

การวิเคราะห์แผ่นพื้นที่ซ่อมด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยโดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์



นางสาวสดสวย สุจริตธรรมกุล

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2544

ISBN 974-03-1370-1

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

FINITE ELEMENT ANALYSIS OF SLABS REPAIRED WITH
FIBRE REINFORCED PLASTIC SHEETS

Miss Sodsuy Sujaritthammakul



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

Faculty of Engineering Chulalongkorn University

Academic Year 2001

ISBN 974-03-1370-1

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การวิเคราะห์แผ่นพื้นที่เชื่อมด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยโดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
โดย นางสาวสดสวย สุจริตธรรมกุล
สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา
อาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เจิงเดชา รัชตโพธิ์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(ศาสตราจารย์ ดร.ทักษิณ เทพชาตรี)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เจิงเดชา รัชตโพธิ์)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธีรพงศ์ เสนจันทร์ดิไชย)

สภามหาวิทยาลัย
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4170551121 : MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEY WORDS: REPAIR / FIBRE REINFORCED PLASTIC / REINFORCED CONCRETE SLAB /
FINITE ELEMENT ANALYSIS

SODSUAY SUJARITTHAMMAKUL : FINITE ELEMENT ANALYSIS OF SLABS
REPAIRED WITH FIBRE REINFORCED PLASTIC SHEETS, THESIS ADVISOR:
ASST. PROF. ROENGDEJA RAJATABHOTHI, Ph.D.101 pp. ISBN: 974-03-1370-1

This research concerns the development of a simple computer programme to analyse the elastic behaviour of reinforced concrete slabs repaired with fibre reinforced plastic sheets using the finite element method. The effects of reduced stiffness in the damaged RC slabs were considered and assessed before performing the elastic analysis. The programme is based on the Reissner-Mindlin shear deformation plate theory. A four-node higher order laminated plate element with 7 degrees of freedom per node was used in this research. The FRP sheets were used to reinforce the RC slabs in directions parallel and perpendicular to the principal axes of the slabs.

The results of the research showed that the programme yields accurate solutions for the test problems in the elastic range whether the slabs were damaged before repairing or not. The research also examined factors affecting the effectiveness of the strengthening such as the direction and quantity of the FRP sheets. Two slabs were simulated in the computer programme to assess these factors. The first slab was a one-way rectangular slab with simple edge supports under two point loads and the second one was a square slab with corner supports under a concentrated load at the centre. The results indicated that the direction of FRP sheets play an important role in improving the structural behaviour. The capacities of the slab were increased by about 30-50% due to strengthening perpendicular to the cracks but, as expected, did not change in the case of strengthening parallel to the cracks. Furthermore, variation in the extent of the FRP sheets had little effect on the slab capacities.

Department Civil Engineering Student's signature.....
Field of study..... Civil Engineering Advisor's signature.....
Academic year 2001.....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงลงได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เริงเดชา รัชตโพธิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้ให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นต่าง ๆ ในการวิจัยมาด้วยดีตลอด นอกจากนี้ข้าพเจ้าขอขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร.ทักษิณ เทพชาติรี ประธานคณะกรรมการ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธีรพงศ์ เสนจันทร์มิไชย กรรมการในการสอบวิทยานิพนธ์ที่ได้ให้คำชี้แนะเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์อย่างยิ่ง

กว่างานวิจัยนี้จะสำเร็จลุล่วงไปได้ คนในครอบครัวของข้าพเจ้าต้องมีความลำบากยิ่งกว่าข้าพเจ้า เป็นหลายเท่า ต้องสนับสนุนทั้งกำลังใจ และกำลังทรัพย์ให้ข้าพเจ้าเสมอมา ความดีอันใดที่พึงมีจากงานวิจัยชิ้นนี้ ขอมอบให้แก่ครอบครัวของข้าพเจ้า แต่ความผิดพลาดอันใดข้าพเจ้าขอรับไว้แต่เพียงผู้เดียว

ท้ายสุดนี้ ข้าพเจ้าขอขอบคุณเพื่อน ๆ ทุกคนที่เคยให้ความช่วยเหลือและกำลังใจแก่ข้าพเจ้าด้วยความ เต็มใจเสมอมา

สดสวย สุจริตธรรมกุล

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญภาพ.....	ญ
คำอธิบายสัญลักษณ์.....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ความนำ.....	1
1.2 การศึกษาที่ผ่านมา.....	2
1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	3
1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....	3
บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	
2.1 ทฤษฎีเบื้องต้นของชิ้นส่วนแบบแผ่นซ้อน.....	4
2.1.1 การสร้างสมการสำหรับชิ้นส่วนแผ่นพื้น.....	5
2.1.2 การสร้างสมการสำหรับชิ้นส่วนเสริมกำลัง.....	16
2.2 ทฤษฎีเกี่ยวกับแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย.....	23
2.2.1 คุณสมบัติเชิงฟิสิกส์และเชิงกล.....	23
2.2.2 ปัจจัยที่มีผลต่อคุณสมบัติเชิงกล.....	25
2.3 การคำนวณสถิติเนสของโครงสร้าง.....	26
2.3.1 เมตริกซ์สถิติเนสของคอนกรีต.....	27
2.3.2 เมตริกซ์สถิติเนสของเหล็กเสริม.....	28
2.3.3 เมตริกซ์สถิติเนสของแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย.....	29
2.4 หลักเกณฑ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์.....	30
2.4.1 การลดกำลังต้านทานการดัดของคอนกรีตเมื่อเกิดการแตกร้าว.....	30
2.4.2 การตรวจสอบหน่วยแรงที่ยอมให้.....	32
บทที่ 3 ขั้นตอนและวิธีการวิจัย	
3.1 ขั้นตอนการวิจัย.....	34

สารบัญ(ต่อ)

หน้า

3.2 องค์ประกอบของโปรแกรมวิจัย.....	34
3.2.1 การจัดเตรียมข้อมูลก่อนการประมวลผล (preprocessing).....	34
3.2.2 การวิเคราะห์และประมวลผล (processing).....	35
3.2.3 การแปลผลหลังการประมวลผล (postprocessing).....	35
บทที่ 4 ตัวอย่างการวิเคราะห์และเปรียบเทียบผล	
4.1 รายงานการวิเคราะห์และเปรียบเทียบผลตัวอย่างที่ 1.....	38
4.1.1 ข้อมูลเบื้องต้น.....	38
4.1.2 ผลการวิเคราะห์แผนพื้นเบื้องต้น.....	40
4.1.3 ผลการวิเคราะห์การซ่อมแซมแผนพื้น.....	41
4.2 รายงานการวิเคราะห์และเปรียบเทียบผลตัวอย่างที่ 2.....	45
4.2.1 ข้อมูลเบื้องต้น.....	45
4.2.2 ผลการวิเคราะห์แผนพื้นเบื้องต้น.....	47
4.2.3 ผลการวิเคราะห์การซ่อมแซมแผนพื้น.....	50
บทที่ 5 สรุปผลและข้อเสนอแนะ	
5.1 สรุปผล.....	55
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	55
รายการอ้างอิง.....	57
ภาคผนวก.....	59
ภาคผนวก ก การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันซ้อนฐาน.....	60
ภาคผนวก ข การหาเมตริกซ์ยาโคบี.....	62
ภาคผนวก ค แผนภูมิสายงานของโปรแกรมวิจัย.....	65
ภาคผนวก ง ผลลัพธ์จากโปรแกรมวิจัยตัวอย่างที่ 1.....	93
ภาคผนวก จ ผลลัพธ์จากโปรแกรมวิจัยตัวอย่างที่ 2.....	97
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	101

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 2.2.1.1	กำลังและมอดุลีรับแรงดึงของพลาสติกเสริมเส้นใย.....	23
ตารางที่ 2.4.2.1	อัตราส่วนปลอดภัยของกำลังรับแรงดึงตามชนิดของพลาสติกเสริมเส้นใย.....	33
ตารางที่ 2.4.2.2	อัตราส่วนปลอดภัยของกำลังรับแรงดึงตามวิธีการผลิตพลาสติกเสริมเส้นใย.....	33
ตารางที่ 4.1.3.1	ผลการวิเคราะห์หน่วยแรงที่เกิดขึ้นเมื่อสิ้นสุดการวิเคราะห์แผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1.....	45
ตารางที่ 4.2.3.1	ผลการวิเคราะห์หน่วยแรงที่เกิดขึ้นเมื่อสิ้นสุดการวิเคราะห์แผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2.....	53



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญญภาพ

หน้า

รูปที่ 2.1.1.1	การเปลี่ยนรูปของระนาบกลางขณะรับแรงกระทำ.....	5
รูปที่ 2.1.1.2	ค่า Z ของแต่ละชั้นในชั้นส่วน.....	10
รูปที่ 2.1.1.3	ชั้นส่วนแผ่นชั้นแบบ 4 ชั้น.....	11
รูปที่ 2.1.2.1	แผ่นพื้นและส่วนเสริมกำลังในแนวแกน x และแกน y และ แกนอ้างอิง ของวัสดุในส่วนเสริมกำลัง.....	16
รูปที่ 2.2.1.1	การวางตัวของเส้นใยในการผลิตแผ่นชั้น.....	24
รูปที่ 2.2.1.2	ความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดของพลาสติกเสริมเส้นใยและเหล็ก.....	24
รูปที่ 2.3.1.1	แกนอ้างอิงของรอยแตกร้าว.....	27
รูปที่ 2.3.2.1	กราฟความสัมพันธ์ความเค้นกับความเครียดของเหล็กเสริม.....	28
รูปที่ 2.4.1.1	แผนภาพความเค้นและความเครียดที่เกิดขึ้นในแต่ละชั้นส่วนก่อนเกิดการแตกร้าว (พิจารณาแกนใดแกนหนึ่ง).....	30
รูปที่ 2.4.1.2	แผนภาพความเค้นและความเครียดที่เกิดขึ้นในแต่ละชั้นส่วนหลังเกิดการแตกร้าว (พิจารณาในแกนใดแกนหนึ่ง).....	30
รูปที่ 2.4.1.3	วงกลมของมอร์.....	31
รูปที่ 3.1	แผนภาพการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการวิจัย.....	37
รูปที่ 4.1.1 ก	ภาพด้านบนของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1.....	38
รูปที่ 4.1.1 ข	ภาพด้านข้างของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1.....	38
รูปที่ 4.1.1 ค	การแบ่งชั้นในแต่ละชั้นส่วนสำหรับวิเคราะห์ของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1.....	39
รูปที่ 4.1.2.1	กราฟเปรียบเทียบการโก่งตัวของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1 จากการทดสอบจริง ^[8] และการวิเคราะห์โดยโปรแกรมวิจัย.....	40
รูปที่ 4.1.2.2	รอยแตกร้าวที่วิเคราะห์ได้ในแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1 ขณะรับแรงกระทำ (2P) 133 กิโลนิวตัน.....	41
รูปที่ 4.1.3.1	รูปแบบการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบที่ 1 ให้กับแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1.....	42
รูปที่ 4.1.3.2	รูปแบบการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบที่ 2 ให้กับแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1.....	42
รูปที่ 4.1.3.3	รูปแบบการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบที่ 3 ให้กับแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1.....	43
รูปที่ 4.1.3.4	กราฟเปรียบเทียบการโก่งตัวของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1 เมื่อมีการซ่อมแซมด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบที่ 2 กับผลการทดสอบจริง ^[8]	43
รูปที่ 4.1.3.5	กราฟเปรียบเทียบการโก่งตัวของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1 เมื่อมีการซ่อมแซมด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบต่างๆ.....	44
รูปที่ 4.2.1 ก	ภาพด้านบนของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2.....	46
รูปที่ 4.2.1 ข	ภาพด้านข้างของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2.....	46
รูปที่ 4.2.1 ค	การแบ่งชั้นในแต่ละชั้นส่วนสำหรับวิเคราะห์ของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2.....	46

สารบัญญภาพ (ต่อ)

หน้า

รูปที่ 4.2.2.1	รอยแตกร้าวที่วิเคราะห์ได้ในแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2 ขณะรับแรงกระทำ 950 ปอนด์.....	48
รูปที่ 4.2.2.2	รอยแตกร้าวที่วิเคราะห์ได้ในแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2 ขณะรับแรงกระทำ 1200 ปอนด์.....	48
รูปที่ 4.2.2.3	รอยแตกร้าวที่วิเคราะห์ได้ในแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2 ขณะรับแรงกระทำ 1250 ปอนด์.....	49
รูปที่ 4.2.2.4	กราฟเปรียบเทียบการโก่งตัวของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2 จากการทดสอบจริง ^[17] และการวิเคราะห์ โดยโปรแกรมวิจัย.....	49
รูปที่ 4.2.3.1	รูปแบบการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบที่ 1 ให้กับแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2.....	50
รูปที่ 4.2.3.2	รูปแบบการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบที่ 2 ให้กับแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2.....	51
รูปที่ 4.2.3.3	รูปแบบการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบที่ 3 ให้กับแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2.....	51
รูปที่ 4.2.3.4	กราฟเปรียบเทียบการโก่งตัวของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2 เมื่อมีการซ่อมแซมด้วยแผ่นพลาสติกเสริม เส้นใยแบบที่ 2 กับโปรแกรม ANSYS 5.4.....	52
รูปที่ 4.2.3.5	กราฟเปรียบเทียบการโก่งตัวของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2 เมื่อมีการซ่อมแซมด้วยแผ่นพลาสติกเสริม เส้นใยแบบต่างๆ.....	53

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คำอธิบายสัญลักษณ์

d_{xx}	คือความลึกประสิทธิภาพเหล็กเสริมรับแรงดึงแนวแกน x
d_{yy}	คือความลึกประสิทธิภาพเหล็กเสริมรับแรงดึงแนวแกน y
d'_{xx}	คือความลึกประสิทธิภาพเหล็กเสริมรับแรงอัดแนวแกน x
d'_{yy}	คือความลึกประสิทธิภาพเหล็กเสริมรับแรงอัดแนวแกน y
E_c	คือมอดุลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต
E_l	คือมอดุลัสยืดหยุ่นในทิศทางขนานกับเส้นใย
E_s	คือมอดุลัสยืดหยุ่นของเหล็ก
E_{sp}	คือมอดุลัสพลาสติกของเหล็ก
E_t	คือมอดุลัสยืดหยุ่นในทิศทางตั้งฉากกับเส้นใย
f_c	คือหน่วยแรงอัดที่เกิดขึ้นที่ผิวของคอนกรีต
f'_c	คือกำลังอัดประลัยของคอนกรีต
f_{fd}	คือหน่วยแรงของพลาสติกเสริมเส้นใย
f_{fk}	คือกำลังรับแรงดึงระบุของพลาสติกเสริมเส้นใย
f_s	คือหน่วยแรงดึงที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริม
f_y	คือกำลังครากของเหล็กเสริม
G_c	คือมอดุลัสเฉือนของคอนกรีตที่เกิดการแตกร้าวแล้ว
G_{lt}	คือมอดุลัสเฉือนในระนาบ lt
G_{lz}	คือมอดุลัสเฉือนในระนาบ lz
G_{tz}	คือมอดุลัสเฉือนในระนาบ tz
T_{lf}	คือความหนา/ชั้นของแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย
μ	คือตัวประกอบลดค่ามอดุลัสเฉือน (shear retention factor)
ν_c	คืออัตราส่วนปัวซองส์ของคอนกรีต
ν_{lt}	คืออัตราส่วนปัวซองส์สำหรับความเครียดในทิศทาง t เมื่อมีความเค้นในทิศทาง l
γ_{mf}	คืออัตราส่วนปลอดภัยของกำลังรับน้ำหนัก ตามชนิดของพลาสติกเสริมเส้นใย
γ_{mm}	คืออัตราส่วนปลอดภัยของกำลังรับน้ำหนัก ตามวิธีการผลิตพลาสติกเสริมเส้นใย
ρ_{sx}	คือความหนาแน่นเหล็กเสริมรับแรงดึงแนวแกน x
ρ_{sy}	คือความหนาแน่นเหล็กเสริมรับแรงดึงแนวแกน y
ρ'_{sx}	คือความหนาแน่นเหล็กเสริมรับแรงอัดแนวแกน x
ρ'_{sy}	คือความหนาแน่นเหล็กเสริมรับแรงอัดแนวแกน y

คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

- $\{\varepsilon\}$ คือเวกเตอร์ความเครียดของแผ่นพื้น
- $\{\sigma\}$ คือเวกเตอร์ความเค้นของแผ่นพื้น
- $[c']$ คือเมตริกซ์แปลงความเครียดเป็นความเค้นในแกนของวัสดุ
- $[Q]$ คือเมตริกซ์แปลงความเครียดเป็นความเค้นในแกนของโครงสร้าง
- $[T]$ คือเมตริกซ์แปลงค่าในแกนวัสดุเป็นค่าในแกนโครงสร้าง
- $\{N\}$ คือเวกเตอร์แรงเค้นลัพธ์
- $[D]$ คือเมตริกซ์ความสัมพันธ์แรงเค้นลัพธ์กับความเครียดของแผ่นพื้น
- $\{\varepsilon^0\}$ คือเวกเตอร์อันดับความเครียดของแผ่นพื้น
- $\{\delta\}$ คือเวกเตอร์ระดับชั้นความเสรี
- $[B]$ คือเมตริกซ์ความสัมพันธ์ความเครียดกับระดับชั้นความเสรีของแผ่นพื้น
- $[K]$ คือเมตริกซ์สติเฟเนสของแผ่นพื้น
- $\{F\}$ คือเวกเตอร์แรงกระทำ
- $[B_1]$ คือเมตริกซ์ความสัมพันธ์ความเครียดกับอันดับความเครียดของแผ่นพื้น
- $\{\varepsilon_s\}$ คือเวกเตอร์ความเครียดของส่วนเสริมกำลัง
- $\{\sigma_s\}$ คือเวกเตอร์ความเค้นของส่วนเสริมกำลัง
- $[D_s]$ คือเมตริกซ์ความสัมพันธ์แรงเค้นลัพธ์กับความเครียดของส่วนเสริมกำลัง
- $\{\varepsilon_s^0\}$ คือเวกเตอร์อันดับความเครียดของส่วนเสริมกำลัง
- $[B_s]$ คือเมตริกซ์ความสัมพันธ์ความเครียดกับระดับชั้นความเสรีของส่วนเสริมกำลัง
- $[K_s]$ คือเมตริกซ์สติเฟเนสของส่วนเสริมกำลัง
- $[H]$ คือเมตริกซ์ความสัมพันธ์ความเครียดกับอันดับความเครียดของส่วนเสริมกำลัง

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความนำ

ในปัจจุบันการเสริมความแข็งแรงและการซ่อมบูรณะโครงสร้างต่างๆ เป็นที่สนใจกันมาก^[1,2,3,4] อันเป็นผลเนื่องมาจากโครงสร้างเหล่านี้อาจใช้งานมาเป็นเวลานาน นอกจากนี้การเปลี่ยนแปลงพื้นที่ใช้ประโยชน์ของอาคาร การสึกกร่อนของเหล็กเสริม การก่อสร้างที่ขาดประสิทธิภาพ หรือความผิดพลาดในการคำนวณออกแบบ ก็เป็นสาเหตุที่ทำให้จำเป็นต้องมีการเสริมความแข็งแรงขึ้น การเสริมความแข็งแรงนั้นมีหลายวิธี ตัวอย่างเช่น การอัดแรง (ภายหลัง) ภายนอก (external post-tensioning) หรือการใช้แผ่นเหล็กเสริมภายนอกโดยยึดด้วยอีพอกซี (epoxy-bonded steel plate) ซึ่งทั้งสองวิธีช่วยทำให้โครงสร้างมีความแข็งแรงมากขึ้น แต่อย่างไรก็ตามวิธีการเหล่านี้ก็มีความยุ่งยากในการใช้งาน เช่น การอัดแรง (ภายหลัง) ภายนอก จะมีความยุ่งยากในการยึดลวดอัดแรง (anchorage for post-tension strands) และการรักษาเสถียรภาพด้านข้างของคานาระหว่างอัดแรง ส่วนการใช้แผ่นเหล็กเสริมภายนอกนั้น จะมีปัญหาเนื่องจากการสึกกร่อนของแผ่นเหล็ก ทำให้ไม่คงทนและจำเป็นต้องซ่อมแซมซ้ำ อีกทั้งน้ำหนักของแผ่นเหล็กก็เป็นอุปสรรคสำคัญในการปฏิบัติงานจริง เป็นต้น จากสาเหตุดังกล่าวจึงมีการเสนอให้ใช้วัสดุชนิดใหม่ นั่นคือ วัสดุประเภทพลาสติกเสริมเส้นใย (fibre reinforced plastic, FRP)

^[5]การใช้วัสดุประเภทนี้ช่วยปรับปรุงเทคนิคเดิมๆให้ดีขึ้น เนื่องจากวัสดุประเภทนี้มีน้ำหนักเบา จึงง่ายต่อการติดตั้ง ลดแรงงาน นอกจากนี้ยังมีกำลังสูงกว่าเหล็กเสริม มีความต้านทานต่อการสึกกร่อนและความล้า (fatigue) ได้ดี มีความต้านทานต่อสารเคมี (good chemical resistance) มีความเป็นกลางในเชิงไฟฟ้าและแม่เหล็ก (electromagnetic neutrality) และมีการขยายตัวตามอุณหภูมิต่ำ (low thermal expansion) โดยคุณสมบัติเหล่านี้จะมากน้อยเพียงใดขึ้นกับชนิด ปริมาณและแนวการวางตัวของเส้นใย ปัจจุบันพลาสติกเสริมเส้นใยถูกผลิตออกมาในหลายรูปแบบ เช่น เป็นท่อน (bar) เคเบิล (cable) ตะแกรงข่าย (grid) แผ่น (sheet) แผ่นซ้อน (laminate) เป็นต้น ผลิตภัณฑ์เหล่านี้สามารถใช้เป็นส่วนเสริมกำลังได้ทั้งภายในและภายนอก โดยใช้เป็นส่วนเสริมกำลังในโครงสร้างใหม่หรือในงานซ่อมแซมก็ได้ สำหรับในงานวิจัยนี้สนใจการซ่อมแซมบนแผ่นพื้นโดยใช้พลาสติกเสริมเส้นใยในรูปของแผ่น ซึ่งเป็นรูปแบบที่เหมาะสมและเป็นที่ยอมรับในการเสริมกำลังภายนอกโดยการนำไปประกบกับผิวของโครงสร้างหลักส่วนรับแรงดึงและใช้เรซินเป็นสารช่วยยึด

สำหรับการคำนวณออกแบบการใช้แผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยซ่อมแซมแผ่นพื้นนั้นมีความยุ่งยากพอสมควรเนื่องจากความเสียหายที่เกิดขึ้นบนแผ่นพื้นก่อนการซ่อมแซม ทำให้ความสามารถในการรับน้ำหนักของแผ่นพื้นลดลง

ดังนั้นการวิเคราะห์พฤติกรรมของแผ่นพื้นจะช่วยให้การเสริมกำลังมีประสิทธิภาพมากขึ้น จากสาเหตุดังกล่าวจึงมีความสนใจในการพัฒนาโปรแกรมเพื่อช่วยวิเคราะห์พฤติกรรมของแผ่นพื้น

1.2 การศึกษาที่ผ่านมา

ในอดีตที่ผ่านมา มีงานวิจัยเกี่ยวกับการใช้แผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยในการเสริมกำลังให้กับโครงสร้าง ทั้งในโครงสร้างส่วนของคาน เสา และแผ่นพื้น สำหรับในแผ่นพื้นนั้นยังมียังงานวิจัยไม่มากนัก ตัวอย่างเช่น

ปี 1993 H. Ichimasu, M. Maruyama, H. Watanabe และ T. Hirose ^[5] ได้ทำการทดสอบแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กซึ่งเสริมกำลังโดยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยคาร์บอน รับแรงกระทำซ้ำ เพื่อศึกษากำลังต้านทานการคดของแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยที่ยึดติดกับแผ่นพื้นใน lattice form โดยตัวแปรที่สำคัญในงานวิจัยนี้คือ CFRP types of lattice shaped bonding และ ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของการติดแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยกับตำแหน่งของรอยแตกร้าว จากงานวิจัยนี้พบว่า stress intensity ของเหล็กเสริมระหว่างรับแรงกระทำใช้งาน และแรงกระทำคราก (yielding load) ของเหล็กเสริมเป็นสัดส่วนกับค่า tensile rigidity (tensile strength x cross section area / width) ของแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย นอกจากนี้ความสัมพันธ์เชิงตำแหน่ง (positional relationship) ของรอยแตกร้าวกับตำแหน่งและระยะห่างของแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย ไม่มีผลโดยตรงต่อกำลังต้านทานการคด ตรวจสอบเท่าที่ระยะห่างของแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยไม่เกิน 200 มิลลิเมตร

ปี 1995 Erki และ Heffernan ^[7] ได้ทำการทดสอบแผ่นพื้นที่เสริมภายนอกด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยรับแรงทางเดียว (unidirectional) ประเภทแก้วและคาร์บอน ทั้งในแผ่นพื้นทางเดียวและแผ่นพื้นสองทาง โดยในกรณีแผ่นพื้นสองทางมีขอบรองรับแบบธรรมดา (simply support) ทั้ง 4 ด้าน ส่วนแผ่นพื้นทางเดียวมีขอบรองรับแบบธรรมดา 2 ด้านซึ่งตั้งฉากกับทิศทางการเสริมเหล็ก แผ่นพื้นทั้งสองแบบรับแรงกระทำเป็นหย่อม (transverse patch load) จากการทดสอบพบว่า การเสริมภายนอกด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยมีส่วนสำคัญในการเพิ่มกำลังรับน้ำหนัก (load-carrying capacity) โดยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยช่วยเพิ่มค่าสติฟเนสต้านทานการคด (flexural stiffness) ของแผ่นพื้น ดังนั้นการแตกร้าวเนื่องจากแรงคด (flexural cracking) จะเกิดขึ้นเมื่อแผ่นพื้นรับแรงมากขึ้นกว่ากรณีที่ไม่มีการเสริมด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย นั่นคือค่าแรงที่จะทำให้เกิดการวิบัติเนื่องจากแรงเฉือนทะลวง (punching shear failure load) เพิ่มขึ้น นอกจากนี้ ค่ามอดุลัสยืดหยุ่นของแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยจะขึ้นกับชนิดและแนวการวางตัวของเส้นใย โดยพบว่า การวางตัวของเส้นใยในทิศทางการทำมุม 45° กับเหล็กเสริมจะลดค่ามอดุลัสยืดหยุ่นลงประมาณ 25 %

ปี 1997 DeRose ^[8] ได้ทำการทดสอบแผ่นพื้นทางเดียว รับแรงกระทำเป็นจุด 2 จุด จนกระทั่งเหล็กเสริมเริ่มคราก แล้วจึงซ่อมแซมโดยใช้แผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยประเภทแก้วและคาร์บอนแล้วทดสอบต่อเนื่องจนกระทั่งเกิดการวิบัติ จากการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear) พบว่าการเสริมกำลังด้วย

แผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยทั้งสองประเภท จะช่วยเพิ่มกำลังรับน้ำหนักของแผ่นพื้นได้มากกว่า 2 เท่า และการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ให้ค่าที่ใกล้เคียงกับผลการทดสอบ แต่เมื่อแผ่นพื้นมีการแอ่นตัวมากๆ ค่าแรงที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะให้ค่าที่สูงกว่าการทดสอบ ทั้งนี้เนื่องจากในการวิเคราะห์ไม่ได้รวมการจำลองพฤติกรรมการหลุดล่อน (debonding) ของแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย

ปี 2000 Sim และ Oh^[9] ได้ศึกษาการเสริมกำลังให้มีประสิทธิภาพ โดยศึกษาการเสริมกำลังให้กับแผ่นพื้นสะพาน (concrete bridge deck) ด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยประเภทคาร์บอน รับแรงกระทำซ้ำ ซึ่งในงานวิจัยนี้จะพิจารณาทิศทางและปริมาณแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยที่ใช้เป็นตัวแปรสำคัญ จากการทดสอบพบว่า การเสริมกำลังทิศทางเดียวจะเกิดการวิบัติแบบเปราะ (brittle failure) แต่หากเสริมกำลังใน 2 ทิศทางจะเกิดการวิบัติเชิงดัด (flexural failure) นอกจากนี้การเสริมกำลังในทิศทางเดียวสามารถรับน้ำหนักได้เพิ่มขึ้น 15% ส่วนการเสริมกำลังใน 2 ทิศทางจะสามารถรับแรงได้เพิ่มขึ้น 13-26% และสามารถป้องกันการเกิดการแตกร้าวได้ดี

แต่ในทางปฏิบัติแผ่นพื้นอาจเกิดความเสียหายมาก่อนได้รับการซ่อมแซม กำลังรับน้ำหนักของแผ่นพื้นเดิมจะลดลงเนื่องจากความเสียหายดังกล่าว ดังนั้นจึงมีความสนใจในการวิเคราะห์แผ่นพื้นซึ่งซ่อมแซมด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย โดยพิจารณาผลของกำลังรับน้ำหนักที่ลดลงจากสาเหตุดังกล่าวด้วย นอกจากนี้จะพิจารณาปริมาณและแนวการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยที่จะทำให้การเสริมกำลังมีประสิทธิภาพมากขึ้น

1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อให้สามารถใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการวิเคราะห์แผ่นพื้นที่ซ่อมแซมด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย
2. เพื่อให้มีแนวทางการใช้แผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยในการซ่อมแซมแผ่นพื้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1. แผ่นพื้นที่จะเสริมกำลังด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยเป็นแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กสี่เหลี่ยมผืนผ้า
2. แผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กอาจเกิดการชำรุดก่อนการซ่อมแซมหรือไม่ก็ได้
3. แรงกระทำเป็นแรงกระทำตั้งฉากกับแผ่นพื้นและเป็นแรงกระทำสถิต (static load)
4. การวิเคราะห์จะพิจารณาพฤติกรรมในช่วงอีลาสติกเท่านั้น
5. การยึดหน่วงระหว่างคอนกรีตกับเหล็กเสริม และ คอนกรีตกับแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยถือว่าการยึดหน่วงที่สมบูรณ์
6. แนวการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยจะอยู่ในแนวขนานและตั้งฉากกับแกนหลักของแผ่นพื้นเท่านั้น
7. ไม่คิดผลกระทบเนื่องจากการเสียรูปหรือหลุดตัวของขอบรองรับแผ่นพื้น

บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

การวิเคราะห์แผ่นพื้นซึ่งซ่อมด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยนั้นมีหลายวิธี ระเบียบวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ก็เป็นอีกวิธีหนึ่งที่สะดวกและรวดเร็ว โดยชิ้นส่วนที่เลือกใช้จะเป็นชิ้นส่วนแบบแผ่นซ้อน (laminated plate element)

ชิ้นส่วนดังกล่าวสามารถกำหนดให้ในแต่ละชั้นของชิ้นส่วนมีคุณสมบัติแตกต่างกันได้ ดังนั้นจึงสามารถแทนพฤติกรรมของแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยได้ เนื่องจากแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยมีคุณสมบัติเป็นแผ่นซ้อนบางๆ หลายๆ ชั้น โดยในที่นี้จะเลือกใช้ชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมผืนผ้า 4 ชั้น ของ Ghosh และ Dey แต่ละชั้นมีระดับชั้นความเสียดทานกับ 7 ซึ่งบทนี้จะได้กล่าวถึงรายละเอียดของชิ้นส่วนชนิดนี้ในอันดับต่อไป

นอกจากนี้ ในการวิเคราะห์ก็ยังจะต้องพิจารณาความสามารถในการรับแรงที่เหลืออยู่ของแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กด้วยว่าสามารถรับแรงได้มากน้อยเพียงใด รวมถึงคุณสมบัติต่างๆ ของแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยชนิดต่างๆ ด้วย โดยรายละเอียดจะกล่าวถึงในบทนี้เช่นกัน

2.1 ทฤษฎีเบื้องต้นของชิ้นส่วนแบบแผ่นซ้อน

^[10]เนื่องจากแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย เป็นวัสดุที่มีคุณสมบัติพิเศษ นั่นคือ อัตราส่วนระหว่างมอดุลัสยืดหยุ่นต่อมอดุลัสเฉือนมีค่าสูง หรืออาจกล่าวได้ว่า สติฟเนสเฉือน (shear stiffness) ของวัสดุชนิดนี้มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับสติฟเนสการดิ่งและการอัดในระนาบและสติฟเนสการดัด (membrane and bending stiffness) ดังนั้นในการวิเคราะห์วัสดุประเภทนี้ จึงไม่อาจละทิ้งผลของการเปลี่ยนรูปเนื่องจากแรงเฉือน (shear deformation) ได้ จึงควรวิเคราะห์โดยใช้ทฤษฎีของแผ่นพื้นไรสเนอร์-มินด์ลิน (Reissner-Mindlin plate theory) หรือทฤษฎีของการเปลี่ยนรูปของแผ่นพื้นเมื่อพิจารณาผลจากแรงเฉือน (shear deformation plate theory) นอกจากนี้ในการสมมติการกระจัด จะต้องพิจารณาพจน์กำลังสูงด้วย ซึ่งพจน์เหล่านี้มาจากการพิจารณาอนุกรมกำลังของการกระจัด ณ พื้นผิวกึ่งกลาง (mid-surface) ดังนี้

$$U(x, y, z) = U(x, y, 0) + z \cdot U_{,z}(x, y, 0) + z^2 / 2 U_{,zz}(x, y, 0) + \dots$$

$$V(x, y, z) = V(x, y, 0) + z \cdot V_{,z}(x, y, 0) + z^2 / 2 V_{,zz}(x, y, 0) + \dots$$

$$W(x, y, z) = W(x, y, 0) + z \cdot W_{,z}(x, y, 0) + z^2 / 2 W_{,zz}(x, y, 0) + \dots \quad \dots 2.1.1$$

ในที่นี้จะพิจารณาใช้ชิ้นส่วนแบบ 4 ชั้น โดยฟังก์ชันลักษณะ (shape function) ของการกระจัดตามขวางจะเป็นแบบไม่คงรูป (non-conforming) ส่วนการกระจัดในระนาบและการกระจัดเฉือนนั้นจะเป็นแบบคงรูป

(conforming) การวิเคราะห์หาค่าเมตริกซ์สติฟเนส (stiffness matrix) จะอาศัยหลักการของพลังงานศักย์ต่ำสุด (principle of minimum potential energy)

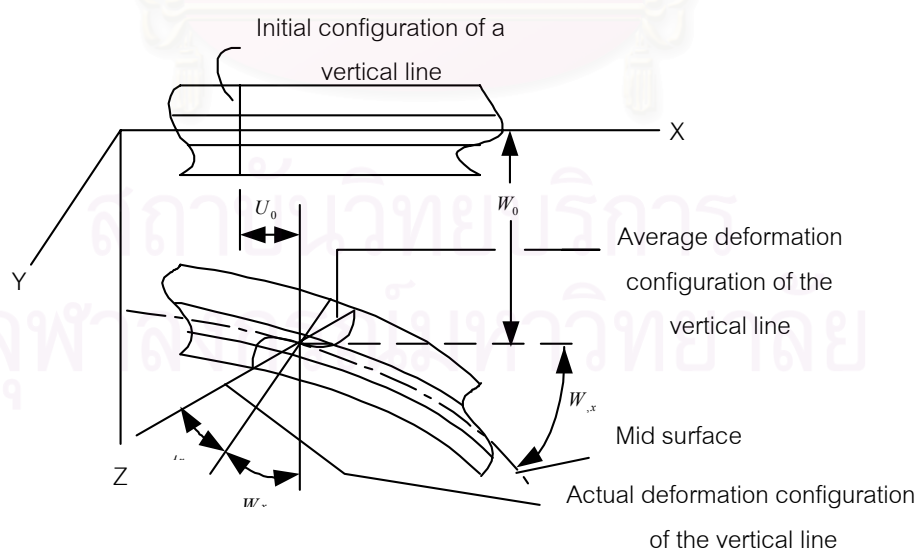
2.1.1 การสร้างสมการสำหรับชิ้นส่วนแผ่นพื้น (Plate element formulation)

สนามการกระจัด (Displacement field)

สำหรับแผ่นชั้นที่เชื่อมกันโดยสมบูรณ์ (perfectly bonded) โดยแต่ละชั้นเป็นวัสดุประเภทออร์ทอทรอปิก (orthotropic) โดยแผ่นพื้นนั้นอยู่ในระนาบ x-y ทฤษฎีนี้ฟังก์ชันการกระจัดจะพิจารณา ดังนี้

$$\begin{aligned}
 U(x, y, z) &= U(x, y, 0) + z\phi_x(x, y, 0) + z^2\xi_x(x, y, 0) + z^3\zeta_x(x, y, 0) \\
 &= U_0 + z\phi_{x0} + z^2\xi_{x0} + z^3\zeta_{x0} \\
 V(x, y, z) &= V(x, y, 0) + z\phi_y(x, y, 0) + z^2\xi_y(x, y, 0) + z^3\zeta_y(x, y, 0) \\
 &= V_0 + z\phi_{y0} + z^2\xi_{y0} + z^3\zeta_{y0} \\
 W(x, y, z) &= W(x, y, 0) = W_0
 \end{aligned}
 \tag{2.1.1.1}$$

โดย U_0 , V_0 และ W_0 คือการกระจัดของจุดบนระนาบอ้างอิง (x_0, y_0, z_0)
 ϕ_{x0} , ϕ_{y0} คือ มุมหมุนรอบแกน y และ x ตามลำดับ ซึ่งตั้งฉากกับระนาบอ้างอิงก่อนการเปลี่ยนรูปร่าง
 พจน์ที่เหลือคือ การหมุนกำลังสูง (higher order rotations)



รูปที่ 2.1.1.1 การเปลี่ยนรูปของระนาบกลางขณะรับแรงกระทำ

การเปลี่ยนรูปของแต่ละหน้าตัดของแผ่นพื้น แสดงในรูปที่ 2.1.1.1 ซึ่งแต่ละระนาบจะขนานกับระนาบ xy และจากเงื่อนไขที่ระนาบบนและล่าง จะไม่มีความเค้นเฉือน ดังนั้น

$$\tau_{xz}(x, y, \pm t/2) = 0 \quad \text{และ} \quad \tau_{yz}(x, y, \pm t/2) = 0 \quad \dots 2.1.1.2$$

เมื่อ t คือความหนาของแผ่น และสำหรับแผ่นพื้นที่มีคุณสมบัติเป็นออร์โททรอปิก (orthotropic plate) จะได้ว่า

$$\varepsilon_{xz}(x, y, \pm t/2) = 0 \quad \text{และ} \quad \varepsilon_{yz}(x, y, \pm t/2) = 0 \quad \dots 2.1.1.3$$

นั่นคือ จาก $\varepsilon_{xz} = (\partial U / \partial z + \partial W / \partial x) = \phi_{x0} + 2z\xi_{x0} + 3z^2\zeta_{x0} + W_{0,x}$
และ $\varepsilon_{yz} = (\partial V / \partial z + \partial W / \partial y) = \phi_{y0} + 2z\xi_{y0} + 3z^2\zeta_{y0} + W_{0,y}$

เมื่อแทนลงในสมการที่ 2.1.1.3 จะได้

$$\xi_{x0} = 0, \quad \xi_{y0} = 0, \quad \zeta_{x0} = -4(W_{0,x} + \phi_{x0}) / (3t^2)$$

และ $\zeta_{y0} = -4(W_{0,y} + \phi_{y0}) / (3t^2) \quad \dots 2.1.1.4$

และเมื่อแทนสมการที่ 2.1.1.4 กลับลงในสมการที่ 2.1.1.1 จะได้

$$U(x, y, z) = U_0 + z \left[\phi_{x0} - 4z^2 (W_{0,x} + \phi_{x0}) / (3t^2) \right]$$

$$V(x, y, z) = V_0 + z \left[\phi_{y0} - 4z^2 (W_{0,y} + \phi_{y0}) / (3t^2) \right]$$

$$W(x, y, z) = W_0 \quad \dots 2.1.1.5$$

ดังนั้น การกระจัดที่จุดใดๆ บนแผ่นสามารถอธิบายในเทอมของตัวแปรทั้ง 7 ตัวดังแสดงในสมการที่ 2.1.1.5

ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการกระจัด (Strain – Displacement Relations)

ความสัมพันธ์ของความเครียดและการกระจัดสามารถหาได้โดยแทนสมการที่ 2.1.1.5 ลงในความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างความเครียดและการกระจัด ดังนี้

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial U / \partial x \\ \partial V / \partial y \\ \partial U / \partial y + \partial V / \partial x \\ \partial U / \partial z + \partial W / \partial x \\ \partial V / \partial z + \partial W / \partial y \end{Bmatrix}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} U_{0,x} + z[\phi_{x0,x} - 4z^2(W_{0,xx} + \phi_{x0,x})/3t^2] \\ V_{0,y} + z[\phi_{y0,y} - 4z^2(W_{0,yy} + \phi_{y0,y})/3t^2] \\ U_{0,y} + V_{0,x} + z[\phi_{x0,y} + \phi_{y0,x} - 4z^2(2W_{0,xy} + \phi_{x0,y} + \phi_{y0,x})/3t^2] \\ \phi_{x0} - 4(z/t)^2(W_{0,x} + \phi_{x0}) + W_{0,x} \\ \phi_{y0} - 4(z/t)^2(W_{0,y} + \phi_{y0}) + W_{0,y} \end{array} \right\}$$

$$\text{หรือ} \quad \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \\ \varepsilon_{xz}^0 \\ \varepsilon_{yz}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} K_x^1 \\ K_y^1 \\ K_{xy}^1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + z^2 \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_{xz}^2 \\ K_{yz}^2 \end{Bmatrix} + z^3 \begin{Bmatrix} K_x^3 \\ K_y^3 \\ K_{xy}^3 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \dots 2.1.1.6$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ} \quad \varepsilon_x^0 &= U_{0,x} \quad , \quad K_x^1 = \phi_{x0,x} \quad , \quad K_x^3 = (-4/3t^2)(W_{0,xx} + \phi_{x0,x}) \\ \varepsilon_y^0 &= V_{0,y} \quad , \quad K_y^1 = \phi_{y0,y} \quad , \quad K_y^3 = (-4/3t^2)(W_{0,yy} + \phi_{y0,y}) \\ \varepsilon_{xy}^0 &= U_{0,y} + V_{0,x} \quad , \quad K_{xy}^1 = \phi_{x0,y} + \phi_{y0,x} \\ K_{xy}^3 &= (-4/3t^2)(2W_{0,xy} + \phi_{x0,y} + \phi_{y0,x}) \\ \varepsilon_{xz}^0 &= \phi_{x0} + W_{0,x} \quad , \quad K_{xz}^2 = (-4/t^2)(W_{0,x} + \phi_{x0}) \\ \varepsilon_{yz}^0 &= \phi_{y0} + W_{0,y} \quad , \quad K_{yz}^2 = (-4/t^2)(W_{0,y} + \phi_{y0}) \end{aligned} \quad \dots 2.1.1.7$$

ในที่นี้ความเครียดประกอบด้วยความเครียดเชิงเส้น (linear strain), ความโค้ง (curvatures), มุมบิด (twists) และ ความโค้งอันดับสูง (higher order curvature)

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด (Stress- Strain Relations)

ในแต่ละชั้นของแผ่นช้อน ความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดของวัสดุประเภทออร์โททรอปิก เมื่อเทียบกับแกนหลักของวัสดุตั้งในสมการที่ 2.1.1.8

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{Bmatrix} \quad \dots 2.1.1.8$$

และเนื่องจากความเค้นตั้งฉาก σ_z มีค่าน้อยจึงสามารถละทิ้งได้ และค่า ε_z สามารถที่จะละทิ้งได้โดยการแทนค่า $\sigma_z = 0$ ในสมการที่ 2.1.1.8 จะได้

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c'_{11} & c'_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c'_{21} & c'_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c'_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c'_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c'_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{Bmatrix} \quad \dots 2.1.1.9$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ} \quad c'_{ij} &= c_{ij} - c_{i3}c_{3j}/c_{33} \quad ; \quad i, j = 1, 2 \\ c'_{ij} &= c_{ij} \quad ; \quad i, j = 4, 5, 6 \end{aligned}$$

สำหรับกรณีที่มีแกนหลักของวัสดุวางตัวในแนวทำมุม θ กับแกน x ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด สามารถเขียนได้ในรูป

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{14} & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{24} & 0 & 0 \\ Q_{14} & Q_{24} & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & Q_{56} \\ 0 & 0 & 0 & Q_{56} & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{Bmatrix} \quad \dots 2.1.1.10$$

$$\text{โดยที่} \quad [Q] = [T]^T [c'] [T]$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \cos \theta \sin \theta & 0 & 0 \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\cos \theta \sin \theta & 0 & 0 \\ -2 \cos \theta \sin \theta & 2 \cos \theta \sin \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad Q_{11} = c'_{11} \cos^4 \theta + 2(c'_{12} + 2c'_{44}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + c'_{22} \sin^4 \theta$$

$$Q_{12} = (c'_{11} + c'_{22} - 4c'_{44}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + c'_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta)$$

$$Q_{14} = (c'_{11} - c'_{12} - 2c'_{44}) \cos^3 \theta \sin \theta + (c'_{12} - c'_{22} + 2c'_{44}) \cos \theta \sin^3 \theta$$

$$Q_{22} = c'_{11} \sin^4 \theta + 2(c'_{12} + 2c'_{44}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + c'_{22} \cos^4 \theta$$

$$Q_{24} = (c'_{11} - c'_{12} - 2c'_{44}) \cos \theta \sin^3 \theta + (c'_{12} - c'_{22} + 2c'_{44}) \cos^3 \theta \sin \theta$$

$$Q_{44} = (c'_{11} - 2c'_{12} + c'_{22} - 2c'_{44}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + c'_{44} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta)$$

$$Q_{55} = c'_{55} \cos^2 \theta + c'_{66} \sin^2 \theta$$

$$Q_{56} = (c'_{55} - c'_{66}) \cos \theta \sin \theta$$

$$Q_{66} = c'_{55} \sin^2 \theta + c'_{66} \cos^2 \theta$$

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเค้นลัพท์กับความเครียด (Stress resultant – Strain Relations)

จากสมการที่ 2.1.1.6 และสมการที่ 2.1.1.10 เมื่ออินทิเกรตชั้นต่อชั้นตลอดความหนา t ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ของแรงเค้นลัพท์ ดังนี้

$$\begin{aligned}(N_x, M_x, P_x) &= \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x(1, z, z^3) dz \\(N_y, M_y, P_y) &= \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y(1, z, z^3) dz \\(N_{xy}, M_{xy}, P_{xy}) &= \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy}(1, z, z^3) dz \\(Q_{xz}, R_{xz}) &= \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xz}(1, z^2) dz \\(Q_{yz}, R_{yz}) &= \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{yz}(1, z^2) dz\end{aligned}\quad \dots 2.1.1.11$$

ซึ่งสามารถเขียนในรูปของเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ Q_{xz} \\ Q_{yz} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ R_{xz} \\ R_{yz} \\ P_x \\ P_y \\ P_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{14} & 0 & 0 & B_{11} & B_{12} & B_{14} & 0 & 0 & E_{11} & E_{12} & E_{14} \\ & A_{22} & A_{24} & 0 & 0 & B_{21} & B_{22} & B_{24} & 0 & 0 & E_{21} & E_{22} & E_{24} \\ & & A_{44} & 0 & 0 & B_{41} & B_{42} & B_{44} & 0 & 0 & E_{41} & E_{42} & E_{44} \\ & & & A_{55} & A_{56} & 0 & 0 & 0 & D_{55} & D_{56} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & A_{66} & 0 & 0 & 0 & D_{65} & D_{66} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & D_{11} & D_{12} & D_{14} & 0 & 0 & F_{11} & F_{12} & F_{14} \\ & & & & & & D_{22} & D_{24} & 0 & 0 & F_{21} & F_{22} & F_{24} \\ & & & & & & & D_{44} & 0 & 0 & F_{41} & F_{42} & F_{44} \\ & & & & & & & & & & F_{55} & F_{56} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & F_{66} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & & H_{11} & H_{12} & H_{14} \\ & & & & & & & & & & & & & & & & H_{22} & H_{24} \\ & & & & & & & & & & & & & & & & & H_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \\ \varepsilon_{xz}^0 \\ \varepsilon_{yz}^0 \\ K_x^1 \\ K_y^1 \\ K_{xy}^1 \\ K_{xz}^2 \\ K_{yz}^2 \\ K_x^3 \\ K_y^3 \\ K_{xy}^3 \end{Bmatrix}$$

หรือ $\{N\} = [D]\{\varepsilon^0\}$...2.1.1.12

โดย A_{ij} คือ เมตริกซ์สติฟเนสเนื่องจากแรงดึงและแรงอัดในระนาบ (membrane stiffness matrix) ของแต่ละชั้นส่วน

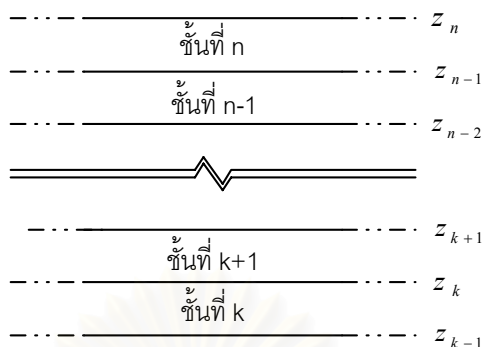
B_{ij} คือ เมตริกซ์สติฟเนสคู่ควบเนื่องจากแรงดึงและแรงอัดในระนาบกับการดัด (membrane – bending coupling matrix) ของแต่ละชั้นส่วน

D_{ij} คือ เมตริกซ์สติฟเนสเนื่องจากการดัด (bending stiffness matrix)

E_{ij}, F_{ij} และ H_{ij} คือ เมตริกซ์สติฟเนสอันดับสูง (higher order matrix)

สำหรับ $i, j = 1, 2, 4, 5, 6$ จะได้

$$(A, B, D, E, F, H) = \int_{-1/2}^{1/2} Q_{ij}(1, z, z^2, z^3, z^4, z^6) dz \quad \dots 2.1.1.13$$



รูปที่ 2.1.1.2 ค่า Z ของแต่ละชั้นในชิ้นส่วน

ดังนั้น จากรูปที่ 2.1.1.2 สมการที่ 2.1.1.13 สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^n Q_{ij} (z_k - z_{k-1}) \\ B_{ij} &= \sum_{k=1}^n Q_{ij} \frac{(z_k^2 - z_{k-1}^2)}{2} \\ D_{ij} &= \sum_{k=1}^n Q_{ij} \frac{(z_k^3 - z_{k-1}^3)}{3} \\ E_{ij} &= \sum_{k=1}^n Q_{ij} \frac{(z_k^4 - z_{k-1}^4)}{4} \\ F_{ij} &= \sum_{k=1}^n Q_{ij} \frac{(z_k^5 - z_{k-1}^5)}{5} \\ H_{ij} &= \sum_{k=1}^n Q_{ij} \frac{(z_k^7 - z_{k-1}^7)}{7} \end{aligned} \quad \dots 2.1.1.14$$

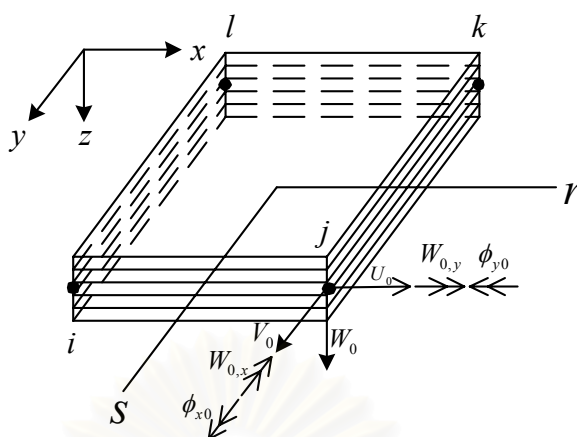
เมื่อ z_{k-1} คือ ค่า z ที่ตำแหน่งล่างของชั้นที่ k

z_k คือ ค่า z ที่ตำแหน่งบนของชั้นที่ k

n คือ จำนวนชั้นทั้งหมดของชิ้นส่วน

การสร้างสมการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Formulation)

จากทฤษฎีข้างต้น ใช้ชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมผืนผ้าแบบไอโซพารามेटริกเชิงเส้นคู่ (bilinear isoparametric) ชนิด 4 ขั้ว ดังแสดงในรูปที่ 2.1.1.3 โดยแต่ละขั้วมีระดับชั้นความเสรี (degree of freedom) เท่ากับ 7 ดังในสมการที่ 2.1.1.5



รูปที่ 2.1.1.3 ชิ้นส่วนแผ่นชั้นแบบ 4 ขั้ว

เนื่องจากระบบแกนของแต่ละชิ้นส่วนขนานกับระบบแกนรวม ดังนั้นจึงไม่จำเป็นต้องแปลงการกระจัดในแกนของแต่ละชิ้นส่วนไปยังแกนรวม ภายในชิ้นส่วนการกระจัดสามารถเขียนในเทอมของระดับชั้นความเสรีที่ขั้ว (nodal DOF) ได้โดย

ก) ฟังก์ชันสัมฐานหรือการประมาณค่าในช่วง (interpolation function) ของพิกัดของชิ้นส่วน x, y และการกระจัดในระนาบ U_0, V_0 และมุมหมุนทั้งสอง ϕ_{x0}, ϕ_{y0} จะใช้แบบเชิงเส้นดังนี้

$$p = \sum N_i p_i \quad (i = 1, \dots, 4) \quad \dots 2.1.1.15$$

เมื่อ p เป็นค่าของตัวแปรข้างต้น ณ จุดใดๆ ในชิ้นส่วน
 p_i เป็นค่าของตัวแปรข้างต้นที่ขั้ว i ของชิ้นส่วน
 N_i เป็นฟังก์ชันสัมฐาน ซึ่งอยู่ในระบบแกน r, s ดังนี้

$$N_i = \frac{1}{4}(1 + rr_i)(1 + ss_i) \quad \dots 2.1.1.16$$

เมื่อ i เป็นเลขที่ของฟังก์ชัน และ
 $r_i = -1, 1, 1, -1$ สำหรับ $i = 1, 2, 3, 4$ ตามลำดับ
 $s_i = -1, -1, 1, 1$ สำหรับ $i = 1, 2, 3, 4$ ตามลำดับ

ข) การกระจัดตามขวางนั้น จะใช้ฟังก์ชันสัมฐานแบบไม่คงรูป (non-conforming) ในการประมาณค่า ซึ่งสามารถเขียนในรูปของ

$$w(x, y) = [f_1 \quad g_1 \quad h_1 \quad f_2 \quad g_2 \quad h_2 \quad f_3 \quad g_3 \quad h_3 \quad f_4 \quad g_4 \quad h_4] \begin{Bmatrix} w_{01} \\ w_{,x1} \\ w_{,y1} \\ w_{02} \\ \vdots \\ w_{,x4} \\ w_{,y4} \end{Bmatrix} \quad \dots 2.1.1.17$$

สำหรับ $i = 1, 2, 3, 4$

$$\begin{aligned} f_i &= \frac{1}{8}(1+rr_i)(1+ss_i)(2+rr_i+ss_i-s^2-r^2) \\ g_i &= (a/16)r_i(1+rr_i)^2(1+ss_i)(rr_i-1) \\ h_i &= (b/16)s_i(1+ss_i)^2(1+rr_i)(ss_i-1) \end{aligned} \quad \dots 2.1.1.18$$

เมื่อ $r = 2(x-x_c)/a$, $s = 2(y-y_c)/b$
 x_c, y_c คือค่าพิกัดของจุดกึ่งกลางของแผ่น และ
 $r_i = -1, 1, 1, -1$ สำหรับ $i = 1, 2, 3, 4$ ตามลำดับ
 $s_i = -1, -1, 1, 1$ สำหรับ $i = 1, 2, 3, 4$ ตามลำดับ
 เวกเตอร์การกระจัดของแต่ละข้อ i บนระนาบอ้างอิง ได้แก่

$$\{\delta_i\} = [U_{0i} \quad V_{0i} \quad \phi_{x0i} \quad \phi_{y0i} \quad w_{0i} \quad w_{,xi} \quad w_{,yi}]^T \quad \dots 2.1.1.19$$

และเวกเตอร์การกระจัดของชิ้นส่วน ได้แก่

$$\{\delta_e\} = [\delta_1 \quad \delta_2 \quad \delta_3 \quad \delta_4]^T \quad \dots 2.1.1.20$$

แทนค่าสมการที่ 2.1.1.15 และ 2.1.1.17 ลงในสมการที่ 2.1.1.7 จะได้ความสัมพันธ์ของความเครียดกับระดับชั้นความเสถียรที่ข้อดังนี้

$$\{\varepsilon^0\} = [B_1 \quad B_2 \quad B_3 \quad B_4] \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{Bmatrix}$$

หรือ $\{\varepsilon^0\} = [B]\{\delta_e\} \quad \dots 2.1.1.21$

$$\text{เมื่อ } \{\varepsilon^0\} = [\varepsilon_x^0 \quad \varepsilon_y^0 \quad \varepsilon_{yx}^0 \quad \varepsilon_{xz}^0 \quad \varepsilon_{yz}^0 \quad K_x^1 \quad K_y^1 \quad K_{xy}^1 \quad K_{xz}^2 \quad K_{yz}^2 \quad K_x^3 \quad K_y^3 \quad K_{xy}^3]^T$$

สำหรับรายละเอียดการหา $N_{i,x}, N_{i,y}, f_{i,x}, f_{i,y}, f_{i,xx}, f_{i,yy}, f_{i,xy}, \dots$ นั้นแสดงไว้ในภาคผนวก ก.

จากหลักการของพลังงาน พลังงานความเครียดภายในเนื่องจากการดัดและการเฉือน สามารถหาได้ โดยการอินทิเกรตความเครียดกับแรงเค้นลัพธ์บนพื้นที่ของชิ้นส่วน ดังแสดงในสมการที่ 2.1.1.22

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_A \{\varepsilon\}^T [N] dA \quad \dots 2.1.1.22$$

เมื่อ $\{\varepsilon\}$ คือความเครียดทั้งหมดโดยรวมถึงแรงเฉือนด้วย
 $[N]$ คือเวกเตอร์ของแรงเค้นลัพธ์ทั้งหมด รวมถึงเทอมกำลังสูงด้วย

เมื่อแทนค่าสมการที่ 2.1.1.12 และสมการที่ 2.1.1.21 ลงในสมการที่ 2.1.1.22 แล้วจะได้

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_A \{\delta_e\}^T [B]^T [D][B] \{\delta_e\} dA \quad \dots 2.1.1.23$$

หรือ $\Pi = \frac{1}{2} \{\delta_e\}^T [K_e] \{\delta_e\} \quad \dots 2.1.1.24$

เมื่อ $[K_e] = \int_A [B]^T [D][B] dA \quad \dots 2.1.1.25$

ซึ่งเป็นเมตริกซ์สติเฟเนสของชิ้นส่วน e

การอินทิเกรตเชิงตัวเลข (Numerical Integration)

การอินทิเกรตแบบเกาส์ (Gauss quadrature) เป็นวิธีการที่ใช้ในการหาค่าการอินทิเกรต ในสมการที่ 2.1.1.25 (รายละเอียดดังแสดงในภาคผนวก ข.) โดยในที่นี้จะใช้จุดเกาส์ 3x3 ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} [K_e] &= \iint_A [B]^T [D][B] dx dy \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D][B] |J| dr ds \\ &= \sum_i \sum_j w_i w_j |J| [B]^T [D][B] \end{aligned} \quad \dots 2.1.1.26$$

เมื่อ $|J| = \sum_{i=1}^4 N_{i,r} x_i \cdot \sum_{i=1}^4 N_{i,s} y_i - \sum_{i=1}^4 N_{i,s} x_i \cdot \sum_{i=1}^4 N_{i,r} y_i$

รายละเอียดดังแสดงในภาคผนวก ก.

จุดเกาส์ 3x3 ได้แก่ $\frac{\sqrt{15}}{5}, 0, -\frac{\sqrt{15}}{5}$

และ w_i, w_j คือน้ำหนักของจุดเกาส์ทั้งสามที่ใช้ $= 5/9, 8/9, 5/9$ ตามลำดับ

การหาเวกเตอร์ของแรงกระทำ (Applied Load Vector)

เวกเตอร์ของแรงสามารถหาได้โดยอาศัยหลักการของงานเสมือน (principle of virtual work) ซึ่งจะได้เวกเตอร์ของแรงของแต่ละข้อ ดังนี้

$$\{F_i\} = \begin{Bmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \\ \vdots \\ F_{w,yi} \end{Bmatrix} = q_0 \sum \sum w_i w_j |J| \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ f_i \\ g_i \\ h_i \end{Bmatrix} \quad \dots 2.1.1.27$$

เมื่อ q_0 คือ ความเข้มของแรงต่อพื้นที่

$|J|$ คือ ตัวกำหนด (determinant) ของเมตริกซ์ยาโคบี (Jacobian matrix)

w_i คือ น้ำหนักของจุดเกาส์

และสำหรับแต่ละชิ้นส่วน เวกเตอร์ของแรงจะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\{F_e\} = [F_1 \ F_2 \ F_3 \ F_4]^T \quad \dots 2.1.1.28$$

การสร้างสมการความเค้น (Stress Formulation)

ความเครียดที่จุดใดๆ จะสัมพันธ์กับความเค้นบนระนาบอ้างอิงดังสมการที่ 2.1.1.29

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & z & 0 & 0 & 0 & 0 & z^3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & z & 0 & 0 & 0 & 0 & z^3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & z & 0 & 0 & 0 & 0 & z^3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & z^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & z^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \vdots \\ K_{xy}^3 \end{Bmatrix}$$

$$\text{หรือ} \quad \{\varepsilon\} = [B_1] \{\varepsilon^0\} \quad \dots 2.1.1.29$$

ซึ่งเมื่อแทนสมการที่ 2.1.1.21 ลงในสมการที่ 2.1.1.29 จะได้

$$\{\varepsilon\} = [B_1][B]\{\delta_e\} = [B_2]\{\delta_e\} \quad \dots 2.1.1.30$$

เมื่อแทนค่าเวกเตอร์การกระจัด ลงในสมการที่ 2.1.1.30 ก็จะได้ค่าความเครียด และเมื่อแทนค่าลงในสมการที่ 2.1.1.10 ก็จะได้ทราบค่าความเค้นที่จุดเกาส์ 2x2 ใดๆ ในโครงสร้าง หากต้องการหาที่ชั่วจะใช้เทคนิคการเกลางแรงเค้น (load stress smoothing) นั่นคือหาจากค่าเฉลี่ยของความเค้น ณ จุดเกาส์รอบๆ ขั้วนั้น

สำหรับเงื่อนไขที่ขอบรองรับได้แสดงดังตารางที่ 2.1.1.1 โดยเป็นเงื่อนไขของขอบรองรับที่มีค่า x คงที่ ส่วนกรณีของขอบรองรับที่มีค่า y คงที่ ก็ให้เปลี่ยนดัชนีล่างจาก x เป็น y

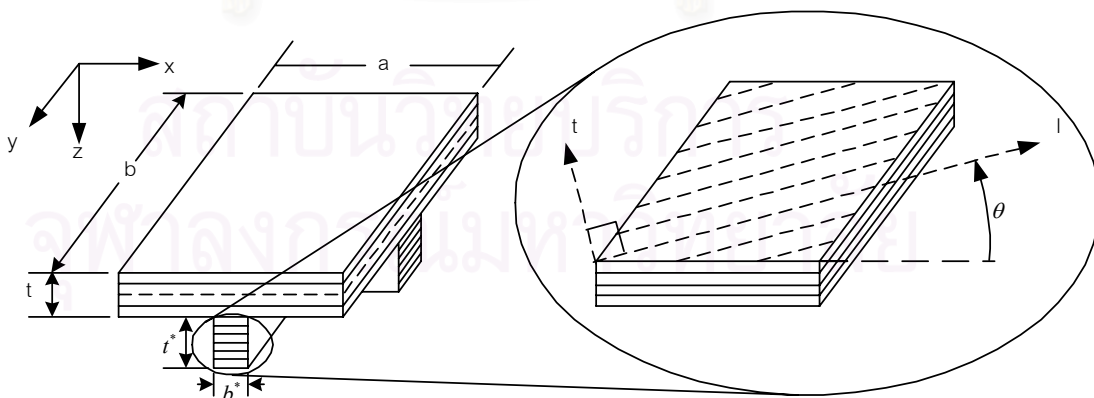
ตารางที่ 2.1.1.1 เงื่อนไขที่ขอบรองรับกรณีที่มีค่า x คงที่

ขอบรองรับแบบธรรมดา	ขอบรองรับแบบยึดแน่น	ขอบรองรับแบบอิสระ
$U \neq 0$, $V = 0$	$U = 0$, $V = 0$	$U \neq 0$, $V \neq 0$
$\phi_{x0} \neq 0$, $\phi_{y0} = 0$	$\phi_{x0} = 0$, $\phi_{y0} = 0$	$\phi_{x0} \neq 0$, $\phi_{y0} \neq 0$
$w = 0$, $w_{,x0} \neq 0$	$w = 0$, $w_{,x0} = 0$	$w \neq 0$, $w_{,x0} \neq 0$
$w_{,y0} = 0$	$w_{,y0} = 0$	$w_{,y0} \neq 0$

2.1.2 การสร้างสมการสำหรับชิ้นส่วนเสริมกำลัง (Stiffener Element Formulation)

สนามการกระจัด (Displacement Field)

^[11]ในการวิเคราะห์ชิ้นส่วนเสริมกำลัง จะพิจารณาเฉพาะชิ้นส่วนที่มีการเสริมกำลัง โดยการเสริมกำลังจะอยู่ในแนวขนานกับแกน x และแกน y ซึ่งจะเสริมกำลังตลอดความกว้างหรือความยาวของชิ้นส่วนนั้น และจะถือเอาระนาบกลางของแผ่นเป็นระนาบอ้างอิงของส่วนเสริมกำลังด้วยดังแสดงในรูปที่ 2.1.2.1



รูปที่ 2.1.2.1 แผ่นพื้นและส่วนเสริมกำลังในแนวแกน x และแกน y และ แกนอ้างอิง ของวัสดุในส่วนเสริมกำลัง

ในกรณีที่ที่มีการเสริมกำลังในแนวแกน x ฟังก์ชันการกระจัดสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} U(x, y, z) &= U_0 + z\phi_{x0} + z^2\xi_{x0} + z^3\zeta_{x0} \\ W(x, y, z) &= W(x, y, 0) = W_0 = w \end{aligned} \quad \dots 2.1.2.1$$

ทำนองเดียวกันในกรณีที่มีการเสริมกำลังในแนวแกน y ฟังก์ชันการกระจัดสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} V(x, y, z) &= V_0 + z\phi_{y0} + z^2\xi_{y0} + z^3\zeta_{y0} \\ W(x, y, z) &= W(x, y, 0) = W_0 = w \end{aligned} \quad \dots 2.1.2.2$$

และจากเงื่อนไขที่ผิวบนของแผ่นพื้นและผิวล่างของส่วนเสริมกำลังไม่มีความเค้นเฉือนตามขวาง ดังนั้น

$$\tau_{xz}(x, y, z) = 0 \quad , \quad \tau_{yz}(x, y, z) = 0 \quad \dots 2.1.2.3$$

เมื่อ $z = +(t^* + t/2)$ และ $-t/2$

และสำหรับวัสดุประเภทออร์โททรอปิก สามารถเขียนได้ว่า

$$\varepsilon_{xz}(x, y, z) = 0 \quad , \quad \varepsilon_{yz}(x, y, z) = 0 \quad \dots 2.1.2.4$$

เมื่อ $z = +(t^* + t/2)$ และ $-t/2$

จากความสัมพันธ์ของความเครียดและการกระจัดจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xz} &= \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \\ \varepsilon_{xz} &= \phi_{x0} + 2z\xi_{x0} + 3z^2\zeta_{x0} + W_{0,x} \end{aligned}$$

และจากเงื่อนไขตามสมการที่ 2.1.2.3 จะได้

$$\text{เมื่อ } z = -t/2 : \quad \varepsilon_{xz} = \phi_{x0} + 2(-t/2)\xi_{x0} + 3(-t/2)^2\zeta_{x0} + W_{0,x} = 0$$

$$\text{เมื่อ } z = t^* + t/2 : \quad \varepsilon_{xz} = \phi_{x0} + 2(t^* + t/2)\xi_{x0} + 3(t^* + t/2)^2\zeta_{x0} + W_{0,x} = 0$$

ดังนั้นจะได้

$$\zeta_{x0} = \frac{-(\phi_{x0} + W_{0,x})}{\frac{3}{2}t(t^* + t/2)} = \frac{-(\phi_{x0} + W_{0,x})}{A}$$

$$\xi_{x0} = \frac{(\phi_{x0} + W_{0,x})}{2A/3t^*} = \frac{(\phi_{x0} + W_{0,x})}{B}$$

นั่นคือสำหรับกรณีที่มีการเสริมกำลังในแนวแกน x สมการที่ 2.1.2.1 สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} U(x, y, z) &= U_0 + z[\phi_{x0} + (z/B)(W_{0,x} + \phi_{x0}) - (z^2/A)(W_{0,x} + \phi_{x0})] \\ W(x, y, z) &= W_0 = w \end{aligned} \quad \dots 2.1.2.5$$

สำหรับกรณีที่มีการเสริมกำลังในแนวแกน y สมการที่ 2.1.2.2 สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} V(x, y, z) &= V_0 + z[\phi_{y0} + (z/B)(W_{0,y} + \phi_{y0}) - (z^2/A)(W_{0,y} + \phi_{y0})] \\ W(x, y, z) &= W_0 = w \end{aligned} \quad \dots 2.1.2.6$$

ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการกระจัด (Strain – Displacement Relations)

เวกเตอร์ความเครียดสำหรับกรณีที่มีการเสริมกำลังในแนวแกน x สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \{\varepsilon_s\} &= \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_{xz}^0 \end{Bmatrix}_s = \begin{Bmatrix} \partial U / \partial x \\ \partial U / \partial z + \partial W / \partial x \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xs}^0 \\ \varepsilon_{xzs}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} K_{xs}^1 \\ K_{xzs}^1 \end{Bmatrix} + z^2 \begin{Bmatrix} K_{xs}^2 \\ K_{xzs}^2 \end{Bmatrix} + z^3 \begin{Bmatrix} K_{xs}^3 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad \dots 2.1.2.7$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ} \quad \varepsilon_{xs}^0 &= U_{0,x} \quad , \quad K_{xs}^1 = \phi_{x0,x} \quad , \quad \varepsilon_{xzs}^0 = \phi_{x0} + W_{0,x} \\ K_{xs}^2 &= (\partial^2 w / \partial x^2 + \phi_{x0,x}) / B \quad , \quad K_{xs}^3 = -(\partial^2 w / \partial x^2 + \phi_{x0,x}) / A \\ K_{xzs}^1 &= 2(\partial w / \partial x + \phi_{x0}) / B \quad , \quad K_{xzs}^2 = -3(\partial w / \partial x + \phi_{x0}) / A \\ A &= (3t/2)(t^* + t/2) \quad , \quad B = 2A/3t^* \end{aligned}$$

กรณีที่มีการเสริมกำลังในแนวแกน y สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \{\varepsilon_s\} &= \begin{Bmatrix} \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{yz}^0 \end{Bmatrix}_s = \begin{Bmatrix} \partial V / \partial y \\ \partial V / \partial z + \partial W / \partial y \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} \varepsilon_{ys}^0 \\ \varepsilon_{yzs}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} K_{ys}^1 \\ K_{yzs}^1 \end{Bmatrix} + z^2 \begin{Bmatrix} K_{ys}^2 \\ K_{yzs}^2 \end{Bmatrix} + z^3 \begin{Bmatrix} K_{ys}^3 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad \dots 2.1.2.8$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ} \quad \varepsilon_{ys}^0 &= V_{0,y} \quad , \quad K_{ys}^1 = \phi_{y0,y} \quad , \quad \varepsilon_{yzs}^0 = \phi_{y0} + W_{0,y} \\ K_{ys}^2 &= (\partial^2 w / \partial y^2 + \phi_{y0,y}) / B \quad , \quad K_{ys}^3 = -(\partial^2 w / \partial y^2 + \phi_{y0,y}) / A \\ K_{yzs}^1 &= 2(\partial w / \partial y + \phi_{y0}) / B \quad , \quad K_{yzs}^2 = -3(\partial w / \partial y + \phi_{y0}) / A \\ A &= (3t/2)(t^* + t/2) \quad , \quad B = 2A/3t^* \end{aligned}$$

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด (Stress – Strain Relations)

สำหรับกรณีที่มีการเสริมกำลังในแนวแกน x ความเค้นของชั้นที่ n มีความสัมพันธ์กับความเครียด ดังแสดงในสมการที่ 2.1.2.9

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xs} \\ \sigma_{xzs} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & 0 \\ 0 & S_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_{xz}^0 \end{Bmatrix} \quad \dots 2.1.2.9$$

สำหรับกรณีที่มีการเสริมกำลังในแนวแกน y จะได้

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{ys} \\ \sigma_{yzs} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{22} & 0 \\ 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{yz}^0 \end{Bmatrix} \quad \dots 2.1.2.10$$

เมื่อ $S_{11} = C^4 c'_{11} + S^4 c'_{22} + 2C^2 S^2 (c'_{12} + 2c'_{44})$

$$S_{55} = S^2 c'_{66} + C^2 c'_{55}$$

$$S_{22} = S^4 c'_{11} + C^4 c'_{22} + 2C^2 S^2 (c'_{12} + 2c'_{44})$$

$$S_{66} = C^2 c'_{66} + S^2 c'_{55}$$

$$C = \cos \theta \quad , \quad S = \sin \theta$$

$$c'_{11} = E_l / [1 - (\nu_{ll})^2 E_t / E_l] \quad , \quad c'_{22} = c'_{11} E_t / E_l$$

$$c'_{12} = \nu_{ll} c'_{22} \quad , \quad c'_{44} = G_{ll} \quad , \quad c'_{55} = G_{zt} \quad , \quad c'_{66} = G_{zt}$$

θ คือมุมของแกนหลัก l เทียบกับแกน x

โดยที่ E_l คือมอดุลัสยืดหยุ่นในทิศทางขนานกับเส้นใย

E_t คือมอดุลัสยืดหยุ่นในทิศทางตั้งฉากกับเส้นใย

ν_{ll} คืออัตราส่วนปัวซองส์สำหรับความเครียดในทิศทาง l เมื่อมีความเค้นในทิศทาง l

G_{ll} คือมอดุลัสเฉือนในระนาบ lt

G_{tz} คือมอดุลัสเฉือนในระนาบ tz

G_{lz} คือมอดุลัสเฉือนในระนาบ tz

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเค้นลัพธ์กับความเครียด (Stress Resultant – Strain Relations)

สำหรับกรณีที่มีการเสริมกำลังในแนวแกน x จากสมการที่ 2.1.2.7 และ 2.1.2.9 เมื่อทำการอินทิเกรตชั้นต่อชั้นตลอดความหนาและความกว้าง จะได้แรงเค้นลัพธ์ ดังสมการที่ 2.1.2.11

$$\begin{aligned} (N_{xs}, M_{xs}, T_{xs}, P_{xs}) &= \iint \sigma_{xs} (1, z, z^2, z^3) dy dz \\ (Q_{xzs}, T_{xzs}, R_{xzs}) &= \iint \tau_{xzs} (1, z, z^2) dy dz \end{aligned} \quad \dots 2.1.2.11$$

ซึ่งสามารถเขียนอธิบายในรูปเมตริกซ์ ได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} N_{xs} \\ Q_{xzs} \\ M_{xs} \\ T_{xzs} \\ T_{xs} \\ R_{xzs} \\ P_{xs} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E^0 & 0 & E^1 & 0 & E^2 & 0 & E^3 \\ & F^0 & 0 & F^1 & 0 & F^2 & 0 \\ & & E^2 & 0 & E^3 & 0 & E^4 \\ & & & F^2 & 0 & F^3 & 0 \\ & sym & & & E^4 & 0 & E^5 \\ & & & & & F^4 & 0 \\ & & & & & & E^6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xs}^0 \\ \varepsilon_{xzs}^0 \\ K_{xs}^1 \\ K_{xzs}^1 \\ K_{xs}^2 \\ K_{xzs}^2 \\ K_{xs}^3 \end{Bmatrix}$$

หรือ $\{N_s\} = [D_s]\{\varepsilon_s^0\}$...2.1.2.12

เมื่อ $(E^0, E^1, E^2, E^3, E^4, E^5, E^6) = \iint S_{11}(1, z, z^2, z^3, z^4, z^5, z^6) dydz$
 $(F^0, F^1, F^2, F^3, F^4) = \iint S_{55}(1, z, z^2, z^3, z^4) dydz$

และจากรูปที่ 2.1.1.2 สามารถเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} E^0 &= \sum_{k=1}^n S_{11} b_k^* (z_k - z_{k-1}), & E^1 &= \sum_{k=1}^n S_{11} b_k^* \frac{(z_k^2 - z_{k-1}^2)}{2}, & E^2 &= \sum_{k=1}^n S_{11} b_k^* \frac{(z_k^3 - z_{k-1}^3)}{3} \\ E^3 &= \sum_{k=1}^n S_{11} b_k^* \frac{(z_k^4 - z_{k-1}^4)}{4}, & E^4 &= \sum_{k=1}^n S_{11} b_k^* \frac{(z_k^5 - z_{k-1}^5)}{5}, & E^5 &= \sum_{k=1}^n S_{11} b_k^* \frac{(z_k^6 - z_{k-1}^6)}{6} \\ E^6 &= \sum_{k=1}^n S_{11} b_k^* \frac{(z_k^7 - z_{k-1}^7)}{7}, & F^0 &= \sum_{k=1}^n S_{55} b_k^* (z_k - z_{k-1}), & F^1 &= \sum_{k=1}^n S_{55} b_k^* \frac{(z_k^2 - z_{k-1}^2)}{2} \\ F^2 &= \sum_{k=1}^n S_{55} b_k^* \frac{(z_k^3 - z_{k-1}^3)}{3}, & F^3 &= \sum_{k=1}^n S_{55} b_k^* \frac{(z_k^4 - z_{k-1}^4)}{4}, & F^4 &= \sum_{k=1}^n S_{55} b_k^* \frac{(z_k^5 - z_{k-1}^5)}{5} \end{aligned}$$

สำหรับกรณีที่มีการเสริมกำลังในแนวแกน y จะได้สมการที่ 2.1.2.12 โดยตัวแปรในเมตริกซ์ $[D_s]$ เปลี่ยนจาก S_{11}, S_{55} เป็น S_{22}, S_{66} ตามลำดับ

การสร้างสมการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Formulation)

ความเครียดของส่วนเสริมกำลังสามารถอธิบายในรูปของระดับชั้นความถี่ที่ตัวของชั้นส่วนแผ่นพื้นตั้ง สมการที่ 2.1.2.13

$$\{\varepsilon_s^0\} = [B_s]\{\delta_s\} \quad \dots 2.1.2.13$$

เมื่อ $[B_s] = [B_{s1} \ B_{s2} \ B_{s3} \ B_{s4}]$

สำหรับกรณีที่มีการเสริมกำลังในแนวแกน x

$$B_{si} = \begin{bmatrix} N_{i,x} & & & & \\ & N_i & f_{i,x} & g_{i,x} & h_{i,x} \\ & N_{i,x} & & & \\ & d_1 N_i & d_1 f_{i,x} & d_1 g_{i,x} & d_1 h_{i,x} \\ & d_2 N_{i,x} & d_2 f_{i,xx} & d_2 g_{i,xx} & d_2 h_{i,xx} \\ & d_3 N_i & d_3 f_{i,x} & d_3 g_{i,x} & d_3 h_{i,x} \\ & d_4 N_{i,x} & d_4 f_{i,xx} & d_4 g_{i,xx} & d_4 h_{i,xx} \end{bmatrix}$$

สำหรับกรณีที่มีการเสริมกำลังในแนวแกน y

$$B_{si} = \begin{bmatrix} & N_{i,y} & & & \\ & & N_i & f_{i,y} & g_{i,y} & h_{i,y} \\ & & N_{i,y} & & & \\ & & d_1 N_i & d_1 f_{i,y} & d_1 g_{i,y} & d_1 h_{i,y} \\ & & d_2 N_{i,y} & d_2 f_{i,yy} & d_2 g_{i,yy} & d_2 h_{i,yy} \\ & & d_3 N_i & d_3 f_{i,y} & d_3 g_{i,y} & d_3 h_{i,y} \\ & & d_4 N_{i,y} & d_4 f_{i,yy} & d_4 g_{i,yy} & d_4 h_{i,yy} \end{bmatrix}$$

เมื่อ $d_1 = 2/B$, $d_2 = 1/B$, $d_3 = -3/A$, $d_4 = -1/A$
 B_{si} เป็นเมตริกซ์ขนาด 7×7

และจากหลักการของพลังงาน เช่นเดียวกับในแผ่นพื้นที่ที่มีการเสริมกำลัง จะสามารถหาเมตริกซ์สติฟเนสได้ดังนี้

$$[K_e]_{xx} = \int [B_s]^T [D_s] [B_s] dx \quad \dots 2.1.2.14$$

สำหรับในกรณีที่มีการเสริมกำลังในแนวแกน y การคำนวณก็ทำนองเดียวกัน นั่นคือ

$$[K_e]_{yy} = \int [B_s]^T [D_s] [B_s] dy \quad \dots 2.1.2.15$$

การอินทิเกรตเชิงตัวเลข (Numerical Integration)

ในการอินทิเกรตจะใช้หลักการของการอินทิเกรตแบบเกาส์ โดยมีจุดเกาส์ 2 จุดโดยระบุค่าแกน s ในชั้น ส่วนจากตำแหน่งของส่วนเสริมกำลัง สำหรับกรณีที่มีส่วนเสริมกำลังในแกน x ส่วนกรณีที่มีส่วนเสริมกำลังในแกน y จะระบุค่าแกน r แทน ดังนั้นในกรณีที่มีการเสริมกำลังในแกน x เมตริกซ์สติฟเนสสามารถหาได้โดย

$$[K_e]_{xs} = \sum_i w_i |J| [B_s]^T [D_s] [B_s] \quad \dots 2.1.2.16$$

โดย $|J| = \sum_1^4 N_{i,r} x_i$

เมื่อ s มีค่าเท่ากับตำแหน่งของส่วนเสริมกำลัง (เป็นค่าคงที่)

ในกรณีที่มีการเสริมกำลังในแกน y เมตริกซ์สติเฟเนสสามารถหาได้ทำนองเดียวกันโดย $|J|$ หาได้โดย

$$|J| = \sum_1^4 N_{i,s} y_i$$

เมื่อ r มีค่าเท่ากับตำแหน่งของส่วนเสริมกำลัง (เป็นค่าคงที่) เช่นเดียวกัน

รายละเอียดของค่า $|J|$ แสดงไว้ในภาคผนวก ข.

การสร้างสมการความเค้น (Stress Formulation)

ความเครียดที่จุดของส่วนเสริมกำลังในแกน x มีความสัมพันธ์กับความเครียดบนระนาบอ้างอิงดังสมการที่ 2.1.2.17

$$\{\varepsilon_s\} = [H] \{\bar{\varepsilon}_s\} \quad \dots 2.1.2.17$$

เมื่อ $[H] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & z & 0 & z^2 & 0 & z^3 \\ 0 & 1 & 0 & z & 0 & z^2 & 0 \end{bmatrix}$

$$\{\bar{\varepsilon}_s\} = [\varepsilon_{xs}^0 \quad \varepsilon_{xzs}^0 \quad K_{xs}^1 \quad K_{xzs}^1 \quad K_{xs}^2 \quad K_{xzs}^2 \quad K_{xs}^3]^T$$

หรือมีความสัมพันธ์กับเวกเตอร์การกระจัดดังสมการที่ 2.1.2.18

$$\{\varepsilon_s\} = [H][B_s]\{\delta_e\} \quad 2.1.2.18$$

จากค่าการกระจัด เมื่อแทนค่าลงในสมการที่ 2.1.2.18 จะได้ค่าความเครียด และเมื่อแทนค่าลงในสมการที่ 2.1.2.9 ในกรณีที่มีการเสริมกำลังในแกน x หรือสมการที่ 2.1.2.10 ในกรณีที่มีการเสริมกำลังในแกน y จะได้เวกเตอร์ของความเค้น ณ จุดเกาส์ที่เลือก

2.2 ทฤษฎีเกี่ยวกับแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย

^[5]วัสดุประเภทพลาสติกเสริมเส้นใยเป็นวัสดุผสมซึ่งเกิดจากการนำเส้นใยมาวางเรียงกันโดยมีเมตริกซ์โพลีเมอร์เป็นตัวประสาน เมตริกซ์โพลีเมอร์ที่ใช้อาจเป็น thermosetting หรือ thermoplastic ก็ได้ และเนื่องจากเป็นวัสดุผสม ดังนั้นคุณสมบัติต่างๆ ของวัสดุชนิดนี้จึงไม่เหมือนคุณสมบัติของเส้นใยบริสุทธิ์ แต่จะขึ้นกับชนิดและปริมาณของเส้นใยในเมตริกซ์โพลีเมอร์ อีกทั้งปัจจัยด้านสิ่งแวดล้อมบางอย่างก็มีผลต่อคุณสมบัติของวัสดุชนิดนี้ด้วย ซึ่งจะกล่าวในรายละเอียดต่อไป นอกจากนี้รูปแบบของพลาสติกเสริมเส้นใยที่เลือกใช้ก็มีส่วนช่วยให้เกิดความสะดวกในการใช้งานและสามารถใช้งานได้อย่างมีประสิทธิภาพด้วย สำหรับในงานซ่อมแซมนั้น เลือกใช้พลาสติกเสริมเส้นใยในรูปแบบแผ่น เนื่องจากสะดวกในการติดตั้งและสามารถใช้งานในพื้นที่จำกัดได้อีกด้วย

2.2.1 สมบัติเชิงกายภาพและเชิงกล

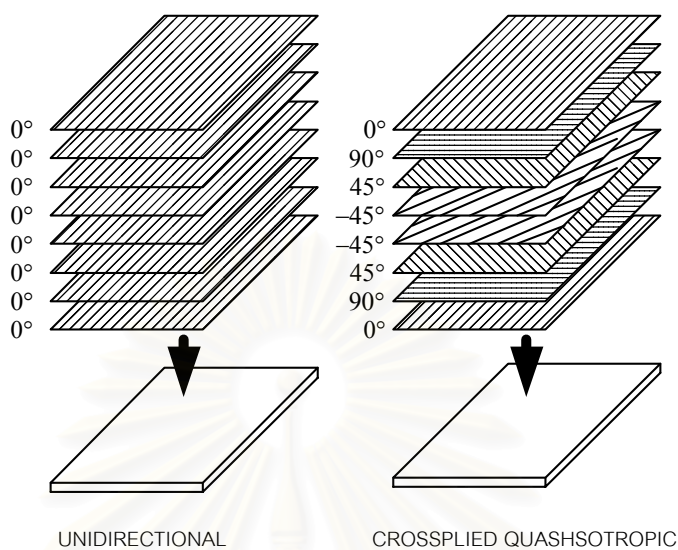
ปัจจัยที่สำคัญที่มีผลต่อสมบัติของวัสดุชนิดนี้ ได้แก่ ปริมาณและชนิดของเส้นใย ชนิดของเมตริกซ์โพลีเมอร์ ขนาดของวัสดุ การควบคุมคุณภาพในการผลิต เป็นต้น

ตารางที่ 2.2.1.1 กำลังและมอดุลัสรับแรงดึงของพลาสติกเสริมเส้นใย^[6]

ชนิดของเส้นใย	มอดุลัสรับแรงดึง (MPa)	กำลังต้านทานแรงดึง (MPa)	ความเครียดวิบัติ (%)
Glass			
E-Glass	72400	3450	4.8
S-Glass	86900	4300	5.0
Carbon			
T-300	231000	3650	1.4
HSB	344500	2340	0.58
Aramid			
Kevlar 49	131000	3620	2.8
Twaron 1055	127000	3600	2.5

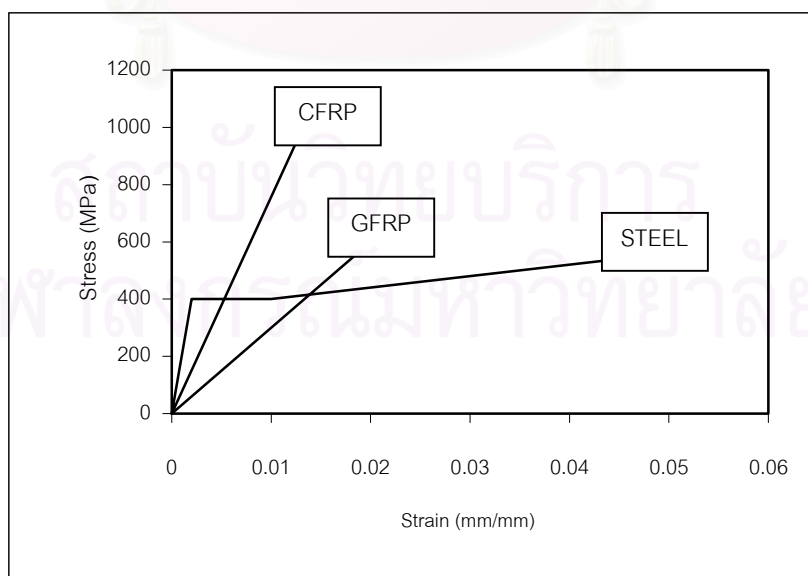
เส้นใยที่นิยมนำมาใช้กับงานด้านวิศวกรรมโยธา ได้แก่ แก้ว คาร์บอน อรามิด คุณสมบัติของพลาสติกเสริมเส้นใยชนิดต่างๆแตกต่างกันดังแสดงในตารางที่ 2.2.1.1 ในงานซ่อมแซมมักใช้วัสดุชนิดนี้ในรูปแบบของแผ่น (sheet) หรือแผ่นซ้อน (laminat) ซึ่งเกิดจากการจัดเรียงเส้นใยและเมตริกซ์เป็นชั้นบางๆ หลายๆ ชั้น ตามความหนาที่ต้องการดังแสดงในรูปที่ 2.2.1.1 ทิศทางการวางตัวของเส้นใยในแต่ละชั้น จะเป็นตัวกำหนดคุณสมบัติเชิงพิกัดและเชิงกล การจัดวางเส้นใยให้ไปในทิศทางเดียว (unidirectional) จะทำให้วัสดุผสมนี้เป็นวัสดุผสมประเภทที่มีคุณสมบัติหลักใน 2 ทิศทาง คือ ทิศทางซึ่งขนานและตั้งฉากกับการวางตัวของเส้นใย โดยจะมีกำลัง

สูงสุดและมอดุลัสสูงสุดในทิศทางการวางตัวของเส้นใย การจัดวางเส้นใยสามารถทำเป็น 2 ทิศทาง หรือ 3 ทิศทางก็ได้ตามต้องการ โดยจะให้คุณสมบัติในแต่ละทิศทางตามสัดส่วนของปริมาณเส้นใยในทิศทางนั้น



รูปที่ 2.2.1.1 การวางตัวของเส้นใยในการผลิตแผ่นชั้นซ้อน^[5]

จากรูปที่ 2.2.1.2 แสดงความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดของพลาสติกเสริมเส้นใยแก้ว พลาสติกเสริมเส้นใยคาร์บอนเปรียบเทียบกับเหล็ก จะเห็นได้ว่าพฤติกรรมของพลาสติกเสริมเส้นใยจะเป็นแบบเชิงเส้นจนกระทั่งถึงจุดวิบัติ อย่างไรก็ตามการวิบัติจะเกิดขึ้นเมื่อค่าความเครียดมีค่าค่อนข้างสูง ดังนั้นชิ้นส่วนซึ่งเสริมด้วยพลาสติกเสริมเส้นใยจะมีระยะการโก่งตัวมากกว่าจนถึงจุดวิบัติ



รูปที่ 2.2.1.2 ความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดของพลาสติกเสริมเส้นใยและเหล็ก^[8]

สำหรับพฤติกรรมการล้าของวัสดุชนิดนี้โดยทั่วไปค่อนข้างดี ในการทดสอบเมื่อให้แรงกระทำซ้ำ 10 ล้านรอบ^[5] พบว่าพลาสติกเสริมเส้นใยคาร์บอนในอีพอกซี (carbon-epoxy composites) ให้ค่ากำลังล้าดีกว่าเหล็ก และจากงานวิจัยอื่นๆ แสดงให้เห็นว่า พลาสติกเสริมเส้นใยแก้วในทิศทางเดียว (unidirectional glass reinforced composites) จะไม่เกิดการล้า ถ้าความเค้นต่ำกว่า 50% ของกำลังดึง

นอกจากนี้เส้นใยแก้วและคาร์บอนสามารถต้านทานการคืบ (creep) ได้ดีมาก แต่ในส่วนเมตริกซ์โพลีเมอร์จะไม่ดีนัก ดังนั้นแนวการวางตัวและปริมาณเส้นใยจึงมีผลต่อพฤติกรรมคืบของพลาสติกเสริมเส้นใย จากงานวิจัยที่ใช้พลาสติกเสริมเส้นใยแก้ว พบว่า การแตกร้าวจากการคืบจะไม่เกิดขึ้นหากความเค้นคงไว้ (sustained stress) ไม่เกิน 60 % ของกำลังที่รับได้^[5] จากงานวิจัยอื่นๆ ได้ทำการทดสอบในระยะยาว (1 ปี) โดยให้แรงกระทำคงไว้ (sustained load) ประมาณ 50 % ของกำลังประลัยของพลาสติกเสริมเส้นใยคาร์บอนและพลาสติกเสริมเส้นใยแก้วที่อุณหภูมิห้อง ผลการทดสอบพบว่าเกิดการคืบเพียงเล็กน้อย^[5] แต่ในเส้นใยอรามิด พบว่า เกิดการวิบัติจากการคืบ^[5] อย่างไรก็ตาม PPD-T aramid fiber สามารถต้านทานการวิบัติจากการล้าและการคืบได้^[7]

สำหรับค่าความถ่วงจำเพาะ (specific gravity) วัสดุชนิดนี้มีค่าความถ่วงจำเพาะอยู่ระหว่าง 1.5-2.0 ซึ่งจะเบากว่าเหล็กประมาณ 4 เท่า การที่วัสดุมีน้ำหนักเบา ช่วยลดค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บและการขนส่งและช่วยลดเวลาในการติดตั้งเมื่อปฏิบัติงานจริง

เมื่อพลาสติกเสริมเส้นใยถูกนำมาใช้กับคอนกรีต สิ่งสำคัญคือ พฤติกรรมภายใต้ความเค้นเนื่องจากอุณหภูมิที่เท่ากันของวัสดุ 2 ชนิด ซึ่งวัสดุแต่ละชนิดจะมีการเปลี่ยนรูปไม่เท่ากัน โดยจะขึ้นกับค่าการขยายตัวตามอุณหภูมิ (thermal expansion) ของวัสดุแต่ละชนิด ค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวตามอุณหภูมิของคอนกรีตมีค่าประมาณ $10 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ ^[5] ส่วนสัมประสิทธิ์การขยายตัวตามอุณหภูมิของพลาสติกเสริมเส้นใยแก้ว มีค่าประมาณ $9.9 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ ส่วนพลาสติกเสริมเส้นใยคาร์บอน สัมประสิทธิ์การขยายตัวตามอุณหภูมิมีค่าเกือบศูนย์ ดังนั้น สำหรับพลาสติกเสริมเส้นใยแก้วกับคอนกรีตจึงไม่มีปัญหาการเปลี่ยนรูปที่ต่างกันภายใต้สภาวะที่มีการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิตลอดเวลา แต่อาจมีปัญหาสำหรับพลาสติกเสริมเส้นใยคาร์บอนกับคอนกรีต

2.2.2 ปัจจัยที่มีผลต่อสมบัติเชิงกล

การดูดซึมน้ำของพลาสติกเสริมเส้นใยมีส่วนสำคัญต่อการสูญเสียกำลังและสติเฟ้นส อย่างไรก็ตามมีเรซินบางชนิดซึ่งต้านทานความชื้นได้ดี สามารถนำมาใช้ในงานที่ชื้นส่วนต้องสัมผัสกับความชื้นได้^[5]

เส้นใยส่วนมากมักมีสมบัติไม่ติดไฟง่าย แต่เมตริกซ์โพลีเมอร์ซึ่งประกอบด้วยคาร์บอนและไฮโดรเจนเป็นจำนวนมาก ล้วนเป็นวัสดุที่ติดไฟง่าย ดังนั้นพลาสติกเสริมเส้นใยจะสูญเสียกำลังมากขึ้นเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น เช่นเดียวกับเหล็ก แต่อย่างไรก็ตามสำหรับพลาสติกเสริมเส้นใยที่ใช้เสริมภายในคอนกรีต คอนกรีตจะเปรียบ

เสมือนเครื่องป้องกันจากเปลวไฟ ส่วนพลาสติกเสริมเส้นใยที่ใช้เสริมภายนอกในงานซ่อมแซมจะต้องมีการเคลือบพิเศษเพื่อป้องกันไฟ

พลาสติกเสริมเส้นใยที่นำมาใช้งานให้สัมผัสกับแสงอาทิตย์โดยตรง อาจเกิดความเสียหายจากรังสีอัลตราไวโอเล็ตได้ในระยะยาว ทั้งนี้เนื่องจากรังสีอัลตราไวโอเล็ตเป็นสาเหตุให้เกิดปฏิกิริยาทางเคมีในเมทริกซ์โพลีเมอร์ ซึ่งทำให้คุณสมบัติเลวลง การทาสีสามารถช่วยป้องกันรังสีได้ อีกทั้งช่วยตกแต่งให้เกิดความสวยงามอีกด้วย

วัสดุพลาสติกเสริมเส้นใยส่วนมากมักไม่เกิดการสึกกร่อน แต่ในสภาวะแวดล้อมที่เป็นต่างอาจทำให้พลาสติกเสริมเส้นใยแก้วเกิดการสึกกร่อนได้ ในการใช้งาน พื้นผิวที่ติดกับคอนกรีตคืออีพอกซี ซึ่งนอกจากจะเป็นวัสดุช่วยยึดคอนกรีตและพลาสติกเสริมเส้นใยให้ติดกันแล้ว ยังเป็นเครื่องกั้นระหว่างคอนกรีตและพลาสติกเสริมเส้นใยไม่ให้เกิดปฏิกิริยาทางเคมีอีกด้วย อย่างไรก็ตามอีพอกซีที่จะเลือกใช้จะต้องไม่เกิดการแตกร้าวเล็กๆ อันเนื่องมาจากความเค้นจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ เพราะการแตกร้าวเล็กๆ เหล่านี้ทำให้เกิดการซึมผ่านของวัสดุที่เป็นต่างไปยังเส้นใยแก้ว ในปัจจุบันนี้ เรซินชนิดโพลีเอสเตอร์ (polyester resin) ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อนำมาใช้ป้องกันพลาสติกเสริมเส้นใยแก้ว

จากคุณสมบัติต่างๆ ที่กล่าวมาข้างต้น การนำวัสดุพลาสติกเสริมเส้นใยมาใช้งานนั้น ควรเลือกให้เหมาะกับสภาพของงานนั้นๆ ทั้งในส่วนของคุณสมบัติของเส้นใย เมทริกซ์โพลีเมอร์ ปริมาณของเส้นใย อีกทั้งรูปแบบของผลิตภัณฑ์ล้วนมีส่วนช่วยให้เกิดประสิทธิภาพในการใช้งานทั้งสิ้น

2.3 การคำนวณสติฟเนสของโครงสร้าง

จากทฤษฎีดังกล่าวเบื้องต้น ในการวิเคราะห์แผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กซึ่งซ่อมแซมด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยสามารถแบ่งการวิเคราะห์ออกเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กและส่วนเสริมกำลังหรือแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย สำหรับส่วนแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กจะจำลองในลักษณะแผ่นชั้นโดยแบ่งเป็นหลายๆ ชั้นทั้งในส่วนของคอนกรีตและเหล็กเสริม ความหนาของชั้นเหล็กเสริมจะมีค่าเท่ากับความหนาเทียบเท่าปริมาณเหล็กเสริมเทียบกับปริมาณคอนกรีต ในส่วนของคอนกรีตอาจแบ่งเป็นหลายๆ ชั้นหรือชั้นเดียวก็ได้ตามต้องการ แต่ทั้งนี้จะมีผลต่อความถูกต้องของการวิเคราะห์ด้วย กล่าวคือหากจำลองเป็นหลายๆ ชั้น ความถูกต้องก็จะมีมากขึ้น นอกจากนี้หากส่วนของคอนกรีตมีความเสียหายคือเกิดรอยแตกร้าวก่อนการซ่อมแซมก็สามารถระบุตำแหน่งที่เกิดรอยแตกร้าวเพื่อลดความสามารถในการรับแรงกระทำของคอนกรีตลงได้ ทำนองเดียวกันแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยก็สามารถแบ่งออกเป็นหลายๆ ชั้นได้ตามที่มีการเสริมให้กับแผ่นพื้น ทั้งนี้สามารถระบุตำแหน่ง ขนาดและทิศทางของแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยได้ จากการจำลองในลักษณะข้างต้น ในแต่ละชั้นจะมีสมบัติในการต้านทานแรงดัดแตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับสติฟเนสของวัสดุแต่ละชนิด

เมตริกซ์สติฟเนสของวัสดุเป็นคุณสมบัติเฉพาะของวัสดุแต่ละชนิด ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญในการคำนวณค่าสติฟเนสของโครงสร้าง สำหรับขั้นตอนในการวิเคราะห์ตามทฤษฎีข้างต้นแสดงไว้ในภาคผนวก ค. โดยจะแบ่งโครงสร้างเป็นชิ้นส่วนเล็กๆ แต่ละชิ้นส่วนจะแบ่งเป็นชั้นๆ แต่ละชั้นอาจมีค่าเมตริกซ์สติฟเนสต่างกันไปตามแต่ชนิดของวัสดุในชั้นนั้น

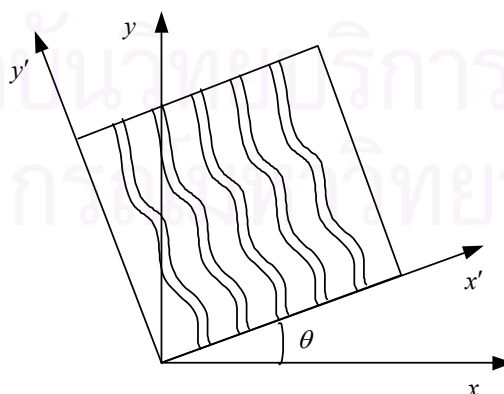
2.3.1 เมตริกซ์สติฟเนสของคอนกรีต^[12]

คอนกรีตเป็นวัสดุประเภทที่มีสมบัติเหมือนกันทุกทิศทาง (isotropic material) โดยเมตริกซ์สติฟเนสของคอนกรีตในช่วงอีลาสติกเป็นไปตามสมการที่ 2.3.1.1

$$[c'] = \frac{E_c}{1-\nu_c^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu_c & 0 & 0 & 0 \\ \nu_c & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu_c}{2} & 0 & 0 \\ sym & & \frac{1-\nu_c}{2} & 0 & \\ & & & & \frac{1-\nu_c}{2} \end{bmatrix} \quad \dots 2.3.1.1$$

หรือตามสมการที่ 2.1.1.10 โดยที่ θ คือมุมของแกนหลักของวัสดุอ้างอิงกับแกน x ของโครงสร้าง ในกรณีนี้เท่ากับศูนย์ และ $[c']$ เป็นเมตริกซ์สติฟเนสตามสมการที่ 2.3.1.1

แต่ถ้าคอนกรีตมีการแตกร้าว จะพิจารณาคอนกรีตเสมือนเป็นวัสดุที่มีคุณสมบัติหลักใน 2 ทิศทาง (orthotropic material) คือในทิศทางขนานและตั้งฉากกับทิศทางของการแตกร้าว ดังนั้นการหาค่าสติฟเนสตามสมการที่ 2.1.1.10 สามารถทำได้โดยค่า θ มีค่าเท่ากับมุมจากแกน x ของโครงสร้างไปยังแกน x' ของรอยแตกร้าว ดังรูปที่ 2.3.1.1



รูปที่ 2.3.1.1 แกนอ้างอิงของรอยแตกร้าว

และ $[c']$ จะขึ้นกับการแตกร้าวโดย

หากเกิดการแตกร้า่วทิศทางเดียว

$$[c'] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & E_c & 0 & 0 & 0 \\ & & \mu G_c & 0 & 0 \\ sym & & & \mu G_c & 0 \\ & & & & \mu G_c \end{bmatrix} \quad \dots 2.3.1.2$$

หากเกิดการแตกร้า่วสองทิศทาง

$$[c'] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & \mu G_c & 0 & 0 \\ sym & & & \mu G_c & 0 \\ & & & & \mu G_c \end{bmatrix} \quad \dots 2.3.1.3$$

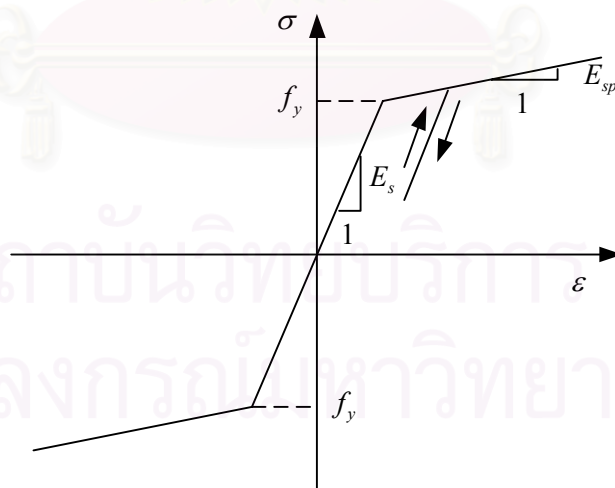
โดย E_c คือมอดุลัสของคอนกรีต

μ คือตัวประกอบลดค่ามอดุลัสเฉือน (shear retention factor) $0 < \mu \leq 1$ (สมมติมีค่า = 0.25)

$G_c = E_c / 2$ คือมอดุลัสเฉือนของคอนกรีตที่เกิดการแตกร้า่วแล้ว

2.3.2 เมตริกซ์สติฟเนสของเหล็กเสริม

ในงานวิจัยนี้จะพิจารณาเหล็กเสริมในลักษณะกระจายตัวเป็นชั้นในโครงสร้าง ซึ่งมีความหนาเทียบเท่าปริมาณเหล็กเสริมในคอนกรีต และอยู่ในระดับเดียวกับตำแหน่งของเหล็กเสริมในโครงสร้าง^[12] ความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดของเหล็กเสริมเป็นเชิงเส้นคู่ (bilinear) ดังแสดงในรูปที่ 2.3.2.1 ในที่นี้ไม่คิดผลจาก dowel action ของเหล็กเสริม และสมมติให้การยึดเหนี่ยวระหว่างเหล็กเสริมกับคอนกรีตเป็นไปอย่างสมบูรณ์



รูปที่ 2.3.2.1 กราฟความสัมพันธ์ความเค้นกับความเครียดของเหล็กเสริม^[12]

ดังนั้นเมตริกซ์สติฟเนสของเหล็กเสริมสามารถคำนวณได้ตามสมการที่ 2.1.1.10 โดยที่ θ เป็นมุมของทิศทางการเสริมเหล็กกับแกน x ของโครงสร้าง ส่วน $[c']$ สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\text{หากเหล็กเสริมยังไม่เกิดการคราก} \quad [c'] = \begin{bmatrix} E_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{sym} & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & & 0 \end{bmatrix} \quad \dots 2.3.2.1$$

$$\text{หากเหล็กเสริมเกิดการครากแล้ว} \quad [c'] = \begin{bmatrix} E_{sp} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{sym} & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & & 0 \end{bmatrix} \quad \dots 2.3.2.2$$

โดย E_s คือมอดุลัสยืดหยุ่นของเหล็ก
 E_{sp} คือมอดุลัสพลาสติกของเหล็ก $= 0.01E_s$

2.3.3 เมตริกซ์สติฟเนสของแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย

พลาสติกเสริมเส้นใยเป็นวัสดุประเภทที่มีสมบัติหลักใน 2 ทิศทาง (orthotropic) คือในทิศทางขนานและตั้งฉากกับทิศทางการวางตัวของเส้นใย เมตริกซ์สติฟเนสสามารถหาได้ดังแสดงในสมการที่ 2.3.3.1^[13]

$$[c'] = \begin{bmatrix} \frac{E_l}{1-\nu_{lt}^2} & \frac{E_l \nu_{lt}}{1-\nu_{lt}^2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_t}{1-\nu_{lt}^2} & \frac{E_t \nu_{lt}}{1-\nu_{lt}^2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_l}{1-\nu_{lt}^2} & \frac{E_t \nu_{lt}}{1-\nu_{lt}^2} & 0 & 0 & 0 \\ \text{sym} & & G_{lt} & 0 & 0 \\ & & & G_{lz} & 0 \\ & & & & G_{tz} \end{bmatrix} \quad \dots 2.3.3.1$$

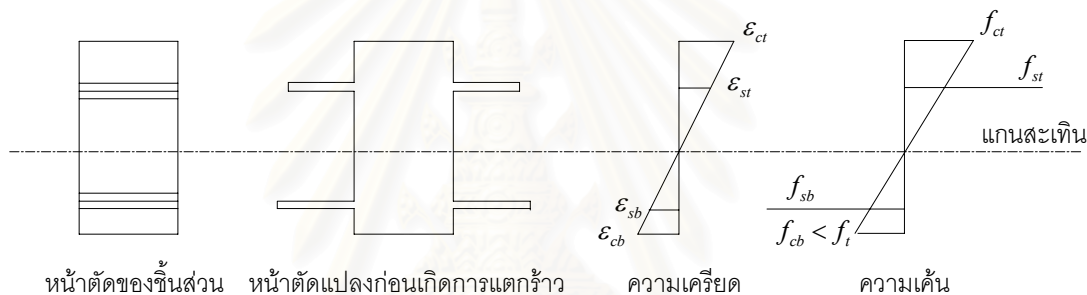
โดยที่ E_l คือมอดุลัสยืดหยุ่นในทิศทางขนานกับเส้นใย
 E_t คือมอดุลัสยืดหยุ่นในทิศทางตั้งฉากกับเส้นใย
 ν_{lt} คืออัตราส่วนปัวซองส์สำหรับความเครียดในทิศทาง t เมื่อมีความเค้นในทิศทาง l
 G_{lt} คือมอดุลัสเฉือนในระนาบ lt
 G_{lz} คือมอดุลัสเฉือนในระนาบ lz
 G_{tz} คือมอดุลัสเฉือนในระนาบ tz

ซึ่งจากทฤษฎีข้างต้น เมื่อใช้แผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยเป็นส่วนเสริมกำลัง ดังนั้นเมตริกซ์สติฟเนสของวัสดุในส่วนเสริมกำลังในสมการที่ 2.1.2.9 และ 2.1.2.10 จึงใช้ตามสมการที่ 2.3.3.1

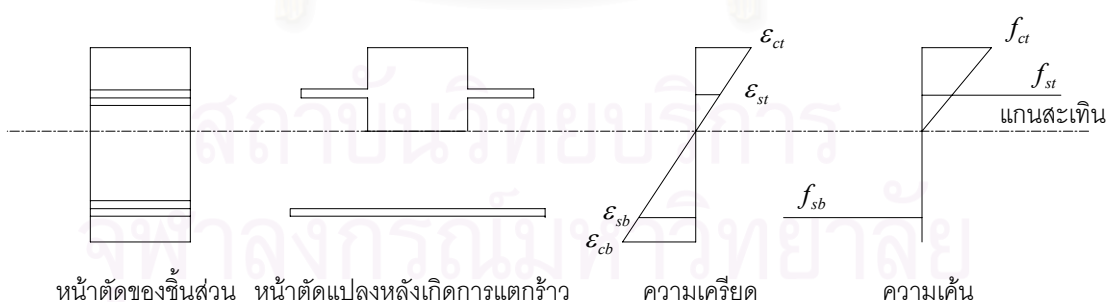
2.4 หลักเกณฑ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์

2.4.1 การลดกำลังต้านทานการดัดของคอนกรีตเมื่อเกิดการแตกร้าว

เนื่องจากคอนกรีตเป็นวัสดุที่มีความสามารถในการรับแรงดึงได้น้อย ดังนั้นหากหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตส่วนรับแรงดึงมีค่าเกินกว่ามอดุลัสแตกร้าวของคอนกรีต (modulus of rupture, f_t) ก็จะทำให้คอนกรีตในส่วนนั้นเกิดการแตกร้าว อันเป็นผลให้กำลังต้านทานการดัดลดลง จากเหตุผลดังกล่าวในการวิเคราะห์ จึงพิจารณาผลของกำลังต้านทานการดัดที่ลดลงโดยการลดพื้นที่รับแรงกระทำของคอนกรีต กล่าวคือ ถ้าคอนกรีตยังไม่เกิดการแตกร้าวจะพิจารณากำลังต้านทานการดัดจากพื้นที่ที่เดิม โดยแผนภาพของความเค้นและความเครียดที่เกิดขึ้นในแต่ละชั้นส่วนเป็นเส้นตรง ดังแสดงในรูปที่ 2.4.1.1 แต่หากในชั้นส่วนใด คอนกรีตเกิดการแตกร้าวจะพิจารณากำลังต้านทานแรงดัดจากพื้นที่ส่วนที่เหลือ โดยแผนภาพของความเค้นและความเครียดในชั้นส่วนนั้น แสดงดังรูปที่ 2.4.1.2



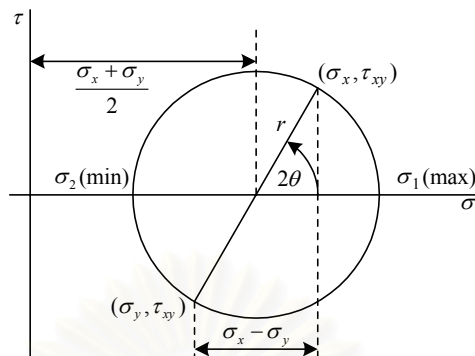
รูปที่ 2.4.1.1 แผนภาพความเค้นและความเครียดที่เกิดขึ้นในแต่ละชั้นส่วนก่อนเกิดการแตกร้าว (พิจารณาในแกนใดแกนหนึ่ง)



รูปที่ 2.4.1.2 แผนภาพความเค้นและความเครียดที่เกิดขึ้นในแต่ละชั้นส่วนหลังเกิดการแตกร้าว (พิจารณาในแกนใดแกนหนึ่ง)

ในการตรวจสอบหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตส่วนรับแรงดึงว่ามีค่าเกินกว่ามอดุลัสแตกร้าวหรือไม่นั้น จะพิจารณาจากหน่วยแรงหลัก (principal stress) ซึ่งเป็นผลรวมจากหน่วยแรงแนวแกน (axial stress) และ

หน่วยแรงเฉือน (shear stress) การหาหน่วยแรงหลักจะใช้วงกลมของมอร์ (Mohr's circle) ช่วย ดังแสดงในรูปที่ 2.4.1.3^[14]



รูปที่ 2.4.1.3 วงกลมของมอร์

จากวงกลมของมอร์ สามารถคำนวณหน่วยแรงหลักได้ดังนี้

$$r = \frac{\sqrt{(2\tau_{xy})^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2}}{2} \quad \dots 2.4.1.1$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sqrt{(2\tau_{xy})^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2}}{2} \quad \dots 2.4.1.2$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y - \sqrt{(2\tau_{xy})^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2}}{2} \quad \dots 2.4.1.3$$

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) \quad \dots 2.4.1.4$$

- โดยที่ σ_1 (max) คือหน่วยแรงหลักสูงสุด
- σ_2 (min) คือหน่วยแรงหลักต่ำสุด
- θ คือมุมของหน่วยแรงหลัก

เมื่อหน่วยแรงหลักที่คำนวณได้ในคอนกรีตเกินกว่าค่าหน่วยแรงดึงที่ยอมให้ จะพิจารณาเป็นคอนกรีตที่เกิดการแตกร้าว 1 ทิศทาง โดยทิศทางของรอยแตกร้าวจะตั้งฉากกับทิศทางของหน่วยแรงหลักที่คำนวณได้ เมื่อคอนกรีตเกิดการแตกร้าว สติฟเนสการดัดจะลดลง ซึ่งสามารถคำนวณค่าได้ดังสมการที่ 2.3.1.2 และหากหน่วยแรงหลักที่คำนวณได้หลังจากลดสติฟเนสการดัดแล้วมีค่าเกินกว่าค่าหน่วยแรงที่ยอมให้ แต่ทิศทางของหน่วยแรงหลักครั้งใหม่ต่างจากทิศทางเดิมไม่เกิน 15 องศา^[15] ให้ถือว่าเป็นการแตกร้าวในทิศทางเดิม หากมากกว่า 15 องศา จะพิจารณาเป็นคอนกรีตที่เกิดการแตกร้าว 2 ทิศทาง ซึ่งสติฟเนสสามารถคำนวณได้จากสมการที่ 2.3.1.3 และสำหรับในส่วนคอนกรีตรับแรงอัดของชิ้นส่วนที่เกิดการแตกร้าวจะลดค่าสติฟเนสการดัดลง โดยใช้มอดุลัสเซแคนต์ (secant modulus) ซึ่งมีค่าเท่ากับ $f'_c / 0.003$ แทนค่ามอดุลัสยืดหยุ่น (E_c) เดิม

2.4.2 การตรวจสอบหน่วยแรงที่ยอมให้

เนื่องจากการวิจัยนี้เป็นการวิเคราะห์เพื่อช่วยในการออกแบบการใช้แผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยในการซ่อมแซมแผ่นพื้น ดังนั้นจึงกำหนดให้ การวิเคราะห์ที่สิ้นสุดลงโดยการตรวจสอบหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในส่วนต่างๆ ของโครงสร้าง ทั้งในส่วนของคองกรีต เหล็กเสริม และพลาสติกเสริมเส้นใย มิให้เกินค่าหน่วยแรงที่ยอมให้ในแต่ละส่วน

สำหรับคองกรีต ตามมาตรฐาน ว.ส.ท. กำหนดให้หน่วยแรงอัดที่เกิดขึ้นที่ผิวของคองกรีต (f_c) จะต้องไม่เกิน 0.45 เท่าของกำลังอัดประลัยของคองกรีต (f'_c) หรือ

$$f_c < 0.45 f'_c \quad \dots 2.4.2.1$$

สำหรับเหล็กเสริม ตามมาตรฐาน ว.ส.ท. กำหนดให้หน่วยแรงดึงที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริม (f_s) จะต้องไม่เกิน 0.5 เท่าของกำลังครากของเหล็กเสริม (f_y) และไม่เกิน 1700 ksc หรือ

$$f_s < 0.5 f_y$$

และ $f_s \leq 1700 \text{ ksc}$ \dots 2.4.2.2

และสำหรับพลาสติกเสริมเส้นใย ตามข้อเสนอแนะการออกแบบการเสริมกำลังด้วยวัสดุผสมเส้นใย^[16] กำหนดให้

$$f_{fd} < \frac{f_{fk}}{\gamma_{mf} \gamma_{mm}} \quad \dots 2.4.2.3$$

- โดยที่
- f_{fd} คือ หน่วยแรงของพลาสติกเสริมเส้นใย
 - f_{fk} คือ กำลังรับแรงดึงระบุของพลาสติกเสริมเส้นใย
 - γ_{mf} คือ อัตราส่วนปลอดภัยของกำลังรับแรงดึง ตามชนิดของพลาสติกเสริมเส้นใย ดังแสดงในตารางที่ 2.4.2.1
 - γ_{mm} คือ อัตราส่วนปลอดภัยของกำลังรับแรงดึง ตามวิธีการผลิตพลาสติกเสริมเส้นใย ดังแสดงในตารางที่ 2.4.2.2

ตารางที่ 2.4.2.1 อัตราส่วนปลอดภัยของกำลังรับแรงดึงตามชนิดของพลาสติกเสริมเส้นใย^[16]

ชนิดของพลาสติกเสริมเส้นใย	อัตราส่วนปลอดภัย (γ_{mf})
Carbon FRP	1.4
Aramid FRP	1.5
Glass FRP	3.5

ตารางที่ 2.4.2.2 อัตราส่วนปลอดภัยของกำลังรับแรงดึงตามวิธีการผลิตพลาสติกเสริมเส้นใย^[16]

ชนิดของระบบและวิธีการผลิต	อัตราส่วนปลอดภัย (γ_{mm})
Plates	
Pultruded	1.1
Prepreg	1.1
Preformed	1.2
Sheets and tapes	
Machine-controlled application	1.1
Vacuum infusion	1.2
Wet lay-up	1.4
Prefabricated (factory-made) shells	
Filament winding	1.1
Resin transfer moulding	1.2
Hand lay-up	1.4
Hand-held spray application	2.2

บทที่ 3

ขั้นตอนและวิธีการวิจัย

3.1 ขั้นตอนการวิจัย

การวิจัยนี้มีเป้าหมายที่จะพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการวิเคราะห์แผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็ก ซึ่งซ่อมแซมด้วยแผ่นพลาสติกเสริมใย โดยมีขั้นตอนของการวิจัยดังนี้

1. ศึกษาการสรางสถิติฟเนสของแผ่นพื้นโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยในงานวิจัยนี้เลือกใช้ชิ้นส่วนแบบแผ่นซ้อน 4 ชั้นดังรายละเอียดในบทที่ 2.1
2. ศึกษาการออกแบบการใช้แผ่นพลาสติกเสริมใยในงานซ่อมแซมหรืองานเสริมกำลัง โดยพิจารณาตามหน่วยแรงที่ยอมให้
3. ศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพการซ่อมแซมด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย เช่น ปริมาณ และทิศทางของแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย
4. พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์จากการศึกษาข้างต้น
5. เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ที่ได้จากโปรแกรมวิจัย กับผลจากการทดสอบ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมวิจัย

3.2 องค์ประกอบของโปรแกรมวิจัย

สำหรับการวิเคราะห์ในการวิจัยสามารถแบ่งขั้นตอนเป็น 3 ขั้นตอนหลัก ได้แก่

1. การจัดเตรียมข้อมูลก่อนการประมวลผล (preprocessing)
2. การวิเคราะห์และประมวลผล (processing)
3. การแปลผลหลังการประมวลผล (postprocessing)

3.2.1 การจัดเตรียมข้อมูลก่อนการประมวลผล (Preprocessing)

ในการจัดเตรียมข้อมูลก่อนการประมวลผล จะเป็นการเตรียมข้อมูลเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ ข้อมูลดังกล่าวมีดังนี้

1. รูปร่างของโครงสร้างที่จะวิเคราะห์ เช่น ขนาดของแผ่นพื้น ปริมาณเหล็กเสริม (คิดเป็นความหนาเทียบเท่า) ตำแหน่งและทิศทางของแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย จำนวนชั้นส่วนในแต่ละด้านที่ต้องการแบ่งเพื่อทำการวิเคราะห์ เป็นต้น

2. ระบบขอรับรองรับ เช่นขอรับรองรับแบบธรรมดา ขอรับรองรับแบบยึดแน่นหรือขอรับรองรับแบบอิสระ เป็นต้น
3. คุณสมบัติของวัสดุที่ใช้ เช่น มอดุลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต มอดุลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริม มอดุลัสยืดหยุ่นของแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย เป็นต้น
4. คุณสมบัติในแต่ละชั้นของแต่ละชั้นส่วน เช่น ชั้นส่วนเป็นคอนกรีตที่ไม่มีการแตกร้าว คอนกรีตมีการแตกร้าว 1 ทิศทางหรือคอนกรีตมีการแตกร้าว 2 ทิศทาง เป็นเหล็กเสริมในทิศทางแกน x หรือ y เป็นแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยในทิศทางแกน x หรือ y เป็นต้น
5. รูปแบบ ขนาด และตำแหน่งของแรงกระทำ เช่น แรงกระทำเป็นจุด แรงกระทำเป็นแรงกระจาย สม่ำเสมอ เป็นต้น
6. หน่วยแรงที่ยอมให้ของวัสดุ เช่น คอนกรีต เหล็กเสริม พลาสติกเสริมเส้นใย

3.2.2 การวิเคราะห์และประมวลผล (Processing)

ขั้นตอนนี้จะเป็นการคำนวณโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ หลังจากจัดเตรียมข้อมูลแล้ว ซึ่งสามารถแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆ ดังนี้

- 3.2.2.1 คำนวณสถิติพื้นฐานของโครงสร้าง
- 3.2.2.2 คำนวณเวกเตอร์ของแรง
- 3.2.2.3 คำนวณเวกเตอร์ของการกระจัด
- 3.2.2.4 คำนวณหน่วยแรงที่เกิดขึ้น
- 3.2.2.5 ตรวจสอบหน่วยแรงดึงของคอนกรีต ถ้าหากเกินมอดุลัสแตกร้าวของคอนกรีต ให้ลดค่าสถิติพื้นฐานโดยเปลี่ยนสมบัติเป็นคอนกรีตที่เกิดการแตกร้าวแล้ว แล้วจึงกลับไปขั้นตอนที่ 3.2.2.1. อีกครั้ง
- 3.2.2.6 ตรวจสอบหน่วยแรงที่ยอมให้อื่นๆ ได้แก่ หน่วยแรงอัดที่ยอมให้ในคอนกรีต หน่วยแรงดึงที่ยอมให้ในเหล็กเสริม หน่วยแรงดึงที่ยอมให้ในแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย ถ้าหากมีค่าใดค่าหนึ่งเกินค่าที่ยอมให้ จะข้ามไปยังขั้นตอนที่ 3.2.3 คือการแสดงผล แต่ถ้าไม่มีหน่วยแรงใดเกินค่าที่ยอมให้ จะทำการวิเคราะห์ในช่วงถัดไป

รายละเอียดในแต่ละขั้นตอนแสดงไว้ในภาคผนวก ค

3.2.3 การแปลผลหลังการประมวลผล (Postprocessing)

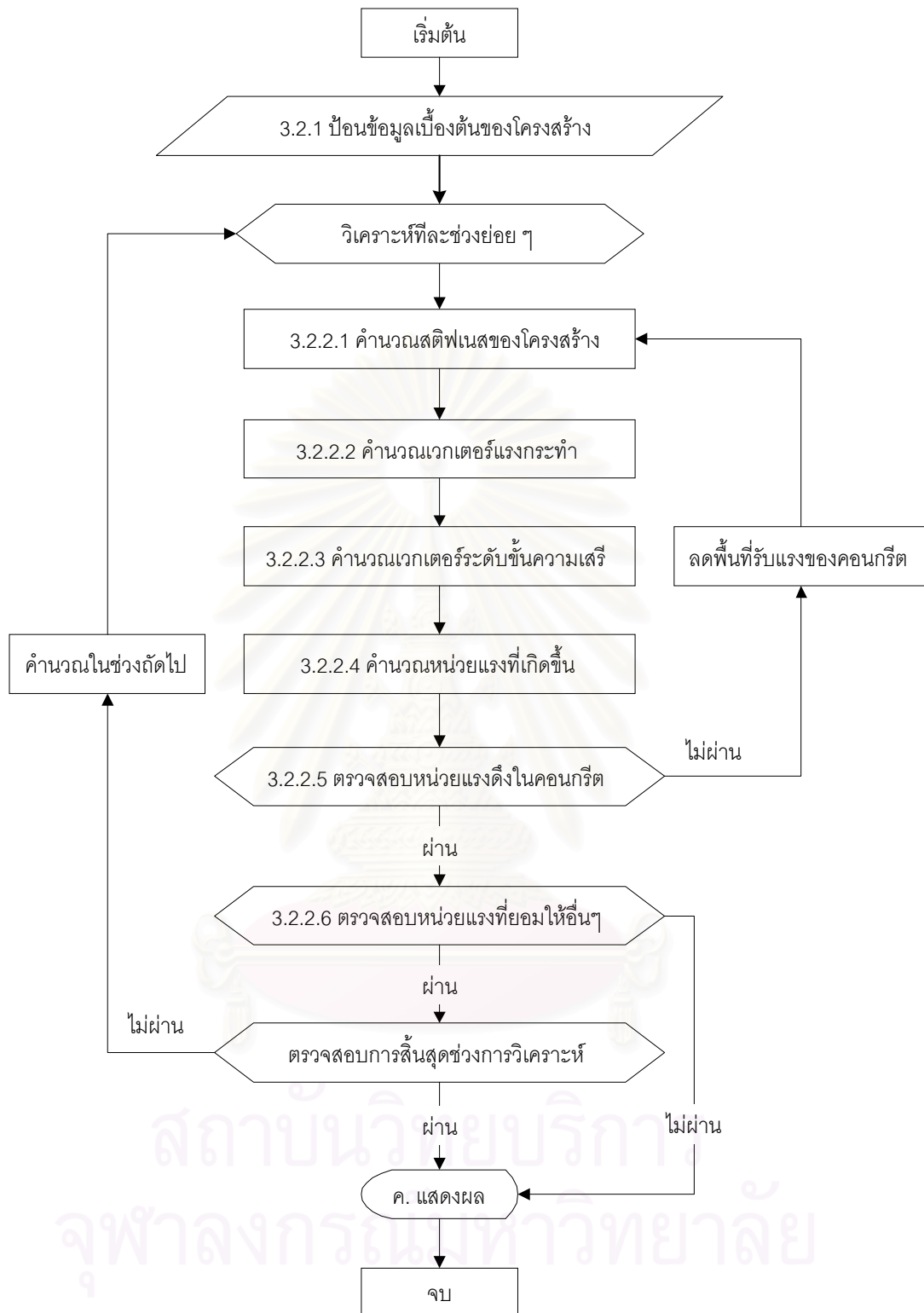
ในขั้นตอนการแปลผลหลังประมวลผล จะนำค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ประมวลผล นำมาแปลงผลให้เป็นค่าที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ โดยแสดงผลการวิเคราะห์จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์บนหน้าจอ และแสดงผ่านเครื่องพิมพ์ ซึ่งสามารถแสดงผลของค่าต่างๆ ดังนี้

1. การกระจัดในแต่ละชั้นส่วน ณ ระดับความลึกใดๆ ในแผ่นพื้น
2. ความเค้นในแต่ละชั้นส่วน ณ ระดับความลึกใดๆ ในแผ่นพื้น
3. ความเครียดในแต่ละชั้นส่วน ณ ระดับความลึกใดๆ ในแผ่นพื้น
4. การกระจัดในแต่ละชั้นส่วน ณ ระดับความลึกใดๆ ในส่วนเสริมกำลัง
5. ความเค้นในแต่ละชั้นส่วน ณ ระดับความลึกใดๆ ในส่วนเสริมกำลัง
6. ความเครียดในแต่ละชั้นส่วน ณ ระดับความลึกใดๆ ในส่วนเสริมกำลัง

จากขั้นตอนทั้งสามสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของแผนภูมิสายงานของโปรแกรมดังรูปที่ 3.1 และแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังแสดงในภาคผนวก ค



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.1 แผนภูมิสายงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการวิจัย

บทที่ 4

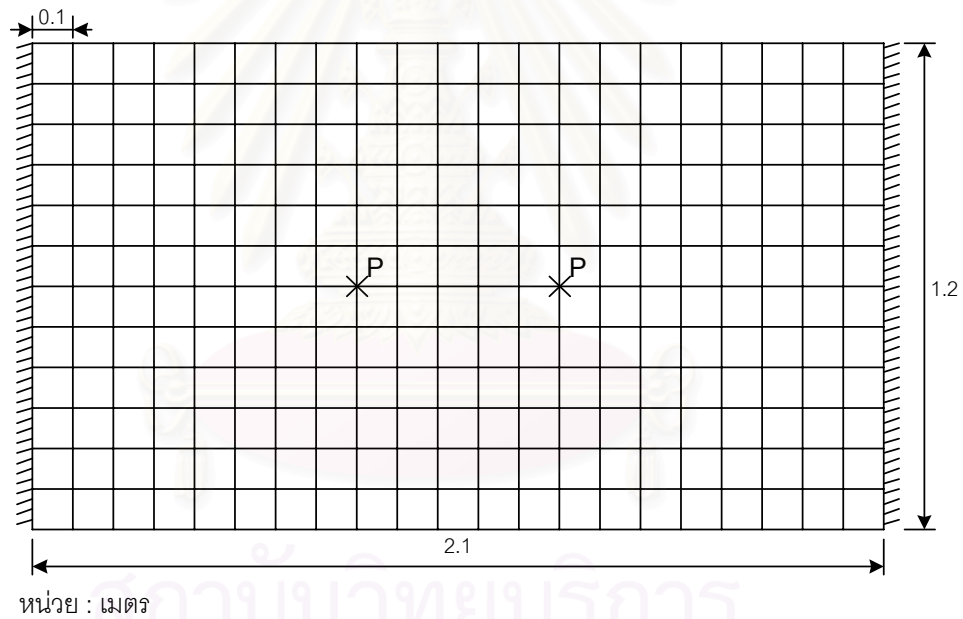
ตัวอย่างการวิเคราะห์และเปรียบเทียบผล

งานวิจัยนี้มุ่งเน้นศึกษาแนวทางการออกแบบการใช้แผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยให้มีประสิทธิภาพ โดยปัจจัยที่นำมาพิจารณา ได้แก่ ปริมาณ และทิศทางของการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย ในบทนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดของตัวอย่างวิเคราะห์เพื่อศึกษาปัจจัยดังกล่าว

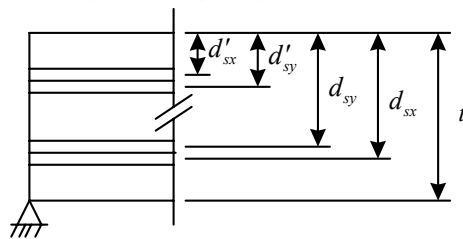
4.1 รายงานการวิเคราะห์และเปรียบเทียบผลตัวอย่างที่ 1

4.1.1 ข้อมูลเบื้องต้น

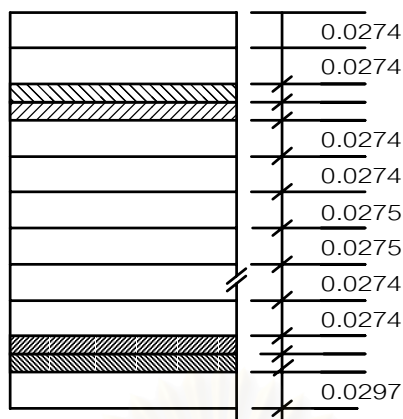
แผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1 เป็นแผ่นพื้นตัวอย่างทดสอบของ DeRose^[8] มีรายละเอียดดังแสดงในรูปที่ 4.1.1



รูปที่ 4.1.1 ก. ภาพด้านบนของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1



รูปที่ 4.1.1 ข. ภาพด้านข้างของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1



- ▣ เหล็กเสริมแนวแกน x รับแรงอัดหนา 0.0002
- ▤ เหล็กเสริมแนวแกน y รับแรงอัดหนา 0.0002
- ▥ เหล็กเสริมแนวแกน y รับแรงดึงหนา 0.0002
- ▦ เหล็กเสริมแนวแกน x รับแรงดึงหนา 0.0003

หน่วย : เมตร

รูปที่ 4.1.1 ค. การแบ่งชั้นในแต่ละชั้นส่วนสำหรับการวิเคราะห์ของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1

ขนาดแผ่นพื้น $2.1 \times 1.2 \times 0.25$ เมตร

ระบบขอบรองรับ มีขอบรองรับแบบธรรมดา 2 ด้าน (ด้านสั้น)

แรงกระทำ แรงกระทำเป็นจุด 2 จุด ดังแสดงในรูป 4.1.1 ก

คุณสมบัติของวัสดุ

คอนกรีต

กำลังอัดประลัย f'_c	4.84×10^7	นิวตันต่อตารางเมตร
มอดุลัสยืดหยุ่น E_c	3.13×10^{10}	นิวตันต่อตารางเมตร
อัตราส่วนปัวซองส์ ν_c	0.15	

เหล็กเสริม

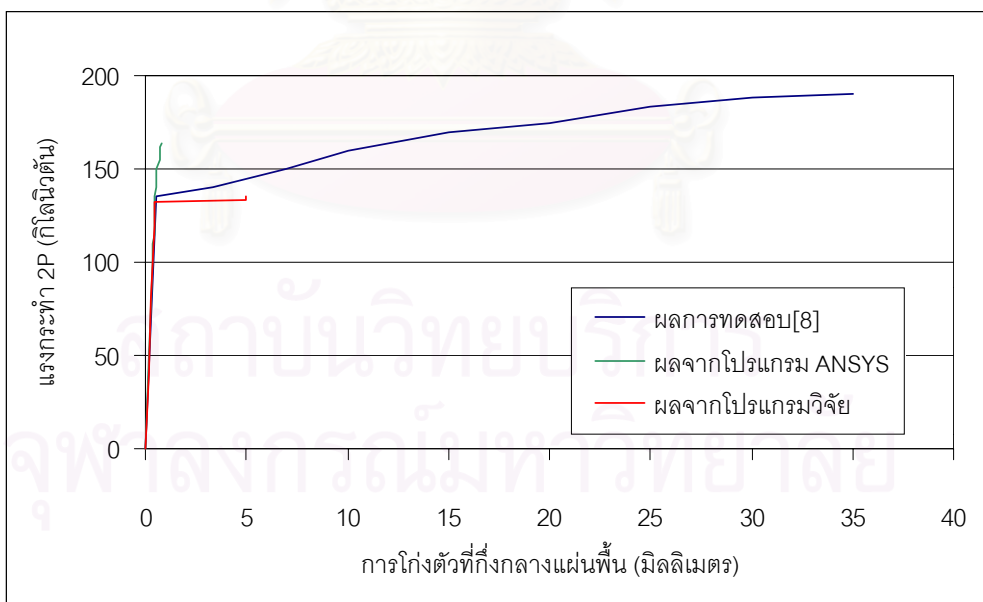
กำลังคราก f_y	4.58×10^8	นิวตันต่อตารางเมตร
มอดุลัสยืดหยุ่น E_s	2×10^{11}	นิวตันต่อตารางเมตร
ความหนาแน่นเหล็กเสริมรับแรงดึงแนวแกน x	ρ_{sx}	0.0015
ความหนาแน่นเหล็กเสริมรับแรงดึงแนวแกน y	ρ_{sy}	0.0011
ความหนาแน่นเหล็กเสริมรับแรงอัดแนวแกน x	ρ'_{sx}	0.0011
ความหนาแน่นเหล็กเสริมรับแรงอัดแนวแกน y	ρ'_{sy}	0.0011
ความลึกประสิทธิภาพเหล็กเสริมรับแรงดึงแนวแกน x	d_{sx}	0.2201 เมตร
ความลึกประสิทธิภาพเหล็กเสริมรับแรงดึงแนวแกน y	d_{sy}	0.2199 เมตร
ความลึกประสิทธิภาพเหล็กเสริมรับแรงอัดแนวแกน x	d'_{sx}	0.0549 เมตร
ความลึกประสิทธิภาพเหล็กเสริมรับแรงอัดแนวแกน y	d'_{sy}	0.0551 เมตร

แผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย

กำลังดึง	f_{jd}	8.311×10^8	นิวตันต่อตารางเมตร
มอดุลัสยืดหยุ่น	E_f	6.417×10^{10}	นิวตันต่อตารางเมตร
	$(E_l$	6.417×10^{10}	นิวตันต่อตารางเมตร
	E_t	2.5668×10^9	นิวตันต่อตารางเมตร
	ν_{lt}	0.25	
	G_{lt}	1.2834×10^9	นิวตันต่อตารางเมตร
	G_{lz}	1.2834×10^9	นิวตันต่อตารางเมตร
	G_{tz}	5.1336×10^8	นิวตันต่อตารางเมตร)
ความหนา/ชั้น	T_{ij}	0.0010	เมตร

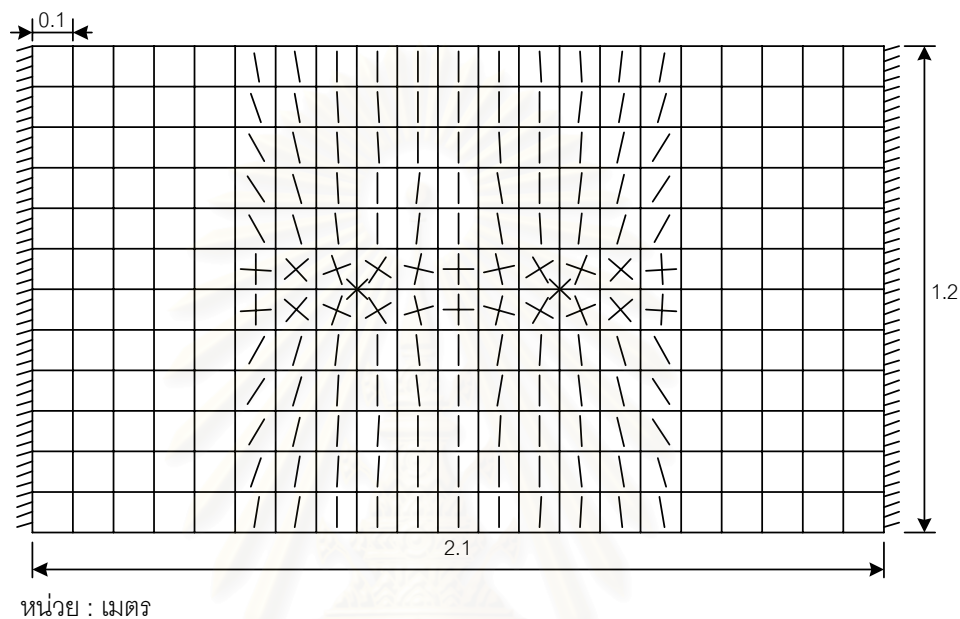
4.1.2 ผลการวิเคราะห์แผ่นพื้นเบื้องต้น

การวิเคราะห์ในขั้นแรกจะเป็นการวิเคราะห์แผ่นพื้นซึ่งไม่มีการซ่อมแซม รายละเอียดของผลลัพธ์จากการวิเคราะห์โดยโปรแกรมวิจัยแสดงในภาคผนวก ง. จากโปรแกรมวิจัยพบว่า แผ่นพื้นจะเริ่มเกิดรอยแตกร้าวเมื่อมีแรงกระทำ (2P) ประมาณ 135 กิโลนิวตัน และขณะนั้นเหล็กเสริมเริ่มเกิดการคราก โดยผลการวิเคราะห์ในรูปแบบของการโก่งตัวที่จุดกึ่งกลางของแผ่นพื้นแสดงในรูปที่ 4.1.2.1 โดยเปรียบเทียบกับผลการทดสอบจริงของ DeRose^[8] และโปรแกรม ANSYS 5.4^[19]



รูปที่ 4.1.2.1 กราฟเปรียบเทียบการโก่งตัวของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1 จากการทดสอบจริง^[8]และการวิเคราะห์โดยโปรแกรมวิจัย

จากรูปที่ 4.1.2.1 พบว่าโปรแกรมวิจัยสามารถวิเคราะห์การโก่งตัวได้ใกล้เคียงกับผลการทดสอบ^[8] และโปรแกรม ANSYS 5.4^[19] โดยที่จากการทดสอบจริง เหล็กเสริมเริ่มเกิดการคราก เมื่อมีแรงกระทำ (2P) ประมาณ 133 กิโลนิวตัน แล้วจึงทำการซ่อมแซมโดยการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยประเภทคาร์บอน ซึ่งขณะนั้นโปรแกรมวิจัยสามารถวิเคราะห์รอยแตกร้าวที่เกิดขึ้นได้จากการพิจารณาหน่วยแรงดึงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตมีค่าเกินมอดูลัสแตกร้าวของคอนกรีตได้ดังแสดงในรูปที่ 4.1.2.2 และจะซ่อมแซมโดยการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยเพื่อเปรียบเทียบผลกับการทดสอบอีกครั้งหนึ่ง



รูปที่ 4.1.2.2 รอยแตกร้าวที่วิเคราะห์ได้ในแผนผังตัวอย่างที่ 1 ขณะรับแรงกระทำ (2P) 133 กิโลนิวตัน

4.1.3 ผลการวิเคราะห์การซ่อมแซมแผ่นพื้น

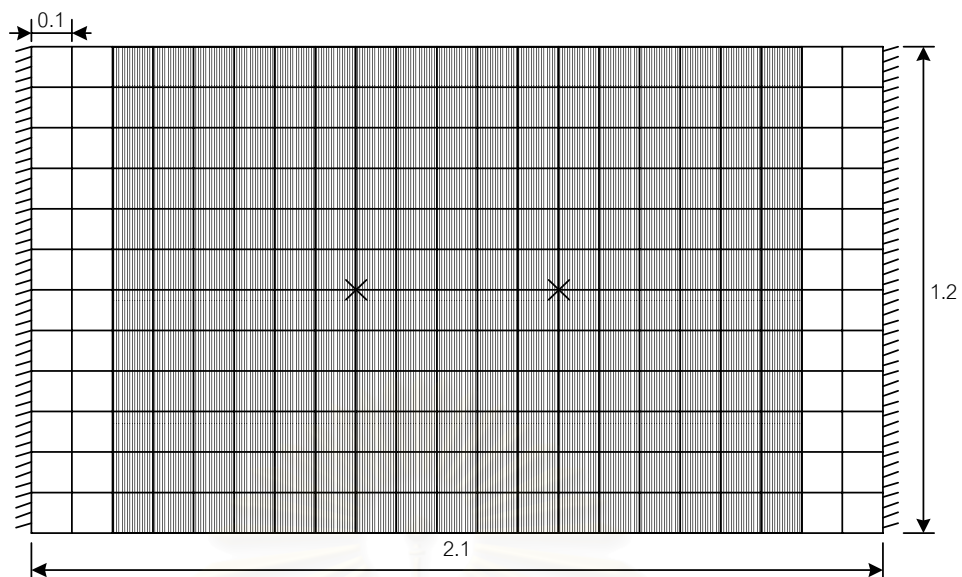
ในการซ่อมแซมจะเน้นการศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย อันได้แก่ ทิศทางและปริมาณของแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย ดังนั้นจึงแบ่งรูปแบบการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย ดังนี้

แบบที่ 1 การเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยตามแนวขนานรอยแตกร้าว ดังแสดงในรูปที่ 4.1.3.1

แบบที่ 2 การเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยตามแนวตั้งฉากรอยแตกร้าว ดังแสดงในรูปที่ 4.1.3.2

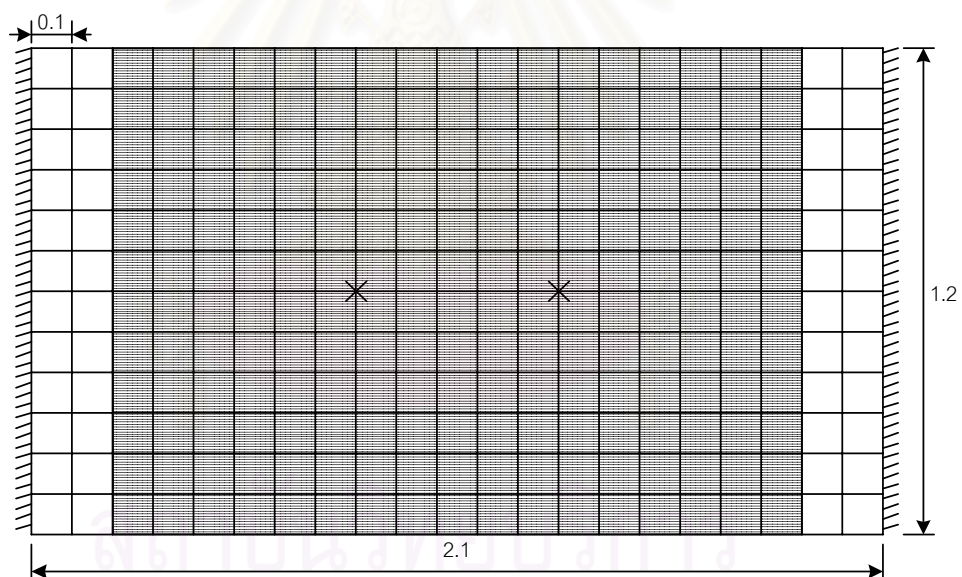
แบบที่ 3 การเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยเหมือนแบบที่ 2 แต่ลดปริมาณลง ดังแสดงในรูปที่ 4.1.3.3

รายละเอียดของผลลัพธ์จากการวิเคราะห์โดยโปรแกรมวิจัยแสดงในภาคผนวก ง



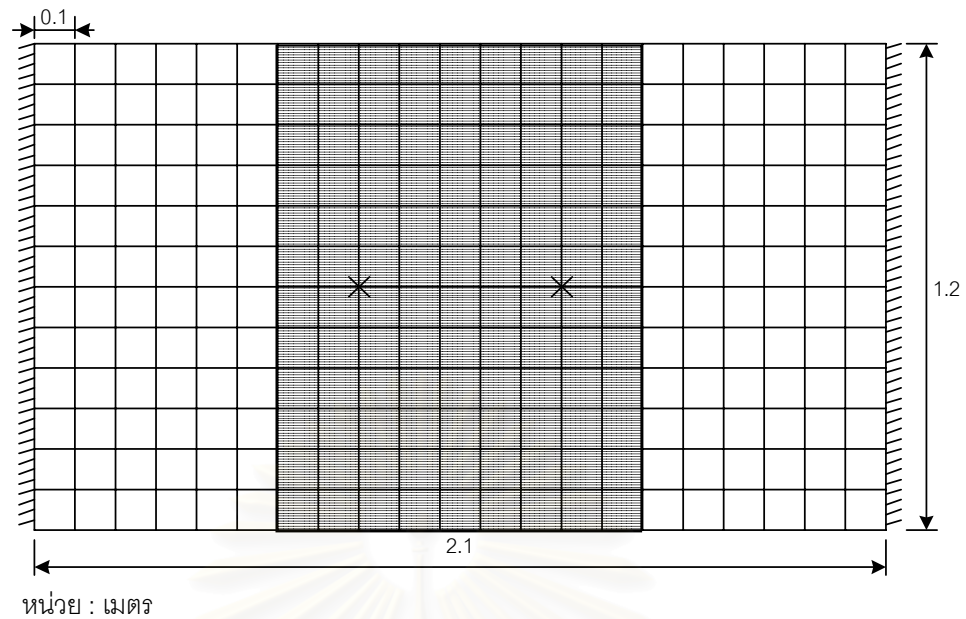
หน่วย : เมตร

รูปที่ 4.1.3.1 รูปแบบการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบที่ 1 ให้กับแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1



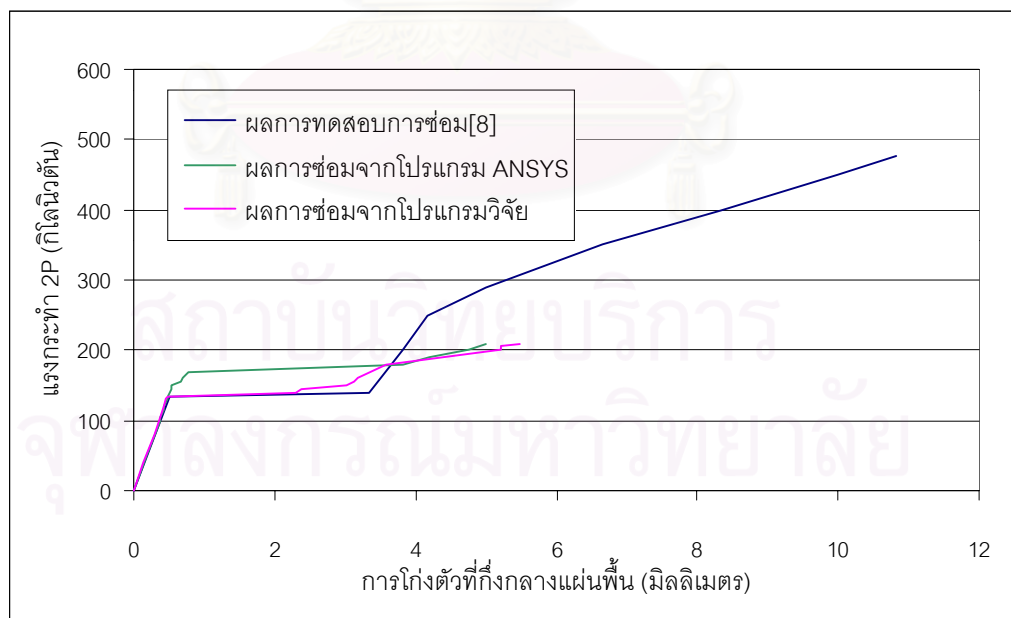
หน่วย : เมตร

รูปที่ 4.1.3.2 รูปแบบการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบที่ 2 ให้กับแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1



รูปที่ 4.1.3.3 รูปแบบการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบที่ 3 ให้กับแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1

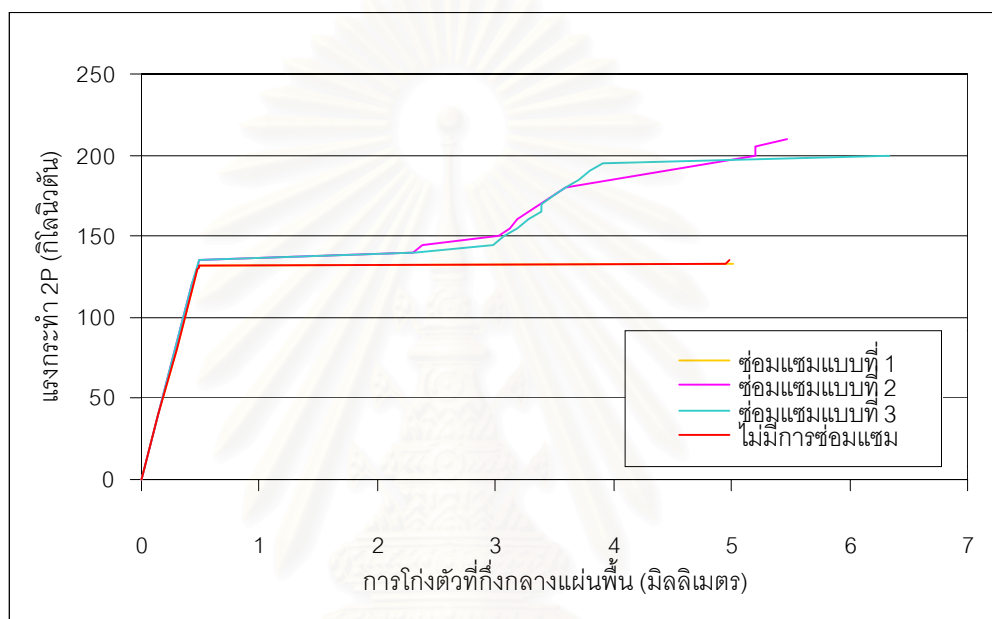
รูปแบบการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบที่ 2 เป็นลักษณะเดียวกับการทดสอบของ DeRose^[8] ซึ่งผลจากการวิเคราะห์ของโปรแกรมวิจัยเมื่อเปรียบเทียบกับ การทดสอบจริงและโปรแกรม ANSYS 5.4^[19] ดังแสดงในรูปที่ 4.1.3.4



รูปที่ 4.1.3.4 กราฟเปรียบเทียบการโก่งตัวของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1 เมื่อมีการซ่อมแซมด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบที่ 2 กับผลการทดสอบจริง^[8]

จากรูปที่ 4.1.3.4 พบว่าโปรแกรมวิจัยสามารถวิเคราะห์แผ่นพื้นที่ซ่อมแซมโดยการเสริมภายนอกด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยได้ผลใกล้เคียงกับผลการทดสอบ โดยหน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมเริ่มเกินค่าหน่วยแรงที่ยอมให้ เมื่อรับน้ำหนัก (2P) ประมาณ 140 กิโลนิวตัน และเริ่มเกิดการครากเมื่อรับแรงกระทำ (2P) ประมาณ 210 กิโลนิวตัน

ผลจากการวิเคราะห์การซ่อมแซมแผ่นพื้นโดยการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบต่าง ๆ ในรูปของการโก่งตัว ดังแสดงในรูปที่ 4.1.3.5



รูปที่ 4.1.3.5 กราฟเปรียบเทียบการโก่งตัวของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1 เมื่อมีการซ่อมแซมด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบต่างๆ

นอกจากนี้หากพิจารณาจากหน่วยแรงต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในส่วน จนกระทั่งค่าใดค่าหนึ่งถึงหน่วยแรงที่ยอมให้ของแต่ละแบบการซ่อมแซม สามารถแสดงผลได้ดังตารางที่ 4.1.3.1

ตารางที่ 4.1.3.1 ผลการวิเคราะห์หน่วยแรงที่เกิดขึ้นเมื่อสิ้นสุดการวิเคราะห์แผ่นพื้นตัวอย่างที่ 1

	แผ่นพื้นไม่มี การซ่อมแซม	การซ่อมแซมแผ่นพื้น		
		แบบที่ 1	แบบที่ 2	แบบที่ 3
แรงกระทำสูงสุด (นิวตัน)	66500	66500	105000	100000
ระยะโก่งตัวสูงสุด (เมตร)	0.00495	0.00502	0.00547	0.00634
หน่วยแรงอัดในคอนกรีต (นิวตันต่อตารางเมตร)	-20100000	-18200000	-25100000	-22600000
หน่วยแรงเฉือนในคอนกรีต (นิวตันต่อตารางเมตร)	3210000	3920000	2460000	3470000
หน่วยแรงดึงในเหล็กเสริม (นิวตันต่อตารางเมตร)	733000000	739000000	497000000	356000000
หน่วยแรงดึงในแผ่น FRP (นิวตันต่อตารางเมตร)	-	2250000	179000000	179000000

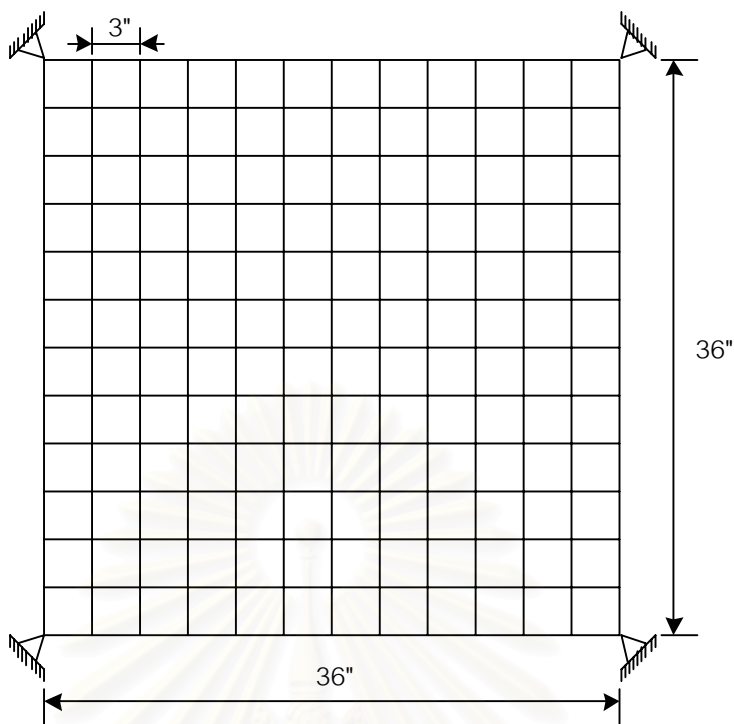
ผลการวิเคราะห์การซ่อมแซมแผ่นพื้นทั้งสามแบบพบว่า การซ่อมแซมแบบที่ 1 เมื่อรับแรงกระทำ (2P) ประมาณ 133 กิโลนิวตัน เหล็กเสริมเริ่มเกิดการคราก เช่นเดียวกับแผ่นพื้นที่ไม่มีการซ่อมแซม ส่วนการซ่อมแซมแบบที่ 2 และแบบที่ 3 ให้ผลค่อนข้างใกล้เคียงกัน โดยเหล็กเสริมเริ่มเกิดการครากเมื่อรับแรงกระทำ (2P) ประมาณ 200 กิโลนิวตัน นั่นคือแผ่นพื้นสามารถรับน้ำหนักได้เพิ่มขึ้นประมาณ 50 % ทั้งนี้เนื่องจากแผ่นพื้นมีปริมาณเหล็กเสริมน้อย เหล็กเสริมจึงเกิดการครากอย่างรวดเร็ว

จากการเปรียบเทียบปริมาณการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยโดยพิจารณาเปรียบเทียบการซ่อมแซมแบบที่ 2 และ 3 พบว่า ปริมาณการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยไม่มีผลต่อการเพิ่มกำลังรับน้ำหนัก แต่เมื่อคอนกรีตเริ่มเกิดการแตกร้าว การโก่งตัวของแผ่นพื้นที่มีการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยมากจะมีการโก่งตัวน้อยกว่า กล่าวคือ ปริมาณแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยไม่มีผลต่อการเพิ่มกำลังรับน้ำหนักของแผ่นพื้น แต่จะมีผลต่ออัตราการขยายตัวของรอยแตกร้าว

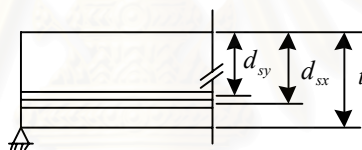
4.2 รายงานการวิเคราะห์และเปรียบเทียบผลตัวอย่างที่ 2

4.2.1 ข้อมูลเบื้องต้น

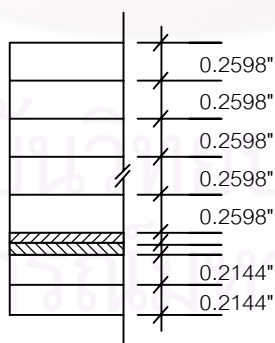
แผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2 เป็นแผ่นพื้นตัวอย่างทดสอบของ McNiece^[17] มีรายละเอียดดังแสดงในรูปที่ 4.2.1



รูปที่ 4.2.1 ก. ด้านบนของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2



รูปที่ 4.2.1 ข. ด้านข้างของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2



- ▣ เหล็กเสริมแนวแกน x หนา 0.0111"
- ▣ เหล็กเสริมแนวแกน y หนา 0.0111"

รูปที่ 4.2.1 ค. การแบ่งชั้นในแต่ละชั้นส่วนสำหรับการวิเคราะห์ของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2

ขนาดแผ่นพื้น 36 x 36 x 1.75 นิ้ว
 ระบบขอบรองรับ มีการรองรับเฉพาะที่มุมทั้งสี่
 แรงกระทำ แรงกระทำเป็นจุดที่กึ่งกลางของแผ่นพื้น
 คุณสมบัติของวัสดุ

คอนกรีต

กำลังอัดประลัย	f'_c	5500	ปอนด์ต่อตารางนิ้ว
มอดุลัสยืดหยุ่น	E_c	4.15×10^6	ปอนด์ต่อตารางนิ้ว
อัตราส่วนปัวซองส์	ν_c	0.15	

เหล็กเสริม

กำลังคราก	f_y	50000	ปอนด์ต่อตารางนิ้ว
มอดุลัสยืดหยุ่น	E_s	2.9×10^7	ปอนด์ต่อตารางนิ้ว
ความหนาแน่นเหล็กเสริมรับแรงดึงแนวแกน x	ρ_{sx}	0.0085	
ความหนาแน่นเหล็กเสริมรับแรงดึงแนวแกน y	ρ_{sy}	0.0085	
ความลึกประสิทธิภาพเหล็กเสริมรับแรงดึงแนวแกน x	d_{sx}	1.3156	นิ้ว
ความลึกประสิทธิภาพเหล็กเสริมรับแรงดึงแนวแกน y	d_{sy}	1.3045	นิ้ว

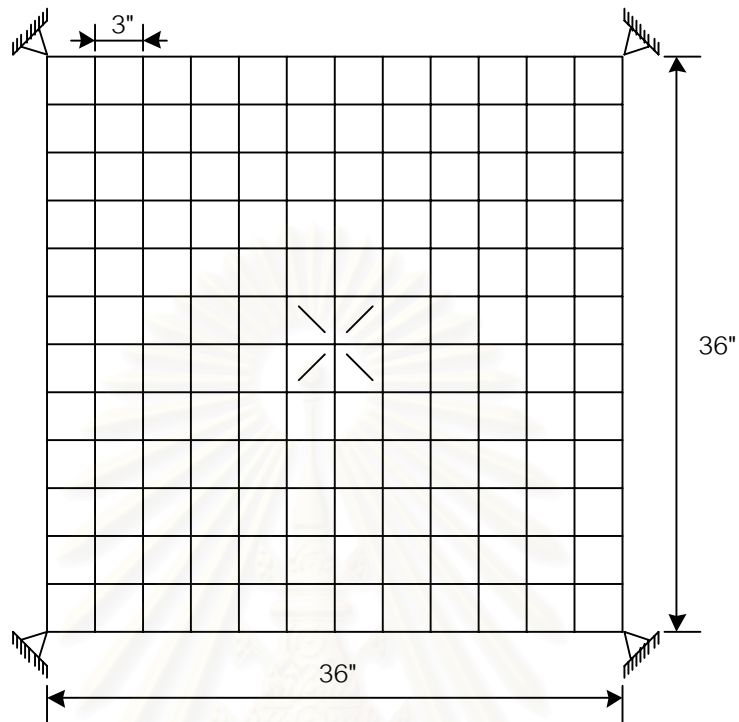
แผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย

กำลังดึง	f_{fd}	4.4235×10^5	ปอนด์ต่อตารางนิ้ว
มอดุลัสยืดหยุ่น	E_f	2.393×10^7	ปอนด์ต่อตารางนิ้ว
(E_l	2.930×10^7	ปอนด์ต่อตารางนิ้ว
	E_t	9.5722×10^5	ปอนด์ต่อตารางนิ้ว
	ν_{lt}	0.25	
	G_{lt}	4.7861×10^5	ปอนด์ต่อตารางนิ้ว
	G_{lz}	4.7861×10^5	ปอนด์ต่อตารางนิ้ว
	G_{tz}	1.9144×10^5	ปอนด์ต่อตารางนิ้ว)
ความกว้าง	w_f	1.9685	นิ้ว
ความหนาแน่น	T_{yf}	0.047	นิ้ว

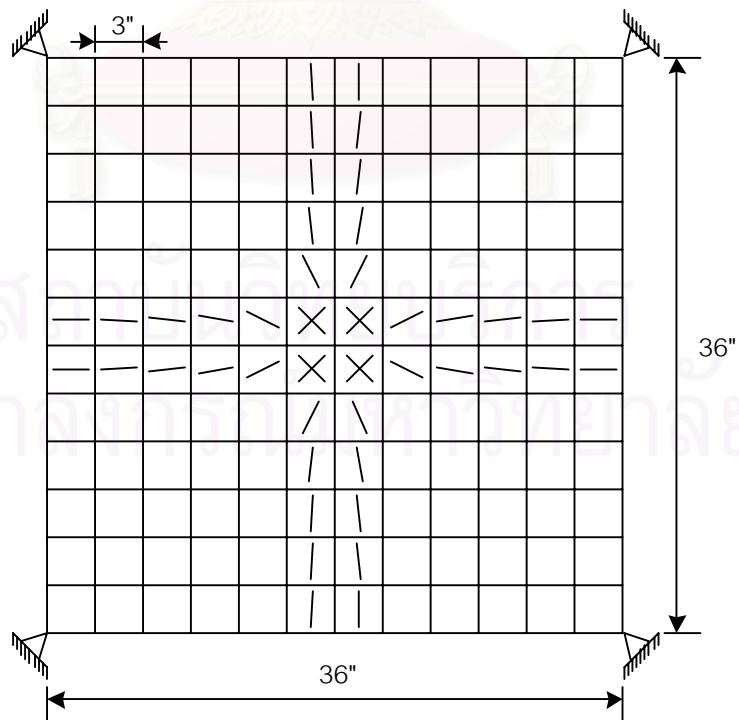
4.2.2 ผลการวิเคราะห์แผ่นพื้นเบื้องต้น

การวิเคราะห์ในขั้นแรกจะเป็นการวิเคราะห์แผ่นพื้นซึ่งไม่มีการขอมแซม และมีการตรวจสอบหน่วยแรงที่เกิดขึ้น ซึ่งรายละเอียดของผลลัพธ์จากโปรแกรมวิจัยแสดงในภาคผนวก จ ซึ่งจะพบว่าจะเริ่มเกิดรอยแตกร้าวเมื่อรับแรงกระทำประมาณ 950 ปอนด์ โดยรูปแบบรอยแตกร้าวที่วิเคราะห์ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.2.2.1 และรอยแตกร้าวจะขยายเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ดังแสดงในรูปที่ 4.2.2.2-4.2.2.3 ตามระดับแรงกระทำ 1200 ปอนด์ และ 1250 ปอนด์ ขณะรับแรงกระทำ 1250 ปอนด์ หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมมีค่าเกินค่าหน่วยแรงที่ยอมให้ โดยผล

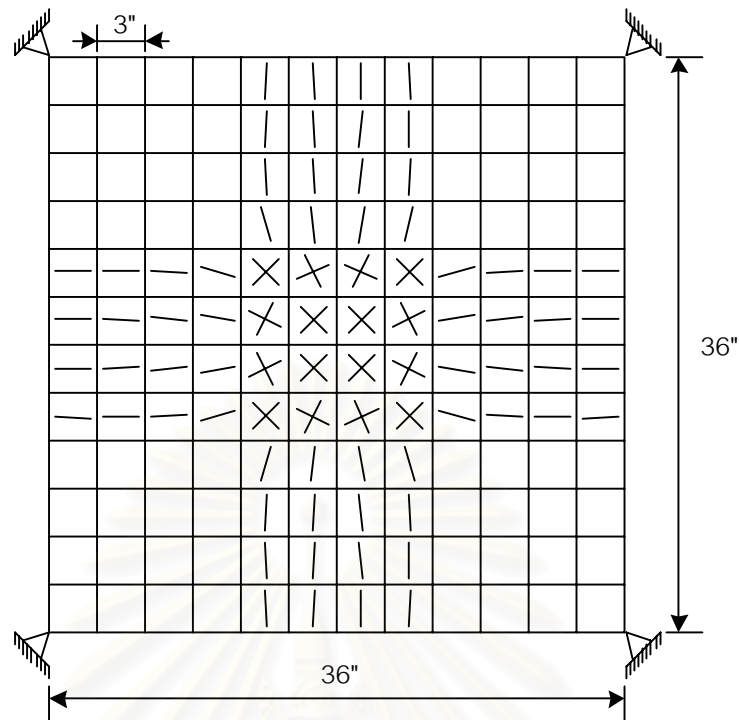
การวิเคราะห์ในรูปของการโก่งตัวที่จุดกึ่งกลางของแผ่นพื้นดังแสดงในรูปที่ 4.2.2.4 โดยเปรียบเทียบกับผลการทดสอบจริงของ McNeice^[17] และโปรแกรม ANSYS 5.4^[19]



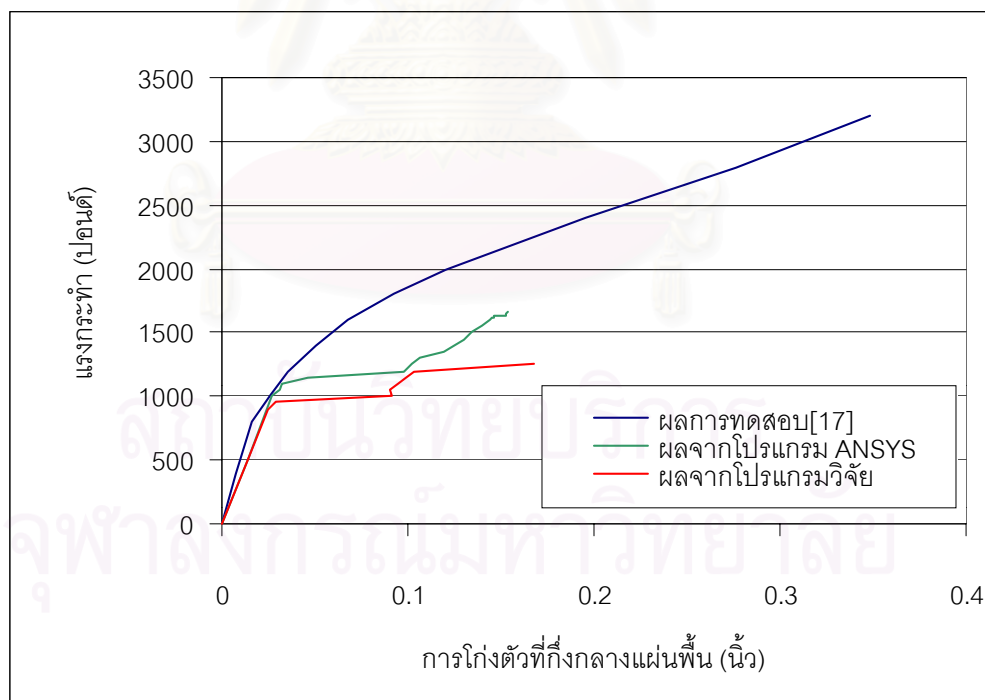
รูปที่ 4.2.2.1 รอยแตกร้าวที่วิเคราะห์ได้ในแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2 ขณะรับแรงกระทำ 950 ปอนด์



รูปที่ 4.2.2.2 รอยแตกร้าวที่วิเคราะห์ได้ในแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2 ขณะรับแรงกระทำ 1200 ปอนด์



รูปที่ 4.2.2.3 รอยแตกที่วิเคราะห้ได้ในแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2 ขณะรับแรงกระทำ 1250 ปอนด์



รูปที่ 4.2.2.4 กราฟเปรียบเทียบการโก่งตัวของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2 จากการทดสอบจริง^[17]และการวิเคราะห์โดยโปรแกรมวิจย

จากรูปที่ 4.2.2.4 พบว่า โปรแกรมวิจัยสามารถวิเคราะห์การโก่งตัวในช่วงแรกได้ใกล้เคียงกับการทดสอบ^[17] และโปรแกรม ANSYS 5.4 โดยหลังจากแผ่นพื้นเริ่มเกิดรอยแตกร้าว แผ่นพื้นจะมีการลดพื้นที่หน้าตัดอย่างรวดเร็วจึงทำให้การโก่งตัวเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว จนถึงจุดหนึ่งพื้นที่หน้าตัดรับแรงคงที่ การโก่งตัวจะเพิ่มขึ้นในอัตราที่ลดลง ดังจะเห็นได้จากความชันของกราฟมีลักษณะเป็นขั้นบันได

จากผลการวิเคราะห์แผ่นพื้นดังกล่าว จึงทำการวิเคราะห์การซ่อมแซมโดยการเสริมภายนอกด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยประเภทคาร์บอน เมื่อมีแรงกระทำประมาณ 1200 ปอนด์ เพื่อศึกษาพฤติกรรมของแผ่นพื้นที่ซ่อมแซมหลังเกิดความเสียหายแล้ว

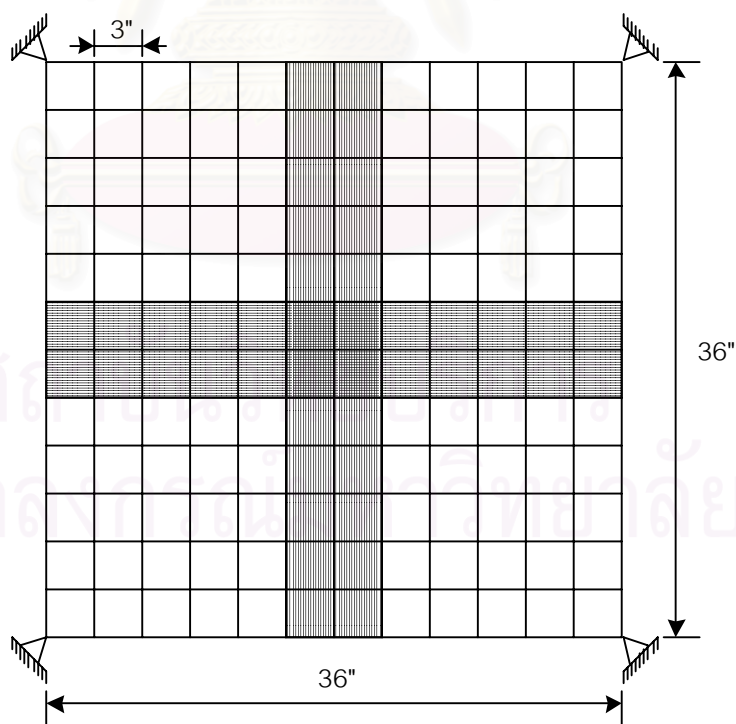
4.2.3 ผลการวิเคราะห์การซ่อมแซมแผ่นพื้น

ในการซ่อมแซมจะเน้นการศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อประสิทธิภาพการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย อันได้แก่ ทิศทางและปริมาณของแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย ดังนั้นจึงแบ่งรูปแบบการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย ดังนี้

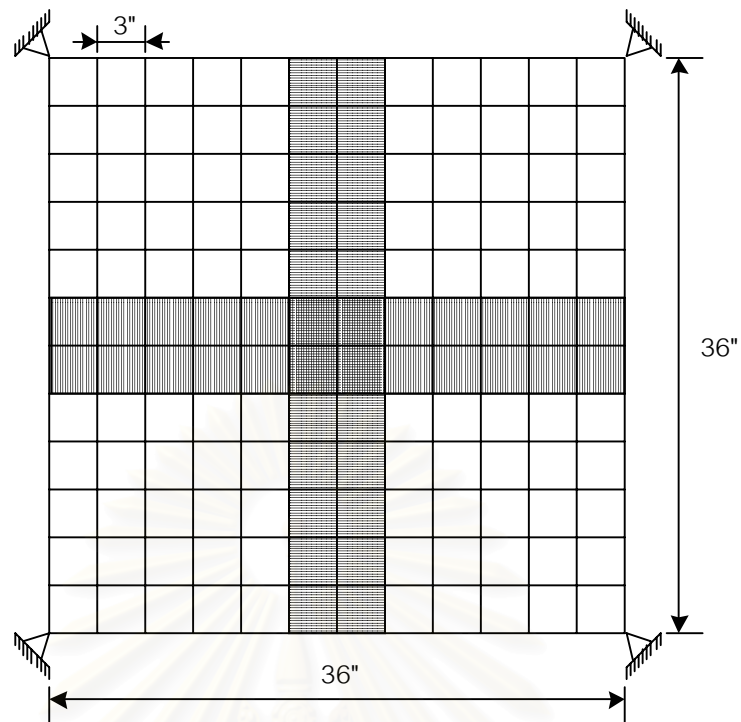
แบบที่ 1 การเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยตามแนวขนานรอยแตกร้าว ดังแสดงในรูปที่ 4.2.3.1

แบบที่ 2 การเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยตามแนวตั้งฉากรอยแตกร้าว ดังแสดงในรูปที่ 4.2.3.2

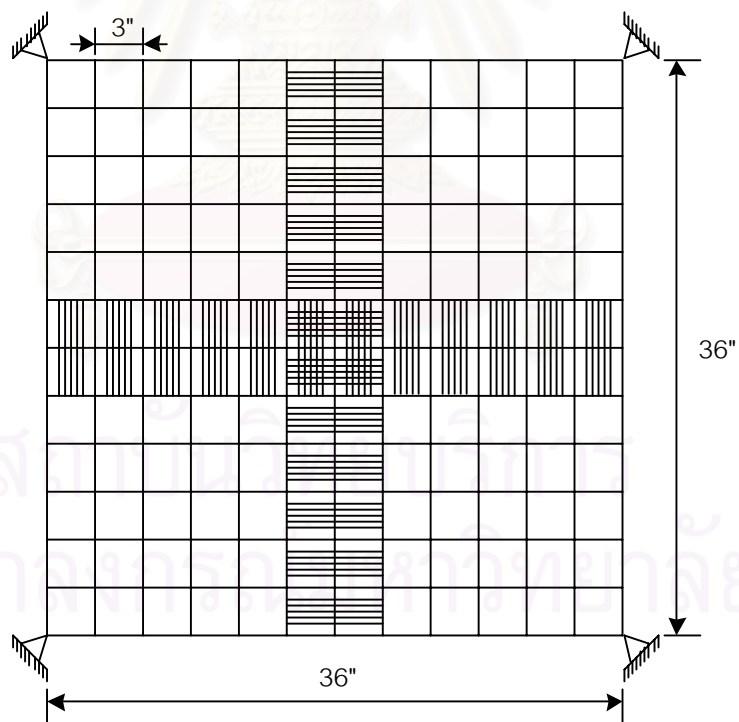
แบบที่ 3 การเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยเหมือนแบบที่ 2 แต่ลดปริมาณลง ดังแสดงในรูปที่ 4.2.3.3



รูปที่ 4.2.3.1 รูปแบบการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบที่ 1 ให้กับแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2

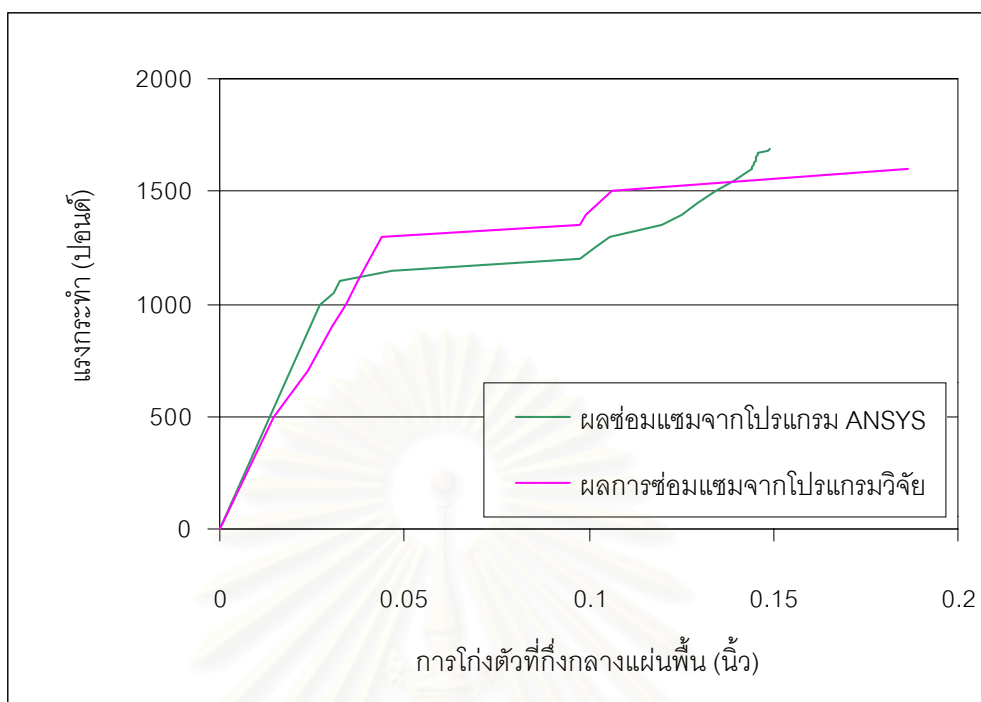


รูปที่ 4.2.3.2 รูปแบบการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบที่ 2 ให้กับแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2



รูปที่ 4.2.3.3 รูปแบบการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบที่ 3 ให้กับแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2

รายละเอียดของผลลัพธ์จากโปรแกรมวิจัยแสดงในภาคผนวก ๑ และผลจากการวิเคราะห์เมื่อซ่อมแซมด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบที่ 2 เมื่อเปรียบเทียบกับโปรแกรม ANSYS 5.4 ดังแสดงในรูปที่ 4.2.3.4

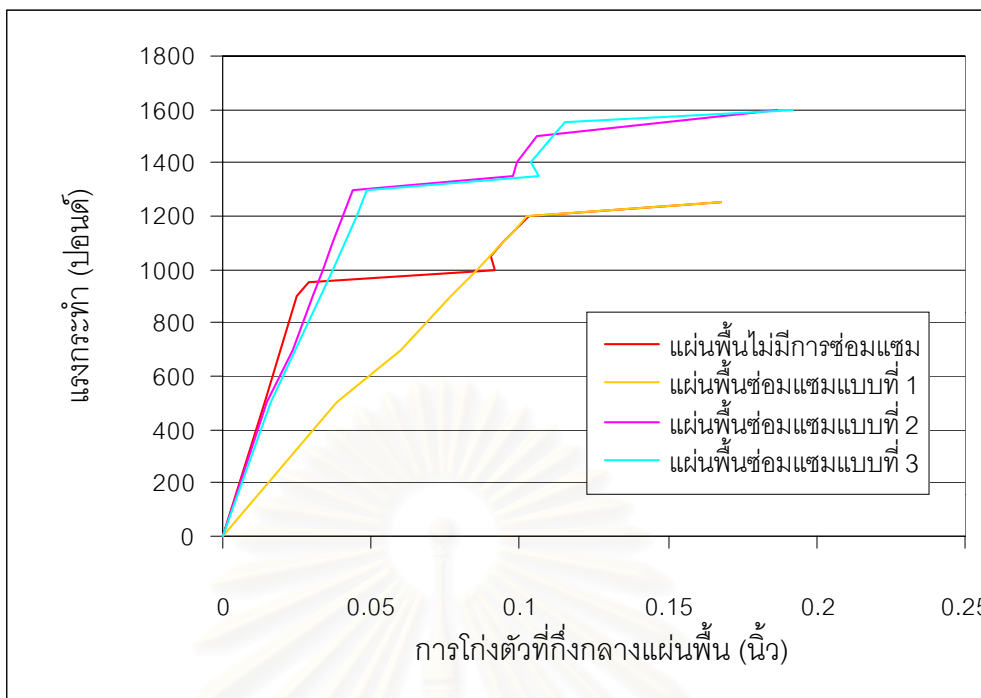


รูปที่ 4.2.3.4 กราฟเปรียบเทียบการโก่งตัวของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2 เมื่อมีการซ่อมแซมด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบที่ 2 กับโปรแกรม ANSYS 5.4^[19]

จากรูปที่ 4.2.3.4 โปรแกรมวิจัยสามารถวิเคราะห์การโก่งตัวหลังการซ่อมแซมได้ผลใกล้เคียงกับโปรแกรม ANSYS 5.4 โดยผลการซ่อมแซมจากโปรแกรม ANSYS 5.4 จะเป็นการวิเคราะห์แบบไม่เป็นเชิงเส้นโดยใช้ชิ้นส่วนสามมิติ แต่สำหรับในโปรแกรมวิจัยเป็นการวิเคราะห์พฤติกรรมในช่วงอีลาสติก ดังนั้นการวิเคราะห์จากโปรแกรมวิจัยจึงมีความแตกต่างจากผลการวิเคราะห์จากโปรแกรม ANSYS 5.4

ผลจากการวิเคราะห์เมื่อซ่อมแซมด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบต่าง ๆ ในรูปของการโก่งตัว แสดงในรูปที่ 4.2.3.5

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.2.3.5 กราฟเปรียบเทียบการโก่งตัวของแผ่นพื้นตัวอย่างที่ 2 เมื่อมีการซ่อมแซมด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยแบบต่างๆ

นอกจากนี้หากพิจารณาจากหน่วยแรงต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในส่วน จนกระทั่งค่าใดค่าหนึ่งถึงหน่วยแรงที่ยอมให้ของแต่ละแบบการซ่อมแซม สามารถแสดงผลได้ดังตารางที่ 4.2.3.1

ตารางที่ 4.2.3.1 ผลการวิเคราะห์หน่วยแรงที่เกิดขึ้นเมื่อสิ้นสุดการวิเคราะห์แผ่นพื้นที่ 2

	แผ่นพื้นไม่มี การซ่อมแซม	การซ่อมแซมแผ่นพื้น		
		แบบที่ 1	แบบที่ 2	แบบที่ 3
แรงกระทำสูงสุด (ปอนด์)	1250	1250	1600	1600
ระยะโก่งตัวสูงสุด (นิ้ว)	0.168	0.168	0.186	0.192
หน่วยแรงอัดในคอนกรีต (ปอนด์ต่อตารางนิ้ว)	-2290	-2300	-1650	-1650
หน่วยแรงเฉือนในคอนกรีต (ปอนด์ต่อตารางนิ้ว)	220	296	261	261
หน่วยแรงดึงในเหล็กเสริม (ปอนด์ต่อตารางนิ้ว)	27000	27100	26600	26700
หน่วยแรงดึงในแผ่น FRP (ปอนด์ต่อตารางนิ้ว)	-	1070	7140	9640

จากการวิเคราะห์การซ่อมแซมทั้งสามแบบพบว่า แรงกระทำสูงสุดก่อนที่หน่วยแรงในส่วนต่างๆเกินค่าที่ยอมให้ของการเสริมแบบที่ 1 มีค่าเท่ากับ 1250 ปอนด์ ส่วนการเสริมแบบที่ 2 และ 3 มีค่าเท่ากับ 1600 ปอนด์ โดยหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมขณะนั้นเกินค่าหน่วยแรงที่ยอมให้ แต่หน่วยแรงอัดที่เกิดขึ้นในคอนกรีตยังไม่เกินค่าที่ยอมให้

เมื่อพิจารณาปัจจัยด้านทิศทางการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยพบว่า การเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยในทิศทางตั้งฉากรอยแตกร้าว (แบบที่ 2) จะทำให้แผ่นพื้นมีความสามารถรับแรงกระทำได้มากกว่า และมีการโก่งตัวน้อยกว่า เมื่อรับแรงกระทำเท่ากัน เทียบกับไม่มีการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย นั่นคือการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยในแนวตั้งฉากกับรอยแตกร้าวทำให้แผ่นพื้นมีกำลังรับน้ำหนักเพิ่มขึ้นถึง 30 % ส่วนการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยในแนวขนานรอยแตกร้าว (แบบที่ 1) ไม่ช่วยให้แผ่นพื้นรับแรงกระทำเพิ่มขึ้น

เมื่อพิจารณาปัจจัยด้านปริมาณการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย พบว่าปริมาณการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยไม่เป็นปัจจัยสำคัญที่จะช่วยเพิ่มกำลังรับน้ำหนัก โดยจากรูปที่ 4.2.3.5 จะเห็นว่ากราฟ (แบบที่ 2 และ แบบที่ 3) มีความใกล้เคียงกันมาก แต่เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงหน้าตัดรับแรงหลังเกิดการแตกร้าวเพิ่มขึ้น การโก่งตัวที่วิเคราะห์ได้ในแผ่นพื้นที่เสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยในปริมาณมากกว่า จะมีค่าน้อยกว่า กล่าวคือ ปริมาณการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยไม่มีผลต่ออัตราการโก่งตัวของแผ่นพื้น แต่จะมีผลต่อการขยายการแตกร้าว โดยที่การเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยในปริมาณมากทำให้แผ่นพื้นมีอัตราการขยายตัวของรอยแตกร้าวช้าลง



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

สรุปผลและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผล

งานวิจัยนี้ได้เสนอการพัฒนาโปรแกรมเพื่อวิเคราะห์แผ่นพื้นซึ่งซ่อมแซมด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย เพื่อเป็นแนวทางในการออกแบบการใช้แผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยให้มีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยโปรแกรมวิจัยจะพิจารณาพฤติกรรมในช่วงอีลาสติก โดยคิดผลของกำลังต้านทานการดัดที่ลดลงเนื่องจากการเกิดการแตกร้าว ดังนั้นผลที่ได้จากการวิเคราะห์แผ่นพื้นตัวอย่างซึ่งเป็นค่าที่ใช้ในการออกแบบ จึงน้อยกว่าผลที่ได้จากการทดสอบจริง

จากการวิเคราะห์แผ่นพื้นที่ได้รับการซ่อมแซมโดยการเสริมภายนอกด้วยแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย เมื่อพิจารณาปัจจัยด้านทิศทางการเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยพบว่า ทิศทางเป็นปัจจัยสำคัญในการใช้แผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น กล่าวคือ การเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยในแนวตั้งฉากกับรอยแตกร้าว จะช่วยเพิ่มกำลังต้านทานการรับน้ำหนักให้แผ่นพื้นได้ประมาณ 30-50 % ขณะที่การเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยในแนวขนานรอยแตกร้าวไม่ช่วยเพิ่มกำลังต้านทานการรับน้ำหนัก ส่วนพื้นที่การเสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยไม่มีผลต่อกำลังต้านทานการรับน้ำหนัก แต่จะมีผลต่ออัตราการขยายตัวของรอยแตกร้าว แต่ทั้งนี้จะต้องไม่เสริมแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยในปริมาณที่มากเกินไป เพราะอาจทำให้โครงสร้างเกิดการวิบัติแบบเปราะได้เร็วขึ้น

นอกจากนี้การใช้แผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยในการซ่อมแซมแผ่นพื้น มีข้อควรระวัง คือ โครงสร้างที่ซ่อมแซมโดยใช้แผ่นพลาสติกเสริมเส้นใยจะมีการโก่งตัวมากก่อนถึงค่าหน่วยแรงที่ยอมให้ และอาจเกิดการวิบัติเนื่องจากการหลุดร่อนของแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย โดยจากการวิเคราะห์ หน่วยแรงเฉือนที่เกิดขึ้นในคอนกรีตมีค่ามาก ซึ่งอาจเป็นสาเหตุให้เกิดการวิบัติในลักษณะดังกล่าวได้

5.2 ข้อเสนอแนะ

เนื่องจากงานวิจัยนี้เป็นการพัฒนาโปรแกรมอย่างง่ายเพื่อนำไปประยุกต์กับงานคำนวณออกแบบ อย่างไรก็ตาม การวิเคราะห์แผ่นพื้นที่สมบูรณ์จะต้องนำเอาพฤติกรรมหลังช่วงอีลาสติกมาคิดด้วย โปรแกรมควรมีการพัฒนาต่อไป โดยคิดผลเนื่องจาก

1. การเปลี่ยนแปลงสมบัติของวัสดุอย่างไม่เป็นเชิงเส้น
2. การลดลงของกำลังและสติฟเนสของคอนกรีตหลังการแตกร้าวเนื่องจากการแตกร้าวเฉือน^[20]

3. ผลกระทบของ tension-stiffening^[20] กล่าวคือหลังจากคอนกรีตเกิดการแตกร้าว คอนกรีตยังคงสามารถรับแรงดึงต่อไปได้อีกมากพอสมควร โดยผ่านทางแรงยึดเหนี่ยวระหว่างคอนกรีตและเหล็กเสริม ซึ่งทำให้คอนกรีตเสริมเหล็กสามารถรับแรงดึงได้มากกว่าคอนกรีตล้วน
4. การทรุดตัวของคานรองรับขอบแผ่นพื้น
5. การจำลองพฤติกรรมการหลุดล่อนบริเวณรอยต่อของคอนกรีตและแผ่นพลาสติกเสริมเส้นใย



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

1. Antonio Nanni. Concrete Repair With Externally Bonded FRP Reinforcement. Concrete International 17 (June 1995) : 22-26
2. Harmid Saadatmanesh. Fiber Composites for New and Existing Structures. ACI Structural Journal (May-June 1994) : 346-354
3. H. Kolsch. Upgrading Existing Structures with Composite Layers. Non-metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures. London ,1995 : 525-532
4. Zhishen Wu. Research Trends on Retrofitting and Strengthening Concrete Structures by FRP Sheets and Plates. International Conference on Fiber Reinforced Concrete : 87-97
5. ACI Committee 440. State-of-the-Art Report on Fiber Reinforced Plastic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures. ACI 440R-96, 1996
6. Ichimasu, H., Maruyama, M., Watanabe, H., and Hirose, T. RC Slabs Strengthened by Bonded Carbon Fiber Plates : Part 1 – Laboratory Study. International Symposium on Fiber-Reinforced-Plastic Reinforcement for Concrete Structures SP-138. ACI, 1993 : 933-955
7. M.A. Erki and P.J. Heffernan. Reinforced Concrete Slabs Externally Strengthened with Fibre-Reinforced Plastic Materials. Non-metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures. London, 1995 : 509-516
8. David De Rose. The Rehabilitation of a Concrete Structure Using Fibre Reinforced Plastics. MASC thesis No. 1379.0, 1997, University of Toronto, Toronto
9. J. Sim, and H.S. Oh. Experimental Study of Strengthening Technique Using Carbon Fiber Sheets on Phototype Reinforced Concrete Bridge Deck Specimens. ACI International Supplementary Papera on Fourth International Conference (Repair, Rehabilitation, and Maintenance of Concrete Structures and Innovations in Design and Construction), Seoul, Korea, 2000 : 343-359
10. A.K.Ghosh and S.S.Dey. A Simple Finite Element for the Analysis of Laminated Plates. Computers & Structures 44 (1992) : 585-596
11. K.C.Biswal and A.K.Ghosh. Finite Element Analysis for Stiffened Laminated Plates Using Higher Order Shear Deformation Theory. Computers and Structures 53 (1994) : 161-171
12. Hsuan-The Hu and William c. Schnobrich. Nonlinear Analysis of Cracked Reinforced Concrete. ACI Structural Journal (March-April 1990) : 199-207
13. O. O. Ochoa and J. N. Reddy. Finite element Analysis of Composite Laminates. Netherlands, Kluwer Academic Publisher, 1992.

14. Arthur P. Boresi. Elasticity in Engineering Mechanics. , New Jersey, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1995
15. Hajime Okamura and Kohiohi Maekawa. Nonlinear Analysis and Constitutive Models of Reinforced Concrete. Japan, P.Benson Shing, Tada-aki Tanabe, 1991
16. The Concrete Society. Design guidance for strengthening concrete structure using fibre composite material. Concrete Society Technical Report No. 55, 2000
17. Jan C. Jofriet and Gregory M. McNiece. Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Slabs. Journal of the Structural Division. Proceedings of the American Society of Civil Engineers (March 1971) : 785-806
18. William Weaver, Jr. and Paul R. Johnston. Finite Elements for Structural Analysis. New Jersey, Prentice-Hall, inc., Englewood Cliffs, 1984 : 112-113
19. Saeed Moaveni. Finite Element Analysis Theoretical and Application with ANSYS. Mankato , Minnesota State University
20. M.A.Polak and F.J.Vecchio. Nonlinear Analysis of Reinforced-Concrete Shells. Journal of Structural Engineering ASCE 119 (1993) : 3439-3463



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันฐาน

การหา $N_{i,x}, N_{i,y}$ ในสมการที่ 2.1.1.21 นั้นสามารถหาได้ดังนี้

จาก
$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N}{\partial r} \\ \frac{\partial N}{\partial s} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \end{Bmatrix}$$

หรือ
$$\begin{Bmatrix} N_{i,r} \\ N_{i,s} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} N_{i,x} \\ N_{i,y} \end{Bmatrix}$$

ดังนั้น
$$\begin{Bmatrix} N_{i,x} \\ N_{i,y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} N_{i,r} \\ N_{i,s} \end{Bmatrix}$$

โดยที่
$$[J] = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 N_{i,r} x_i & \sum_{i=1}^4 N_{i,r} y_i \\ \sum_{i=1}^4 N_{i,s} x_i & \sum_{i=1}^4 N_{i,s} y_i \end{bmatrix}$$

$$[J]^{-1} = \frac{1}{\sum_{i=1}^4 N_{i,r} x_i \cdot \sum_{i=1}^4 N_{i,s} y_i - \sum_{i=1}^4 N_{i,s} x_i \cdot \sum_{i=1}^4 N_{i,r} y_i} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 N_{i,r} x_i & \sum_{i=1}^4 N_{i,r} y_i \\ \sum_{i=1}^4 N_{i,s} x_i & \sum_{i=1}^4 N_{i,s} y_i \end{bmatrix}$$

เมื่อ $N_{i,r} = \frac{1}{4} r_i (1 + s s_i)$, $N_{i,s} = \frac{1}{4} s_i (1 + r r_i)$

x_i คือ พิกัดในแนวแกน x ของข้อที่ i

y_i คือ พิกัดในแนวแกน y ของข้อที่ i

หรืออาจเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$N_{i,x} = \frac{N_{i,r} \cdot \sum_{i=1}^4 N_{i,s} y_i - N_{i,s} \cdot \sum_{i=1}^4 N_{i,r} y_i}{\sum_{i=1}^4 N_{i,r} x_i \cdot \sum_{i=1}^4 N_{i,s} y_i - \sum_{i=1}^4 N_{i,s} x_i \cdot \sum_{i=1}^4 N_{i,r} y_i}$$

$$N_{i,y} = \frac{N_{i,s} \cdot \sum_{i=1}^4 N_{i,r} x_i - N_{i,r} \cdot \sum_{i=1}^4 N_{i,s} x_i}{\sum_{i=1}^4 N_{i,r} x_i \cdot \sum_{i=1}^4 N_{i,s} y_i - \sum_{i=1}^4 N_{i,s} x_i \cdot \sum_{i=1}^4 N_{i,r} y_i}$$

สำหรับกรหา $f_{i,x}$, $f_{i,y}$, $f_{i,xx}$, $f_{i,yy}$, $f_{i,xy}$, $g_{i,x}$, ... นั้นใช้กฎลูกโซ่ ดังนี้

$$f_{i,x} = \frac{\partial f_i}{\partial x} = \frac{\partial f_i}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial f_i}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x}, \quad f_{i,y} = \frac{\partial f_i}{\partial y} = \frac{\partial f_i}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial f_i}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y}$$

$$\begin{array}{ll} \text{โดยที่} & \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{2}{a} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial s}{\partial x} = 0 \\ & \frac{\partial r}{\partial y} = 0 \quad \text{และ} \quad \frac{\partial s}{\partial y} = \frac{2}{b} \end{array}$$

ดังนั้น

$$f_{i,x} = \frac{\partial f_i}{\partial x} = \frac{\partial f_i}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial f_i}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} = \frac{2}{a} \frac{\partial f_i}{\partial r} = \frac{r_i}{4a} (1 + ss_i) (3 - 3r^2 + ss_i - s^2)$$

$$f_{i,y} = \frac{\partial f_i}{\partial y} = \frac{\partial f_i}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial f_i}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y} = \frac{2}{b} \frac{\partial f_i}{\partial s} = \frac{s_i}{4b} (1 + rr_i) (3 - 3s^2 + rr_i - r^2)$$

$$g_{i,x} = \frac{\partial g_i}{\partial x} = \frac{\partial g_i}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial g_i}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} = \frac{2}{a} \frac{\partial g_i}{\partial r} = \frac{1}{8} (1 + ss_i) (3r^2 + 2rr_i - 1)$$

$$g_{i,y} = \frac{\partial g_i}{\partial y} = \frac{\partial g_i}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial g_i}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y} = \frac{2}{b} \frac{\partial g_i}{\partial s} = \frac{a}{8b} s_i (r^3 + r^2 r_i - r_i - r)$$

$$h_{i,x} = \frac{\partial h_i}{\partial x} = \frac{\partial h_i}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial h_i}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial x} = \frac{2}{a} \frac{\partial h_i}{\partial r} = \frac{b}{8a} r_i (s^3 + s^2 s_i - s_i - s)$$

$$h_{i,y} = \frac{\partial h_i}{\partial y} = \frac{\partial h_i}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial h_i}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y} = \frac{2}{b} \frac{\partial h_i}{\partial s} = \frac{1}{8} (1 + rr_i) (3s^2 + 2ss_i - 1)$$

$$f_{i,xx} = \frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f_i}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{2}{a} \frac{\partial f_i}{\partial r} \right) = \frac{2}{a} \left(\frac{\partial^2 f_i}{\partial r^2} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial^2 f_i}{\partial r \partial s} \frac{\partial s}{\partial x} \right) = \frac{4}{a^2} \frac{\partial^2 f_i}{\partial r^2} = -3rr_i (1 + ss_i)$$

$$f_{i,yy} = \frac{\partial^2 f_i}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f_i}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{2}{b} \frac{\partial f_i}{\partial s} \right) = \frac{2}{b} \left(\frac{\partial^2 f_i}{\partial s \partial r} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial^2 f_i}{\partial s^2} \frac{\partial s}{\partial y} \right) = \frac{4}{b^2} \frac{\partial^2 f_i}{\partial s^2} = -3ss_i (1 + rr_i)$$

$$f_{i,xy} = \frac{\partial^2 f_i}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f_i}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{2}{a} \frac{\partial f_i}{\partial r} \right) = \frac{2}{a} \left(\frac{\partial^2 f_i}{\partial r^2} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial^2 f_i}{\partial r \partial s} \frac{\partial s}{\partial y} \right) = \frac{4}{ab} \frac{\partial^2 f_i}{\partial r \partial s} = \frac{r_i s_i}{2ab} (4 - 3s^2 - 3r^2)$$

$$g_{i,xx} = \frac{\partial^2 g_i}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial g_i}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{2}{a} \frac{\partial g_i}{\partial r} \right) = \frac{2}{a} \left(\frac{\partial^2 g_i}{\partial r^2} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial^2 g_i}{\partial r \partial s} \frac{\partial s}{\partial x} \right) = \frac{4}{a^2} \frac{\partial^2 g_i}{\partial r^2} = \frac{1}{2a} (1 + ss_i) (3r + r_i)$$

$$g_{i,yy} = \frac{\partial^2 g_i}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial g_i}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{2}{b} \frac{\partial g_i}{\partial s} \right) = \frac{2}{b} \left(\frac{\partial^2 g_i}{\partial s \partial r} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial^2 g_i}{\partial s^2} \frac{\partial s}{\partial y} \right) = \frac{4}{b^2} \frac{\partial^2 g_i}{\partial s^2} = 0$$

$$g_{i,xy} = \frac{\partial^2 g_i}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial g_i}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{2}{a} \frac{\partial g_i}{\partial r} \right) = \frac{2}{a} \left(\frac{\partial^2 g_i}{\partial r^2} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial^2 g_i}{\partial r \partial s} \frac{\partial s}{\partial y} \right) = \frac{4}{ab} \frac{\partial^2 g_i}{\partial r \partial s} = \frac{s_i}{4b} (3r^2 + 2rr_i - 1)$$

$$h_{i,xx} = \frac{\partial^2 h_i}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial h_i}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{2}{a} \frac{\partial h_i}{\partial r} \right) = \frac{2}{a} \left(\frac{\partial^2 h_i}{\partial r^2} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial^2 h_i}{\partial r \partial s} \frac{\partial s}{\partial x} \right) = \frac{4}{a^2} \frac{\partial^2 h_i}{\partial r^2} = 0$$

$$h_{i,yy} = \frac{\partial^2 h_i}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial h_i}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{2}{b} \frac{\partial h_i}{\partial s} \right) = \frac{2}{b} \left(\frac{\partial^2 h_i}{\partial s \partial r} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial^2 h_i}{\partial s^2} \frac{\partial s}{\partial y} \right) = \frac{4}{b^2} \frac{\partial^2 h_i}{\partial s^2} = \frac{1}{2b} (1 + rr_i) (3s + s_i)$$

$$h_{i,xy} = \frac{\partial^2 h_i}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial h_i}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{2}{a} \frac{\partial h_i}{\partial r} \right) = \frac{2}{a} \left(\frac{\partial^2 h_i}{\partial r^2} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial^2 h_i}{\partial r \partial s} \frac{\partial s}{\partial y} \right) = \frac{4}{ab} \frac{\partial^2 h_i}{\partial r \partial s} = \frac{r_i}{4a} (3s^2 + 2ss_i - 1)$$

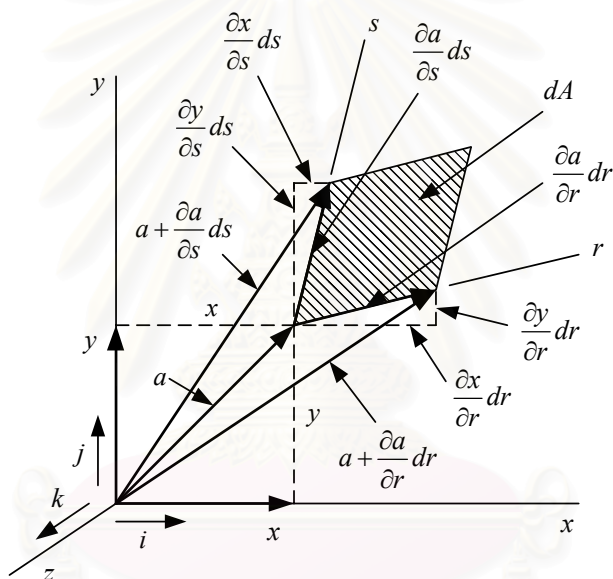
ภาคผนวก ข

การหาเมตริกซ์ยาโคบี

[18] ในการอินทิเกรตสมการซึ่งเป็นฟังก์ชันของ x, y พื้นที่ dA เช่น

$$I = \int_A f(x, y) dA$$

ถ้า x, y เป็นฟังก์ชันที่สามารถหาอนุพันธ์ได้ต่อเนื่องบนแกนพิกัด r, s ดังแสดงในรูปที่ a



รูปที่ a พื้นที่บนแกนพิกัด r และ s

เวกเตอร์ a เป็นเวกเตอร์จากจุดกำเนิดบนพิกัดของ x และ y นั่นคือ

$$a = x + y = xi + yj$$

ดังนั้น

$$\frac{\partial a}{\partial r} = \frac{\partial x}{\partial r} i + \frac{\partial y}{\partial r} j$$

และ

$$\frac{\partial a}{\partial s} = \frac{\partial x}{\partial s} i + \frac{\partial y}{\partial s} j$$

ดังนั้นบนพื้นที่ $dA = dr ds$ สามารถประมาณค่าได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 dA &= \left[\frac{\partial a}{\partial r} dr \times \frac{\partial a}{\partial s} ds \right] k \\
 &= \left[\left(\frac{\partial x}{\partial r} idr + \frac{\partial y}{\partial r} jdr \right) \times \left(\frac{\partial x}{\partial s} ids + \frac{\partial y}{\partial s} jds \right) \right] k \\
 &= \left(\frac{\partial x}{\partial r} \frac{\partial y}{\partial s} - \frac{\partial y}{\partial r} \frac{\partial x}{\partial s} \right) drds
 \end{aligned}$$

หรือ

$$dA = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} \\ \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} \end{vmatrix} = |J| drds$$

ดังนั้นการประมาณค่าเมตริกซ์สติเฟเนสบนพื้นที่ dA ดังสมการที่ 2.1.1.25

$$\begin{aligned}
 [K_e] &= \int_A [B]^T [D][B] dA \\
 &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D][B] |J| drds
 \end{aligned}$$

และจาก $x = \sum_{i=1}^4 N_i x_i$ และ $y = \sum_{i=1}^4 N_i y_i$

ดังนั้น $|J| = \sum_{i=1}^4 N_{i,r} x_i \cdot \sum_{i=1}^4 N_{i,s} y_i - \sum_{i=1}^4 N_{i,s} x_i \cdot \sum_{i=1}^4 N_{i,r} y_i$

และจากหลักการของ การอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบเกาส์ (Gauss Quadrature) สามารถประมาณค่าของสมการข้างต้นได้ดังสมการที่ 2.1.2.26

สำหรับชิ้นส่วนที่มีการเสริมกำลังนั้น การประมาณค่าเมตริกซ์สติเฟเนสจะต่างออกไป โดยที่จะเป็นการประมาณค่าในทิศทางเดียว ดังในสมการที่ 2.1.2.14 และ 2.1.2.15

$$\begin{aligned}
 \text{กรณีที่ส่วนเสริมกำลังอยู่ในแนวขนานแกน } x & \quad [K_e]_{xs} = \int [B_s]^T [\bar{D}_s] [B_s] dx \\
 \text{กรณีที่ส่วนเสริมกำลังอยู่ในแนวขนานแกน } y & \quad [K_e]_{ys} = \int [B_s]^T [\bar{D}_s] [B_s] dy
 \end{aligned}$$

โดยที่ x, y เป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่องบนแกนธรรมชาติ r และ s และสำหรับกรณีที่ส่วนเสริมกำลังอยู่ในแนวขนานแกน x ค่า s เป็นค่าคงที่เท่ากับระยะของส่วนเสริมกำลังบนแกนธรรมชาติ

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad & dx = \frac{\partial x}{\partial r} dr \\ \text{และ} \quad & [K_e]_{xs} = \int_{-1}^1 [B_s]^T [\bar{D}_s] [B_s] |J| dr \\ \text{โดยที่} \quad & |J| = \frac{\partial x}{\partial r} = \sum_{i=1}^4 N_{i,r} x_i \end{aligned}$$

และสำหรับกรณีที่ส่วนเสริมกำลังอยู่ในแนวขนานแกน y ค่า r เป็นค่าคงที่เท่ากับระยะของส่วนเสริมกำลังบนแกนธรรมชาติ

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad & dy = \frac{\partial y}{\partial s} ds \\ \text{และ} \quad & [K_e]_{ys} = \int_{-1}^1 [B_s]^T [\bar{D}_s] [B_s] |J| ds \\ \text{โดยที่} \quad & |J| = \frac{\partial y}{\partial s} = \sum_{i=1}^4 N_{i,s} y_i \end{aligned}$$

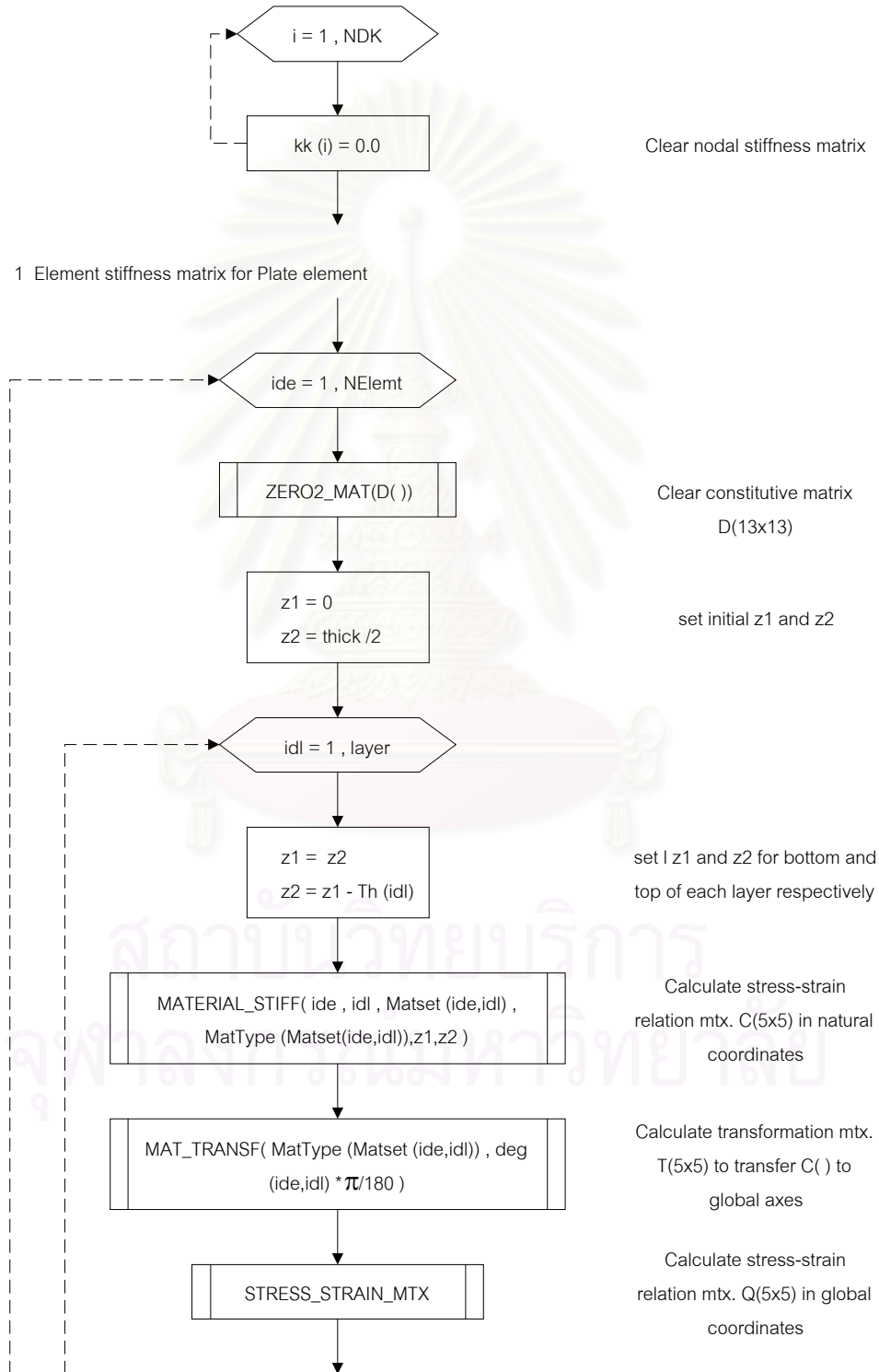
และจากหลักการของ การอินทิเกรตเชิงตัวเลขแบบเกาส์ (Gauss Quadrature) สามารถประมาณค่าสติฟเนสเมตริกซ์ได้ดังสมการที่ 2.1.2.16

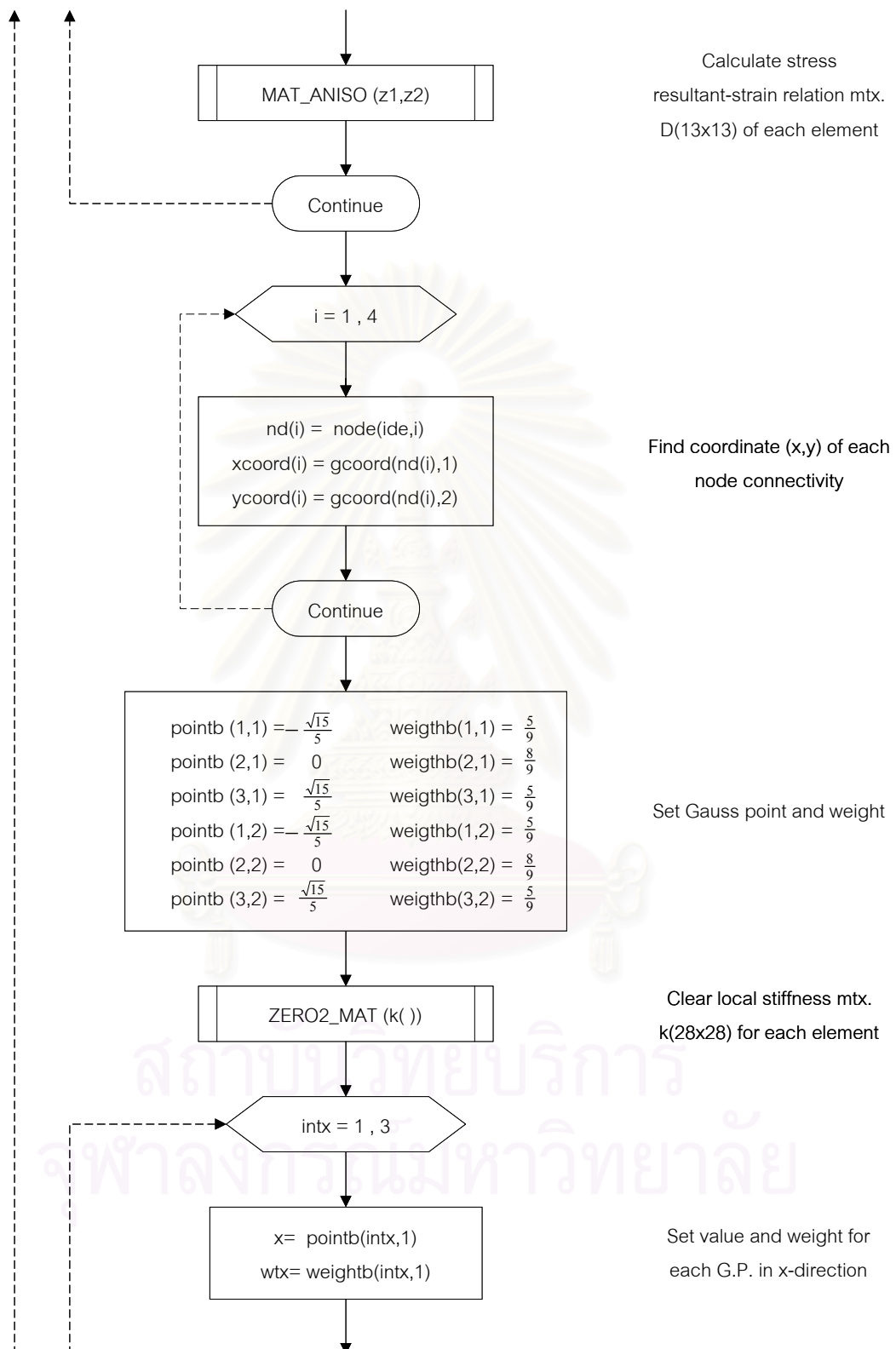
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

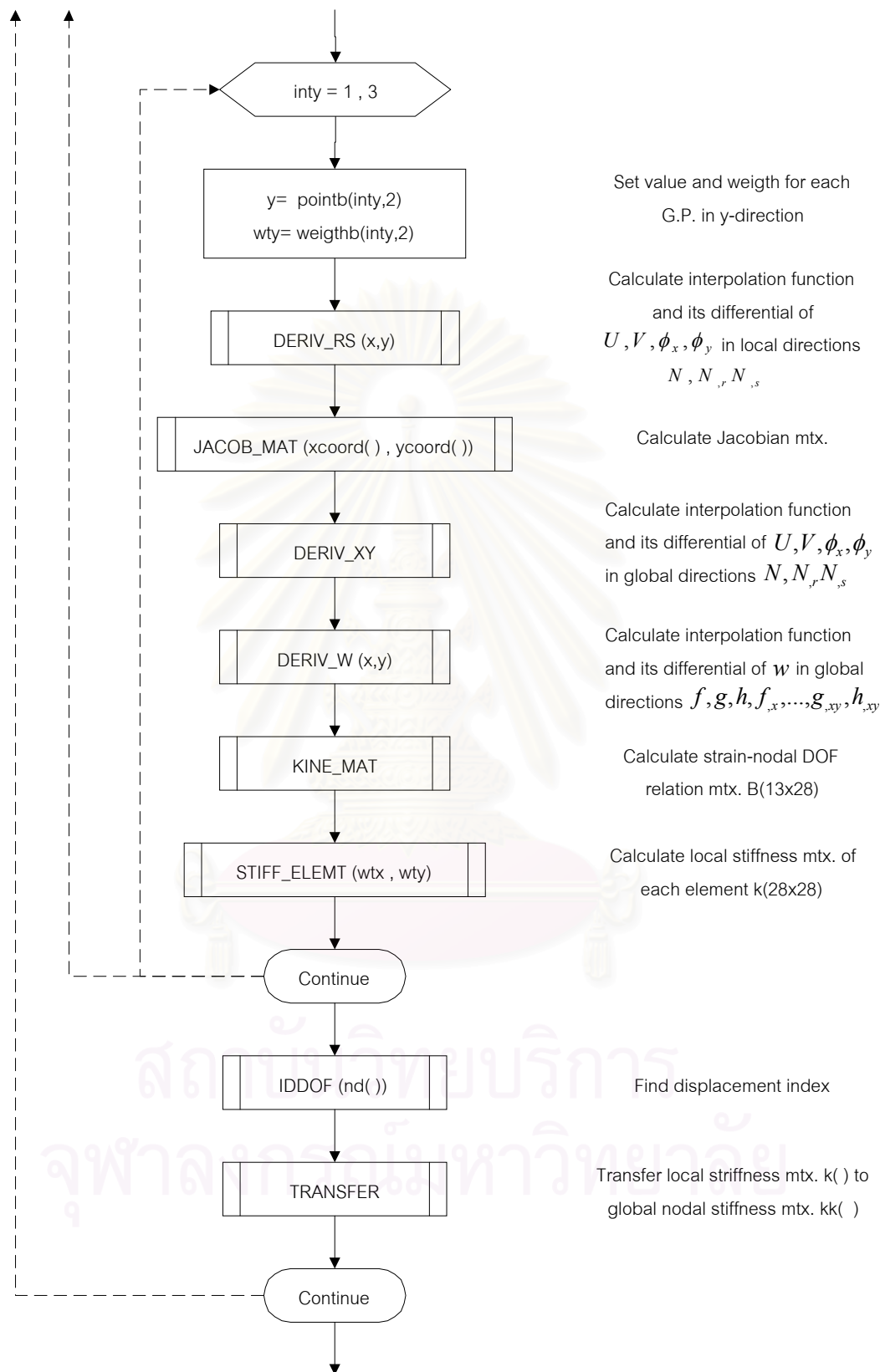
ภาคผนวก ค

แผนภูมิสายงานของโปรแกรมวิจัย

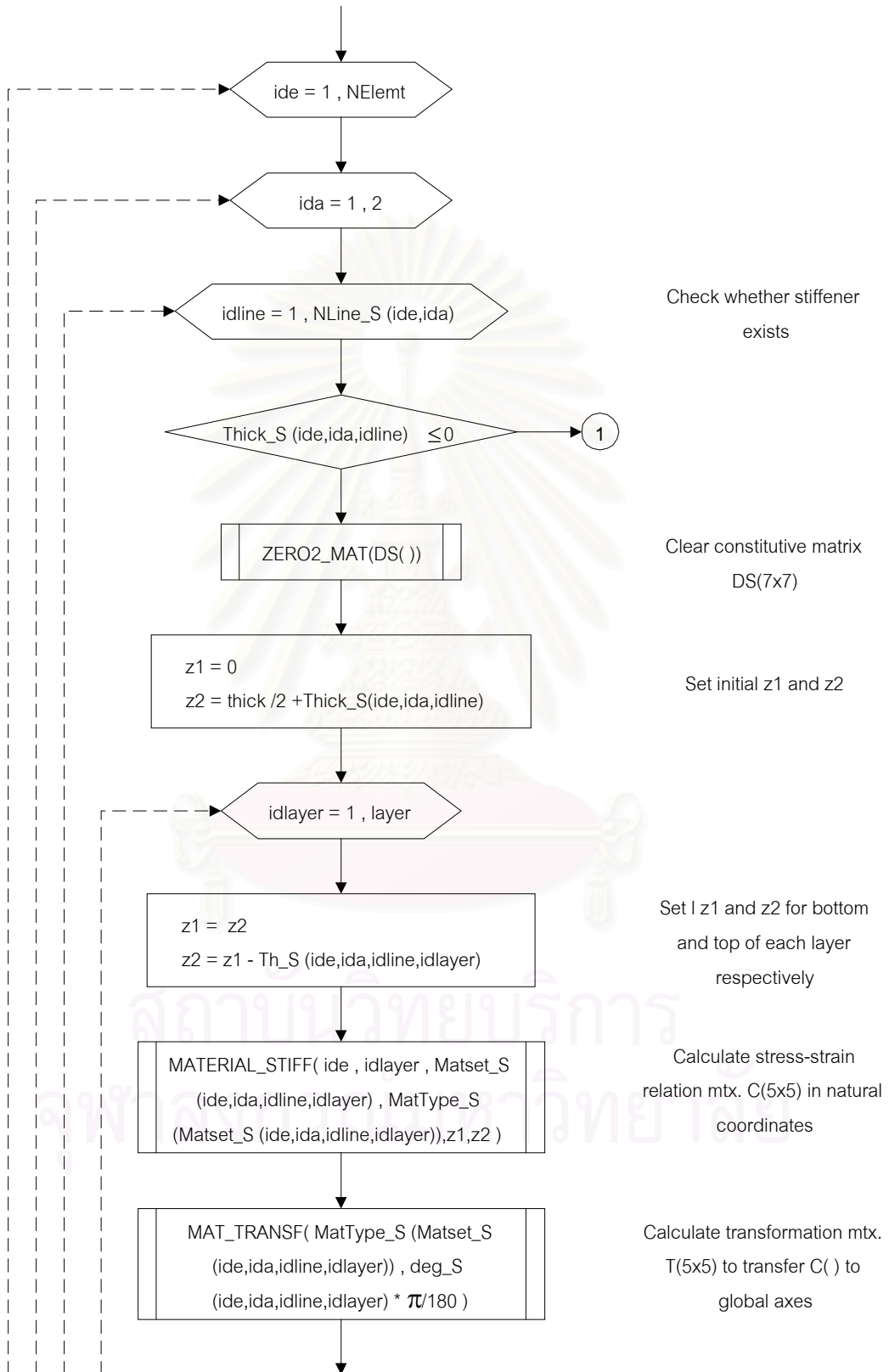
ขั้นตอนที่ 3.2.2.1 การคำนวณสติฟเนสของโครงสร้าง

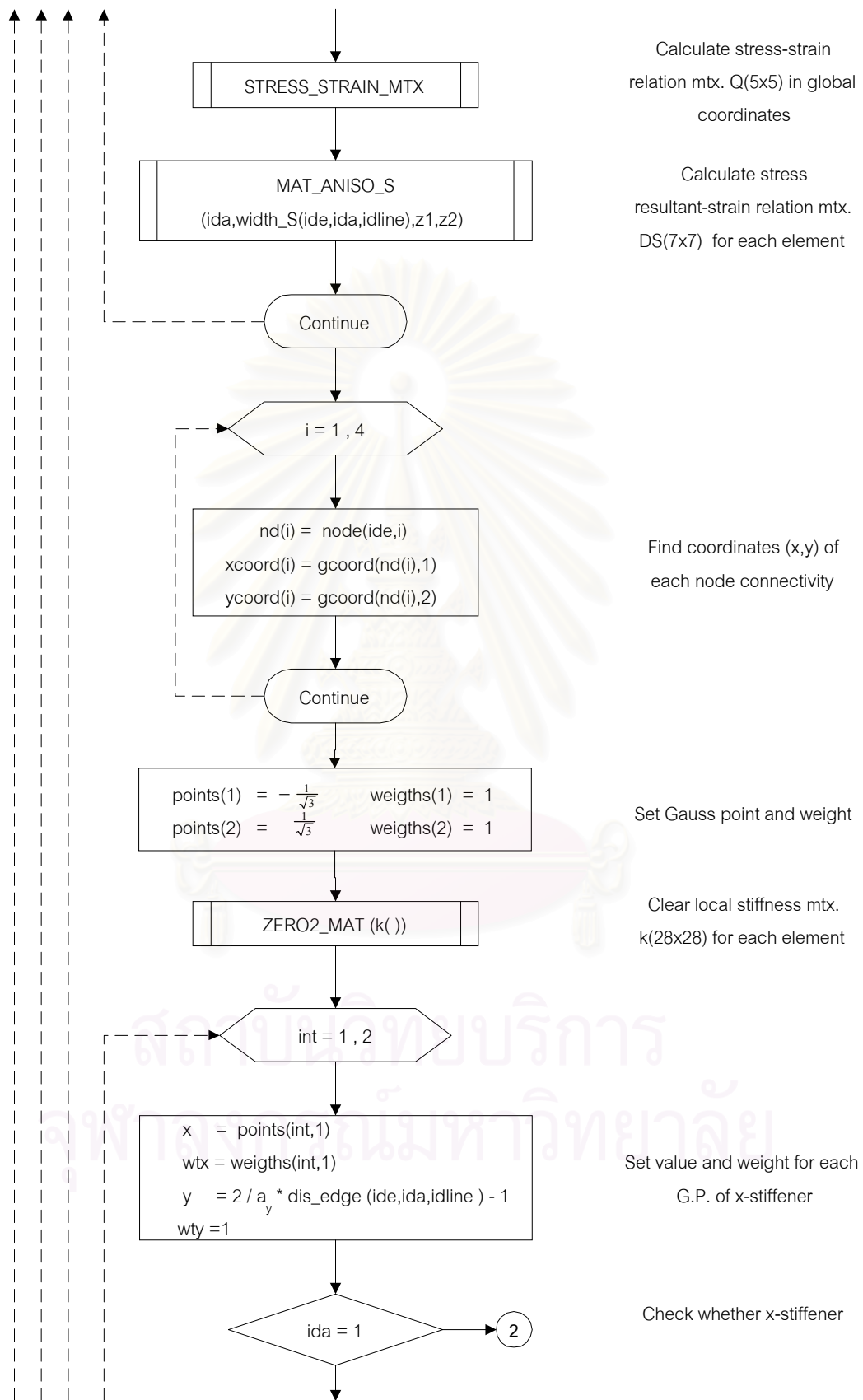


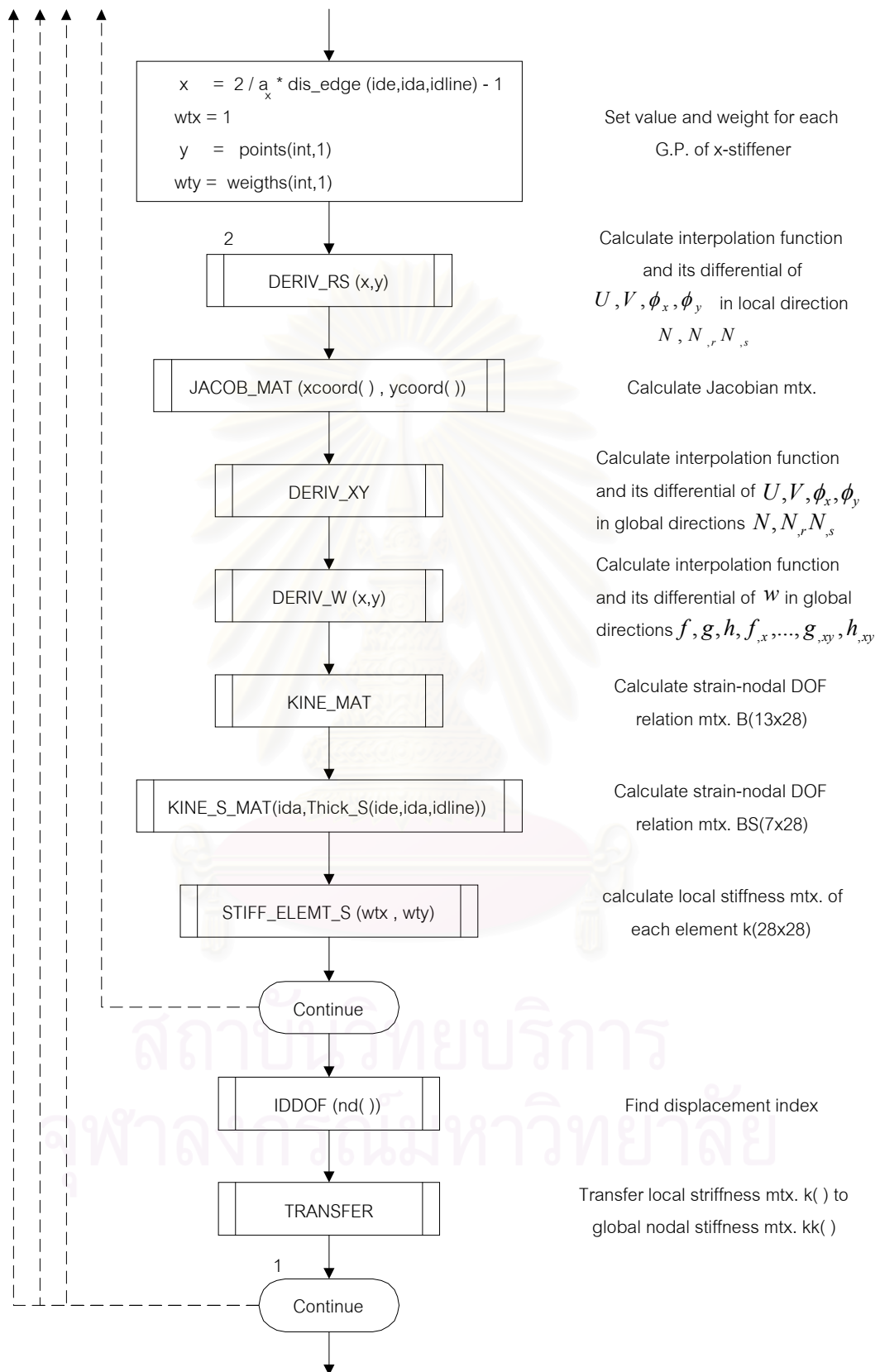




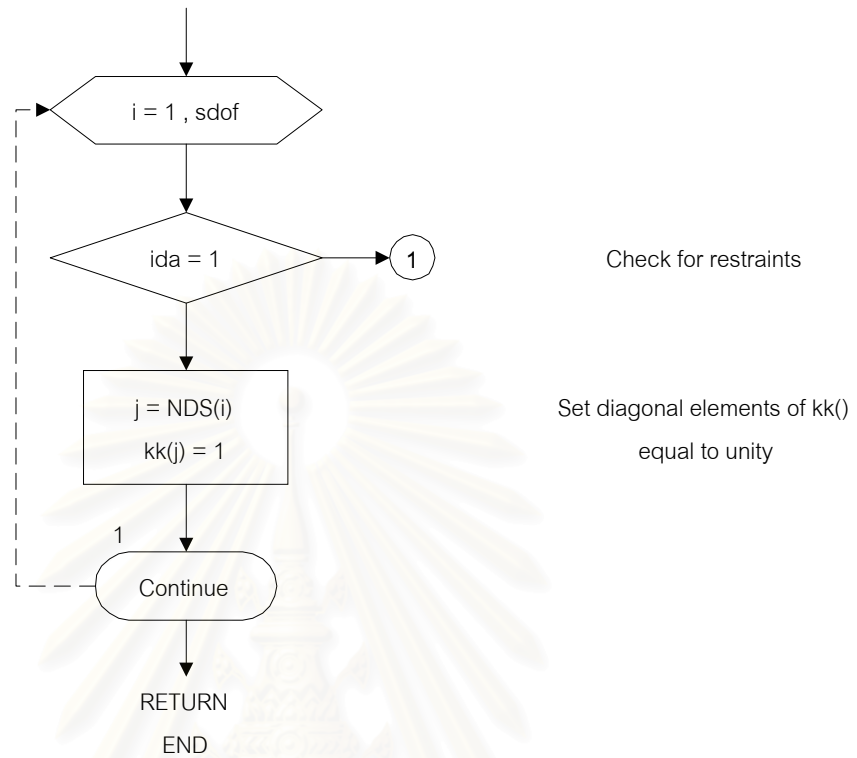
2 Element stiffness matrix for stiffener element





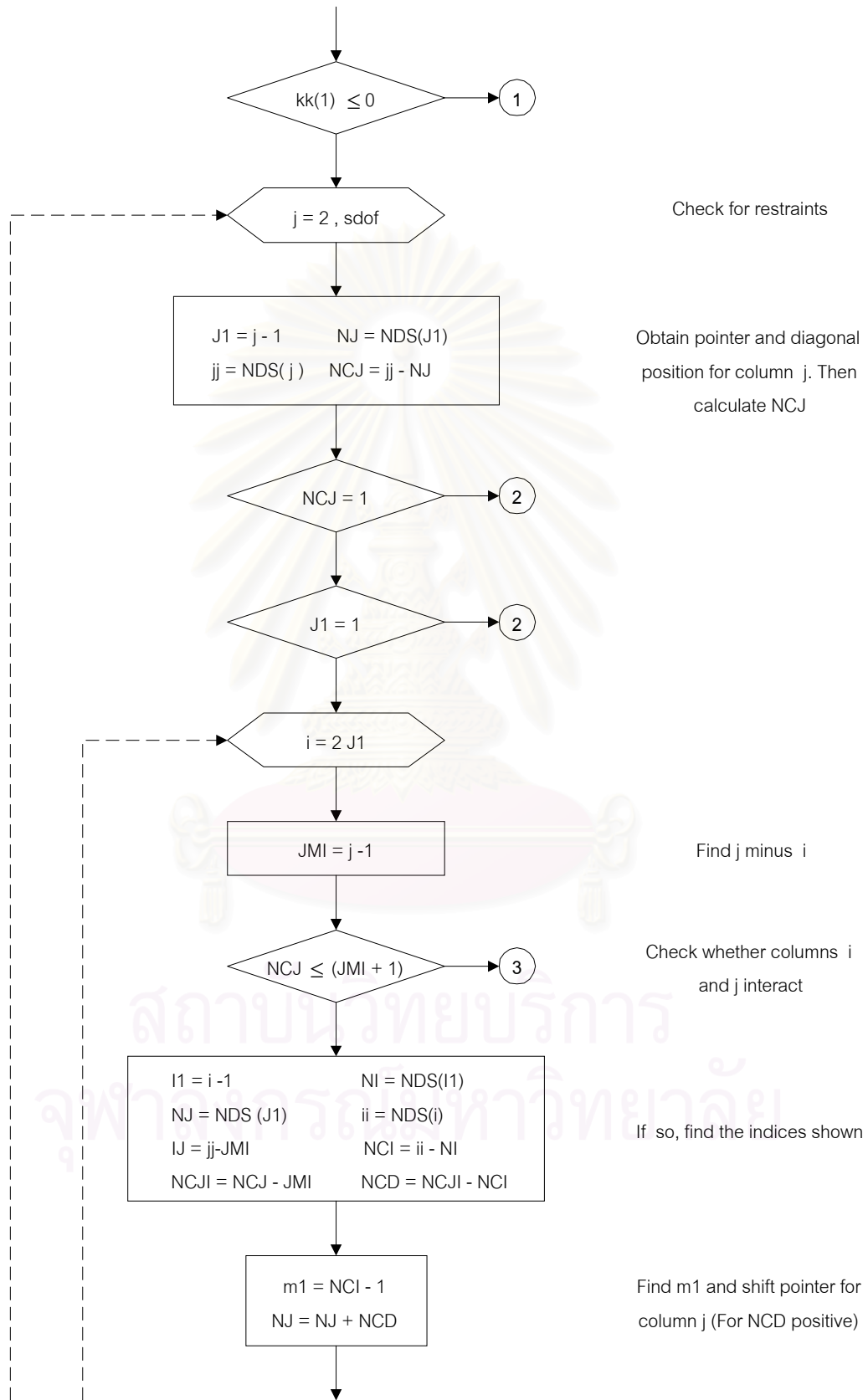


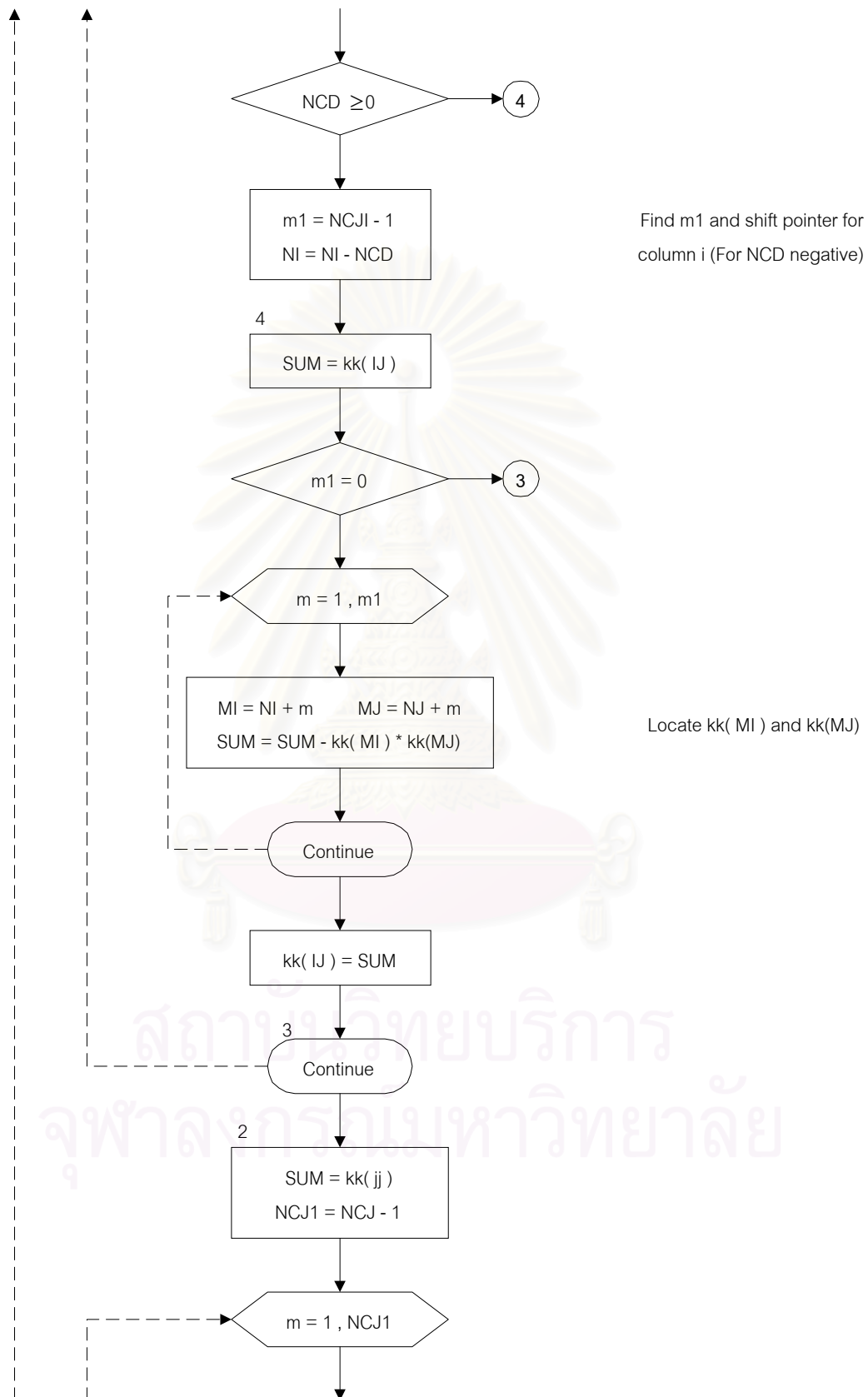
3 Modified stiffness matrix for restraint

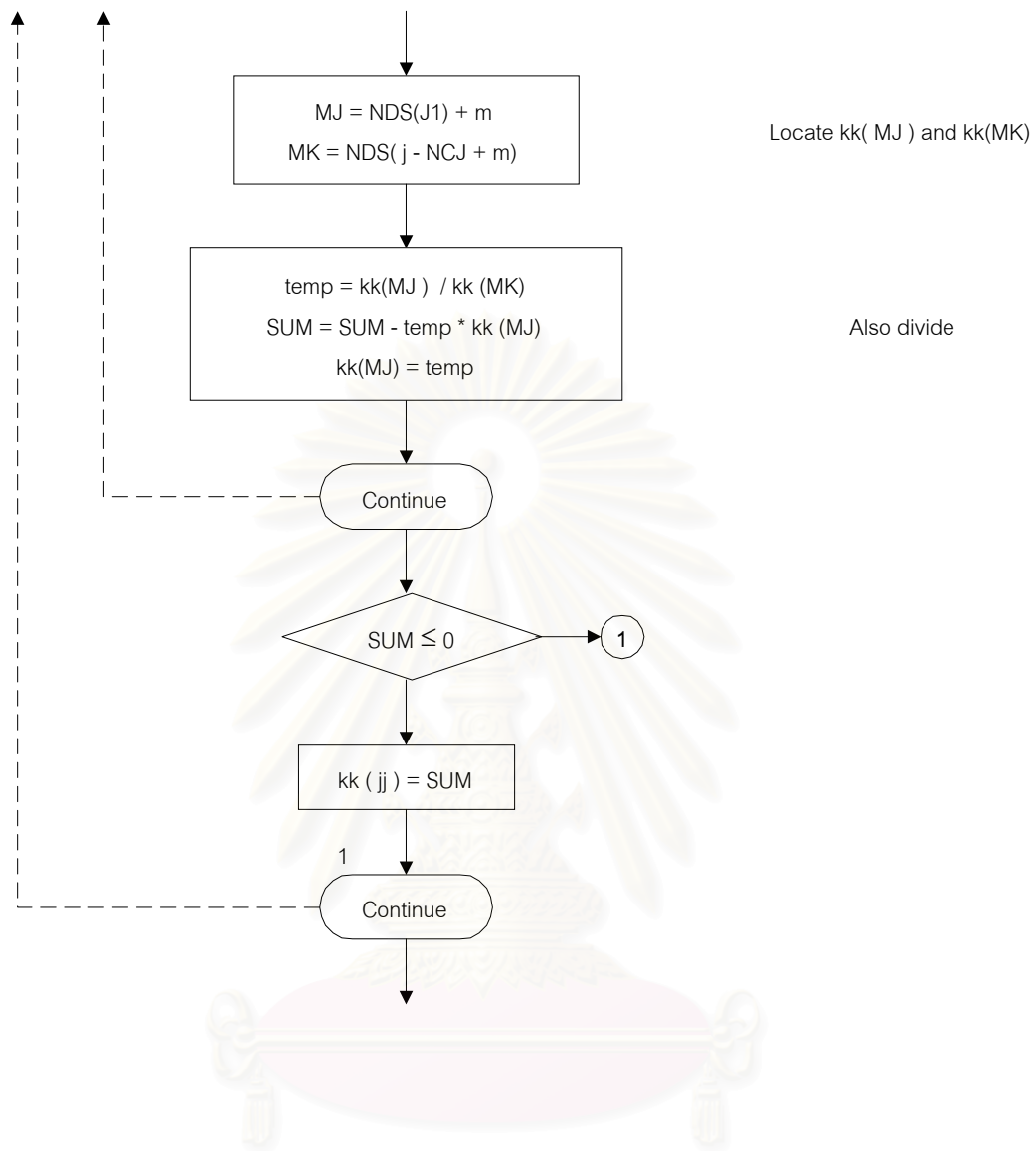


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4. Factor structural stiffness matrix (SKYFAC)

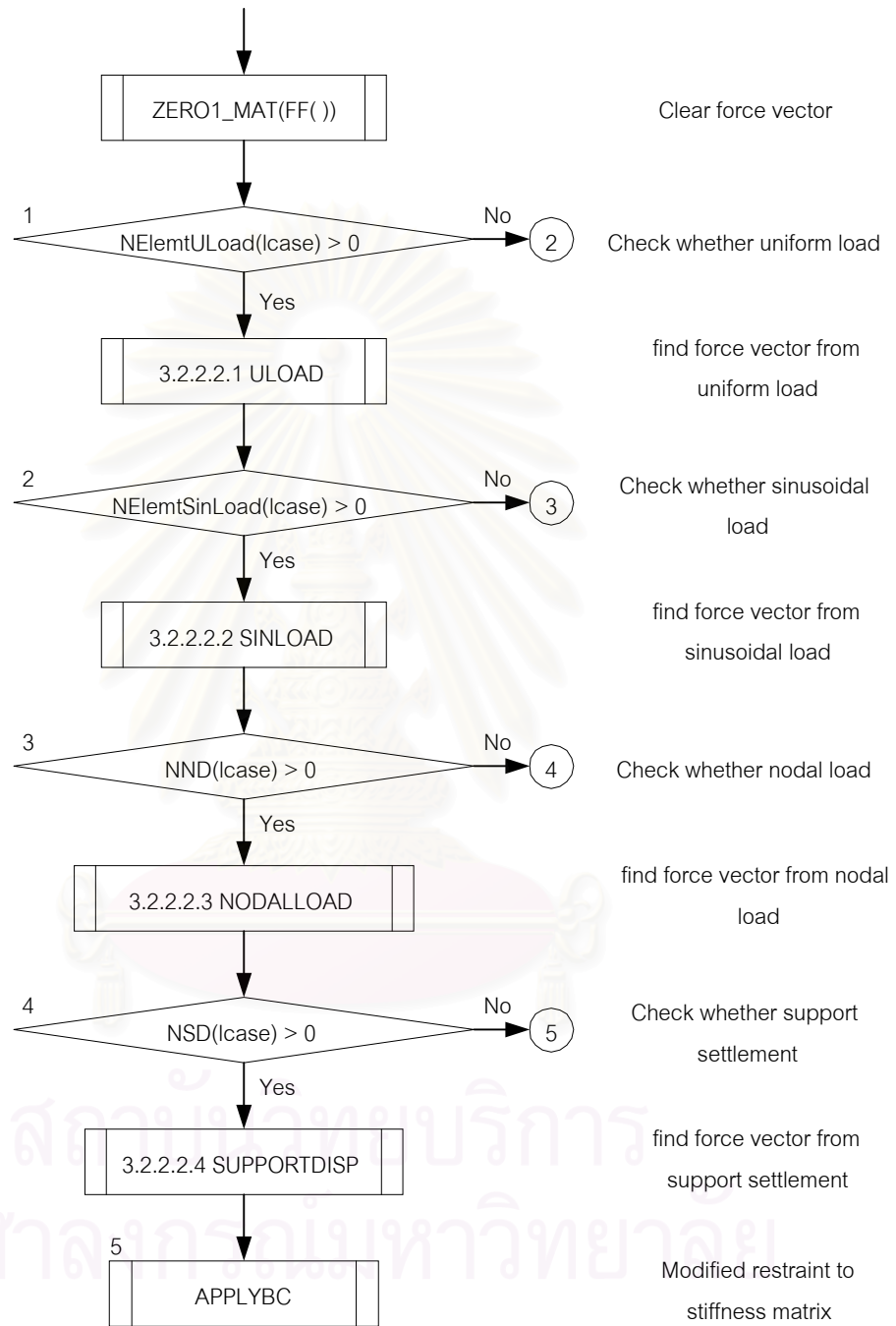




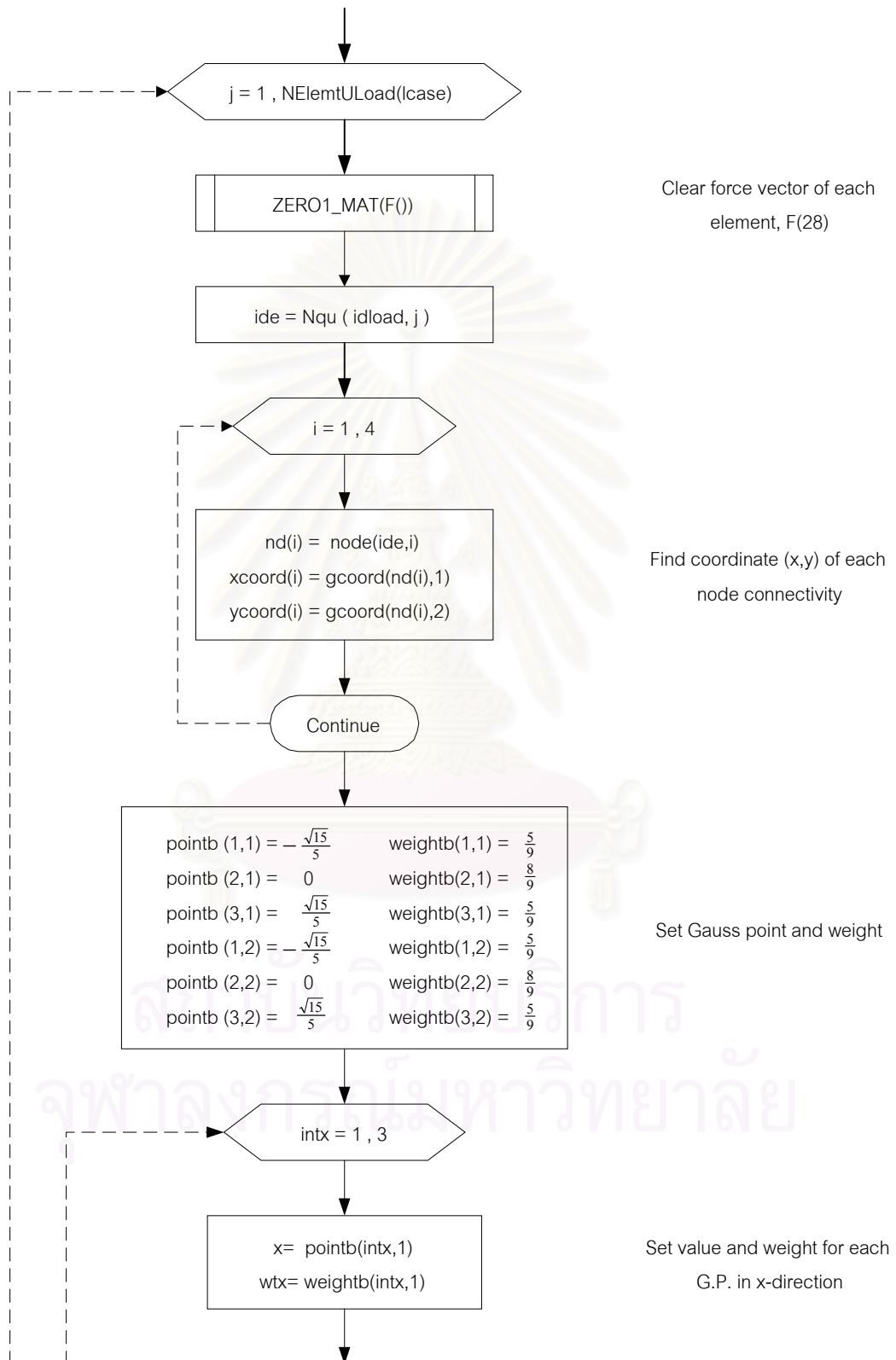


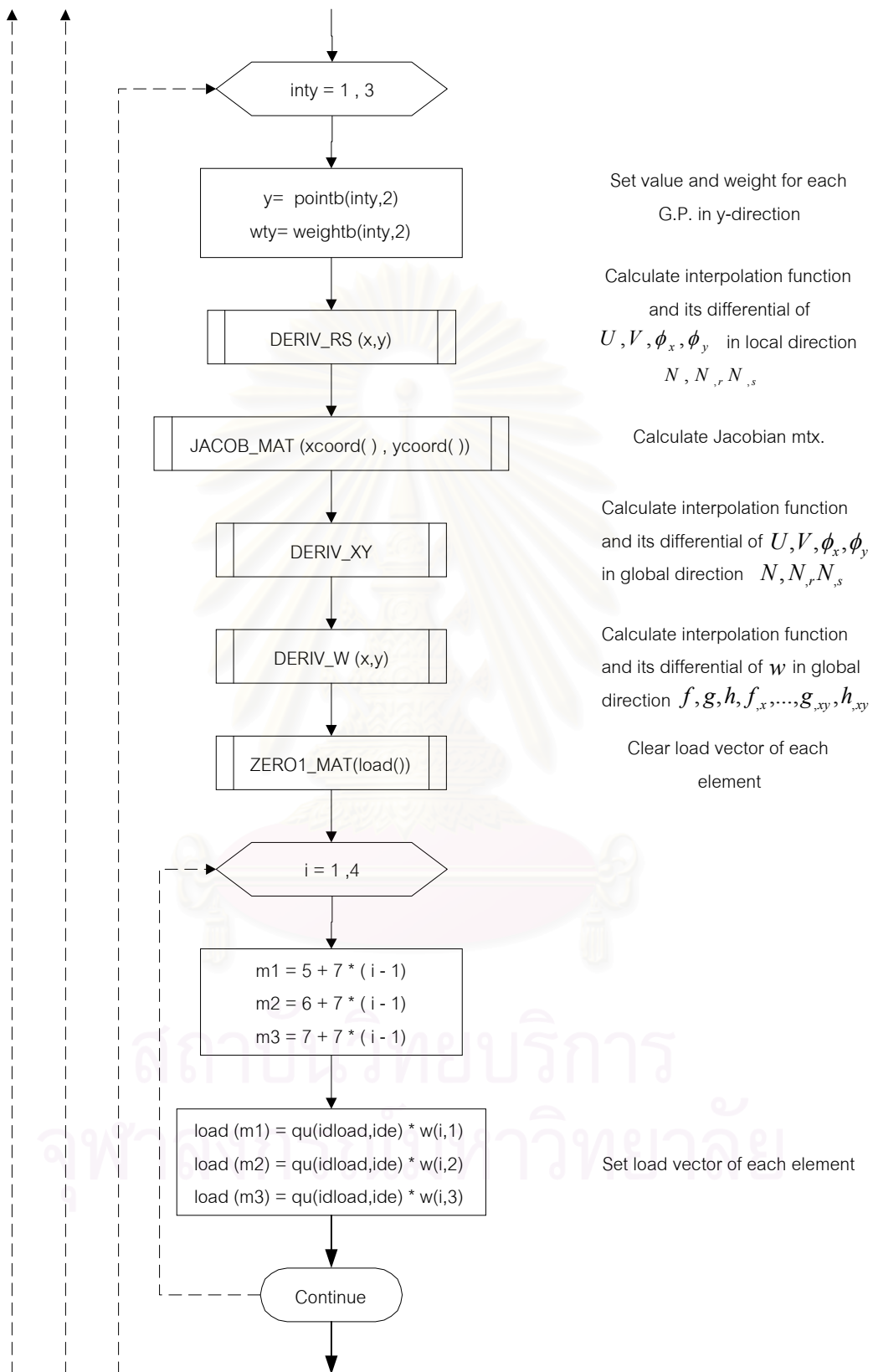
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

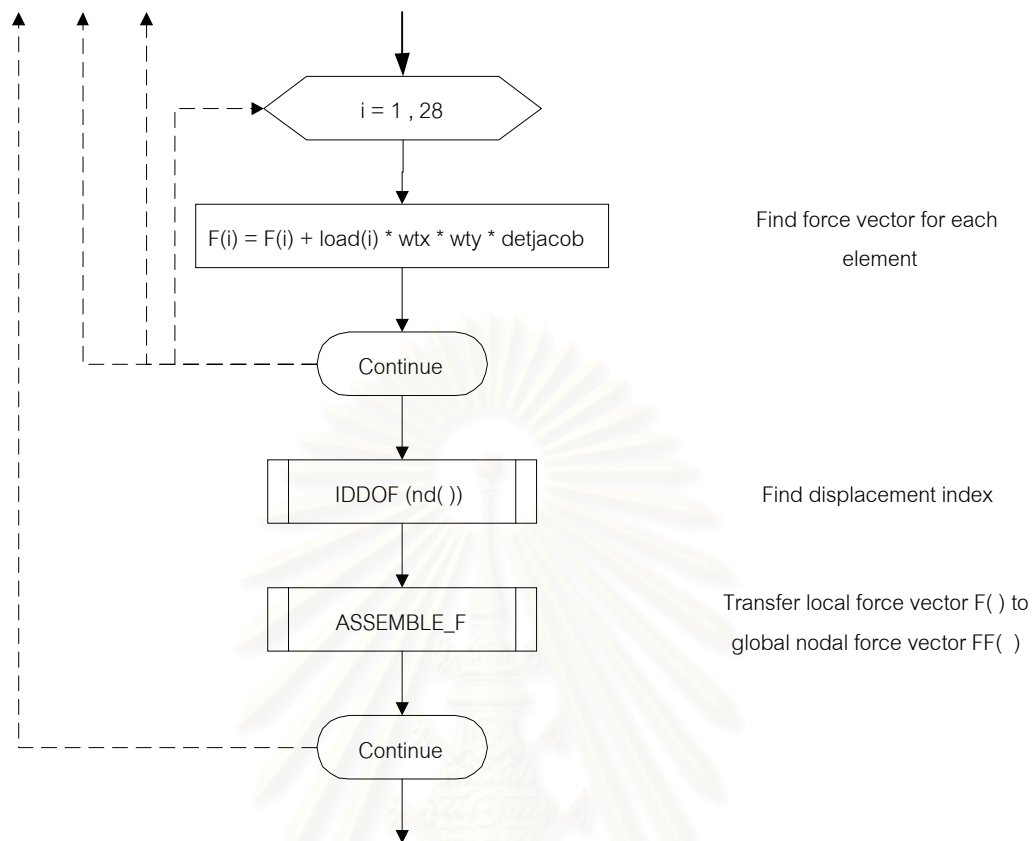
ขั้นตอนที่ 3.2.2.2 การคำนวณเวกเตอร์ของแรงกระทำ



ขั้นตอนที่ 3.2.2.2.1 ULOAD

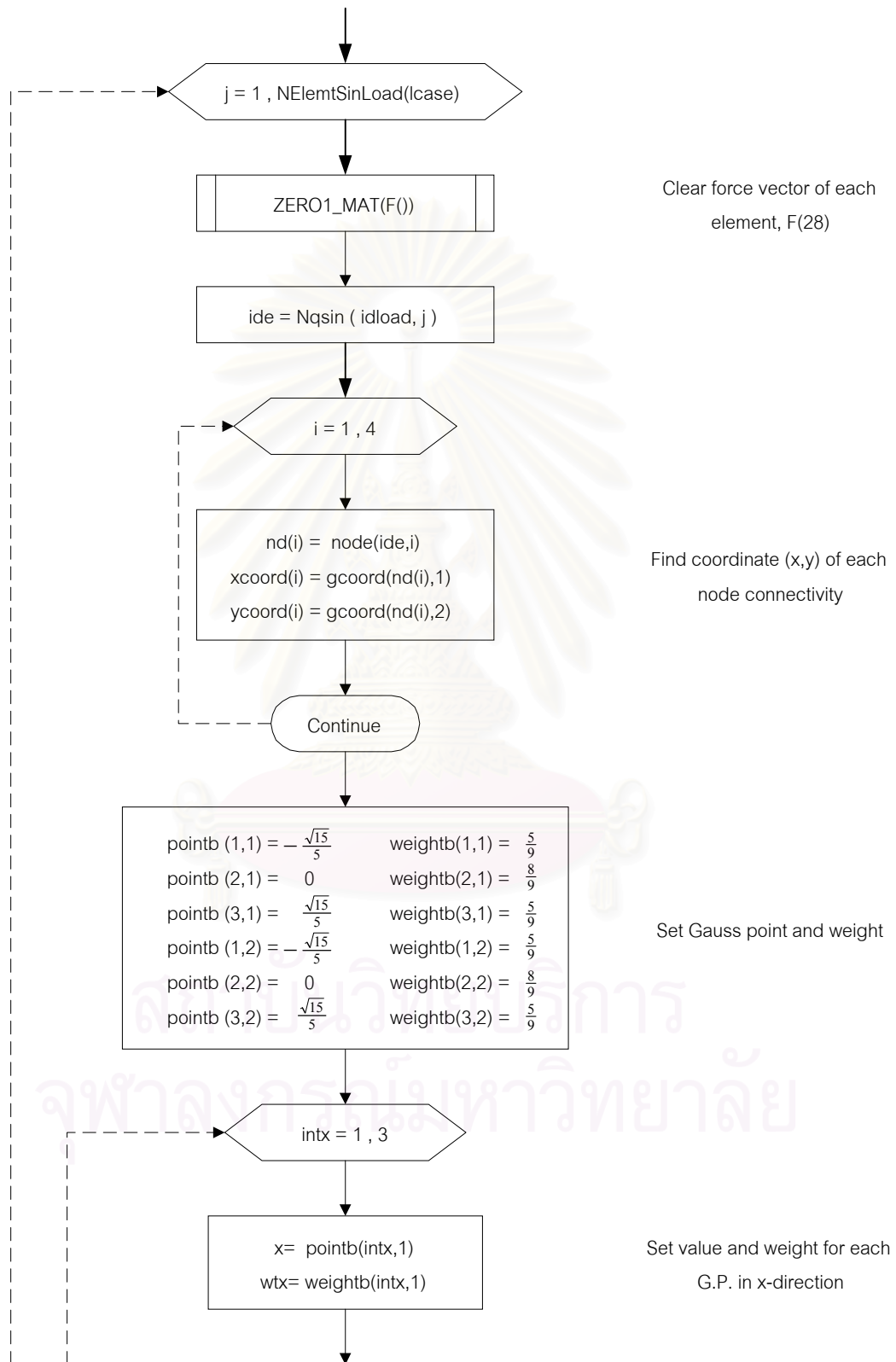


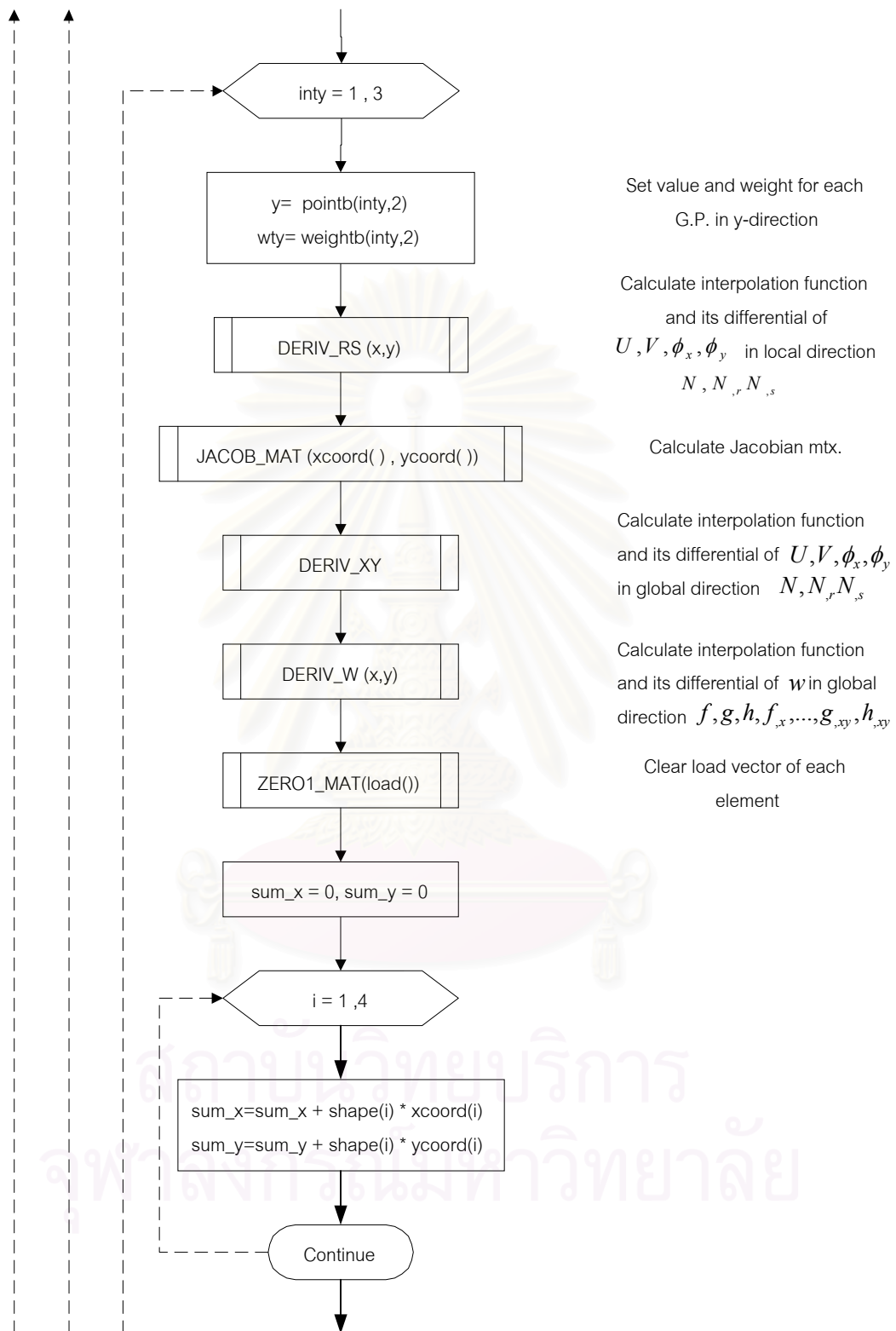


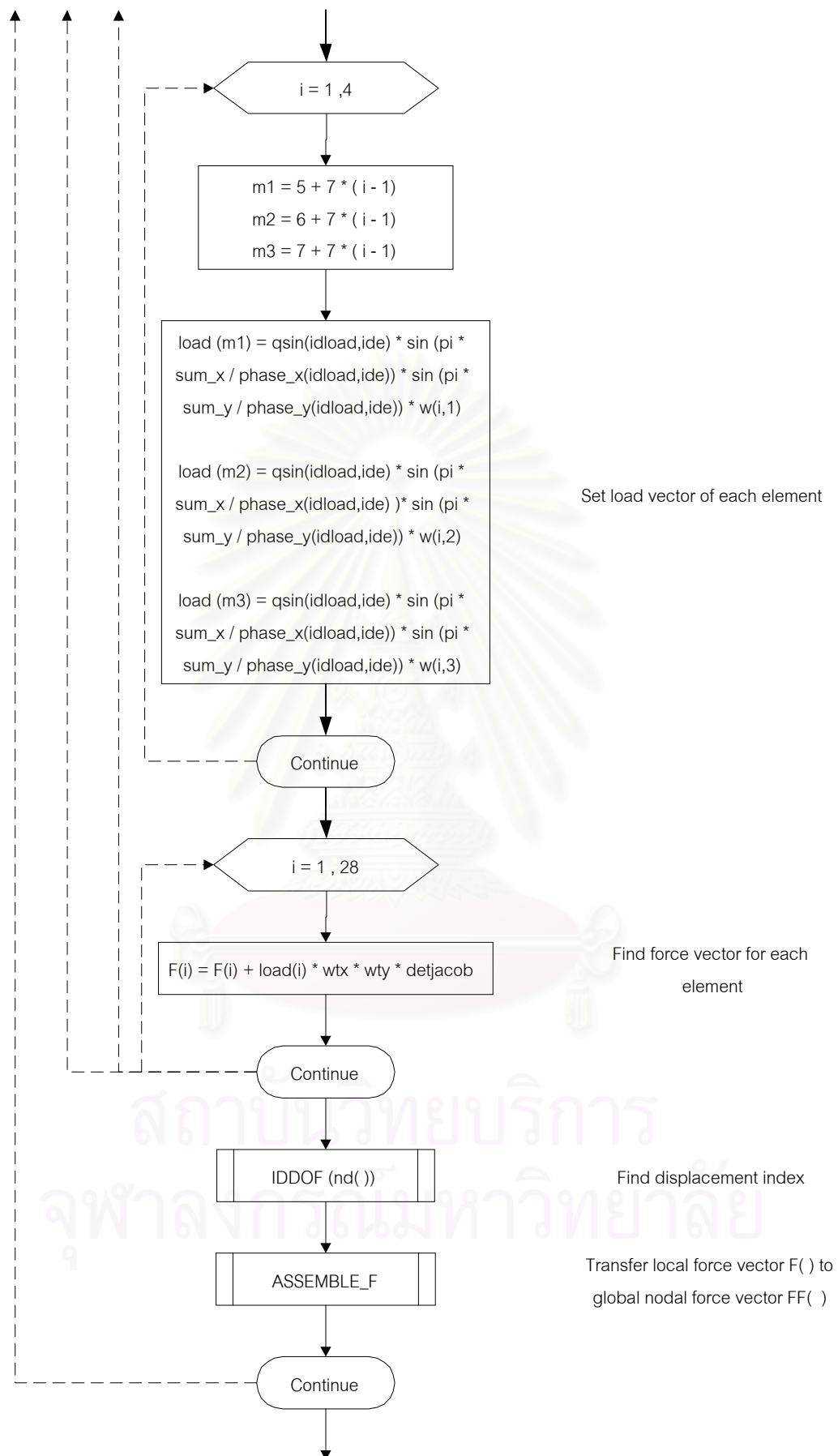


สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

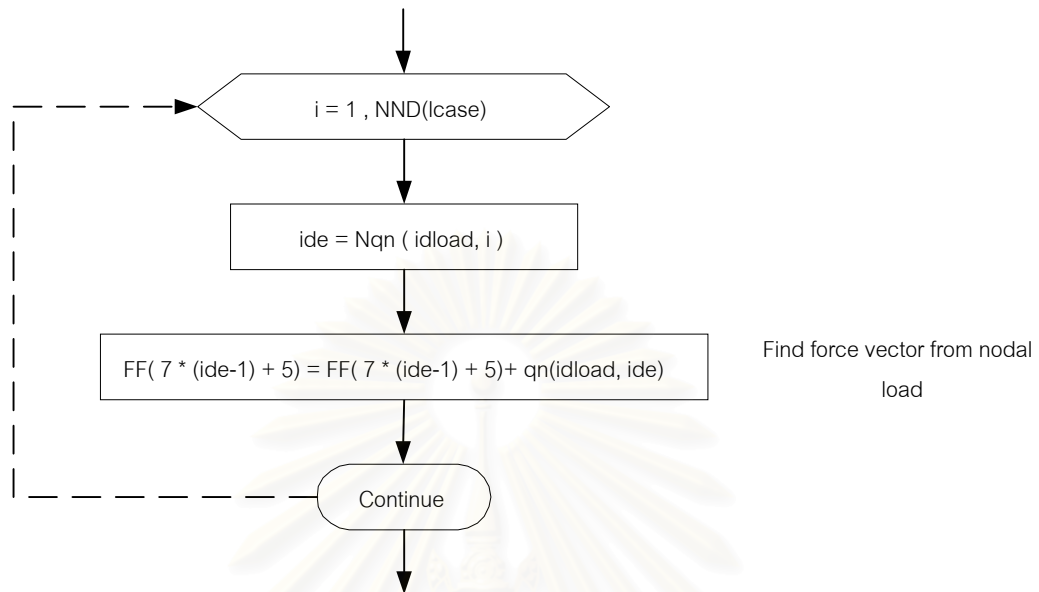
ขั้นตอนที่ 3.2.2.2.2 SINLOAD



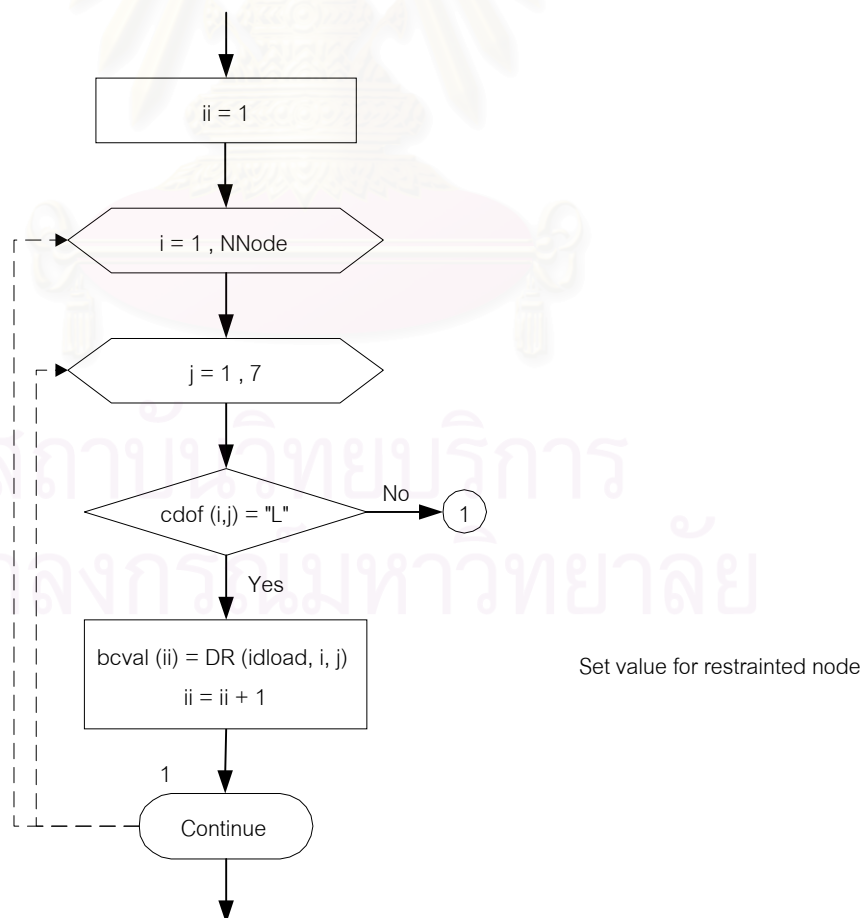




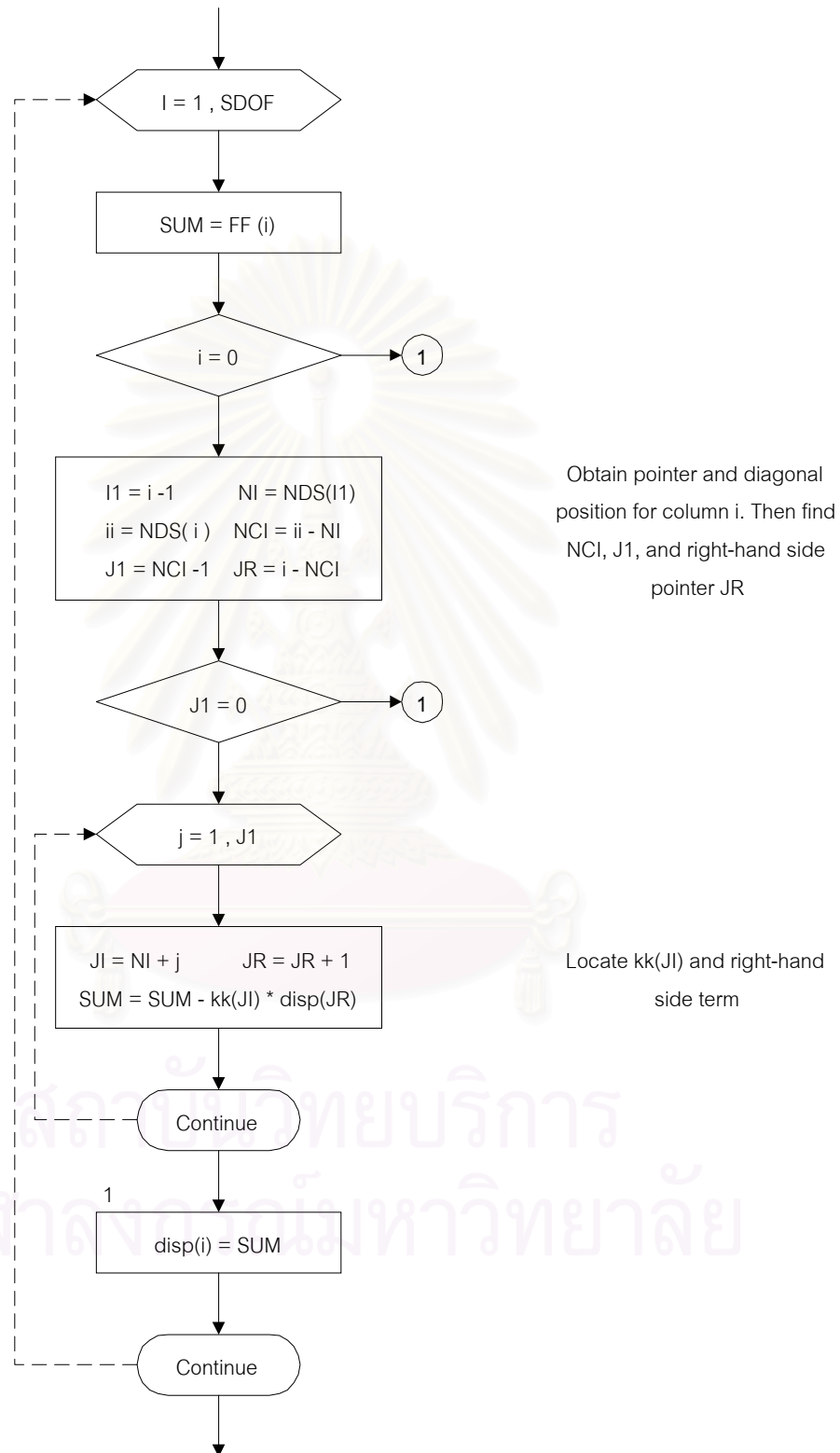
ขั้นตอนที่ 3.2.2.2.3 NODALLOAD

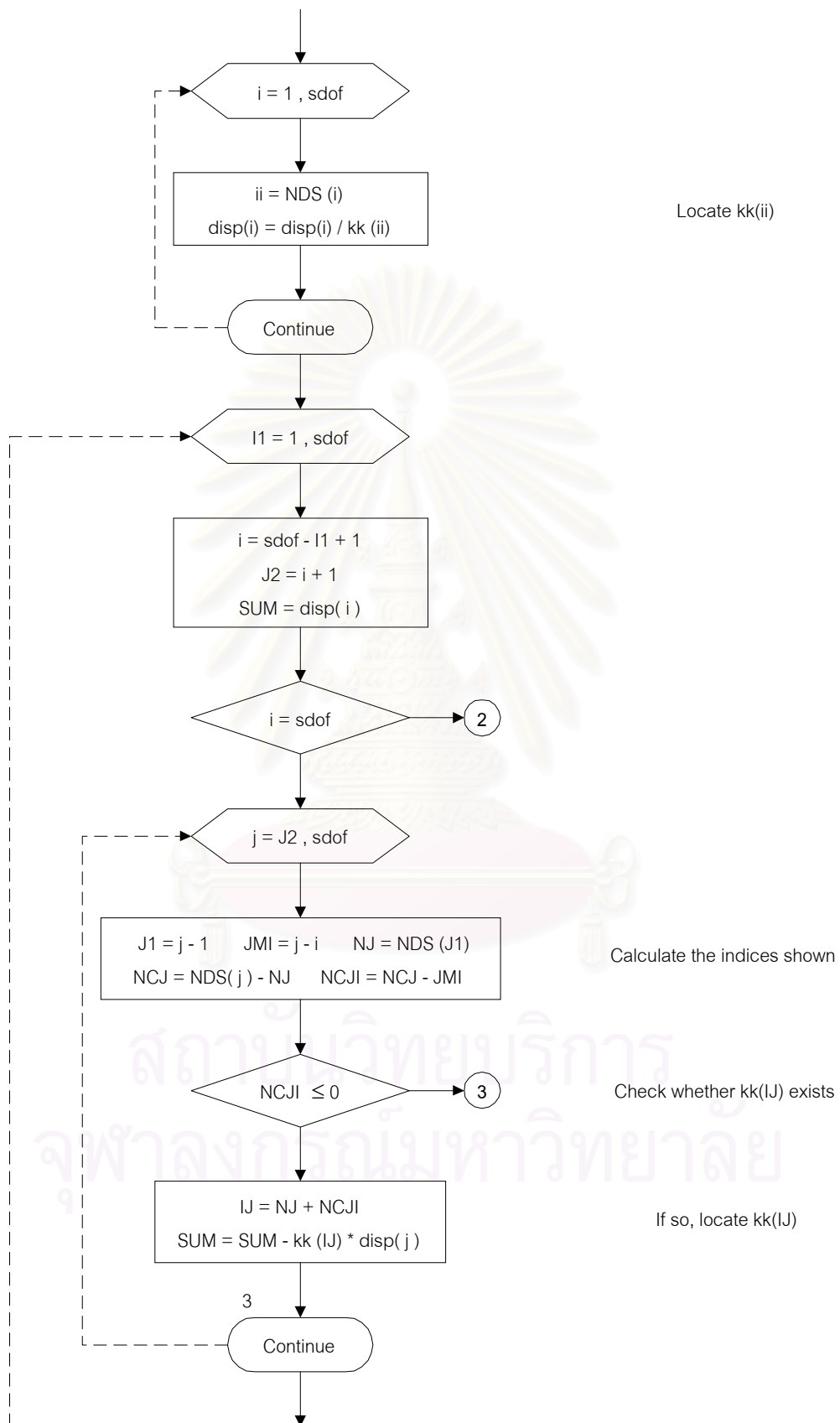


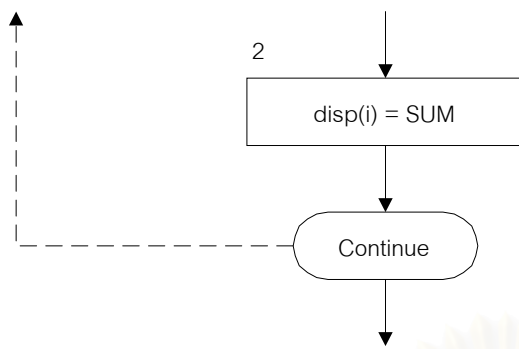
ขั้นตอนที่ 3.2.2.2.4 SUPPORTDISP



ขั้นตอนที่ 3.2.2.3 การคำนวณเวกเตอร์ของระดับขั้นความเสรี



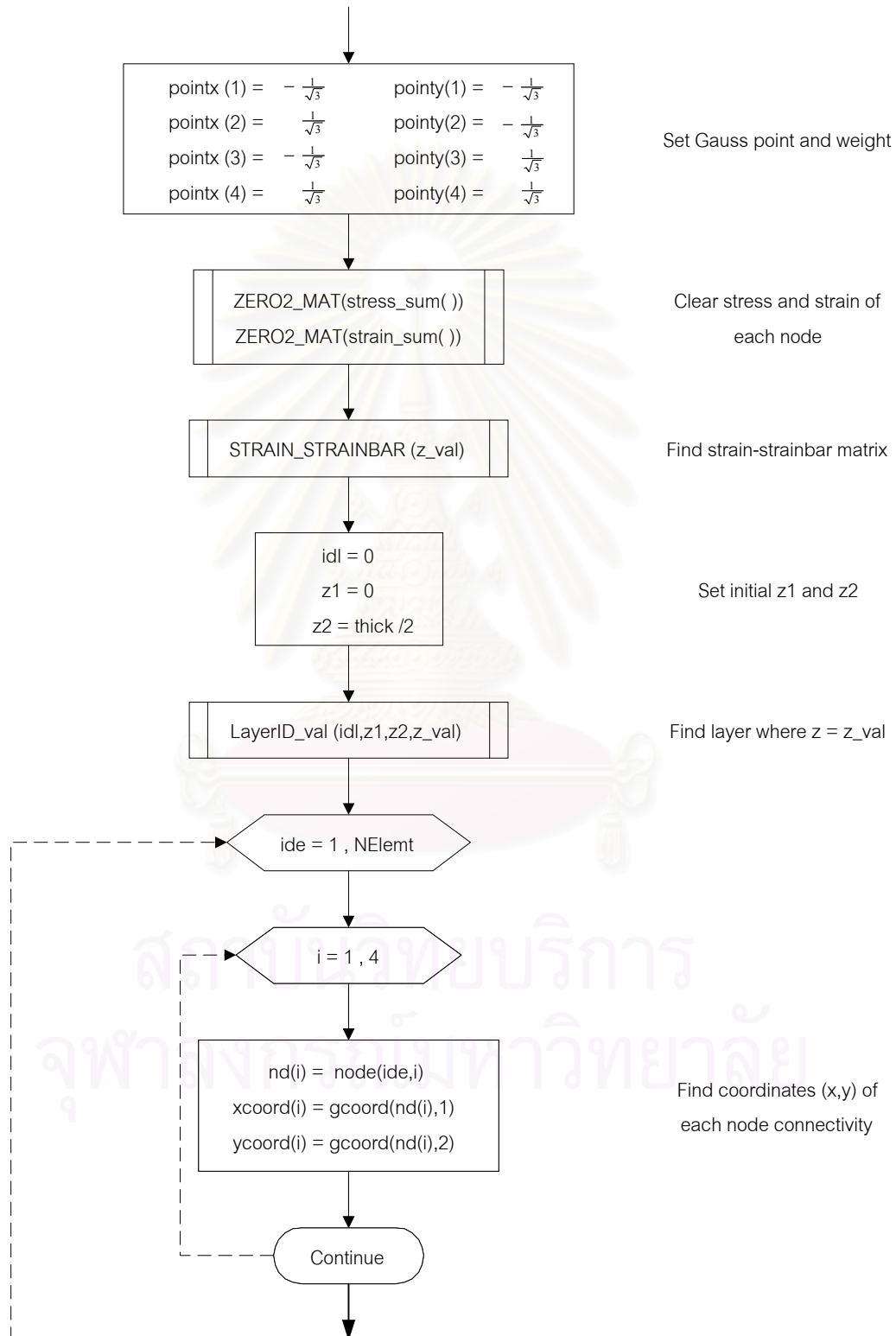


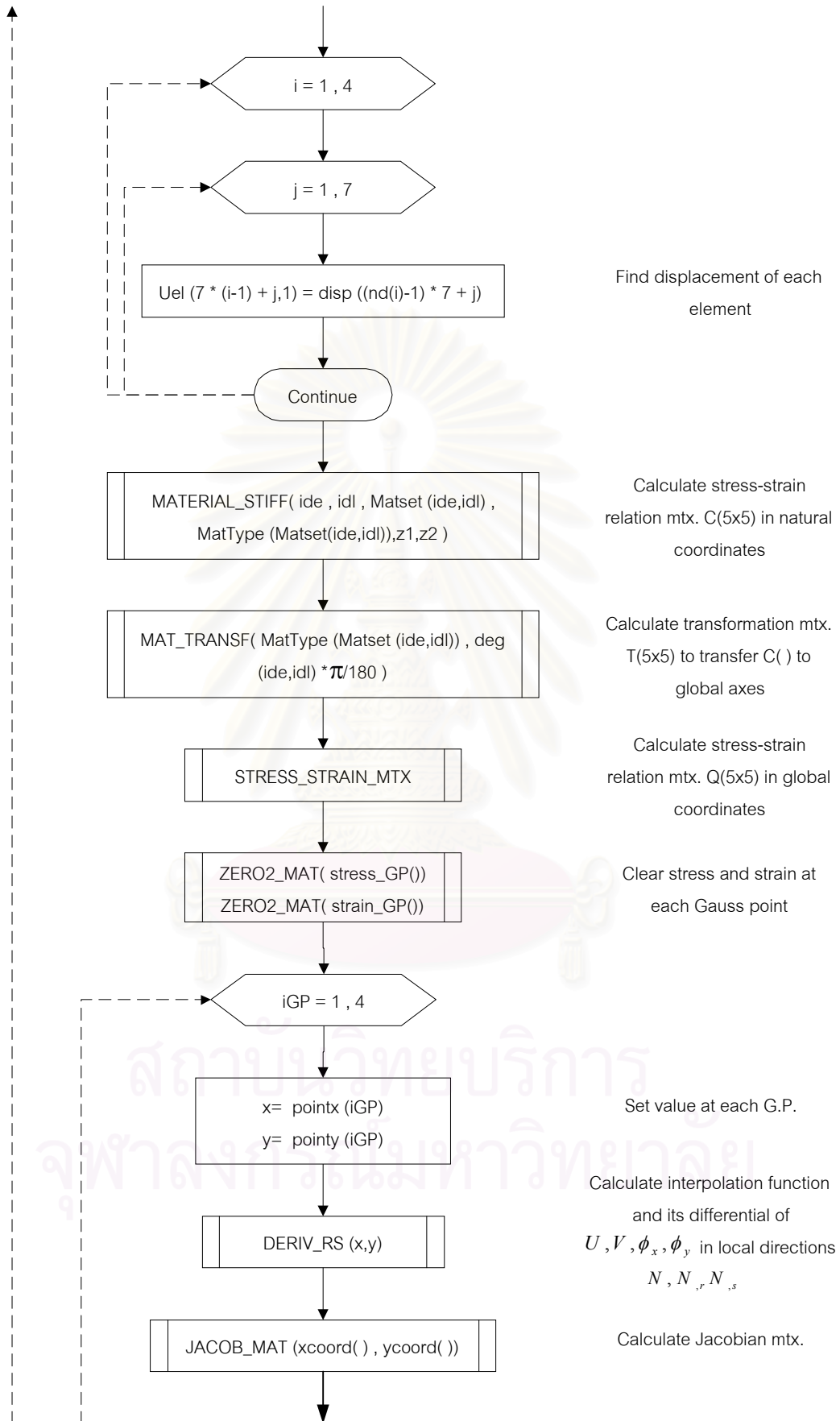


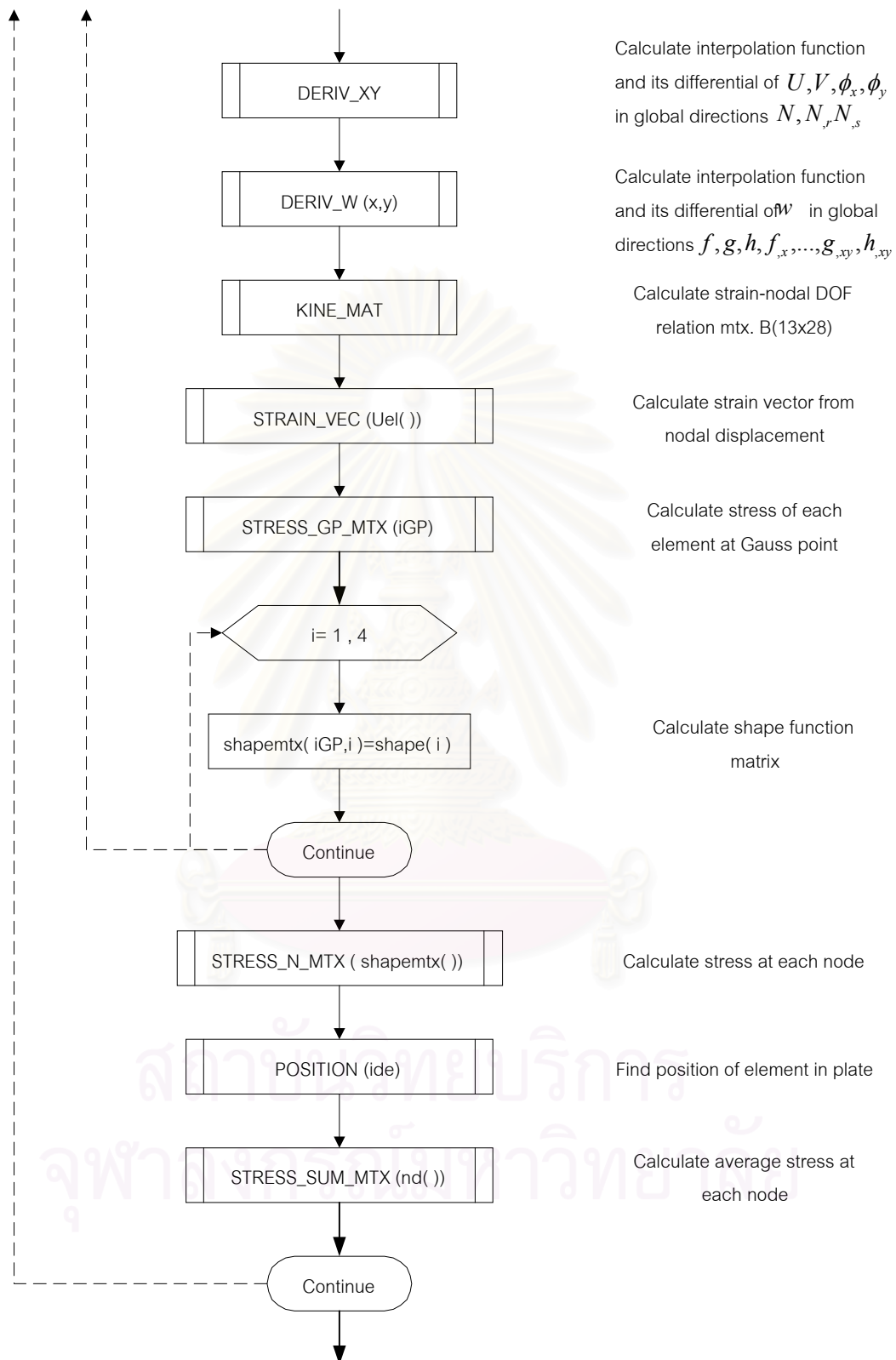
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ขั้นตอนที่ 3.2.2.4 การคำนวณหน่วยแรงที่เกิดขึ้น

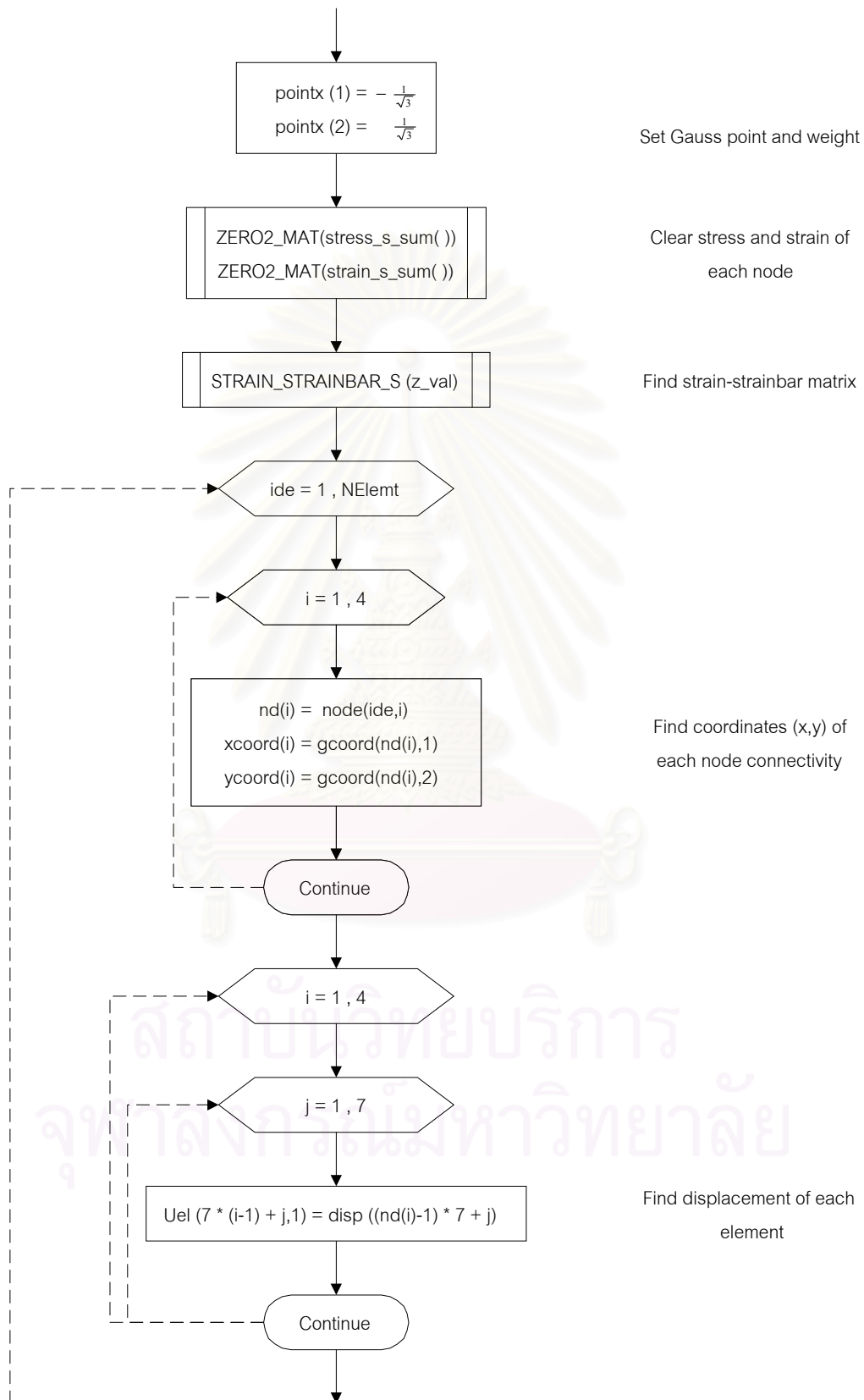
1 Stress matrix of Plate element

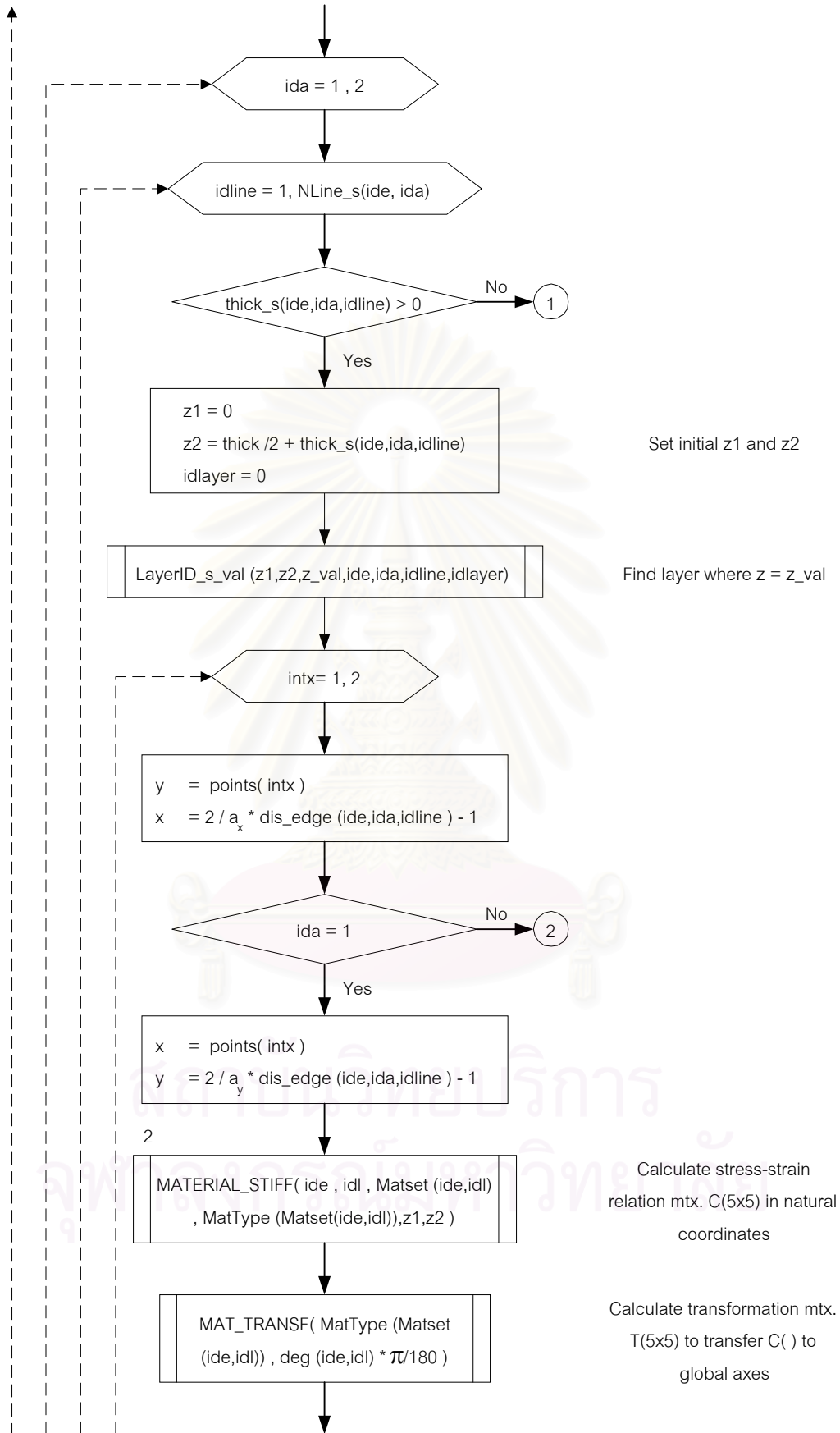


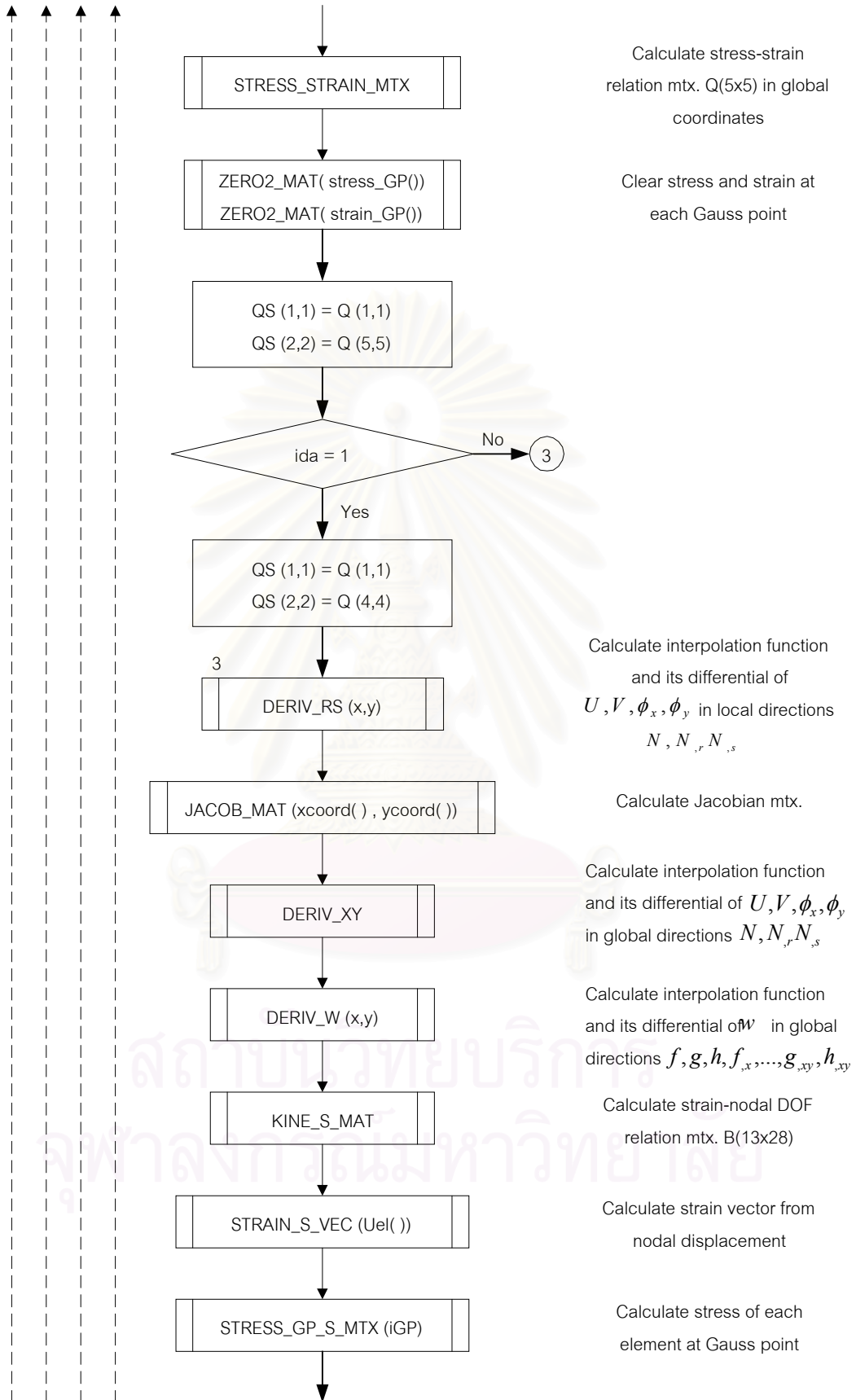


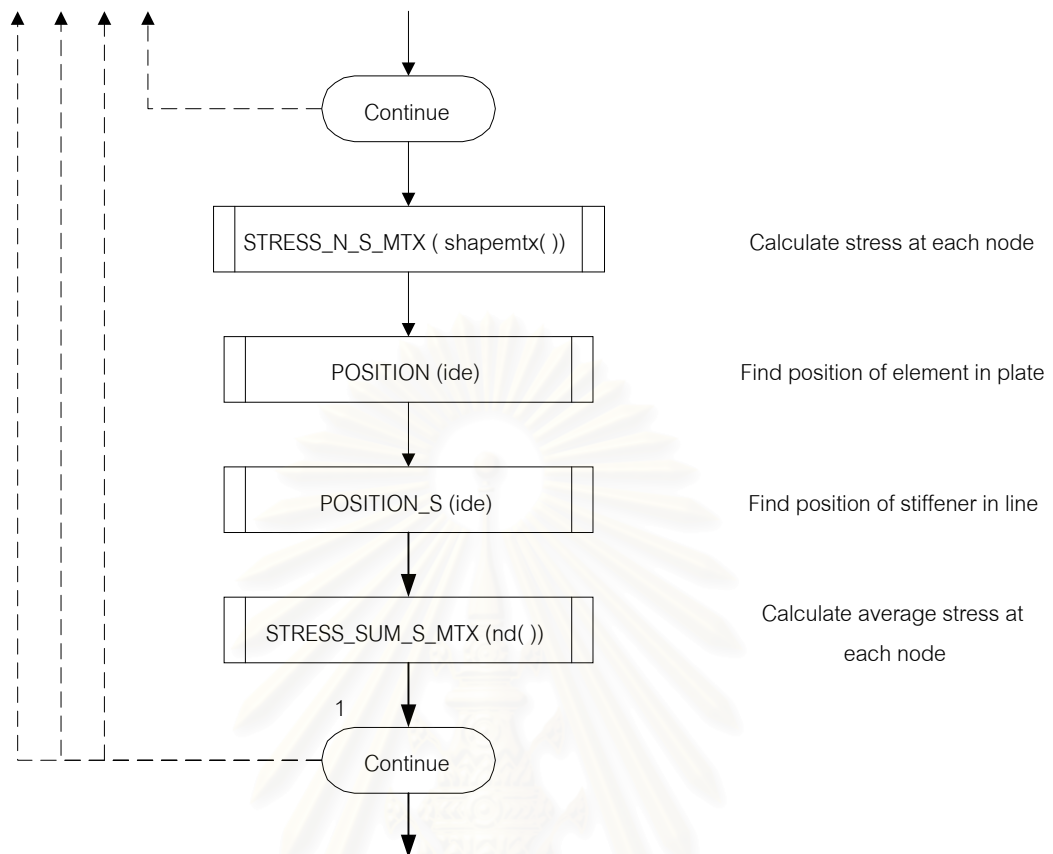


2 Stress matrix of stiffener element









สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ง

ผลลัพธ์จากโปรแกรมวิจัยตัวอย่างที่ 1

Result of Programe case1 slab without FRP

load	disp	ft	fc	SXY,c	fs	ffd
(N)	(m)	(N/m ²)	(N/m ²)	(N/m ²)	(N/m ²)	(N/m ²)
0	0	0	0	0	0	0
20000	1.47E-04	1.47E+06	-1.47E+06	1.30E+05	6.42E+06	0.00E+00
40000	2.94E-04	2.93E+06	-2.94E+06	2.60E+05	1.28E+07	0.00E+00
60000	4.41E-04	4.40E+06	-4.42E+06	3.90E+05	1.92E+07	0.00E+00
62500	4.60E-04	4.58E+06	-4.60E+06	4.06E+05	2.01E+07	0.00E+00
65000	4.78E-04	4.76E+06	-4.78E+06	4.22E+05	2.09E+07	0.00E+00
65500	4.82E-04	4.80E+06	-4.82E+06	4.25E+05	2.10E+07	0.00E+00
66000	4.85E-04	4.84E+06	-4.86E+06	4.29E+05	2.12E+07	0.00E+00
66500	4.95E-03	7.39E+06	-2.01E+07	3.21E+06	7.33E+08	0.00E+00
limit		4.84E+06	-2.18E+07	4.84E+06	2.29E+08	4.24E+08

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Result of Programe Case1 slab with FRP style1

load	disp	ft	fc	SXY,c	fs	ffd
(N)	(m)	(N/m ²)	(N/m ²)	(N/m ²)	(N/m ²)	(N/m ²)
0	0	0	0	0	0	0
20000	1.47E-04	1.46E+06	-1.47E+06	1.30E+05	6.41E+06	1.47E+04
40000	2.94E-04	2.93E+06	-2.94E+06	2.60E+05	1.28E+07	2.95E+04
60000	4.41E-04	4.39E+06	-4.41E+06	3.89E+05	1.92E+07	4.42E+04
62500	4.59E-04	4.58E+06	-4.60E+06	4.06E+05	2.00E+07	4.60E+04
65000	4.78E-04	4.76E+06	-4.78E+06	4.22E+05	2.08E+07	4.79E+04
66000	4.85E-04	4.83E+06	-4.85E+06	4.28E+05	2.12E+07	4.86E+04
66500	5.02E-03	7.82E+06	-1.82E+07	3.92E+06	7.39E+08	2.25E+06
limit		4.84E+06	-2.18E+07	4.84E+06	2.29E+08	4.24E+08



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Result of Programe Case1 slab with FRP style2

load	disp	ft	fc	SXY,c	fs	ffd
(N)	(m)	(N/m ²)	(N/m ²)	(N/m ²)	(N/m ²)	(N/m ²)
0	0	0	0	0	0	0
20000	1.44E-04	1.43E+06	-1.45E+06	1.30E+05	6.21E+06	2.50E+06
40000	2.87E-04	2.85E+06	-2.90E+06	2.60E+05	1.24E+07	5.00E+06
60000	4.31E-04	4.28E+06	-4.36E+06	3.90E+05	1.86E+07	7.51E+06
65000	4.67E-04	4.64E+06	-4.72E+06	4.22E+05	2.02E+07	8.13E+06
67500	4.85E-04	4.82E+06	-4.90E+06	4.39E+05	2.10E+07	8.44E+06
70000	2.31E-03	4.52E+06	-8.53E+06	1.43E+06	3.56E+08	1.21E+08
72500	2.39E-03	4.70E+06	-8.94E+06	1.47E+06	3.69E+08	1.25E+08
75000	3.02E-03	5.20E+06	-9.89E+06	1.61E+06	4.07E+08	1.33E+08
77500	3.12E-03	5.37E+06	-1.02E+07	1.66E+06	4.21E+08	1.37E+08
80000	3.19E-03	5.75E+06	-1.01E+07	3.19E+06	3.90E+08	1.36E+08
90000	3.59E-03	6.47E+06	-1.13E+07	3.58E+06	4.38E+08	1.54E+08
100000	5.20E-03	4.42E+06	-1.66E+07	2.29E+06	4.83E+08	1.73E+08
102500	5.20E-03	4.49E+06	-2.43E+07	2.38E+06	4.83E+08	1.73E+08
105000	5.47E-03	4.64E+06	-2.51E+07	2.46E+06	4.97E+08	1.79E+08
limit		4.84E+06	-2.18E+07	4.84E+06	2.29E+08	4.24E+08

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Result of Programe Case1 slab with FRP style3

load	disp	ft	fc	SXY,c	fs	ffd
(N)	(m)	(N/m ²)	(N/m ²)	(N/m ²)	(N/m ²)	(N/m ²)
0	0	0	0	0	0	0
20000	1.44E-04	1.43E+06	-1.45E+06	1.30E+05	6.21E+06	2.50E+06
40000	2.89E-04	2.85E+06	-2.91E+06	2.60E+05	1.24E+07	5.01E+06
60000	4.33E-04	4.28E+06	-4.36E+06	3.90E+05	1.86E+07	7.51E+06
67500	4.87E-04	4.82E+06	-4.90E+06	4.39E+05	2.10E+07	8.45E+06
70000	2.31E-03	4.52E+06	-8.53E+06	1.43E+06	3.56E+08	1.21E+08
72500	2.97E-03	4.14E+06	-9.15E+06	2.48E+06	3.74E+08	1.27E+08
75000	3.07E-03	4.28E+06	-9.46E+06	2.56E+06	3.87E+08	1.32E+08
77500	3.18E-03	4.42E+06	-9.78E+06	2.65E+06	4.00E+08	1.36E+08
80000	3.28E-03	4.57E+06	-1.01E+07	2.73E+06	4.13E+08	1.40E+08
82500	3.38E-03	4.71E+06	-1.04E+07	2.82E+06	4.26E+08	1.45E+08
85000	3.40E-03	5.99E+06	-1.07E+07	3.38E+06	4.14E+08	1.45E+08
87500	3.50E-03	6.17E+06	-1.10E+07	3.48E+06	4.26E+08	1.49E+08
90000	3.60E-03	6.35E+06	-1.13E+07	3.58E+06	4.38E+08	1.54E+08
92500	3.70E-03	6.44E+06	-1.16E+07	3.69E+06	4.49E+08	1.58E+08
95000	3.80E-03	6.61E+06	-1.20E+07	3.79E+06	4.62E+08	1.62E+08
97500	3.90E-03	6.72E+06	-1.23E+07	3.90E+06	4.69E+08	1.66E+08
100000	6.34E-03	4.56E+06	-2.26E+07	3.47E+06	7.35E+08	1.79E+08
limit		4.84E+06	-2.18E+07	4.84E+06	2.29E+08	4.24E+08

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก จ

ผลลัพธ์จากโปรแกรมวิจัยตัวอย่างที่ 2

Result of Programe case2 slab without FRP

load	disp	ft	fc	SXY,c	fs	ffd
(lb)	(in)	(psi)	(psi)	(psi)	(psi)	(psi)
0	0	0	0	0	0	0
500	1.39E-02	2.95E+02	-3.03E+02	8.79E+01	8.27E+02	0.00E+00
900	2.50E-02	5.32E+02	-5.45E+02	1.58E+02	1.49E+03	0.00E+00
950	2.87E-02	5.48E+02	-5.78E+02	2.56E+02	2.39E+03	0.00E+00
1000	9.18E-02	4.61E+02	-2.06E+03	2.16E+02	1.95E+04	0.00E+00
1050	9.00E-02	4.58E+02	-1.65E+03	2.41E+02	2.00E+04	0.00E+00
1100	9.43E-02	4.80E+02	-1.73E+03	2.53E+02	2.10E+04	0.00E+00
1150	9.86E-02	5.02E+02	-1.81E+03	2.64E+02	2.19E+04	0.00E+00
1200	1.03E-01	5.23E+02	-1.89E+03	2.76E+02	2.29E+04	0.00E+00
1250	1.68E-01	4.38E+02	-2.29E+03	2.20E+02	2.70E+04	0.00E+00
limit		5.50E+02	-2.48E+03	5.50E+02	2.50E+04	2.87E+04

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Result of Programe case2 slab with FRP style1

load	disp	ft	fc	SXY,c	fs	ffd
(lb)	(in)	(psi)	(psi)	(psi)	(psi)	(psi)
0	0	0	0	0	0	0
500	3.84E-02	2.32E+02	-6.66E+02	9.77E+01	9.05E+03	2.81E+02
700	5.99E-02	3.13E+02	-1.11E+03	1.61E+02	1.34E+04	4.72E+02
900	7.71E-02	4.03E+02	-1.42E+03	2.07E+02	1.72E+04	6.07E+02
950	8.13E-02	4.25E+02	-1.50E+03	2.18E+02	1.81E+04	6.40E+02
1000	8.56E-02	4.47E+02	-1.58E+03	2.29E+02	1.91E+04	6.74E+02
1100	9.42E-02	4.92E+02	-1.74E+03	2.52E+02	2.10E+04	7.41E+02
1150	9.85E-02	5.15E+02	-1.82E+03	2.64E+02	2.20E+04	7.75E+02
1200	1.03E-01	5.37E+02	-1.90E+03	2.75E+02	2.29E+04	8.09E+02
1250	1.68E-01	5.05E+02	-2.30E+03	2.96E+02	2.71E+04	1.07E+03
limit		5.50E+02	-2.48E+03	5.50E+02	2.50E+04	2.87E+04



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Result of Programe case2 slab with FRP style2

load	disp	ft	fc	SXY,c	fs	ffd
(lb)	(in)	(psi)	(psi)	(psi)	(psi)	(psi)
0	0	0	0	0	0	0
500	1.47E-02	2.10E+02	-3.04E+02	8.72E+01	1.19E+03	2.27E+03
700	2.38E-02	2.89E+02	-5.09E+02	1.21E+02	1.40E+03	3.11E+03
900	3.05E-02	3.72E+02	-6.55E+02	1.56E+02	1.80E+03	4.00E+03
1000	3.39E-02	4.13E+02	-7.27E+02	1.73E+02	2.00E+03	4.45E+03
1100	3.73E-02	4.55E+02	-8.00E+02	1.90E+02	2.20E+03	4.89E+03
1200	4.07E-02	4.96E+02	-8.73E+02	2.08E+02	2.40E+03	5.34E+03
1300	4.41E-02	5.38E+02	-9.46E+02	2.25E+02	2.60E+03	5.78E+03
1350	9.76E-02	4.39E+02	-1.78E+03	2.37E+02	2.02E+04	6.08E+03
1400	9.90E-02	4.84E+02	-1.58E+03	2.46E+02	2.06E+04	6.33E+03
1500	1.06E-01	5.19E+02	-1.69E+03	2.64E+02	2.21E+04	6.78E+03
1600	1.86E-01	5.33E+02	-1.65E+03	2.61E+02	2.66E+04	7.14E+03
limit		5.50E+02	-2.48E+03	5.50E+02	2.50E+04	2.87E+04

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Result of Programe case2 slab with FRP style3

load	disp	ft	fc	SXY,c	fs	ffd
(lb)	(in)	(psi)	(psi)	(psi)	(psi)	(psi)
0	0	0	0	0	0	0
500	1.64E-02	2.12E+02	-3.31E+02	8.70E+01	1.76E+03	2.98E+03
1000	3.71E-02	4.18E+02	-7.74E+02	1.73E+02	3.21E+03	5.94E+03
1200	4.50E-02	4.98E+02	-9.46E+02	2.07E+02	3.78E+03	7.08E+03
1300	4.87E-02	5.39E+02	-1.03E+03	2.25E+02	4.10E+03	7.67E+03
1350	1.06E-01	4.37E+02	-1.91E+03	2.33E+02	2.04E+04	8.22E+03
1400	1.04E-01	4.85E+02	-1.56E+03	2.46E+02	2.07E+04	8.57E+03
1500	1.11E-01	5.20E+02	-1.67E+03	2.63E+02	2.22E+04	9.18E+03
1550	1.15E-01	5.37E+02	-1.73E+03	2.72E+02	2.29E+04	9.48E+03
1600	1.92E-01	5.32E+02	-1.65E+03	2.61E+02	2.67E+04	9.64E+03
limit		5.50E+02	-2.48E+03	5.50E+02	2.50E+04	2.87E+04



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวสดสวย สุจริตธรรมกุล เกิดเมื่อวันที่ 11 เดือนกันยายน พ.ศ. 2519 มีภูมิลำเนาอยู่ที่ อ.หาดใหญ่ จ.สงขลา เป็นบุตรคนที่สองในจำนวนพี่น้องสามคน เรียนชั้นประถมศึกษาที่โรงเรียนธิดานุเคราะห์ ชั้นมัธยมต้นและมัธยมปลายที่โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย แต่จบกรมการศึกษานอกโรงเรียน จังหวัดสงขลา เข้าเรียนที่คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ในปีพุทธศักราช 2537 โดยสำเร็จการศึกษาในปีพุทธศักราช 2541 ในสาขาวิศวกรรมโยธา และเข้าศึกษาต่อที่ภาควิชาวิศวกรรมโยธา สาขาวิศวกรรมโครงสร้าง จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีพุทธศักราช 2541 ซึ่งได้เสนอรายงานวิจัยฉบับนี้แก่คณะกรรมการเพื่อขอจบการศึกษา



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย