ACI กำหนดให้มีการเสริมเหล็กรับแรงเฉือน ในกรณีที่กำลังต้านทานแรงเฉือนของคอนกรีตมีค่าน้อยกว่าแรงเฉือนภายนอกที่มีกระทำ

$$\begin{aligned} V_u &\leq \phi(V_c + V_s) \\ V_s &\geq \frac{V_u - V_c}{\phi} \end{aligned} \quad (2.24)$$

ในกรณีที่พิจารณาให้เหล็กเสริมรับแรงเฉือน เป็นเหล็กปลอกวางตั้งฉากกับแนวแกนของคาน  $V_s$  คำนวณจาก

$$V_s = \frac{A_v f_y d_{pi}}{S} \quad (2.25)$$

เมื่อ  $A_v$  = พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมรับแรงเฉือน โดยงานวิจัยนี้จะให้เหล็กเสริมรับแรงเฉือนตัดเป็นปลอกสี่เหลี่ยม ทำให้  $A_v$  ของเหล็กปลอกมีค่าเท่ากับ 2 เท่าของพื้นที่หน้าตัดเหล็กที่ใส่

$S$  = ระยะห่างของเหล็กเสริมรับแรงเฉือน

$V_c$  = กำลังต้านทานแรงเฉือนของคอนกรีต

$V_s$  = กำลังต้านทานแรงเฉือนของเหล็กเสริมรับแรงเฉือน

$V_u$  = แรงเฉือนเพิ่มส่วนที่ต้องการออกแบบ

$\phi$  = ตัวคูณลดกำลัง ในที่นี้เท่ากับ 0.85

ข้อกำหนดสำหรับการออกแบบเหล็กรับแรงเฉือนมีดังนี้

ก. ระยะห่าง (Spacing) ของเหล็กเสริมรับแรงเฉือน

- ระยะเรียงของเหล็กเสริมรับแรงเฉือนที่วางตั้งฉากกับแนวแกนของคาน จะต้องไม่ห่างเกิน  $\frac{3}{4}h$  หรือ 60 ซม. และถ้า  $V_s$  มีค่าเกิน  $1.06\sqrt{f'_c}b_w d_p$  ระยะเรียงจะต้องลดลงเหลือครึ่งหนึ่ง

ข. ปริมาณการเสริมเหล็กรับแรงเฉือน

- ค่า  $V_s$  ต้องมีค่าไม่มากกว่า  $2.12\sqrt{f'_c}b_w d_p$  ถ้ามากกว่าต้องออกแบบขนาดหน้าตัดคานให้ใหญ่ขึ้น
- ถ้า  $V_u \leq \frac{\phi V_c}{2}$  ไม่ต้องเสริมเหล็กรับแรงเฉือน

- ถ้า  $V_u > \frac{\phi V_c}{2}$  ให้เสริมเหล็กกับแรงเฉือนไม่น้อยกว่าปริมาณต่ำสุดของการเสริมเหล็กกับแรงเฉือน  
 $(A_v)_{\min}$  ซึ่งหาจาก

$$(A_v)_{\min} = 3.5 \frac{b_w S}{f_y} \quad (2.26)$$

ในกรณีที่  $f_{se} > 0.4 f_{pu}$  ปริมาณต่ำสุดของการเสริมเหล็กกับแรงเฉือนใช้ค่าที่น้อยกว่าระหว่างสมการ (2.26) และ (2.27)

$$(A_v)_{\min} = \frac{A_{ps} f_{pu} S}{80 f_y d_p} \sqrt{\frac{d_p}{b_w}} \quad (2.27)$$

## 2.2 การออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน

การออกแบบคานคอนกรีตบางส่วน ต้องพิจารณาออกแบบโครงสร้างให้สอดคล้องทั้ง ที่สภาวะรับน้ำหนักประลัย และที่สภาวะรับน้ำหนักใช้งาน

ที่สภาวะรับน้ำหนักประลัย พิจารณารูปที่ 2.1 (ก.) จากหลักการสมดุลของแรง จะได้ว่า

$$T = C$$

$$A_{ps} f_{ps} + A_s f_y = 0.85 f'_c b a$$

ดังนั้น  $a = \frac{A_{ps} f_{ps} + A_s f_y}{0.85 f'_c b}$

ดัชนีเหล็กเสริม  $\bar{\omega} = \frac{A_{ps} f_{ps}}{b d f'_c} + \frac{A_s f_y}{b d f'_c} = \omega_p + \omega_s \quad (2.28)$

$$a = \frac{d}{0.85} (\omega_p + \omega_s)$$

ดังนั้น  $a = 1.18 \bar{\omega} d \quad (2.29)$

กำลังดัดประลัย  $M_u = \phi T \left( d - \frac{a}{2} \right)$

$$= \phi (A_{ps} f_{ps} + A_s f_y) \left( d - \frac{a}{2} \right)$$

$$= \phi b d f'_c \bar{\omega} (d - 0.59 d \bar{\omega})$$

ดังนั้น  $M_u = \phi b d^2 f'_c \bar{\omega} (1 - 0.59 \bar{\omega}) \quad (2.30)$

Naaman และ Siriaksorn<sup>[9,10]</sup> ได้ประยุกต์ใช้สมการวิเคราะห์กำลังดัดประลัย เสนอวิธีการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน ด้วยวิธีกำหนดค่าอัตราส่วนของการอัดแรง (Partial Prestressing Ratio,  $PPR$ ) ซึ่งเป็นค่าอัตราส่วนระหว่างค่าโมเมนต์ดัดจากผลของการอัดแรง ( $M_p$ ) และโมเมนต์ดัดประลัย ( $M_u$ )

$$PPR = \frac{M_p}{M_u}$$

$$PPR = \frac{A_{ps}f_{ps}\left(d_p - \frac{a}{2}\right)}{A_{ps}f_{ps}\left(d_p - \frac{a}{2}\right) + A_s f_y \left(d_s - \frac{a}{2}\right)} \quad (2.31)$$

นอกจากนี้ยังได้เสนอให้ใช้ระยะความลึกประสิทธิภาพ  $d$  แทน  $d_p$  และ  $d_s$  โดยที่  $d$  คือระยะจากผิวรับแรงอัด (Compressive Fiber) ถึงจุดศูนย์กลางของแรงดึงในเหล็กเสริม ดังนั้นเขียนสมการ 2.31 ได้ใหม่ดังนี้

$$PPR = \frac{A_{ps}f_{ps}}{A_{ps}f_{ps} + A_s f_y} \quad (2.32)$$

สรุปขั้นตอนการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนโดยวิธี  $PPR$  ได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1. กำหนดคุณสมบัติหน้าตัดและน้ำหนักบรรทุกที่กระทำ เช่น ขนาดหน้าตัด, กำลังอัดคอนกรีต ( $f'_c$ ), โมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีตและเหล็กเสริม ( $E_c, E_s$ )

ขั้นตอนที่ 2. ตรวจสอบ  $f_{se}$  มากกว่า  $0.5f_{pu}$  หากมีค่าน้อยกว่าต้องวิเคราะห์หาค่า  $f_{ps}$  โดยวิธีความเครียดสอดคล้อง (Strain Compatibility)

ขั้นตอนที่ 3. สมมุติค่า  $PPR$  ซึ่ง Naaman เสนอค่าต่ำสุดของค่า  $PPR$  เท่ากับ  $\frac{1.4M_d}{1.4M_d + 1.7M_l}$

ขั้นตอนที่ 4. ประเมินระยะ  $d_p$  และ  $d_s$  ด้วยระยะความลึกประสิทธิภาพ ( $d$ ) ดังสมการ

$$d = \frac{A_{ps}f_{ps}d_p + A_s f_y d_s}{A_{ps}f_{ps} + A_s f_y} \quad (2.33)$$

ขั้นตอนที่ 5. คำนวณหาค่า  $\bar{\omega}$  จากสมการที่ 2.32 โดยที่  $\bar{\omega}$  ต้องมีค่าน้อยกว่า 0.30 เพื่อให้แน่ใจว่าเป็นดัชนีเหล็กเสริม สำหรับการเสริมเหล็กน้อยกว่าเกณฑ์สมดุล

$$\bar{\omega}(1 - 0.59\bar{\omega}) = \frac{M_u}{\phi b d^2 f'_c} \quad (2.34)$$



ขั้นตอนที่ 6. คำนวณค่าแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรงจากสมการที่ 2.35

$$F_{pu} = \bar{\omega} b d f'_c PPR \quad (2.35)$$

ขั้นตอนที่ 7. คำนวณปริมาณเหล็กเสริมไม่อัดแรง จากสมการที่ 2.36

$$A_s = \frac{F_u}{f_y} \left( \frac{1 - PPR}{PPR} \right) \quad (2.36)$$

ขั้นตอนที่ 8. คำนวณปริมาณเหล็กเสริมอัดแรง

ACI 318-99 กำหนดให้

$$f_{ps} = f_{pu} \left\{ 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d_s}{d_p} (\omega - \omega') \right] \right\}$$

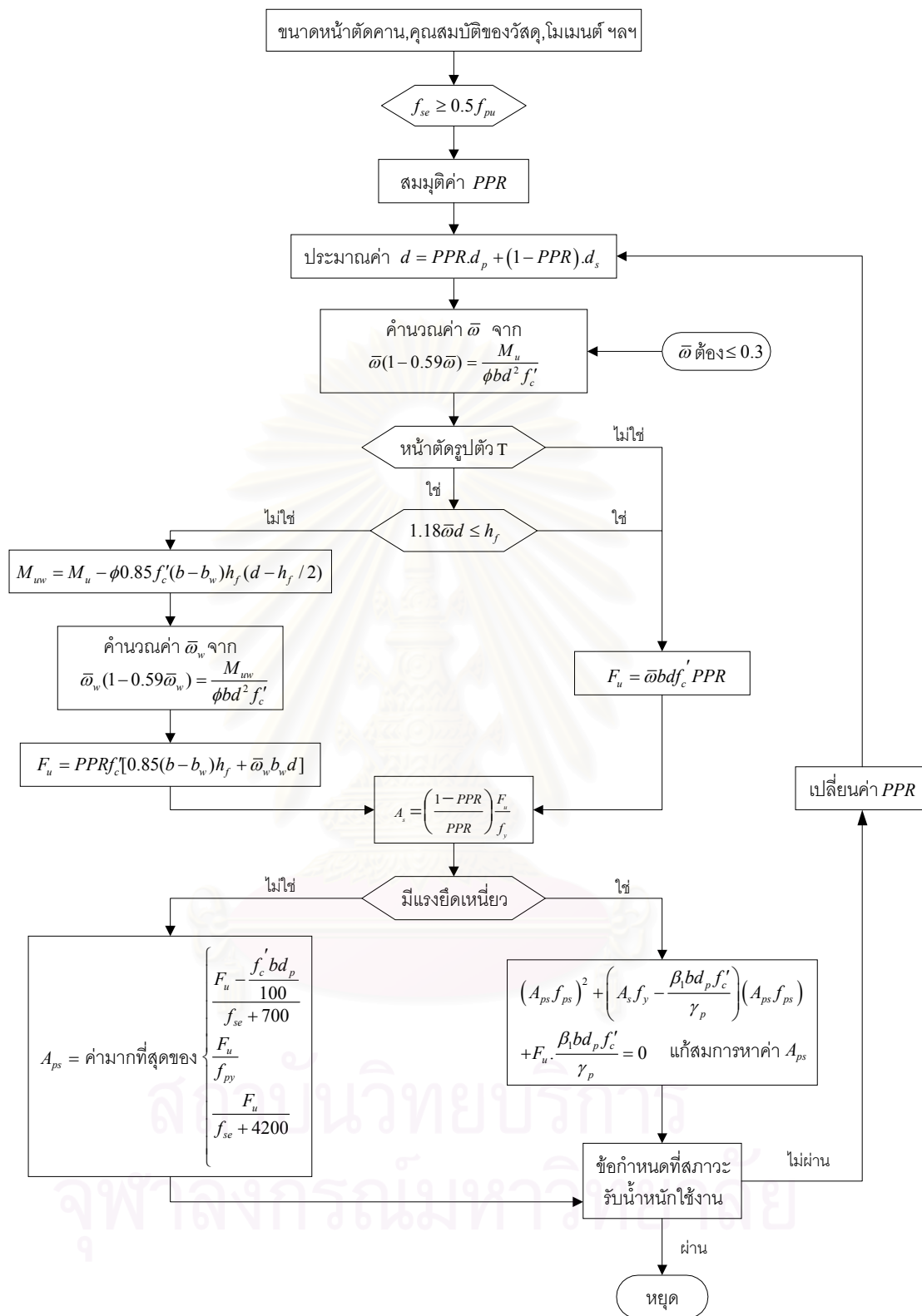
สำหรับงานวิจัยนี้ไม่พิจารณาเหล็กเสริมรับแรงอัด ค่า  $\omega'$  เท่ากับศูนย์ และ  $A_{ps} = F_{pu} / f_{ps}$  กระจายสมการด้านบนและจัดพจน์สมการใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{F_u}{A_{ps}} &= f_{pu} \left[ 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1 b d_p f'_c} (A_{ps} f_{pu} + A_s f_y) \right] \\ (A_{ps} f_{ps})^2 + \left( A_s f_y - \frac{\beta_1 b d_p f'_c}{\gamma_p} \right) (A_{ps} f_{ps}) + F_{pu} \cdot \frac{\beta_1 b d_p f'_c}{\gamma_p} &= 0 \end{aligned} \quad (2.37)$$

หาปริมาณเหล็กเสริมอัดแรงจากการแก้สมการที่ 2.37

ขั้นตอนที่ 9. วิเคราะห์หน้าตัดขณะรับน้ำหนักบรรทุกทุกใช้งาน แล้วตรวจสอบข้อกำหนดเกี่ยวกับ หน่วยแรงขณะใช้งาน, ความกว้างรอยแตกร้าว และการแอ่นตัว ถ้าไม่ผ่านให้ย้อนกลับไปขั้นตอนที่ 3. เพื่อสมมุติค่า  $PPR$  ใหม่

วิธีการออกแบบหน้าตัดคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน จากขั้นตอนที่ 1-9 สามารถเขียนแผนภาพแสดงการคำนวณได้ดังแสดงในรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 ขั้นตอนการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนด้วยวิธี PPR

### 2.3 สมการเป้าหมาย

สมการเป้าหมายที่ใช้ในงานวิจัยนี้ พิจารณาจากราคาค่าวัสดุและค่าแรงในการก่อสร้างให้มีราคาต่ำที่สุด โดยมีปัจจัยราคาสำคัญที่เกี่ยวข้องดังนี้ ราคาของคอนกรีต ราคาของเหล็กเสริมอัดแรง ราคาเหล็กเสริมไม่อัดแรง ราคาของชุดลิ่มสมอตั้ง ราคาของปลายสมอยึด และปัจจัยอื่นๆ ซึ่งพิจารณาได้สมการเป้าหมาย ดังนี้

$$C_T = C_c(A_c L) + C_{ps}(W_{ps} N_{ps} L_{ps}) + C_s \{ (W_s N_s L + W_v \sum N_v L_v) \} + C_{anc} N_{anc} + C_{fix} N_{fix} + C_{bed} (N_{ps} L_{ps}) + C_{duct} (N_{ps} L_{ps}) \{ + C_{gr} (N_{ps} L_{ps}) \text{ ราคาเพิ่มเติมสำหรับคานระบบมีแรงยึดเหนี่ยว} \} \quad (2.38)$$

เมื่อ	$C_T$	=	ราคารวมทั้งหมดของคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน	(บาท)
	$C_c$	=	ราคารวมค่าวัสดุและค่าแรงต่อปริมาตรของคอนกรีต	(บาท/ลบ.ม.)
	$A_c$	=	พื้นที่หน้าตัดของคาน	(ตร.ม.)
	$L$	=	ความยาวของคาน	(เมตร)
	$C_p$	=	ราคารวมค่าวัสดุและค่าแรงต่อน้ำหนักของเหล็กเสริมอัดแรง	(บาท/กิโลกรัม)
	$W_{ps}$	=	น้ำหนักต่อหน่วยความยาวของเหล็กเสริมอัดแรง	(กิโลกรัม/เมตร)
	$N_{ps}$	=	จำนวนเหล็กเสริมอัดแรง	(เส้น)
	$L_{ps}$	=	ความยาวเหล็กเสริมอัดแรง	(เมตร)
	$C_s$	=	ราคารวมค่าวัสดุและค่าแรงต่อน้ำหนักของเหล็กเสริมไม่อัดแรง	(บาท/กิโลกรัม)
	$W_s$	=	น้ำหนักต่อหน่วยความยาวของเหล็กเสริมไม่อัดแรง	(กิโลกรัม/เมตร)
	$N_s$	=	จำนวนเหล็กเสริมไม่อัดแรง	(เส้น)
	$W_v$	=	น้ำหนักต่อหน่วยความยาวของเหล็กเสริมรับแรงเฉือน	(กิโลกรัม/เมตร)
	$N_v$	=	จำนวนปลอกของเหล็กเสริมรับแรงเฉือน	= $L_i/S_i$ (เส้น)
	$L_v$	=	ความยาวเหล็กเสริมรับแรงเฉือน 1 ปลอก	= $2(b_w + h)$ (เมตร)
	$C_{anc}$	=	ราคารวมค่าวัสดุและค่าแรงต่อชุดลิ่มสมอตั้ง	(บาท/ชุด)
	$N_{anc}$	=	จำนวนชุดของลิ่มสมอตั้ง	(ชุด)
	$C_{fix}$	=	ราคารวมค่าวัสดุและค่าแรงต่อชุดสมอปลายยึด	(บาท/ชุด)
	$N_{fix}$	=	จำนวนชุดของสมอปลายยึด	(ชุด)
	$C_{bed}$	=	ราคารวมค่าวัสดุและค่าแรงต่อชุดขาตั้งเหล็กเสริมอัดแรงต่อความยาว	(บาท/เมตร)
	$C_{duct}$	=	ราคารวมค่าวัสดุและค่าแรงต่อความยาวของวัสดุหุ้มเหล็กเสริมอัดแรง	(บาท/เมตร)
	$C_{gr}$	=	ราคารวมค่าวัสดุและค่าแรงต่อความยาวของวัสดุยึดเหนี่ยวลวดอัดแรง	(บาท/เมตร)

เนื่องจากแนวการวางเหล็กเสริมอัดแรง เป็นรูปโค้งพาราโบลา(Simple Parabola) โดยที่ระยะเยื้องศูนย์กลางที่ปลายคานมีค่าเท่ากับศูนย์ และที่กึ่งกลางคานมีค่าเท่ากับ  $e_0$  ค่าความยาวเส้นโค้งพาราโบลาตามทฤษฎีคือ

$$L_{ps} = \frac{L}{2} \sqrt{1 + \frac{16e_0^2}{L^2}} + \frac{L^2}{8e_0} \ln \left[ \frac{4e_0}{L} + \sqrt{1 + \frac{16e_0^2}{L^2}} \right] \quad (2.39)$$

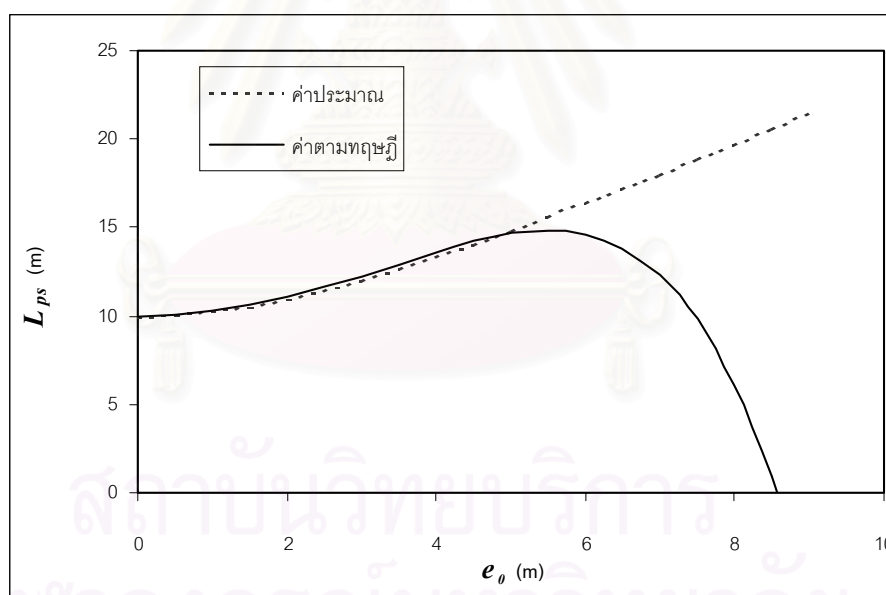
สามารถประมาณค่าความยาวเหล็กเสริมอัดแรงจากความยาวเส้นโค้งพาราโบลาได้ ดังสมการที่ 2.40

$$L_{ps} = L + \frac{8}{3L} e_0^2 - \frac{32}{5L^4} e_0^5 \quad (2.40)$$

$$L_{ps} = L + \frac{8}{3L} (d_p - Y_t)^2 - \frac{32}{5L^4} (d_p - Y_t)^5 \quad (2.41)$$

เมื่อ  $L_{ps}$  = ความยาวของเหล็กเสริมอัดแรงตามแนวพลาโบลา  
 $L$  = ความยาวของคาน  
 $e_0$  = ระยะเยื้องศูนย์กลางที่ตำแหน่งกึ่งกลางคาน =  $d_p - Y_t$

หากเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวเสริมอัดแรง ( $L_{ps}$ ) และระยะเยื้องศูนย์กลาง ( $e_0$ ) ดังรูปที่ 2.5 เปรียบเทียบระหว่างค่าความยาวเหล็กเสริมจากทฤษฎี และจากค่าประมาณ พบว่าในช่วงที่ระยะเยื้องศูนย์กลางมีค่าไม่เกินครึ่งหนึ่งของความยาวคาน ค่าความยาวเส้นโค้งจะมีค่าใกล้เคียงกันมากซึ่งในความเป็นจริงนั้นจะไม่พบคานคอนกรีตที่มีระยะเยื้องศูนย์กลางเกินกว่าครึ่งหนึ่งของความยาวแน่นอน ดังนั้นจึงสามารถใช้ค่า  $L_{ps}$  จากสมการที่ 2.40 แทนค่าในสมการเป้าหมายได้



รูปที่ 2.5 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $L_{ps}$  และ  $e_0$  เมื่อ  $L = 10$  เมตร

เนื่องจากจำนวนชุดของลิ่มสมอตั้ง ( $N_{anc}$ ) และจำนวนชุดของสมอปลายยึด ( $N_{fx}$ ) มีค่าเท่ากับจำนวนเส้นของเหล็กเสริมอัดแรง สามารถเขียนสมการเป้าหมายได้ใหม่คือ

$$C_T = C_c(A_c L) + (C_{ps} W_{ps} + C_{bed} + C_{duct} + C_{gr})(N_{ps} L_{ps}) + (C_{anc} + C_{fix}) N_{ps} + C_s \{ (W_s N_s L + W_v \left( \sum \frac{L_i}{S_i} \right) L_v) \} \quad (2.42)$$

แทนค่า  $L_{ps}$  จากสมการที่ 2.41 ลงในสมการที่ 2.42 จะได้

$$C_T = C_c(A_c L) + (C_{ps} W_{ps} + C_{bed} + C_{duct} + C_{gr}) \left[ L + \frac{8}{3L} (d_p - Y_t)^2 - \frac{32}{5L^4} (d_p - Y_t)^5 \right] N_{ps} + (C_{anc} + C_{fix}) N_{ps} + C_s \{ (W_s N_s L + W_v \left( \sum \frac{L_i}{S_i} \right) L_v) \} \quad (2.43)$$

## 2.4 อสมการขอบเขต (Constraints)

อสมการขอบเขตที่ใช้ในงานวิจัยนี้ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณเหล็กเสริมอัดแรง ( $A_{ps}$ ) ปริมาณเหล็กเสริมไม่อัดแรง ( $A_s$ ) ระยะจากผิวรับแรงอัดถึงศูนย์กลางของเหล็กเสริมอัดแรง ( $d_p$ ) ระยะความลึกของแกนสะเทินเมื่อน้ำตัดเกิดการแตกร้าว ( $c$ ) และระยะเรียงของเหล็กเสริมรับแรงเฉือน ( $S$ ) โดยพิจารณาจากสภาพความต้องการทั่วไปของโครงสร้าง หน่วยแรงที่สภาวะถ่ายแรง หน่วยแรงที่สภาวะใช้งาน ความกว้างของรอยแตกร้าว การแอ่นตัวของคาน กำลังของหน้าตัดที่สภาวะประลัย และกำลังรับแรงเฉือนของหน้าตัดคาน

### 2.4.1 สภาพความต้องการทั่วไปของโครงสร้าง

#### ก. ข้อจำกัดของเหล็กเสริมอัดแรง

$$A_{ps} f_{pj} \leq (0.94 f_{py} A_{psi}) N_{ps} \quad (2.44)$$

$$A_{ps} f_{pj} \leq (0.80 f_{pu} A_{psi}) N_{ps} \quad (2.45)$$

$$A_{ps} f_{se} \leq (0.70 f_{pu} A_{psi}) N_{ps} \quad (2.46)$$

เมื่อ  $f_{py}$  = กำลังดึงครากของเหล็กเสริมอัดแรง  
 $A_{psi}$  = พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมอัดแรงต่อเส้น  
 $N_{ps}$  = จำนวนเส้นของเหล็กเสริมอัดแรง  
 $f_{pu}$  = กำลังดึงประลัยของเหล็กเสริมอัดแรง

#### ข. ตำแหน่งการวางเหล็กเสริมอัดแรง

$$d_p \leq d_s \quad (2.47)$$

เมื่อ  $d_p$  = ระยะจากผิวรับแรงอัดถึงศูนย์กลางของเหล็กเสริมอัดแรง  
 $d_s$  = ระยะจากผิวรับแรงอัดถึงศูนย์กลางของเหล็กเสริมไม่อัดแรง

ค. ระยะความลึกของแกนสะเทิน

$$c \leq Y_t \quad (2.48)$$

เมื่อ  $c$  = ระยะความลึกของแกนสะเทินเมื่อน้ำตัดเกิดการแตกร้าว  
 $Y_t$  = ระยะจากผิวรับแรงอัดถึงศูนย์กลางของหน้าตัดคาน

#### 2.4.2 ข้อจำกัดที่สภาวะถ่ายแรง

หน่วยแรงที่เกิดในคอนกรีตต้องอยู่ในช่วงที่ยอมให้

$$-0.80\sqrt{f'_{ci}} \leq f_c \leq 0.60f'_{ci}$$

- หน่วยแรงที่ผิวด้านบน ( $f_{ct}$ )

$$-0.80\sqrt{f'_{ci}} \leq \frac{A_{ps}f_{pi}}{A} - \frac{A_{ps}f_{pi}(d_p - Y_t)}{Z_t} + \frac{M_g}{Z_t} \leq 0.60f'_{ci} \quad (2.49)$$

- หน่วยแรงที่ผิวด้านล่าง ( $f_{cb}$ )

$$-0.80\sqrt{f'_{ci}} \leq \frac{A_{ps}f_{pi}}{A} + \frac{A_{ps}f_{pi}(d_p - Y_t)}{Z_b} - \frac{M_g}{Z_b} \leq 0.60f'_{ci} \quad (2.50)$$

#### 2.4.3 ข้อจำกัดที่สภาวะใช้งาน

ก. หน่วยแรงในคอนกรีตก่อนเกิดการแตกร้าว ขณะรับน้ำหนักบรรทุกคงที่และน้ำหนักบรรทุกคงที่เพิ่มส่วน

หน่วยแรงที่เกิดในคอนกรีตต้องอยู่ในช่วงที่ยอมให้

$$-1.60\sqrt{f'_c} \leq f_c \leq 0.45f'_c$$

- หน่วยแรงที่ผิวด้านบน ( $f_{ct}$ )

$$-1.60\sqrt{f'_c} \leq \frac{A_{ps}f_{se}}{A} - \frac{A_{ps}f_{se}(d_p - Y_t)}{Z_t} + \frac{(M_g + M_{sd})}{Z_t} \leq 0.45f'_c \quad (2.51)$$

– หน่วยแรงที่ผิวด้านล่าง ( $f_{cb}$ )

$$-1.60\sqrt{f'_c} \leq \frac{A_{ps}f_{se}}{A} + \frac{A_{ps}f_{se}(d_p - Y_t)}{Z_b} - \frac{(M_g + M_{sd})}{Z_b} \leq 0.45f'_c \quad (2.52)$$

ข. หน่วยแรงในคอนกรีตหลังเกิดการแตกร้าว ขณะรับน้ำหนักบรรทุกรวมทั้งหมด

หน่วยแรงที่เกิดในคอนกรีตต้องอยู่ในช่วงที่ยอมให้

$$-1.60\sqrt{f'_c} \leq f_c \leq 0.60f'_c$$

– หน่วยแรงที่ผิวด้านบน ( $f_{ct}$ )

$$-1.60\sqrt{f'_c} \leq \frac{2f_{se}A_{ps}c}{bc^2 - (b - b_w)(c - h_f)^2 - 2[n_s A_s(d_s - c) + n_p A_{ps}(d_p - c)]} \leq 0.60f'_c \quad (2.53)$$

ค. สมการหาค่าระดับความลึกของแกนสะเทิน

$$\begin{aligned} & \left(\frac{c}{d_p}\right)^3 + 3\left(\frac{M}{A_{ps}f_{se}d_p} - 1\right)\left(\frac{c}{d_p}\right)^2 + 6\left[\left(\frac{b}{b_w} - 1\right)\left(\frac{h_f}{d_p}\right)\left(\frac{M}{A_{ps}f_{se}d_p} - 1 + \frac{h_f}{2d_p}\right) + \right. \\ & \left. \frac{M}{A_{ps}f_{se}d_p}\left(\frac{n_s A_s}{b_w d_p} + \frac{n_p A_{ps}}{b_w d_p}\right) + \frac{n_s A_s}{b_w d_p}\left(\frac{d_s}{d_p} - 1\right)\right]\left(\frac{c}{d_p}\right) - 3\left[\left(\frac{b}{b_w} - 1\right)\left(\frac{h_f}{d_p}\right)^2\left(\frac{M}{A_{ps}f_{se}d_p} - 1 + \frac{h_f}{2d_p}\right) + \right. \\ & \left. \frac{2M}{A_{ps}f_{se}d_p}\left(\frac{n_p A_{ps}}{b_w d_p} + \frac{n_s A_s}{b_w d_p}\frac{d_s}{d_p}\right) + \frac{2n_s A_s}{b_w d_p}\frac{d_s}{d_p}\left(\frac{d_s}{d_p} - 1\right)\right] = 0 \end{aligned} \quad (2.54)$$

ง. การแอ่นตัวของโครงสร้าง

– การแอ่นตัวของคานที่เกิดขึ้นทันทีทันใด พิจารณาจากค่าการแอ่นตัวเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกจร ( $\delta_L$ ) เท่านั้น

$$\delta_L = \frac{5W_L L^4}{384E_c I_e} + \frac{P_L L^3}{48E_c I_e} \leq L/180 \quad (2.55)$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ} \quad I_e &= \left[ \frac{D_1^3}{M_a^3} I_g + \left(1 - \frac{D_1^3}{M_a^3}\right) D_2 D_3 \right] \\ D_1 &= A_{ps} f_{se} \left( \frac{Z_b}{A} + d_p - Y_t \right) + f_r Z_b \\ D_2 &= n_p A_{ps} d_p^2 + n_s A_s d_s^2 \\ D_3 &= 1 - 1.67D_4 \end{aligned}$$

$$D_4 = \sqrt{\frac{n_p A_{ps}}{bd_p} + \frac{n_s A_s}{bd_s}}$$

– การแอ่นตัวของคานที่เกิดขึ้นในระยะยาว

$$K_1 \delta_p + K_2 \delta_G + K_3 \delta_{SD} \leq L/480 \quad (2.56)$$

เมื่อ  $\delta_p =$  การแอ่นตัวเนื่องจากการอัดแรง

$$= -\frac{P_i L^2}{8E_{ci} I_g} \left[ e_e + \frac{5}{6}(e_c - e_e) \right] = -\frac{5P_i L^2 e_c}{48E_{ci} I_g}$$

$\delta_G =$  การแอ่นตัวเนื่องจากน้ำหนักตัวเอง

$$= \frac{5W_g L^4}{384E_c I_g}$$

$\delta_{SD} =$  การแอ่นตัวเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกคงที่ที่เพิ่มส่วน

$$= \frac{5W_{SD} L^4}{384E_c I_g} + \frac{P_{SD} L^3}{48E_c I_g}$$

$K_1, K_2, K_3 =$  ค่าตัวคูณเพื่อคำนวณการแอ่นตัวที่เกิดขึ้นในระยะยาวที่เสนอโดย PCI

จ. ความกว้างรอยแตกกว้างสูงสุด

$$W = 1.081 \times 10^{-5} \beta \Delta f_{ps} \sqrt{d_c A_T} \leq W_p \quad (2.57)$$

เมื่อ  $W_p =$  ค่าความกว้างรอยแตกกว้างสูงสุดที่ยอมให้

2.4.4 ข้อจำกัดที่สภาวะประลัย

ก. กำลังรับโมเมนต์ดัดของหน้าตัดคาน

$$\phi M_n \geq M_u \quad (2.58)$$

กำลังรับโมเมนต์ดัดของหน้าตัดคาน แบ่งพิจารณาออกเป็น 2 กรณี

ก.1 สำหรับหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และหน้าตัดมีปีกที่มีพฤติกรรมแบบหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ( $a \leq h_f$ )

$$\phi M_n = \phi \left[ A_{ps} f_{ps} d_p + A_s f_y d_s - \frac{(A_{ps} f_{ps})^2}{2(0.85 f_c' b)} - \frac{A_{ps} f_{ps} A_s f_y}{0.85 f_c' b} - \frac{(A_s f_y)^2}{2(0.85 f_c' b)} \right] \geq M_u \quad (2.58.1)$$



ก.2 สำหรับหน้าตัดที่มีปีกที่มีพฤติกรรมแบบหน้าตัดรูปตัว T ( $a > h_f$ )

$$\phi M_n = \phi \left\{ A_{ps} f_{ps} d_p + A_s f_y d_s - \frac{(A_{ps} f_{ps})^2}{2(0.85 f'_c b_w)} - \frac{A_{ps} f_{ps} A_s f_y}{0.85 f'_c b_w} - \frac{(A_s f_y)^2}{2(0.85 f'_c b_w)} + \right. \\ \left. (A_{ps} f_{ps} + A_s f_y) \left[ \frac{h_f}{2} \cdot \frac{b}{b_w} - \frac{h_f}{2} + \frac{(b-b_w) h_f}{2(0.85 f'_c b_w)} \right] - \frac{0.85 f'_c (b-b_w) b h_f^2}{2 b_w} \right\} \geq M_u \quad (2.58.2)$$

ข. ข้อกำหนดเพื่อป้องกันการวิบัติแบบทันทีทันใด

$$0.9 M_n \geq 1.2 M_{cr} \quad (2.59)$$

เมื่อ 
$$M_{cr} = A_{ps} f_{se} \left[ \frac{Z_b}{A_c} + e \right] + f_r Z_b \quad (2.59.1)$$

ค. ข้อกำหนดเพื่อป้องกันการวิบัติแบบเปราะ

$$\omega_p + (\omega - \omega') \frac{d_s}{d_p} \leq 0.36 \beta_1 \quad (2.60)$$

เมื่อ 
$$\omega_p + (\omega - \omega') \frac{d_s}{d_p} = \frac{A_{ps} f_{ps}}{b d_p f'_c} + \left( \frac{A_s f_y}{b d_s f'_c} - 0 \right) \frac{d_s}{d_p}$$

$$= \frac{A_{ps} f_{ps}}{b d_p f'_c} + \frac{A_s f_y}{b d_p f'_c}$$

ง. กำลังต้านทานแรงเฉือน

กำลังต้านทานแรงเฉือนของหน้าตัดคานซึ่งเกิดจากกำลังต้านทานแรงเฉือนของคอนกรีตและเหล็กเสริมจะต้องมากกว่าแรงเฉือนประลัยที่เกิดขึ้นจริง

$$\phi(V_c + V_s) \geq V_u \quad (2.61)$$

เมื่อ  $V_c$  = ค่าที่น้อยกว่าระหว่างค่า  $V_{ci}$  และ  $V_{cw}$

$$V_{ci} = 0.16 \sqrt{f'_c} b_w d_{p,i} + V_d + \frac{V_i M_{cr,i}}{M_{\max}} \geq 0.45 \sqrt{f'_c} b_w d_{p,i} \quad (2.61.1)$$

$$V_{cw} = (0.93 \sqrt{f'_c} + 0.3 f_{pc}) b_w d_{p,i} + V_p \quad (2.61.2)$$

$$V_s = \frac{A_v f_y d_{pi}}{S_i} \quad (2.61.3)$$

จ. ข้อกำหนดในการเสริมเหล็กกับแรงเฉือน

กรณีที่ 1:  $V_u \leq \phi \frac{V_c}{2}$  , ไม่ต้องเสริมเหล็กกับแรงเฉือน

$$V_u \leq \phi \frac{V_c}{2} \quad (2.62)$$

$$S_{\max} = 0 \quad (2.63)$$

กรณีที่ 2:  $V_u \leq \phi V_c$  ,  $V_u \geq \phi \frac{V_c}{2}$  , เสริมเหล็กปริมาณต่ำสุด

$$V_u \leq \phi V_c$$

$$V_u \geq \phi \frac{V_c}{2} \quad (2.64)$$

$$(A_v)_{\min} \geq \frac{A_{ps} f_{pu} S \sqrt{d_{pi}}}{80 f_y d_{pi} \sqrt{b_w}} \quad (2.65)$$

$$S_{\max} \leq \frac{A_v f_y}{3.5 b_w} \quad (2.66)$$

กรณีที่ 3:  $V_u \leq \phi (V_c + V_s)$  ,  $V_s \leq 1.06 \sqrt{f'_c} b_w d_{pi}$  ,  $S_{\max} \leq \frac{3}{4} h \leq 60$  cm

$$V_u \leq \phi (V_c + 1.06 \sqrt{f'_c} b_w d_{pi}) \quad (2.67)$$

$$V_u \leq \phi \left( V_c + \frac{A_v f_y d_{pi}}{S_i} \right) \quad (2.68)$$

$$S_{\max} \leq \frac{3}{4} h \leq 60 \text{ cm} \quad (2.69)$$

กรณีที่ 4:  $V_u \leq \phi (V_c + V_s)$  ,  $V_s \geq 1.06 \sqrt{f'_c} b_w d_{pi}$  ,  $S_{\max} \leq \frac{3}{8} h \leq 30$  cm

$$V_u \geq \phi (V_c + 1.06 \sqrt{f'_c} b_w d_{pi}) \quad (2.70)$$

$$V_u \leq \phi \left( V_c + \frac{A_v f_y d_{pi}}{S_i} \right)$$

$$S_{\max} \leq \frac{3}{8} h \leq 30 \text{ cm} \quad (2.71)$$

## 2.5 วิธีการหาคำตอบที่เหมาะสม

จากการศึกษาการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดสำหรับคานาคอนกรีตอัดแรงบางส่วน พบว่าลักษณะของปัญหาเป็นแบบ โปรแกรมไร้เชิงเส้น (Non-Linear Programming, NLP) คือ สมการเป้าหมาย (Objective Function) และสมการเงื่อนไข (Constraints) อยู่ในรูปของสมการไร้เชิงเส้น (Nonlinear Form)

พิจารณาปัญหาการโปรแกรมไร้เชิงเส้นโดยทั่วไป ดังนี้

$$\text{สมการเป้าหมาย: } \quad \text{Min} \rightarrow \quad Z = F(\{x\}) \quad (2.72)$$

$$\text{อสมการขอบเขต: } \quad g_j(\{x\}) \leq 0 \quad j = 1, \dots, m \quad (2.73)$$

การหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาการโปรแกรมไร้เชิงเส้น โดยอาศัยวิธีการแก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming, LP) ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex Method) ทำได้โดยการเปลี่ยนระบบสมการของ สมการเป้าหมาย และอสมการขอบเขต จากสมการไร้เชิงเส้น เป็นสมการเชิงเส้น (Linear Form) โดยใช้อนุกรมของ Taylor ขยายสมการรอบจุดเริ่มต้น  $\{x^*\}$  และพิจารณาเฉพาะสองเทอมแรก ดังนั้นรูปแบบของปัญหาด้านบนจะเปลี่ยนไปดังนี้

$$Z = F(\{x\}) \approx F^* + \{\nabla F^*\}^T (\{x\} - \{x^*\}) \quad (2.74)$$

$$g_j(\{x\}) \approx g_j^* + \{\nabla g_j^*\}^T (\{x\} - \{x^*\}) \leq 0 \quad j = 1, \dots, m \quad (2.75)$$

เมื่อ  $F^*, \{\nabla F^*\}, g_j^*$  และ  $\{\nabla g_j^*\}$  คือค่าของ  $F, \{\nabla F\}, g_j$  และ  $\{\nabla g_j\}$  ที่จุด  $\{x^*\}$  ตามลำดับ

การแก้ปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นข้างต้นนี้ จะคำนวณหาจุด  $\{x^*\}$  ซ้ำไปซ้ำมา โดยค่า  $\{x^*\}$  แต่ละรอบจะได้จากคำตอบที่เหมาะสม (Optimum) ของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นรอบก่อนหน้านี้ อย่างไรก็ตามการคำนวณด้วยวิธีนี้จะไม่ลู่เข้าสู่คำตอบที่เหมาะสมของปัญหาดั้งเดิม (Original Nonlinear Problem) เสมอไป โดยอาจเกิดปัญหาขึ้นระหว่างกระบวนการแก้ปัญหาดังนี้<sup>[6]</sup>

- ถ้าคำตอบที่เหมาะสมจริง (True Optimum) ไม่ได้อยู่บนจุดตัดของช่วงคำตอบที่เป็นไปได้ (Feasible Region) ผลจากการใช้การโปรแกรมเชิงเส้นในการแก้ปัญหา จะทำให้คำตอบที่ได้แกว่งไปแกว่งมาอย่างไม่แน่นอนอยู่ในบริเวณนี้
- ถึงแม้คำตอบที่เหมาะสมจริงจะอยู่บนจุดตัดก็ตาม แต่ถ้าจุดเริ่มต้น  $\{x^*\}$  อยู่ห่างจากคำตอบที่เหมาะสมจริงมาก การลู่เข้าสู่คำตอบที่เหมาะสมก็อาจไม่เกิดขึ้นได้

- ในปัญหาที่ไม่ใช่แบบนูน (Nonconvex Problem) บางส่วนของกระบวนการเปลี่ยนระบบสมการจากสมการไร้เชิงเส้นเป็นสมการเชิงเส้น อาจมีการตัดช่วงคำตอบที่เป็นไปได้ ซึ่งอาจมีคำตอบที่เหมาะสมจริงรวมอยู่ด้วย

จากปัญหาต่างๆ ของการลู่เข้าของคำตอบที่เหมาะสมจริงที่ได้สรุปไว้ข้างต้น Griffith และ Stewart<sup>[14]</sup> เสนอวิธี การโปรแกรมแบบประมาณ (Approximate Programming) เพื่อปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหา โดยเพิ่ม การกำหนดขอบเขตของตัวแปรให้อยู่ในช่วงที่กำหนด (Step-Size Adjustment) เพื่อให้แน่ใจว่าจุดที่ได้ต่อมานั้น มีค่าไม่ไกลจากจุดเดิมมากนัก เพราะในกรณีจุด  $\{x^*\}$  อยู่บนช่วงที่มีการเปลี่ยนแปลงความโค้งแล้ว การเปลี่ยน ระบบสมการเป็นสมการเชิงเส้นจะทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมาก และการลู่เข้าของคำตอบจะไม่เกิดขึ้น โดยที่ การกำหนดขอบเขตของตัวแปรเขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$-\delta_i \leq x_i - x_i^* \leq \delta_i \quad i = 1, \dots, n \quad (2.76)$$

เมื่อ  $\delta_i$  = ค่าขอบเขตของตัวแปร (Step-Size)

ค่าขอบเขตของตัวแปรที่เลือกใช้ต้องมีค่าน้อยเพียงพอที่จะทำให้เกิดการลู่เข้าของคำตอบ โดยที่แต่ละรอบของการคำนวณ ค่าของสมการเป้าหมายดั้งเดิม (Original Objective Function) ต้องมีค่าลดลง และค่าของ เงื่อนไขที่เป็นไปไม่ได้มีค่าน้อยลงด้วย หากค่าดังกล่าวมีค่าเพิ่มขึ้นแล้วจะต้องปรับลดค่าขอบเขตของตัวแปร จนกว่าจะผ่านเงื่อนไขดังกล่าว

การเปลี่ยนระบบสมการของสมการเป้าหมาย และอสมการขอบเขตที่ใช้ในงานวิจัยนี้ จากระบบสมการ แบบไร้เชิงเส้นเส้นเป็นแบบเชิงเส้น เพื่อนำไปคำนวณหาคำตอบที่เหมาะสมด้วยวิธีซิมเพล็กซ์นั้น แสดงรายละเอียดในภาคผนวก ค.

## 2.6 การตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ

การตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบได้ใช้วิธีของ Scarborough ซึ่งใช้กับการคำนวณซ้ำโดยการตรวจสอบคำตอบในรอบที่ผ่านมากับคำตอบที่คำนวณได้ใหม่ โดยที่ผู้ใช้สามารถระบุนัยสำคัญของตัวเลขคำตอบที่ต้องการได้ มีรายละเอียดการคำนวณดังนี้

$$\begin{aligned} \varepsilon_a &= \frac{\text{คำตอบปัจจุบัน} - \text{คำตอบที่ผ่านมา}}{\text{คำตอบปัจจุบัน}} \times 100\% \\ |\varepsilon_a| &< \varepsilon_s \\ \varepsilon_s &= (0.5 \times 10^{2-N})\% \end{aligned} \quad (2.77)$$

เมื่อ  $\epsilon_s$  = ค่าขอบเขตที่ยอมให้  
 $N$  = จำนวนนัยสำคัญของคำตอบที่ต้องการ

สมการที่ 2.78 เมื่อแทนค่า  $N$  จะได้ค่า  $\epsilon_s$  ดังตารางที่ 2.2 และจากการศึกษาพบว่า การตรวจสอบด้วยวิธีนี้คำตอบที่ได้มักจะมีนัยสำคัญของตัวเลขมากกว่าที่ต้องการ ซึ่งเป็นคำตอบในเชิงอนุรักษ์

สำหรับงานวิจัยนี้ตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ โดยการตรวจสอบตัวแปรของราคาจากสมการเป้าหมายดังสมการที่ 2.43

ตารางที่ 2.2 ค่าขอบเขตที่ยอมให้กับจำนวนนัยสำคัญของคำตอบ

$N$	$\epsilon_s$
2	0.5
3	0.05
4	0.005

สถาบันวิทยบริการ  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 3

### ขั้นตอนและวิธีการวิจัย

#### 3.1 ขั้นตอนการวิจัย

งานวิจัยนี้มีเป้าหมายที่จะพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับใช้ออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน เพื่อให้ได้ราคาก่อสร้างที่เหมาะสมโดยใช้โปรแกรมเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ซึ่งมีขั้นตอนของการวิจัยดังนี้

1. ศึกษาผลงานวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับวิธีการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน
2. ศึกษาการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน ตามหน่วยแรงที่ยอมให้และข้อกำหนดของมาตรฐาน ACI 318-99
3. ศึกษาวิธีการหาคำตอบที่เหมาะสมด้วยวิธีซิมเพล็กซ์
4. ศึกษาความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ที่มีผลต่อราคาของโครงสร้าง ได้แก่ แรงดึงประสิทธิผลในเหล็กเสริมอัดแรง ปริมาณเหล็กเสริมอัดแรง ปริมาณเหล็กเสริมไม่ธรรมดา แนวการวางตัวของเหล็กเสริมอัดแรง ระยะการเรียงตัวของเหล็กรับแรงเฉือน และนำไปกำหนดสมการเป้าหมาย เพื่อคำนวณและออกแบบอย่างเหมาะสม (Optimum Design)
5. พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์จากการศึกษาข้างต้น
6. เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ที่ได้จากโปรแกรม ในกรณีที่ใช้การคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสม และใช้การคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมกับตัวอย่างอื่นๆ ทั่วไป เพื่อตรวจสอบถูกต้องของโปรแกรม

#### 3.2 องค์ประกอบของโปรแกรมคอมพิวเตอร์

งานวิจัยนี้สามารถแบ่งขั้นตอนการวิเคราะห์ผลออกเป็น 3 ขั้นตอนได้แก่

- ก. การจัดเตรียมข้อมูลก่อนการประมวลผล (Pre-Processing)
- ข. การวิเคราะห์และประมวลผล (Processing)
- ค. การแปลผลหลังประมวลผล (Post-Processing)

โดยแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียด ดังนี้

- ก. การจัดเตรียมข้อมูลก่อนการประมวลผล (Pre-Processing)

สำหรับขั้นตอนนี้เป็นการเตรียมข้อมูลต่างๆ เพื่อนำไปใช้ในการวิเคราะห์และออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน โดยมีข้อมูลที่จะต้องเตรียมดังนี้

- ก.1 ชนิด และ ขนาดของหน้าตัดคาน
- ก.2 คุณสมบัติของวัสดุที่ใช้ เช่น กำลังอัดประลัยของคอนกรีต กำลังครากของเหล็กเสริม เป็นต้น
- ก.3 ขนาดน้ำหนักบรรทุกที่กระทำต่อคาน
- ก.4 ระบบของคานคอนกรีตอัดแรง เช่น เป็นระบบไร้แรงยึดเหนี่ยว หรือมีแรงยึดเหนี่ยว
- ก.5 เลือกราคาคำนวณว่าจะทำการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมหรือไม่
- ก.6 ราคาวัสดุและแรงงานที่ใช้ในโครงสร้าง

#### ข. การวิเคราะห์และประมวลผล (Processing)

ขั้นตอนนี้เป็นกรคำนวณโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์หลังจากจัดเตรียมข้อมูลแล้ว สามารถแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆ ดังนี้

- ข.1 การวิเคราะห์โครงสร้าง
  - ข.1.1 การหาคุณสมบัติของหน้าตัดคาน
  - ข.1.2 การหาแรงที่กระทำต่อคาน
- ข.2 กำหนดค่าเริ่มต้นของค่า PPR และค่าขอบเขตของตัวแปร (Step-size)
- ข.3 การออกแบบคอนกรีตอัดแรงบางส่วน
  - ข.3.1 การออกแบบรับแรงดัด
  - ข.3.2 การออกแบบรับแรงเฉือน
- ข.4 วิเคราะห์หาหน่วยแรง, กำลังดัดประลัยของหน้าตัด, การแ่นตัวของคาน, ความกว้างรอยแตกร้าว และกำลังรับแรงเฉือนที่เกิด
- ข.5 ตรวจสอบค่าต่างๆที่คำนวณได้ในขั้นตอนที่ ข.4 กับพิกัดที่ยอมให้ ถ้าไม่ผ่านให้เพิ่มค่า PPR แล้วกลับไปขั้นตอนที่ ข.3 อีกครั้ง
- ข.6 คำนวณสัมประสิทธิ์ของสมการเป้าหมายและสมการขอบเขต
- ข.7 คำนวณจุดเหมาะสมด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ หลังจากขั้นตอนนี้จะได้ค่าใหม่ของตัวแปรที่สนใจค่า ได้แก่ จำนวนเส้นเหล็กเสริมอัดแรง, จำนวนเส้นเหล็กเสริมไม่อัดแรง, ตำแหน่งการวางเหล็กเสริมอัดแรง(ระยะจากผิวรับแรงอัดถึงศูนย์ถ่วงเหล็กเสริมอัดแรง) และระยะเรียงของเหล็กเสริมรับแรงเฉือน เป็นต้น
- ข.8 ตรวจสอบค่าขอบเขตของตัวแปรว่ามีค่าเพียงพอที่จะทำให้เกิดการลู่เข้าของคำตอบ ถ้าค่าขอบเขตของตัวแปร มีค่ามากไปให้ปรับลดค่าลง แล้วกลับไปขั้นตอนที่ ข.3
- ข.9 การตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ ถ้าไม่ผ่านจะใช้ตัวแปรใหม่ที่ได้อีกกลับไปคำนวณในขั้นตอนที่ ข.4 ใหม่ จนกว่าคำตอบจะลู่เข้า

ค. การแปลผลหลังประมวลผล (Post-Processing)

สำหรับขั้นตอนนี้เป็นการนำค่าที่ได้จากขั้นตอนการวิเคราะห์และประมวลผล นำมาแปลให้เป็นค่าที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ โดยแสดงผลการวิเคราะห์ผ่านทางหน้าจอคอมพิวเตอร์ หรือผ่านเครื่องพิมพ์

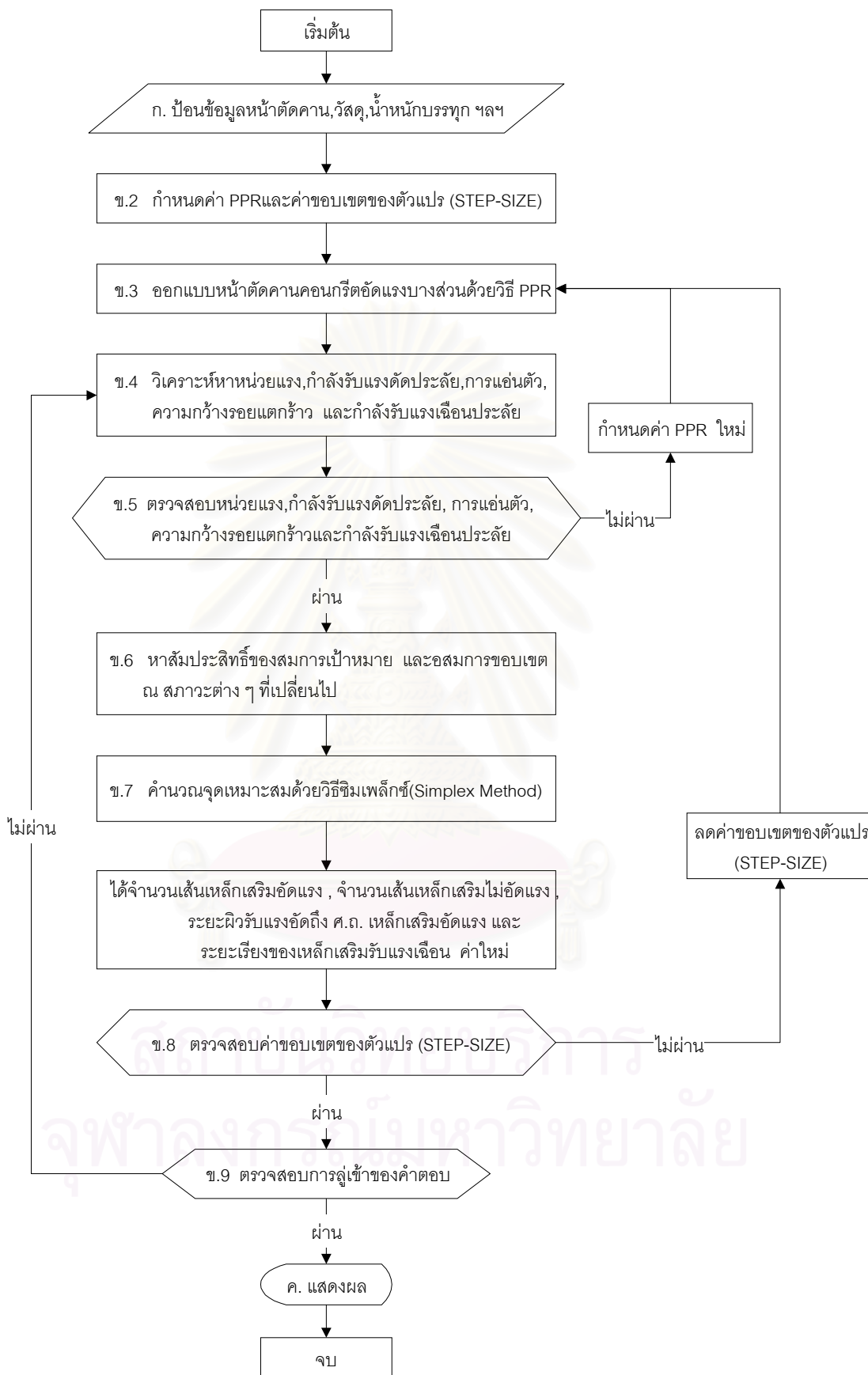
รายงานผลการคำนวณที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ

1. รายงานแสดงการคำนวณในแต่ละรอบของการคำนวณด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ซึ่งมีการแสดงผลการตรวจสอบ กำลังโมเมนต์ดัดประลัย หน่วยแรงในคอนกรีต ความกว้างรอยแตกร้าว การแอ่นตัว และหน่วยแรงเฉือน ย่อด้วย FX ES CW DL และ SH ตามลำดับ โดยตัวเลข 0 แสดงว่าผ่านเงื่อนไข ส่วนตัวเลข 1 แสดงว่าไม่ผ่าน

2. รายงานการคำนวณผลลัพธ์ที่ได้จากการออกแบบอย่างเหมาะสม

จากขั้นตอนการวิเคราะห์ผลของโปรแกรมวิจัย สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของแผนภาพของโปรแกรม ได้ดังรูปที่ 3.1





รูปที่ 3.1 แผนภาพแสดงการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการวิจัย

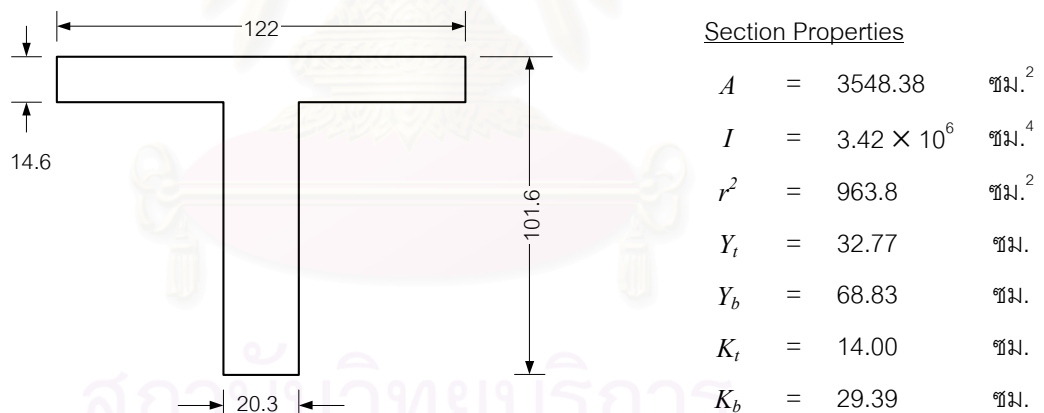
## บทที่ 4

### การวิเคราะห์ และเปรียบเทียบผล

งานวิจัยนี้ได้นำเสนอวิธีการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนอย่างเหมาะสมโดยอาศัยการโปรแกรมเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เพื่อให้ได้คานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนที่สอดคล้องกับกำลังรับน้ำหนักประลัยที่ต้องการ และข้อกำหนดที่สภาวะรับน้ำหนักใช้งานตามมาตรฐาน ACI 318-99 อีกทั้งมีราคาที่เหมาะสมด้วย ในบทนี้กล่าวถึงการวิเคราะห์และเปรียบเทียบผลการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน จำนวน 2 ตัวอย่าง เพื่อเป็นการเปรียบเทียบผลจากงานวิจัยที่พัฒนาขึ้นกับตัวอย่างการคำนวณที่ผ่านมา

#### 4.1 รายงานการวิเคราะห์และเปรียบเทียบผลตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 เป็นตัวอย่างการเปรียบเทียบผลการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนอย่างเหมาะสม กับผลการออกแบบด้วยวิธีอัตราส่วนการอัดแรง (PPR) ของ Naaman และ Siriakson<sup>[9,10]</sup> ซึ่งมีรายละเอียดของโครงสร้าง และน้ำหนักบรรทุก แสดงดังต่อไปนี้



รูปที่ 4.1 หน้าตัดคาน ตัวอย่างที่ 1  
(หน่วย : เซนติเมตร)

ความยาวคาน  $L = 21.33$  เมตร

น้ำหนักบรรทุก

$W_{SD} = 59.5$  กก./เมตร

$W_L = 595$  กก./เมตร

$W_G = 853$  กก./เมตร

## ข้อมูลวัสดุ

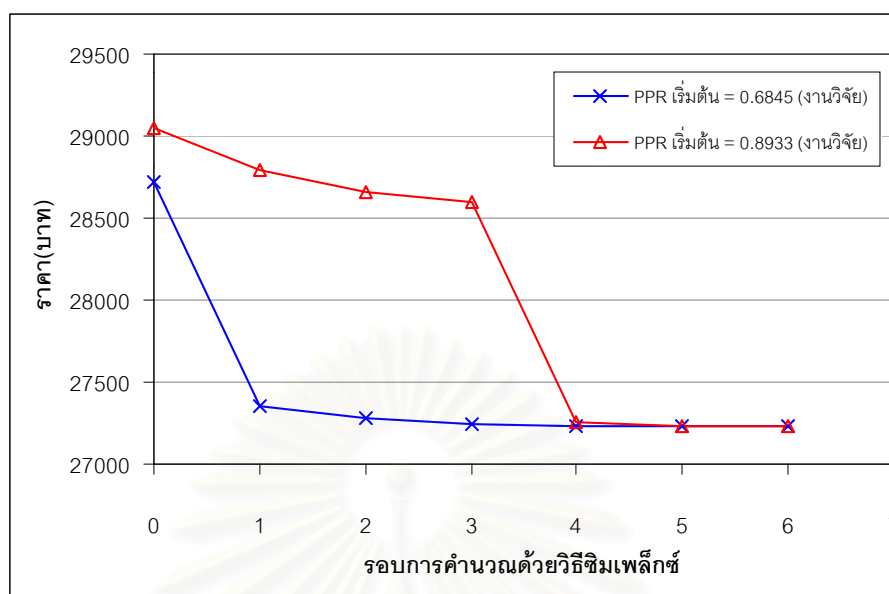
คอนกรีต	:	$f'_{ci}$	=	280	กก./ตร.ซม.
		$f'_c$	=	350	กก./ตร.ซม.
เหล็กเสริมอัดแรง	:	Seven – wire strand		Grade 270	
		$A$	=	0.9871	ตร.ซม.
		$f_{pu}$	=	18975	กก./ตร.ซม.
		$f_{se}$	=	10543	กก./ตร.ซม.
		$E_{ps}$	=	$1.90 \times 10^6$	กก./ตร.ซม.
เหล็กเสริมไม่อัดแรง	:	DB 25			
		$A$	=	4.91	ตร.ซม.
		$f_y$	=	4000	กก./ตร.ซม.
		$E_s$	=	$2.04 \times 10^6$	กก./ตร.ซม.
เหล็กเสริมรับแรงเฉือน	:	RB 9			
		$A$	=	0.636	ตร.ซม.
		$f_y$	=	2400	กก./ตร.ซม.
		$E_s$	=	$2.04 \times 10^6$	กก./ตร.ซม.

จากรายงานผลการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมของตัวอย่างที่ 1 โดยมีค่าอัตราส่วนการอัดแรง (PPR) เริ่มต้นต่างกัน คือ 0.6845 และ 0.8933 ดังแสดงในภาคผนวก ง.1 พบว่า

1. ค่าอัตราส่วนการอัดแรงเริ่มต้นเท่ากับ 0.6845 จะพบคำตอบที่เหมาะสมในรอบการคำนวณที่ 6 ของการคำนวณด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ และมีการลู่ออกค่าคำตอบเท่ากับ 0.0005%
2. ค่าอัตราส่วนการอัดแรงเริ่มต้นเท่ากับ 0.8933 จะพบคำตอบที่เหมาะสมในรอบการคำนวณที่ 6 ของการคำนวณด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ และมีการลู่ออกค่าคำตอบเท่ากับ 0.004%

นำผลการคำนวณทั้งสองครั้ง มาเขียนความสัมพันธ์ระหว่างราคากับรอบการคำนวณด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ได้ดังรูปที่ 4.2 พบว่าค่าอัตราส่วนการอัดแรงเริ่มต้นต่างกัน ได้ผลลัพธ์ค่าเดียวกัน แสดงให้เห็นว่าผลการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมจากงานวิจัย จะให้ค่าคำตอบที่เหมาะสมที่สุด ไม่ว่าจะเริ่มต้นด้วยค่าตั้งต้นที่ต่างกัน ก่อนผ่านการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

การตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ที่ได้จากงานวิจัย ว่าผ่านเงื่อนไขต่างๆ ที่กำหนดในการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน แสดงไว้ในภาคผนวก จ.



รูปที่ 4.2 ความสัมพันธ์ระหว่างรอบการคำนวณด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ กับราคา ของตัวอย่างที่ 1

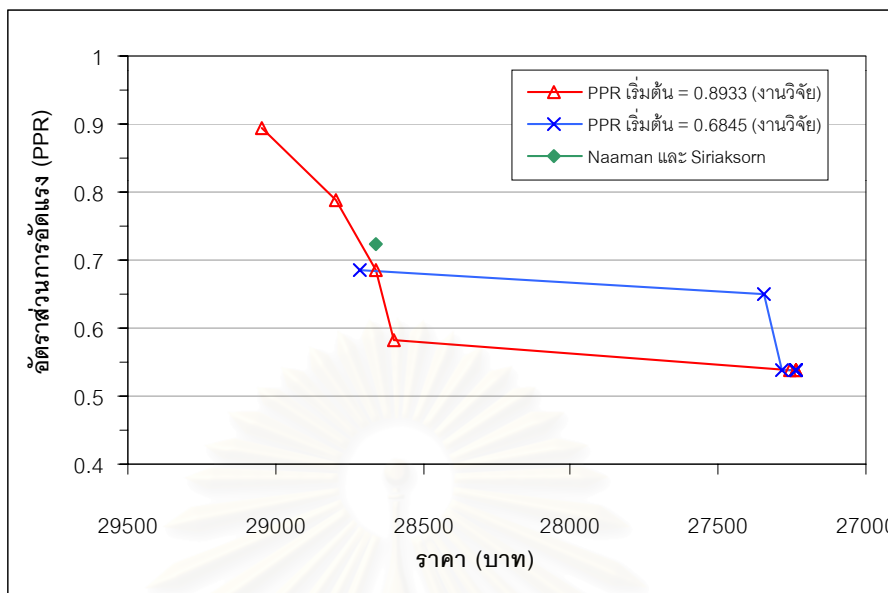
นำผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสม มาเปรียบเทียบกับผลการคำนวณออกแบบของ Naaman และ Siriaksorn สูตรค่าต่างๆได้ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 เปรียบเทียบผลการออกแบบคานตัวอย่างที่ 1 ระหว่างการคำนวณโดย Naaman และ Siriaksorn กับการคำนวณอย่างเหมาะสมจากงานวิจัย

ผลการวิเคราะห์และออกแบบ	Naaman และ Siriaksorn	งานวิจัย
อัตราส่วนของการอัดแรง (PPR)	0.7250	0.5382
ปริมาณเหล็กเสริมอัดแรง (ตร.ซม.)	6.90	4.94
ปริมาณเหล็กเสริมไม่อัดแรง (ตร.ซม.)	11.61	19.64
ระยะจากผิวรับแรงอัดถึงศ.ถ.เหล็กอัดแรง (ซม.)	87.9	90.1
ปริมาณเหล็กเสริมรับแรงเฉือน (ตร.ซม.)	59.20	35.62
ราคารวม* (บาท)	28659.67	27236.21

\* ราคารวมเนื่องจากคอนกรีต ระบบเหล็กเสริมอัดแรง เหล็กเสริมไม่อัดแรง และเหล็กเสริมรับแรงเฉือน

เพื่อแสดงให้เห็นความแตกต่างระหว่างผลการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมจากงานวิจัย กับการออกแบบของ Naaman และ Siriaksorn ได้นำความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนการอัดแรงกับราคา จากวิธีทั้งสอง มาเขียนลงบนแกนความสัมพันธ์เดียวกัน แสดงดังรูปที่ 4.



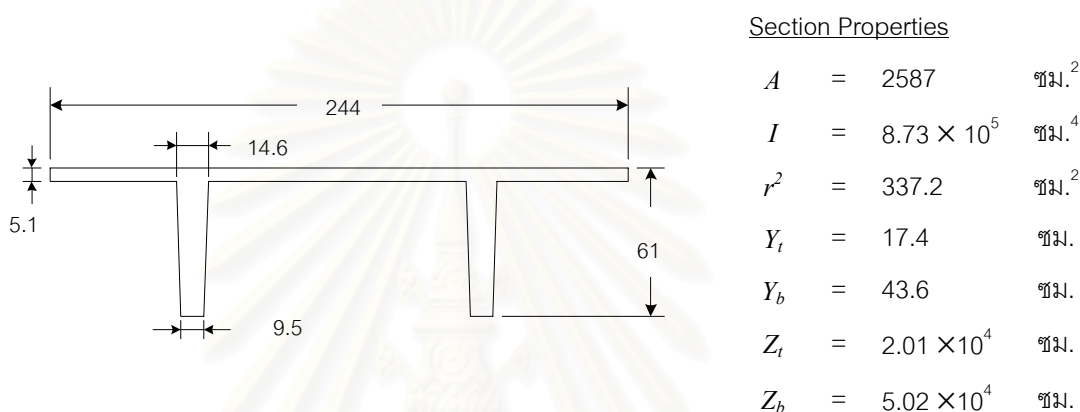
รูปที่ 4.3 ความสัมพันธ์ระหว่างราคาของคำตอบที่เหมาะสมและอัตราส่วนการอัดแรง ตัวอย่างที่ 1  
เปรียบเทียบกับการออกแบบของ Naaman และ Siriaksorn

จากตารางที่ 4.1 เมื่อเปรียบเทียบผลการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมจากงานวิจัย กับผลการคำนวณออกแบบของ Naaman และ Siriaksorn พบว่าการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมจากงานวิจัยให้ปริมาณเหล็กเสริมอัดแรงลดลง 28% ปริมาณเหล็กเสริมไม่อัดแรงเพิ่มขึ้น 41% และปริมาณเหล็กเสริมรับแรงเฉือนลดลง 40% ส่วนราคามีค่าน้อยลงเพียง 5% เท่านั้น ทั้งนี้เนื่องจากราคาของคอนกรีต (มีค่าคงที่ เท่ากับ 15144.49 บาท คิดเป็น 53% และ 56% ของราคาจากการคำนวณของ Naaman และ งานวิจัย ตามลำดับ) เป็นปัจจัยหลักของราคาของคาน

เมื่อพิจารณาราคาของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมในตัวอย่างที่ 1 สามารถเขียนสัดส่วนของราคา ระหว่าง คอนกรีต : ระบบเหล็กเสริมอัดแรง : เหล็กเสริมไม่อัดแรง : เหล็กเสริมรับแรงเฉือน ได้มีค่าเท่ากับ  $\frac{15144.49}{27236.21} : \frac{6582.92}{27236.21} : \frac{4606.10}{27236.21} : \frac{902.70}{27236.21} = 56:24:17:3$

## 4.2 รายงานการวิเคราะห์และเปรียบเทียบผลตัวอย่างที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 เป็นตัวอย่างการเปรียบเทียบผลการออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนอย่างเหมาะสม กับผลการออกแบบของ Moustafa<sup>[8]</sup> โดยปริมาณเหล็กเสริมอัดแรงที่คำนวณได้เป็นค่าที่เหมาะสม (Optimum) เมื่อพิจารณาให้สอดคล้องกับข้อจำกัดของ หน่วยแรง การโค้งตัว และการแอ่นตัว ซึ่งมีรายละเอียดของโครงสร้าง และน้ำหนักบรรทุก แสดงดังต่อไปนี้



รูปที่ 4.4 หน้าตัดคาน ตัวอย่างที่ 2  
(หน่วย : เซนติเมตร)

ความยาวคาน

$$L = 18.3 \text{ เมตร}$$

น้ำหนักบรรทุก

$$W_L = 833 \text{ กก./เมตร}$$

$$W_G = 621 \text{ กก./เมตร}$$

ข้อมูลวัสดุ

คอนกรีต :  $f'_{ci} = 350$  กก./ตร.ซม.

$f'_c = 175$  กก./ตร.ซม.

เหล็กเสริมอัดแรง : Seven – wire strand Grade 270

$A = 0.9871$  ตร.ซม.

$f_{pu} = 18975$  กก./ตร.ซม.

$E_{ps} = 1.90 \times 10^6$  กก./ตร.ซม.

เหล็กเสริมไม่อัดแรง : DB 20

$A = 3.14$  ตร.ซม.

$f_y = 4000$  กก./ตร.ซม.

$E_s = 2.04 \times 10^6$  กก./ตร.ซม.

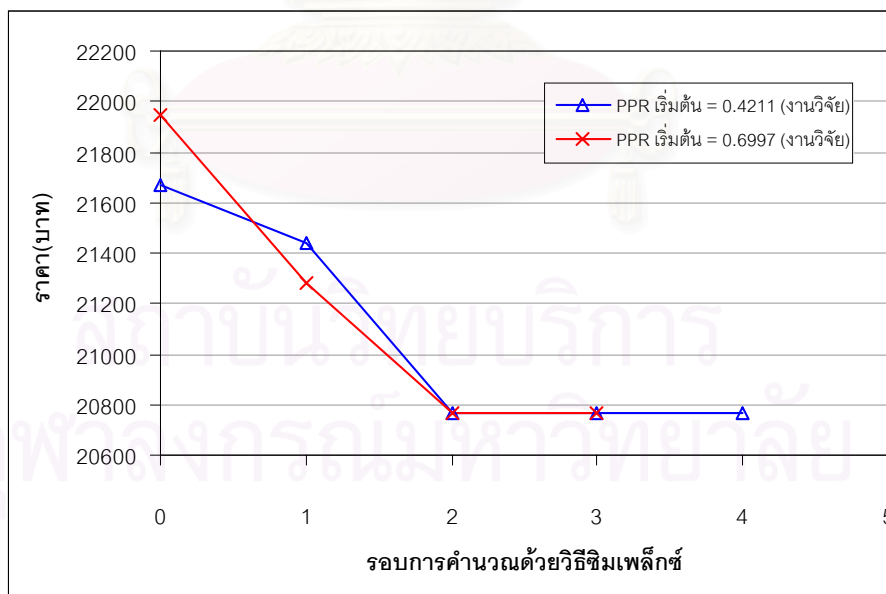
เหล็กเสริมรับแรงเฉือน : RB 9

$$\begin{aligned} A &= 0.636 && \text{ตร.ซม} \\ f_y &= 2400 && \text{กก./ตร.ซม.} \\ E_s &= 2.04 \times 10^6 && \text{กก./ตร.ซม.} \end{aligned}$$

จากรายงานผลการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมของตัวอย่างที่ 2 โดยมีค่าอัตราส่วนการอัดแรง (PPR) เริ่มต้นต่างกัน คือ 0.4211 และ 0.6997 ดังแสดงในภาคผนวก ง.2 พบว่า

1. ค่าอัตราส่วนการอัดแรงเริ่มต้นเท่ากับ 0.4211 พบคำตอบที่เหมาะสมในรอบการคำนวณที่ 4 ของการคำนวณด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ และมีการลู่เข้าสู่ผลลัพธ์เท่ากับ 0.0000%
2. ค่าอัตราส่วนการอัดแรงเริ่มต้นเท่ากับ 0.6997 พบคำตอบที่เหมาะสมในรอบการคำนวณที่ 3 ของการคำนวณด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ และมีการลู่เข้าสู่ผลลัพธ์เท่ากับ 0.0047%

นำผลการคำนวณของทั้งสองครั้ง มาเขียนความสัมพันธ์ระหว่างราคากับรอบการคำนวณด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ได้ดังรูปที่ 4.2 พบว่าค่าอัตราส่วนการอัดแรงเริ่มต้นต่างกัน ได้ผลลัพธ์ค่าเดียวกัน เช่นเดียวกับตัวอย่างที่ 1



รูปที่ 4.5 ความสัมพันธ์ระหว่างรอบการคำนวณด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ กับราคา ของตัวอย่างที่ 2

นำผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสม มาเปรียบเทียบกับผลการคำนวณออกแบบของ Moustafa สูตรค่าต่างๆได้ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 เปรียบเทียบผลการออกแบบคานตัวอย่างที่ 2 ระหว่างการคำนวณโดย Moustafa กับการคำนวณอย่างเหมาะสมจากงานวิจัย

ผลการวิเคราะห์และออกแบบ	Moustafa	งานวิจัย
อัตราส่วนของการอัดแรง (PPR)	0.879 <sup>*</sup>	0.5559
ปริมาณเหล็กเสริมอัดแรง (ตร.ซม.)	9.87	5.92
ปริมาณเหล็กเสริมไม่อัดแรง (ตร.ซม.)	5.68	21.98
ระยะจากผิวรับแรงอัดถึง ศ.ถ.เหล็กอัดแรง (ซม.)	52	56
ปริมาณเหล็กเสริมรับแรงเฉือน (ตร.ซม.)	-	43.25
ราคารวม (บาท)**	22060.92	20766.32

\* Moustafa ไม่ใช้ค่า PPR ในการคำนวณออกแบบ ผู้วิจัยคำนวณค่านี้เพื่อถ่ายทอดการเปรียบเทียบผล

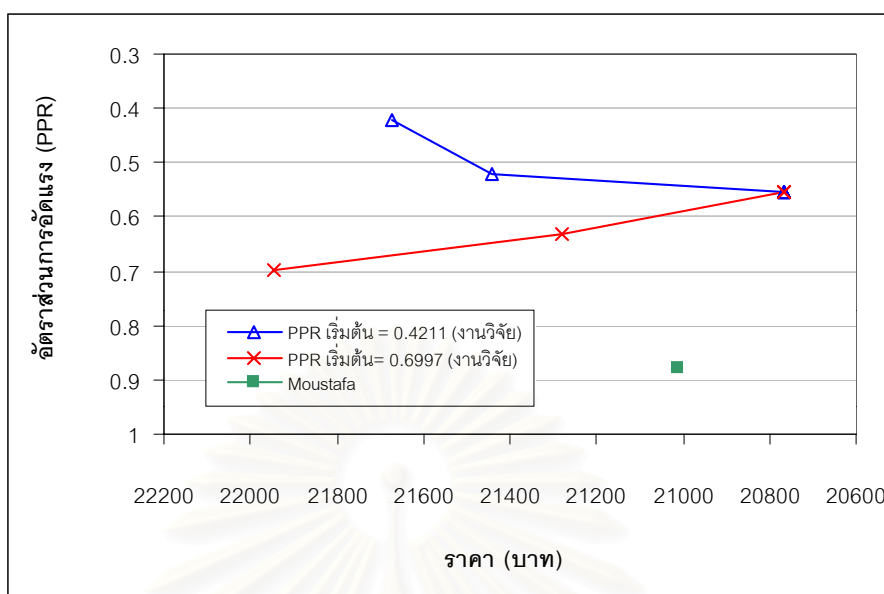
\*\* ราคารวมเนื่องจากคอนกรีต ระบบเหล็กเสริมอัดแรง และเหล็กเสริมไม่อัดแรง (ไม่รวมราคาเนื่องจากเหล็กเสริมรับแรงเฉือน)

เนื่องจากผลการคำนวณออกแบบของ Moustafa ไม่ได้คำนวณในส่วนของการเสริมเหล็กรับแรงเฉือน ดังนั้นการเปรียบเทียบผลจะไม่เอาราคาเหล็กเสริมรับแรงเฉือน มารวมในการเปรียบเทียบด้วย

เพื่อแสดงให้เห็นความแตกต่างระหว่างผลการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมจากงานวิจัย กับการออกแบบของ Moustafa ได้นำความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนการอัดแรงกับราคา(ไม่รวมราคาเนื่องจากเหล็กเสริมรับแรงเฉือน) จากวิธีทั้งสอง มาเขียนลงบนแกนความสัมพันธ์เดียวกัน โดยพิจารณาให้ราคาเหล็กเสริมรับแรงเฉือนในแต่ละรอบการคำนวณอย่างเหมาะสมมีค่าเท่ากับราคาเหล็กรับแรงเฉือนในรอบที่ 4 (1049.23 บาท) แสดงความสัมพันธ์ดังกล่าวได้ดังรูปที่ 4.6

จากตารางที่ 4.2 เมื่อเปรียบเทียบผลการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมจากงานวิจัย กับการคำนวณออกแบบของ Moustafa พบว่าการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมจากงานวิจัยให้ปริมาณเหล็กเสริมอัดแรงลดลง 40% และปริมาณเหล็กเสริมไม่อัดแรงเพิ่มขึ้น 74% ส่วนราคามีค่าน้อยลงเพียง 5% เท่านั้น ทั้งนี้ เนื่องจากราคาของคอนกรีต (มีค่าคงที่ เท่ากับ 9468.42 บาท คิดเป็น 43% และ 45% ของราคาจากการคำนวณของ Moustafa และ งานวิจัย ตามลำดับ) เป็นปัจจัยหลักของราคาของคาน





รูปที่ 4.6 ความสัมพันธ์ระหว่างราคาของคำตอบที่เหมาะสมและอัตราส่วนการอัดแรง ตัวอย่างที่ 2  
เปรียบเทียบกับการออกแบบของ Moustafa

เมื่อพิจารณาราคาของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมในตัวอย่างที่ 2 สามารถเขียนสัดส่วนของราคา ระหว่าง คอนกรีต: ระบบเหล็กเสริมอัดแรง: เหล็กเสริมไม่อัดแรง: เหล็กเสริมรับแรงเฉือน ได้มีค่าเท่ากับ  $\frac{9468.42}{21815.55} : \frac{6877.35}{21815.55} : \frac{4420.55}{21815.55} : \frac{1049.23}{21815.55} = 43:32:20:5$

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 5

### สรุปและข้อเสนอแนะ

#### 5.1 สรุปผล

งานวิจัยนี้ได้เสนอแนวคิดในการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสม สำหรับคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน โดยอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์ ด้วยการโปรแกรมเชิงเส้นตรงวิธีซิมเพล็กซ์ และได้เสนอระบบสมการที่ใช้ในการคำนวณ ซึ่งผ่านขบวนการแปลงความสัมพันธ์แบบไร้เชิงเส้น ให้เป็นแบบเชิงเส้น เพื่อให้สามารถใช้วิธีซิมเพล็กซ์ แก้ปัญหาได้ จากผลการวิเคราะห์พบว่าโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นสามารถออกแบบคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน ได้อย่างประหยัด มีกำลังรับน้ำหนักประลัยตามต้องการ และสอดคล้องกับข้อกำหนดที่สภาวิศวกรใช้งานตามมาตรฐาน ACI 318-99

ในตัวอย่างที่ทำการศึกษา พบว่า งานวิจัยนี้สามารถประหยัดราคาลงได้ประมาณ 5% ทั้งนี้เนื่องจาก ราคาของคอนกรีตเป็นปัจจัยหลักของราคาคาน ซึ่งมีสัดส่วนประมาณ 50% ของราคารวม และพบว่าเหล็กเสริมรับแรงเฉือน จัดเป็นปัจจัยที่ไม่สำคัญต่อราคาคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วนเพราะมีสัดส่วนของราคาเพียง 3-5% ของราคารวมเท่านั้น

#### 5.2 ข้อเสนอแนะ

เนื่องจากงานวิจัยนี้เป็นการพัฒนาขั้นแรกๆ ที่ได้นำหลักการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมที่เสนอขึ้นมาใช้ในคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน จึงเป็นผลดีสำหรับการพัฒนาในขั้นต่อไป โดยแนวทางเพิ่มเติมทางผู้วิจัยขอเสนอ ดังนี้

1. พิจารณาให้ขนาดหน้าตัดเป็นตัวแปร ในการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสม
2. พิจารณาเพิ่มเติมในส่วนของการรับแรงบิด
3. พิจารณาเพิ่มเติมในส่วนของคานต่อเนื่อง
4. พิจารณาเพิ่มเติมเมื่อเป็นหน้าตัดเชิงประกอบ
5. พัฒนารูปแบบการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมจากระบบเชิงเส้นเป็นระบบไร้เชิงเส้น

## รายการอ้างอิง

1. ACI Committee 318. Building Code Requirements for Reinforced Concrete Institute. Detroit: 1999.
2. Ahmed M. Azmy and Mohamed H.Eid. , "Cost-Optimum Design of Shear Reinforced Concrete Beams," ACI Journal 83, 5 (Jan. - Feb. 1999): 330-339.
3. Boczkaj, B. K., "Section Partially Prestressed – An Exact Solution," PCI Journal 39, 6 (Nov.- Dec.1994): 99-106.
4. Gergely, P., and Lutz, L. A. "Causes Mechanisms and control of Cracking in Concrete," ACI Publication SP-20, American Concrete Institute, Detroit, 1968.
5. Inomata, S., "Design Procedure for Partially Prestressed Concrete Beams Based on Strength and Serviceability," PCI Journal 27, 5 (Sept.- Oct. 1982): 100-116.
6. Kirsch Uri. Optimum Structural Design. New York: McGraw-Hill Press .1973.
7. Lin, T. Y., and Burns, N. H. Design of Prestressed Concrete Structures. 3<sup>rd</sup> ed. New York: John Willy & Son, 1982.
8. Moustafa, S. E., "Design of Partially Prestressed Concrete Flexural Members," PCI Journal 22, 3 (May-June 1977): 12-29.
9. Naaman, A. E., and Siriaksorn, A., "Serviceability Based Design of Partially Prestressed Beams, Part 1: Analytic Formulation," PCI Journal 24, 2 (Mar.-Apr. 1979): 64-89.
10. Naaman, A. E., and Siriaksorn, A., "Serviceability Based Design of Partially Prestressed Beams, Part 2: Computerized Design and Evaluation Major Parameters," PCI Journal 24, 2 (Mar.-Apr. 1979): 64-89.
11. Naaman, A. E. Prestressed Concrete Analysis and Design. New York: McGraw-Hill, 1982.
12. Nilson Arthur H. Design of Prestressed Concrete. 2<sup>nd</sup> ed. New York: John Willy & Son, 1987.
13. Prasada Rao, A. S., "Selection and Design of Partially Prestressed Concrete Sections for Strength and Serviceability," ACI Journal 88, 3 (May-June 1991): 330-339.
14. Reklaitis, G.V., Ravindran, A., and Ragsdell, K.M. Engineering Optimization: method and applications. New York: Wiley, 1983.
15. Tadros, M. K., "Expedient Service Load Analysis of Cracked Prestressed Concrete Sections," PCI Journal 27, 6 (Nov.-Dec.1982): 87-111.
16. Suri, K. M., Dilger, W.H., "Crack Control of Partially Prestressed Members," ACI Journal 83, 5 (Sept. - Oct. 1986): 330-339.
17. ต่อกุล กาญจนาลัย. การออกแบบคานคอนกรีตอัดแรง. คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์,2539.
18. นเรศ พันธราช. การออกแบบคานคอนกรีตอัดแรง. กรุงเทพมหานคร: ไบรอลีนาย , 2540.

19. วิจิตร ตัณฑสุทธิ , วันชัย ริจิรวนิช และ ศิริจันทร์ ทองประเสริฐ. การวิจัยการดำเนินงาน. แผนกวิชา  
วิศวกรรมศาสตร์: คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2522.
20. ศุภสิทธิ์ ภูพงษ์พานิช. พฤติกรรมของแผ่นพื้นคอนกรีตห้องเรียนชนิดอัดแรงบางส่วน. วิทยานิพนธ์  
ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมโยธา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,  
2537.
21. อุดินันท์ ธีรานุพัฒนา. การคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสมที่สุดสำหรับพื้นคอนกรีตไร้คานอัดแรงภาย  
หลังด้วยวิธีซิมเพล็กซ์. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมโยธา บัณฑิต  
วิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก.

การหาผลลัพธ์ด้วยโปรแกรมเชิงเส้นตรงโดยวิธีซิมเพล็กซ์

รูปแบบของปัญหาเชิงเส้นตรงเขียนอยู่ในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{สมการเป้าหมาย} \quad & \text{Max. (Min.) } Z = \sum C_j X_j \\ \text{อสมการข้อข้อ} \quad & \sum A_{ij} X_j \quad \{ \leq, \geq, = \} \quad B_i \\ & \text{-----} \\ & \sum A_{mj} X_j \quad \{ \leq, \geq, = \} \quad B_m \\ \text{และ} \quad & X_j \geq 0 \end{aligned}$$

โดยลักษณะของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นตรง มักประกอบไปด้วยตัวแปรจำนวนมาก ซึ่งจะมีความซับซ้อน การหาผลลัพธ์จึงมักใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณ

วิธีซิมเพล็กซ์ ที่ใช้นี้เป็นวิธีทางพีชคณิต ที่อาศัยเมตริกซ์เข้ามาแก้ปัญหา เพื่อให้เป็นระบบโดยจะช่วยให้สังเกตความเปลี่ยนแปลงของตัวแปรได้ง่าย วิธีดังกล่าวจะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรให้มีผลต่อการเป้าหมาย โดยลู่เข้าสู่เป้าหมายในทางที่เร็วที่สุด ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงเป้าหมายที่สุดจะถือเป็นผลลัพธ์ที่ดีที่สุด และผลลัพธ์ที่ดีที่สุดอาจเกิดขึ้นหลายๆผลลัพธ์ได้ โดยลักษณะของปัญหาที่จะใช้วิธีซิมเพล็กซ์ควรศึกษาส่วนที่เกี่ยวข้องโดยรวมก่อน

ปัญหาที่ต้องการค่าต่ำสุด มีความสัมพันธ์กับปัญหาที่ต้องการค่าสูงสุดดังนี้

$$\begin{aligned} \text{Max. } Z &= \sum C_j X_j \\ \text{Min. } Z &= -\text{Max. } (-Z) \end{aligned}$$

การจัดรูปอสมการข้อข้อโดยการเพิ่มตัวแปรสมมุติขึ้น เป็นวิธีการสำคัญเพื่อให้เปลี่ยนรูปแบบจากอสมการไปเป็นสมการและมีชื่อเรียกสมการที่จัดรูปแบบแล้วว่า สมการขยาย (Augmented Form ) ทำได้ดังนี้

จากระบบปัญหาในรูปทั่วไป

$$\begin{aligned} \text{Max. } Z &= C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n & (1) \\ A_{11} X_1 + A_{12} X_2 + \dots + A_{1n} X_n &\leq B_1 & (2) \\ A_{21} X_1 + A_{22} X_2 + \dots + A_{2n} X_n &\geq B_2 & (3) \\ &\text{-----} \\ A_{m1} X_1 + A_{m2} X_2 + \dots + A_{mn} X_n &= B_m & (m) \end{aligned}$$

รูปแบบสมการขยายคือ

$$\text{Max. } Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n \tag{1}$$

$$A_{11}X_1 + A_{12}X_2 + \dots + A_{1n}X_n + X_{n+1} = B_1 \tag{2}$$

$$A_{21}X_1 + A_{22}X_2 + \dots + A_{2n}X_n - X_{n+2} + X_{n+3} = B_2 \tag{3}$$

-----

$$A_{m1}X_1 + A_{m2}X_2 + \dots + A_{mn}X_n + X_{n+k} = B_m \tag{m}$$

หลักการสำคัญที่ใช้คือตัวแปรที่สมมุติขึ้นมีค่าเป็นบวกหรือศูนย์เสมอ จึงสามารถเปลี่ยนสมการให้เป็นสมการได้ หลักการเพิ่มตัวแปรสมมุติที่ใช้นั้นขึ้นกับสมการว่าเป็น  $\leq, \geq, =$  เช่น

สมการ (1) สมการ  $\leq$  ตัวแปรที่เพิ่มคือ  $+X_{n+1}$

สมการ (2) สมการ  $\geq$  ตัวแปรที่เพิ่มคือ  $-X_{n+2} + X_{n+3}$

สมการ (m) สมการ  $=$  ตัวแปรที่เพิ่มคือ  $+X_{n+k}$

ตัวแปรสมมุติ  $X_{n+1}$  มีชื่อเรียกว่า Slack Variable สำหรับ  $X_{n+2}$  ก็เป็น Slack Variable เช่นกัน แต่ในกรณีที่มีเครื่องหมายลบอยู่จะมีชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า Surplus Variable

ตัวแปรสมมุติ  $X_{n+3}$  ใส่เข้าไปเพื่อใช้เป็นส่วนหนึ่งของ Basic Variable ในผลลัพธ์อันดับแรกของปัญหา ในการหาผลลัพธ์ขั้นต่อไปจึงจำเป็นต้องกำจัด  $X_{n+3}$  ออกไป โดยปรับ  $X_{n+3}$  ให้มีค่าเป็นศูนย์ ถ้ากำจัดไม่ได้ แสดงว่าปัญหานี้หาคำตอบไม่ได้  $X_{n+3}$  นี้เรียกว่า Artificial Variable ในกรณีของ  $X_{n+k}$  ก็เป็น Artificial Variable เช่นกัน

วิธีกำจัด  $X_{n+3}, X_{n+k}$  ออกนี้ทำโดยเพิ่ม  $-MX_{n+3}, -MX_{n+k}$  เข้าไปในสมการเป้าหมาย ซึ่งค่า  $M$  จะให้มีความมากเมื่อเทียบกับ  $C$  เพื่อให้ค่า  $X_{n+3}, X_{n+k}$  มีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นสมการ (1) จะได้

$$\text{Max. } Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n - MX_{n+3} - \dots - MX_{n+k} \text{ เป็นต้น}$$

สรุปการเพิ่มตัวแปรดังนี้

$\leq$	+S
$\geq$	-S+R
$=$	+R

S = Slack Variable

R = Artificial Variable

ขั้นตอนการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

ขั้นตอนที่ 1. จัดรูปแบบสมการขยาย

เช่น ปัญหา

$$\begin{aligned} \text{Max. } Z &= C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 \\ A_{11}X_1 + A_{12}X_2 + A_{13}X_3 &\leq B_1 \\ A_{21}X_1 + A_{22}X_2 + A_{23}X_3 &\leq B_2 \\ A_{31}X_1 + A_{32}X_2 + A_{33}X_3 &\leq B_3 \end{aligned}$$

จัดรูปได้เป็น

$$\begin{aligned} Z - C_1X_1 - C_2X_2 - C_3X_3 &= 0 \\ A_{11}X_1 + A_{12}X_2 + A_{13}X_3 + X_4 &= B_1 \\ A_{21}X_1 + A_{22}X_2 + A_{23}X_3 + X_5 &= B_2 \\ A_{31}X_1 + A_{32}X_2 + A_{33}X_3 + X_6 &= B_3 \end{aligned}$$

ผลลัพธ์เบื้องต้นในกรณีนี้คือ คือ ผลลัพธ์อันเนื่องมาจาก ตัวแปรจริงมีค่าเป็นศูนย์ และตัวแปรสมมุติมีค่าเท่ากับ B เช่นจากปัญหาที่ยกขึ้นประกอบนี้ ค่า  $X_1, X_2, X_3 = 0$  และ  $X_4 = B_1, X_5 = B_2, X_6 = B_3$  จะเป็นผลลัพธ์เบื้องต้น

ขั้นตอนที่ 2. การทดสอบผลลัพธ์ที่ได้ว่าดีที่สุดหรือยัง การทดสอบผลลัพธ์นี้มีชื่อเรียกว่า การทดสอบหลักเกณฑ์ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด (Optimality Criterion) โดยพิจารณาสมการเป้าหมาย  $Z - C_1X_1 - C_2X_2 - C_3X_3 = 0$  จากผลลัพธ์เบื้องต้นค่า  $X_1, X_2, X_3 = 0$  ทำให้ค่า  $Z = 0$  การเพิ่มค่า  $X_1, X_2, X_3$  ตัวใดตัวหนึ่งทำให้ค่า  $Z$  สูงขึ้น เช่น  $Z - C_1X_1 - C_2X_2 = C_3X_3$  นั่นคือ การเพิ่มค่า  $X_3$  เพียงค่าเดียว ทำให้ค่า  $Z$  เพิ่มขึ้น  $C_3X_3$  จากข้อสังเกตนี้ ถ้าสัมประสิทธิ์ในสมการเป้าหมายยังมีค่าเป็นลบอยู่ การดำเนินการเพื่อหาผลลัพธ์ที่ดีขึ้นต้องทำต่อไป

ขั้นตอนที่ 3. พิจารณาเลือกตัวแปรที่จะเลือกเพิ่มค่า การเลือกตัวแปรจะใช้สัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่มีค่าลบสูงสุด ซึ่งเมื่อย้ายข้างจะเพิ่มค่า  $Z$  ขึ้นสูงสุด จากนั้นพิจารณาลดค่าตัวแปรสมมุติ (Slack or Artificial Variable) ซึ่งมีค่า  $X_4 = B_1, X_5 = B_2, X_6 = B_3$  โดยพิจารณาจากหลักเกณฑ์ของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ (Feasibility Criterion) เข้ามาพิจารณา มีหลักเกณฑ์ดังนี้

สมมุติว่าสมการเป้าหมายขณะนี้  $X_2$  มีสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่เป็นลบสูงสุด การเพิ่มค่า  $X_2$  จะต้องลดค่าตัวแปรสมมุติให้มากที่สุด โดยมีขอบเขตว่าจะต้องไม่เป็นลบ การลดค่าตัวแปรสมมุติ อาจลดได้ทั้ง  $X_4, X_5, X_6$  การลดค่านี้นพิจารณาจากผลหารที่เกิดจากผลลัพธ์ค่าตัวแปร  $B_i/A_{ij}$  เช่น  $B_1/A_{12}, B_2/A_{22}, B_3/A_{32}$  เลือกค่าผลหารที่น้อยที่สุด เป็นตัวลดค่าของตัวแปรสมมุติ  $X_4, X_5, X_6$  เช่นสมมุติให้  $B_2/A_{22}$  น้อยที่สุด ตัวแปรที่ลดค่าคือ  $X_5$  สาเหตุที่เลือกเอาผลหารที่น้อยที่สุดเป็นแนวตัดสินใจ เพื่อลดค่าตัวแปรสมมุติ เพราะว่าตัวแปรสมมุติต้องอยู่ภายใต้ขอบข่าย ที่ไม่ติดลบ (ดูตัวอย่างประกอบ)



เมื่อได้  $X_5$  เป็นตัวแปรลดค่าแล้ว จะยึดเอา  $A_{22}$  เป็นจุดหมุน เพื่อให้สัมประสิทธิ์ที่อยู่ล่างและบนเป็นศูนย์ ด้วยวิธีพีชคณิต ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นทำให้ค่า  $Z$  มีค่าสูงขึ้น และเกิดการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ในสมการเป้าหมาย การพิจารณาจะกลับไปทำซ้ำในขั้นตอนที่ 2

ตัวอย่างการคำนวณ

$$\begin{aligned} \text{Max. } Z &= X_1 - 3X_2 + X_3 \\ 2X_1 + 4X_2 &\leq 7 \\ 4X_1 + 3X_2 + 8X_3 &\leq 12 \\ 3X_1 - 2X_2 + 2X_3 &\leq 10 \\ X_i &\geq 0 ; i = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 1. รูปแบบสมการแบบขยาย

$$\begin{aligned} Z - X_1 + 3X_2 - X_3 &= 0 \\ 2X_1 + 4X_2 + X_4 &= 7 \\ 4X_1 + 3X_2 + 8X_3 + X_5 &= 12 \\ 3X_1 - 2X_2 + 2X_3 + X_6 &= 10 \end{aligned}$$

ผลลัพธ์เบื้องต้น คือ  $X_1, X_2, X_3 = 0, Z = 0$   
 $X_4 = 7, X_5 = 12, X_6 = 10$

ขั้นตอนที่ 2. เลือกตัวแปรจริงเพื่อเพิ่มค่า

โดยการพิจารณาจากสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่มีค่าลบมากที่สุด พบว่าเกิดค่า สัมประสิทธิ์เท่ากันคือมีค่า -1 สำหรับ  $X_1$  และ  $X_3$  พิจารณาเลือกตัวใดตัวหนึ่ง เช่นเลือก  $X_1$

ตัวแปรสมมุติลดค่าจะเป็น  $X_5$  โดยพิจารณาค่าน้อยที่สุด  $\{ 7/2, 12/4, 10/3 \}$

ขั้นตอนที่ 3. ได้  $A_{21}$  เป็นจุดหมุนจากสมการขยายเดิมเขียนได้

	Z	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	B
	1	-1	3	-1	0	0	0	0
$X_4$	0	2	4	0	1	0	0	7
$X_5$	0	4	3	8	0	1	0	12
$X_6$	0	3	-2	2	0	0	1	10

ใช้วิธีทางพีชคณิต กำจัดสัมประสิทธิ์บนและล่างจุดหมุนได้สมการใหม่เป็น

	Z	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	B
	1	0	15/4	1	0	1/4	0	3
$X_4$	0	0	5/2	-4	1	-1/2	0	1
$X_1$	0	1	3/4	2	0	1/4	0	3
$X_6$	0	0	-17/4	-4	0	-3/4	1	1

ผลลัพธ์  $X_4 = 1, X_1 = 3, X_6 = 1$

$$Z = 3$$

$$X_2, X_3, X_5 = 0$$

เมื่อพิจารณาในขั้นตอนที่ 2 พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในสมการเป้าหมาย เป็นบวกหมด ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้คือคำตอบที่ต้องการ

ในกรณีที่ไม่ใช้ค่าน้อยที่สุดของ  $\{ 7/2, 12/4, 10/3 \}$  แต่ใช้ค่ามากที่สุดเช่นใช้  $7/2$  จะได้  $A_{11}$  เป็นจุดหมุน สมการขยายใหม่จะได้

	Z	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	B
	1	0	5	-1	1/2	0	0	7/2
$X_1$	0	1	2	0	1/2	0	0	7/2
$X_5$	0	0	-5	8	-2	1	0	-2
$X_6$	0	0	-8	2	-3/2	0	1	-1/2

ซึ่งจะพบว่า  $X_5 = -2, X_6 = -1/2$  ทำให้ผิดเงื่อนไขของสมการขอบเขต ที่กำหนดให้ตัวแปรสมมุติต้องมีค่าไม่เป็นลบ

## ภาคผนวก ข.

### ตัวอย่างการคำนวณปัญหาไร้เชิงเส้นด้วยวิธีการเปลี่ยนระบบสมการให้เป็นแบบเชิงเส้น

พิจารณาปัญหาต่ำสุดโดยทั่วไปของระบบสมการไร้เชิงเส้น

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad Z &= F(\{x\}) \\ g_j(\{x\}) &\leq 0 \quad j=1, \dots, m \end{aligned}$$

โดยการเปลี่ยนระบบสมการจากไร้เชิงเส้นเป็นเชิงเส้น ด้วยอนุกรมของ Taylor สองเทอมแรกจะเปลี่ยนระบบสมการได้ดังนี้

$$\begin{aligned} F(\{x\}) &\approx F^* + \{\nabla F^*\}^T (\{x\} - \{x^*\}) \\ g_j(\{x\}) &\approx g_j^* + \{\nabla g_j^*\}^T (\{x\} - \{x^*\}) \quad j=1, \dots, m \end{aligned}$$

จากนั้นจะเป็นการคำนวณโดยโปรแกรมเชิงเส้นตรงหลายรอบ โดยค่าตัวเลขที่ตำแหน่งการคำนวณซึ่งทราบค่าจะปรากฏในสัญลักษณ์ \* ทุกๆรอบการคำนวณจะได้จุดเริ่มต้นทุกครั้งซึ่งจะเป็นค่าตั้งต้นในการคำนวณคำตอบที่เหมาะสมจะได้เมื่อค่าไม่แตกต่างกันมากนัก

ตัวอย่างการคำนวณ

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= x_1^2 + x_2^2 \\ \text{โดยที่ } \frac{x_1^2}{20} - x_2 + 1 &\leq 0 \\ \frac{x_2^2}{20} - x_1 + 1 &\leq 0 \end{aligned}$$

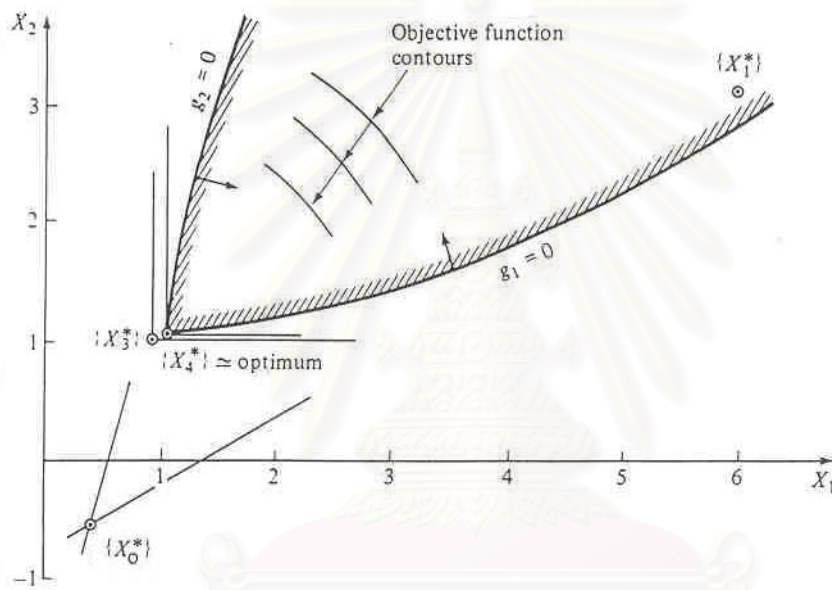
เปลี่ยนสมการข้างต้นให้เป็นเชิงเส้นตรงด้วยอนุกรมของ Taylor สองเทอมแรกจะได้

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= -(x_1^{*2} + x_2^{*2}) + 2(x_1^* x_1 + x_2^* x_2) \\ \frac{x_1^* x_1}{10} - x_2 + \left(1 - \frac{x_1^{*2}}{20}\right) &\leq 0 \\ \frac{x_2^* x_2}{10} - x_1 + \left(1 - \frac{x_2^{*2}}{20}\right) &\leq 0 \end{aligned}$$

ถ้าเริ่มต้นแก้ปัญหาที่ตำแหน่ง  $x_1^* = 6, x_2^* = 3$  จะได้ผลลัพธ์ในการคำนวณในแต่ละรอบดังนี้

รอบที่	$x_1^*$	$x_2^*$	$Z = x_1^2 + x_2^2$
1	6	3	45
2	0.378	-0.573	0.471
3	0.924	1.028	1.911
4	1.055	1.055	2.226

โดยการแก้ปัญหาด้วยวิธีทางภาพสามารถแสดงได้ดังนี้



รูปแสดงการแก้ปัญหาตามตัวอย่างการคำนวณ

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ค.

การเปลี่ยนระบบสมการจากแบบไร้เชิงเส้นเป็นแบบเชิงเส้น

การหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาการโปรแกรมไร้เชิงเส้น โดยอาศัยวิธีการแก้ปัญหาการโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming, LP) ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex Method) ทำได้โดยการเปลี่ยนระบบสมการของ สมการเป้าหมาย และสมการขอบเขต จากความสัมพันธ์แบบไร้เชิงเส้น เป็นแบบเชิงเส้น (Linear Form) โดยใช้ อนุกรมของ Taylor ขยายสมการรอบจุดเริ่มต้น  $\{x^*\}$  และพิจารณาเฉพาะสองเทอมแรก ซึ่งแต่ละสมการมีรายละเอียดของการแปลงระบบสมการจากแบบไร้เชิงเส้นเป็นแบบเชิงเส้น ดังนี้

ก. สมการเป้าหมาย

ประมาณสมการเป้าหมายจากสมการที่ 2. 43 เป็นสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$f_1(N_{ps}, N_s, d_p, S_i) = C_c(A_c L) + (C_{ps} W_{ps} + C_{bed} + C_{duct} + C_{gr}) \left[ L + \frac{8}{3L} (d_p - Y_t)^2 - \frac{32}{5L^4} (d_p - Y_t)^5 \right] N_{ps} + (C_{anc} + C_{fix}) N_{ps} + C_s \left\{ (W_s N_s L + W_v \left( \sum \frac{L_i}{S_i} \right) L_v) \right\}$$

$$f_1(N_{ps}, N_s, d_p, S_i) \approx f_1(N_{ps}^*, N_s^*, d_p^*, S_i^*) + \left[ \frac{\partial f_1(N_{ps}, N_s, d_p, S_i)}{\partial N_{ps}} \quad \frac{\partial f_1(N_{ps}, N_s, d_p, S_i)}{\partial N_s} \quad \frac{\partial f_1(N_{ps}, N_s, d_p, S_i)}{\partial d_p} \quad \frac{\partial f_1(N_{ps}, N_s, d_p, S_i)}{\partial S_i} \right] \begin{bmatrix} N_{ps} - N_{ps}^* \\ N_s - N_s^* \\ d_p - d_p^* \\ S_i - S_i^* \end{bmatrix}$$

$$= F_{11} + F_{12} N_{ps} + F_{13} N_s + F_{14} d_p + F_{15} S_i$$

เมื่อ

$$F_{11} = f_1(N_{ps}^*, N_s^*, d_p^*, S_i^*) - F_{32} A_{ps}^* - F_{33} A_s^* - F_{34} d_p^* - F_{35} c^*$$

$$F_{12} = \frac{\partial f_1(N_{ps}, N_s, d_p, S_i)}{\partial N_{ps}} = (C_{ps} W_{ps} + C_{bed} + C_{duct} + C_{gr}) \left[ L + \frac{8}{3L} (d_p - Y_t)^2 - \frac{32}{5L^4} (d_p - Y_t)^5 \right] + (C_{anc} + C_{fix})$$

$$F_{13} = \frac{\partial f_1(N_{ps}, N_s, d_p, S_i)}{\partial N_s} = C_s (W_s L)$$

$$F_{14} = \frac{\partial f_1(N_{ps}, N_s, d_p, S_i)}{\partial d_p} = (C_{ps} W_{ps} + C_{bed} + C_{duct} + C_{gr}) \left[ \frac{16}{3L} (d_p - Y_t) - \frac{32}{L^4} (d_p - Y_t)^4 \right] N_{ps}$$

$$F_{15} = \frac{\partial f_1(N_{ps}, N_s, d_p, S_i)}{\partial S_i} = -C_s W_v \left( \sum \frac{L_i}{S_i^2} \right) L_v$$

ข. อสมการขอบเขต

ข.1. สมการที่ 2.49

$$\begin{aligned} g_1(A_{ps}, d_p) &= \frac{A_{ps} f_{pi}}{A} - \frac{A_{ps} f_{pi} (d_p - Y_t)}{Z_t} + \frac{M_g}{Z_t} \\ &\approx g_1(A_{ps}^*, d_p^*) + \left[ \frac{\partial g_1(A_{ps}, d_p)}{\partial A_{ps}} \quad \frac{\partial g_1(A_{ps}, d_p)}{\partial d_p} \right] \begin{bmatrix} A_{ps} - A_{ps}^* \\ d_p - d_p^* \end{bmatrix} \\ &= G_{11} + G_{12} A_{ps} + G_{13} d_p \end{aligned}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} G_{11} &= g_1(A_{ps}^*, d_p^*) - G_{12} A_{ps}^* - G_{13} d_p^* \\ G_{12} &= \frac{\partial g_1(A_{ps}, d_p^*)}{\partial A_{ps}} = \frac{f_{pi}}{A} - \frac{f_{pi} (d_p - Y_t)}{Z_t} \\ G_{13} &= \frac{\partial g_1(A_{ps}, d_p^*)}{\partial d_p} = -\frac{A_{ps} f_{pi}}{Z_t} \end{aligned}$$

ข.2. สมการที่ 2.50

$$\begin{aligned} g_2(A_{ps}, d_p) &= \frac{A_{ps} f_{pi}}{A} + \frac{A_{ps} f_{pi} (d_p - Y_t)}{Z_b} - \frac{M_g}{Z_b} \\ &\approx g_2(A_{ps}^*, d_p^*) + \left[ \frac{\partial g_2(A_{ps}, d_p)}{\partial A_{ps}} \quad \frac{\partial g_2(A_{ps}, d_p)}{\partial d_p} \right] \begin{bmatrix} A_{ps} - A_{ps}^* \\ d_p - d_p^* \end{bmatrix} \\ &= G_{21} + G_{22} A_{ps} + G_{23} d_p \end{aligned}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} G_{21} &= g_2(A_{ps}^*, d_p^*) + G_{22} A_{ps}^* + G_{23} d_p^* \\ G_{22} &= \frac{\partial g_2(A_{ps}, d_p^*)}{\partial A_{ps}} = \frac{f_{pi}}{A} + \frac{f_{pi} (d_p - Y_t)}{Z_b} \\ G_{23} &= \frac{\partial g_2(A_{ps}, d_p^*)}{\partial d_p} = \frac{A_{ps} f_{pi}}{Z_b} \end{aligned}$$

ข.3. สมการที่ 2.51

การประมาณสมการให้เป็นแบบเชิงเส้น จะได้พจน์เหมือนกับการประมาณของสมการที่ 2.49 เพียงแต่เปลี่ยนเฉพาะค่า  $f_{pi}$  เป็น  $f_{se}$ , ค่า  $M_g$  เป็น  $M_g + M_{sd}$

ข.4. สมการที่ 2.52

การประมาณสมการให้เป็นแบบเชิงเส้น จะได้พจน์ที่เหมือนกับการประมาณของสมการที่ 2.50 เพียงแต่เปลี่ยนเฉพาะค่า  $f_{pi}$  เป็น  $f_{se}$ , ค่า  $M_g$  เป็น  $M_g + M_{sd}$

ข.5. สมการที่ 2.53

$$g_3(A_{ps}, A_s, d_p, c) = \frac{2f_{se}A_{ps}c}{bc^2 - (b-b_w)(c-h_f)^2 - 2[n_s A_s(d_s - c) + n_p A_{ps}(d_p - c)]} = \frac{2f_{se}A_{ps}c}{R}$$

$$g_3(A_{ps}, A_s, d_p, c) \approx g_3(A_{ps}^*, A_s^*, d_p^*, c^*) +$$

$$\left[ \frac{\partial g_3(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial A_{ps}} \quad \frac{\partial g_3(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial A_s} \quad \frac{\partial g_3(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial d_p} \quad \frac{\partial g_3(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial c} \right] \begin{bmatrix} A_{ps} - A_{ps}^* \\ A_s - A_s^* \\ d_p - d_p^* \\ c - c^* \end{bmatrix}$$

$$= G_{31} + G_{32}A_{ps} + G_{33}A_s + G_{34}d_p + G_{35}c$$

เมื่อ

$$G_{31} = g_3(A_{ps}^*, A_s^*, d_p^*, c^*) - G_{42}A_{ps}^* - G_{43}A_s^* - G_{44}d_p^* - G_{45}c^*$$

$$G_{32} = \frac{\partial g_3(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial A_{ps}} = \frac{2f_{se}c[bc^2 - (b-b_w)(c-h_f)^2 - 2n_s A_s(d_s - c)]}{R^2}$$

$$G_{33} = \frac{\partial g_3(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial A_s} = \frac{4n_s A_{ps} f_{se} c(d_s - c)}{R^2}$$

$$G_{34} = \frac{\partial g_3(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial d_p} = \frac{4n_p A_{ps}^2 f_{se} c}{R^2}$$

$$G_{35} = \frac{\partial g_3(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial c} = \frac{2f_{se}A_{ps}[-bc^2 + (b-b_w)(c^2 - h_f^2) - 2(n_s A_s d_s + n_p A_{ps} d_p)]}{R^2}$$

ข.6. สมการที่ 2.54

$$\left(\frac{c}{d_p}\right)^3 + 3\left(\frac{M}{A_{ps}f_{se}d_p} - 1\right)\left(\frac{c}{d_p}\right)^2 + 6\left[\left(\frac{b}{b_w} - 1\right)\left(\frac{h_f}{d_p}\right)\left(\frac{M}{A_{ps}f_{se}d_p} - 1 + \frac{h_f}{2d_p}\right) + \frac{M}{A_{ps}f_{se}d_p}\left(\frac{n_s A_s + n_p A_{ps}}{b_w d_p}\right) + \frac{n_s A_s}{b_w d_p}\left(\frac{d_s}{d_p} - 1\right)\right]\left(\frac{c}{d_p}\right) - 3\left[\left(\frac{b}{b_w} - 1\right)\left(\frac{h_f}{d_p}\right)^2\left(\frac{M}{A_{ps}f_{se}d_p} - 1 + \frac{h_f}{2d_p}\right) + \frac{2M}{A_{ps}f_{se}d_p}\left(\frac{n_p A_{ps}}{b_w d_p} + \frac{n_s A_s}{b_w d_p}\frac{d_s}{d_p}\right) + \frac{2n_s A_s}{b_w d_p}\frac{d_s}{d_p}\left(\frac{d_s}{d_p} - 1\right)\right] = g_4(A_{ps}, A_s, d_p, c)$$

$$g_4(A_{ps}, A_s, d_p, c) \approx g_4(A_{ps}^*, A_s^*, d_p^*, c^*) + \left[ \frac{\partial g_4(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial A_{ps}} \quad \frac{\partial g_4(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial A_s} \quad \frac{\partial g_4(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial d_p} \quad \frac{\partial g_4(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial c} \right] \begin{bmatrix} A_{ps} - A_{ps}^* \\ A_s - A_s^* \\ d_p - d_p^* \\ c - c^* \end{bmatrix}$$

$$= G_{41} + G_{42} A_{ps} + G_{43} A_s + G_{44} d_p + G_{45} c$$

๓.๗

$$G_{41} = g_4(A_{ps}^*, A_s^*, d_p^*, c^*) - G_{42} A_{ps}^* - G_{43} A_s^* - G_{44} d_p^* - G_{45} c^*$$

$$G_{42} = \frac{\partial g_4(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial A_{ps}}$$

$$= -\frac{3M}{A_{ps}^2 f_{se} d_p} \left\{ \left( \frac{c}{d_p} \right)^2 + 2 \left[ \left( \frac{b}{b_w} - 1 \right) \left( \frac{h_f}{d_p} \right) + \frac{n_s A_s}{b_w d_p} \right] \left( \frac{c}{d_p} \right) - \left( \frac{b}{b_w} - 1 \right) \left( \frac{h_f}{d_p} \right)^2 - 2 \frac{n_s A_s d_s}{b_w d_p^2} \right\}$$

$$G_{43} = \frac{\partial g_4(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial A_s} = \frac{6n_s}{b_w d_p^2} \left( \frac{M}{A_{ps} f_{se} d_p} + \frac{d_s}{d_p} - 1 \right) (c - d_s)$$

$$G_{44} = \frac{\partial g_4(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial d_p}$$

$$= -\frac{3}{d_p} \left\{ \left( \frac{c}{d_p} \right)^3 - \left( \frac{3M}{A_{ps} f_{se} d_p} - 2 \right) \left( \frac{c}{d_p} \right)^2 - \left[ \left( \frac{b}{b_w} - 1 \right) \frac{h_f}{d_p} \left( \frac{3M}{A_{ps} f_{se} d_p} - 2 + \frac{3h_f}{2d_p} \right) + \frac{3M}{A_{ps} f_{se} d_p} \left( \frac{n_s A_s + n_p A_{ps}}{b_w d_p} \right) + \frac{n_s A_s}{b_w d_p} \left( \frac{3d_s}{d_p} - 2 \right) \right] \left( \frac{c}{d_p} \right) + 2 \left[ \left( \frac{b}{b_w} - 1 \right) \left( \frac{h_f}{d_p} \right)^2 \left( \frac{M}{2A_{ps} f_{se} d_p} - 1 + \frac{9h_f}{4d_p} \right) + \frac{M}{A_{ps} f_{se} d_p} \left( \frac{2n_p A_{ps}}{b_w d_p} + \frac{3n_s A_s}{b_w d_p} \frac{d_s}{d_p} \right) + \frac{n_s A_s}{b_w d_p} \frac{d_s}{d_p} \left( \frac{3d_s}{d_p} - 2 \right) \right] \right\}$$

$$G_{45} = \frac{\partial g_4(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial c}$$

$$= \frac{3}{d_p} \left[ \left( \frac{c}{d_p} \right)^2 + 2 \left( \frac{M}{A_{ps} f_{se} d_p} - 1 \right) \left( \frac{c}{d_p} \right) + \left( \frac{b}{b_w} - 1 \right) \frac{h_f}{d_p} \left( \frac{2M}{A_{ps} f_{se} d_p} - 2 + \frac{h_f}{d_p} \right) + \frac{2M}{A_{ps} f_{se} d_p} \left( \frac{n_s A_s + n_p A_{ps}}{b_w d_p} \right) + \frac{2n_s A_s}{b_w d_p} \left( \frac{d_s}{d_p} - 1 \right) \right]$$

๓.๗. สมการที่ 2.55

$$y_4(A_{ps}, A_s, d_p) = -\frac{5A_{ps} f_{pi} L^2}{48E_{ci} I_g} (d_p - Y_t)$$

$$\approx y_4(A_{ps}^*, A_s^*, d_p^*) + \left[ \frac{\partial y_4(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial A_{ps}} \quad \frac{\partial y_4(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial A_s} \quad \frac{\partial y_4(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial d_p} \right] \begin{bmatrix} A_{ps} - A_{ps}^* \\ A_s - A_s^* \\ d_p - d_p^* \end{bmatrix}$$

$$= Y_{41} + Y_{42} A_{ps} + Y_{43} A_s + Y_{44} d_p$$



ไม่

$$\begin{aligned}
 Y_{41} &= y_4(A_{ps}^*, A_s^*, d_p^*) - Y_{42} A_{ps}^* + Y_{43} A_s^* + Y_{44} d_p^* \\
 Y_{42} &= \frac{\partial y_4(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial A_{ps}} \\
 &= \left( \frac{5W_L L^4}{384E_c} + \frac{P_L L^3}{48E_c} \right) \frac{\left[ \frac{3D_1^2}{M_a^3} f_{se} \left( \frac{Z_b}{A} + d_p - Y_t \right) (I_g - D_2 D_3) + \left( n_p d_p^2 D_3 - \frac{1.67n_p D_2}{2bd_p} \frac{D_2}{D_4} \right) \left( 1 - \frac{D_1^3}{M_a^3} \right) \right]}{\left[ \frac{D_1^3}{M_a^3} I_g + \left( 1 - \frac{D_1^3}{M_a^3} \right) D_2 D_3 \right]^2} \\
 Y_{43} &= \frac{\partial y_3(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial A_s} \\
 &= - \left[ \frac{5W_L L^4}{384E_c} + \frac{P_L L^3}{48E_c} \right] \frac{\left( n_s d_s^2 D_3 - \frac{1.67n_s D_2}{2bd_s} \frac{D_2}{D_4} \right) \left( 1 - \frac{D_1^3}{M_a^3} \right)}{\left[ \frac{D_1^3}{M_a^3} I_g + \left( 1 - \frac{D_1^3}{M_a^3} \right) D_2 D_3 \right]^2} \\
 Y_{44} &= \frac{\partial y_4(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial d_p} \\
 &= - \left( \frac{5W_L L^4}{384E_c} + \frac{P_L L^3}{48E_c} \right) \frac{\left[ \frac{3A_{ps} f_{se} D_1^2}{M_a^3} (I_g - D_2 D_3) + \left( 2n_p A_{ps} d_p D_3 + \frac{1.67n_p A_{ps} D_2}{2bd_p} \frac{D_2}{D_4} \right) \left( 1 - \frac{D_1^3}{M_a^3} \right) \right]}{\left[ \frac{D_1^3}{M_a^3} I_g + \left( 1 - \frac{D_1^3}{M_a^3} \right) D_2 D_3 \right]^2}
 \end{aligned}$$

๑.๘. สมการที่ 2.56

$$\begin{aligned}
 y_1(A_{ps}, d_p) &= K_1 \left[ -\frac{5A_{ps} f_{pi} L^2}{48E_{ci} I_g} (d_p - Y_t) \right] + K_2 \frac{5W_g L^4}{384E_c I_g} + K_3 \left[ \frac{5W_{SD} L^4}{384E_c I_g} + \frac{P_{SD} L^3}{48E_c I_g} \right] \\
 &\approx y_1(A_{ps}^*, d_p^*) + \left[ \frac{\partial y_5(A_{ps}, d_p)}{\partial A_{ps}} \quad \frac{\partial y_1(A_{ps}, d_p)}{\partial d_p} \right] \begin{bmatrix} A_{ps} - A_{ps}^* \\ d_p - d_p^* \end{bmatrix} \\
 &= Y_{11} + Y_{12} A_{ps} + Y_{13} d_p
 \end{aligned}$$

ไม่

$$\begin{aligned}
 Y_{11} &= y_1(A_{ps}^*, d_p^*) - Y_{12} A_{ps}^* - Y_{13} d_p^* \\
 Y_{12} &= \frac{\partial y_1(A_{ps}, d_p)}{\partial A_{ps}} = -K_1 \frac{5f_{pi} L^2}{48E_{ci} I_g} (d_p - Y_t) \\
 Y_{13} &= \frac{\partial y_1(A_{ps}, d_p)}{\partial d_p} = -K_1 \frac{5A_{ps} f_{pi} L^2}{48E_{ci} I_g}
 \end{aligned}$$

๑.๙. สมการที่ 2.57

$$w_1(A_{ps}, A_s, d_p, c) = 1.081 \times 10^{-5} \beta f_s \sqrt[3]{d_c A_T}$$

$$= 1.081 \times 10^{-5} \frac{H-c}{K_1-c} n_s \frac{2A_{ps} f_{se} c}{K_3} \left( \frac{H-K_2}{c} - 1 \right) \sqrt[3]{d_c \left( \frac{2K_2 b_w}{A_s} \right) A_m}$$

$$\text{เมื่อ } d = \frac{(A_{ps} d_p + A_{ns} d_s)}{(A_{ps} + A_{ns})} = K_1$$

$$y = \frac{A_{ps} (H-d_p) + A_{ns} (H-d_s)}{(A_{ps} + A_{ns})} = K_2$$

$$f_{ct} = \frac{2A_{ps} f_{se} c}{bc^2 - (b-b_w)(c-H_f)^2 - 2n_s A_{ns} (d_s - c) - 2n_p A_{ps} (d_p - c)} = \frac{2A_{ps} f_{se} c}{K_3}$$

$$A_T = \left( \frac{2y b_w}{A_{ns}} \right) A_m = \left( \frac{2K_2 b_w}{A_{ns}} \right) A_m$$

$$\beta = \frac{H-c}{d-c} = \frac{H-c}{K_1-c}$$

$$f_s = n_s f \frac{2A_{ps} f_{se} c}{K_3} \left( \frac{H-K_2}{c} - 1 \right)$$

ประมาณสมการ  $W$  เป็นสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$w_1(A_{ps}, A_s, d_p, c) \approx w_1(A_{ps}^*, A_s^*, d_p^*, c^*) +$$

$$\left[ \frac{\partial w_1(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial A_{ps}} \quad \frac{\partial w_1(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial A_s} \quad \frac{\partial w_1(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial d_p} \quad \frac{\partial w_1(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial c} \right] \begin{bmatrix} A_{ps} - A_{ps}^* \\ A_{ns} - A_{ns}^* \\ d_p - d_p^* \\ c - c^* \end{bmatrix}$$

$$= W_{11} + W_{12} A_{ps} + W_{13} A_s + W_{14} d_p + W_{15} c$$

เมื่อ

$$W_{11} = w_1(A_{ps}^*, A_s^*, d_p^*, c^*) - W_{12} A_{ps}^* + W_{13} A_s^* + W_{14} d_p^*$$

$$W_{12} = \frac{\partial w_1(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial A_{ps}}$$

$$= -1.081 \times 10^{-5} \frac{(H-c)}{(K_1-c)^2} \frac{2n_s A_{ps} f_{se} c}{K_3} \left( \frac{H-K_2}{c} - 1 \right) \sqrt[3]{\frac{2d_c K_2 b_w A_m}{A_s} \left( \frac{d_p - K_1}{A_{ps} + A_s} \right)} +$$

$$1.081 \times 10^{-5} \frac{(H-c)}{(K_1-c)} \frac{2n_s f_{se} c}{K_3} \left( \frac{H-K_2}{c} - 1 \right) \sqrt[3]{\frac{2d_c K_2 b_w A_m}{A_s}} +$$

$$1.081 \times 10^{-5} \frac{(H-c)}{(K_1-c)} \frac{4n_s A_{ps} f_{se} c}{K_3^2} \left( \frac{H-K_2}{c} - 1 \right) \sqrt[3]{\frac{2d_c K_2 b_w A_m}{A_s}} n_p (d_p - c)$$

$$1.081 \times 10^{-5} \frac{(H-c)}{(K_1-c)} \frac{2n_s A_{ps} f_{se}}{K_3} \sqrt[3]{\frac{2d_c K_2 b_w A_m}{A_s} \left( \frac{d_p - H + K_2}{A_{ps} + A_s} \right)} +$$

$$\begin{aligned}
& 1.081 \times 10^{-5} \frac{(H-c)}{(K_1-c)} \frac{2n_s A_{ps} f_{se} c}{3K_3} \left( \frac{H-K_2}{c} - 1 \right) \sqrt[3]{2} \left( \frac{d_c b_w A_m}{A_s} \right) \left( \frac{H-d_p-K_1}{A_{ps}+A_s} \right) \left/ \left( \frac{d_c K_2 b_w A_m}{A_s} \right)^{\frac{2}{3}} \right. \\
W_{13} &= \frac{\partial w_1(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial A_s} \\
&= -1.081 \times 10^{-5} \frac{(H-c)}{(K_1-c)^2} \frac{2n_s A_{ps} f_{se} c}{K_3} \left( \frac{H-K_2}{c} - 1 \right) \sqrt[3]{\frac{2d_c K_2 b_w A_m}{A_s}} \left( \frac{d_s - K_1}{A_{ps} + A_s} \right) + \\
& 1.081 \times 10^{-5} \frac{(H-c)}{(K_1-c)} \frac{4n_s^2 f_{se} c}{K_3^2} \left( \frac{H-K_2}{c} - 1 \right) \sqrt[3]{\frac{2d_c K_2 b_w A_m}{A_s}} \cdot (d_s - c) + \\
& 1.081 \times 10^{-5} \frac{(H-c)}{(K_1-c)} \frac{2n_s A_{ps} f_{se}}{K_3} \sqrt[3]{\frac{2d_c K_2 b_w A_m}{A_s}} \left( \frac{d_s - H + K_2}{A_{ps} + A_s} \right) + \\
& 1.081 \times 10^{-5} \frac{(H-c)}{(K_1-c)} \frac{2n_s A_{ps} f_{se} c}{3K_3} \left( \frac{H-K_2}{c} - 1 \right) \sqrt[3]{2} \left( \frac{d_c b_w A_m}{A_s} \right) \left( \frac{H-d_p-K_1}{A_{ps}+A_s} - \frac{K_2}{A_{ns}} \right) \\
& \quad \left( \frac{d_c K_2 b_w A_m}{A_s} \right)^{\frac{2}{3}} \\
W_{14} &= \frac{\partial w_1(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial d_p} \\
&= -1.081 \times 10^{-5} \frac{(H-c)}{(K_1-c)^2} \frac{2n_s A_{ps}^2 f_{se} c}{K_3 (A_{ps} + A_s)} \left( \frac{H-K_2}{c} - 1 \right) \sqrt[3]{\frac{2d_c K_2 b_w A_m}{A_s}} + \\
& 1.081 \times 10^{-5} \frac{(H-c)}{(K_1-c)} \frac{4n_s A_{ps}^2 f_{se} c}{K_3^2} \left( \frac{H-K_2}{c} - 1 \right) \sqrt[3]{\frac{2d_c K_2 b_w A_m}{A_s}} n_p \\
& 1.081 \times 10^{-5} \frac{(H-c)}{(K_1-c)} \frac{2n_s A_{ps}^2 f_{se}}{K_3 (A_{ps} + A_s)} \sqrt[3]{\frac{2d_c K_2 b_w A_m}{A_s}} + \\
& -1.081 \times 10^{-5} \frac{(H-c)}{(K_1-c)} \frac{2n_s A_{ps}^2 f_{se} c}{3K_3 (A_{ps} + A_s)} \left( \frac{H-K_2}{c} - 1 \right) \sqrt[3]{2} \left( \frac{d_c b_w A_m}{A_s} \right) \left/ \left( \frac{d_c K_2 b_w A_m}{A_s} \right)^{\frac{2}{3}} \right. \\
W_{15} &= \frac{\partial w_1(A_{ps}, A_s, d_p, c)}{\partial c} \\
&= -1.081 \times 10^{-5} \frac{2n_s A_{ps} f_{se} c}{(K_1-c) K_3} \left( \frac{H-K_2}{c} - 1 \right) \sqrt[3]{\frac{2d_c K_2 b_w A_m}{A_s}} + \\
& 1.081 \times 10^{-5} \frac{(H-c)}{(K_1-c)^2} \frac{2n_s A_{ps} f_{se} c}{K_3} \left( \frac{H-K_2}{c} - 1 \right) \sqrt[3]{\frac{2d_c K_2 b_w A_m}{A_s}} + \\
& 1.081 \times 10^{-5} \frac{(H-c)}{(K_1-c)} \frac{2n_s A_{ps} f_{se}}{K_3} \left( \frac{H-K_2}{c} - 1 \right) \sqrt[3]{\frac{2d_c K_2 b_w A_m}{A_s}} - \\
& 1.081 \times 10^{-5} \frac{(H-c)}{(K_1-c)} \frac{2n_s A_{ps} f_{se}}{K_3^2} \left( \frac{H-K_2}{c} - 1 \right) \sqrt[3]{\frac{2d_c K_2 b_w A_m}{A_s}} \cdot \\
& \left[ 2bc - 2(b-b_w)(c-H_f) + 2n_s A_{ns} + +2n_p A_{ps} \right] - \\
& 1.081 \times 10^{-5} \frac{(H-c)}{(K_1-c)} \frac{2n_s A_{ps} f_{se}}{c K_3} (H-K_2) \sqrt[3]{\frac{2d_c K_2 b_w A_m}{A_s}}
\end{aligned}$$

ข.10. สมการที่ 2.58

สมการกำลังรับโมเมนต์ตัดแบ่งออกเป็น 2 กรณี

– สมการที่ 2.58.1

$$\begin{aligned}
 g_5(A_{ps}, A_s, d_p) &= A_{ps} f_{ps} d_p + A_s f_y d_s - \frac{(A_{ps} f_{ps})^2}{2(0.85 f_c' b)} - \frac{A_{ps} f_{ps} A_s f_y}{0.85 f_c' b} - \frac{(A_s f_y)^2}{2(0.85 f_c' b)} \\
 &\approx g_5(A_{ps}^*, A_s^*, d_p^*) + \left[ \frac{\partial g_5(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial A_{ps}} \frac{\partial g_5(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial A_s} \frac{\partial g_5(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial d_p} \right] \begin{bmatrix} A_{ps} - A_{ps}^* \\ A_s - A_s^* \\ d_p - d_p^* \end{bmatrix} \\
 &= G_{51} + G_{52} A_{ps} + G_{53} A_s + G_{54} d_p
 \end{aligned}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}
 G_{51} &= g_5(A_{ps}^*, A_s^*, d_p^*) - G_{52} A_{ps}^* - G_{53} A_s^* - G_{54} d_p^* \\
 G_{52} &= \frac{\partial g_5(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial A_{ps}} = f_{ps} d_p - \frac{A_{ps} f_{ps}^2}{0.85 f_c' b} - \frac{f_{ps} A_s f_y}{0.85 f_c' b} \\
 G_{53} &= \frac{\partial g_5(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial A_s} = f_y d_s - \frac{A_{ps} f_{ps} f_y}{0.85 f_c' b} - \frac{A_s f_y^2}{0.85 f_c' b} \\
 G_{54} &= \frac{\partial g_5(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial d_p} = A_{ps} f_{ps}
 \end{aligned}$$

– สมการที่ 2.58.2

$$\begin{aligned}
 g_5(A_{ps}, A_s, d_p) &= A_{ps} f_{ps} d_p + A_s f_y d_s - \frac{(A_{ps} f_{ps})^2}{2(0.85 f_c' b_w)} - \frac{A_{ps} f_{ps} A_s f_y}{0.85 f_c' b_w} - \frac{(A_s f_y)^2}{2(0.85 f_c' b_w)} + \\
 &\quad (A_{ps} f_{ps} + A_s f_y) \left[ \frac{h_f}{2} \cdot \frac{b}{b_w} - \frac{h_f}{2} + \frac{(b-b_w) h_f}{2(0.85 f_c' b_w)} \right] - \frac{0.85 f_c' (b-b_w) b h_f^2}{2 b_w}
 \end{aligned}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}
 G_{51} &= g_5(A_{ps}^*, A_s^*, d_p^*) - G_{52} A_{ps}^* - G_{53} A_s^* - G_{54} d_p^* \\
 G_{52} &= \frac{\partial g_5(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial A_{ps}} = f_{ps} d_p - \frac{A_{ps} f_{ps}^2}{0.85 f_c' b} - \frac{f_{ps} A_s f_y}{0.85 f_c' b} + f_{ps} \left[ \frac{h_f}{2} \cdot \frac{b}{b_w} - \frac{h_f}{2} + \frac{(b-b_w) h_f}{2(0.85 f_c' b_w)} \right] \\
 G_{53} &= \frac{\partial g_5(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial A_s} = f_y d_s - \frac{A_{ps} f_{ps} f_y}{0.85 f_c' b} - \frac{A_s f_y^2}{0.85 f_c' b} + f_y \left[ \frac{h_f}{2} \cdot \frac{b}{b_w} - \frac{h_f}{2} + \frac{(b-b_w) h_f}{2(0.85 f_c' b_w)} \right] \\
 G_{54} &= \frac{\partial g_5(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial d_p} = A_{ps} f_{ps}
 \end{aligned}$$

ข.11. สมการที่ 2.59.1

$$\begin{aligned} g_6(A_{ps}, d_p) &= M_{cr} = A_{ps} f_{se} \left[ \frac{Z_b}{A} + d_p - Y_t \right] + f_{cr} S_b \\ &\approx g_6(A_{ps}^*, d_p^*) + \left[ \frac{\partial g_6(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial A_{ps}} \frac{\partial g_6(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial d_p} \right] \begin{bmatrix} A_{ps} - A_{ps}^* \\ d_p - d_p^* \end{bmatrix} \\ &= G_{61} + G_{62} A_{ps} + G_{63} d_p \end{aligned}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} G_{61} &= g_6(A_{ps}^*, d_p^*) - G_{62} A_{ps}^* - G_{63} d_p^* \\ G_{62} &= \frac{\partial g_6(A_{ps}^*, d_p^*)}{\partial A_{ps}} = f_{se} \left[ \frac{Z_b}{A} + d_p - Y_t \right] \\ G_{63} &= \frac{\partial g_6(A_{ps}^*, d_p^*)}{\partial d_p} = A_{ps} f_{se} \end{aligned}$$

ข.12. สมการที่ 2.60

$$\begin{aligned} g_7(A_{ps}, A_s, d_p) &= \frac{A_{ps} f_{ps}}{bd_p f'_c} + \frac{A_s f_y}{bd_p f'_c} \\ &\approx g_7(A_{ps}^*, A_s^*, d_p^*) + \left[ \frac{\partial g_7(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial A_{ps}} \frac{\partial g_7(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial A_s} \frac{\partial g_7(A_{ps}, A_s, d_p)}{\partial d_p} \right] \begin{bmatrix} A_{ps} - A_{ps}^* \\ A_s - A_s^* \\ d_p - d_p^* \end{bmatrix} \\ &= G_{71} + G_{72} A_{ps} + G_{73} A_s + G_{74} d_p \end{aligned}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} G_{71} &= g_7(A_{ps}^*, A_s^*, d_p^*) - G_{72} A_{ps}^* - G_{73} A_s^* - G_{74} d_p^* \\ G_{72} &= \frac{\partial g_7(A_{ps}^*, A_s^*, d_p^*)}{\partial A_{ps}} = \frac{f_{ps}}{bd_p f'_c} \\ G_{73} &= \frac{\partial g_7(A_{ps}^*, A_s^*, d_p^*)}{\partial A_s} = \frac{f_y}{bd_p f'_c} \\ G_{74} &= \frac{\partial g_7(A_{ps}^*, A_s^*, d_p^*)}{\partial d_p} = -\frac{A_{ps} f_{ps}}{bd_p^2 f'_c} + \frac{A_s f_y}{bd_p^2 f'_c} \end{aligned}$$

ข.13. สมการที่ 2.61.1

$$V_{ci} = 0.16 \sqrt{f'_c} b_w d_{p,i} + V_d + \frac{V_i M_{cr,i}}{M_{\max}} \geq 0.45 \sqrt{f'_c} b_w d_{p,i}$$

เมื่อ

$$d_{pi} = Y_t + e_0 = Y_t + 4(d_p - Y_t) \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right)$$

$$\begin{aligned}
 M_{cr} &= Z_b \left( f_r + \frac{A_{ps} f_{se}}{A} + \frac{A_{ps} f_{se} e_i Y_b}{I_g} - \frac{M_g Y_b}{I_g} \right) \\
 &= Z_b \left[ f_r + \frac{A_{ps} f_{se}}{A} + \frac{4A_{ps} f_{se} Y_b}{I_g} (d_p - Y_t) \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right) - \frac{M_g Y_b}{I_g} \right]
 \end{aligned}$$

กระจายพจน์ต่างๆของสมการ  $V_{ci}$  จะได้

ถ้า  $d_{pi} > 0.8h$

$$\begin{aligned}
 V_{ci} &= 0.64\sqrt{f'_c} b_w \left[ Y_t + (d_p - Y_t) \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right) \right] + V_d + \frac{V_i Z_b}{M_{\max}} \left[ f_r + \frac{A_{ps} f_{se}}{A} + \frac{4A_{ps} f_{se} Y_b}{I_g} (d_p - Y_t) \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{M_g Y_b}{I_g} \right]
 \end{aligned}$$

ถ้า  $d_{pi} \leq 0.8h$

$$V_{ci} = 0.16\sqrt{f'_c} b_w (0.8h) + V_d + \frac{V_i Z_b}{M_{\max}} \left[ f_r + \frac{A_{ps} f_{se}}{A} + \frac{4A_{ps} f_{se} Y_b}{I_g} (d_p - Y_t) \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right) - \frac{M_g Y_b}{I_g} \right]$$

ประมาณสมการค่า  $V_{ci}$  เป็นสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 n_1(A_{ps}, d_p) &= V_{ci} \\
 &\approx n_1(A_{ps}^*, d_p^*) \left[ \frac{\partial n_1(A_{ps}, d_p)}{\partial A_{ps}} \frac{\partial n_1(A_{ps}, d_p)}{\partial d_p} \right] \left[ \begin{matrix} A_{ps} - A_{ps}^* \\ d_p - d_p^* \end{matrix} \right] \\
 &= N_{11} + N_{12} A_{ps} + N_{13} d_p
 \end{aligned}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}
 N_{11} &= n_1(A_{ps}^*, d_p^*) - N_{12} A_{ps}^* - N_{13} d_p^* \\
 N_{12} &= \frac{\partial n_1(A_{ps}, d_p^*)}{\partial A_{ps}} = \frac{V_i Z_b}{M_{\max}} \left[ \frac{f_{se}}{A} + \frac{4f_{se} Y_b}{I_g} (d_p - Y_t) \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right) \right]
 \end{aligned}$$

กรณี  $d_{pi} > 0.8h$

$$N_{13} = \frac{\partial n_1(A_{ps}, d_p^*)}{\partial d_p} = 0.64\sqrt{f'_c} b_w \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right) + \frac{V_i Z_b}{M_{\max}} \left[ \frac{4A_{ps} f_{se} Y_b}{I_g} \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right) \right]$$

กรณี  $d_{pi} \leq 0.8h$

$$N_{13} = \frac{\partial n_1(A_{ps}, d_p^*)}{\partial d_p} = \frac{V_i Z_b}{M_{\max}} \left[ \frac{4A_{ps} f_{se} Y_b}{I_g} \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right) \right]$$

ข.14. สมการที่ 2.61.2

$$V_{cw} = (0.93\sqrt{f'_c} + 0.3f_{pc}) b_w d_{p,i} + V_p$$

เมื่อ

$$\theta_i = 4(d_p - Y_t) \left( \frac{1}{L} - \frac{2x}{L^2} \right)$$

$$f_{pc} = \frac{A_{ps} f_{se}}{A}$$

$$V_p = P_e \theta_i = 4A_{ps} f_{se} (d_p - Y_t) \left( \frac{1}{L} - \frac{2x}{L^2} \right)$$

กระจายพจน์ต่างๆของสมการ  $V_{cw}$  จะได้ถ้า  $d_{pi} > 0.8h$ 

$$V_{cw} = \left( 0.93\sqrt{f'_c} + 0.3 \frac{A_{ps} f_{se}}{A} \right) b_w \left[ Y_t + 4(d_p - Y_t) \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right) \right] + 4A_{ps} f_{se} (d_p - Y_t) \left( \frac{1}{L} - \frac{2x}{L^2} \right)$$

ถ้า  $d_{pi} \leq 0.8h$ 

$$V_{cw} = \left( 0.93\sqrt{f'_c} + 0.3 \frac{A_{ps} f_{se}}{A} \right) b_w (0.8h) + 4A_{ps} f_{se} (d_p - Y_t) \left( \frac{1}{L} - \frac{2x}{L^2} \right)$$

ประมาณสมการค่า  $V_{cw}$  เป็นสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$n_2(A_{ps}, d_p) = V_{cw}$$

$$\approx n_2(A_{ps}^*, d_p^*) \left[ \frac{\partial n_2(A_{ps}, d_p)}{\partial A_{ps}} \frac{\partial n_2(A_{ps}, d_p)}{\partial d_p} \right] \begin{bmatrix} A_{ps} - A_{ps}^* \\ d_p - d_p^* \end{bmatrix}$$

$$= N_{21} + N_{22} A_{ps} + N_{23} d_p$$

เมื่อ

$$N_{21} = n_2(A_{ps}^*, d_p^*) - N_{22} A_{ps}^* - N_{23} d_p^*$$

ถ้า  $d_{pi} > 0.8h$ 

$$N_{22} = \frac{\partial n_2(A_{ps}^*, d_p^*)}{\partial A_{ps}} = 0.3 \frac{f_{se} b_w}{A} \left[ Y_t + 4(d_p - Y_t) \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right) \right] + 4f_{se} (d_p - Y_t) \left( \frac{1}{L} - \frac{2x}{L^2} \right)$$

$$N_{23} = \frac{\partial n_2(A_{ps}^*, d_p^*)}{\partial d_p} = \left( 0.93\sqrt{f'_c} + 0.3 \frac{A_{ps} f_{se}}{A} \right) 4b_w \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right) + 4A_{ps} f_{se} \left( \frac{1}{L} - \frac{2x}{L^2} \right)$$

ถ้า  $d_{pi} \leq 0.8h$ 

$$N_{22} = \frac{\partial n_2(A_{ps}^*, d_p^*)}{\partial A_{ps}} = 0.24 \frac{f_{se} b_w h}{A} + 4f_{se} (d_p - Y_t) \left( \frac{1}{L} - \frac{2x}{L^2} \right)$$

$$N_{23} = \frac{\partial n_2(A_{ps}^*, d_p^*)}{\partial d_p} = 4A_{ps} f_{se} \left( \frac{1}{L} - \frac{2x}{L^2} \right)$$

ข.15. สมการ  $V_c$

กำลังต้านทานแรงเฉือนของคอนกรีต,  $V_c$  จะเลือกค่าน้อยกว่าระหว่าง  $V_{ci}$  และ  $V_{cw}$  โดยที่

$$V_c = Q_{11} + Q_{12}d_p + Q_{13}S_i$$

เมื่อ

ถ้า  $V_{ci} \leq V_{cw}$

$$Q_{11} = N_{11} \quad , \quad Q_{12} = N_{12} \quad , \quad Q_{13} = N_{13}$$

ถ้า  $V_{ci} \leq V_{cw}$

$$Q_{11} = N_{21} \quad , \quad Q_{12} = N_{22} \quad , \quad Q_{13} = N_{23}$$

ข.16. สมการที่ 2.61.3

$$V_s = \frac{A_v f_y d_{pi}}{S_i}$$

กระจายพจน์ต่างๆของสมการ  $V_s$  จะได้

ถ้า  $d_{pi} > 0.8h$

$$V_s = \frac{A_v f_y}{S_i} \left[ Y_t + 4(d_p - Y_t) \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right) \right]$$

ถ้า  $d_{pi} \leq 0.8h$

$$V_s = \frac{A_v f_y}{S_i} (0.8h)$$

ประมาณสมการค่า  $V_s$  เป็นสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$\begin{aligned} q_2(d_p, S_i) &\approx q_2(d_p^*, S_i^*) \left[ \frac{\partial q_2(d_p, S_i)}{\partial d_p} \frac{\partial q_2(d_p, S_i)}{\partial S_i} \right] \begin{bmatrix} d_p - d_p^* \\ S_i - S_i^* \end{bmatrix} \\ &= Q_{21} + Q_{22}d_p + Q_{23}S_i \end{aligned}$$

เมื่อ

$$Q_{21} = q_2(d_p^*, S_i^*) - Q_{22}d_p^* - Q_{23}S_i^*$$

ถ้า  $d_{pi} > 0.8h$



$$Q_{22} = \frac{\partial q_2(d_p^*, S_i^*)}{\partial d_p} = \frac{A_v f_y}{S_i} (4d_p) \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right)$$

$$Q_{23} = \frac{\partial q_2(d_p^*, S_i^*)}{\partial S_i} = -\frac{A_v f_y}{S_i^2} \left[ Y_t + 4(d_p - Y_t) \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right) \right]$$

ถ้า  $d_{pi} \leq 0.8h$

$$Q_{22} = \frac{\partial q_2(d_p^*, S_i^*)}{\partial d_p} = 0$$

$$Q_{23} = \frac{\partial q_2(d_p^*, S_i^*)}{\partial S_i} = -\frac{A_v f_y}{S_i^2} (0.8h)$$

ข.17. สมการที่ 2.62

$$V_u \leq \phi \frac{V_c}{2}$$

ประมาณเป็นสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$V_u \leq \frac{\phi}{2} (Q_{11} + Q_{12} A_{is} + Q_{13} d_p)$$

ข.18. สมการที่ 2.64

$$V_u \geq \phi \frac{V_c}{2}$$

ประมาณเป็นสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$V_u \geq \frac{\phi}{2} (Q_{11} + Q_{12} A_{ps} + Q_{13} d_p)$$

ข.19. สมการที่ 2.65

$$(A_v)_{\min} = \frac{A_{ps} f_{pu} S}{80 f_y d_{pi}} \sqrt{\frac{d_{pi}}{b_w}}$$

กระจายพจน์ต่างๆของสมการ  $(A_v)_{\min}$  จะได้

ถ้า  $d_{pi} > 0.8h$

$$(A_v)_{\min} = \frac{A_{ps} f_{pu} S}{80 f_y R} \sqrt{\frac{R}{b_w}}$$

$$\text{เมื่อ } R = Y_t + 4(d_p - Y_t) \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right)$$

$$\text{ถ้า } d_{pi} \leq 0.8h$$

$$(A_v)_{\min} = \frac{A_{ps} f_{pu} S}{80 f_y (0.8h)} \sqrt{\frac{0.8h}{b_w}}$$

ประมาณสมการค่า  $(A_v)_{\min}$  เป็นสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$\begin{aligned} q_3(A_{ps}, d_p, S_i) &\approx q_3(A_{ps}^*, d_p^*, S_i^*) \left[ \frac{\partial q_3(A_{ps}, d_p, S_i)}{\partial A_{ps}} \frac{A_{ps} - A_{ps}^*}{A_{ps}^*} + \frac{\partial q_3(A_{ps}, d_p, S_i)}{\partial d_p} \frac{d_p - d_p^*}{d_p^*} + \frac{\partial q_3(A_{ps}, d_p, S_i)}{\partial S_i} \frac{S_i - S_i^*}{S_i^*} \right] \\ &= Q_{31} + Q_{32} A_{ps} + Q_{33} d_p + Q_{34} S_i \end{aligned}$$

เมื่อ

$$Q_{31} = q_3(A_{ps}^*, d_p^*, S_i^*) - Q_{32} A_{ps}^* - Q_{33} d_p^* - Q_{34} S_i^*$$

$$\text{ถ้า } d_{pi} > 0.8h$$

$$Q_{32} = \frac{\partial q_3(A_{ps}^*, d_p^*, S_i^*)}{\partial A_{ps}} = \frac{f_{pu} S}{80 f_y R} \sqrt{\frac{R}{b_w}}$$

$$Q_{33} = \frac{\partial q_3(A_{ps}^*, d_p^*, S_i^*)}{\partial d_p} = -\frac{A_{ps} f_{pu} S}{20 f_y R^2} \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right) \sqrt{\frac{R}{b_w}} + \frac{A_{ps} f_{pu} S}{40 f_y b_w R} \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right) \sqrt{\frac{b_w}{R}}$$

$$Q_{34} = \frac{\partial q_3(A_{ps}^*, d_p^*, S_i^*)}{\partial S_i} = \frac{A_{ps} f_{pu}}{80 f_y R} \sqrt{\frac{R}{b_w}}$$

$$\text{ถ้า } d_{pi} \leq 0.8h$$

$$Q_{32} = \frac{\partial q_3(A_{ps}^*, d_p^*, S_i^*)}{\partial A_{ps}} = \frac{f_{pu} S}{80 f_y (0.8h)} \sqrt{\frac{0.8h}{b_w}}$$

$$Q_{33} = \frac{\partial q_3(A_{ps}^*, d_p^*, S_i^*)}{\partial d_p} = 0$$

$$Q_{34} = \frac{\partial q_3(A_{ps}^*, d_p^*, S_i^*)}{\partial S_i} = \frac{A_{ps} f_{pu}}{80 f_y (0.8h)} \sqrt{\frac{0.8h}{b_w}}$$

ข.20. สมการที่ 2.67

$$V_u \leq \phi (V_c + 1.06 \sqrt{f'_c b_w d_{pi}})$$

ประมาณเป็นสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$V_u \leq \phi \left( Q_{11} + Q_{12}A_{ps} + Q_{13}d_p + 1.06\sqrt{f'_c b_w d_{pi}} \right)$$

ข.21. สมการที่ 2.68

$$V_u \leq \phi \left( V_c + \frac{A_v f_y d_{pi}}{S_i} \right)$$

ประมาณเป็นสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$V_u \leq \phi \left[ (Q_{11} + Q_{21}) + Q_{12}A_{ps} + (Q_{13} + Q_{22})d_p + Q_{23}S_i \right]$$

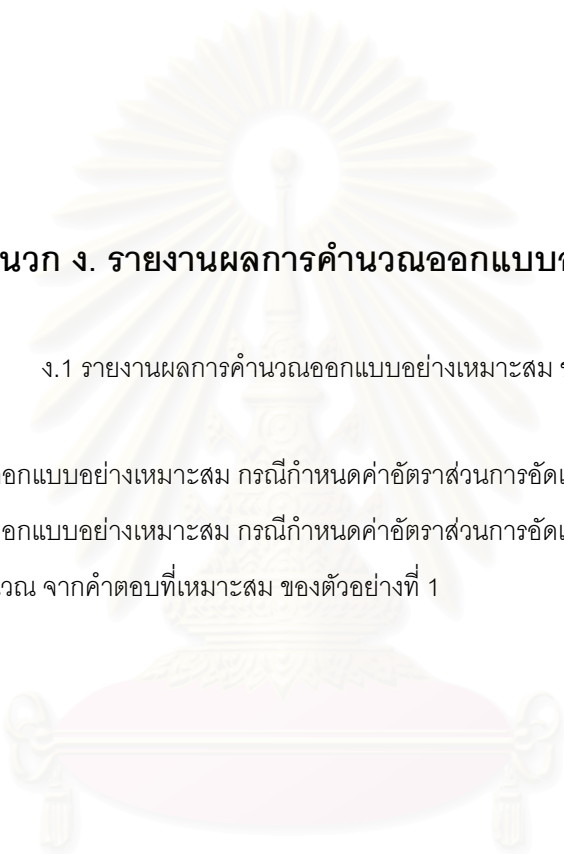
ข.22. สมการที่ 2.70

$$V_u \geq \phi \left( V_c + 1.06\sqrt{f'_c b_w d_{pi}} \right)$$

ประมาณเป็นสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$V_u \geq \phi \left( Q_{11} + Q_{12}A_{ps} + Q_{13}d_p + 1.06\sqrt{f'_c b_w d_{pi}} \right)$$

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## ภาคผนวก ง. รายงานผลการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสม

ง.1 รายงานผลการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสม ของตัวอย่างที่ 1

- ผลการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสม กรณีกำหนดค่าอัตราส่วนการอัดแรงเริ่มต้น เท่ากับ 0.6845
- ผลการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสม กรณีกำหนดค่าอัตราส่วนการอัดแรงเริ่มต้น เท่ากับ 0.8933
- รายงานการคำนวณ จากคำตอบที่เหมาะสม ของตัวอย่างที่ 1

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

PROBLEM: EX1  
 STEP SIZE: 5.000%

CYCLE	COST	CONV	Nps	Nns	Dps	PPR	SPACING				FX	ES	CW	DL	SH
0	28716.6		7	3	87.9	0.6845	60.00	47.13	60.00	60.00	.00	0	0	0	0
1	27348.8	5.0013	6	3	88.3	0.6509	60.00	53.37	60.00	60.00	.00	0	0	0	0
2	27283.2	0.2406	5	4	88.7	0.5382	60.00	42.54	60.00	60.00	.00	1	0	0	0
3	27240.0	0.1586	5	4	89.0	0.5382	60.00	46.68	60.00	60.00	.00	1	0	0	0
4	27236.0	0.0148	5	4	89.4	0.5382	60.00	47.12	60.00	60.00	.00	1	0	0	0
5	27236.1	0.0004	5	4	89.8	0.5382	60.00	47.13	60.00	60.00	.00	1	0	0	0
6	27236.2	0.0005	5	4	90.1	0.5383	60.00	47.13	60.00	60.00	.00	0	0	0	0

STOP FOR SOLUTION CONVERGED

-----		COSTS REPORT		-----	
Concrete Cost	7.57	m^3	@ 2000.00	=	15144.49
Tendon&Jacking Cost	82.84	kg	@ 28.50	=	2360.89
Anchorage Cost	5.00	item	@ 78.00	=	390.00
Fix-end Cost	5.00	item	@ 48.00	=	240.00
Bar chair Cost	106.91	m	@ 4.80	=	513.15
Non-prestressed Steel Cost	329.01	kg	@ 14.00	=	4606.10
Shear Steel Cost	64.48	kg	@ 14.00	=	902.70
Duct&Grout Cost	106.91	m	@ 28.80	=	3078.88
			Total		27236.21
-----		End	-----		

สถาบันวิทยบริการ  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

PROBLEM: EX1  
 STEP SIZE: 5.000%

CYCLE	COST	CONV	Nps	Nns	Dps	PPR	SPACING				FX	ES	CW	DL	SH
0	29046.4		9	1	87.9	0.8933	60.00	47.13	60.00	60.00	.00	0	0	0	0
1	28793.6	0.8781	8	2	88.3	0.7881	60.00	58.91	60.00	60.00	.00	0	0	0	0
2	28658.0	0.4732	7	3	88.7	0.6846	60.00	54.42	60.00	60.00	.00	0	0	0	0
3	28601.0	0.1991	6	4	89.0	0.5825	60.00	42.44	60.00	60.00	.00	0	0	0	0
4	27260.6	4.9172	5	4	89.4	0.5382	60.00	44.63	60.00	60.00	.00	1	0	0	0
5	27237.3	0.0854	5	4	89.8	0.5382	60.00	47.00	60.00	60.00	.00	1	0	0	0
6	27236.2	0.0040	5	4	90.1	0.5383	60.00	47.13	60.00	60.00	.00	0	0	0	0

STOP FOR SOLUTION CONVERGED

-----		COSTS REPORT		-----		
Concrete Cost	7.57	m^3	@ 2000.00	=	15144.49	
Tendon&Jacking Cost	82.84	kg	@ 28.50	=	2360.89	
Anchorage Cost	5.00	item	@ 78.00	=	390.00	
Fix-end Cost	5.00	item	@ 48.00	=	240.00	
Bar chair Cost	106.91	m	@ 4.80	=	513.15	
Non-prestressed Steel Cost	329.01	kg	@ 14.00	=	4606.10	
Shear Steel Cost	64.48	kg	@ 14.00	=	902.71	
Duct&Grout Cost	106.91	m	@ 28.80	=	3078.88	
			Total		27236.22	
-----		End	-----			

สถาบันวิทยบริการ  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

-----  
 REPORT SHEET  
 OPTIMUM DESIGN OF PARTIALLY PRESTRESSED CONCRETE BEAM  
 -----

Project : TEST THESIS Engineer : KANOK-ORN  
 Beam No. : EX1 Date : 4/27/02  
 Span Length : 21.34 m Time : 10:02:59 PM  
 Filename : c:\THESIS\TESTPROGRAM\EXAM1

----- SUMMARY -----

Stop at cycle	6
Elastic Stress	Pass.
Maximum Crack Width	Pass.
Maximum Deflection	Pass.
Ultimate Flexural Strength	Pass.
Ultimate Shear Strength	Pass.

----- SYSTEM -----

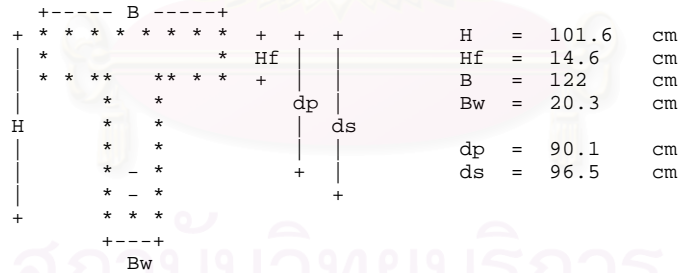
System	Bonded
Optimum Design .	YES

----- MATERIAL PROPERTY -----

Concrete Strength		
At Transfer	,kg/cm <sup>2</sup> .	280
At 28 Days	,kg/cm <sup>2</sup> .	350
Unit Weight Concrete	,kg/m <sup>3</sup> .	2400
Prestress Steel Data		
Ultimate Strength	,kg/cm <sup>2</sup> .	18975
Yield Strength	,kg/cm <sup>2</sup> .	16900
Elastic Modulus	,kg/cm <sup>2</sup> .	1.90E+06
Each Area	,cm <sup>2</sup> .	.9871
Jacking Steel Stress	,kg/cm <sup>2</sup> .	15180
Jacking Force	,kg.	14984
Nonprestress Steel Data		
Yield Strength	,kg/cm <sup>2</sup> .	4000
Elastic Modulus	,kg/cm <sup>2</sup> .	2.04E+06
Each Area	,cm <sup>2</sup> .	4.91
Stirrup Steel Data		
Yield Strength	,kg/cm <sup>2</sup> .	2400
Elastic Modulus	,kg/cm <sup>2</sup> .	2.04E+06
Each Area	,cm <sup>2</sup> .	.636

----- SECTION PROPERTIES -----

Section Type	Tee
--------------	-----



Cross Section Area	,cm <sup>2</sup> .	3548.38
Moment of Inertia	,cm <sup>4</sup> .	3.42E+06
Radius of Gyration	,cm <sup>2</sup> .	963.8
Distance from Neutral Axis to		
Top Surface (Yt)	,cm.	32.77
Bottom Surface (Yb)	,cm.	68.83
Section Moduli w.r.t.		
Top Surface (Zt)	,cm <sup>3</sup>	1.04E+05
Bottom Surface (Zb)	,cm <sup>3</sup>	4.97E+04
Cross Section Kern		
Top Kern Point (Kt)	,cm.	14.00
Bottom Kern Point (Kb)	,cm.	29.41

----- LOADING -----

Uniform Load		
Self Weight	,kg/m	853
Superimposed Dead Load	,kg/m	60
Live Load	,kg/m	595
Point Load at Middle Span		
Superimposed Dead Load	,kg	0
Live Load	,kg	0

Applied Service Load Moment , Mt = 85814 kg.m.  
 Applied Ultimate Moment , Mu = 130300 kg.m.

----- ALLOWABLE LIMIT -----

Stress at Transfer  
 Compressive Stress ,0.6fci' = 168.00 ksc.  
 Tensile Stress , -0.8sqr(fci') = -13.39 ksc.  
 Stress at Service Load  
 Compressive Stress due to  
 Sustained Load ,0.45fc' = 157.50 ksc.  
 Total Load ,0.6fc' = 210.00 ksc.  
 Tensile Stress , -1.6sqr(fc') = -29.93 ksc.  
 Modulus of Rupture = 37.23 ksc.  
 Limits for Reinforcement = 0.29  
 Permissible Deflection  
 Short-Term Deflection ,L/180 = 11.856 cm.  
 Long-Term Deflection ,L/480 = 4.446 cm.  
 Maximum Crack Width = 0.040 cm.

----- DESIGN RESULT -----

Partilly Prestressed Ratio , PPR = 0.538  
 Prestress Steel Area , Aps = 4.936 cm<sup>2</sup>.  
 Non-Prestress Steel Area , As = 19.640 cm<sup>2</sup>.  
 Arrangement of Reinforcement  
 Number Strand = 5  
 Number Mild Steel = 4  
 Shear Reinforcement  
 Area of Stirrups = 1.272  
 Distance from the support(m) 0.51 3.56 5.34 7.11 10.67  
 Spacing (cm) 60.00 47.13 60.00 60.00 0.00

-----FLEXURAL ANALYSIS RESULT-----

Flexural Strength  
 Reinforcement Index , q = 0.044  
 Cracking Moment , Mcr = 55637 kg.m  
 Resistance Moment , ØMn = 138936 kg.m  
 Stress at Transfer  
 Top Stress , fct = 30.47 ksc.  
 Bottom Stress , fcb = -11.63 ksc.  
 Stress at Service Load  
 Uncracked Section : (DL+SDL)  
 Top stress , fct = 35.83 ksc.  
 Bottom stress , fcb = -29.80 ksc.  
 Cracked Section : (DL+SDL+LL)  
 Depth of Neutral Axis , c = 22.00 cm.  
 Top stress , fct = 81.80 ksc.  
 Deflection  
 Short-Term = 3.060 cm.  
 Long-Term = 1.920 cm.  
 Crack Width  
 Maximum Crack Width = 0.015 cm.

----- SHEAR ANALYSIS RESULT-----

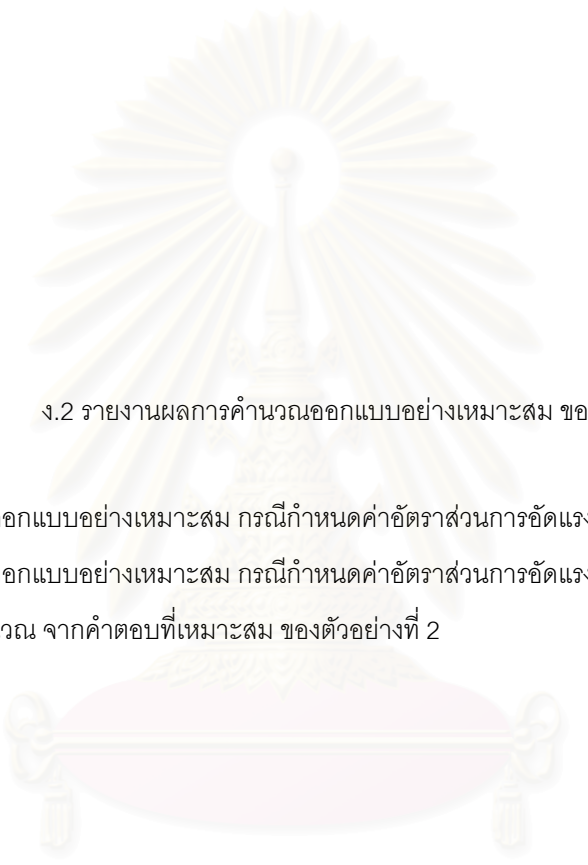
Xi (m)	Spacing (cm)	Vu (kg)	Vc (kg)	Vs (kg)	@(Vc+Vs) (kg)
0.51	60.00	23260.82	41295.52	4135.53	38616.39
3.56	47.13	16282.42	13890.77	5265.06	16282.45
5.34	60.00	12211.82	13890.77	4135.53	15322.35
7.11	60.00	8141.21	14315.43	4261.95	15790.77
10.67	0.00	0.00	15404.81	0.00	13094.08

----- COSTS REPORT -----

Concrete Cost	7.57	m <sup>3</sup>	@ 2000.00	=	15144.49
Tendon&Jacking Cost	82.84	kg	@ 28.50	=	2360.89
Anchorage Cost	5.00	item	@ 78.00	=	390.00
Fix-end Cost	5.00	item	@ 48.00	=	240.00
Bar chair Cost	106.91	m	@ 4.80	=	513.15
Non-prestressed Steel Cost	329.01	kg	@ 14.00	=	4606.10
Shear Steel Cost	64.48	kg	@ 14.00	=	902.71
Duct&Grout Cost	106.91	m	@ 28.80	=	3078.88
			Total		27236.22

----- End -----





ง.2 รายงานผลการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสม ของตัวอย่างที่ 2

- ผลการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสม กรณีกำหนดค่าอัตราส่วนการอัดแรงเริ่มต้น เท่ากับ 0.4211
- ผลการคำนวณออกแบบอย่างเหมาะสม กรณีกำหนดค่าอัตราส่วนการอัดแรงเริ่มต้น เท่ากับ 0.6997
- รายงานการคำนวณ จากคำตอบที่เหมาะสม ของตัวอย่างที่ 2

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

PROBLEM: BM2  
 STEP SIZE: 5.000%

CYCLE	COST	CONV	Nps	Nns	Dps	PPR	SPACING				FX	ES	CW	DL	SH
0	22714.0		5	10	52.0	0.4211	27.56	24.52	45.75	45.75	.00	0	0	0	0
1	22489.2	0.9996	6	8	54.6	0.5223	34.44	28.31	45.75	45.75	.00	0	0	0	0
2	21819.5	3.0695	6	7	56.0	0.5559	43.06	29.64	45.75	45.75	.00	0	0	0	0
3	21815.5	0.0180	6	7	56.0	0.5559	45.75	29.70	45.75	45.75	.00	0	0	0	0
4	21815.5	0.0000	6	7	56.0	0.5559	45.75	29.70	45.75	45.75	.00	0	0	0	0

STOP FOR SOLUTION CONVERGED

	COSTS REPORT					
Concrete Cost	4.73	m <sup>3</sup>	@	2000.00	=	9468.42
Tendon&Jacking Cost	85.18	kg	@	28.50	=	2427.69
Anchorage Cost	6.00	item	@	78.00	=	468.00
Fix-end Cost	6.00	item	@	48.00	=	288.00
Bar chair Cost	109.93	m	@	4.80	=	527.67
Non-prestressed Steel Cost	315.75	kg	@	14.00	=	4420.55
Shear Steel Cost	74.94	kg	@	14.00	=	1049.23
Duct&Grout Cost	109.93	m	@	28.80	=	3165.99
				Total		21815.55
	-----	End	-----			

สถาบันวิทยบริการ  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

PROBLEM: BM2  
 STEP SIZE: 5.000%

CYCLE	COST	CONV	Nps	Nns	Dps	PPR	SPACING				FX	ES	CW	DL	SH
0	22994.5		8	5	52.0	0.6997	27.56	24.52	45.75	45.75	.00	0	0	0	0
1	22330.4	2.9739	7	6	54.4	0.6299	34.44	30.66	44.66	45.75	.00	0	0	0	0
2	21816.6	2.3551	6	7	56.0	0.5559	43.06	29.78	45.75	45.75	.00	0	0	0	0
3	21815.6	0.0047	6	7	56.0	0.5559	45.75	29.70	45.75	45.75	.00	0	0	0	0

STOP FOR SOLUTION CONVERGED

-----		COSTS REPORT		-----	
Concrete Cost	4.73	m^3	@ 2000.00	=	9468.42
Tendon&Jacking Cost	85.18	kg	@ 28.50	=	2427.69
Anchorage Cost	6.00	item	@ 78.00	=	468.00
Fix-end Cost	6.00	item	@ 48.00	=	288.00
Bar chair Cost	109.93	m	@ 4.80	=	527.67
Non-prestressed Steel Cost	315.75	kg	@ 14.00	=	4420.55
Shear Steel Cost	74.95	kg	@ 14.00	=	1049.23
Duct&Grout Cost	109.93	m	@ 28.80	=	3165.99
			Total		21815.55
-----		End	-----		

สถาบันวิทยบริการ  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

-----  
 REPORT SHEET  
 OPTIMUM DESIGN OF PARTIALLY PRESTRESSED CONCRETE BEAM  
 -----

Project : TEST THESIS Engineer : KANOK-ORN  
 Beam No. : BM2 Date : 4/27/02  
 Span Length : 18.30 m Time : 09:15:30 PM  
 Filename : c:\THESIS\TESTPROGRAM\EXAM2

----- SUMMARY -----

Stop at cycle	4
Elastic Stress	Pass.
Maximum Crack Width	Pass.
Maximum Deflection	Pass.
Ultimate Flexural Strength	Pass.
Ultimate Shear Strength	Pass.

----- SYSTEM -----

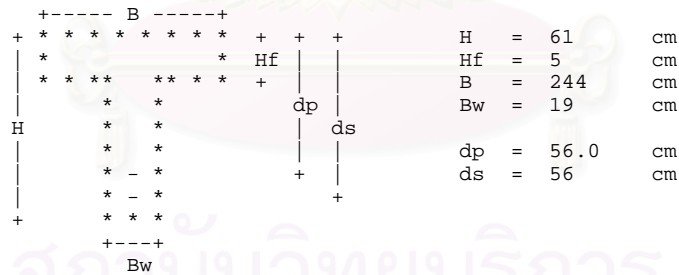
System	Bonded
Optimum Design .	YES

----- MATERIAL PROPERTY -----

Concrete Strength		
At Transfer	,kg/cm <sup>2</sup> .	175
At 28 Days	,kg/cm <sup>2</sup> .	350
Unit Weight Concrete	,kg/m <sup>3</sup> .	2400
Prestress Steel Data		
Ultimate Strength	,kg/cm <sup>2</sup> .	18975
Yield Strength	,kg/cm <sup>2</sup> .	16900
Elastic Modulus	,kg/cm <sup>2</sup> .	1.90E+06
Each Area	,cm <sup>2</sup> .	.9871
Jacking Steel Stress	,kg/cm <sup>2</sup> .	15180
Jacking Force	,kg.	14984
Nonprestress Steel Data		
Yield Strength	,kg/cm <sup>2</sup> .	4000
Elastic Modulus	,kg/cm <sup>2</sup> .	2.04E+06
Each Area	,cm <sup>2</sup> .	3.14
Stirrup Steel Data		
Yield Strength	,kg/cm <sup>2</sup> .	2400
Elastic Modulus	,kg/cm <sup>2</sup> .	2.04E+06
Each Area	,cm <sup>2</sup> .	.9

----- SECTION PROPERTIES -----

Section Type Tee



Cross Section Area	,cm <sup>2</sup> .	2587
Moment of Inertia	,cm <sup>4</sup> .	8.73E+05
Radius of Gyration	,cm <sup>2</sup> .	337.6
Distance from Neutral Axis to		
Top Surface (Yt)	,cm.	17.40
Bottom Surface (Yb)	,cm.	43.60
Section Moduli w.r.t.		
Top Surface (Zt)	,cm <sup>3</sup>	5.02E+04
Bottom Surface (Zb)	,cm <sup>3</sup>	2.00E+04
Cross Section Kern		
Top Kern Point (Kt)	,cm.	7.74
Bottom Kern Point (Kb)	,cm.	19.40

----- LOADING -----

Uniform Load		
Self Weight	,kg/m	621
Superimposed Dead Load	,kg/m	
Live Load	,kg/m	833
Point Load at Middle Span		
Superimposed Dead Load	,kg	0
Live Load	,kg	0

Applied Service Load Moment , Mt = 60866 kg.m.  
 Applied Ultimate Moment , Mu = 95674 kg.m.

----- ALLOWABLE LIMIT -----

Stress at Transfer  
 Compressive Stress ,0.6fci' = 105.00 ksc.  
 Tensile Stress , -0.8sqr(fci') = -10.58 ksc.  
 Stress at Service Load  
 Compressive Stress due to  
 Sustained Load ,0.45fc' = 157.50 ksc.  
 Total Load ,0.6fc' = 210.00 ksc.  
 Tensile Stress , -1.6sqr(fc') = -29.93 ksc.  
 Modulus of Rupture = 37.23 ksc.  
 Limits for Reinforcement = 0.29  
 Permissible Deflection  
 Short-Term Deflection ,L/180 = 10.167 cm.  
 Long-Term Deflection ,L/480 = 3.813 cm.  
 Maximum Crack Width = 0.040 cm.

----- DESIGN RESULT -----

Partilly Prestressed Ratio , PPR = 0.556  
 Prestress Steel Area , Aps = 5.923 cm<sup>2</sup>.  
 Non-Prestress Steel Area , As = 21.980 cm<sup>2</sup>.  
 Arrangement of Reinforcement  
 Number Strand = 6  
 Number Mild Steel = 7  
 Shear Reinforcement  
 Area of Stirrups = 1.8  
 Distance from the support(m) 0.31 3.05 4.58 6.10 9.15  
 Spacing (cm) 45.75 29.70 45.75 45.75 0.00

-----FLEXURAL ANALYSIS RESULT-----

Flexural Strength  
 Reinforcement Index , q = 0.041  
 Cracking Moment , Mcr = 37459 kg.m  
 Resistance Moment , ØMn = 97351 kg.m  
 Stress at Transfer  
 Top Stress , fct = 20.84 ksc.  
 Bottom Stress , fcb = 57.42 ksc.  
 Stress at Service Load  
 Uncracked Section : (DL+SDL)  
 Top stress , fct = 27.03 ksc.  
 Bottom stress , fcb = 19.99 ksc.  
 Cracked Section : (DL+SDL+LL)  
 Depth of Neutral Axis , c = 16.30 cm.  
 Top stress , fct = 103.29 ksc.  
 Deflection  
 Short-Term = 7.340 cm.  
 Long-Term = -4.099 cm.  
 Crack Width  
 Maximum Crack Width = 0.011 cm.

----- SHEAR ANALYSIS RESULT-----

Xi (m)	Spacing (cm)	Vu (kg)	Vc (kg)	Vs (kg)	@(Vc+Vs) (kg)
0.31	45.75	20215.25	28372.08	4608.00	28033.07
3.05	29.70	13941.55	9304.33	7097.49	13941.55
4.58	45.75	10456.16	7805.85	4608.00	10551.77
6.10	45.75	6970.78	8271.50	4882.89	11181.22
9.15	0.00	0.00	8957.53	0.00	7613.90

----- COSTS REPORT -----

Concrete Cost	4.73	m <sup>3</sup>	@ 2000.00	=	9468.42
Tendon&Jacking Cost	85.18	kg	@ 28.50	=	2427.69
Anchorage Cost	6.00	item	@ 78.00	=	468.00
Fix-end Cost	6.00	item	@ 48.00	=	288.00
Bar chair Cost	109.93	m	@ 4.80	=	527.67
Non-prestressed Steel Cost	315.75	kg	@ 14.00	=	4420.55
Shear Steel Cost	74.94	kg	@ 14.00	=	1049.23
Duct&Grout Cost	109.93	m	@ 28.80	=	3165.99
			Total		21815.55

----- End -----

## ภาคผนวก จ

### รายงานการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ที่ได้จากงานวิจัย

รายการคำนวณเพื่อตรวจสอบผลลัพธ์กับโปรแกรมคอมพิวเตอร์จากงานวิจัย ซึ่งในที่นี้จะแสดงรายการคำนวณเฉพาะตัวอย่างที่ 1

#### โมเมนต์ที่หน้าตัดกึ่งกลางคาน

$$\begin{aligned}M_G &= 853 \times \frac{21.34^2}{8} = 48557 \text{ kg.m} \\M_{SDL} &= 59.5 \times \frac{21.34^2}{8} = 3387 \text{ kg.m} \\M_{LL} &= 595 \times \frac{21.34^2}{8} = 33870 \text{ kg.m} \\M_T &= 48557 + 3387 + 33870 = 85814 \text{ kg.m} \\M_u &= 1.4(M_G + M_{SDL}) + 1.7M_{LL} = 130300 \text{ kg.m}\end{aligned}$$

#### หน่วยแรงที่ยอมให้ในคอนกรีต

##### ที่สภาวะถ่ายแรง

$$\begin{aligned}\text{หน่วยแรงอัดที่ผิวนอกสุด} &= 0.6f'_{ci} = 168 \text{ ksc} \\ \text{หน่วยแรงดึงที่ผิวนอกสุด} &= -0.8\sqrt{f'_{ci}} = -13.4 \text{ ksc}\end{aligned}$$

##### ที่สภาวะใช้งาน

##### หน่วยแรงอัดที่ผิวนอกสุด

$$\begin{aligned}\text{พิจารณาน้ำหนักบรรทุกคงที่และน้ำหนักคงที่เพิ่มส่วน} &= 0.45f'_c = 157.5 \text{ ksc} \\ \text{พิจารณาน้ำหนักบรรทุกทั้งหมด} &= 0.6f'_{ci} = 210 \text{ ksc} \\ \text{หน่วยแรงดึงที่ผิวนอกสุด} &= -1.6\sqrt{f'_c} = -29.9 \text{ ksc}\end{aligned}$$

#### ค่าการแอ่นตัวที่ยอมให้

$$\begin{aligned}\text{การแอ่นตัวที่เกิดขึ้นทันทีที่ทันใดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกจร} &= L/180 = 11.8 \text{ cm} \\ \text{การแอ่นตัวที่เกิดขึ้นในระยะยาวเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทั้งหมด} &= L/480 = 4.4 \text{ cm}\end{aligned}$$

#### ความกว้างของรอยแตกร้าวสูงสุดที่ยอมให้

โครงสร้างคานภายในอาคาร มีขีดจำกัดความกว้างรอยแตกร้าวสูงสุดที่ยอมให้ไม่เกิน 0.4 mm. (ACI Committee 224)

## 1. ข้อกำหนดที่สภาวะรับน้ำหนักประลัย

1.1 กำลังรับโมเมนต์ตัดประลัย ( $\phi M_n \geq M_u$ )

$$\rho_p = \frac{A_{ps}}{bd_p} = \frac{4.935}{122 \times 90.1} = 4.49 \times 10^{-4}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd_s} = \frac{19.64}{122 \times 96.5} = 1.67 \times 10^{-3}$$

$$\omega = \frac{\rho f_y}{f'_c} = 1.67 \times 10^{-3} \frac{4000}{350} = 1.91 \times 10^{-2}$$

$$\beta_1 = 0.85 - 0.0008(350 - 300) = 0.81$$

$$f_{ps} = f_{pu} \left\{ 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d_s}{d_p} (\omega - \omega') \right] \right\}$$

$$= 18975 \times \left\{ 1 - \frac{0.4}{0.81} \left[ 4.49 \times 10^{-4} \frac{18975}{350} + \frac{96.5}{90.1} (1.91 \times 10^{-2} - 0) \right] \right\}$$

$$= 18555 \quad \text{ksc}$$

$$a = \frac{A_{ps} f_{ps} + A_s f_y}{0.85 f'_c b}$$

$$= \frac{4.953 \times 18555 + 19.64 \times 4000}{0.85 \times 350 \times 122} = 4.70 \leq h_f$$

$$\therefore M_n = A_{ps} f_{ps} \left( d_p - \frac{a}{2} \right) + A_s f_y \left( d_s - \frac{a}{2} \right)$$

$$= \left[ 4.935 \times 18555 \left( 90.1 - \frac{4.70}{2} \right) + 19.64 \times 4000 \left( 96.5 - \frac{4.70}{2} \right) \right] \times \frac{1}{100}$$

$$= 154315 \quad \text{kg.m}$$

$$\phi M_n = 138884 \quad \text{kg.m} > 130300 \quad \text{kg.m} \quad \text{OK}$$

## 1.2 ข้อกำหนดเพื่อป้องกันการวิบัติแบบทันทีทันใด

$$M_{cr} = A_{ps} f_{se} \left( \frac{Z_b}{A} + e \right) + f_r Z_b$$

$$= \left[ 4.935 \times 10543 \left( \frac{4.97 \times 10^4}{3548.38} + 57.33 \right) + 1.99 \sqrt{350} (4.97 \times 10^4) \right] \times \frac{1}{100}$$

$$= 55619 \quad \text{kg.m}$$

$$1.2 M_{cr} = 66743 \quad \text{kg.m} < 139415 \quad \text{kg.m} \quad \text{OK}$$

## 1.3 ข้อกำหนดเพื่อป้องกันการวิบัติแบบเปราะ

$$\omega_p = \frac{\rho_p f_{ps}}{f'_c} = 4.49 \times 10^{-4} \frac{18555}{350} = 2.38 \times 10^{-2}$$

$$\omega_p + \omega \frac{d_s}{d_p} = 2.38 \times 10^{-2} + 1.91 \times 10^{-2} \times \frac{96.5}{90.1}$$

$$= 0.044 < 0.36 \times 0.81 = 0.292 \quad \text{OK}$$

## 2. ข้อกำหนดที่สภาวะรับน้ำหนักใช้งาน

### 2.1 ข้อกำหนดของหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีต

$$\text{สภาวะถ่ายแรง } P_i = f_{pi} A_{ps} = 12144 \times 4.935 = 59930 \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} \text{ผิวด้านบน} \quad f &= \frac{P_i}{A} - \frac{P_i e}{Z_t} + \frac{M_G}{Z_t} \\ &= \frac{59930}{3548} - \frac{59930 \times 57.33}{1.04 \times 10^5} + \frac{48557 \times 100}{1.04 \times 10^5} = 30.5 \text{ ksc} < 168 \text{ OK} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ผิวด้านล่าง} \quad f &= \frac{P_i}{A} + \frac{P_i e}{Z_b} - \frac{M_G}{Z_b} \\ &= \frac{59930}{3548} + \frac{59930 \times 57.33}{4.97 \times 10^4} - \frac{48557 \times 100}{4.97 \times 10^4} = -11.6 \text{ ksc} > -13.4 \text{ OK} \end{aligned}$$

$$\text{สภาวะรับน้ำหนักใช้งาน } P_e = f_{se} A_{ps} = 10543 \times 4.935 = 52030 \text{ kg}$$

พิจารณาที่ 2 สภาวะการรับน้ำหนักบรรทุก

ก. คานรับน้ำหนักบรรทุกคงที่และน้ำหนักคงที่เพิ่มส่วน

$$\begin{aligned} \text{ผิวด้านบน} \quad f &= \frac{P_e}{A} - \frac{P_e e}{Z_t} + \frac{(M_G + M_{SD})}{Z_t} \\ &= \frac{52030}{3548} - \frac{52030 \times 57.33}{1.04 \times 10^5} + \frac{51944 \times 100}{1.04 \times 10^5} = 35.9 \text{ ksc} < 157.5 \text{ OK} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ผิวด้านล่าง} \quad f &= \frac{P_e}{A} + \frac{P_e e}{Z_b} - \frac{(M_G + M_{SD})}{Z_b} \\ &= \frac{52030}{3548} + \frac{52030 \times 57.33}{4.97 \times 10^4} - \frac{51944 \times 100}{4.97 \times 10^4} = -29.8 \text{ ksc} > -29.9 \text{ OK} \end{aligned}$$

ข. คานรับน้ำหนักบรรทุกทั้งหมด

เนื่องจาก  $M_T > M_{cr}$  ทำให้ขณะรับน้ำหนักบรรทุกทั้งหมด หน้าตัดคานจะเกิดการแตกร้าว จึงต้องวิเคราะห์คานด้วย หน้าตัดแตกร้าว

คำนวณหาความระยะผิวรับแรงอัดถึงแกนสะเทินของหน้าตัดแตกร้าว ตามสมการที่ 2.15 ได้ดังนี้

$$\left(\frac{c}{d_p}\right)^3 + 2.493 \left(\frac{c}{d_p}\right)^2 + 5.510 \left(\frac{c}{d_p}\right) - 1.503 = 0$$

$$\left(\frac{c}{d_p}\right) = 0.2433$$

$$c = 21.9 \text{ cm}$$



$$\begin{aligned}
 \text{ผิวด้านบน} \quad f_{ct} &= \frac{2f_{se}A_{ps}c}{bc^2 - (b-b_w)(c-h_f)^2 - 2[n_sA_s(d_s-c) + n_pA_{ps}(d_p-c)]} \\
 &= 81.8 \quad \text{ksc} < 210
 \end{aligned}$$

OK

## 2.2 การแอ่นตัวของคาน

ระยะการแอ่นตัวทันทีทันใดเนื่องจากการอัดแรง

$$\begin{aligned}
 \delta_p &= -\frac{P_i L^2}{8E_{ci}I_g} \left[ e_e + \frac{5}{6}(e_c - e_e) \right] = -\frac{5P_i L^2 e_c}{48E_{ci}I_g} \\
 &= -\frac{5 \times 59930 \times 2134^2 \times 57.33}{48 \times (2.54 \times 10^5)(3.42 \times 10^6)} = -1.876 \quad \text{cm}
 \end{aligned}$$

ระยะการแอ่นตัวทันทีทันใดเนื่องจากรน้ำหนักคาน

$$\begin{aligned}
 \delta_G &= \frac{5W_G L^4}{384E_{ci}I_g} \\
 &= \frac{5 \times 8.53 \times (2134)^4}{384(2.54 \times 10^5)(3.42 \times 10^6)} = 2.645 \quad \text{cm}
 \end{aligned}$$

ระยะการแอ่นตัวทันทีทันใดเนื่องจากรน้ำหนักบรรทุกเพิ่มส่วน

$$\begin{aligned}
 \delta_{SD} &= \frac{5W_{SD} L^4}{384E_c I_g} \\
 &= \frac{5 \times 0.595 \times (2134)^4}{384(2.84 \times 10^5)(3.42 \times 10^6)} = 0.165 \quad \text{cm}
 \end{aligned}$$

ระยะการแอ่นตัวทันทีทันใดเนื่องจากรน้ำหนักบรรทุกจร

เนื่องจากขณะรับน้ำหนักบรรทุกทั้งหมดคานจะเกิดการแตกร้าว จึงต้องคำนวณระยะการแอ่นตัวด้วยวิธี Effective Moment Inertia

$$\begin{aligned}
 I_{cr} &= (n_p A_{ps} d_p^2 + n_s A_s d_s^2) \left( 1 - 1.67 \sqrt{n_p \rho_p + n_s \rho_s} \right) \\
 &= 1.25 \times 10^6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_e &= \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 I_g + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} \\
 &= 1.84 \times 10^6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta_L &= \frac{5W_L L^4}{384E_c I_e} \\
 &= \frac{5 \times 5.95 \times (2134)^4}{384(2.84 \times 10^5)(1.84 \times 10^6)} = 3.069 \quad \text{cm} < 11.8 \quad \text{OK}
 \end{aligned}$$

ระยะการแอ่นในระยะยาวเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทั้งหมด

$$\begin{aligned}\delta_T &= K_1\delta_p + K_2\delta_G + K_3\delta_{SD} \\ &= 2.7 \times (-1.876) + 2.45 \times 2.645 + 3.00 \times 0.165 \\ &= 1.915 \quad \text{cm} < 4.40 \quad \text{OK}\end{aligned}$$

### 2.3 ความกว้างของรอยแตกกว้างสูงสุด (Maximum Crack Width)

คำนวณโดยใช้สูตรที่เสนอโดย Gergely และ Lutz โดยดัดแปลงเพื่อให้ใช้กับคานคอนกรีตอัดแรงบางส่วน โดยการใช้  $\Delta f_{ps}$  แทนค่า  $f_s$

$$\begin{aligned}d &= \frac{A_{ps}d_p + A_s d_s}{A_{ps} + A_s} \\ &= \frac{4.953 \times 90.1 + 19.64 \times 96.5}{4.953 + 19.64} = 95.21 \quad \text{cm} \\ \beta &= \frac{h-c}{d-c} \\ &= \frac{101.6 - 21.9}{95.2 - 21.9} = 1.087 \\ y &= \frac{A_{ps}(h-d_p) + A_s(h-d_s)}{A_{ps} + A_s} \\ &= \frac{4.953 \times (101.6 - 90.1) + 19.64 \times (101.6 - 96.5)}{4.953 + 19.64} = 6.39 \quad \text{cm} \\ A_t &= \frac{(2yb_w)}{A_s} A_M = \frac{(2 \times 6.39 \times 20.3)}{19.64} \times 4.91 = 64.86 \quad \text{cm}^2 \\ \Delta f_{ps} &= n_s f_{ct} \left( \frac{d_p}{c} - 1 \right) \\ &= 7.139 \times 81.8 \times \left( \frac{90.1}{21.9} - 1 \right) = 1819 \quad \text{ksc} \\ d_c &= 3 + 0.9 + 2.5/2 \\ &= 5.15 \quad \text{cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore W_{\max} &= 1.081 \times 10^{-5} \beta \Delta f_{ps} \sqrt[3]{d_c A_t} \\ &= (1.081 \times 10^{-5}) \times 1.087 \times 1819 \times \sqrt[3]{5.15 \times 64.86} \\ &= 0.15 \quad \text{mm} < 0.4 \quad \text{OK}\end{aligned}$$

3. ข้อกำหนดเกี่ยวกับเหล็กเสริมรับแรงเฉือน

$$W_u = 1.4(853 + 59.5) + 1.7 \times 595 = 2289$$

Section 1 @  $x = 50.8$  cm ( $S = 42.97$  cm)

$$y = 4e \left[ \frac{x}{L} - \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right] = 4 \times 57.33 \left[ \frac{50.8}{2134} - \left( \frac{50.8}{2134} \right)^2 \right] = 5.33 \text{ cm}$$

$$d_{pi} = Y_t + y = 32.77 + 5.33 = 38.1 < 0.8h = 81.28 \text{ cm}$$

$$V_d = W_G \left( \frac{L}{2} - x \right) = 853 \left( \frac{21.34}{2} - 0.508 \right) = 8668 \text{ kg}$$

$$\Delta V_i = W_{SDL+LL} \left( \frac{L}{2} - X \right) = 654.5 \left( \frac{21.34}{2} - 0.508 \right) = 6651 \text{ kg}$$

$$\Delta M_{\max} = W_{SDL+LL} \left( \frac{L}{2} x - \frac{x^2}{2} \right) = 654.5 \left( \frac{21.34 \times 0.508}{2} - \frac{0.508^2}{2} \right) = 3463 \text{ kg.m}$$

$$\frac{\Delta V_i}{\Delta M_{\max}} = \frac{6651}{3463} = 1.92 \text{ m}^{-1}$$

$$f_r = 1.6 \sqrt{f'_c} = 1.6 \sqrt{350} = 29.93 \text{ ksc}$$

$$f_{pe} = \frac{P_e}{A} + \frac{P_e y_b}{I} = \frac{52030}{3548.38} + \frac{52030 \times 5.33 \times 68.83}{3.42 \times 10^6} = 20.24 \text{ ksc}$$

$$M_G = W_G \left( \frac{Lx}{2} - \frac{x^2}{2} \right) = 853 \left( \frac{21.34 \times 0.508}{2} - \frac{0.508^2}{2} \right) = 4513 \text{ kg.m}$$

$$f_d = \frac{M_G Y_b}{I} = \frac{4511 \times 100 \times 68.83}{3.42 \times 10^6} = 9.08 \text{ ksc}$$

$$M_{cr} = \frac{I}{Y_b} (f_r + f_{pe} - f_d) = \frac{3.42 \times 10^6}{68.83 \times 100} (29.93 + 20.24 - 9.08) = 20417 \text{ kg.m}$$

$$V_{ci} = 0.16 \sqrt{f'_c} b_w d_p + V_d + \frac{\Delta V_i M_{cr}}{\Delta M_{\max}}$$

$$= 0.16 \sqrt{350} (20.3 \times 81.28) + 8668 + 1.92 \times 20417 = 52808 \text{ kg}$$

$$f_{pc} = \frac{P_e}{A} = \frac{52030}{3548.4} = 14.66 \text{ ksc}$$

$$\frac{dy}{dx} = 4e \left( \frac{1}{L} - \frac{2x}{L^2} \right) = 4 \times 57.33 \left( \frac{1}{2134} - \frac{2 \times 50.8}{2134^2} \right) = 0.1024$$

$$V_p = P_e \frac{dy}{dx} = 52030 \times 0.1024 = 5328 \text{ kg}$$

$$V_{cw} = (0.93 \sqrt{f'_c} + 0.3 f_{pc}) b_w d_p + V_p$$

$$= (0.93 \sqrt{350} + 0.3 \times 14.66) \times 20.3 \times 81.28 + 5328 = 41292 \text{ kg}$$

$$\therefore V_c = 41292 \text{ kg}$$

$$V_u = W_u \left( \frac{L}{2} - x \right) = 2289 \left( \frac{21.34}{2} - 0.508 \right) = 23261 \text{ kg}$$

$$V_s = \frac{A_v f_y d_p}{S} = \frac{2 \times 0.636 \times 2400 \times 81.28}{60.00} = 4135 \text{ kg}$$

$$\phi (V_c + V_s) = 0.85 (41292 + 4135) = 38613 \text{ kg} > V_u \text{ OK}$$

สำหรับการตรวจสอบข้อกำหนดเกี่ยวกับเหล็กเสริมอัดแรง ของหน้าตัดอื่นๆ มีขั้นตอนการคำนวณเช่นเดียวกัน จึงสรุปผลการตรวจสอบที่หน้าตัดอื่นได้ดังนี้

Section @ $x$ (m)	$S$ (cm)	$V_c$ (kg)	$V_s$ (kg)	$\phi (V_c + V_s)$ (kg)	$V_u$ (kg)	CHECK
0.51	60.00	41295	4135	38616	23260	OK
3.56	47.13	13891	5265	16282	16282	OK
5.34	60.00	13891	4135	15322	12211	OK
7.11	60.00	14309	4262	15791	8141	OK
10.67	0.00	15405	0	13094	0	OK



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวกนกอร แก้วนิรัตน์ เกิดเมื่อวันที่ 17 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2520 ที่จังหวัด กระบี่ สำเร็จการศึกษา  
วิศวกรรมศาสตรบัณฑิตจากภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ในปี  
การศึกษา 2541 และเข้าศึกษาหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรม  
ศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยเมื่อปีการศึกษา 2542



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย