การคำนวณการไหลแบบปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยมสองมิติด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม

นายเกรียงไกร ปัญญารัตนะ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2545

ISBN 974-17-2669-4

COMPUTATION OF TURBULENT FLOW OVER TWO-DIMENSIONAL RECTANGULAR OBSTACLES BY FINITE VOLUME METHOD

Mr.Kriangkrai Panyarattana

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Mechanical Engineering
Department of Mechanical Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2002
ISBN 974-17-2669-4

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การคำนวณการไหลแบบปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยมสองมิติ ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม
โดย	นายเกรียงไกร ปัญญารัตนะ
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ

(ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ)

.... อาจารย์ที่ปรึกษา

(อาจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์)

....กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ตุลย์ มณีวัฒนา)

....กรรมการ

(อาจารย์ ดร.กุณฑินี มณีรัตน์)

เกรียงไกร ปัญญารัตนะ : การคำนวณการไหลแบบปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยมสองมิติด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม. (COMPUTATION OF TURBULENT FLOW OVER TWO-DIMENSIONAL RECTANGULAR OBSTACLES BY FINITE VOLUME METHOD) อ. ที่ปรึกษา : ดร. สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์, 112 หน้า. ISBN 974-17-2669-4.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการวิเคราะห์การไหลแบบปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยม 1 แท่งและ 2 แท่งในช่องทางไหลโดยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม ร่วมกับแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\varepsilon$ model สมมติฐานที่ใช้ในการไหล คือ การไหลเป็นแบบอัดตัวไม่ได้ใน 2 มิติที่สภาวะคงตัว ในการวิเคราะห์นี้ได้ทำการเปรียบเทียบผลการคำนวณกับผลการทดลอง เพื่อเป็นการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลในลักษณะนี้ และยังทำการศึกษาพฤติกรรมการไหลที่เกิดขึ้นด้วย

ในการศึกษาพฤติกรรมการไหลดังกล่าวนั้นได้ทำการวิเคราะห์ค่า Reynolds number (Re), Blockage ratio (อัตราส่วนของความสูงของสิ่งกีดขวางต่อความสูงของช่องทางไหล, *h/H*) และอัตราส่วนความยาวต่อความสูงของสิ่งกีดขวาง (*l/h*) ที่มีผลต่อความยาวของบริเวณการหมุนวน (Reattachment length) และลักษณะเฉพาะของการไหล (Flow characteristics) สำหรับปัญหาการไหลผ่านสิ่งกีดขวางแท่งเดียวและในปัญหาการไหลผ่านสิ่งกีดขวาง 2 แท่งนั้นได้ทำการศึกษาผลกระทบต่อขนาดของบริเวณการหมุนวนข้างหลังสิ่งกีดขวางทั้งที่ Upstream และ Downstream ซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรหลัก เช่น Reynolds number และ Pitch ratio ซึ่งจากผลลัพธ์ที่ได้พบว่าการเปลี่ยนแปลงตัวแปรหลัก และการจัดวางสิ่งกีดขวางแบบต่างๆนี้มีผลต่อรูปร่างความเร็วของการไหลที่เปลี่ยนไป

ในการคำนวณนั้น ได้ทำการพัฒนาและตรวจสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยเปรียบเทียบกับการไหลแบบง่ายที่มีผลเฉลยแม่นตรง และผลจากการทดลองที่มีผู้ศึกษามาก่อนหรือผลจากการคำนวณอื่นๆ เพื่อให้มั่นใจว่าโปรแกรมคอมพิวเตอร์นั้นมีความถูกต้องในระดับหนึ่ง จากนั้นจึงนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวาง ซึ่งผลจากการคำนวณและการวิเคราะห์ที่ได้จากงานวิจัยนี้สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในกระบวนการออกแบบและประยุกต์ใช้ในงานวิจัยระดับสูงต่อไป

ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล	ลายมือชื่อนิสิต ....
สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ....
ปีการศึกษา 2545	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ....

4370232121 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING
KEY WORD: FINITE VOLUME / STANDARD K- ε MODEL / TURBULENT FLOW / FLOW OVER RECTANGULAR BLOCKS

KRIANGKRAI PANYARATTANA : COMPUTATION OF TURBULENT FLOW OVER TWO-DIMENSIONAL RECTANGULAR OBSTACLES BY FINITE VOLUME METHOD. THESIS ADVISOR : SOMPONG PUTIVISUTISAK, Ph.D. 112 pp. ISBN 974-17-2669-4.

In the present work, laminar and turbulent flows over one and two rectangular obstacles are studied using a finite volume method. The flows are assumed to be two dimensional, steady and incompressible. Effects of Reynolds number (Re), blockage ratio (h/H) and length ratio (l/h) on the reattachment length and flow characteristics are presented for the one-block problem. For the two-block problem, the influences of primary parameters such as Reynolds number and pitch ratio on the recirculation zones behind both upstream and downstream blocks are investigated. Several block arrangements are set up in the problem, i.e. tall-tall, short-tall, tall-short and short-short. The results show that the flow patterns are significantly influenced by the primary parameters and the block arrangements.

A computer program is developed and validated by comparing numerical results with simple flows which have exact solutions, experimental or other numerical data. The computer program is then applied to solve the turbulent flow over obstacles. Numerical results obtained can be useful in the advanced research.

Department Mechanical Engineering Student's signature ....
Field of study Mechanical Engineering Advisor's signature ....
Academic Year 2002 Co-advisor's signature ....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงที่ท่านได้ให้ทั้งความรู้ คำแนะนำ ตลอดจนคำปรึกษาที่มีคุณค่าอย่างยิ่งในการนำไปประยุกต์ใช้ในงานวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ ประธานกรรมการ ดร.กุณฑินี มณีรัตน์ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ตุลย์ มณีวัฒนา กรรมการ ที่ได้ให้คำแนะนำและถ่ายทอดความรู้ตลอดระยะเวลาในการทำงานวิจัยนี้ ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณ อาจารย์นิพนธ์ วรรณโสภาคย์ คุณสุทธิศักดิ์ พงศ์ธนาพาณิช และคุณยศกร ประทุมวัลย์ ตลอดจนเพื่อน ๆ ในห้องปฏิบัติการ CMRL ทุกท่าน ที่ช่วยให้คำแนะนำและกำลังใจในระหว่างการทำงานวิจัยนี้

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดามารดาอันเป็นที่รักยิ่ง ที่คอยให้กำลังใจและสนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยมาโดยตลอด อนึ่งคุณค่าอันใดที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นกตัญญุตาบูชาแด่บิดา มารดา ครูอาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

สารบัญ

สารบัญ (ต่อ)

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

หน้า

สารบัญตาราง

หน้า

คำอธิบายสัญลักษณ์

A_{xz}	พื้นที่หน้าตัดของปริมาตรควบคุมในระนาบ xz
A_{yz}	พื้นที่หน้าตัดของปริมาตรควบคุมในระนาบ yz
a	สัมประสิทธิ์ในสมการดิสครีไทซ์
B_i	แทนแรงเนื่องจากน้ำหนักต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรในทิศทาง i
D	เส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกระบอก, ความกว้างของสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยม, ความกว้างของแผ่นคู่ขนาน, Diffusion conductance
D^*	อัตราส่วน D/δ^*
E	ค่าความขรุขระของผิว
F	Convective mass flux
H	ความสูงของช่องทางไหล
h	ความสูงของสิ่งกีดขวาง
k	Turbulent kinetic energy
L_R	ความยาวของบริเวณการหมุนวน
L	ความยาวของแผ่นขนาน, Length scaale
Le	Entrance length
l	ความยาวของสิ่งกีดขวาง
Pe	Peclet number
p	ความดัน
P	The turbulent production term ของสมการ k
Re	ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์
Re_h	Step-height Reynolds number
S_ϕ	Source term
S_{ij}	Strain tensor
t	เวลา
U	ความเร็วของแผ่นคู่ขนานแผ่นบน

คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

U_∞	ความเร็วในทิศ x ที่ Free-stream
u	ความเร็วในแนวแกน x
u_τ	Friction velocity
u_i	Velocity vector
V	ปริมาตรควบคุม
v	ความเร็วในแนวแกน y
w	ความกว้างของสิ่งกีดขวาง
X_R	ความยาวของบริเวณการหมุนวน
x	ระยะในแนวแกน x
x_1	จุด Separation ของ Secondary recirculation
x_2	จุด Reattachment ของ Secondary recirculation
y	ระยะในแนวแกน y
y_P	ระยะที่วัดจากผนัง
ρ	ความหนาแน่น
μ	ความหนืดสัมบูรณ์
υ	ความหนืดจลศาสตร์
ϕ	ตัวแปรสเกลาร์
ϕ_ε	The destruction term ของสมการ ε
Γ	สัมประสิทธิ์การแพร่
δ^*	Displacement thickness
τ_{yx}	ความเค้นเฉือนในแนวแกน x บนระนาบที่ตั้งฉากกับแกน x
τ_{ij}	Reynolds stress
τ_w	ความเค้นเฉือนที่ผนัง
σ_{ij}	Stress tensor

คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

δ_{ij}	Kronecker delta
ε	Isotropic dissipation rate term
ε_{ij}	Local dissipation rate term
κ	Von Karman constant

ตัวห้อย (Subscripts)

e, w, n, s	Control volume face ระหว่าง P และ E , P และ W , P และ N , P และ S
E, W, N, S	จุดที่อยู่ข้างเคียงบน east, west, north และ south
nb	จุดต่อที่อยู่ข้างเคียง
i,j,k	Cartesian indices
t	Turbulent

ตัวยก (Superscripts) และ Overbars

$'$	ส่วนการสั่นที่ได้จาก Reynolds decomposition
$*$	Current value
$-$	ส่วนเฉลี่ยที่ได้จาก Reynolds decomposition
$+$	ค่า Normalized ใน Wall function

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญของวิทยานิพนธ์

การไหลที่เกิดขึ้นจริงในอุตสาหกรรม ส่วนใหญ่จะเป็นการไหลแบบปั่นป่วนซึ่งมีความซับซ้อนมาก ดังนั้นจึงได้มีผู้ทำการศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนในรูปแบบต่างๆเพื่อที่จะทำความเข้าใจในพฤติกรรมการไหลที่เกิดขึ้นและนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในด้านต่างๆ โดยการไหลแบบปั่นป่วนชนิดหนึ่งที่น่าสนใจก็คือ การไหลผ่านสิ่งกีดขวาง เนื่องจากการไหลชนิดนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานทางด้านวิศวกรรมอย่างกว้างขวาง ตัวอย่างเช่น การระบายความร้อนของครีบ การไหลของกระแสน้ำผ่านตอม่อ การไหลของกระแสลมผ่านตึก การถ่ายเทความร้อนของชิพบนบอร์ดวงจรในอุตสาหกรรมอิเล็กทรอนิกส์ การระบายความร้อนภายในของใบพัดในเครื่องยนต์กังหันก๊าซ การถ่ายเทความร้อนในเตาปฏิกรณ์นิวเคลียร์ และอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนต่างๆ ซึ่งสิ่งกีดขวางที่ติดตั้งในท่อของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนนี้จะช่วยให้การผสมกันของของไหลดีขึ้น และทำให้อัตราการถ่ายเทความร้อนเพิ่มขึ้นด้วย

สำหรับการศึกษาการไหลผ่านสิ่งกีดขวาง ในระยะเริ่มแรกนั้นนักวิทยาศาสตร์และวิศวกรจะต้องสร้างแบบจำลองที่ใกล้เคียงกับลักษณะปัญหาที่ทำการศึกษา แล้วทำการทดลองกับแแบบจำลองดังกล่าวเพื่อวิเคราะห์การไหลที่เกิดขึ้น ต่อมาวิวัฒนาการทางด้านคอมพิวเตอร์ได้มีการพัฒนาอย่างรวดเร็ว ประกอบกับเทคนิคทางด้านการคำนวณโดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical method) มีความก้าวหน้าอย่างมาก มีผลทำให้การวิเคราะห์การไหลชนิดนี้ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสามารถทำได้อย่างมีประสิทธิภาพและสะดวกขึ้น ซึ่งประโยชน์ของการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขมีดังนี้ (ปราโมทย์ เดชะอำไพ, 2538, 2544)

1. ใช้เวลาน้อยกว่ามากเมื่อเทียบกับการทำการทดลอง การวิเคราะห์โดยการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสามารถกระทำได้อย่างรวดเร็ว โดยผู้ออกแบบสามารถศึกษาลักษณะรูปร่างที่แตกต่างกันมากมาย และเลือกออกแบบรูปร่างที่ดีที่สุด

2. ประหยัดค่าใช้จ่าย โดยไม่ต้องลงทุนมากเช่นเดียวกับการทำการทดลอง

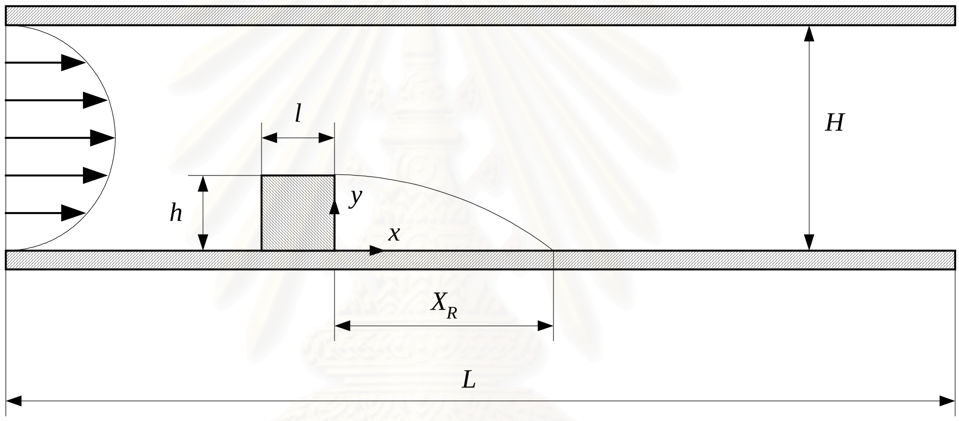
3. ให้ข้อมูลที่สมบูรณ์ ซึ่งผลลัพธ์จากการคำนวณโดยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขจะให้รายละเอียดและข้อมูลครบถ้วนทุกตำแหน่ง (เช่น ความเร็ว ความดันและอุณหภูมิ เป็นต้น) ในขอบเขตทั้งหมดที่เราสนใจ

4. สามารถจำลองสภาวะทางอุดมคติ โดยในบางครั้งจะพบว่าการทำนายถูกใช้เพื่อศึกษาปรากฏการณ์พื้นฐานซึ่งต้องการพิจารณาเฉพาะตัวแปรที่มีความสำคัญ และตัดตัวแปรที่ไม่สำคัญ

ออกได้จากสภาวะทางอุดมคติ ตัวอย่างเช่น ความเป็นสองมิติ สภาวะคงตัว การอัดตัวไม่ได้ของของไหล และอื่นๆ ซึ่งในการคำนวณด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่สภาวะเหล่านี้สามารถทำได้ไม่ยากนัก โดยผลลัพธ์ที่ได้มีความถูกต้องเชื่อถือได้

5. สามารถจำลองการไหลจริงที่มีความซับซ้อนได้ เช่น สามารถจำลองการไหลแบบปั่นป่วน หรือการไหลที่มีความเร็วสูง

สำหรับการไหลผ่านสิ่งกีดขวางจะเกิดบริเวณการหมุนวนเกิดขึ้น (Recirculation region) ที่ด้านหลังสิ่งกีดขวาง ซึ่งขนาดของบริเวณการหมุนวนจะมีผลต่อการถ่ายเทความร้อน การสึกกร่อนของสิ่งกีดขวาง ความดันและรูปร่างความเร็วของการไหล ซึ่งสิ่งกีดขวางที่มีรูปร่างและขนาดต่างกันก็จะให้ความยาวของบริเวณการหมุนวน (Reattachment length) และรูปร่างของความเร็วที่ต่างกัน



รูปที่ 1.1 ภาพแสดงการไหลผ่านสิ่งกีดขวางในช่องทางไหล

สำหรับการไหลผ่านสิ่งกีดขวางดังแสดงในรูปที่ 1.1 พบว่ามีลักษณะคล้ายกับการไหลผ่าน Backward–facing step (BFS) โดยในการไหลแบบ BFS นี้ ค่า Reynolds number (Re) และ Blockage ratio (อัตราส่วนของความสูงของสิ่งกีดขวางต่อความสูงของช่องทางไหล, h/H) มีอิทธิพลสำคัญต่อการไหล นอกจากนี้อัตราส่วนความยาวต่อความสูงของสิ่งกีดขวาง (l/h) ก็เป็นตัวแปรหนึ่งที่สำคัญในกรณีการไหลแบบนี้

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้แสดงขั้นตอนการวิเคราะห์ปัญหาการไหลผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยม 1 แท่งและ 2 แท่งในช่องทางไหล โดยการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบไฟไนต์วอลุม แล้วทำการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้กับผลการ

ทดลองสำหรับการไหลในลักษณะนี้ จากนั้นจึงนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้มาทำการศึกษาพฤติกรรมการไหลที่เกิดขึ้น ซึ่งในที่นี้ตัวสิ่งกีดขวางจะถูกแยกพิจารณาเป็น 2 แบบหลักๆคือ

1. Thin fence คือสิ่งกีดขวางที่มีความยาวในทิศทางการไหลน้อยมากเมื่อเทียบกับความสูง
2. Block คือสิ่งกีดขวางที่มีความยาวจำกัด (Finite length) ในทิศทางการไหล

ในการวิเคราะห์นี้จะพิจารณาสิ่งกีดขวางแต่ละชนิดว่ามีผลต่อความยาวของบริเวณการหมุนวนอย่างไร รวมทั้งผลกระทบต่อ Pressure field และ Velocity profile นอกจากนี้จะทำการศึกษาเกี่ยวกับค่า Reynolds number (Re), Blockage ratio (*h/H*) และอัตราส่วนความยาวต่อความสูงของสิ่งกีดขวาง (*l/h*) ว่ามีอิทธิพลอย่างไรต่อความยาวของบริเวณการหมุนวน (Reattachment length) และลักษณะเฉพาะของการไหล (Flow characteristics)

1.3 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย

1. ศึกษาสมการพื้นฐานของการไหล ซึ่งเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่ประกอบด้วย สมการนาเวียร์-สโตกส์ และสมการความต่อเนื่อง สำหรับการไหลแบบราบเรียบและปั่นป่วนที่อัดตัวไม่ได้ใน 2 มิติที่สภาวะคงตัว
2. ประยุกต์วิธีไฟไนต์วอลุม (Finite volume method) กับสมการพื้นฐานการไหล ซึ่งเป็นการจัดรูปแบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย ให้อยู่ในรูปแบบของสมการพีชคณิตของจุดต่อ (Node) ต่าง ๆ บนปริมาตรควบคุม (Control volume)
3. พัฒนาและทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (Putivisutisak, 2002) โดยนำไปแก้ปัญหาการไหลแบบง่ายที่มีผลเฉลยแม่นตรง และผลจากการทดลองที่มีผู้ศึกษามาก่อนหรือผลจากการคำนวณอื่นๆ เพื่อให้มั่นใจว่าโปรแกรมคอมพิวเตอร์นั้นมีความถูกต้องในระดับหนึ่ง ก่อนที่จะนำไปใช้แก้ปัญหาการไหลที่ซับซ้อนต่อไป
4. ทำการแก้ปัญหาการไหลผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยม 1 แท่งและ 2 แท่งในช่องทางไหล ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่มีการตรวจสอบว่ามีความถูกต้องเป็นที่น่าพอใจแล้ว
5. วิเคราะห์และสรุปผลที่เกิดขึ้นจากการคำนวณพร้อมทั้งข้อเสนอแนะ เพื่อเป็นแนวทางในการประยุกต์ใช้ในงานวิจัยระดับสูงต่อไป
6. จัดพิมพ์วิทยานิพนธ์

1.4 ขอบเขตของงานวิจัย

1. ศึกษาหลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับวิทยานิพนธ์
2. ในการคำนวณนี้จะพัฒนาและตรวจสอบความถูกต้อง (Validation) กับปัญหาการไหลแบบง่ายที่มีผลเฉลยแม่นตรงและผลการทดลองที่มีผู้ศึกษามาก่อน โดยที่ปัญหาการไหลที่ใช้

ทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ สามารถแบ่งเป็นประเภทใหญ่ๆได้ 2 ประเภท คือ กรณีการไหลแบบราบเรียบ และกรณีการไหลแบบปั่นป่วน ซึ่งปัญหาที่นำมาทดสอบมีดังต่อไปนี้

1) ปัญหาการไหลแบบราบเรียบ

1.1) การไหลในแผ่นคู่ขนานที่อยู่นิ่ง (Flow in parallel plates)

1.2) การไหลในแผ่นขนานที่เคลื่อนที่ (Couette flow)

1.3) การไหลแบบราบเรียบผ่าน Backward–facing step

2) ปัญหาการไหลแบบปั่นป่วน

2.1) การไหลแบบปั่นป่วนผ่าน Backward–facing step

3. นำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ทำการตรวจสอบความถูกต้องแล้ว มาทำนายการไหลแบบราบเรียบและปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยม 1 แท่งและ 2 แท่งและทำการศึกษาเกี่ยวกับตัวแปรต่างๆที่มีผลต่อความยาวของบริเวณการหมุนวนและลักษณะเฉพาะของการไหล ตัวอย่างเช่น Re , *h/H* และ *l/h* เป็นต้น

บทที่ 2

การศึกษาผลงานวิจัยที่ผ่านมา

2.1 บทนำ

การไหลแบบปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวาง เป็นปัญหาที่ได้รับความสนใจเป็นอย่างมาก ซึ่งได้มีนักวิทยาศาสตร์และนักวิจัยหลาย ๆ ท่านได้พยายามศึกษาปัญหานี้ ด้วยวิธีการทดลองและการจำลองการไหลโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาพฤติกรรมการไหลที่เกิดขึ้น ดังที่จะกล่าวต่อไป

2.2 ผลงานวิจัยที่ผ่านมา

Bergeles and Athanassiadis (1983) ศึกษาเกี่ยวกับความยาวของบริเวณการหมุนวนในการไหลผ่านสิ่งกีดขวาง 2 มิติ โดยทำการทดลองด้วย Single hot-wire anemometry การเปลี่ยนแปลงความกว้างของสิ่งกีดขวาง (w) สามารถทำได้โดยการคูณค่าคงที่กับความสูงของสิ่งกีดขวาง (H) ซึ่งจากผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าที่ Upstream ของสิ่งกีดขวาง ความยาวของบริเวณการหมุนวนคงที่มีค่าเท่ากับ 0.85H และจะไม่ขึ้นกับความกว้างของสิ่งกีดขวาง อย่างไรก็ตามที่ Downstream ความยาวของบริเวณการหมุนวนเป็นฟังก์ชันของค่า w โดยอัตราส่วนความยาวของบริเวณการหมุนวนต่อความสูงของสิ่งกีดขวางเปลี่ยนแปลงเกือบเป็นเส้นตรงจาก L_R/H=11 ที่ w/H=1 ไปจนถึง L_R/H =3.0 ที่ w/H มากกว่า 4

Tropea and Gackstatter (1985) ทำการทดลองเกี่ยวกับการไหลผ่าน Fence และ Block ที่ติดตั้งภายในช่องทางไหลโดยความเร็วที่ทางเข้ามีลักษณะเป็น Fully-developed flow การทดลองกระทำในช่วง Reynolds number ตั้งแต่ 150 ถึง 4500 โดยใช้ Laser-doppler anemometer การไหลนี้จะเป็นฟังก์ชันของ Reynolds number, Blockage ratio (h/H) และอัตราส่วนความยาวต่อความสูง (l/h) โดยผลที่ได้จากการทดลองประกอบด้วย ที่ตั้งและขนาดของบริเวณ Primary และ Secondary recirculation และรูปร่างของความเร็วเฉลี่ย นอกจากนี้ยังแสดงการเปรียบเทียบระหว่างการไหลผ่านสิ่งกีดขวางและการไหลแบบ Backward-facing step

Carvalho et al. (1987) ศึกษาเกี่ยวกับการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการทำนายผลของของไหลที่อัดตัวไม่ได้ ซึ่งเป็นการไหลแบบราบเรียบที่สภาวะคงตัว 2 มิติ ผ่านสิ่งกีดขวางที่ติดตั้งในช่องทางไหลปิด ผลของการทำนายการไหลถูกเปรียบเทียบกับความเร็วที่ได้จากการทดลองโดยใช้ Laser–doppler anemometer วัตถุประสงค์หลักของการศึกษานี้เป็นการเปรียบเทียบ Numerical Scheme ที่ต่างกันซึ่งใช้ในการดีสครีไทซ์ (Discretization) เทอมของการพา

(Convective term) ในสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยของการไหล โดย Scheme ที่ใช้ในการทำนายมี 5 แบบคือ Upwind, Hybrid Central/Upwind, Hybrid Power-Law/Upwind, Hybrid Central/Skew-Upwind และ Quadratic Weighted Upstream

สนามความเร็วที่ได้จาก Scheme ทั้ง 5 นี้ถูกเปรียบเทียบซึ่งกันและกัน และเปรียบเทียบกับข้อมูลที่ได้จากการทดลอง ในการศึกษาการไหลรอบ ๆ สิ่งกีดขวางที่มีความยาวต่างกันสามารถพิจารณาได้เป็นแบบ Thin fence และ Block ซึ่งมีความยาวจำกัดในทิศทางการไหล โดยสำหรับแต่ละสิ่งกีดขวางจะใช้ ค่า Blockage ratio 3 ค่าในการวิเคราะห์และตรวจสอบ ผลของการทำนายแสดงได้โดยสนามการไหลที่แตกต่างกัน 6 สนามการไหล ซึ่งทำนายด้วย Scheme เหล่านี้โดยมีข้อสรุปว่า Quadratic Weighted Upstream Scheme เป็น Scheme ที่มีข้อได้เปรียบมากที่สุดเมื่อพิจารณาถึงความเที่ยงตรงเทียบกับหน่วยความจำและเวลาที่ใช้ ในการคำนวณ

Durst et al. (1988) ทำการวัดและคำนวณเพื่อหาค่าความเร็วเฉลี่ย และ Velocity fluctuation ของการไหลสำหรับ Fence ที่เหมือนกัน 2 อัน ซึ่งติดตั้งเรียงกันตามยาวในช่องทางไหล โดยความเร็วที่ทางเข้ามีลักษณะเป็น Fully-developed flow รวมทั้งตรวจสอบผลของค่า Reynolds number และอัตราส่วน Blockage ที่มีต่อขนาดและที่ตั้งของ Primary และ Secondary recirculation zone จากการศึกษาพบว่า สนามการไหลรอบ ๆ Fence แต่ละอันมีลักษณะคล้ายกัน และมีลักษณะเช่นเดียวกับการไหลผ่าน Fence อันเดียว สำหรับค่า Reynolds number น้อยกว่าหรือเท่ากับ 100 ในกรณีที่ Reynolds number มีค่าสูงกว่านั้นการพัฒนาของ Shear layer จาก Fence อันแรก จะถูกรบกวนอย่างชัดเจนจาก Fence อันที่สอง และค่า Turbulence intensities จะสูงขึ้น ผลกระทบนี้แสดงอย่างเด่นชัดในการวัดความแตกต่างของความยาวบริเวณการหมุนวนที่ Downstream ของ Fence แต่ละอัน

Bergeles and Antoniou (1988) ทำการทดลองโดยวัดค่าความเร็ว และค่า Turbulent fluctuating velocity ในบริเวณการหมุนวนซึ่งเกิดขึ้นด้านหลังสิ่งกีดขวาง 2 มิติที่เปลี่ยนแปลงความยาวได้ โดยสิ่งกีดขวางถูกติดตั้งบนพื้นของ Open-circuit blow-down wind tunnel เมื่อพิจารณาการพัฒนาของ Boundary layer จะพบตัวแปรที่สำคัญซึ่งประกอบด้วย Longitudinal integral time และ Length scales โดยตัวแปรทั้งสองนี้จะถูกประมาณด้วย Autocorrelations จากการศึกษาพบว่า จะเกิดบริเวณการหมุนวนที่ด้านบนของสิ่งกีดขวางซึ่งขึ้นกับความยาวของสิ่งกีดขวางที่เพิ่มขึ้น และมีผลกระทบโดยตรงกับการเติบโตของ Boundary layer ในกรณีนี้ Shear layer จาก Upstream ที่ขอบของสิ่งกีดขวางจะเกิดการแบ่งแยกใน 2 บริเวณ คือตำแหน่งการหมุนวนด้านบน และด้านหลังของสิ่งกีดขวาง โดยพบว่าการแบ่งแยกเหล่านี้ทำให้ Integral length scales ของ Turbulent eddies มีขนาดเล็ก

Sakamoto and Hanui (1988) ทำการทดลองเกี่ยวกับผลกระทบในการเพิ่มขึ้นของ Turbulence intensity ไปสู่ Free stream ในการไหลซึ่งเกิดขึ้นรอบ ๆ สิ่งกีดขวางจัตุรัส 2 แท่งที่

วางเรียงกันตามแนวยาว โดยพิจารณา Reynolds number ที่ 3.32×10^4 และทำการหาค่าแรงของของไหลที่กระทำบนสิ่งกีดขวางทั้งสองในบริเวณการไหล ซึ่งพบว่าเกิดรูปแบบการไหล 2 รูปแบบปรากฏขึ้นเป็นช่วง ๆ นอกจากนี้ยังได้ทำการตรวจสอบแรงที่กระทำต่อของไหล, Strouhal number และการเปลี่ยนแปลงความถี่ของปรากฏการณ์กับการเปลี่ยนแปลง Intensity ของ Freestream turbulence ยิ่งกว่านั้นจะแสดงแรงของของไหล และVortex shedding สำหรับระยะห่างระหว่างสิ่งกีดขวาง โดยการเปลี่ยนแปลง Turbulence intensity

Lai and Makomaski (1989) ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ TEACH ใน 3 มิติ เพื่อศึกษาปรากฏการณ์การไหลที่ Upstream ของสิ่งกีดขวางที่เป็นรูปสี่เหลี่ยม วางใน Turbulent boundary layer ซึ่งเป็นการไหล 2 มิติ จากการศึกษาพบว่า การเปรียบเทียบระหว่างผลการทำนายกับผลการทดลองของ Blair (1984) เป็นที่น่าพอใจ ในการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างมิติของ Vortex การกระจายตัวของ Wall static pressure และตำแหน่ง Saddle point กับ Re = $U_\infty \delta^* / \upsilon$ และ $D^* = D/\delta^*$ มีแนวโน้มเหมือนกันกับผลการทดลองของทรงกระบอกกลม (Eckerle and Langston,1987 : Baker,1980) โดยตำแหน่งของ Saddle point พบว่าขึ้นกับ Turbulence intensity ใน Vortex แรก และสัมประสิทธิ์ความดันที่ปลายของสิ่งกีดขวางขึ้นกับ D^* เพียงอย่างเดียวถ้าไม่เกิด Vortex ขึ้นที่มุมของสิ่งกีดขวาง อย่างไรก็ตามสัมประสิทธิ์นี้มีค่าลดลงเมื่อเกิด Vortex ขึ้นที่มุมดังกล่าว รูปแบบการไหลจากการคำนวณมีลักษณะเช่นเดียวกันกับ One-vortex model ของ Eckerle and Langston (1987) ในขณะที่ไม่พบโครงสร้างแบบ Four-vortex model (Baker (1980) : Hunt et al. (1978)) ในการคำนวณ

Schofield and Logan (1990) ทำการวิเคราะห์สนามการไหลเฉลี่ยรอบ ๆ สิ่งกีดขวางที่ติดกับผนัง ภายใต้ Turbulent boundary layer และพิจารณาถึงลักษณะรูปทรงทางเรขาคณิตของสิ่งกีดขวางที่มีอิทธิพลต่อสนามการไหลและ Shear flow ที่เกิดขึ้น ผลจากการวิเคราะห์พบว่าในกรณีที่ Reynolds number มีค่าสูง ชั้นของ Shear layer จะมีขนาดหนากว่าในบริเวณที่ใกล้กับสิ่งกีดขวาง

Hong et al. (1991) ศึกษาเกี่ยวกับการไหลแบบราบเรียบผ่านสิ่งกีดขวางที่สภาวะคงตัว โดยทำการคำนวณ โดยใช้ False transient stream function-vorticity form เพื่อศึกษาผลกระทบของค่าความกว้างต่อความสูงของสิ่งกีดขวาง (Aspect ratio) และ Reynolds number เช่นเดียวกันกับค่า Initial boundary-layer thickness ตลอดทั้งสนามการไหล รวมถึงยังศึกษาเกี่ยวกับบริเวณการแยกไหลและความยาวของบริเวณการหมุนวน จากการศึกษาพบว่าความยาวของบริเวณการหมุนวนมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดีกับข้อมูลการวิจัยที่มีผู้ทำการศึกษามาก่อน โดยค่าความยาวนี้เป็นฟังก์ชันในเทอมของ Aspect ratio ของสิ่งกีดขวาง, Reynolds number, อัตราส่วนของ Boundary-layer thickness และความสูงของสิ่งกีดขวาง ค่า Pressure drop จะเกิดตาม

แนว Upstream ตรงขึ้นไปถึงผิวของสิ่งกีดขวาง และความดันจะเพิ่มขึ้นภายหลังจากนั้น ซึ่งลักษณะเช่นนี้เป็นเช่นเดียวกันกับการไหลผ่าน Backward-facing step

Martinuzzi and Tropea (1993) ทำการทดลองเกี่ยวกับสนามการไหลรอบ ๆ สิ่งกีดขวางลักษณะปริซึม ที่มีความกว้าง (Spanwise) หลาย ๆ ขนาดต่างกันซึ่งวางติดกับพื้นผิว โดยใช้เทคนิค Crystal violet, Oil-film และ Laser-sheet flow visualization จุดมุ่งหมายคือการศึกษาความแตกต่างระหว่างสนามการไหลรอบปริซึมสองมิติและสามมิติ โดยทุกการทดลองกระทำใน Fully developed channel flow ซึ่งมี Reynolds number อยู่ระหว่าง 8×10^4 ถึง 1.2×10^5 โดยค่า Re ขึ้นกับขนาดความสูงของช่องทางไหล จากผลการทดลองพบว่าบริเวณตรงกลางของ Wake จะประมาณได้ว่าเป็นการไหลแบบ 2 มิติ เมื่อปริซึมมีอัตราส่วนความกว้างต่อความสูง (*W/H*) มากกว่า 6 ส่วนบริเวณที่เกิดการแยกไหลด้านหน้าของปริซึมที่มีอัตราส่วนความกว้างมาก ๆ จะสังเกตได้ว่ามีการกระจายตัวของ Saddle point และ Nodal point ตลอดแนวด้านหน้าของปริซึม ซึ่งโครงสร้างการไหลในลักษณะนี้เป็นโครงสร้างการไหลแบบ 3 มิติ ซึ่งประกอบไปด้วยจุด Separation และจุด Stagnation

Acharya et al. (1994) ทำการศึกษาเกี่ยวกับประสิทธิภาพของ Nonlinear k-ε turbulence model ในการทำนายการไหลในท่อ ซึ่งเป็นการไหลผ่านสิ่งกีดขวาง 2 มิติ โดยเปรียบเทียบกับการใช้ Standard k-ε model และผลจากการทดลอง จากการศึกษาพบว่า การใช้ Nonlinear k-ε model ให้ผลการทำนายที่ดีกว่าในการคำนวณเกี่ยวกับ Turbulence intensities ความเร็วเฉลี่ยใกล้ขอบที่มีความเร็วสูงของ Shear layer ที่เกิดการแยกไหลและบริเวณการหมุนวนที่ Downstream ยิ่งกว่านั้นยังให้ผลการทำนายที่สอดคล้องกับความเป็นจริงสำหรับเทอมการผลิต (Production) และการแยกสลาย (Dissipation) ของ Turbulent kinetic energy ที่ใกล้กับบริเวณการหมุนวน Model ทั้งสองนี้ให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกันในบริเวณ Core flow และบริเวณที่ติดกับการหมุนวน แต่ผลลัพธ์ที่ได้ไม่เป็นที่น่าพอใจนัก เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองในบริเวณการแยกไหล และบริเวณ Shear-layer ที่ติดกับสิ่งกีดขวาง

Martinuzzi and Havel (2000) ทำการทดลองเกี่ยวกับการไหลผ่านลูกบาศก์สี่เหลี่ยมซึ่งวางเรียงกันตามยาว 2 อัน ภายใน Thin laminar boundary layer การทดลองถูกกระทำโดยการเปลี่ยนแปลงระยะห่างระหว่างลูกบาศก์ทั้งสองที่ค่า Reynolds number ประมาณ 22,000 ซึ่งค่า Re จะขึ้นอยู่กับความเร็วและความสูงของลูกบาศก์ ความเร็วเฉลี่ยถูกวัดด้วย Laser-doppler velocimetry และลักษณะรูปร่างของการไหลผ่านพื้นผิวถูกแสดงโดย การใช้เทคนิค Oil-film จากผลการทดลองพบว่า ลักษณะของสนามการไหลโดยเฉลี่ยนั้น สามารถแบ่งออกได้เป็น 3 ลักษณะ ซึ่งขึ้นกับระยะห่างระหว่างลูกบาศก์ และจากผลของ Frequency spectra of velocity และ Surface pressure fluctuation แสดงให้เห็นว่าโครงสร้างการไหลทั้งสามนั้นมีความสัมพันธ์กับ Wake flow periodicity ที่เกิดขึ้น สำหรับกรณีที่ระยะห่างระหว่างลูกบาศก์มีค่าน้อย Shear layer ซึ่งเกิดขึ้นจากการแยกไหลที่ลูกบาศก์ลูกแรก จะไหลกลับมาติดด้านข้างของลูกบาศก์ลูกที่สอง และWake periodicity สามารถพบได้ใน Wake ที่ Downstream เท่านั้น สำหรับกรณีที่ระยะห่างระหว่างลูกบาศก์อยู่ที่ค่าวิกฤตินั้นจะเกิด Fluctuation ในช่องว่างระหว่างลูกบาศก์ และเกิด Wake เพิ่มขึ้นมาด้วย และสำหรับกรณีที่ระยะห่างระหว่างลูกบาศก์มาก ๆ จะพบว่าเกิด Horseshoe vortex ลูกที่สองขึ้นที่หน้าลูกบาศก์ลูกที่สอง จากการทำ Flow visualization โดยใช้เทคนิค Dye-injection และ Smoke-wire พบว่ามีความสอดคล้องกับผลการทดลองข้างต้น

บทที่ 3

สมการพื้นฐานของการไหล

สมการพื้นฐานเกี่ยวกับการไหลประกอบไปด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์ 2 สมการคือ

1) สมการอนุรักษ์มวลหรือสมการความต่อเนื่อง (Continuity equation)
2) สมการอนุรักษ์โมเมนตัม (Momentum equations)

ซึ่งปัญหาการไหลโดยทั่วไปสามารถแบ่งประเภทของการไหลตามลักษณะทางกายภาพ ออกได้เป็นสองประเภทใหญ่ๆคือ การไหลแบบราบเรียบและการไหลแบบปั่นป่วน เนื่องจากเราจะพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สามารถคำนวณการไหลเชิงวิศวกรรมโดยทั่วไป จึงจำเป็นจะต้องกล่าวถึงสมการพื้นฐานสำหรับการไหลทั้งสองแบบไว้ในที่นี้ โดยที่จะตั้งสมมติฐานว่าของไหลที่นำมาพิจารณามีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

1) ของไหลเป็นชนิดอัดตัวไม่ได้
2) คุณสมบัติต่างๆของของไหลมีค่าคงที่
3) การไหลเกิดขึ้นใน 2 มิติ
4) การไหลอยู่ในสภาวะคงตัว

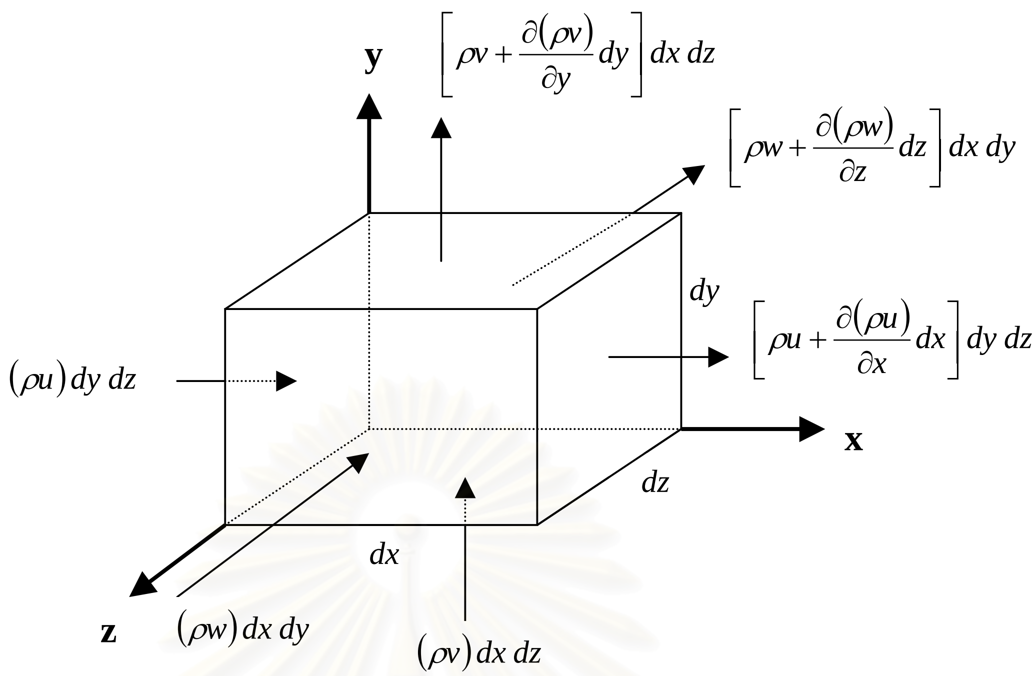
3.1 สมการพื้นฐานสำหรับการไหลแบบราบเรียบ

3.1.1 สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์มวล

จากรูปที่ 3.1 พิจารณาการไหลของมวลบนผิวหน้าต่างๆของปริมาตรหนึ่งในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน เมื่อความเร็วและความหนาแน่นเป็นฟังก์ชันของพิกัดในแนวแกน x, y, z และเวลา t โดยมีความยาวของด้านในแนวแกน x, y และ z เท่ากับ dx, dy และ dz ตามลำดับ ทำการรวมผลของการไหลเข้าและออกของมวลในแนวแกน x, y และ z จะได้ผลรวมของการไหลออกของมวลผ่านปริมาตรนี้มีค่าเท่ากับ $\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right](dx\,dy\,dz)$

เมื่อมวลของไหลทั้งหมดภายในปริมาตรนี้มีค่าเท่ากับ $\rho(dx\,dy\,dz)$ จะได้อัตราการเปลี่ยนแปลงของมวลภายในปริมาตรเทียบกับเวลามีค่าเท่ากับ $\frac{\partial\rho}{\partial t}(dx\,dy\,dz)$

จากหลักของการอนุรักษ์มวล จะได้ว่าผลรวมของการไหลออกของมวลผ่านปริมาตรทั้งหมดมีค่าเท่าอัตราการลดลงของมวลภายในปริมาตรเทียบกับเวลา โดยการลดลงของมวลแสดงด้วยเครื่องหมายลบ จะได้ว่า



รูปที่ 3.1 สมดุลของมวลบนปริมาตรควบคุมของของไหล

$$\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right](dx\, dy\, dz) = -\frac{\partial \rho}{\partial t}(dx\, dy\, dz) \tag{3.1}$$

นำปริมาตรของของไหล ($dx\, dy\, dz$) หารทั้งสองข้างของสมการและจัดรูปของสมการใหม่ จะได้ว่า

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z}\right] = 0 \tag{3.2}$$

โดยสมการนี้สามารถเขียนอยู่ในรูปเวคเตอร์ได้เป็น

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{\mathrm{V}}) = 0 \tag{3.3}$$

ซึ่งสมการ (3.3) นี้คือสมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์มวล (Continuity equation) โดยมี

$$\vec{\mathrm{V}} = u\,\hat{\mathrm{i}} + v\,\hat{\mathrm{j}} + w\,\hat{\mathrm{k}} \tag{3.4}$$

3.1.2 สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์โมเมนตัม

พิจารณาปริมาตรเล็กๆซึ่งเคลื่อนตัวไปตามการไหลและมีแรงกระทำบนผิวหน้าต่างๆ ของปริมาตรควบคุม จะได้ว่า

อัตราการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมใน C.V. เทียบกับเวลา (ในรูปของ Total derivative ที่รวมผลของ Convective flux เข้าไปแล้ว) มีค่าเท่ากับ ผลบวกของแรงทั้งหมดที่กระทำบน C.V. นั้น

ซึ่งแรงที่กระทำบนปริมาตรควบคุมนี้ สามารถแบ่งออกเป็นประเภทใหญ่ๆ ได้ 2 ประเภท คือ

- Body force ได้แก่ แรงเนื่องจากน้ำหนัก เป็นต้น
- แรงที่กระทำที่ผิว (Surface force) ได้แก่ แรงเนื่องจากการกระจายตัวของความดันและแรงเนื่องจากการกระจายของความเค้น เป็นต้น

จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน $\vec{\mathrm{F}} = m\vec{\mathrm{a}}$ จะเห็นได้ว่าผลรวมของแรงที่กระทำบนผิวหน้าต่างๆ ของปริมาตรมีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างมวลกับความเร่งของปริมาตรนั้น ความสัมพันธ์นี้เป็นความสัมพันธ์แบบเวกเตอร์ ซึ่งถ้าใช้พิกัดฉากคาร์ทีเซียนจะสามารถแบ่งความสัมพันธ์ออกได้เป็น 3 แนวแกน คือแกน x, y และ z

ในที่นี้จะทำการพิจารณาเพียงส่วนประกอบในแนวแกน x เพียงแกนเดียวก่อน ดังแสดงในรูปที่ 3.2 ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ของแรงตามกฎข้อที่ 2 ของนิวตันเป็น

$$F_x = ma_x \tag{3.5}$$

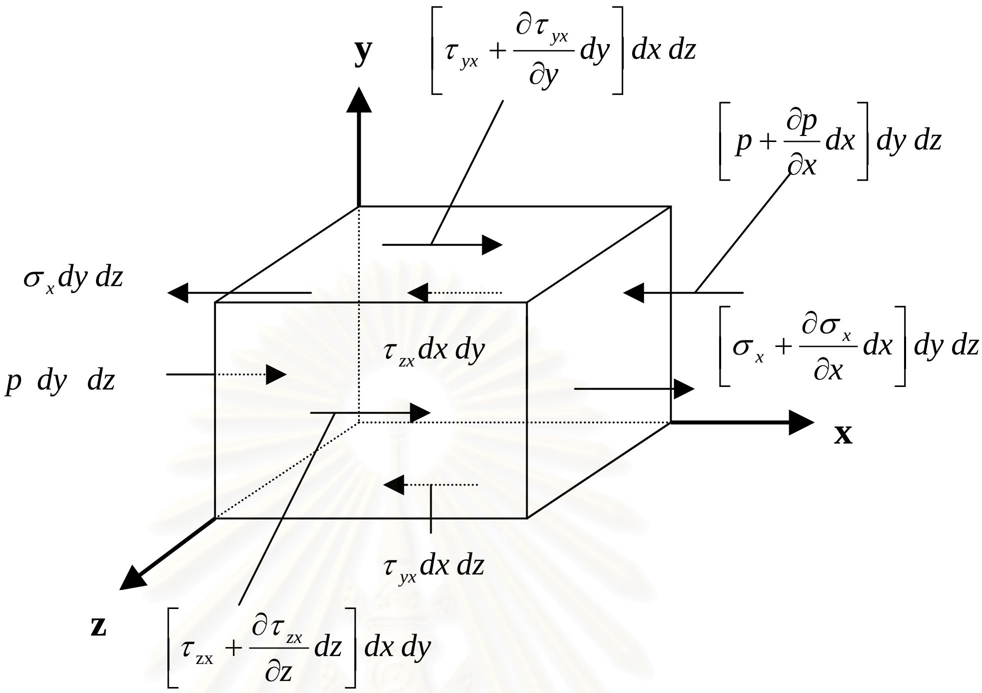
เมื่อกำหนดให้ $\vec{\mathrm{f}}$ เป็นแรงเนื่องจากน้ำหนักต่อหนึ่งหน่วยมวล โดย f_x เป็นส่วนประกอบในแกน x จะได้ว่าแรงเนื่องจากน้ำหนักที่กระทำบนปริมาตรควบคุมในแนวแกน x มีค่าเท่ากับ $\rho f_x(dx\,dy\,dz)$

จากรูปที่ 3.2 ผลรวมของแรงที่กระทำที่ผิวบนปริมาตรในแนวแกน x มีค่าเท่ากับ

$$\left[p-\left(p+\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)\right]dy\,dz+\left[\left(\sigma_x+\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}dx\right)-\sigma_x\right]dy\,dz$$
$$+\left[\left(\tau_{yx}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}dy\right)-\tau_{yx}\right]dx\,dz+\left[\left(\tau_{zx}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}dz\right)-\tau_{zx}\right]dx\,dy$$

ดังนั้น จะได้ผลรวมของแรงกระทำทั้งหมดบนปริมาตรในแนวแกน x มีค่าเป็น

$$F_x = \left[-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right](dx\,dy\,dz)+\rho f_x(dx\,dy\,dz) \tag{3.6}$$



รูปที่ 3.2 สมดุลของแรงบนปริมาตรควบคุมของของไหล

ความเร่งในแนวแกน x มีค่าเท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงของความเร็วในแนวแกน x เทียบกับเวลา

$$a_x = \frac{Du}{Dt} \tag{3.7}$$

แทนค่าจากสมการ (3.6) และ (3.7) ลงในสมการ (3.5) และนำค่า $(dx\, dy\, dz)$ หารทั้งสองข้างของสมการ จะได้

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x \tag{3.8}$$

จากความสัมพันธ์

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho \vec{\mathrm{V}} \cdot \vec{\nabla} u \tag{3.9}$$

$$\frac{\partial (\rho u)}{\partial t} = \rho \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{3.10}$$

และ $$\vec{\nabla}\cdot\left(\rho u\,\vec{\mathrm{V}}\right)=u\,\vec{\nabla}\cdot\left(\rho\,\vec{\mathrm{V}}\right)+\left(\rho\,\vec{\mathrm{V}}\right)\cdot\vec{\nabla}u \tag{3.11}$$

แทนสมการ (3.10) และ (3.11) ลงในสมการ (3.9) จะได้ว่า

$$\rho\frac{Du}{Dt}=\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}-u\frac{\partial\rho}{\partial t}-u\,\vec{\nabla}\cdot\left(\rho\,\vec{\mathrm{V}}\right)+\vec{\nabla}\cdot\left(\rho u\,\vec{\mathrm{V}}\right)$$

$$=\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}-u\left[\frac{\partial\rho}{\partial t}+\vec{\nabla}\cdot\left(\rho\,\vec{\mathrm{V}}\right)\right]+\vec{\nabla}\cdot\left(\rho u\,\vec{\mathrm{V}}\right) \tag{3.12}$$

จากสมการการอนุรักษ์มวล (สมการ 3.3) จะสามารถลดรูปของสมการ (3.12) เหลือ

$$\rho\frac{Du}{Dt}=\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\vec{\nabla}\cdot\left(\rho u\,\vec{\mathrm{V}}\right) \tag{3.13}$$

แทนค่าสมการ (3.13) ลงในสมการ (3.8) จะได้สมการในรูปแบบอนุรักษ์ดังนี้

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\vec{\nabla}\cdot\left(\rho u\,\vec{\mathrm{V}}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}+\rho f_x \tag{3.14a}$$

สำหรับส่วนประกอบในแนวแกน y และ z ก็สามารถหาสมการอนุรักษ์โมเมนตัมได้ในลักษณะเดียวกัน นั่นคือ

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t}+\vec{\nabla}\cdot\left(\rho v\,\vec{\mathrm{V}}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z}+\rho f_y \tag{3.14b}$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t}+\vec{\nabla}\cdot\left(\rho w\,\vec{\mathrm{V}}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}+\rho f_z \tag{3.14c}$$

สมการ (3.14) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์โมเมนตัม หรือเรียกอีกอย่างว่าสมการนาเวียร์-สโตกส์ (Navier-Stokes equations) ในรูปแบบอนุรักษ์ (Conservation form) โดยที่ตั้งสมมติฐานว่าของไหลเป็นแบบนิวโทเนียน (Newtonian fluid) กล่าวคือสามารถนำกฎความเสียดทานของสโตกส์ (Stokes's law) ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและอัตราการการเปลี่ยนแปลงของความเครียดภายในของไหลมาประยุกต์ใช้ได้ดังนี้

$$\sigma_x=-\frac{2}{3}\mu\,\vec{\nabla}\cdot\vec{\mathrm{V}}+2\mu\frac{\partial u}{\partial x} \tag{3.15a}$$

$$\sigma_y=-\frac{2}{3}\mu\,\vec{\nabla}\cdot\vec{\mathrm{V}}+2\mu\frac{\partial v}{\partial y} \tag{3.15b}$$

$$\sigma_z = -\frac{2}{3}\mu\vec{\nabla}\cdot\vec{\mathrm{V}} + 2\mu\frac{\partial w}{\partial z} \tag{3.15c}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu\left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right] \tag{3.15d}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu\left[\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right] \tag{3.15e}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu\left[\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right] \tag{3.15f}$$

และจากสมการ 3.14 นี้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ Tensor ได้คือ

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j}\sigma_{ij} + B_i \tag{3.16}$$

ซึ่ง σ_{ij} คือ Stress tensor และ B_i แทนแรงเนื่องจากน้ำหนักต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรในทิศทาง i สำหรับของไหลแบบนิวโทเนียน (Newtonian fluid) นั้น Stress tensor สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \\ &= -\left(p + \frac{2}{3}\mu\frac{\partial u_j}{\partial x_j}\right)\delta_{ij} + \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\end{aligned} \tag{3.17}$$

แทนความสัมพันธ์ของ Stress-stain สมการ (3.17) ลงในสมการโมเมนตัม (สมการ 3.16) จะได้สมการ Navier-Stokes คือ

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[-p\delta_{ij} + \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\mu\left(\delta_{ij}\frac{\partial u_j}{\partial x_j}\right)\right] + B_i \tag{3.18}$$

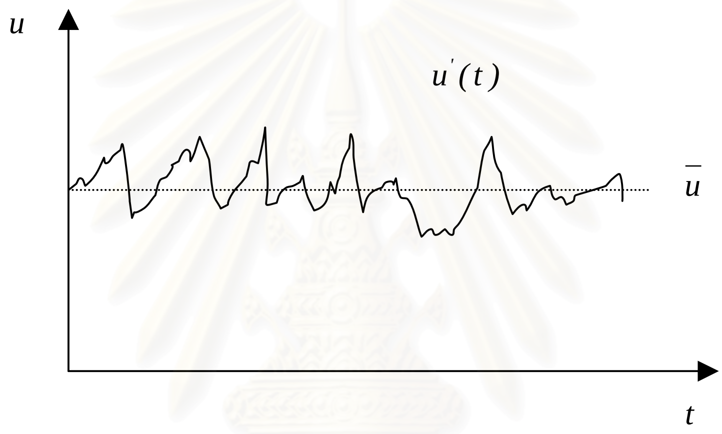
เทอมของ $\frac{2}{3}\mu\frac{\partial u_j}{\partial x_j}$ มีค่าเท่ากับศูนย์สำหรับการไหลแบบอัดตัวไม่ได้, เทอมของ $\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t}$ มีค่าเท่ากับศูนย์สำหรับการไหลที่สภาวะคงตัว และเทอมของ B_i มีค่าเท่ากับศูนย์เมื่อละทิ้งผลของแรงลอยตัว ดังนั้นสมการ (3.18) สามารถลดรูปได้เป็น

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right] \tag{3.19}$$

3.2 สมการพื้นฐานสำหรับการไหลแบบปั่นป่วน

3.2.1 สมการความต่อเนื่อง (Continuity Equation) และสมการโมเมนตัม (Momentum Equation)

โดยปกติแล้ว ค่าของตัวแปรในการไหลแบบปั่นป่วนจะมีค่าไม่คงที่ และค่าเหล่านี้จะเปลี่ยนแปลงตามเวลาที่เปลี่ยนไป ดังเช่นตัวอย่างของความเร็ว u ที่แสดงในรูปที่ 3.3 ซึ่งลักษณะเช่นนี้ทำให้การคำนวณค่าตัวแปรมีความยุ่งยากเพิ่มขึ้นเป็นอันมาก เพราะฉะนั้นจึงสมมติว่าคุณสมบัติต่างๆ ที่พิจารณาในกรณีของการไหลแบบปั่นป่วนนี้ สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ส่วน โดยใช้หลักการ Reynolds decomposition กล่าวคือ แบ่งออกเป็นส่วนที่เป็นค่าเฉลี่ยไม่ขึ้นกับเวลา เช่น $\bar{u}$, $\bar{v}$ หรือ $\bar{p}$ กับส่วนที่แทนผลของ Fluctuation ที่ขึ้นกับเวลา เช่น $u^{'}, v^{'}$ หรือ $p^{'}$



รูปที่ 3.3 ลักษณะของความเร็วในการไหลแบบปั่นป่วน

สมการพื้นฐานของการไหลแบบปั่นป่วนนี้ มีสมการที่เกี่ยวข้องเช่นเดียวกับในกรณีของการไหลแบบราบเรียบ นั่นคือ สมการความต่อเนื่อง (Continuity Equation) และสมการโมเมนตัม (Momentum equation) ซึ่งสามารถเขียนสมการทั้งสองให้อยู่ในรูปของ Tensor ได้ดังนี้

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{3.20}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_i u_j\right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\right] \tag{3.21}$$

โดยที่ ρ เป็นความหนาแน่น, u_i เป็นความเร็วของของไหล, p เป็นค่าความดันและ μ เป็นค่าความหนืด

จาก Reynolds decomposition ทุกตัวแปรในการไหลสามารถแบ่งออกเป็นส่วนที่เป็นค่าเฉลี่ยและส่วนที่แทนผลของการสั่น ตัวอย่างเช่น ฟังก์ชัน f สามารถแบ่งออกได้เป็น

$$f = \overline{f} + f' \tag{3.22}$$

จากนั้นทำการเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง (Time-averaging) จะได้ว่า

$$\overline{f}(x) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{t}^{t+T} f(x,t)\,dt \tag{3.23}$$

ซึ่งเมื่อทำการเฉลี่ยแล้ว จะทำให้ค่าเฉลี่ยของส่วนที่แทนผลของ Fluctuation นั้นมีค่าเป็นศูนย์ $\left(\overline{f'} = 0\right)$ และจะได้ค่าเฉลี่ยของผลคูณทั้งสองตัวแปรมีค่าเป็น $\overline{fg} = \overline{f}\overline{g} + \overline{f'g'}$

หากทำการเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่งกับสมการความต่อเนื่องและสมการโมเมนตัมจะได้

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0 \tag{3.24}$$

$$\rho \overline{u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right)\right] + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \tag{3.25}$$

สมการ (3.24) และ (3.25) นี้ เรียกว่าสมการ Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) ซึ่งจะสังเกตได้ว่าสมการ (3.25) นี้มีรูปแบบสมการเหมือนกันกับสมการ (3.21) ยกเว้นเพียงเทอม Reynolds stresses $\left(\tau_{ij} = -\rho\overline{u_i'u_j'}\right)$ ที่เพิ่มขึ้นมา ซึ่งเทอมที่เพิ่มขึ้นมานี้ก็เนื่องมาจากการไหลที่เป็นแบบปั่นป่วนนั่นเอง เทอม τ_{ij} ที่เพิ่มขึ้นมานี้มีผลทำให้ไม่สามารถแก้สมการเชิงอนุรักษ์ทั้งสองได้ สืบเนื่องมาจากจำนวนตัวแปรที่มากกว่าสมการ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องอาศัยการสร้างแบบจำลองความปั่นป่วน (Turbulence model) มาช่วยในการคำนวณ ซึ่งจะได้กล่าวถึงแบบจำลองนี้ในหัวข้อต่อไป

3.3 แบบจำลองความปั่นป่วน (Turbulence model)

แบบจำลองความปั่นป่วน (Turbulence model) เป็นแบบจำลองที่ช่วยในการคำนวณสมการความต่อเนื่องและสมการ Reynolds-averaged Navier-Stokes equation (RANS) ในการไหลแบบปั่นป่วน โดยจะใช้ในการหาค่า Reynolds stress ซึ่งในการคำนวณนั้นไม่จำเป็นต้องหาค่า Fluctuation แต่จะสนใจเพียงค่าเฉลี่ยของการไหลเท่านั้น โดยแบบจำลองความปั่นป่วนที่ดีนั้นต้องสามารถคำนวณพฤติกรรมการไหลในลักษณะต่าง ๆ ได้อย่างแม่นยำ รวมทั้งช่วยประหยัดหน่วยความจำ

แบบจำลองความปั่นป่วนที่ใช้กันอยู่ในการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนมีอยู่หลายแบบด้วยกัน ตัวอย่างเช่น

- Standard $k-\varepsilon$ model (Launder and Spalding, 1974), modified $k-\varepsilon$ model (Sloan et al.,1986), non-linear $k-\varepsilon$ model (Speziale,1987), $k-\omega$ model (Wilcox ,1993)
- Algebraic Reynolds stress model (Rodi, 1976), simplified version of the algebraic Reynolds stress model (Zhang et al., 1992)
- Different Reynolds stress transport equation models (Launder et al., 1975; Wilcox, 1993)

ในที่นี้จะแสดงถึงแบบจำลองที่เป็นที่นิยมใช้กันโดยทั่วไปคือ Standard $k-\varepsilon$ model ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

Standard $k-\varepsilon$ model

Two-equation turbulence model ที่นิยมใช้ในการคำนวณการไหลแบบปั่นป่วนก็คือ $k-\varepsilon$ model ซึ่ง Model นี้ก็มีหลายรูปแบบด้วยกัน แต่รูปแบบที่ได้รับความนิยมกันมากที่สุดก็คือ Model ของ Launder and Spalding (1974) ที่เรียกว่า Standard $k-\varepsilon$ model ซึ่งจะใช้ Boussinesq Approximation ในการหาค่าของ Reynolds stress ดังสมการ (3.26)

$$\tau_{ij} = -\frac{2}{3}\rho k\delta_{ij} + \mu_t\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right) \tag{3.26}$$

เมื่อ $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ = Eddy viscosity และ $C_\mu = 0.09$

ดังนั้นเมื่อแทนค่า Reynolds stress โดยใช้ Boussinesq Approximationในสมการโมเมนตัมในสมการ (3.25) จะได้

$$\rho\overline{u_j}\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p^*}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu_{eff}\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right)\right] \tag{3.27}$$

โดยเทอมของ Modified pressure $\left(p^*\right)$ และ Effective viscosity $\left(\mu_{eff}\right)$ สามารถนิยามได้ดังสมการ (3.28)

$$p^* = p + \frac{2}{3}\rho k \,,\, \mu_{eff} = \mu + \mu_t \,,\, \mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{3.28}$$

1) สมการ Turbulent kinetic energy

Turbulent kinetic energy (k) คือพลังงานจลน์ต่อหนึ่งหน่วยมวลของ Turbulent fluctuation ซึ่งหาได้จาก

$$k = \frac{1}{2}\overline{u_i^{'}u_i^{'}} = \frac{1}{2}\left(\overline{u^{'2}} + \overline{v^{'2}} + \overline{w^{'2}}\right) \tag{3.29}$$

จากสมการ Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) (สมการ 3.25) เมื่อนำความหนาแน่น (ρ) หารทั้งสองข้างของสมการและจัดรูปของสมการใหม่จะได้ว่า

$$\overline{u_j}\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\upsilon\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right)\right] - \frac{\partial \overline{u_i^{'}u_j^{'}}}{\partial x_j} \tag{3.30}$$

1.1) เทอมต่าง ๆ ในสมการเชิงอนุพันธ์ของ *k*

ในการสร้าง model ที่ซับซ้อนและมีลักษณะที่เหมือนจริงในสมการ Turbulent kinetic energy (k) สามารถทำได้โดยกำหนด Eddy viscosity ดังนี้

$$\upsilon_t \propto \text{(length scale)} \times \text{(turbulent velocity fluctuation)}$$

หรือ

$$\upsilon_t \propto L\sqrt{k} \tag{3.31}$$

สมการ Turbulent kinetic energy (k) สามารถหาได้จากการนำ $u_i^{'}$ คูณตลอดในสมการ Navier-Stokes (สมการ 3.21) และสมการ RANS (สมการ 3.30) จากนั้นนำผลที่ได้จากทั้งสองสมการมาลบกันและทำการจัดรูป ซึ่งจะได้

$$\underset{(1)}{\overline{u_j}\frac{\partial k}{\partial x_j}} = -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\underset{(2)}{\frac{1}{2}\overline{u_j^{'}u_i^{'}u_i^{'}}} - \underset{(3)}{\upsilon\frac{\partial k}{\partial x_j}} + \underset{(4)}{\frac{\overline{p^{'}u_j^{'}}}{\rho}}\right) - \underset{(5)}{\overline{u_i^{'}u_j^{'}}\frac{\partial \overline{u}}{\partial x_j}} - \underset{(6)}{\upsilon\overline{\frac{\partial u_i^{'}}{\partial x_j}\frac{\partial u_i^{'}}{\partial x_j}}} \tag{3.32}$$

โดยความหมายของแต่ละเทอม คือ

เทอมที่ (1) คือ เทอม Transport ของ k โดยการพา

เทอมที่ (2) คือ เทอมการแพร่ของความปั่นป่วน

เทอมที่ (3) คือ เทอมการแพร่ของความหนืด

เทอมที่ (4) คือ เทอมการแพร่ของความดัน

เทอมที่ (5) คือ เทอมการผลิตของ k ซึ่งจะใช้สัญลักษณ์ P

เทอมที่ (6) คือ เทอมการแยกสลาย (Dissipation) ของ k ซึ่งเทอมนี้สามารถแทนด้วยตัวแปร ε

1.2) Turbulent Diffusion และ Dissipation Rate

จากสมมติฐานของ Gradient-Diffusion เราสามารถจำลองเทอมการแพร่ของความปั่นป่วนได้ดังนี้

$$-\frac{1}{2}\overline{u_j^{'}u_i^{'}u_i^{'}} = \frac{\upsilon_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x_j} \tag{3.33}$$

เมื่อ σ_k คือ Prandtl-Schmidt number ≈ 1.0 ซึ่งโดยปกติจะสมมติว่าเทอมนี้ได้รวมเทอมการแพร่ของความดัน $\left(-\frac{\overline{p^{'}u_j^{'}}}{\rho}\right)$ เข้าไปด้วยแล้ว

2) สมการ Dissipation rate (ε)

สมการ Transport ของ ε สามารถหาได้จากการกำหนดรูปแบบตามสมการ Navier-Stokes จากการกำหนดนี้พบว่า สมการ Transport จะมีความซับซ้อนมาก อย่างไรก็ตามสมการนี้สามารถถูกจำลองให้อยู่ในรูปแบบอย่างง่ายได้

สำหรับ Two-equation models นั้นยังมีตัวแปรอื่นนอกจาก ε ดังแสดงในตารางที่ 3.1 โดยตัวแปรต่าง ๆ จะจัดอยู่ในรูปดังนี้

$$\phi = k^m L^n \tag{3.34}$$

ซึ่งตัวแปรนี้จะถูกใช้ในสมการรูปทั่วไปคือ

$$\overline{u_j}\frac{\partial \phi}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\frac{\upsilon_t}{\sigma_\phi}\frac{\partial \phi}{\partial x_j}\right\} + C_{\phi 1}\frac{\phi}{k}P - C_{\phi 2}\phi\frac{\sqrt{k}}{L} \tag{3.35}$$

สำหรับแบบจำลอง $k-\varepsilon$ เราสามารถนิยาม ε จากสมการ

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{L} \tag{3.36}$$

แทนตัวแปร ϕ ในสมการรูปทั่วไป (สมการ 3.35) ด้วย ε จะได้สมการของ ε สำหรับ Re สูง ๆ คือ

$$\underset{(1)}{\overline{u_j}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}} = \underset{(2)}{\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\frac{\upsilon_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right\}} + \underset{(3)}{C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}P} - \underset{(4)}{C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k}} \tag{3.37}$$

ซึ่งเทอมต่าง ๆ ในสมการ (3.37) มีความหมายทางกายภาพดังนี้

เทอมที่ (1) คือ เทอม Transport ของ ε โดยการพา

เทอมที่ (2) คือ เทอมการแพร่ของความปั่นป่วน

เทอมที่ (3) คือ อัตราการผลิตของ ε

เทอมที่ (4) คือ อัตราการแยกสลายของ ε

ซึ่งจะสังเกตว่าอัตราการผลิตจะเกี่ยวเนื่องกันกับ Turbulence energy และอัตราการแยกสลายจะถูกกำหนดให้อยู่ในรูปแบบอย่างง่าย คือ ε /(turbulence time scale) โดยค่า time scale นี้จะเป็นอัตราส่วนของ k/ε

ตารางที่ 3.1 Two-equation models

Two-equation model	Symbol	m	n	ϕ
Kolmogorov (1942), Wilcox (1993)	ω	0.5	-1.0	$\sqrt{k}/L$
Harlow and Nakayama (1968)	ε	1.5	-1.0	$k^{3/2}/L$
Rotta (1968)	kL	1.0	1.0	kL
Spalding (1972b), Saffman (1970)	W	1.0	-2.0	kL^2
Speziale et al. (1990)	τ	-0.5	1.0	$L/\sqrt{k}$

2.1) ค่าคงที่ของ Model

จากการสลายตัว (Decay) ของ Turbulence ทำให้สามารถลดรูปสมการ k และ ε ได้เป็น

$$\bar{u}\frac{\partial k}{\partial x} = -\varepsilon \qquad \text{และ} \qquad \bar{u}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = -C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{3.38}$$

การลดลงของ k จะเป็นแบบ Power law ($k \propto x^{-n}$) และจะได้

$$C_{\varepsilon 2} = \frac{n+1}{n} \tag{3.39}$$

จากผลการทดลองพบว่า $n \approx 1.25$ ดังนั้น $C_{\varepsilon 2} \approx 1.8$

ที่บริเวณใกล้ผนังนั้น $P \approx \varepsilon$, $k \approx \dfrac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}}$, $\varepsilon \approx \dfrac{u_\tau^3}{\kappa y}$, $\upsilon_t = C_\mu \dfrac{k^2}{\varepsilon}$ และสมการของ ε สามารถลดรูปได้ดังนี้

$$0 = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\frac{\upsilon_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right\} + C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}P - C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{3.40}$$

ซึ่งสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่าง $C_{\varepsilon 1}$ และ $C_{\varepsilon 2}$ ได้ดังนี้

$$C_{\varepsilon 1} = C_{\varepsilon 2} - \frac{\kappa^2}{\sigma_\varepsilon \sqrt{C_\mu}} \tag{3.41}$$

ดังนั้นค่าคงที่สำหรับ $k-\varepsilon$ model ที่ Re สูง ๆ คือ

$$C_\mu = 0.09, C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3$$

3) สรุปสมการของ $k-\varepsilon$ สำหรับ Reynolds number สูง ๆ

$$\overline{u_j}\frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\frac{\upsilon_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x_j}\right\} + P - \varepsilon \tag{3.42}$$

$$\overline{u_j}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\frac{\upsilon_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right\} + C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}P - C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{3.43}$$

จากสมการ (3.42) และ (3.43) เมื่อนำความหนาแน่น (ρ) คูณทั้งสองข้างของสมการและจัดรูปของสมการใหม่จะได้ว่า

$$\rho\overline{u_j}\frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\frac{\mu_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x_j}\right\} + P - \rho\varepsilon \tag{3.44}$$

$$\rho\overline{u_j}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right\} + C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}P - C_{\varepsilon 2}\rho\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{3.45}$$

เมื่อ $P =$ Production of kinetic energy

$$= \tau_{ij}\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}\right) = \mu_t\left[2\left(\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial y}\right)^2\right) + \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x}\right)^2\right]$$

ในการไหลแบบปั่นป่วนนั้น บริเวณใกล้ผนังจะมีผลของความหนืดและ Turbulence ซึ่งจะมีอิทธิพลที่สำคัญต่อการไหล และค่าความเร็วจะขึ้นอยู่กับ Boundary layer ซึ่งในที่นี้ การคำนวณความเร็วในบริเวณใกล้ผนังจะใช้วิธี Wall function ซึ่งสำหรับรายละเอียดจะได้กล่าวถึงต่อไปในหัวข้อเรื่องเงื่อนไขขอบ (Boundary conditions) ในบทที่ 4

3.4 สรุปสมการสำหรับการไหลแบบราบเรียบและปั่นป่วน

จากเนื้อหาทั้งหมดที่กล่าวไปแล้วในข้างต้น สามารถสรุปสมการที่จำเป็นต้องใช้ในการคำนวณการไหลโดยทั่วไป โดยแบ่งเป็นสมการพื้นฐานสำหรับการไหลแบบราบเรียบและปั่นป่วน ดังแสดงในตารางที่ 3.2 และ 3.3 ตามลำดับ

ตารางที่ 3.2 สมการพื้นฐานสำหรับการไหลแบบราบเรียบในสองมิติ

Transport equation	Differential form
Continuity	$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}=0$
x-Momentum	$\frac{\partial(\rho uu)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho uv)}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(2\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]$
y-Momentum	$\frac{\partial(\rho vu)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vv)}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left(2\mu\frac{\partial v}{\partial y}\right)$

ตารางที่ 3.3 สมการพื้นฐานสำหรับการไหลแบบปั่นป่วนในรูปแบบของเทนเซอร์

Transport equation	Differential form
Continuity	$\dfrac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0$
Momentum	$\rho \overline{u_j} \dfrac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\dfrac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu_{eff}\left(\dfrac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \dfrac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right)\right]$
Turbulent kinetic energy	$\rho \overline{u_j} \dfrac{\partial k}{\partial x_j} = \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left\{\dfrac{\mu_t}{\sigma_k}\dfrac{\partial k}{\partial x_j}\right\} + P - \rho\varepsilon$
Dissipation rate	$\rho \overline{u_j} \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left\{\dfrac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\dfrac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right\} + C_{\varepsilon 1}\dfrac{\varepsilon}{k}P - C_{\varepsilon 2}\rho\dfrac{\varepsilon^2}{k}$
Boussinesq approximation	$\tau_{ij} = -\dfrac{2}{3}\rho k \delta_{ij} + \mu_t\left(\dfrac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \dfrac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right)$

เมื่อ

$$P = \tau_{ij}\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}\right) = \mu_t\left[2\left(\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial y}\right)^2\right) + \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial x}\right)^2\right], \mu_{eff} = \mu + \mu_t, \mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon},$$

$C_\mu = 0.09$, $\sigma_k = 1.0$, $C_{\varepsilon 1} = 1.44$, $C_{\varepsilon 2} = 1.92$ และ $\sigma_\varepsilon = 1.3$

บทที่ 4

ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม

4.1 บทนำ

เนื้อหาในบทนี้จะเป็นการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธี Finite volume กับสมการพื้นฐานของการไหลจากบทที่ผ่านมา โดยจะทำการศึกษาขั้นตอนต่าง ๆ ของระเบียบวิธีนี้ซึ่งประกอบด้วย Discretization ของสมการ การประมาณค่า ϕ ที่บริเวณผิวของปริมาตรควบคุมด้วย Numerical scheme ที่แตกต่างกัน รวมถึงเงื่อนไขขอบและกระบวนการที่ใช้ในการหาคำตอบ

4.2 สมการควบคุมพื้นฐาน (Governing Equations)

สำหรับการใช้ระเบียบวิธี Finite volume ในการแก้ไขปัญหาการไหลสามารถทำได้โดยจัดรูปสมการพื้นฐานของการไหลให้อยู่ในรูปของสมการควบคุมพื้นฐานรูปทั่วไปของตัวแปร ϕ ซึ่งแสดงได้ดังต่อไปนี้

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v\phi)}{\partial y}}_{\text{Convection Term}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_{\phi}\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_{\phi}\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)}_{\text{Diffusion Term}} + \underbrace{S_{\phi}}_{\text{Source Term}} \tag{4.1}$$

โดยที่ Γ_{ϕ} คือสัมประสิทธิ์การแพร่ (Diffusion coefficient)

รายละเอียดของแต่ละสมการสำหรับการไหลแบบราบเรียบและปั่นป่วนถูกแสดงในตารางที่ 4.1 และ 4.2 ตามลำดับ

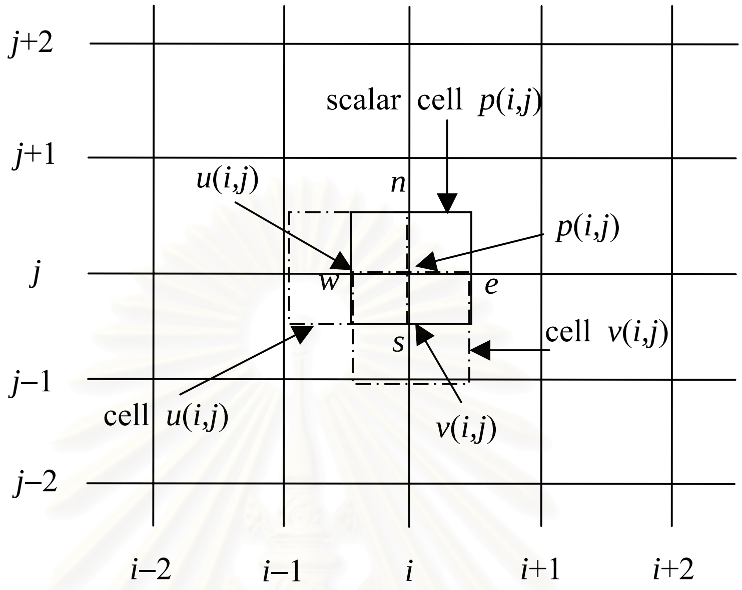
ในการคำนวณโดยใช้ระเบียบวิธี Finite volume นั้น เริ่มด้วยการอินทิเกรตสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (สมการ 4.1) ตลอดทั้งปริมาตรควบคุม แล้วดิสครีไทซ์ (Discretize) ลงบนจุดต่อต่างๆ บนปริมาตรควบคุมดังแสดงในรูปที่ 4.1 ซึ่งแสดงภาพของปริมาตรควบคุมแบบ Staggered grid เพื่อเปลี่ยนรูปของสมการพื้นฐานจากสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยไปเป็นสมการพีชคณิต ซึ่งจะได้

$$\int_{\Delta V}\left[\frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v\phi)}{\partial y}\right]dV = \int_{\Delta V}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)+S_{\phi}\right]dV \tag{4.2}$$

โดยสมการนี้ก็คือ สมการพื้นฐานในรูปทั่วไปที่เขียนอยู่ในรูปของอินทิกรัลนั่นเอง

สำหรับ Staggered grid นี้ เป็นการแบ่งกริดเพื่อให้กริดของความเร็ว อยู่ระหว่างจุดต่อของตัวแปรสเกลาร์ ทั้งนี้เพื่อให้สอดคล้องกับสมการความต่อเนื่อง (Continuity equation) และ

แก้ปัญหาการเกิด Checker-board effect (Patankar, 1980) อันจะก่อให้เกิดความผิดพลาดในการคำนวณเชิงตัวเลข ซึ่งการวางกริดของความดัน p และความเร็ว u และ v ถูกแสดงในรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 ปริมาตรควบคุมของความดันและความเร็วในระบบ Staggered grid

ตารางที่ 4.1 รูปสมการ Transport ของการไหลแบบราบเรียบเปรียบเทียบกับสมการพื้นฐานในรูปทั่วไป

Transport Equation	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Continuity	1	0	0
x–Momentum	u	μ	$-\dfrac{\partial P}{\partial x}+\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu\dfrac{\partial v}{\partial x}\right)$
y-Momentum	v	μ	$-\dfrac{\partial P}{\partial y}+\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\mu\dfrac{\partial u}{\partial y}\right)+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\mu\dfrac{\partial v}{\partial y}\right)$

ตารางที่ 4.2 รูปสมการ Transport ของการไหลแบบปั่นป่วนเปรียบเทียบกับสมการพื้นฐานในรูปทั่วไป

Transport Equation	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Continuity	1	0	0
x-Momentum	$\bar{u}$	μ_e	$-\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_e \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_e \frac{\partial v}{\partial y}\right)$
y-Momentum	$\bar{v}$	μ_e	$-\frac{\partial \bar{p}}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_e \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_e \frac{\partial \bar{v}}{\partial y}\right)$
Turbulent kinetic energy	k	$\frac{\mu_e}{\sigma_k}$	$P-\rho\varepsilon$
Dissipation rate	ε	$\frac{\mu_e}{\sigma_\varepsilon}$	$(C_{\varepsilon 1}P)\frac{\varepsilon}{k}-(C_{\varepsilon 2}\rho\varepsilon)\frac{\varepsilon}{k}$

โดยที่ $\sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3, C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92, \mu_e = \mu_t + \mu$

และ $P = \mu_t\left[2\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x}+\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)^2\right]$

เนื่องจากในการคำนวณหาค่า *u* และ *v* จากสมการโมเมนตัมนั้น ค่าที่คำนวณได้อาจจะไม่สอดคล้องกับสมการความต่อเนื่อง ในการแก้ไขข้อผิดพลาดนี้สามารถทำโดยการใช้ขั้นตอนวิธีที่เรียกว่า SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) ซึ่งถูกพัฒนาโดย Patankar and Spalding (1972) ช่วยในการจัดลำดับและวางความต่อเนื่องของการแก้สมการเพื่อให้ *u*, *v* และ *p* ที่คำนวณได้นั้นสอดคล้องกับสมการความต่อเนื่อง

4.3 การดิสครีไทซ์สมการ

สมการ Transport ซึ่งแสดงโดยสมการ (4.1) นั้นประกอบด้วยเทอมต่างๆ คือ Convection Term, Diffusion Term และ Source Term ซึ่งแต่ละเทอมสามารถทำการดิสครีไทซ์ได้ดังนี้

4.3.1 Convection Term

การดิสครีไทซ์เทอมของการพา (Convection Term) สามารถทำได้โดยการอินทิเกรตตลอดทั้งปริมาตรควบคุมของตัวแปร ϕ ซึ่งจะได้

$$\int_{\forall}\left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi)\right]d\forall$$

แยกอินทิเกรตทีละเทอมโดยกำหนด $A_e = A_w = 1\times\Delta y$ และ $A_n = A_s = \Delta x\times 1$ จะได้เทอมของการพาในสองแนวแกน คือ

$$\int_{\Delta V}\frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi)dV = (\rho uA)_e\phi_e - (\rho uA)_w\phi_w = F_e\phi_e - F_w\phi_w \tag{4.3a}$$

$$\int_{\Delta V}\frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi)dV = (\rho vA)_n\phi_n - (\rho vA)_s\phi_s = F_n\phi_n - F_s\phi_s \tag{4.3b}$$

โดยที่ $F = \rho uA =$ Convective mass flux และ ϕ_e, ϕ_w, ϕ_n และ ϕ_s เป็นค่าของ ϕ ที่ผนังเซลล์ซึ่งหาได้โดยการประมาณค่าที่เหมาะสม (Interpolation)

4.3.2 Diffusion Term

การดิสครีไทซ์เทอมของการแพร่กระจาย (Diffusion Term) จะใช้วิธีเดียวกันกับการดิสครีไทซ์เทอมของการพา ซึ่งสำหรับตัวแปร ϕ จะได้

$$\int_{\forall}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)\right]d\forall$$

แยกอินทิเกรตทีละเทอมเช่นเดียวกับเทอมของการพาซึ่งจะได้เทอมของการแพร่กระจายในสองแนวแกน คือ

$$\begin{aligned}\int_{\Delta V}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\right]dV &= \left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}A\right)_e - \left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}A\right)_w \\ &= D_e(\phi_E-\phi_P) - D_w(\phi_P-\phi_W)\end{aligned} \tag{4.4a}$$

$$\int_{\Delta V}\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)\right]dV=\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}A\right)_n-\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}A\right)_s$$
$$=D_n(\phi_N-\phi_P)-D_s(\phi_P-\phi_S) \quad (4.4b)$$

โดยที่ $D=\frac{\Gamma A}{\delta}$ = Diffusion Conductance

4.3.3 Source Term

Source Term (S_ϕ) สามารถแยกได้เป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นค่าคงที่ (S_C) กับส่วนที่เป็นสัมประสิทธิ์ของ ϕ_p (S_P)

$$S_\phi=S_C+S_P\phi_P$$

ทำการอินทิเกรต Source Term ลงบนปริมาตรควบคุมจะได้เป็น

$$\int_\forall S_\phi d\forall=S_\phi V$$
$$=S_C V+S_P V\phi_P \quad (4.5)$$

เมื่อ V คือปริมาตร

4.4 Final Form ของ Discretized Equations

ค่าของ ϕ บนผิวปริมาตรควบคุมในเทอมการพาที่อยู่ในสมการ (4.3) สามารถหาได้จากการประมาณค่าด้วย Scheme ต่างๆ เช่น Central, Upwind, Hybrid หรือ Power–Law scheme โดยรายละเอียดของวิธีต่าง ๆ มีดังนี้

1) Central differencing scheme เป็นการประมาณเชิงเส้นของค่า ϕ โดยการหาค่าเฉลี่ยที่เกิดขึ้นที่ Interface ของปริมาตรควบคุม ดังนี้

$$\phi_e=\frac{1}{2}(\phi_E+\phi_P)$$
$$\phi_w=\frac{1}{2}(\phi_P+\phi_W)$$
$$\phi_n=\frac{1}{2}(\phi_N+\phi_P)$$
$$\phi_s=\frac{1}{2}(\phi_P+\phi_S)$$

เมื่อนำค่าจากสมการ (4.3), (4.4) และ (4.5) แทนค่าลงในสมการ (4.2) และนำค่าเฉลี่ยของค่า ϕ ที่ Interface ต่างๆตามสมการข้างบนลงไปแทนค่า จะได้ว่า

$$\frac{F_e}{2}(\phi_P+\phi_E)-\frac{F_w}{2}(\phi_W+\phi_P)+\frac{F_n}{2}(\phi_P+\phi_N)-\frac{F_s}{2}(\phi_P+\phi_S)$$
$$=D_e(\phi_E-\phi_P)-D_w(\phi_P-\phi_W)+D_n(\phi_N-\phi_P)-D_s(\phi_P-\phi_S)+S_CV+S_PV\phi_P \qquad (4.6)$$

จัดรูปสมการ (4.6) จะได้สมการพีชคณิตของสมการทั่วไปดังนี้

$$a_P\phi_P=a_N\phi_N+a_S\phi_S+a_E\phi_E+a_W\phi_W+S_CV \qquad (4.7)$$

โดย

$$a_N=D_n-\frac{F_n}{2}$$

$$a_S=D_s+\frac{F_s}{2}$$

$$a_E=D_e-\frac{F_e}{2}$$

$$a_W=D_w+\frac{F_w}{2}$$

และ $a_P=a_N+a_S+a_E+a_W+(F_n-F_s+F_e-F_w)-S_PV$

จากการอนุรักษ์มวล $F_e=F_w$ และ $F_n=F_s$ จะทำให้ $a_P=a_N+a_S+a_E+a_W$ การใช้ Central-differencing scheme นี้มีความเป็นไปได้ที่ a_N, a_S, a_E หรือ a_W อาจมีค่าเป็นลบ ซึ่งเป็นการละเมิดต่อกฎพื้นฐาน (Basic rules ใน Patankar, 1980) ที่ว่า เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ติดลบจะทำให้ $a_P \neq \sum|a_{nb}|$ ซึ่งไม่เป็นไปตาม Scarborough criterion ดังนั้นปัญหาที่ใช้ Scheme นี้ ผลเฉลยจะไม่ลู่เข้าสู่ค่าใดๆ ซึ่งเหล่านี้คือเหตุผลที่วิธี Central-difference ไม่เป็นที่นิยมเมื่อต้องแก้ปัญหาการพาและการแพร่กระจายที่มีค่า Reynolds number สูง

2) Upwind differencing scheme เป็นวิธีที่เสนอโดย Courant et al. (1952) จุดประสงค์ในการคิดค้นวิธีนี้ก็เพื่อแก้ไขปัญหาที่เกิดจากการสมมติว่าค่าของการพาที่ Interface ϕ_e เกิดจากค่าเฉลี่ยระหว่าง ϕ_E และ ϕ_P โดยเสนอแนวคิดใหม่คือเทอมการแพร่กระจายไม่มีการเปลี่ยนแปลง แต่ในเทอมการพาสามารถคำนวณโดยสมมติฐานที่กล่าวว่า ค่าของ ϕ ที่ Interface มีค่าเท่ากับค่าของ ϕ ที่ Grid point ของผิวปริมาตรควบคุมด้านต้นกระแสการไหล (Upstream) นั่นคือ

$$\phi_e=\phi_P \qquad \text{เมื่อ} \qquad F_e>0 \qquad (4.8a)$$

$$\phi_e = \phi_E \qquad \text{เมื่อ} \qquad F_e < 0 \tag{4.8b}$$

และ

$$\phi_w = \phi_W \qquad \text{เมื่อ} \qquad F_w > 0 \tag{4.9a}$$

$$\phi_w = \phi_P \qquad \text{เมื่อ} \qquad F_w < 0 \tag{4.9b}$$

ค่าของ ϕ_n และ ϕ_s ก็หาได้ลักษณะเดียวกัน ดังนั้นสามารถเขียนสมการพีชคณิตของสมการทั่วไปได้เป็น

$$a_P\phi_P = a_N\phi_N + a_S\phi_S + a_E\phi_E + a_W\phi_W + S_C V \tag{4.10}$$

โดย

$$a_N = \max[-F_n, 0]$$

$$a_S = \max[F_s, 0]$$

$$a_E = \max[-F_e, 0]$$

$$a_W = \max[F_w, 0]$$

และ $\quad a_P = a_N + a_S + a_E + a_W + (F_n - F_s + F_e - F_w) - S_P V$

เมื่อ $\max[A,B]$ คือค่าสูงสุด ที่ได้จากการเปรียบเทียบค่าระหว่าง A กับ B

จากสมการ จะสังเกตได้ว่าค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ จะไม่สามารถมีค่าเป็นลบได้ ทำให้ผลเฉลยที่ได้มีค่าเป็นไปตามลักษณะทางกายภาพที่เกิดขึ้นจริง และทำให้สามารถแก้ปัญหาต่างๆ ได้โดยที่ผลเฉลยลู่เข้าสู่ค่าใดค่าหนึ่ง

3) Hybrid differencing scheme ถูกเสนอโดย Spalding (1972a) ซึ่ง Scheme นี้เป็นการรวมข้อดีของวิธี Central และ Upwind differencing scheme ไว้ด้วยกัน โดยเลือกใช้จากค่า Peclect number, $\mathrm{Pe} = \dfrac{F}{D}$ เราจะเห็นได้ว่าวิธี Central differencing scheme มีความถูกต้องแม่นยำเป็นอันดับที่ 2 (2nd order accuracy) แต่วิธีนี้จะมีผลต่อการสั่นของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ เมื่อ Pe มีค่ามากกว่า 2 หรือน้อยกว่า –2 ดังนั้นวิธี Hybrid differencing scheme จึงใช้วิธีนี้ในช่วงค่า Pe ระหว่าง –2 ถึง 2 เท่านั้น ส่วนค่า Pe ที่อยู่นอกช่วง –2 ถึง 2 จะใช้วิธี Upwind differencing scheme ที่มีความถูกต้องแม่นยำเป็นอันดับที่ 1 (1st order accuracy) แต่มี Stability ของการคำนวณที่ดีกว่าแทน

ตัวอย่างของการประมาณค่าที่ตำแหน่ง *e* (East face) โดย Hybrid scheme

$$\phi_e = \begin{cases} \phi_p & Pe > 2 \\ \dfrac{\phi_E + \phi_P}{2} & -2 \le Pe \le 2 \\ \phi_E & Pe < -2 \end{cases} \tag{4.11}$$

ดังนั้นจะสามารถเขียนสมการพีชคณิตของสมการทั่วไปได้เป็น

$$a_P\phi_P = a_N\phi_N + a_S\phi_S + a_E\phi_E + a_W\phi_W + S_C V \tag{4.12}$$

โดย

$$a_N = \max\left[-F_n, D_n - \frac{F_n}{2}, 0\right]$$

$$a_S = \max\left[F_s, D_s + \frac{F_s}{2}, 0\right]$$

$$a_E = \max\left[-F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0\right]$$

$$a_W = \max\left[F_w, D_w + \frac{F_w}{2}, 0\right]$$

และ $a_P = a_N + a_S + a_E + a_W + (F_n - F_s + F_e - F_w) - S_P V$

4) Power-Law scheme ถูกเสนอโดย Patankar (1980) โดยวิธีนี้เป็นวิธีที่ให้ค่าผลเฉลยที่ใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นตรง (สำหรับปัญหาในหนึ่งมิติ) มากกว่าวิธี Hybrid scheme จากการกำหนดค่าในเทอมการแพร่กระจายให้มีค่าเป็นศูนย์ เมื่อค่า *Pe* มีค่ามากกว่า 10 โดยการประมาณเป็นโพลิโนเมียล ซึ่งสามารถเขียนสมการพีชคณิตได้เป็น

$$a_P\phi_P = a_N\phi_N + a_S\phi_S + a_E\phi_E + a_W\phi_W + S_C V \tag{4.13}$$

โดย

$$a_N = D_n \max\left[0, (1 - 0.1|\mathrm{Pe}_n|)^5\right] + \max[-F_n, 0]$$

$$a_S = D_s \max\left[0, (1 - 0.1|\mathrm{Pe}_s|)^5\right] + \max[F_s, 0]$$

$$a_E = D_e \max\left[0,\left(1-0.1\left|\mathrm{Pe}_e\right|\right)^5\right] + \max\left[-F_e,0\right]$$

$$a_W = D_w \max\left[0,\left(1-0.1\left|\mathrm{Pe}_w\right|\right)^5\right] + \max\left[F_w,0\right]$$

และ $$a_P = a_N + a_S + a_E + a_W + \left(F_n - F_s + F_e - F_w\right) - S_P V$$

4.5 การหาคำตอบโดยใช้วิธี TDMA (Tri–Diagonal Matrix Algorithm)

การแก้สมการดิสครีไทซ์ ดังเช่นสมการ (4.7) เพื่อหาผลเฉลยของสมการนั้น สามารถทำได้โดยใช้ขั้นตอนวิธี TDMAในการแก้ระบบสมการ ซึ่งวิธี TDMA นี้ เป็นวิธีที่นิยมใช้ในการคำนวณแก้สมการในรูปเมตริกซ์ เมื่อระบบสมการมีจำนวนมาก

จากรูปที่ 4.2 เมื่อพิจารณา Computational domain จะพบว่ามีลักษณะเป็นเส้น ๆ ประกอบกัน เราสามารถคำนวณค่าตัวแปรที่จุดต่างๆบนเส้นแต่ละเส้นโดยวิธี TDMA โดยสมมติว่าทราบค่าบริเวณจุดต่อข้างเคียงและใช้วิธีการคำนวณซ้ำ (Iterative method) จนได้ผลลัพธ์ที่ลู่เข้า ตัวอย่างเช่น ในการแก้สมการพีชคณิต (4.7) จะเริ่มจากการจัดรูปของสมการให้อยู่ในรูปดังนี้

$$a_P\phi_P = a_N\phi_N + a_S\phi_S + C \tag{4.14}$$

โดยที่

$$C = a_E\phi_E + a_W\phi_W + S_C V \tag{4.15}$$

เมื่อกำหนดให้

$$D_j = a_P\ , \quad B_j = a_S\ , \quad \alpha_j = a_N\ , \quad C_j = a_E\phi_E + a_W\phi_W + S_C V$$

จะสามารถเขียนสมการ (4.14) ได้ใหม่เป็น

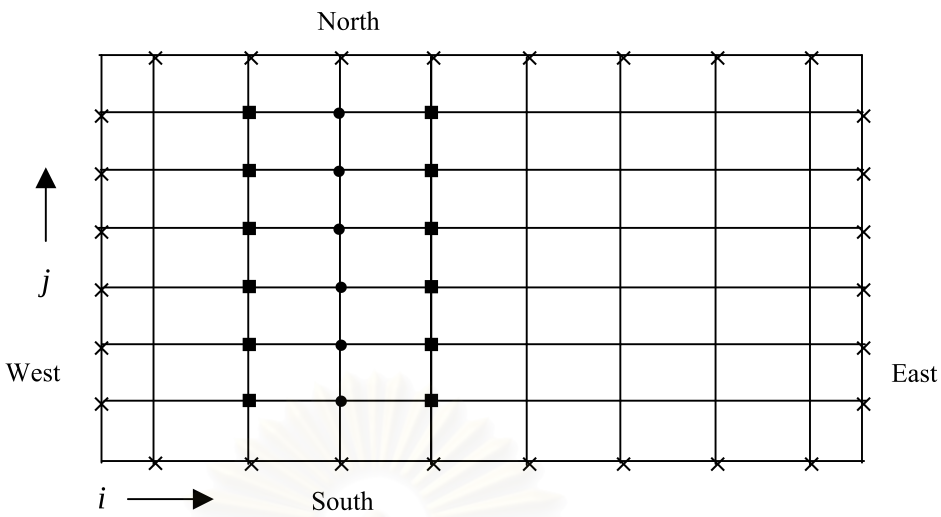
$$D_j\phi_j = \alpha_j\phi_{j+1} + B_j\phi_{j-1} + C_j \tag{4.16}$$

เมื่อจัดรูปสมการแล้ว จะได้ว่า

$$\phi_j = A_j\phi_{j+1} + C_j^{'} \tag{4.17}$$

จากสมการ (4.17) แทนที่ค่าตัวห้อย j ด้วย $j-1$ และแทน j+1 ด้วย j จะได้สมการสำหรับ ϕ_{j-1}

$$\phi_{j-1} = A_{j-1}\phi_j + C_{j-1}^{'} \tag{4.18}$$



● จุดที่ทำการคำนวณหาค่า

■ จุดซึ่งทราบค่าจากการคำนวณครั้งที่ผ่านมา

× จุดซึ่งเป็นค่าของขอบเขต

รูปที่ 4.2 Computational domain ที่ใช้วิธี TDMA ในการคำนวณ (Versteeg and Malalasekera, 1995)

แทนสมการ (4.18) ลงในสมการ (4.16) แล้วทำการจัดรูปจะได้

$$\phi_j = \frac{\alpha_j}{D_j - B_j A_{j-1}}\phi_{j+1} + \frac{B_j C'_{j-1} + C_j}{D_j - B_j A_{j-1}} \tag{4.19}$$

ซึ่งเมื่อทำการเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์ของสมการ (4.19) กับสมการ (4.17) ก็จะสามารถหาค่า A_j และ C'_j ออกมาได้

เพราะฉะนั้น เราสามารถเขียนสมการรูปทั่วไปของวิธี TDMA นี้ ได้ดังนี้

$$\phi_j = A_j \phi_{j+1} + C'_j \tag{4.20}$$

เมื่อ

$$A_j = \frac{\alpha_j}{D_j - B_j A_{j-1}}$$

และ

$$C'_j = \frac{B_j C'_{j-1} + C_j}{D_j - B_j A_{j-1}}$$

เนื่องจากเราทราบเงื่อนไขขอบของโดเมนที่ใช้ในการคำนวณ คือ ที่จุด j =1 และ $j = n+1$ ดังนั้นจะได้ค่าของ A_j และ C_j' ที่จุดเหล่านี้ ดังนี้

$$A_{j=1} = 0 \qquad \text{และ} \qquad C'_{j=1} = \phi_1$$

$$A_{j=n+1} = 0 \qquad \text{และ} \qquad C'_{j=n+1} = \phi_{n+1}$$

จากการที่เราทราบค่าดังกล่าว ทำให้เราสามารถแก้สมการหาค่าของผลลัพธ์ออกมาได้ ทั้งนี้โดยเริ่มจากการหาค่า A_j และ C_j' สำหรับทุกค่า j (j = 1 ถึง n) จากนั้นจึงหาค่าตัวแปร ϕ ของทุกจุดที่ต้องการ ย้อนกลับจาก ϕ_n ไปหา ϕ_1 โดยใช้วิธีแทนค่าย้อนกลับ (Backward substitution)

4.6 SIMPLE Algorithm

SIMPLE (Semi-implicit method for pressure-linked equation) algorithm (Patankar, 1980) เป็นวิธีที่ใช้ในการคำนวณความเร็ว และความดัน เพื่อทำให้ค่า u และ v ที่คำนวณได้จากสมการโมเมนตัมนั้นสอดคล้องกับสมการความต่อเนื่อง โดยใช้สมการ Pressure-Correction ช่วยในการคำนวณ

4.6.1 สมการ Pressure-Correction

จากสมการอนุรักษ์โมเมนตัมในแนวแกน x และ y

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uu)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho vu)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial v}{\partial x}\right) \tag{4.21}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uv)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho vv)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial v}{\partial y}\right) \tag{4.22}$$

ทำการอินทิเกรตสมการ (4.21) และ (4.22) ตลอดปริมาตรควบคุมในรูปที่ 4.1 จะได้สมการดิสครีไทซ์ (Discretised equation) ดังต่อไปนี้

ในแกน x
$$a_P u_P = \sum_{nb} a_{nb}u_{nb} + S_u V + \left(p_{i-1,j} - p_{i,j}\right)A \tag{4.23}$$

ในแกน y
$$a_P v_P = \sum_{nb} a_{nb}v_{nb} + S_v V + \left(p_{i,j-1} - p_{i,j}\right)A \tag{4.24}$$

โดย

$$\sum_{nb} a_{nb}u_{nb} = a_N u_N + a_S u_S + a_E u_E + a_W u_W$$
$$\sum_{nb} a_{nb}v_{nb} = a_N v_N + a_S v_S + a_E v_E + a_W v_W$$

จากนั้นทำการจัดรูปสมการอนุรักษ์มวลให้อยู่ในรูปของสมการผลต่างความดัน เพื่อใช้แก้ไขค่าความดัน และความเร็วในสนามการไหล โดยเริ่มจากการกำหนดค่าต่อไปนี้

$$p = p^{*} + p' \tag{4.25a}$$

$$u = u^{*} + u' \tag{4.25b}$$

$$v = v^{*} + v' \tag{4.25c}$$

โดย

p, u และ v คือ ความดันและความเร็วที่ถูกต้อง

p^{*}, u^{*} และ v^{*} คือ ความดันที่กำหนดขึ้น (Guessed pressure) และความเร็วที่คำนวณจาก P^{*}

p', u' และ v' คือ ค่าแก้ไขความดัน (Pressure correction) และค่าแก้ไขความเร็ว (Velocity correction)

และความเร็ว u^{*} และ v^{*} สามารถคำนวณได้จากสมการโมเมนตัมที่มีลักษณะเช่นเดียวกับสมการ (4.23) และ (4.24) ซึ่งจะได้สมการดิสครีไทซ์ของความเร็วทั้งสองเป็น

$$a_w u_w^{*} = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^{*} + S_u V + \left(p_W^{*} - p_P^{*}\right) A_w \tag{4.26}$$

$$a_s v_s^{*} = \sum_{nb} a_{nb} v_{nb}^{*} + S_v V + \left(p_S^{*} - p_P^{*}\right) A_s \tag{4.27}$$

นำสมการ (4.25) แทนในสมการ (4.23) และ (4.24) แล้วลบด้วยสมการ (4.26) และ (4.27) ตามลำดับ ได้เป็น

$$a_w u_w' = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}' + \left(p_W' - p_P'\right) A_w \tag{4.28}$$

$$a_s v_s' = \sum_{nb} a_{nb} v_{nb}' + \left(p_S' - p_P'\right) A_s \tag{4.29}$$

โดยที่กำหนดให้ $\sum_{nb} a_{nb} u_{nb}'$ และ $\sum_{nb} a_{nb} v_{nb}'$ มีค่าเป็นศูนย์ เพื่อความง่ายของการหาคำตอบ (Patankar, 1980) เมื่อการไหลสอดคล้องกับสมการอนุรักษ์มวล จะได้สมการของค่าแก้ไขความเร็ว (Velocity-correction equation) ของ u_w เป็น

$$a_w u_w' = \left(p_W' - p_P'\right) A_w$$

หรือ

$$u_w' = d_w \left(p_W' - p_P'\right) \tag{4.30}$$

เมื่อ

$$d_w = \frac{A_w}{a_w}$$

$$\therefore \quad u_w = u_w^* + d_w\left(p_W^{'} - p_P^{'}\right) \tag{4.31}$$

โดยพิจารณาแบบเดียวกันสำหรับ u_e จะได้

$$u_e = u_e^* + d_e\left(p_E^{'} - p_P^{'}\right) \tag{4.32}$$

และสำหรับสมการความเร็วแก้ไขของ v_s

$$a_s v_s^{'} = \left(p_S^{'} - p_P^{'}\right)A_s$$

$$v_s^{'} = d_s\left(p_S^{'} - p_P^{'}\right) \tag{4.33}$$

โดย

$$d_s = \frac{A_s}{a_s}$$

$$\therefore \quad v_s = v_s^* + d_s\left(p_S^{'} - p_P^{'}\right) \tag{4.34}$$

และจะได้

$$\mathrm{v}_n = v_n^* + d_n\left(p_N^{'} - p_P^{'}\right) \tag{4.35}$$

จากสมการอนุรักษ์มวลที่เขียนในรูปสมการเชิงอนุพันธ์

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0$$

อินทิเกรตตลอดปริมาตรควบคุมดังรูปที่ 4.1 ได้เป็น

$$\int_{\Delta V}\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y}\right]dV = 0$$

$$(\rho u A)_e - (\rho u A)_w + (\rho v A)_n - (\rho v A_s) = 0 \tag{4.36}$$

เพราะฉะนั้น เมื่อแทนค่าความเร็วจากสมการ (4.31), (4.32), (4.34) และ (4.35) จะได้สมการของความดันแก้ไข (Pressure-correction equation) ดังต่อไปนี้

$$a_P p_P^{'} = a_N p_N^{'} + a_S p_S^{'} + a_E p_E^{'} + a_W p_W^{'} + b \tag{4.37}$$

เมื่อ

$$a_N = \rho d_n A_n$$
$$a_S = \rho d_s A_s$$
$$a_E = \rho d_e A_e$$
$$a_w = \rho d_w A_w$$
$$b = \left(\rho u^* A\right)_e - \left(\rho u^* A\right)_w + \left(\rho v^* A\right)_n - \left(\rho v^* A_s\right)$$

ขั้นตอนของ SIMPLE algorithm สามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้

1) เริ่มต้นสมมติค่าของ u^*, v^*, ϕ^* และ p^*
2) คำนวณค่า u^*, v^* จากสมการ (4.26) และ (4.27)
3) นำค่า u^*, v^* ที่คำนวณได้มาแทนค่าในสมการ (4.37)
4) คำนวณค่า p' จากสมการที่ (4.37) แล้วนำมาแทนค่าในสมการ (4.25a) จากนั้นจึงนำค่า p ที่คำนวณได้มากำหนดให้เป็น p^* ค่าใหม่
5) คำนวณค่า u, v จากสมการ (4.31), (4.32), (4.34) และ (4.35) โดยใช้ค่า p' จากขั้นตอนที่ 4 จากนั้นจึงกำหนดค่า u, v ที่ได้เป็น u^*, v^* ค่าใหม่
6) นำค่า u, v ที่คำนวณได้จากขั้นตอนที่ 5 มาหาค่าตัวแปร ϕ เช่น k และ ε จากนั้นจึงกำหนดค่า ϕ ที่ได้เป็น ϕ^* ค่าใหม่
7) ทำซ้ำขั้นตอนที่ 2 ถึง 6 จนกระทั่ง u^*, v^*, ϕ^* และ p^* มีค่าลู่เข้าสู่ค่าที่ถูกต้อง โดยตรวจสอบจากการเข้าใกล้ศูนย์ของเทอม b (Mass source term) ในสมการที่ (4.37) ซึ่งแสดงว่าค่า u^*, v^*, ϕ^* และ p^* ที่คำนวณได้สอดคล้องกับสมการอนุรักษ์มวล

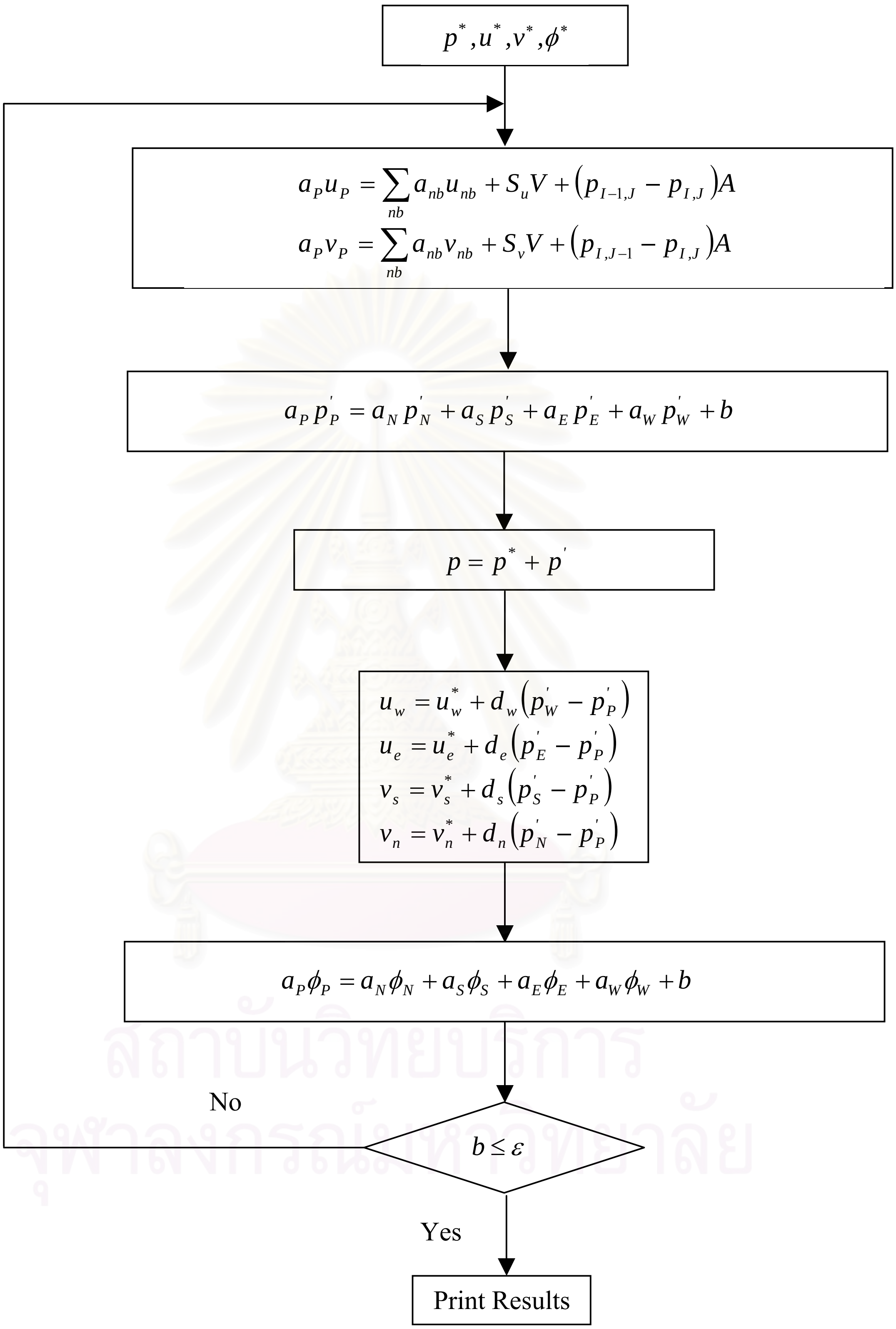
ขั้นตอนที่กล่าวมาทั้งหมดนี้สามารถแสดงเป็น Flow chart ได้ดังรูปที่ 4.3

4.7 เงื่อนไขขอบ (Boundary conditions)

ในการแก้ปัญหาการไหลด้วยระเบียบวิธี Finite volume นั้นเงื่อนไขขอบก็เป็นสิ่งหนึ่งที่มีความสำคัญเนื่องจากเงื่อนไขขอบนี้จะเป็นตัวกำหนดลักษณะเฉพาะของแต่ละปัญหา ซึ่งเงื่อนไขขอบโดยทั่วไปจะประกอบด้วย เงื่อนไขขอบแบบสมมาตร (Symmetric boundary condition) เงื่อนไขขอบที่ทางออก (Outlet boundary condition) และเงื่อนไขขอบที่ผนัง (Wall boundary condition) เป็นต้น

4.7.1 เงื่อนไขขอบแบบสมมาตร (Symmetric boundary condition)

สำหรับเงื่อนไขขอบที่สมมาตรนั้นการกำหนดขอบเขตสามารถทำได้โดยกำหนดเงื่อนไขที่ว่าไม่มีการไหลและไม่มีฟลักซ์ผ่านขอบเขต โดยทุก ๆ ตัวแปรได้ถูกกำหนดให้ไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Zero gradient) ซึ่งก็คือ ความเร็ว (v) ในแนวตั้งฉากกับขอบที่สมมาตรจะกำหนดให้เท่า



รูปที่ 4.3 ลำดับขั้นตอนการทำงานของขั้นตอนวิธี SIMPLE

กับศูนย์และตัวแปรด้านนอกของขอบเขตนี้จะมีค่าเท่ากับตัวแปรที่ Node ที่ใกล้ขอบเขตมากที่สุด โดยจะได้

$$\phi_{i,1} = \phi_{i,2} \tag{4.38}$$

เนื่องจากในกรณีสมมาตรนี้จะพิจารณา Computational domain เพียงครึ่งเดียวเท่านั้นจึงทำให้ประหยัดหน่วยความจำและเวลาที่ใช้ในการคำนวณ

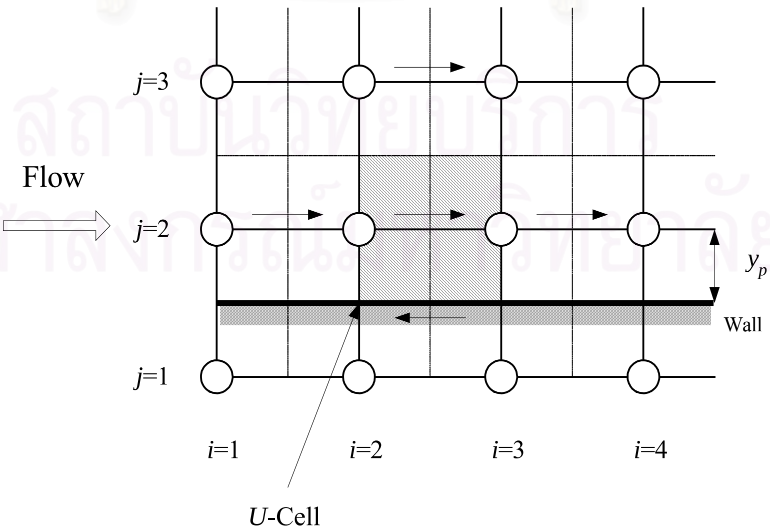
4.7.2 เงื่อนไขขอบที่ทางออก (Outlet boundary condition)

เงื่อนไขขอบที่ทางออกนั้น โดยปกติจะไม่ทราบค่า ซึ่งตัวแปรทั่วไปได้ถูกกำหนดให้ว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Zero gradient) ยกเว้นแต่ค่า u ที่ทางออกเท่านั้นที่ถูกนำไปปรับค่าเพื่อให้สอดคล้องกับกฎสมดุลมวล

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_{\text{exit}} = 0 \tag{4.39}$$

4.7.3 เงื่อนไขขอบที่ผนัง (Wall boundary condition)

เงื่อนไขขอบที่ผนังจะพบในปัญหาการไหลโดยทั่วไปโดยในที่นี้จะพิจารณาผนังในแนวแกน x ดังแสดงในรูปที่ 4.4 ซึ่งเป็นตัวอย่างของกริดที่บริเวณใกล้ผนังสำหรับความเร็ว u เงื่อนไขขอบที่ผนังสามารถแยกได้พิจารณาเป็น เงื่อนไขที่ไม่มีการลื่นไถล เงื่อนไขขอบผนังสำหรับการไหลแบบราบเรียบและปั่นป่วน และเงื่อนไขขอบสำหรับผนังที่มีการเคลื่อนที่



รูปที่ 4.4 ปริมาตรควบคุมที่ผนัง

เงื่อนไขขอบที่ไม่มีการลื่นไถล (No-slip condition; $u = 0$, $v = 0$) เป็นเงื่อนไขขอบที่ผิวของของแข็งโดยกำหนดความเร็ว u มีค่าเท่ากับศูนย์ที่ขอบเขต ($j = 1$) และปริมาตรควบคุมที่อยู่ติดผนังมีค่า $a_S = 0$ เนื่องจากไม่มีการคำนวณ Pressure correction ที่ตำแหน่งนี้

เงื่อนไขขอบผนังสำหรับการไหลแบบราบเรียบ แรงเฉือนเนื่องจากผนังจะถูกรวมเข้าไปใน Source term ในสมการดิสครีไทซ์ของ U-Momentum และความเค้นเฉือนสามารถหาได้จาก

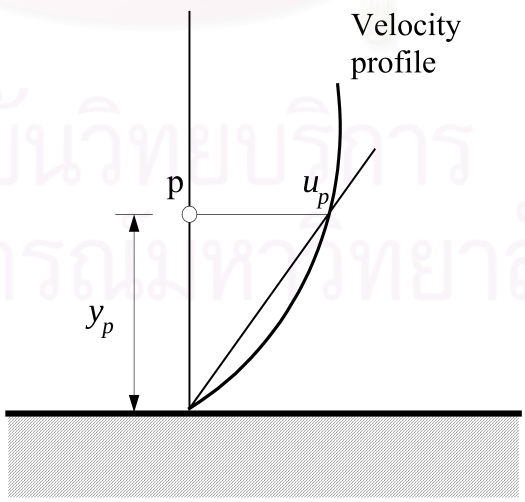
$$\tau_w = \mu \frac{u_p}{\Delta y_p} \tag{4.40}$$

โดย u_p เป็นค่าความเร็วที่ Node ดังแสดงในรูปที่ 4.5 ซึ่งอ้างอิงกับสมมติฐานที่ว่าที่บริเวณใกล้ผิวของผนัง ค่าความเร็วมีการเปลี่ยนแปลงเป็นเส้นตรงเมื่อเทียบกับระยะทาง จะได้แรงเฉือนมีค่าเป็น

$$\begin{aligned} F_S &= -\tau_w A_{\text{cell}} \\ &= -\mu \frac{u_p}{\Delta y_p} A_{\text{cell}} \end{aligned} \tag{4.41}$$

เมื่อ A_{cell} เป็นพื้นที่ผนังของปริมาตรควบคุม ดังนั้นสามารถใส่เทอมของแรงเฉือนนี้เข้าไปใน Source term ของ u และสามารถเขียน Source term นี้ได้เป็น

$$S_P = -\frac{\mu}{\Delta y_p} A_{\text{cell}} \tag{4.42}$$



รูปที่ 4.5 การกระจายตัวของความเร็วที่ผนัง

เงื่อนไขขอบที่ผนังสำหรับการไหลแบบปั่นป่วน ณ ตำแหน่งที่ผนัง กำหนดให้ u และ v มีค่าเท่ากับศูนย์ แต่เนื่องจากบริเวณใกล้ผนังนั้นจะมีผลของชั้น Boundary layer อยู่ ดังนั้นจึงต้องใช้ Wall function ควบคู่ไปกับ Standard $k-\varepsilon$ model (Launder and Spalding, 1974) ในการประมาณค่าความเร็วบริเวณผนัง ซึ่งการใช้ Wall function นั้นมีสมมติฐานดังนี้

1) ค่า Shear stress ของของไหลที่บริเวณใกล้ผนังมีค่าเท่ากับ Shear stress ที่ผนัง
2) Convection และ Diffusion ที่บริเวณใกล้ผนังถือว่าน้อยมากทำให้ Production term ของ k มีค่าเท่ากับ Dissipation term (หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่ามีสภาพของ Local Equilibrium)

ตัวแปรไร้มิติ y^+ ที่ใช้แทนการวัดระยะในชั้น Boundary layer แสดงได้เป็น

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y_p}{\mu} \tag{4.43}$$

โดยที่ y_p เป็นระยะที่วัดจากผนังและ u_τ ถูกกำหนดจาก

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{4.44}$$

เมื่อ τ_w เป็นค่า Wall shear stress โดยในบริเวณ Boundary layer ถูกแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ

1) $0 < y^+ < 11.63$, เป็น Laminar sub-layer ซึ่ง Molecular diffusion มีอิทธิพลสูง ($\mu >> \mu_t$) และสมมติว่าเป็นการไหลแบบ Newtonian
2) $11.63 < y^+ < 300$, เป็น Turbulent sub-layer ซึ่ง Turbulent diffusion มีอิทธิพลสูง ($\mu_t >> \mu$) และจะใช้ Wall function ในการคำนวณ

เกณฑ์ที่ใช้ในการเปลี่ยนจากการไหลแบบราบเรียบไปเป็นการไหลแบบปั่นป่วนในบริเวณใกล้ผนังของ Buffer layer คือระหว่างช่วง Linear sublayer และ ช่วง Log-law layer ของ Turbulent region จะใช้ค่า $y^+ = 11.63$ ซึ่งเป็นค่าที่จุดต่อของทั้งสองช่วงนี้เป็นเกณฑ์ ซึ่งใน Log-law layer สามารถหาค่า u^+ ได้จาก

$$u^+ = \frac{1}{\kappa}\ln\left(Ey^+\right) \tag{4.45}$$

เมื่อ κ คือ Von Karman constant และ E คือค่าความขรุขระของผิว โดยที่สำหรับผิวเรียบ (Smooth wall) κ มีค่าเท่ากับ 0.4 และ E เท่ากับ 9.8

สำหรับสมการอนุรักษ์โมเมนตัม ที่บริเวณใกล้ผนังนั้น สามารถหาค่าแรงที่ผนัง (F_s) ได้จาก

$$F_s = -\frac{\rho C_\mu^{\frac{1}{4}} k_p^{\frac{1}{2}} u_p}{u^+} A_{\text{cell}} \tag{4.46}$$

โดยที่บริเวณใกล้ผนังด้านล่างนั้น จะทำการกำหนดค่าให้ $a_S = 0$ ในสมการดิสครีไทซ์ และจะให้แรงที่ผนัง (F_s) เป็น Source term ในสมการของความเร็ว u โดยที่

$$S_u = 0 \tag{4.47a}$$

$$S_p = -\frac{\rho C_\mu^{\frac{1}{4}} k^{\frac{1}{2}}}{u^+} A_{\text{cell}} \tag{4.47b}$$

สำหรับสมการ Turbulent kinetic energy ที่บริเวณใกล้ผนังด้านล่างนั้นจะกำหนดให้ $a_S = 0$ ในสมการดิสครีไทซ์ และสามารถหาค่า Source term ได้จาก

$$S = \frac{\tau_w u_p}{y_p} \Delta v - \frac{\rho C_\mu^{\frac{3}{4}} k_p^{\frac{3}{2}} u^+}{y_p} \Delta v \tag{4.48}$$

นั่นคือ

$$S_u = \frac{\tau_w u_p}{y_p} \Delta v \tag{4.49a}$$

$$S_p = -\frac{\rho C_\mu^{\frac{3}{4}} k_p^{\frac{1}{2}} u^+}{y_p} \Delta v \tag{4.49b}$$

และสำหรับสมการ Dissipation rate เนื่องจากที่บริเวณใกล้ผนัง ค่า ε หาได้จาก

$$\varepsilon_p = \frac{C_\mu^{\frac{3}{4}} k_p^{\frac{3}{2}}}{\kappa y_p} \tag{4.50}$$

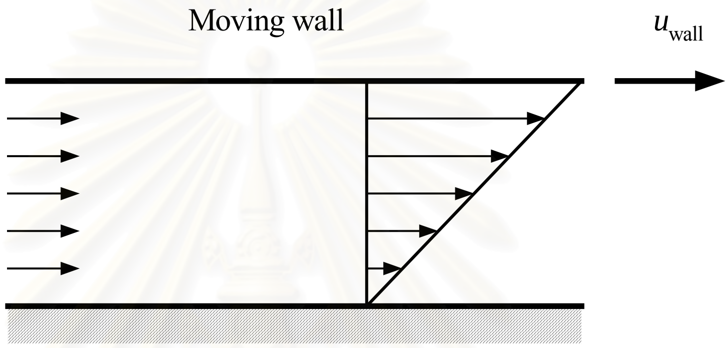
เพื่อเป็นการกำหนดค่า ε ในบริเวณนี้ให้มีค่าเท่ากับค่า ε_p ในสมการ (4.50) จึงต้องทำการกำหนดค่า Source term ดังนี้

$$S_u = \frac{C_\mu^{\frac{3}{4}} k_p^{\frac{3}{2}}}{\kappa y_p} \times 10^{30} \tag{4.51a}$$

$$S_p = -10^{30} \tag{4.51b}$$

เงื่อนไขขอบสำหรับผนังที่มีการเคลื่อนที่ ถ้าสมมติให้ผนังที่มีการเคลื่อนที่ (Moving walls) นี้ มีการเคลื่อนที่ในแนวแกน *x* (รูปที่ 4.6) จะทำให้ของไหลมีการเคลื่อนที่เนื่องจากความเค้นเฉือนที่ผนัง ซึ่งค่าแรงเฉือนที่เกิดขึ้นนั้นมาจากความแตกต่างระหว่างความเร็วที่ Node ในแนวแกน *y* ก่อนถึงผนัง กับความเร็วของผนังเคลื่อนที่ ดังนี้

$$F_s = -\mu \frac{\left(u_p - u_{\text{wall}}\right)}{\Delta y_p} A_{\text{cell}} \tag{4.52}$$



รูปที่ 4.5 ลักษณะของผนังเคลื่อนที่

บทที่ 5

การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์

ในบทนี้ จะนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่เขียนขึ้นมาโดยใช้ขั้นตอนวิธี (Algorithm) ตามที่ได้กล่าวในบทที่ผ่านมา มาทำการตรวจสอบความถูกต้อง (Validation) กับการไหลแบบง่ายที่มีผลเฉลยแม่นตรงหรือผลการทดลอง ทั้งนี้เพื่อเป็นการแสดงว่า โปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้มีความถูกต้องและเชื่อถือได้อยู่ในระดับที่น่าพอใจ

กรณีศึกษา (Case study) ที่นำมาใช้ในการทดสอบ สามารถแบ่งเป็นประเภทใหญ่ๆได้ 2 ประเภท คือ กรณีการไหลแบบราบเรียบ และกรณีการไหลแบบปั่นป่วน โดยมีกรณีปัญหาย่อย ดังต่อไปนี้

1) ปัญหาการไหลแบบราบเรียบ
   - 1.1) การไหลในแผ่นคู่ขนานที่อยู่นิ่ง (Flow in parallel plates)
   - 1.2) การไหลในแผ่นขนานที่เคลื่อนที่ (Couette flow)
   - 1.3) การไหลแบบราบเรียบผ่าน Backward–facing step

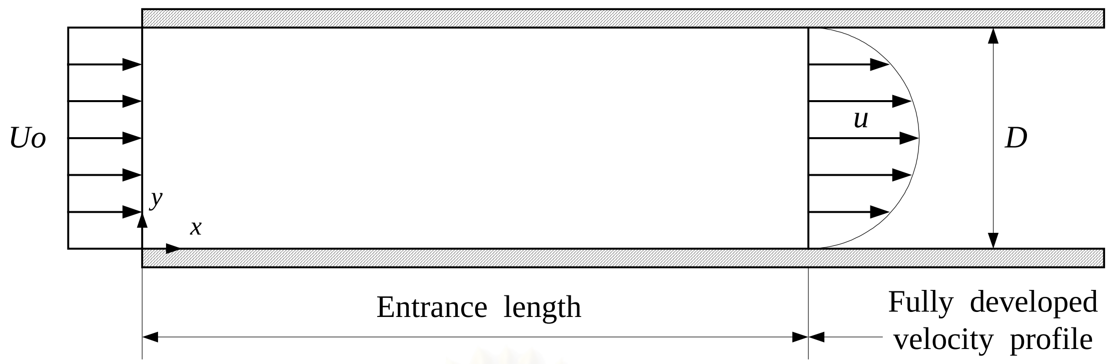
2) ปัญหาการไหลแบบปั่นป่วน
   - 2.1) การไหลแบบปั่นป่วนผ่าน Backward–facing step

5.1 การไหลในแผ่นคู่ขนานที่อยู่นิ่ง (Flow in parallel plates)

ในระบบไฮโดรลิคนั้นหลายครั้งจะพบว่า ของไหลที่มีความดันสูงสามารถรั่วผ่านช่องว่างระหว่างลูกสูบกับกระบอกสูบ โดยการไหลผ่านช่องว่างที่มีขนาดเล็กมาก ๆ นั้น จะสามารถประมาณว่าเป็นการไหลผ่านแผ่นขนานที่อยู่นิ่งได้ ในการคำนวณหาอัตราการไหลนั้นจะต้องทราบค่าสนามการไหลก่อน โดยในการศึกษานี้จะสมมติว่าการไหลชนิดนี้เป็นการไหลแบบราบเรียบของของไหลที่อัดตัวไม่ได้ที่สภาวะคงตัว ผ่านแผ่นคู่ขนานสองแผ่นที่อยู่นิ่ง โดยแผ่นขนานวางห่างกันเป็นระยะ D และแต่ละแผ่นมีขนาดความกว้างและยาวเป็นอนันต์ (รูปที่ 5.1)

ของไหลจะถูกทำให้เคลื่อนที่ด้วยผลต่างของความดัน โดยที่รูปร่างของความเร็วในแนวแกน x จะเปลี่ยนแปลงจากรูปความเร็วสม่ำเสมอที่ทางเข้า ไปเป็นรูปพาราโบลาเมื่อการไหลเข้าสู่การพัฒนาเต็มที่ (Fully-developed flow) ซึ่งต้องใช้ระยะ Le (Entrance Length) ในการพัฒนาตัวเอง ซึ่งที่ตำแหน่ง $x > Le$ การไหลจะเข้าสู่การพัฒนาเต็มที่

สำหรับการไหลในแผ่นคู่ขนานที่อยู่นิ่ง จะถูกพิจารณาเป็นการไหลแบบราบเรียบเมื่อค่า Reynolds number มีค่าน้อยกว่า 1400 (Re < 1400) โดยค่า Re ถูกนิยามโดย



รูปที่ 5.1 ลักษณะของการไหลในแผ่นคู่ขนานที่อยู่นิ่ง (Flow in parallel plates)

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \bar{v} D}{\mu} \tag{5.1}$$

เมื่อ ρ = ความหนาแน่น

$\bar{v}$ = ความเร็วเฉลี่ย

D = ระยะห่างระหว่างแผ่นคู่ขนาน

μ = ความหนืดสัมบูรณ์ (Absolute viscosity)

และระยะ Le สำหรับการไหลแบบราบเรียบในแผ่นคู่ขนานที่อยู่นิ่งสามารถกำหนดโดย

$$\frac{Le}{D} \approx 0.06 \frac{\rho \bar{v} D}{\mu}$$

$$Le \approx 0.06 ReD \approx (0.06)(1400)D$$

$$\therefore \quad Le \approx 84D \tag{5.2}$$

การตรวจสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ จะทำโดยการจำลองการไหลในแผ่นคู่ขนานที่อยู่นิ่งนี้ด้วยวิธี Finite volume เปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นตรง (Exact solution)

ผลเฉลยแม่นตรง

สมมติฐาน

1. การไหลเป็นแบบราบเรียบใน 2 มิติ
2. ของไหลที่ใช้เป็นของไหลที่อัดตัวไม่ได้
3. การไหลอยู่ในสภาวะคงตัว
4. การไหลเข้าสู่การพัฒนาเต็มที่แล้ว

จากสมการความต่อเนื่อง

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}=0$$

เนื่องจากพิจารณาช่วงการไหลที่เข้าสู่การพัฒนาเต็มที่แล้ว ดังนั้น จะได้ว่า $\frac{\partial u}{\partial x}=0$

$$\therefore \frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{5.3}$$

แสดงว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลงของ v ในทิศทาง y (v = ค่าคงที่) แต่ที่ผนัง v มีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้น v ที่ตำแหน่งใดๆต้องมีค่าเท่ากับศูนย์ด้วย ($v=0$ ที่ทุกตำแหน่ง)

จากสมการโมเมนตัมในทิศทาง y (y-momentum)

$$\cancelto{0}{\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x}}+\cancelto{0}{\frac{\partial(\rho vv)}{\partial y}}=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left[\cancelto{0}{\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}}+\cancelto{0}{\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}}\right]$$

$$\therefore \frac{\partial p}{\partial y}=0 \tag{5.4}$$

จากสมการโมเมนตัมในทิศทาง x (x-momentum)

$$\cancelto{0}{\rho u\frac{\partial u}{\partial x}}+\cancelto{0}{\rho v\frac{\partial u}{\partial y}}=-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left[\cancelto{0}{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right]$$

$$\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\frac{\partial p}{\partial x} \tag{5.5}$$

เพราะฉะนั้น จะได้ว่า

$$u=\frac{1}{2\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)y^2+C_1 y+C_2 \tag{5.6}$$

จากเงื่อนไขขอบ (Boundary conditions)

$$y=0\ ,\quad u=0$$
$$y=D,\quad u=0$$

ดังนั้น จะได้ว่า $C_1=-\frac{D}{2\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)$ และ $C_2=0$

เพราะฉะนั้น จะสามารถแสดงผลเฉลยแม่นตรงของการกระจายความเร็วในแกน y ได้ดังนี้

$$u = \frac{D^2}{2\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)\left[\left(\frac{y}{D}\right)^2 - \left(\frac{y}{D}\right)\right] \tag{5.7}$$

ผลการคำนวณที่ได้จากการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

กำหนดให้แผ่นขนานมีความยาว (L) 100 cm วางห่างกัน (D) 1 cm โดยของไหลเป็นอากาศมีความเร็วสม่ำเสมอที่ทางเข้าโดยมีค่าเท่ากับ 0.5 m/s

หา Re จากสมการ (5.1)

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \bar{v} D}{\mu}$$

$$= \frac{1.23 \times 0.5 \times 0.01}{10^{-5}} = 615$$

จะเห็นว่า $\mathrm{Re} < 1400$ แสดงว่าเป็นการไหลแบบราบเรียบ

หา Le (Entrance length) จากสมการ (5.2)

$$Le \approx 84D$$

$$\approx 84 \times 1 = 84 \quad \text{cm}$$

แสดงว่าที่ตำแหน่ง $x > 84$ cm การไหลจะเป็นแบบ Fully-developed ซึ่งสามารถนำผลการจำลองการไหลมาเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นตรงในสมการ (5.7) ได้

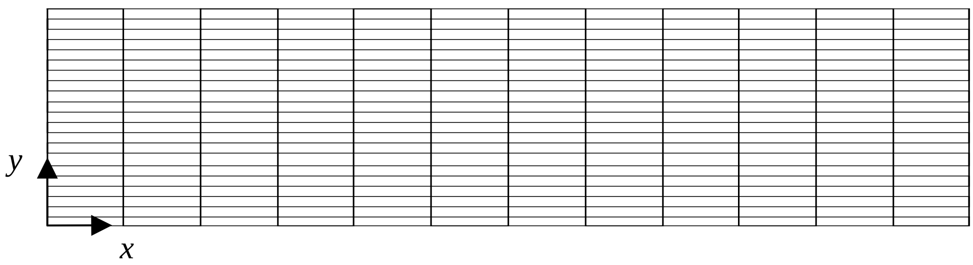
จำนวนและขนาดของ Grid ที่ใช้ในการจำลองการไหล แบ่งเป็น 2 กรณี คือ

1) 12×21: $dx = 10$ cm, $dy = 0.0526$ cm, $L = 100$ cm
2) 22×42: $dx = 5$ cm, $dy = 0.0250$ cm, $L = 100$ cm

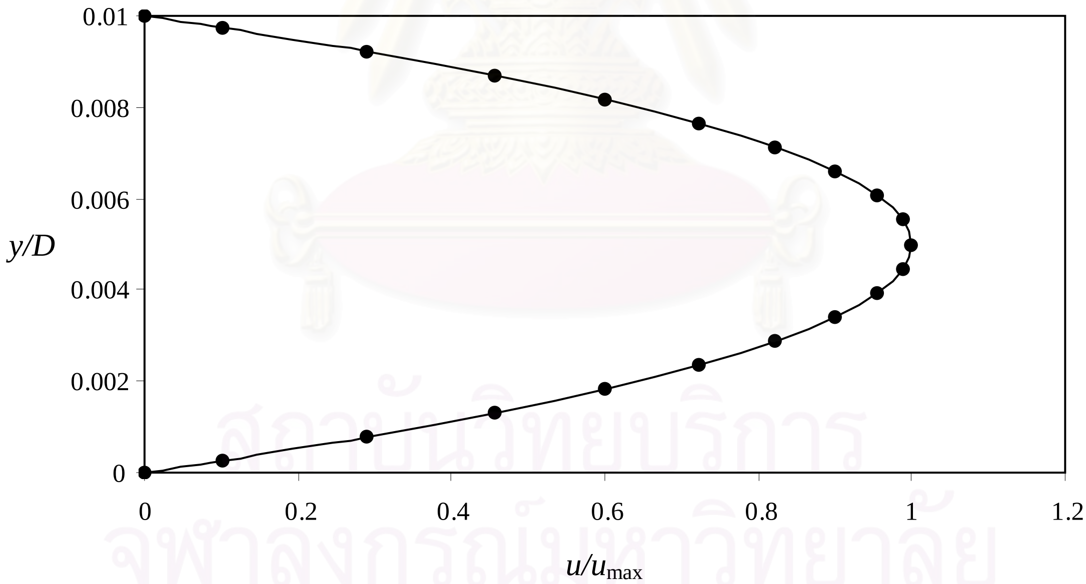
โดยรูปทรงของ Grid ที่ใช้และผลการคำนวณถูกแสดงในรูปที่ 5.2 ถึง 5.5

สรุปผล

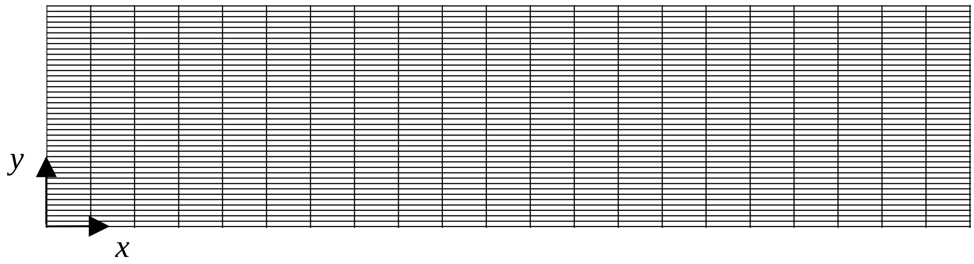
จากรูปที่ 5.3 และ 5.5 จะเห็นได้ว่าความเร็วที่ได้จากการคำนวณ มีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นตรง และการใช้จำนวน Grid ขนาด 12×21 และ 22×42 ให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกันมากดังแสดงในรูปที่ 5.6 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าผลลัพธ์ที่ได้มีคุณสมบัติความเป็น Grid-independent แล้ว หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือ การใช้ Grid ขนาด 12×21 มีความละเอียดเพียงพอที่จะให้ผลการคำนวณที่ถูกต้อง และการเพิ่มจำนวนกริดให้มากกว่านี้จะไม่มีผลต่อผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ



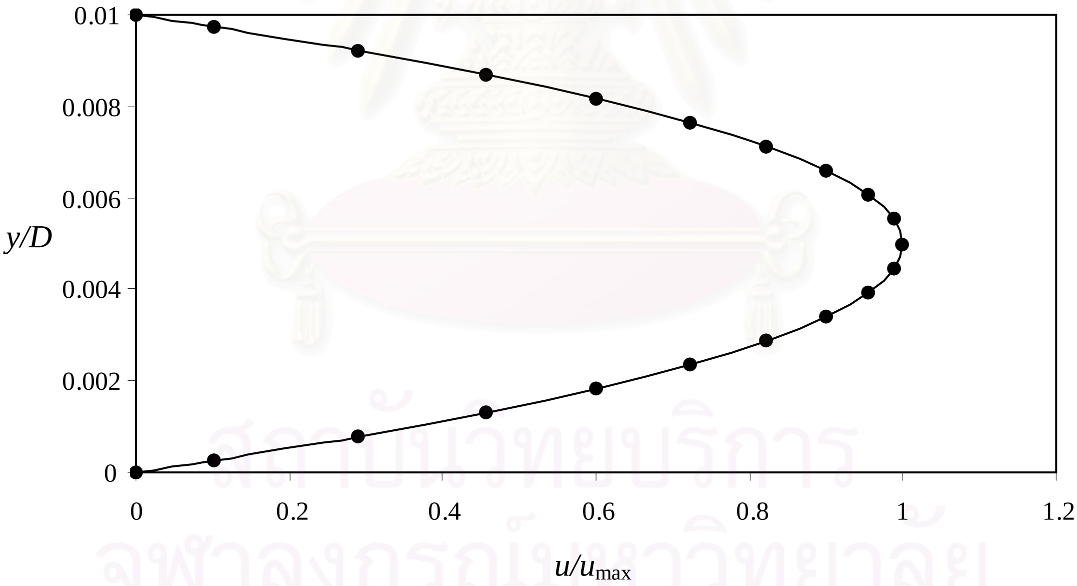
รูปที่ 5.2 รูปร่างของ Grid 12×21 ในการจำลองการไหลในแผ่นคู่ขนานที่อยู่นิ่ง สำหรับ Re = 615 (Not to scale)



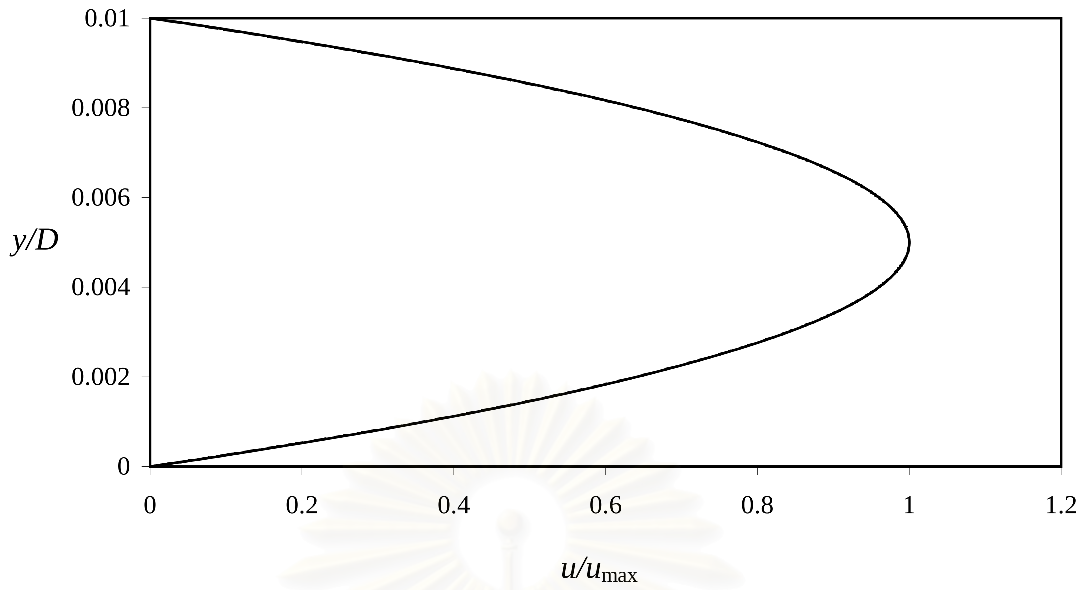
รูปที่ 5.3 ความเร็วที่ได้จากผลการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นตรงของ Grid 12×21 ที่ตำแหน่ง x=90 cm (—— ผลการคำนวณ, • ผลเฉลยแม่นตรง)



รูปที่ 5.4 รูปร่างของ Grid 22×42 ในการจำลองการไหลในแผ่นคู่ขนานที่อยู่นิ่ง สำหรับ Re = 615 (Not to scale)



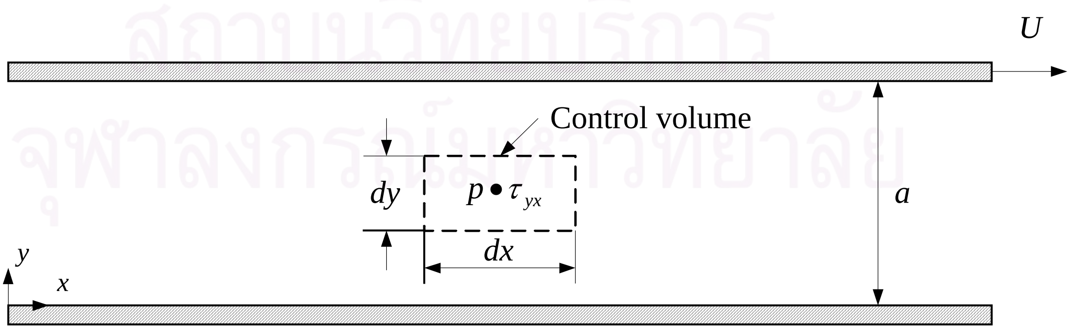
รูปที่ 5.5 ความเร็วที่ได้จากผลการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นตรงของ Grid 22×42 ที่ตำแหน่ง x = 90 cm (—— ผลการคำนวณ, • ผลเฉลยแม่นตรง)



รูปที่ 5.6 การเปรียบเทียบความเร็วที่ได้จากการคำนวณของกริด 2 ขนาด (········ 12×21, —— 22×42)

5.2 การไหลในแผ่นขนานที่เคลื่อนที่ (Couette flow)

ในกรณีของ Couette flow นั้นจะเป็นการไหลที่เกิดขึ้นจริงในแบริ่ง โดยเพลาด้านในจะเกิดการหมุนผ่านทรงกระบอกที่อยู่นิ่ง ซึ่งที่จุดศูนย์กลางของเพลาและทรงกระบอกนั้นจะทับกันสนิทพอดีทำให้เกิดช่องว่างที่มีลักษณะสมมาตร เมื่อพิจารณาช่องว่างที่เกิดขึ้นนี้จะเห็นว่ามีขนาดเล็กดังนั้นการไหลนี้สามารถจำลองได้เป็นการไหลในแผ่นขนานที่เคลื่อนที่ ซึ่งการไหลจะมีลักษณะคล้ายกับการไหลในแผ่นขนานที่อยู่นิ่ง ยกเว้นว่าในกรณีนี้ แผ่นขนานแผ่นบนเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว U ส่วนแผ่นล่างอยู่นิ่ง (U = 0) โดยแผ่นขนานทั้ง 2 แผ่น วางห่างกันเป็นระยะ a (รูปที่ 5.7)



รูปที่ 5.7 ภาพแสดงการไหลในแผ่นขนานที่เคลื่อนที่ (Couette flow)

เช่นเดียวกับในกรณีที่แล้ว การไหลจะเข้าสู่การพัฒนาเต็มที่ จะต้องใช้ระยะ *Le* ในการพัฒนาตัวเอง ดังนั้นที่ตำแหน่ง $x > Le$ จะเป็นการไหลที่เข้าสู่การพัฒนาเต็มที่แล้ว

สำหรับ Couette flow การไหลจะเป็นแบบราบเรียบเมื่อ Re < 1500 (Fox and McDonald, 1994) โดยที่

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho U a}{\mu} \tag{5.8}$$

เมื่อ U = ความเร็วของแผ่นขนานที่เคลื่อนที่

a = ระยะห่างระหว่างแผ่นคู่ขนาน

และ ระยะ *Le* สำหรับการไหลแบบราบเรียบในแผ่นขนานที่เคลื่อนที่คำนวณได้จาก

$$Le \approx (0.06\mathrm{Re})a \approx (0.06)(1500)a$$

$$Le \approx 90a \tag{5.9}$$

ในกรณีทดสอบนี้ ผลการคำนวณโดยวิธี Finite volume จะถูกนำมาเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นตรง

ผลเฉลยแม่นตรง

โดยใช้สมมติฐานและวิธีการเช่นเดียวกับในกรณีของการไหลในแผ่นขนานที่อยู่นิ่ง จะได้ว่า $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$ จากสมการความต่อเนื่อง $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ จากสมการโมเมนตัมในทิศทาง y และ จะได้

สมการของความเร็วที่พัฒนาเต็มที่แล้ว จากสมการโมเมนตัมในทิศทาง x ดังนี้

$$u = \frac{1}{2\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)y^2 + C_1 y + C_2 \tag{5.10}$$

จากเงื่อนไขขอบ

$$y = 0, \qquad u = 0$$
$$y = a, \qquad u = U$$

ดังนั้น จะได้ $C_1 = \frac{U}{a} - \frac{a}{2\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)$ และ $C_2 = 0$

$$\therefore u = \frac{Uy}{a} - \frac{a^2}{2\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)\left[\left(\frac{y}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{a}\right)\right] \tag{5.11}$$

ผลการคำนวณที่ได้จากการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

แผ่นขนานมีความยาว L = 150 cm วางห่างกัน a = 1 cm แผ่นขนานแผ่นบนเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว U = 0.4 m/s และของไหลที่ใช้เป็นอากาศ

หา Re จากสมการ (5.8)

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho U a}{\mu}$$

$$= \frac{1.23 \times 0.4 \times 0.01}{10^{-5}} = 492$$

$\therefore \mathrm{Re} < 1500$ แสดงว่าการไหลผ่านแผ่นขนานที่เคลื่อนที่นี้เป็นการไหลแบบราบเรียบ

หา Le จากสมการ (5.9)

$$Le \approx 90a$$

$$\approx 90 \times 1 = 90 \quad \mathrm{cm}$$

แสดงว่าที่ตำแหน่ง x > 90 cm การไหลจะพัฒนาเต็มที่แล้ว ซึ่งสามารถนำผลการคำนวณมาเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นตรงในสมการ (5.11) ได้

จำนวนและขนาดของ Grid ที่ใช้ในการคำนวณ แบ่งเป็น 2 กรณี คือ

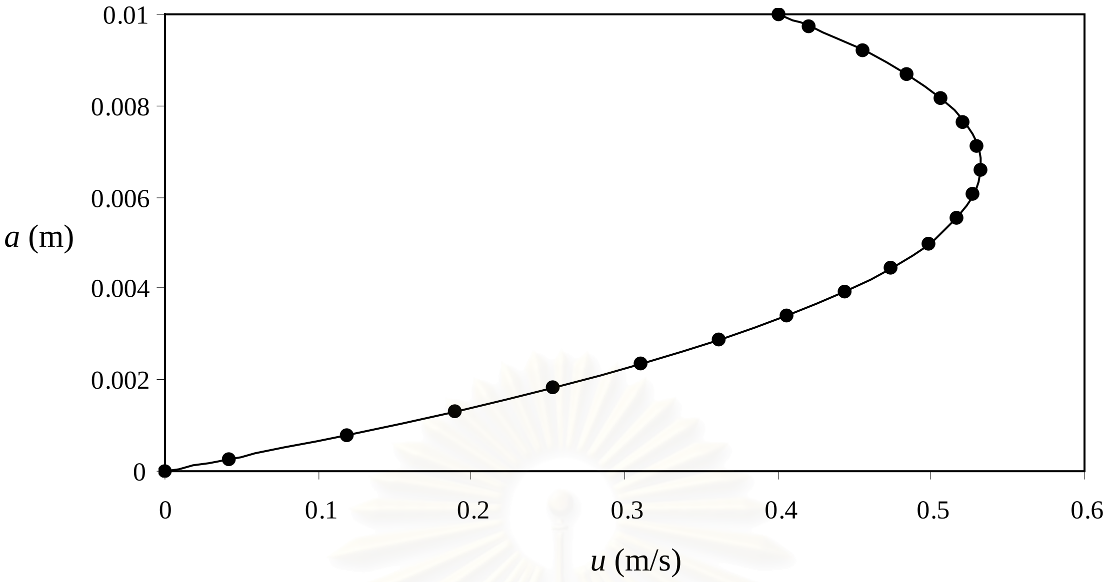
1) 12×21: dx = 15 cm, dy = 0.0526 cm, L = 150 cm
2) 22×42: dx = 7.5 cm, dy = 0.025 cm, L = 150 cm

โดยรูปทรงของ Grid ที่ใช้เป็นเช่นเดียวกับในกรณีที่แล้ว (รูปที่ 5.2 และ 5.4) ผลการคำนวณที่ได้จากการใช้กริดทั้งสองขนาดนี้ถูกแสดงในรูปที่ 5.8 และ 5.9

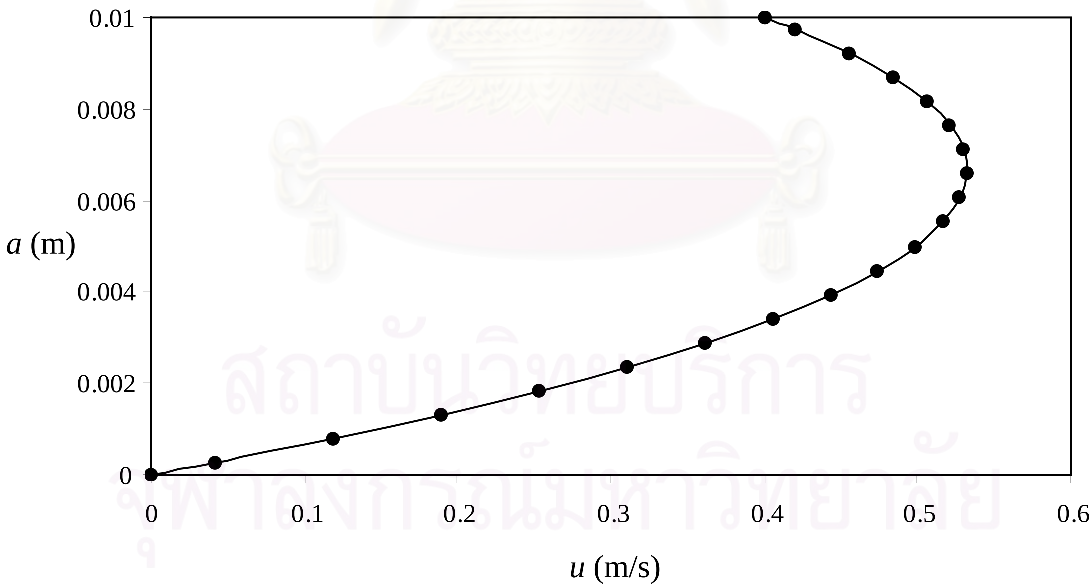
สรุปผล

1. การใช้กริดขนาด 12×21 และ 22×42 ให้ผลลัพธ์ที่ทับกันสนิทพอดีเช่นเดียวกันกับกรณีการไหลในแผ่นคู่ขนานที่อยู่นิ่ง (รูปที่ 5.6) ดังแสดงในรูปที่ 5.10 ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ผลที่ได้ไม่ขึ้นกับขนาดของกริดที่ใช้ (Grid independent) เมื่อจำนวนของ Grid มีขนาดอย่างน้อยเท่ากับ 12×21

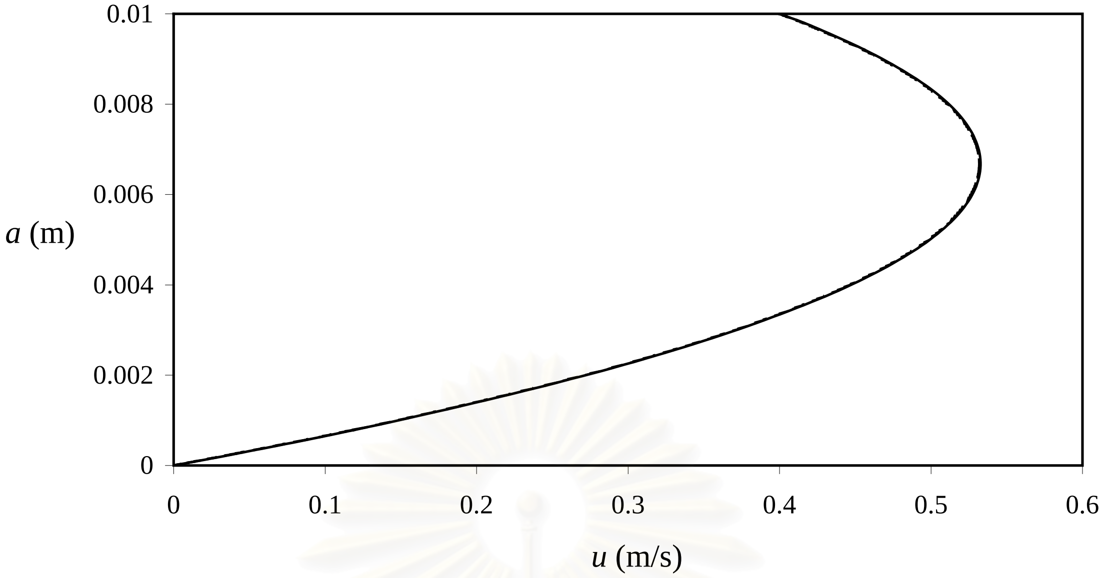
2. จากรูปที่ 5.8 และ 5.9 ความเร็วที่ได้จากการจำลองการไหล มีค่าใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นตรง ซึ่งแสดงว่าโปรแกรมคอมพิวเตอร์มีความถูกต้องเป็นที่น่าพอใจในกรณีนี้



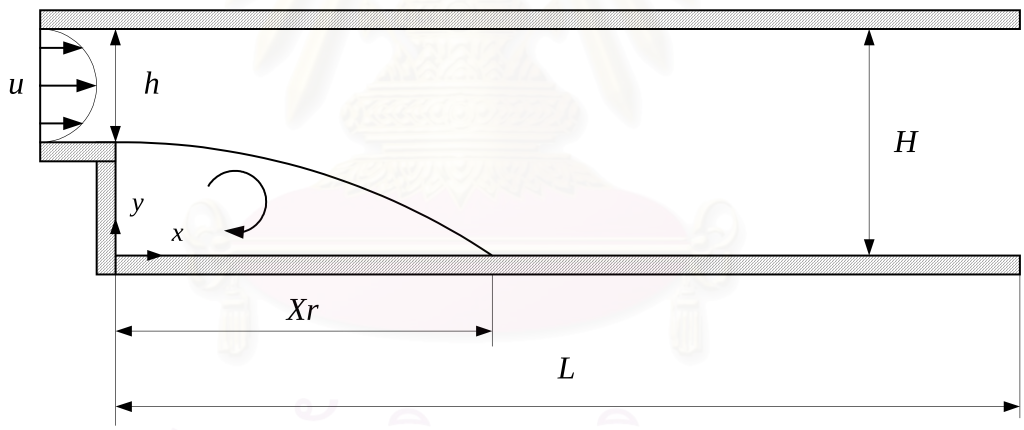
รูปที่ 5.8 ความเร็วที่ได้จากผลการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นตรงของ Grid 12×21 ที่ตำแหน่ง x = 105 cm (—— ผลการคำนวณ, • ผลเฉลยแม่นตรง)



รูปที่ 5.9 ความเร็วที่ได้จากผลการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นตรงของ Grid 22×42 ที่ตำแหน่ง x = 105 cm (—— ผลการคำนวณ, • ผลเฉลยแม่นตรง)



รูปที่ 5.10 การเปรียบเทียบความเร็วที่ได้จากการคำนวณของกริด 2 ขนาด
(········· 12×21, —— 22×42)



รูปที่ 5.11 ลักษณะของการไหลผ่าน Backward-facing step

5.3 การไหลแบบราบเรียบผ่าน Backward-facing step

สำหรับการไหลผ่าน Backward-facing step จะเกี่ยวเนื่องกับรูปทรงแบบง่ายซึ่งเส้นของการแยกไหลมีลักษณะเกือบจะเป็นเส้นตรงและจุดของการแยกไหลนั้นจะอยู่ที่มุมของขั้นบันไดอย่างไรก็ตามโครงสร้างของการไหลนี้จะมีความซับซ้อนโดยเฉพาะอย่างยิ่งในการพัฒนาตัวเองอีกครั้งของ Boundary layer และปรากฏการณ์ของการแยกไหลจะเกิดขึ้นโดยการเปลี่ยนแปลงอย่างทันทีทันใดของพื้นที่หน้าตัดในช่องทางไหล ซึ่งในกรณีทดสอบนี้ เป็นกรณีสุดท้ายสำหรับการตรวจสอบการคำนวณการไหลแบบราบเรียบโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่เขียนขึ้น ลักษณะของ

Backward-facing step ถูกแสดงในรูปที่ 5.11 โดยทางเข้ามีขนาดความกว้าง h และช่องทางไหลที่ขยายออกมีความสูงรวม H การไหลที่ทางเข้าเป็นการไหลแบบพัฒนาเต็มที่ ซึ่งเมื่อของไหลไหลผ่านบริเวณขอบของช่องทางการไหลเดิมจะทำให้เกิดบริเวณของการไหลหมุนวน (Recirculation region) ขึ้นที่มุมของผนังด้านล่างเป็นระยะทาง X_r ซึ่งเรียกว่า Reattachment length

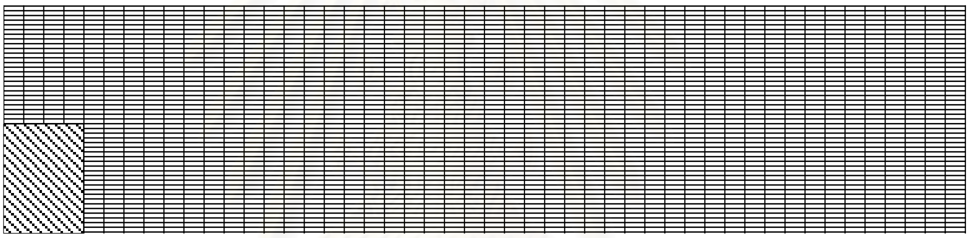
สำหรับการไหลผ่าน Backward-facing step จะเป็นการไหลแบบราบเรียบเมื่อ $\mathrm{Re} \leq 400$ (Armaly et al., 1983)โดยค่าของ Re สามารถคำนวณได้จาก

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} \tag{5.12}$$

เมื่อ V = $\frac{2}{3}$ ของความเร็วมากที่สุดที่ทางเข้า

D = Hydraulic diameter ที่ทางเข้าของช่องทางไหล

= 2 เท่าของความกว้างที่ทางเข้าของช่องทางไหล



รูปที่ 5.12 รูปร่างของ Grid 52×52 ในการจำลองการไหลผ่าน Backward-facing step สำหรับ Re = 100, 389 และ 1000 (Not to scale)

ผลการคำนวณการไหลผ่าน Backward-facing step นี้ จะนำมาทำการเปรียบเทียบกับผลจากการทดลองของ Armaly et al. (1983)

ในการจำลองการไหลชนิดนี้จะพิจารณาผลการคำนวณของความเร็วและความดัน เปรียบเทียบกับผลการทดลองที่ Re =100, 389 และ 1000 ตามลำดับ โดยที่ทางเข้าของช่องทางไหลกว้าง (h) 5 mm ช่องทางการไหลทั้งหมดสูง (H) 10 mm และมีความยาว (L) 127.5 mm ซึ่งในการจำลองการไหลนี้จะใช้ Grid ขนาด 52×52 ดังแสดงในรูปที่ 5.12 และนอกจากนี้ จะพิจารณาผลการทดสอบของความเป็น Grid independent ของการคำนวณ โดยเปรียบเทียบค่าความยาวของบริเวณการหมุนวนที่ค่า Reynolds number ต่างๆ โดยใช้ Grid ขนาดต่างกันในการคำนวณ ซึ่ง Grid ที่ใช้มีขนาด 62×62, 32×32 และ 50×47 ในกรณีของ Grid independence test นี้ ทางเข้าของช่องทางไหลมีขนาด h = 1 m ช่องทางไหลทั้งหมดสูง H = 1.5 m และมีความยาว L เท่ากับ 24 m

ผลการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลการทดลอง

รูปที่ 5.13 และ 5.14 แสดงความเร็วที่ได้จากการคำนวณเปรียบเทียบกับผลการทดลองที่ Re = 100 และ 389 ตามลำดับ ซึ่งค่า Re ตรงกับช่วงการไหลแบบราบเรียบของการไหลผ่าน Backward-facing step ($Re \le 400$) ซึ่งจะเห็นได้ว่าผลการจำลองการไหลมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดีกับผลจากการทดลองที่ Re ทั้งสองค่านี้ โดยที่ค่า Re = 389 จะสามารถเห็นขนาดของ Recirculation zone อย่างชัดเจน

รูปที่ 5.16 และ 5.18 แสดงเวคเตอร์ของความเร็ว ที่ Re = 100 และ 389 ตามลำดับ ซึ่งจะเห็นว่าบริเวณการหมุนวน (Reattachment region) เกิดขึ้นที่ผนังด้านล่างใกล้กับช่องทางไหลที่ขยายออก โดยมีภาพขยายของบริเวณการหมุนวนที่ Re ทั้ง 2 ค่านี้แสดงในรูปที่ 5.17 และ 5.19

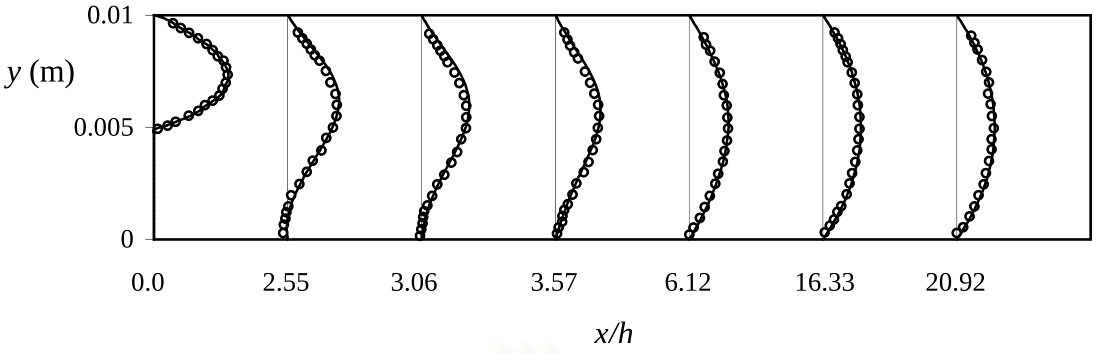
สำหรับที่ Re =1000 (รูปที่ 5.15) จะเห็นว่าความเร็วที่ได้จากการคำนวณ มีค่าที่แตกต่างจากผลการทดลอง ทั้งนี้เนื่องมาจากว่า Re นี้อยู่ในช่วง Transition ระหว่างช่วง Pure Laminar ($Re \le 400$) กับช่วง Fully Turbulent ($Re \ge 6600$) ซึ่งจะมีผลของ Turbulence เข้ามาเกี่ยวข้องด้วย ซึ่งการคำนวณโดยสมมติว่าการไหลเป็นแบบราบเรียบจะให้ผลที่คลาดเคลื่อนจากความเป็นจริง อย่างไรก็ตาม การกระจายความเร็วก็มีลักษณะเป็นไปตามที่คาดสำหรับการไหลที่อยู่ในช่วงนี้ โดยจะสังเกตได้จากรูปที่ 5.20 ว่า นอกเหนือไปจากบริเวณหมุนวนที่ขอบด้านล่างที่แคบลงเมื่อเทียบกับการไหลแบบราบเรียบที่ Re ต่ำกว่าแล้ว (รูปขยายแสดงในรูปที่ 5.21) ยังมีบริเวณหมุนวนที่สองเกิดขึ้นที่บริเวณผนังด้านบนของช่องทางไหลด้วย

เมื่อพิจารณา Contour ของความดันที่ Re = 100, 389 และ 1000 ดังแสดงในรูปที่ 5.22, 5.23 และ 5.24 ตามลำดับ จะเห็นว่าความดันที่หน้าตัดใกล้กับมุมของ Step มีค่าน้อยกว่าความดันที่ตำแหน่งถัดไป ซึ่งทำให้เกิดการไหลย้อนกลับขึ้นโดยสอดคล้องกับรูปที่ 5.16, 5.18 และ 5.20 ตามลำดับ

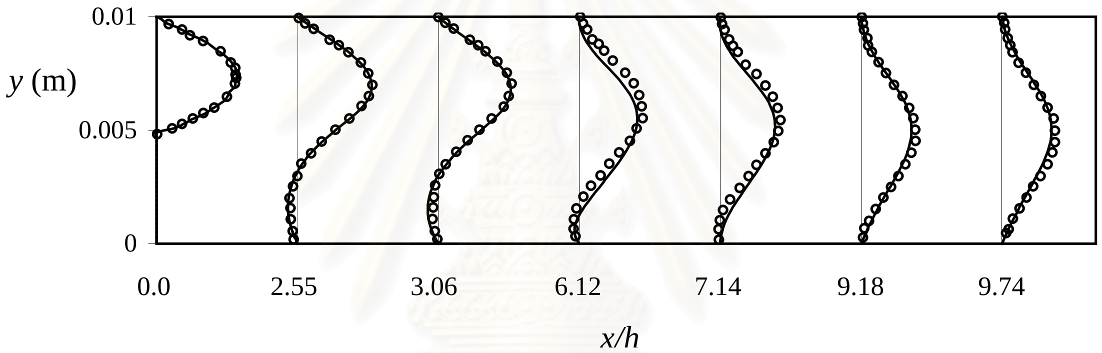
ค่าความยาวของบริเวณการหมุนวนถูกแสดงในรูปที่ 5.25 โดยจะพบว่าความยาวของบริเวณการหมุนวน (Reattachment length) จะเพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอเมื่อค่า *Re* เพิ่มขึ้นในช่วงการไหลแบบราบเรียบ นอกจากนี้รูปดังกล่าวยังแสดงผลของความเป็น Grid independent ของผลลัพธ์ เมื่อใช้ Grid ขนาดอย่างน้อยเท่ากับ 50×47

สรุปผล

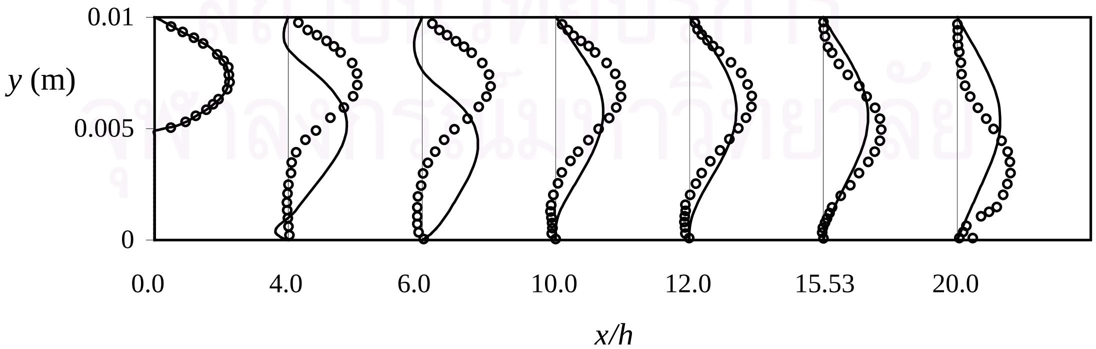
สำหรับการคำนวณการไหลแบบราบเรียบผ่าน Backward-facing step จะพบว่ามีการไหลย้อนกลับเกิดขึ้นที่บริเวณผนังด้านล่าง และความยาวของบริเวณการหมุนวนมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่า Reynolds number เพิ่มขึ้นในช่วงการไหลแบบราบเรียบ ซึ่งลักษณะเช่นนี้มีความสอดคล้องกับผลการทดลองเป็นอย่างดี จะเห็นว่าค่าความเร็วที่คำนวณได้มีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลองในช่วงการ



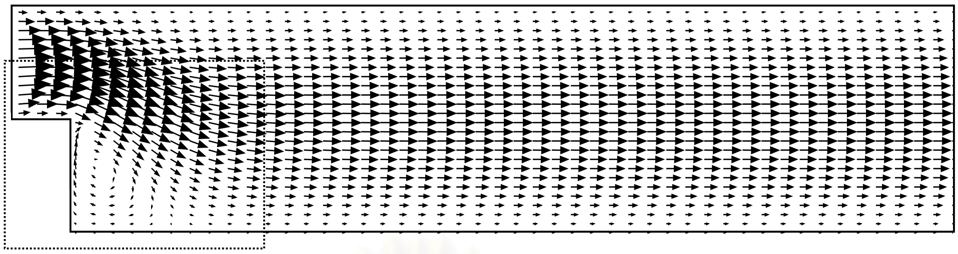
รูปที่ 5.13 ความเร็วที่ได้จากผลการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลการทดลอง
สำหรับ Re = 100 ที่ *x / h* ต่างๆกัน (── ผลการคำนวณ, ◦ ผลการทดลอง)



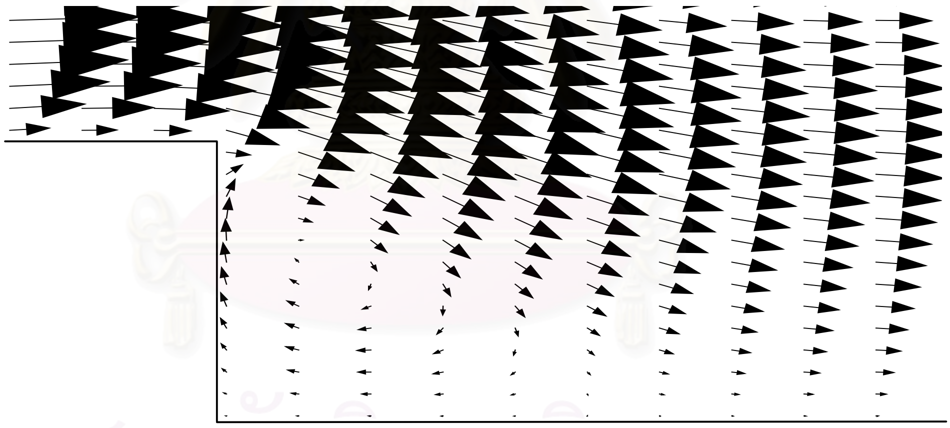
รูปที่ 5.14 ความเร็วที่ได้จากผลการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลการทดลอง
สำหรับ Re = 389 ที่ *x / h* ต่างๆกัน (── ผลการคำนวณ, ◦ ผลการทดลอง)



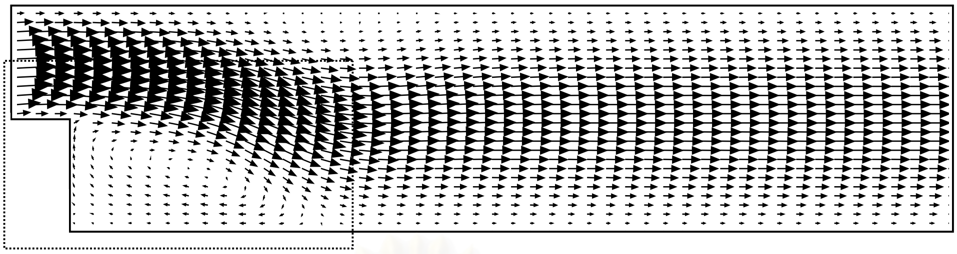
รูปที่ 5.15 ความเร็วที่ได้จากผลการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลการทดลอง
สำหรับ Re = 1000 ที่ *x/ h* ต่างๆกัน (── ผลการคำนวณ, ◦ ผลการทดลอง)



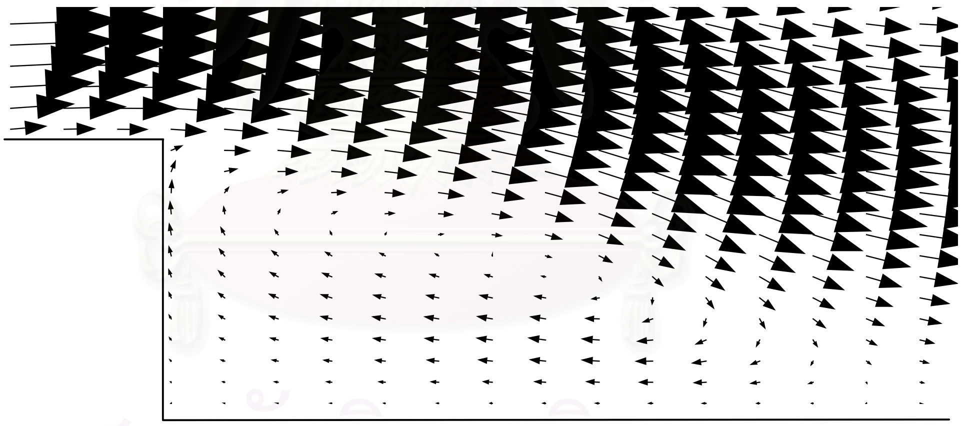
รูปที่ 5.16 เวคเตอร์ของความเร็ว สำหรับ Re = 100 (Not to scale)



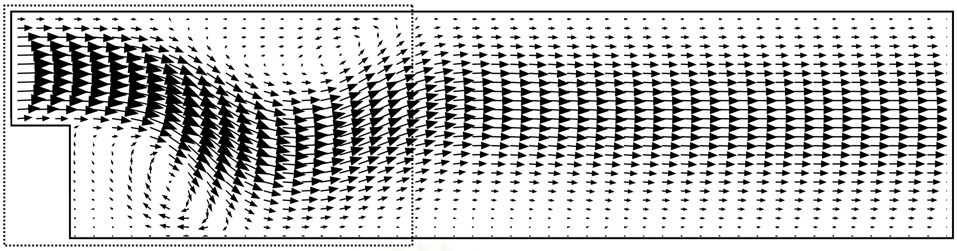
รูปที่ 5.17 รายละเอียดของรูปร่างความเร็วในช่วงบริเวณการหมุนวน สำหรับ Re = 100 (Not to scale)



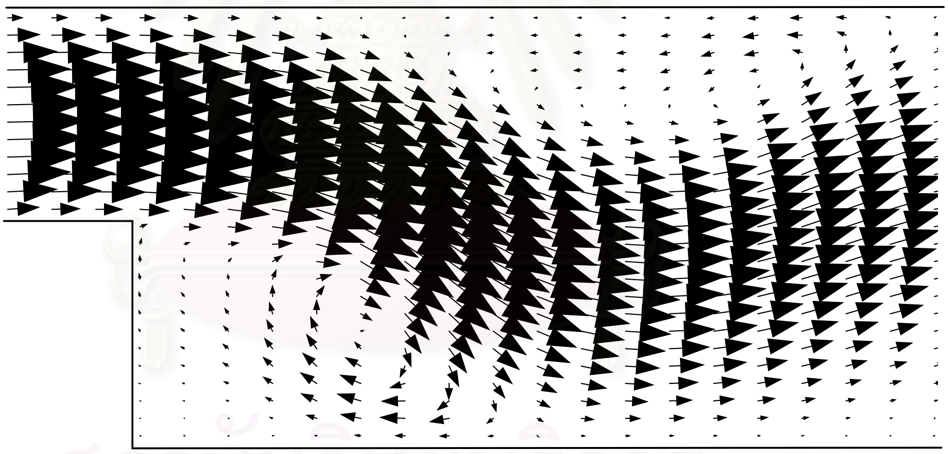
รูปที่ 5.18 เวคเตอร์ของความเร็ว สำหรับ Re = 389 (Not to scale)



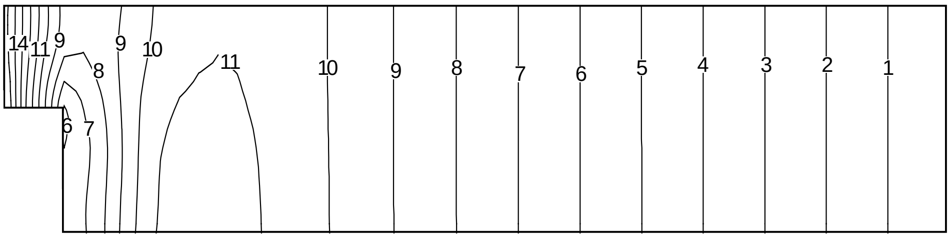
รูปที่ 5.19 รายละเอียดของรูปร่างความเร็วในช่วงบริเวณการหมุนวน สำหรับ Re = 389 (Not to scale)



รูปที่ 5.20 เวคเตอร์ของความเร็ว สำหรับ Re = 1000 (Not to scale)

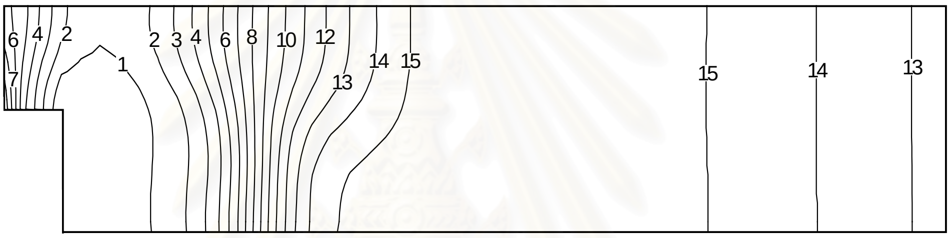


รูปที่ 5.21 รายละเอียดของรูปร่างความเร็วในช่วงบริเวณการหมุนวน สำหรับ Re = 1000 (Not to scale)



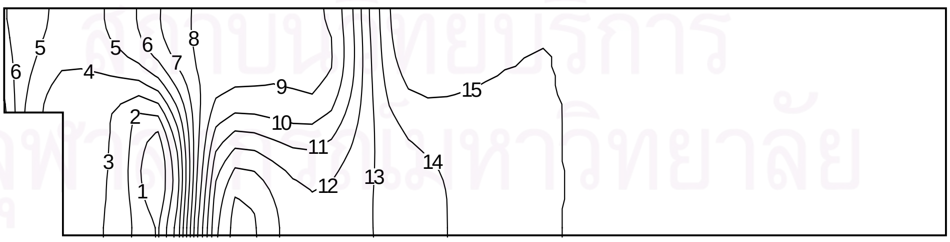
1 = -0.00810312	5 = -0.00271562	9 = 0.00267188	13 = 0.00805937
2 = -0.00675625	6 = -0.00136875	10 = 0.00401875	14 = 0.00940625
3 = -0.00540937	7 = -0.000021875	11 = 0.00536563	15 = 0.0107531
4 = -0.0040625	8 = 0.001325	12 = 0.0067125	

รูปที่ 5.22 Contour ของความดัน (*p*) สำหรับ Re = 100 (Not to scale)



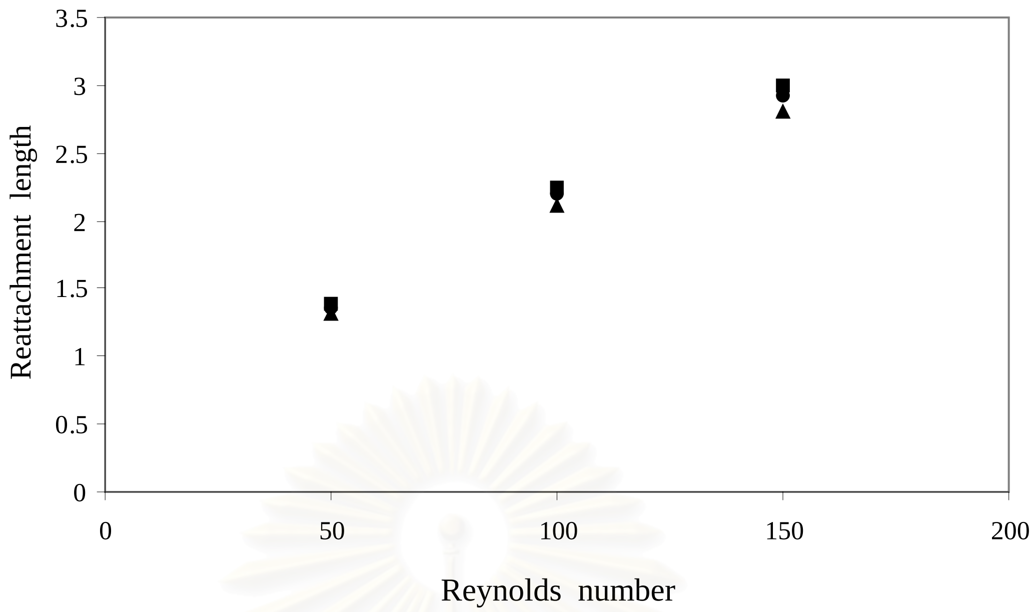
1 = -0.0751312	5 = -0.0488562	9 = -0.0225812	13 = 0.00369375
2 = -0.0685625	6 = -0.0422875	10 = -0.0160125	14 = 0.0102625
3 = -0.0619937	7 = -0.0357187	11 = -0.00944375	15 = 0.0168312
4 = -0.055425	8 = -0.02915	12 = -0.002875	

รูปที่ 5.23 Contour ของความดัน (*p*) สำหรับ Re = 389 (Not to scale)



1 = -0.822875	5 = -0.558375	9 = -0.293875	13 = -0.029375
2 = -0.75675	6 = -0.49225	10 = -0.22775	14 = 0.03675
3 = -0.690625	7 = -0.426125	11 = -0.161625	15 = 0.102875
4 = -0.6245	8 = -0.36	12 = -0.0955	

รูปที่ 5.24 Contour ของความดัน (*p*) สำหรับ Re = 1000 (Not to scale)



รูปที่ 5.25 การเปรียบเทียบค่าความยาวของบริเวณการหมุนวน โดยใช้ Grid ขนาดต่าง ๆ กัน (▲ 32×32 , ● 50×47 , ■ 62×62)

ไหลแบบราบเรียบ (Re ≤ 400) ซึ่งแสดงว่าโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้มีความถูกต้องเป็นที่น่าพอใจสำหรับการไหลแบบมี Recirculation region นี้

5.4 การไหลแบบปั่นป่วนผ่าน Backward-facing step

บริเวณการแยกไหลซึ่งเป็นการไหลแบบปั่นป่วนนั้นจะถูกพบบ่อยครั้งโดยมีทั้งที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติและเกิดจากอุปกรณ์ที่มนุษย์สร้างขึ้น ในการแยกไหลที่เกิดจากความไม่ต่อเนื่องของขอบผนังจะทำให้เกิดการไหลแบบหมุนวนที่มีความปั่นป่วนสูงซึ่งสามารถนำไปใช้งานในหลาย ๆ สาขาทางวิศวกรรม โดยการไหลแบบนี้จะมีบทบาทสำคัญในการสร้างและกำหนดการทำงานของอุปกรณ์ต่าง ๆ ตัวอย่างเช่น Diffuser Airfoil และ Combustors เป็นต้น การไหลในลักษณะนี้จะทำให้เกิดการสูญเสียพลังงานเนื่องจากการขยายตัวอย่างทันทีทันใดของช่องทางไหล ซึ่งความเข้าใจในพฤติกรรมของการไหลที่เกิดขึ้นดังกล่าวนี้สามารถนำไปใช้ออกแบบเครื่องจักรกลให้มีประสิทธิภาพดีที่สุดได้

ในกรณีทดสอบนี้จะเป็นการตรวจสอบความถูกต้องในส่วนที่เป็น Turbulence model ของโปรแกรม โดยการไหลเป็นแบบปั่นป่วนใน 2 มิติ ของของไหลที่อัดตัวไม่ได้ที่สภาวะคงตัว ซึ่งที่ทางเข้าของ Backward-facing step มีความกว้าง h และช่องทางไหลขยายตัวออกมีความกว้างรวม H โดยความเร็วที่ทางเข้าจะอ้างอิงเทียบกับความเร็วที่ Free stream (U_{ref}) ดังแสดงในรูปที่ 5.11 ซึ่งเมื่อของไหลไหลผ่านช่องทางไหลที่ถูกขยายออกให้กว้างขึ้น จะทำให้เกิดบริเวณของการ

ไหลหมุนวนขึ้นที่ผนังด้านล่างเหมือนกับการไหลแบบราบเรียบ ซึ่งเราสามารถคำนวณความยาวของบริเวณการหมุนวนนี้ได้

การตรวจสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในกรณีนี้ จะเปรียบเทียบผลการคำนวณที่ได้จากการใช้วิธี Finite volume นี้ กับผลการทดลองของ Adams and Eaton (1988) โดยสำหรับการไหลผ่าน Backward-facing step แบบปั่นป่วนโดยสมบูรณ์นี้ ($\mathrm{Re} \geq 6600$) สามารถคำนวณค่า Re ได้จากสมการ

$$\mathrm{Re}_H = \frac{\rho U_{\mathrm{ref}}(H-h)}{\mu} \tag{5.13}$$

เมื่อ Re_H = Reynolds number based on step height
$H-h$ = Step height
U_{ref} = ความเร็วที่ Free stream

Backward-facing step นี้มีทางเข้าของช่องทางไหลกว้าง h = 152 mm ช่องทางไหลขยายออกมีความสูงรวม $H = 190$ mm ซึ่งทำให้มีอัตราส่วนการขยาย (Expansion ratio, $\frac{H}{h}$) เท่ากับ 1.25 และมีความยาว L = 889 mm ที่ทางเข้ามีความเร็ว U_{ref} = 15 m/s โดยวัดที่ Upstream ห่างจากช่องทางไหลที่ขยายออกเท่ากับ 127 mm การจำลองการไหลนี้จะเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Adams and Eaton (1988) ที่ Re_H = 36,000

จากสมการ (5.13) สามารถหาคุณสมบัติของของไหลได้ดังนี้

$$\mathrm{Re}_H = \frac{\rho U_{\mathrm{ref}}(H-h)}{\mu}$$

$$36{,}000 = \frac{\rho \times 15 \times (0.190 - 0.152)}{\mu}$$

$$\therefore \quad \frac{\rho}{\mu} = 63158 \tag{5.14}$$

ให้ $\rho = 1.23$ ดังนั้นสามารถหาค่า μ ได้จากสมการ (5.14)

$$\mu = \frac{1.23}{63158} = 1.9475 \times 10^{-5} \quad \frac{\mathrm{N.s}}{\mathrm{m}^2}$$

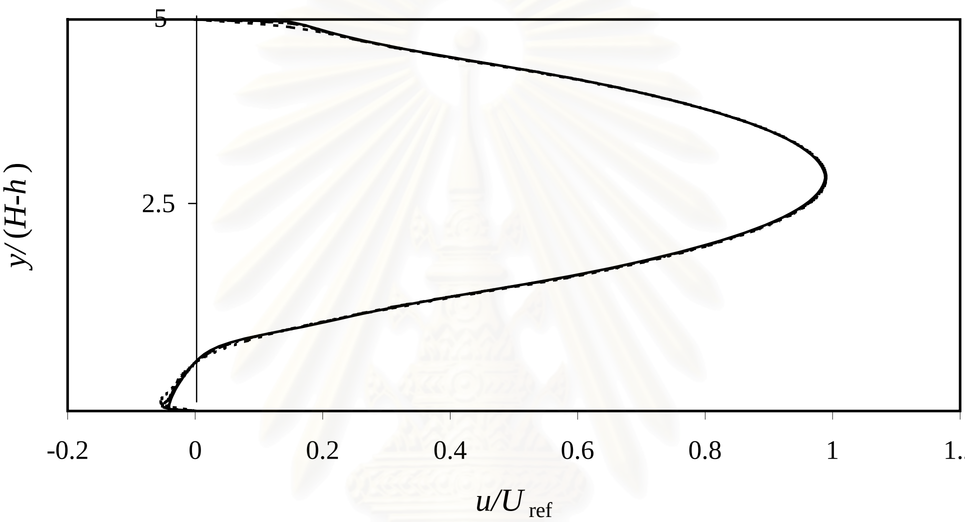
ดังนั้นสามารถหาคุณสมบัติของของไหลที่ $Re_H = 36{,}000$ ได้ดังนี้

ความหนาแน่น (ρ) = 1.23 $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

ความหนืดสัมบูรณ์ (μ) = 1.9475×10^{-5} $\frac{\text{N.s}}{\text{m}^2}$

ความเร็วที่ทางเข้า (U_{ref})= 15 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

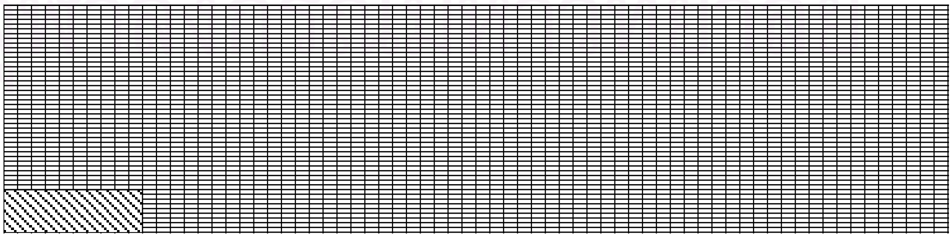
ขนาดของ Grid ที่ใช้ในการจำลองการไหลนี้แบ่งได้เป็น 3 ขนาดคือ 37×27, 72×52 และ 142×102 ซึ่งเมื่อนำผลการคำนวณที่ตำแหน่ง $x/(H-h)$ = 4.01 มาเปรียบเทียบกันระหว่างขนาดของ Grid สามขนาดดังแสดงในรูปที่ 5.26 ซึ่งจะแสดงให้เห็นว่าผลที่ได้ไม่ขึ้นกับขนาดของ Grid ที่ใช้ (Grid Independent) เมื่อจำนวนของ Grid มีขนาดอย่างน้อยเท่ากับ 72×52 เพราะฉะนั้นในกรณีทดสอบนี้จะเลือกใช้ขนาดของตารางเท่ากับ 72×52 ในการคำนวณ



รูปที่ 5.26 Velocity profile ที่ตำแหน่ง $x/(H-h)$ = 4.01 จากการใช้ Grid 3 ขนาด (········ 37×27, –·– 72×52 , —— 142×102)

รายละเอียดของ Grid ที่ใช้ในการจำลองการไหล คือ

ที่ L = 889 mm จะได้ dx = 12.7 mm, dy = 3.8 mm และมีจำนวนของ Grid เท่ากับ 72×52 ดังแสดงในรูปที่ 5.27

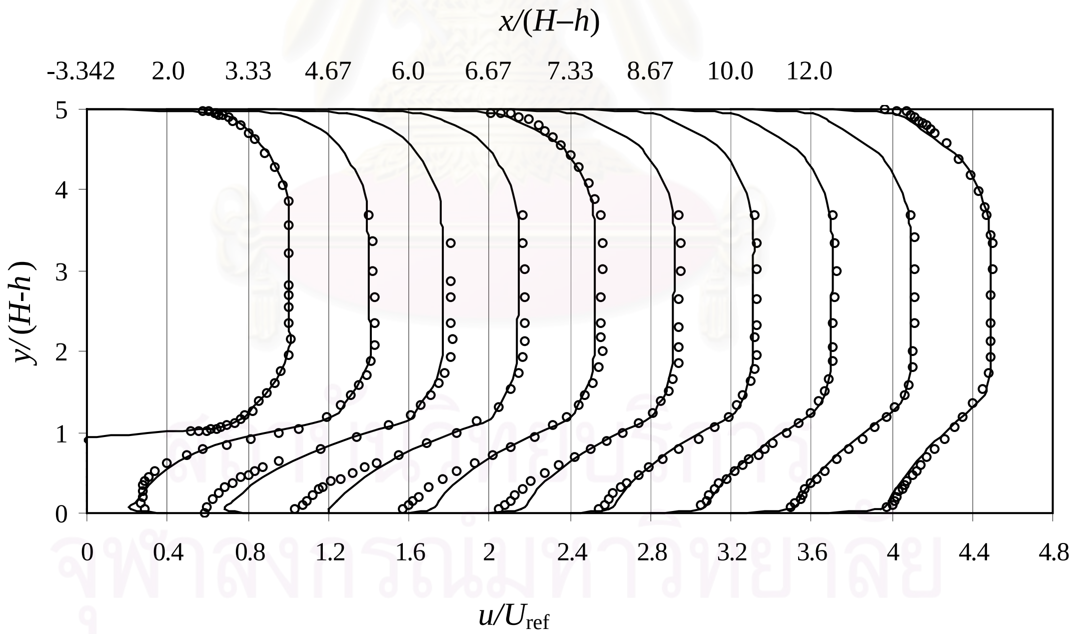


รูปที่ 5.27 รูปร่างของ Grid 72×52 ในการจำลองการไหลผ่าน Backward-facing step สำหรับ Re = 36,000 (Not to scale)

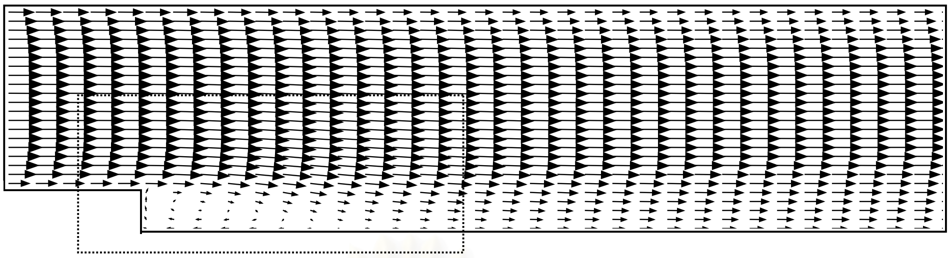
ผลการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลการทดลอง

จากรูปที่ 5.28 แสดงความเร็วที่ได้จากการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลการทดลองที่ Re = 36,000 ซึ่งจะเห็นว่าผลการคำนวณมีความสอดคล้องกันดีกับผลการทดลอง โดยที่ตำแหน่ง $x/(H–h)$ > 7.33 จะมีความสอดคล้องกันมากที่สุด ซึ่งในบริเวณนี้การไหลเริ่มที่จะพัฒนาตัวเองอีกครั้งหนึ่ง และเมื่อพิจารณาบริเวณการหมุนวนที่ตำแหน่ง $x/(H-h)$ = 2.0 ถึง 6.0 โดยมีค่า $y/(H–h)$ < 1.0 จะพบว่าความเร็วเฉลี่ยที่ได้จากผลการคำนวณมีขนาดใหญ่กว่าผลการทดลองซึ่งทำให้ขนาดของความยาวบริเวณการหมุนวนที่ได้จากการคำนวณมีขนาดเล็กกว่า และที่ตำแหน่ง $x/(H–h)$ = 2.0 นี้ จากผลการทดลองจะเห็นว่าเกิดการไหลย้อนกลับมากที่สุดซึ่งมีค่าประมาณ $-0.2U_{ref}$ โดยในการไหลนี้สามารถเห็นบริเวณการหมุนวนที่ผนังด้านล่างติดกับช่องทางไหลที่ขยายออกได้อย่างชัดเจน ดังแสดงในรูปที่ 5.29 และรูปที่ 5.30

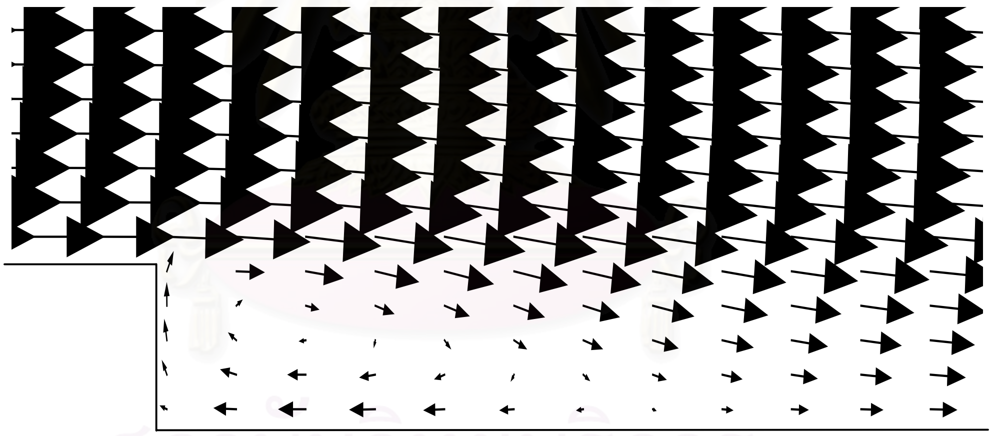
เมื่อพิจารณาความดันที่หน้าตัดใกล้กับช่องทางไหลที่ขยายออก (รูปที่ 5.31) จะเห็นว่ามีความดันย้อนกลับ (Adverse pressure gradient) เกิดขึ้นที่บริเวณนี้ ซึ่งสอดคล้องกับการไหลย้อนกลับที่เกิดขึ้นดังแสดงในรูปที่ 5.29



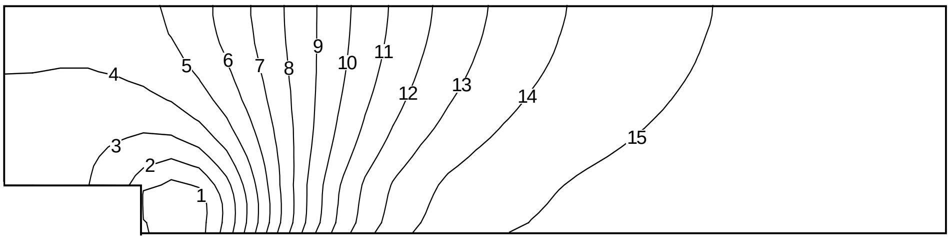
รูปที่ 5.28 ความเร็วเฉลี่ยที่ได้จากผลการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลการทดลอง สำหรับ Re = 36,000 ที่ $x/(H-h)$ ต่างๆกัน (── ผลการคำนวณ, ∘ ผลการทดลอง)



รูปที่ 5.29 เวคเตอร์ของความเร็ว สำหรับ Re = 36,000 (Not to scale)



รูปที่ 5.30 รายละเอียดของรูปร่างความเร็วในช่วงบริเวณการหมุนวน สำหรับ Re = 36,000 (Not to scale)



1 = -28.6812	5 = -17.8062	9 = -6.93125	13 = 3.94375
2 = -25.9625	6 = -15.0875	10 = -4.2125	14 = 6.6625
3 = -23.2437	7 = -12.3687	11 = -1.49375	15 = 9.38125
4 = -20.525	8 = -9.65	12 = 1.225	

รูปที่ 5.31 Contour ของความดัน (p) สำหรับ Re = 36,000 (Not to scale)

สรุปผล

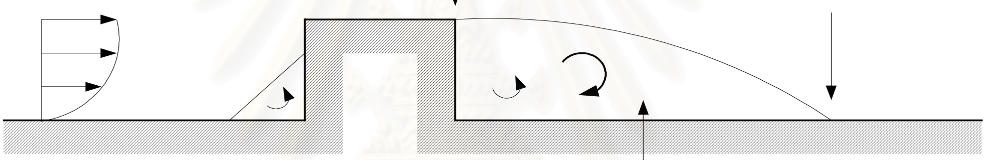
ในการแก้ปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนผ่าน Backward-facing step โดยใช้ $k-\varepsilon$ model นั้น จะเห็นว่าผลการคำนวณของความเร็วมีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลองที่หน้าตัดต่างๆ ตลอดทั้งช่วงการไหล ซึ่งแสดงว่าโปรแกรมคอมพิวเตอร์นั้นมีความถูกต้องเป็นที่น่าพอใจสามารถนำมาใช้ศึกษาการไหลชนิดนี้ได้ และสามารถสรุปได้ว่า $k-\varepsilon$ model ที่ใส่ลงไปในโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้เป็น model ที่มีประสิทธิภาพเพียงพอในการทำนายผลการไหลแบบปั่นป่วนที่มีค่า Reynolds number สูง

บทที่ 6

การทำนายการไหลผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยมในช่องทางไหล

6.1 บทนำ

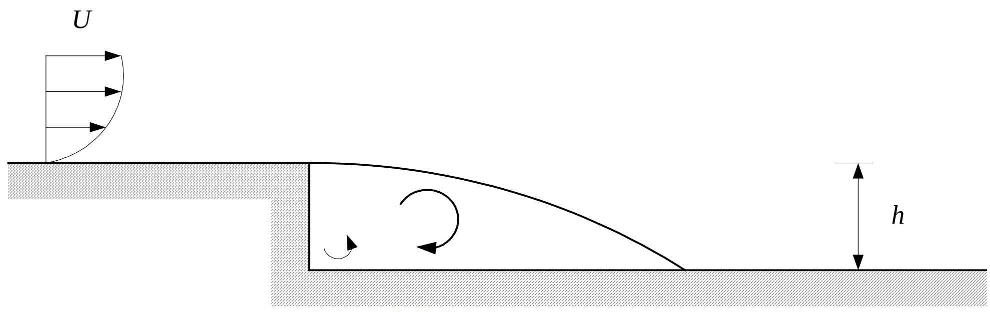
การไหลผ่านสิ่งกีดขวางทำให้เกิดปรากฏการณ์ของการแยกไหล (Separated flow) การไหลมาบรรจบกัน (Reattaching flow) และบริเวณการหมุนวนของของไหล ซึ่งการแยกไหลเกิดขึ้นที่ขอบของสิ่งกีดขวาง การไหลมาบรรจบกันเกิดขึ้นที่พื้นทางด้านหลังของสิ่งกีดขวาง และบริเวณการหมุนวนเกิดขึ้นระหว่างการเกิดการแยกไหลกับการไหลมาบรรจบกัน ดังแสดงในรูปที่ 6.1



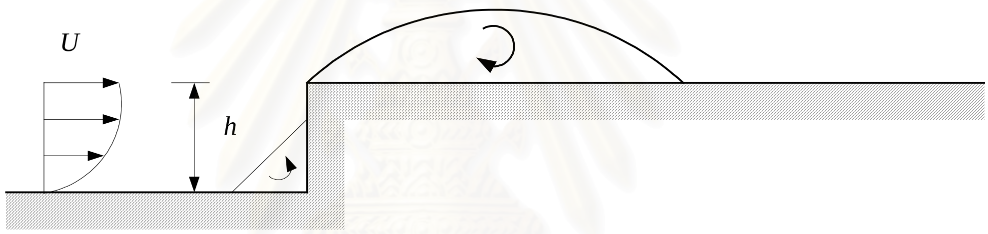
รูปที่ 6.1 ปรากฏการณ์ที่ของไหลไหลผ่านสิ่งกีดขวางที่ทำให้เกิดการแยกไหล การไหลมาบรรจบกัน และบริเวณการหมุนวน

โดยทั่วไป การจำแนกลักษณะของการไหลผ่านรูปทรงต่างๆ ที่ทำให้เกิดปรากฏการณ์นี้สามารถจำแนกได้เป็น 6 ลักษณะคือ Backward-facing step, Forward-facing step, Block, Fence, Splitter plote, และ Rectangular plote (Djilali and Gartshore, 1991) ดังแสดงในรูปที่ 6.2 ถึง 6.7 ตามลำดับ ถ้าพิจารณาทั้ง 6 ลักษณะนี้ จะพบว่า บริเวณการหมุนวนนั้นจะเกิดความซับซ้อนของ Stream line โครงสร้าง Eddy และ Turbulence intensity สิ่งเหล่านี้จะเป็นปัจจัยที่มีผลต่ออัตราการถ่ายเทความร้อน และการสูญเสียความดัน เพราะฉะนั้นบริเวณการหมุนวนจึงเป็นส่วนสำคัญที่จะยกมาทำการศึกษา

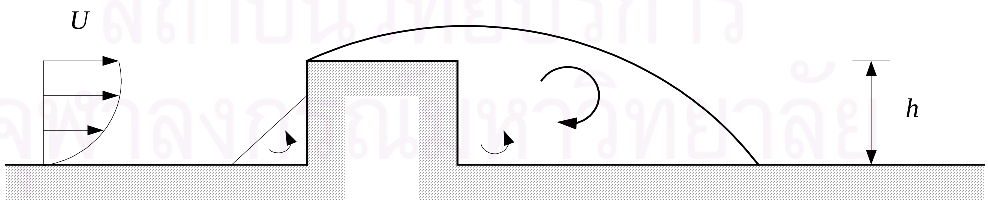
บริเวณการหมุนวนสามารถเกิดขึ้นได้ 3 ถึง 4 บริเวณในช่องทางการไหลคือ บริเวณแรกเกิดที่ Upstream ของผนังด้านหน้าของสิ่งกีดขวาง บริเวณที่สองเกิดที่ Downstream ของผนังด้านหลังของสิ่งกีดขวาง บริเวณที่สามเกิดที่ผนังด้านบนของสิ่งกีดขวาง และบริเวณสุดท้ายเกิดที่



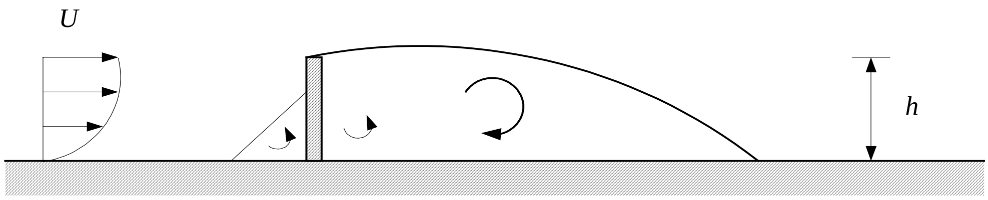
รูปที่ 6.2 ลักษณะของการแยกไหลในการไหลผ่าน Backward-facing step



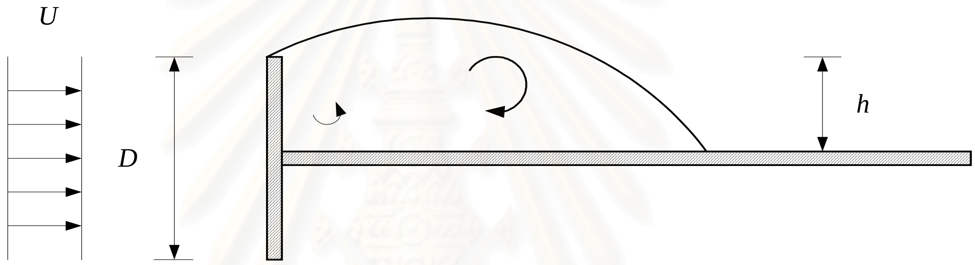
รูปที่ 6.3 ลักษณะของการแยกไหลในการไหลผ่าน Forward-facing step



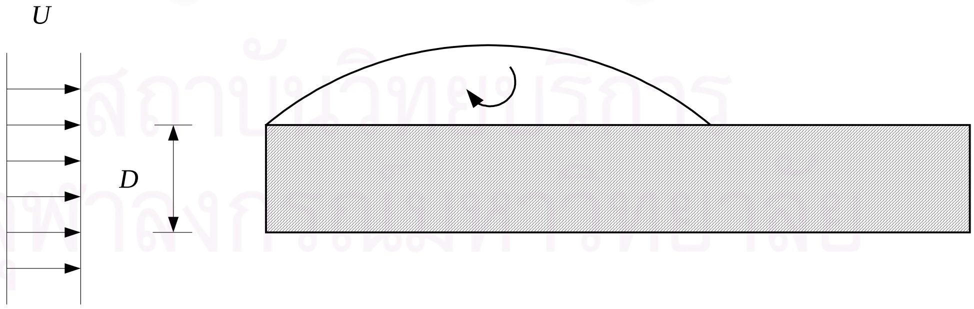
รูปที่ 6.4 ลักษณะของการแยกไหลในการไหลผ่าน Block



รูปที่ 6.5 ลักษณะของการแยกไหลในการไหลผ่าน Fence



รูปที่ 6.6 ลักษณะของการแยกไหลในการไหลผ่าน Splitter plote



รูปที่ 6.7 ลักษณะของการแยกไหลในการไหลผ่าน Plote ที่มีลักษณะสี่เหลี่ยม

ผนังด้านบนของช่องทางไหล สำหรับสองบริเวณสุดท้ายนั้นสามารถเกิดได้ภายใต้สภาวะที่เหมาะสมเท่านั้น เมื่อของไหลไหลผ่านสิ่งกีดขวางที่ทำให้เกิดบริเวณการหมุนวนนี้แล้ว การไหลจะเริ่มพัฒนาตัวเองอีกครั้งจนเป็น Fully developed flow

ดังนั้น การศึกษาลักษณะบริเวณการหมุนวนของของไหลที่ได้กล่าวมาข้างต้นนั้นจะสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานวิศวกรรมต่าง ๆ ได้เช่น การออกแบบปีกเครื่องบิน ยานยนต์ เครื่องยนต์กังหันก๊าซ อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ โครงสร้างสะพานและอาคาร หรือแม้แต่การสร้างเตาปฏิกรณ์นิวเคลียร์ เป็นต้น

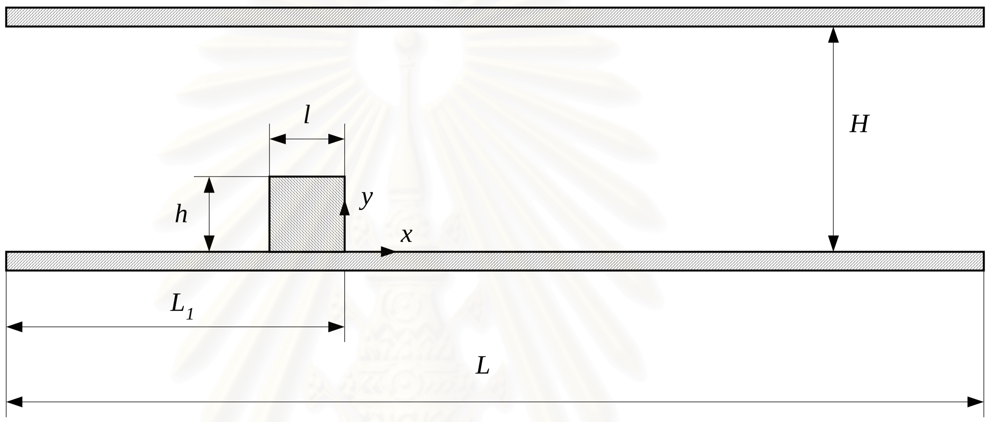
ในงานวิจัยที่ผ่านมานั้น Castro (1979) ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมของการเกิดบริเวณการหมุนวนที่ผิวด้านบนของสิ่งกีดขวาง ซึ่งบริเวณการหมุนวนนี้จะเกิดง่ายมากเมื่อของไหลไหลผ่านช่องทางไหลเปิดที่มีผิวขรุขระ และค่าอัตราส่วนความยาวต่อความสูง (l/h) มีค่าเท่ากับ 1 แต่บริเวณการหมุนวนจะไม่เกิดขึ้นเมื่อนำของไหลมาไหลผ่านช่องทางไหลเปิดที่มีผิวเรียบ เพราะฉะนั้นอาจกล่าวได้ว่า ค่า Boundary layer ของผิวขรุขระเป็นตัวแปรหนึ่งที่ส่งผลให้เกิดบริเวณการหมุนวนที่ผิวด้านบนของสิ่งกีดขวาง ในปีเดียวกันนี้เอง Durst and Rastogi (1979) ก็ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมของการเกิดบริเวณการหมุนวนในจุดที่แตกต่างกันคือ ที่ Downstream ของสิ่งกีดขวาง พบว่า ค่า Blockage ratio, $h/H > 0.04$ (ตั้งสมมติฐานว่า ค่า l/h เป็นค่าคงที่) จะมีผลต่อช่วงความยาวของบริเวณการหมุนวนเท่านั้น และค่า $l/h < 0.33$ (ค่า h/H เป็นค่าคงที่) จะไม่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงช่วงความยาวของบริเวณหมุนวน ด้วยเหตุนี้เอง จึงทำให้เกิดการจำแนกสิ่งกีดขวางที่มีลักษณะนี้ขึ้น เรียกว่า Fence อย่างไรก็ตาม เมื่อ Fence ถูกบากปลายให้คมแล้ว จะส่งผลให้ช่วงความยาวของบริเวณหมุนวนเพิ่มขึ้นทันที ในงานวิจัยลักษณะเดียวกันนี้ Bergeles and Athanassiadis (1983) พบว่า ช่วงความยาวของบริเวณการหมุนวนที่ Downstream ของสิ่งกีดขวางจะมีค่าลดลงก็ต่อเมื่อค่า l/h เพิ่มขึ้นในช่วง $l/h \leq 4$ และจะมีค่าคงที่โดยประมาณก็ต่อเมื่อค่า $l/h > 4$

เนื้อหาในบทนี้จะเป็นการศึกษาพฤติกรรมการเกิดการหมุนวนของของไหลในรูปของความยาว (Reattachment length) และ ลักษณะเฉพาะของการไหล (Flow characteristics) โดยทำการวิเคราะห์ค่า Reynolds number (Re), Blockage ratio (h/H) และอัตราส่วนความยาวต่อความสูงของสิ่งกีดขวาง (l/h) ด้วยการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบ Finite volume ซึ่งจะพิจารณาทั้งในการไหลแบบราบเรียบและแบบปั่นป่วน อีกทั้งลักษณะการไหลที่เกิดขึ้นผ่าน Block และ Fence เท่านั้น

6.2 ลักษณะของปัญหา

ในบทนี้จะแบ่งการคำนวณออกเป็น 2 ส่วนใหญ่ ๆ คือ ส่วนที่หนึ่ง เป็นการศึกษาลักษณะรูปร่างของความเร็วและบริเวณหมุนวนสำหรับการไหลแบบราบเรียบและปั่นป่วนที่ Re = 144 และ 1480 ตามลำดับ โดยจะทำการเปรียบเทียบผลการคำนวณที่ได้กับผลการทดลองของ Tropea and Gackstatter (1985) และ Acharya et al. (1994) เพื่อเป็นการ Validate โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลลักษณะเช่นนี้ และส่วนที่สองจะเป็นการศึกษาเกี่ยวกับตัวแปรต่างๆ ที่มีผลต่อความยาวของบริเวณการหมุนวนและลักษณะเฉพาะของการไหล ตัวอย่างเช่น Re, *h/H* และ *l/h*

ในที่นี้จะสมมติว่าของไหลที่ใช้เป็นอากาศที่มีความหนาแน่น $\rho = 1.2 \ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ และมีความหนืดสัมบูรณ์ $\mu = 1.85\times10^{-5} \ \frac{\mathrm{N.s}}{\mathrm{m}^2}$ สมมติฐานที่ใช้ในการคำนวณทั้งสองส่วน คือ การไหลเป็นแบบอัดตัวไม่ได้ใน 2 มิติที่สภาวะคงตัว โดยโดเมนของปัญหานี้แสดงดังรูปที่ 6.8



รูปที่ 6.8 โดเมนของปัญหาการไหลผ่านสิ่งกีดขวางในช่องทางไหล (Not to scale)

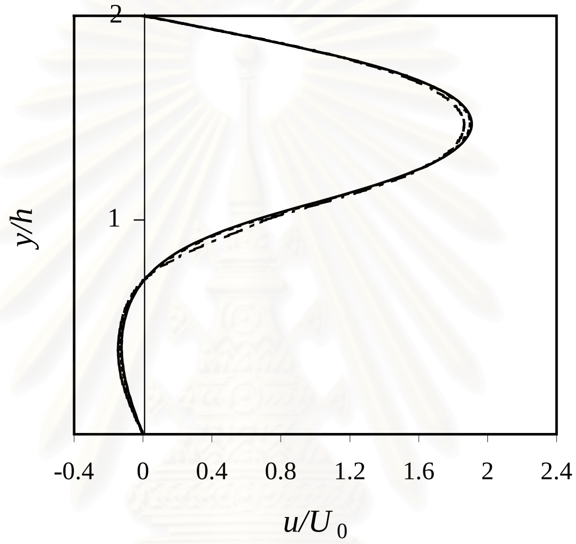
สำหรับการคำนวณในส่วนที่หนึ่งนั้น สิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยมยาว *l* มีความสูง *h* วางติดกับผนังด้านล่างในช่องทางไหลซึ่งสูง *H* และมีความยาว *L* ซึ่งความยาว *L* นี้มีค่ามากพอที่จะทำให้ความเร็วที่ทางออกมีลักษณะที่พัฒนาเต็มที่ โดยขนาดของสิ่งกีดขวางและช่องทางไหลแสดงในตารางที่ 6.1

ตารางที่ 6.1 ขนาดของสิ่งกีดขวางและช่องทางไหลในการไหลแบบราบเรียบและปั่นป่วน

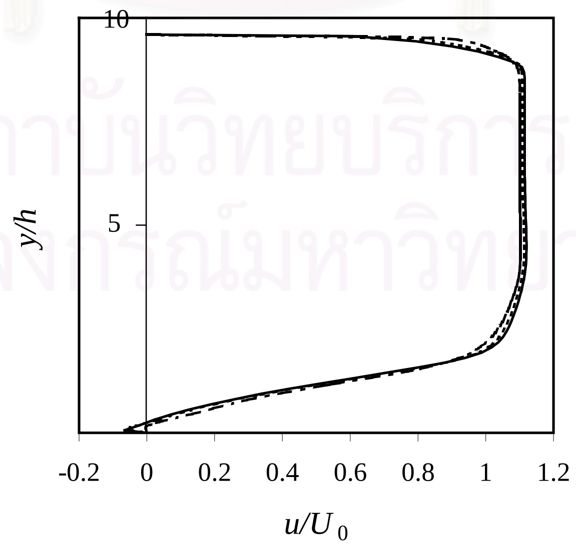
Re_H	H (mm)	l (mm)	h (mm)	L_1 (mm)	L (mm)
144	10	20	5	60	180
1480	61	6.35	6.35	95	211

ขนาดของกริดที่ใช้ในการคำนวณการไหลแบบราบเรียบนี้จะแบ่งเป็น 3 ขนาด ได้แก่

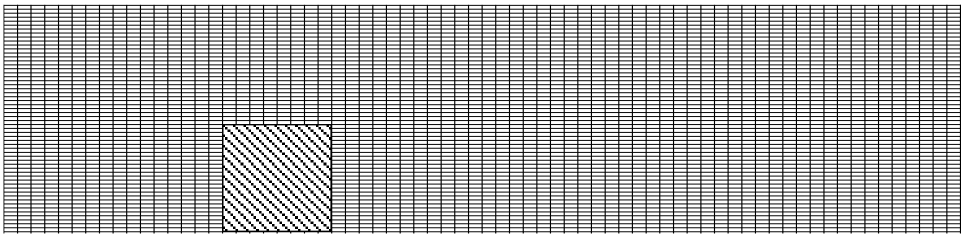
38×32, 74×62 และ 146×122 ซึ่งเมื่อนำผลการจำลองการไหลที่ตำแหน่ง x/h = 1.0 มาเปรียบเทียบกันระหว่างขนาดของกริดทั้งสามขนาดดังแสดงในรูปที่ 6.9 ซึ่งจะแสดงให้เห็นว่า ผลที่ได้ไม่ขึ้นกับขนาดของกริดที่ใช้ (Grid independent) เมื่อจำนวนของกริดมีขนาดอย่างน้อยเท่ากับ 74×62 และในกรณีนี้เลือกใช้ขนาดของตารางเท่ากับ 74×62 ดังแสดงในรูปที่ 6.11 ในกรณีการไหลแบบปั่นป่วนนั้น ขนาดของกริดจะแบ่งเป็น 3 ขนาดเช่นกัน คือ 102×31, 202×50 และ 269×79 หลังจากที่ทำการทดสอบความเป็น Grid-independent ของจำนวนกริดทั้งสามขนาดดังกล่าว (รูปที่ 6.10) แล้วก็จะเลือกจำนวนกริด 202×50 เพื่อใช้ในการคำนวณการไหลในกรณีนี้ดังแสดงในรูปที่ 6.12



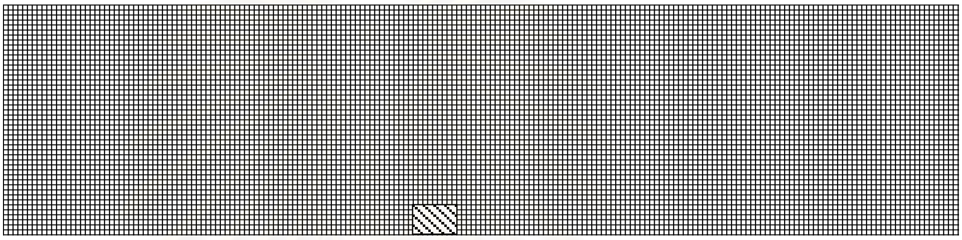
รูปที่ 6.9 Velocity profile ที่ตำแหน่ง x/h = 1.0 สำหรับ Re = 144
(−·− 38×32, ········ 74×62, —— 146×122)



รูปที่ 6.10 Velocity profile ที่ตำแหน่ง x/h = 4.0 สำหรับ Re = 1480
(−·− 102×31, ········ 202×50, —— 269×79)



รูปที่ 6.11 รูปร่างของ Grid ขนาด 74×62 ในการจำลองการไหลผ่านสิ่งกีดขวาง สำหรับ Re = 144 (Not to scale)



รูปที่ 6.12 รูปร่างของ Grid ขนาด 202×50 ในการจำลองการไหลผ่านสิ่งกีดขวาง สำหรับ Re = 1480 (Not to scale)

สำหรับเงื่อนไขขอบในกรณีนี้ จะกำหนดให้ความเร็วที่ทางเข้าเป็นแบบ Fully developed ซึ่งในกรณีการไหลแบบราบเรียบและการไหลแบบปั่นป่วนนั้นความเร็วที่ทางเข้าแสดงดังสมการต่อไปนี้

$$\frac{u}{U_0} = \left(\frac{y}{\delta_u}\right)^{\frac{1}{5.6}} \text{ เมื่อ } \frac{y}{\delta_u} < 1 \text{ หรือ } \frac{y}{\delta_u} > \left(\frac{H}{\delta_u} - 1\right) \tag{6.1}$$

$$\frac{u}{U_0} = 1 \qquad \text{ เมื่อ } \quad 1 < \frac{y}{\delta_u} < \left(\frac{H}{\delta_u} - 1\right) \tag{6.2}$$

โดย Boundary layer thickness, δ_u, มีค่าเท่ากับ 3.3*H* และความเร็วที่ Free stream, U_0, มีค่าเท่ากับ 3.6 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

สำหรับส่วนที่สอง ในการศึกษาเกี่ยวกับค่า Re และ Blockage Ratio (*h/H*) นั้นรูปทรงของสิ่งกีดขวางสามารถจำแนกได้เป็น Fence และ Block โดยมีความหนา 1 mm และ 20 mm ตามลำดับซึ่งสิ่งกีดขวางแต่ละแบบจะใช้ค่า *h/H* = 0.25, 0.5 และ 0.75 ในช่วงของ Re = 1 ถึง 10,000 ในกรณีนี้ช่องทางไหลมีความสูง 10 mm และกำหนดให้ความเร็วที่ทางเข้าเป็นแบบพัฒนา

เต็มที่ อย่างไรก็ตามในการศึกษาค่า *l/h* นั้นจะใช้ลักษณะของช่องทางไหลและเงื่อนไขเริ่มต้นเช่นเดียวกันกับการไหลแบบปั่นป่วนที่ Re = 1480

6.3 ผลการจำลองการไหลและการวิเคราะห์

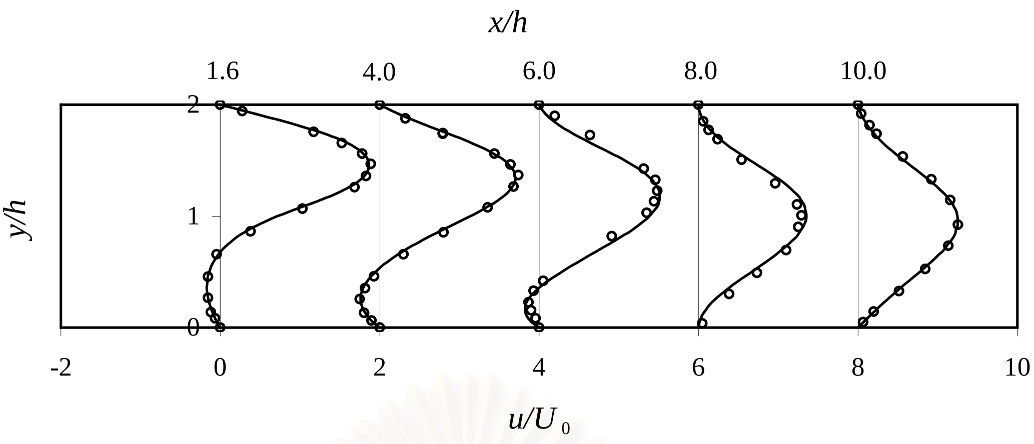
จากการเปรียบเทียบรูปร่างความเร็วระหว่างผลการคำนวณและผลการทดลองสำหรับการไหลผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยมแบบราบเรียบและแบบปั่นป่วน ดังแสดงในรูปที่ 6.13 และ 6.14 ตามลำดับ พบว่า ผลการคำนวณมีความสอดคล้องกันดีกับผลการทดลองสำหรับการไหลแบบราบเรียบ แต่มีความคลาดเคลื่อนอยู่บ้างสำหรับการไหลแบบปั่นป่วน อันเนื่องมาจากการใช้ Standard $k-\varepsilon$ model ทำให้ผลการคำนวณที่ได้ไม่ดีนักในช่วงบริเวณการหมุนวน อย่างไรก็ตาม ผลการคำนวณในกรณีนี้ยังคงมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันกับผลการทดลอง

จากที่กล่าวมาข้างต้น ความคลาดเคลื่อนสำหรับการไหลแบบปั่นป่วนโดยการใช้ Standard $k-\varepsilon$ model นั้น จะเกิดขึ้นที่บริเวณการหมุนวนที่ Downstream ของสิ่งกีดขวาง นอกจากนี้ ความคลาดเคลื่อนยังเกิดขึ้นที่ผิวด้านบนของสิ่งกีดขวาง คือ ไม่ปรากฏบริเวณการหมุนวน ทั้งๆที่ผลการทดลองแสดงว่าปรากฏอยู่ ดังนั้น การใช้ Standard $k-\varepsilon$ model อาจเป็นองค์ประกอบหนึ่งที่ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนสำหรับการไหลแบบปั่นป่วนที่มีการแยกไหลเกิดขึ้นเนื่องจากความจำกัดของวิธีการในการคำนวณการไหลที่มี Separation (Durst and Rastogi, 1979)

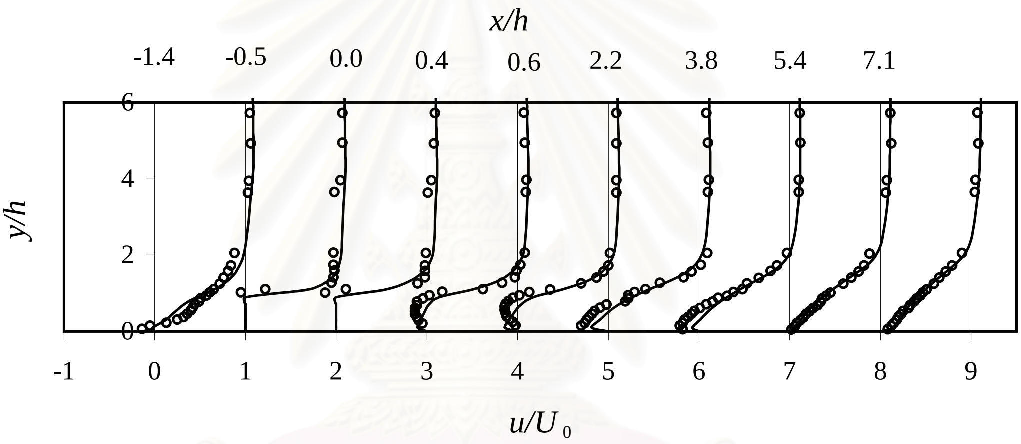
จากรูปที่ 6.15 แสดงการเปรียบเทียบรูปร่างความเร็วในแนวหน้าตัด (v/U_0) ระหว่างผลการคำนวณและผลการทดลองสำหรับการไหลแบบปั่นป่วน พบว่า ผลการคำนวณมีความคลาดเคลื่อนกับผลการทดลองอยู่บ้างในบางช่วง อันเนื่องมาจากการใช้ Standard $k-\varepsilon$ model เช่นกัน แต่ผลการคำนวณนี้ก็ยังยอมรับได้เนื่องจากมีแนวโน้มไปในทางเดียวกันกับผลการทดลอง

รูปเวคเตอร์ความเร็วสำหรับการไหลแบบราบเรียบและแบบปั่นป่วนแสดงได้ดังรูปที่ 6.16 และ 6.18 ตามลำดับ ซึ่งผลที่ได้เป็นไปตามที่คาดหมายไว้ล่วงหน้า คือ บริเวณการหมุนวนจะเกิดขึ้นที่ Downstream ของสิ่งกีดขวางทั้งสองแบบการไหล และรายละเอียดของรูปเวคเตอร์ความเร็วสำหรับการไหลทั้งสองแบบที่ *Re* = 144 และ 1480 แสดงดังรูปที่ 6.17 และ 6.19 ตามลำดับ เพื่อให้เห็นลักษณะการหมุนวนที่ชัดเจนมากขึ้น

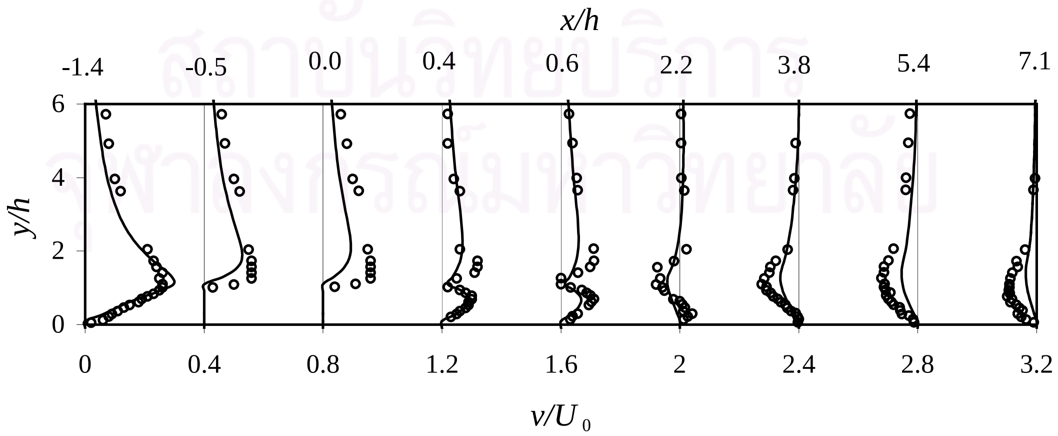
เมื่อพิจารณาความดันในแนวหน้าตัดที่ Downstream ของสิ่งกีดขวางในการไหลแบบราบเรียบและแบบปั่นป่วน ซึ่งแสดงในรูปที่ 6.20 และ 6.21 ตามลำดับ จะพบว่า ความดันในแนวหน้าตัดจะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ในแนวหน้าตัดถัดไป ที่เรียกว่า การเกิด Adverse pressure gradient ผลจากการเกิดลักษณะเช่นนี้ จึงทำให้เกิดบริเวณการหมุนวนขึ้นที่ Downstream ของสิ่งกีดขวางนั่นเอง



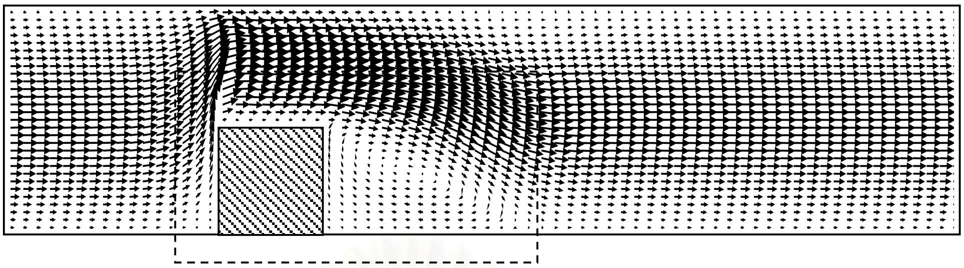
รูปที่ 6.13 ความเร็วในแนวแกน *x* ที่ได้จากผลการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลการทดลอง สำหรับ Re = 144 ที่ *x/h* ต่าง ๆ กัน (—— ผลการคำนวณ, ∘ ผลการทดลอง)



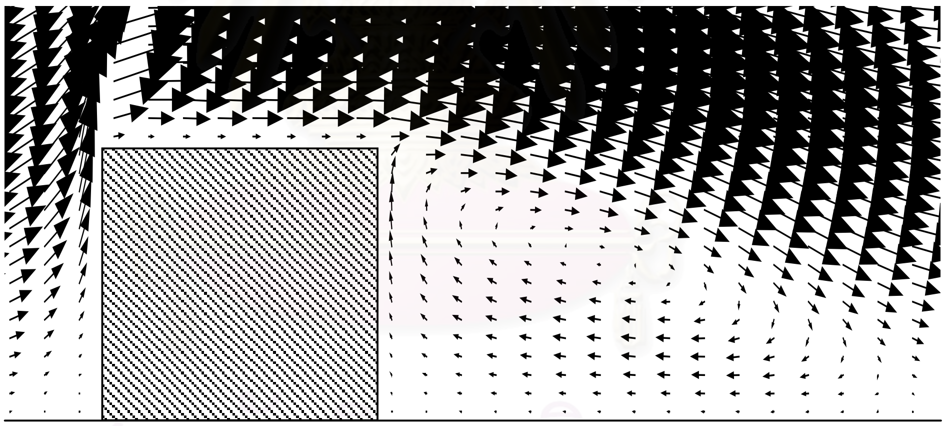
รูปที่ 6.14 ความเร็วในแนวแกน *x* ที่ได้จากผลการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลการทดลอง สำหรับ Re = 1480 ที่ *x/h* ต่าง ๆ กัน (—— ผลการคำนวณ, ∘ ผลการทดลอง)



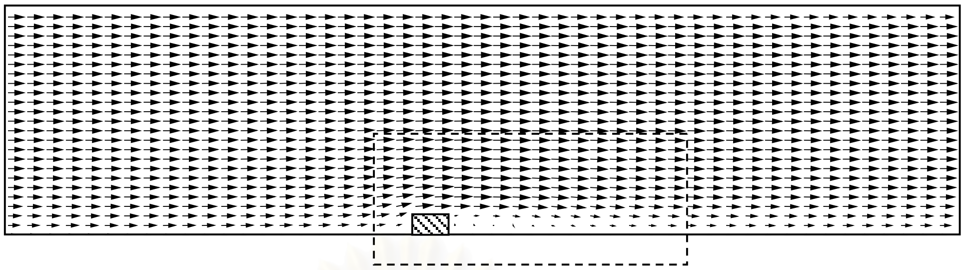
รูปที่ 6.15 ความเร็วในแนวแกน *y* ที่ได้จากผลการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลการทดลอง สำหรับ Re = 1480 ที่ *x/h* ต่าง ๆ กัน (—— ผลการคำนวณ, ∘ ผลการทดลอง)



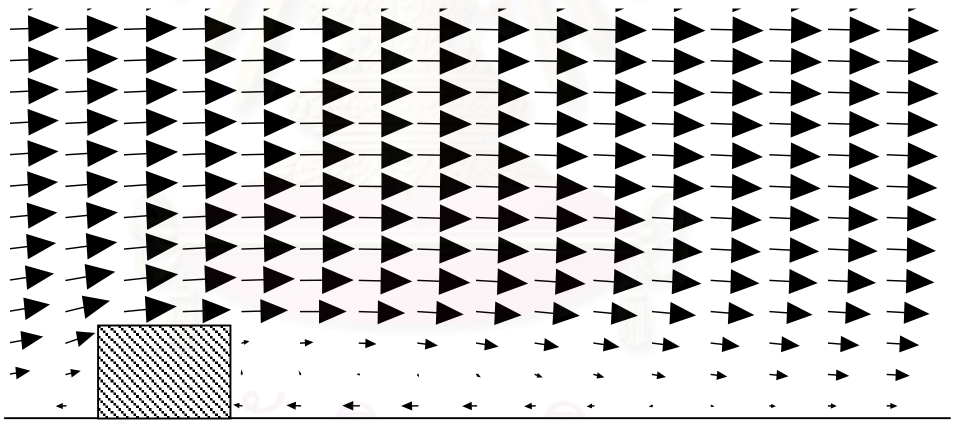
รูปที่ 6.16 เวคเตอร์ของความเร็ว สำหรับ Re = 144 (Not to scale)



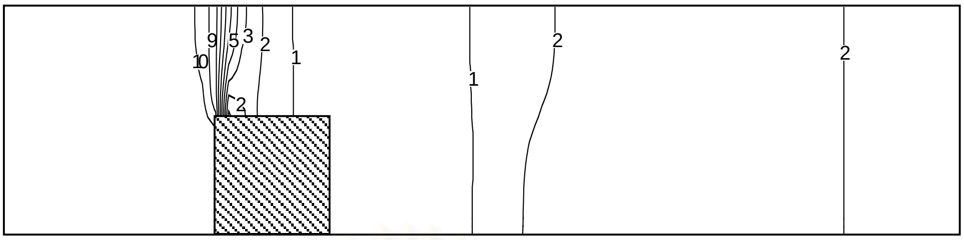
รูปที่ 6.17 รายละเอียดของรูปร่างความเร็วในช่วงบริเวณการหมุนวน สำหรับ Re = 144 (Not to scale)



รูปที่ 6.18 เวคเตอร์ของความเร็ว สำหรับ Re = 1480 (Not to scale)



รูปที่ 6.19 รายละเอียดของรูปร่างความเร็วในช่วงบริเวณการหมุนวน สำหรับ Re = 1480 (Not to scale)

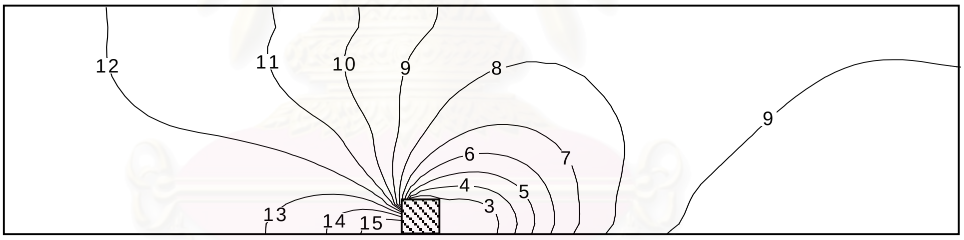


1 = -0.130333 4 = -0.0144445 7 = 0.101444 10 = 0.217333

2 = -0.0917037 5 = 0.0241852 8 = 0.140074

3 = -0.0530741 6 = 0.0628148 9 = 0.178704

รูปที่ 6.20 Contour ของความดัน (*p*) สำหรับ Re = 144 (Not to scale)



1 = -4.0712 5 = -2.3963 9 = -0.7213 13 = 0.9538

2 = -3.6525 6 = -1.9775 10 = -0.3025 14 = 1.3725

3 = -3.2338 7 = -1.5588 11 = 0.1163 15 = 1.7913

4 = -2.815 8 = -1.14 12 = 0.535

รูปที่ 6.21 Contour ของความดัน (*p*) สำหรับ Re = 1480 (Not to scale)

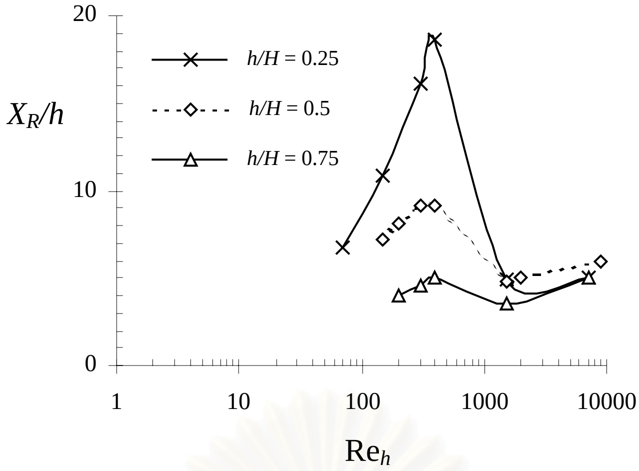
สำหรับผลของการคำนวณในส่วนที่สองจะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า X_R/h และค่า Re_h โดยการไหลผ่านสิ่งกีดขวางแบบ Fence และ Block ดังแสดงในรูปที่ 6.22 และ 6.25 ตามลำดับ จะพบว่า ผลการคำนวณของทั้งสองแบบจะให้ผลที่คล้ายกันกับการไหลแบบ Backward-facing step (Durst and Tropea, 1982) และผลการคำนวณดังกล่าวให้ผลเป็นไปตามความคาดหมาย ซึ่งอธิบายช่วงการไหลโดยการจำแนกออกเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงการไหลแบบราบเรียบจะมีค่า X_R/h เพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอ ช่วง Transitional เป็นช่วงที่ค่า X_R/h ลดลงอย่างทันทีทันใด และช่วงการไหลแบบปั่นป่วนจะให้ค่า X_R/h ที่มีการเปลี่ยนแปลงไม่มากนัก

ในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างค่า h/H และค่า X_R/h โดยพิจารณาที่ค่า Re_h ต่างๆ ($1< Re_h<10,000$) พบว่า ในช่วงการไหลแบบราบเรียบ (ค่า Re_h ต่ำๆ) ค่า X_R/h จะลดลงก็ต่อเมื่อค่า h/H เพิ่มขึ้น แต่สำหรับในช่วงการไหลแบบปั่นป่วน (ค่า Re_h สูงๆ) ค่า X_R/h จะมีการเปลี่ยนแปลงไม่มากแม้ว่าค่า h/H จะยังเพิ่มขึ้น ด้วยเหตุนี้ ผลการคำนวณดังกล่าวจึงสอดคล้องกับผลการทดลองของ Tropea and Gackstatter (1985)

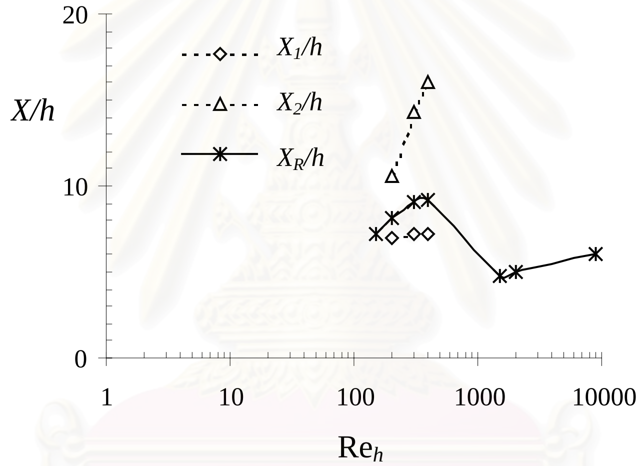
เหตุผลหนึ่งที่สนับสนุนความสัมพันธ์ระหว่างค่า h/H และค่า X_R/h ในช่วงการไหลแบบราบเรียบ คือ การเกิดบริเวณการหมุนวนรองที่ผนังด้านบนของช่องทางไหล ดังแสดงในรูปที่ 6.23 และ 6.24 ซึ่งจะเกิดที่ค่า $h/H = 0.5$ และ 0.75 แต่จะไม่พบที่ค่า $h/H = 0.25$ สำหรับ Fence บริเวณการหมุนวนรองนี้เกิดเนื่องจากการไหลจะมีความเร่งเพิ่มขึ้นเมื่อไหลผ่านช่องทางไหลที่อยู่เหนือ Fence ซึ่งมีลักษณะบางทำให้ไม่สามารถถ่ายเท x-momentum เพียงพอที่จะเอาชนะความดันที่สูงขึ้น และจากผลที่ว่าค่า X_R/h จะมีการเปลี่ยนแปลงไม่มากเมื่อค่า h/H เพิ่มขึ้นในช่วงการไหลแบบปั่นป่วน ซึ่งอาจอธิบายได้ว่า ในช่วงการไหลนี้จะมีความปั่นป่วนของการไหลสูงทำให้สามารถแพร่กระจายโมเมนตัมไปสู่ผนังด้านล่างได้อย่างรวดเร็วมีผลทำให้เกิดบริเวณการหมุนวนที่มีขนาดไม่แตกต่างกันนัก ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่า การเพิ่มค่า h/H จะมีผลค่อนข้างน้อยต่อการไหลในกรณีนี้

จากผลข้างต้นที่กล่าวมาเป็นเช่นเดียวกับการไหลผ่านรูปทรงแบบ Block ดังแสดงในรูปที่ 6.26 และ 6.27 ในกรณีนี้จะพบบริเวณการหมุนวนรองที่ค่า $h/H = 0.5$ และ 0.75 เช่นกัน ผลของความแตกต่างระหว่างการไหลผ่าน Block และ Fence สามารถอธิบายได้จาก การไหลจะมีความเร่งเมื่อผ่านช่องทางไหลที่อยู่เหนือ Block ที่มีความยาวซึ่งจะทำให้เกิดการถ่ายเท x-momentum โดยการแพร่ ก่อนที่จะเกิดการปะทะกับปลายของสิ่งกีดขวางโดยการถ่ายเทนี้ช่วยป้องกันไม่ให้เกิดการแยกไหลที่ผนังด้านบนของช่องทางไหล หรือทำให้เกิดบริเวณการหมุนวนรองที่มีขนาดเล็กกว่าที่ค่า h/H เดียวกัน

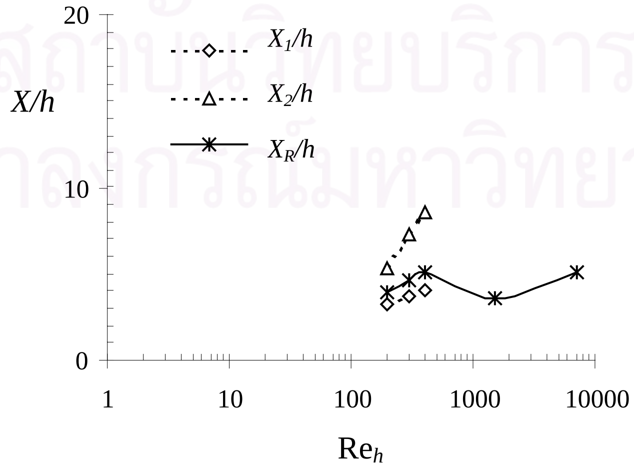
รูปที่ 6.28 ถึง 6.31 แสดง Streamline ที่ความยาวของสิ่งกีดขวางต่าง ๆ กัน ซึ่งสามารถจำแนกเป็น 4 กรณี กล่าวคือที่ l/h = 0.5, 1.0, 2.0 และ 4.0 จากผลการคำนวณพบว่า บริเวณการหมุนวนจะเกิดขึ้นที่ Upstream โดยมีลักษณะคล้ายกัน ทั้งนี้เนื่องมาจากรูปทรงของสิ่งกีดขวาง



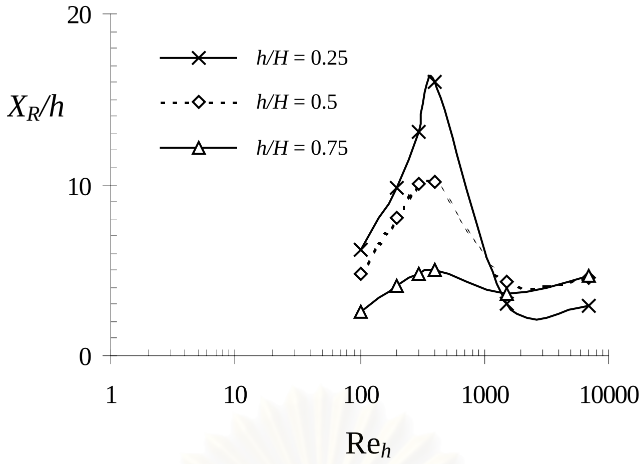
รูปที่ 6.22 ความยาวของบริเวณการหมุนวนสำหรับ Fence (l = 1 mm) ที่ h/H = 0.25 ,0.5 และ 0.75



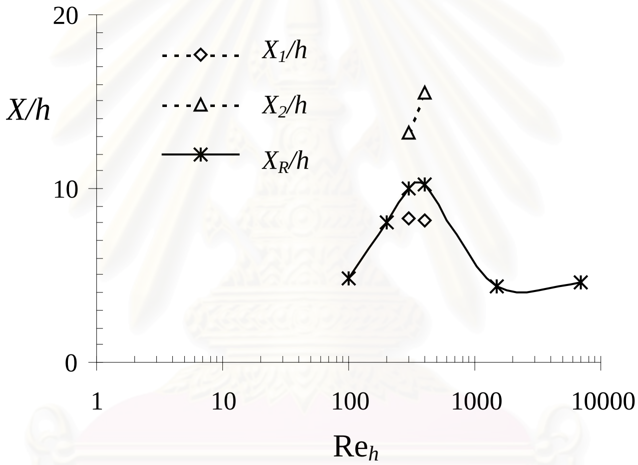
รูปที่ 6.23 ความยาวของบริเวณการหมุนวนรองสำหรับ Fence (l = 1 mm) ที่ h/H = 0.5



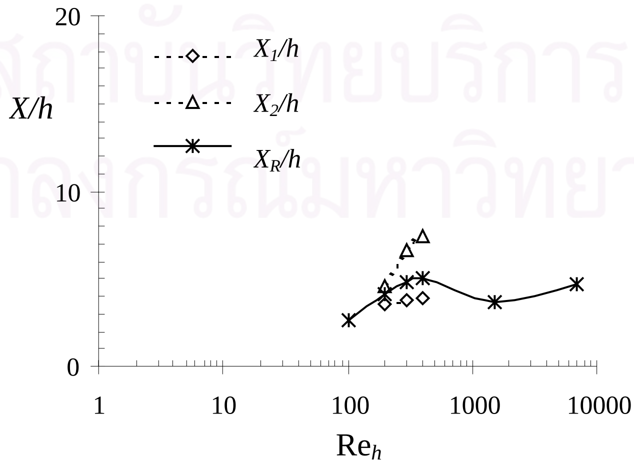
รูปที่ 6.24 ความยาวของบริเวณการหมุนวนรองสำหรับ Fence (l = 1 mm) ที่ h/H = 0.75



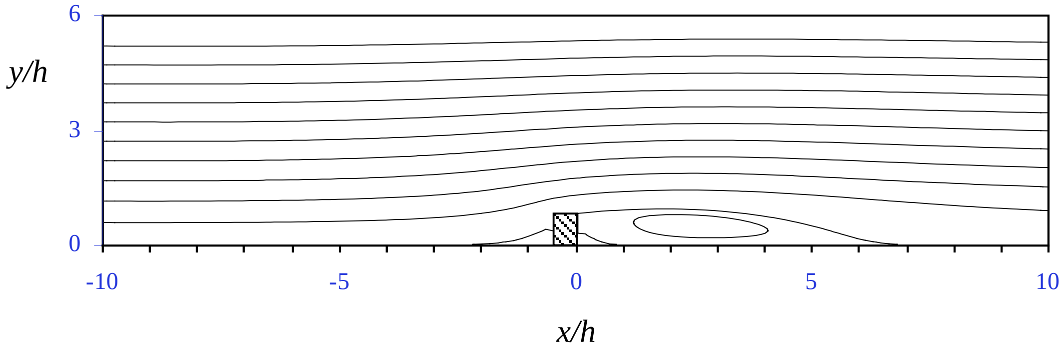
รูปที่ 6.25 ความยาวของบริเวณการหมุนวนสำหรับ Block (l = 20 mm) ที่ h/H = 0.25 ,0.5 และ 0.75



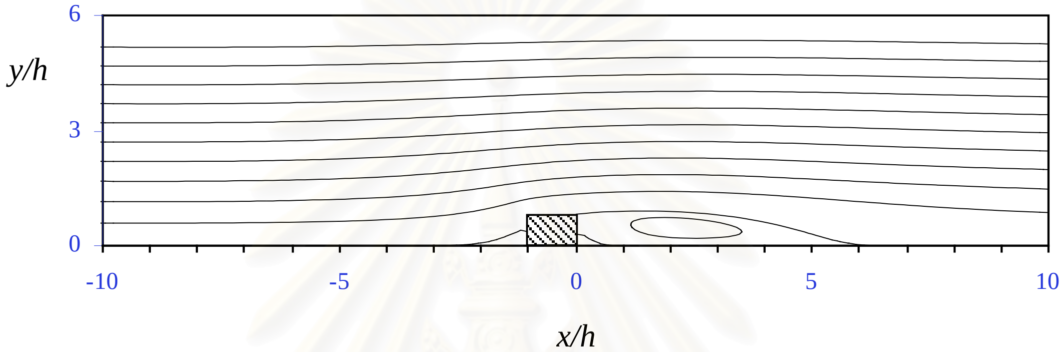
รูปที่ 6.26 ความยาวของบริเวณการหมุนวนรองสำหรับ Block (l = 20 mm) ที่ h/H = 0.5



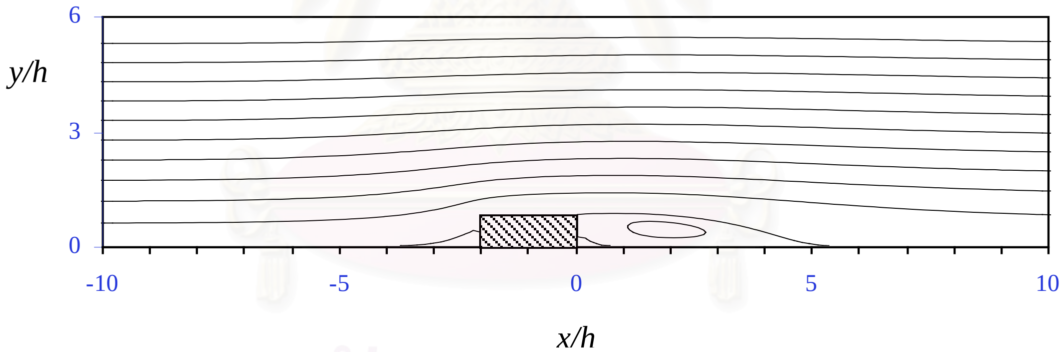
รูปที่ 6.27 ความยาวของบริเวณการหมุนวนรองสำหรับ Block (l = 20 mm) ที่ h/H = 0.75



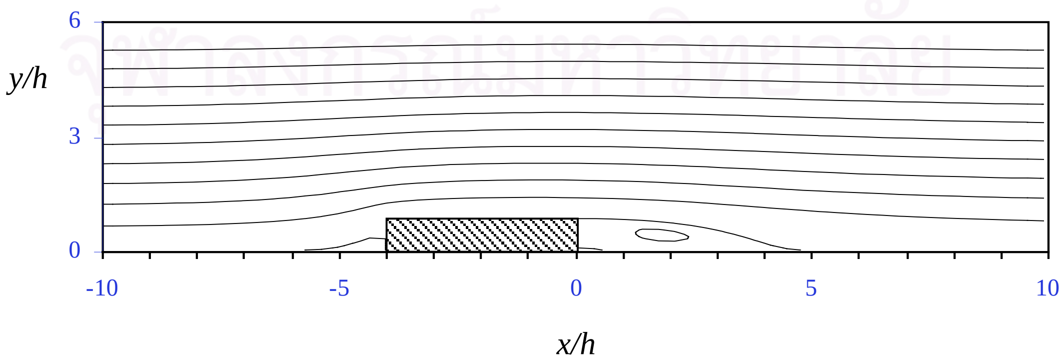
รูปที่ 6.28 Streamline สำหรับ Re = 1480 ที่ l/h = 0.5



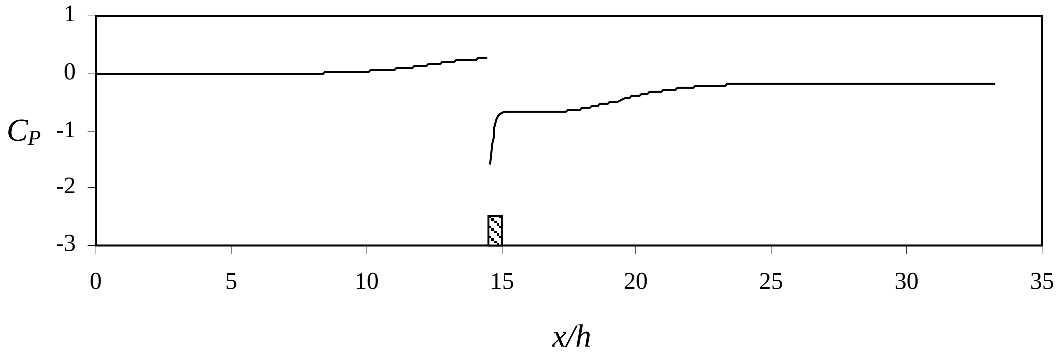
รูปที่ 6.29 Streamline สำหรับ Re = 1480 ที่ l/h = 1.0



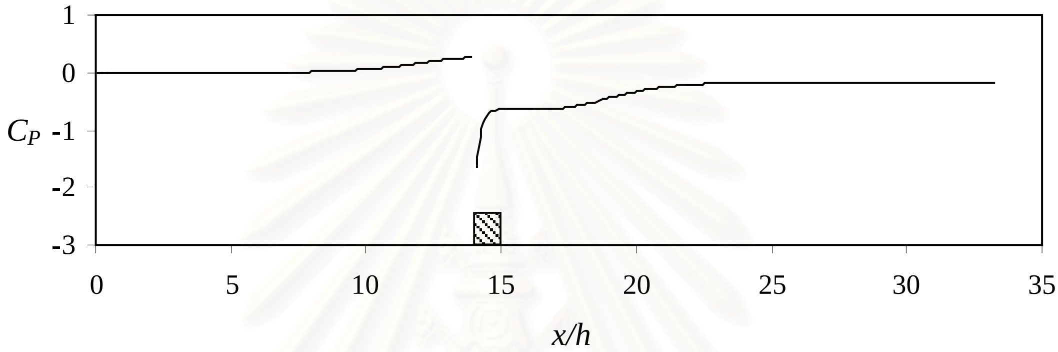
รูปที่ 6.30 Streamline สำหรับ Re = 1480 ที่ l/h = 2.0



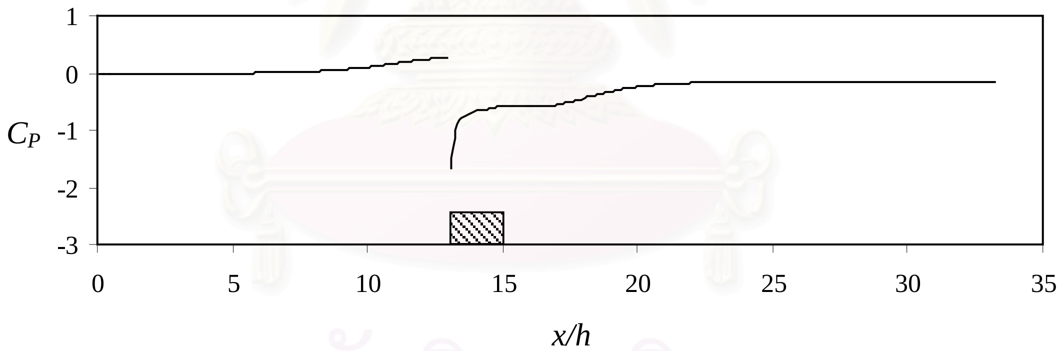
รูปที่ 6.31 Streamline สำหรับ Re = 1480 ที่ l/h = 4.0



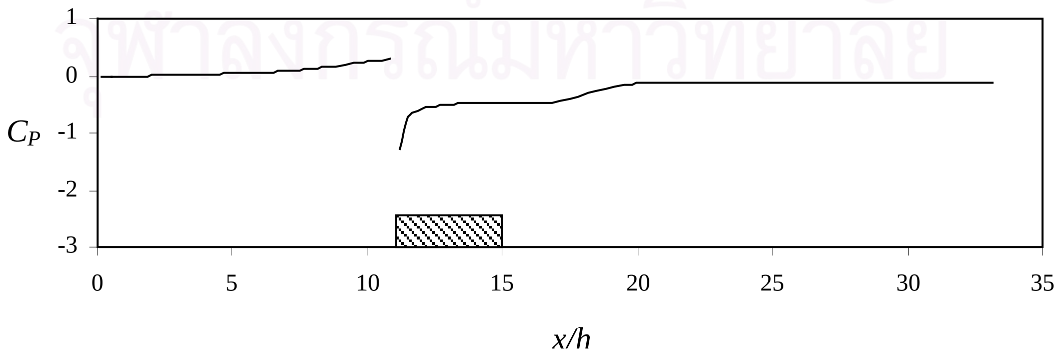
รูปที่ 6.32 การกระจายตัวของสัมประสิทธิ์ความดันบนผิวของผนังที่ l/h = 0.5



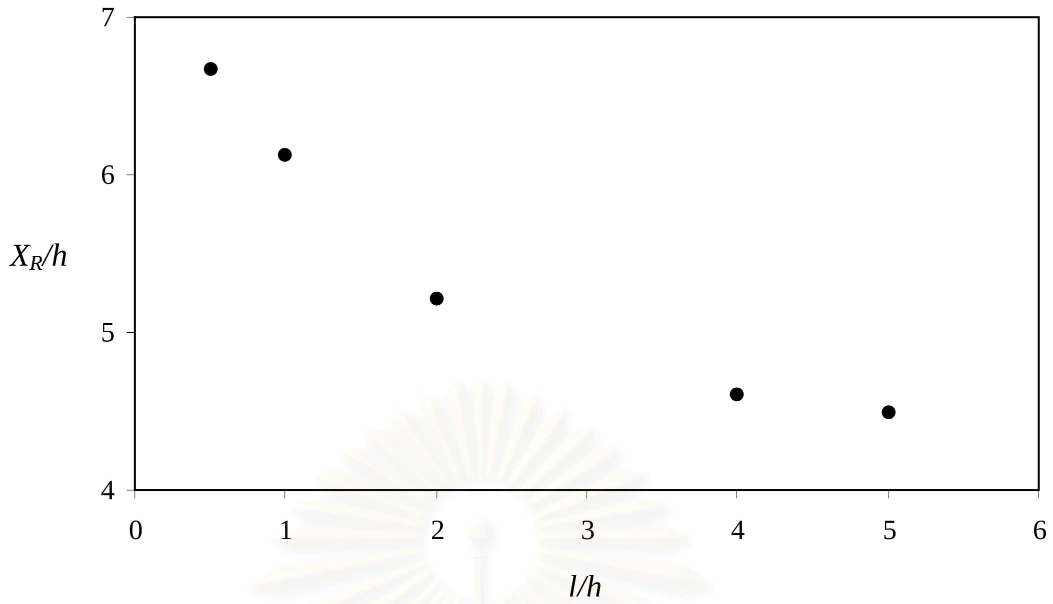
รูปที่ 6.33 การกระจายตัวของสัมประสิทธิ์ความดันบนผิวของผนังที่ l/h = 1.0



รูปที่ 6.34 การกระจายตัวของสัมประสิทธิ์ความดันบนผิวของผนังที่ l/h = 2.0



รูปที่ 6.35 การกระจายตัวของสัมประสิทธิ์ความดันบนผิวของผนังที่ l/h = 4.0



รูปที่ 6.36 ความยาวของบริเวณการหมุนวนที่ l/h ต่าง ๆ กัน ที่ Re = 1480

อย่างไรก็ตามความยาวบริเวณการหมุนวนที่ Downstream จะเปลี่ยนแปลงกับความยาวของสิ่งกีดขวาง ผลนี้แสดงอย่างชัดเจนในรูปที่ 6.36 โดยค่า X_R/h จะลดลงเมื่อค่า l/h เพิ่มขึ้นในช่วง $l/h \leq 4.0$ และในช่วง $l/h > 4.0$ นั้น X_R/h จะมีค่าคงที่

จากผลดังกล่าวสามารถอธิบายได้ว่า ในช่วง $l/h \leq 4.0$ นั้นการเพิ่มค่า l/h จะทำให้ความดันที่ผนังบนผิวด้านบนของสิ่งกีดขวางลดลง ซึ่งมีผลให้แนววิถีของการแยกไหลจะถูกดูดไปทางผิวด้านบนของสิ่งกีดขวางด้วยมุมการแยกไหลที่ลดลง ทำให้เกิดบริเวณการหมุนวนที่มีขนาดเล็กกว่า และในช่วง $l/h > 4.0$ นั้น การไหลจะเกิดการแยกไหลที่มุมบนด้านหน้าของสิ่งกีดขวางและจะไหลมาบรรจบกันที่ผิวด้านบนของสิ่งกีดขวาง โดยบางส่วนของการไหลจะเปลี่ยนทิศทางการเคลื่อนที่เข้าไปในบริเวณการหมุนวนที่ผิวด้านบนของสิ่งกีดขวาง ในขณะที่การไหลส่วนที่เหลือจะเคลื่อนที่ไปยัง Downstream และภายหลังจากการไหลมาบรรจบกันที่ผิวด้านบนของสิ่งกีดขวาง ความยาวของบริเวณการหมุนวนที่ Downstream จะคงที่โดยไม่คำนึงถึงความยาวของสิ่งกีดขวาง

การกระจายตัวของ Wall static pressure ในการไหลผ่านสิ่งกีดขวางแสดงโดยสัมประสิทธิ์ความดัน (C_P) ซึ่งนิยามได้ดังต่อไปนี้

$$C_P = \left(P_w - P_c\right) / \frac{1}{2}\rho U_0^2 \tag{6.3}$$

เมื่อ P_w คือ ความดันที่ผนังด้านล่างของการไหล และ P_c คือ ความดันอ้างอิงที่ Upstream

ความสัมพันธ์ระหว่างค่า C_P และค่า l/h แสดงดังรูปที่ 6.32 ถึง 6.35 จากผลการคำนวณพบว่าค่า C_P จะมีลักษณะคล้ายคลึงกันในทุกกรณีที่บริเวณ Upstream โดยจะค่อย ๆ เพิ่มขึ้นและ

ลดลงอย่างรวดเร็วจนกระทั่งมีค่าเป็นลบที่มุมบนด้านหน้าของสิ่งกีดขวาง อันเนื่องมาจากรูปร่างของสิ่งกีดขวาง มีผลทำให้เกิดบริเวณการหมุนวนที่ Upstream ที่มีขนาดเท่ากัน เมื่อพิจารณาที่ผิวด้านบนของสิ่งกีดขวาง พบว่าค่า C_P จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วโดยการเพิ่มขึ้นของค่า C_P จะลดลงเมื่อค่า l/h เพิ่มขึ้น ผลในลักษณะนี้ทำให้แนวของการแยกไหลถูกดูดไปทางผิวด้านบนของสิ่งกีดขวาง จึงทำให้เกิดบริเวณการหมุนวนที่รวดเร็วกว่าในบริเวณนี้ และบริเวณหลังสิ่งกีดขวาง ค่า C_P จะเพิ่มขึ้นอย่างช้าๆ ไปจนถึงค่าศูนย์และคงที่ เพื่อที่การไหลจะกลับมาพัฒนาตัวเองอีกครั้งตามทิศทางการไหล จากผลลัพธ์ที่ได้นี้ พบว่า ในกรณีของ $l/h > 2.0$ การไหลจะพัฒนาตัวเองได้เร็วกว่าในกรณีของ $l/h < 2.0$

6.4 สรุปผล

สำหรับการจำลองการไหลผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยม พบว่าผลการคำนวณมีความสอดคล้องกับผลการทดลองเป็นอย่างดีในกรณีการไหลแบบราบเรียบ แต่มีความคลาดเคลื่อนอยู่บ้างในกรณีการไหลแบบปั่นป่วน อันเนื่องมาจากการใช้ Standard $k-\varepsilon$ model ซึ่งเป็นที่ทราบกันดีว่า Standard $k-\varepsilon$ model นั้นจะให้ผลการคำนวณที่ไม่ดีนักในบริเวณที่เกิดการแยกไหล อย่างไรก็ตาม ผลการคำนวณในกรณีนี้ยังคงมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันกับผลการทดลอง

สำหรับการคำนวณในส่วนที่สอง สามารถสรุปได้ว่า ค่า Reynolds number (Re), Blockage ratio (h/H) และอัตราส่วนความยาวต่อความสูงของสิ่งกีดขวาง (l/h) มีผลที่สำคัญต่อความยาวของบริเวณการหมุนวนและลักษณะเฉพาะของการไหล (Flow characteristics)

ผลสรุปดังกล่าวสามารถอธิบายได้ว่า ความสัมพันธ์ระหว่างค่า X_R/h และค่า Re_h สามารถจำแนกตามช่วงการไหลโดยแบ่งเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงการไหลแบบราบเรียบจะมีค่า X_R/h เพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอ ช่วง Transitional เป็นช่วงที่ค่า X_R/h ลดลงอย่างทันทีทันใด และช่วงการไหลแบบปั่นป่วนที่จะให้ค่า X_R/h ที่มีการเปลี่ยนแปลงไม่มากนัก

ผลของค่า h/H ต่อค่า X_R/h อาจอธิบายได้ว่า ในช่วงการไหลแบบราบเรียบ (ค่า Re_h ต่ำๆ) ค่า X_R/h จะลดลงก็ต่อเมื่อค่า h/H เพิ่มขึ้น แต่สำหรับในช่วงการไหลแบบปั่นป่วน (ค่า Re_h สูงๆ) ค่า X_R/h จะมีการเปลี่ยนแปลงไม่มากแม้ว่าค่า h/H จะยังเพิ่มขึ้น

ความสัมพันธ์ระหว่างค่า l/h และค่า X_R/h แสดงได้โดยค่า X_R/h จะลดลงเมื่อค่า l/h เพิ่มขึ้นในช่วง $l/h \le 4.0$ และในช่วง $l/h > 4.0$ นั้น X_R/h จะมีค่าคงที่

บทที่ 7

การวิเคราะห์เชิงตัวเลขสำหรับการไหลผ่านสิ่งกีดขวาง 2 แท่ง ที่วางเรียงกันในช่องทางไหล

7.1 บทนำ

โดยทั่วไป การติดตั้งสิ่งกีดขวางไว้ภายในช่องทางไหลหรือท่อนั้นมีจุดประสงค์เพื่อเพิ่มอัตราการถ่ายเทความร้อนและช่วยให้การผสมกันของการไหลดีขึ้น

ในงานวิจัยที่ผ่านมานั้น Berner et al. (1984) และ Founti et al. (1985) พบว่า เราไม่สามารถคาดเดาพฤติกรรมการไหลผ่านสิ่งกีดขวางที่วางเรียงกันอย่างต่อเนื่องได้ล่วงหน้า จากความรู้เกี่ยวกับการไหลผ่านสิ่งกีดขวางแท่งเดี่ยว ทั้งนี้ได้พบจากการทดลองว่า ตำแหน่งของสิ่งกีดขวางแต่ละอันในการไหลนั้นมีผลกระทบซึ่งกันและกันในการกำหนดการเปลี่ยนแปลงของสนามการไหลที่ Upstream และ Downstream ของสิ่งกีดขวาง

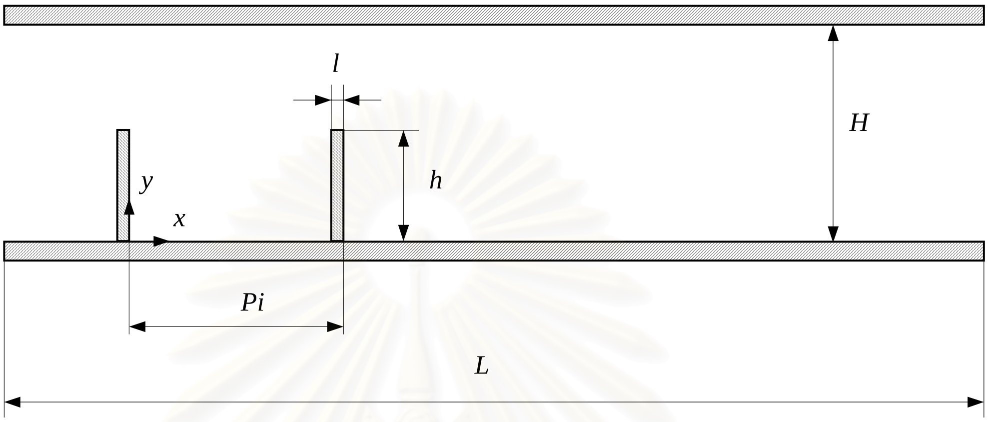
ผลการทดลองเกี่ยวกับการไหลผ่านสิ่งกีดขวางนี้มีข้อมูลอยู่มากพอสมควร ตัวอย่างเช่น Tropea and Gackstatter (1985) ซึ่งได้ทำการทดลองเกี่ยวกับการไหลผ่าน Fence และ Block ที่ติดตั้งภายในช่องทางไหล และได้รายงานผลเกี่ยวกับขนาดของบริเวณ Primary และ Secondary recirculation สำหรับการไหลในช่วง Reynolds number ตั้งแต่ 150 ถึง 4500 Martinuzzi and Havel (2000) ซึ่งทำการทดลองสำหรับการไหลผ่านลูกบาศก์สี่เหลี่ยมซึ่งวางเรียงกันตามยาว 2 อันภายใน Thin laminar boundary layer โดยทำการเปลี่ยนแปลงระยะห่างระหว่างลูกบาศก์ทั้งสอง และ Durst et al. (1988) ซึ่งทำการศึกษาผลของ Blockage ratio และ Reynolds number ต่อการไหลผ่านสิ่งกีดขวางขนาดเท่ากันที่วางอย่างต่อเนื่อง

เนื้อหาในบทนี้จะเป็นการศึกษาการไหลแบบราบเรียบและปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยม 2 แท่งในช่องทางไหลโดยการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบ Finite volume (การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมสามารถดูได้จากบทที่ผ่านมา) โดยจะนำผลการคำนวณที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Durst et al. (1988) เพื่อทดสอบประสิทธิภาพของระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสำหรับกรณีการไหลเช่นนี้ และจะทำการศึกษาเกี่ยวกับผลกระทบของการจัดวางและการเปลี่ยนแปลงขนาดของสิ่งกีดขวาง ที่มีต่อความยาวของบริเวณการหมุนวน (Reattachment length) และลักษณะการไหล

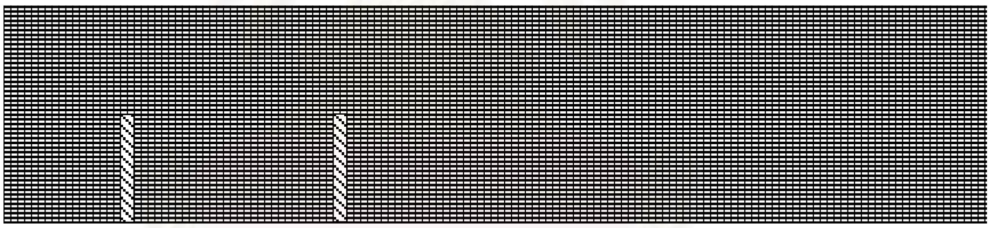
7.2 ลักษณะของปัญหา

ในงานวิจัยนี้จะแบ่งการคำนวณออกเป็น 2 ส่วนใหญ่ๆ คือ ส่วนที่หนึ่ง เป็นการศึกษาลักษณะของรูปร่างความเร็วและบริเวณหมุนวนสำหรับการไหลแบบราบเรียบและปั่นป่วน โดยจะ

ทำการเปรียบเทียบผลการคำนวณที่ได้กับผลการทดลองของ Durst et al. (1988) เพื่อเป็นการ Validate โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลลักษณะเช่นนี้ และส่วนที่สอง จะเป็นการศึกษาผลกระทบของ Geometric variables เช่นขนาดและการจัดวางตำแหน่งของสิ่งกีดขวาง ที่มีต่อลักษณะการไหลและบริเวณการหมุนวน โดยโดเมนของปัญหานี้แสดงดังรูปที่ 7.1



รูปที่ 7.1 โดเมนของปัญหาการไหลผ่านสิ่งกีดขวางในช่องทางไหล (Not to scale)

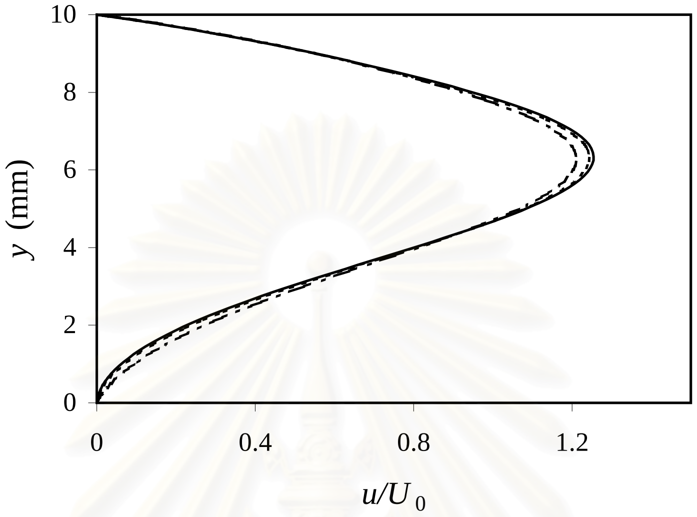


รูปที่ 7.2 รูปร่างของ Grid 152×52 ในการจำลองการไหลผ่านสิ่งกีดขวาง สำหรับ Re = 67 และ 617 (Not to scale)

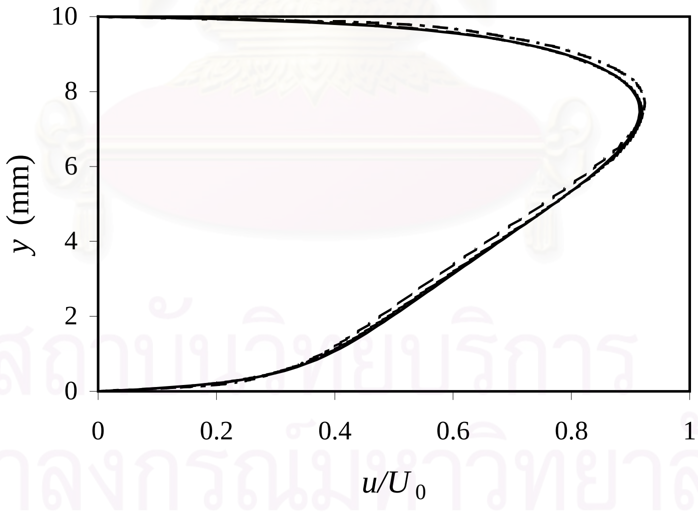
ในที่นี้จะสมมติว่าของไหลเป็นอากาศที่มีความหนาแน่น (ρ) เท่ากับ 1.2 kg/m^3 และมีความหนืดสัมบูรณ์ (μ) 1.85x10^{-5} N.s/m^2 โดยสำหรับการคำนวณในส่วนที่หนึ่ง สิ่งกีดขวางทั้งสองมีลักษณะเป็น Fence นั่นคือ มีลักษณะสูงและแคบ โดยมีความสูง (h) เท่ากับ 4.8 mm และความหนา (l) เท่ากับ 1.6 mm โดยวางสิ่งกีดขวางทั้งสองเป็นระยะห่างกัน (Pi) 50 mm ความสูงของช่องทางไหล (H) เท่ากับ 10 mm และความยาวของช่องทางไหล (L) มีความยาวเพียงพอที่จะทำให้ความเร็วที่ทางออกมีลักษณะที่พัฒนาเต็มที่ โดยรูปของกริดที่ใช้แสดงดังรูปที่ 7.2

สำหรับเงื่อนไขขอบในกรณีนี้ จะกำหนดให้ความเร็วที่ทางเข้าเป็นแบบพัฒนาเต็มที่ และ

หลังจากที่ทดสอบความเป็น Grid-independent ของการคำนวณกับจำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาด (รูปที่ 7.3 และรูปที่ 7.4) สำหรับการไหลที่มี Reynolds number ($Re_h = \rho uh/\mu$) เท่ากับ 67 และ 617 ตามลำดับแล้ว ก็จะเลือกจำนวนกริดขนาด 152×52 เพื่อใช้ในการคำนวณการไหลที่ Reynolds number ทั้งสองค่านี้



รูปที่ 7.3 การเปรียบเทียบ Velocity profile ของ Grid สามขนาด ที่ตำแหน่ง $x = 42$ mm สำหรับ Re = 67 (−·− 152×27 , ······ 152×52 , —— 152×102)



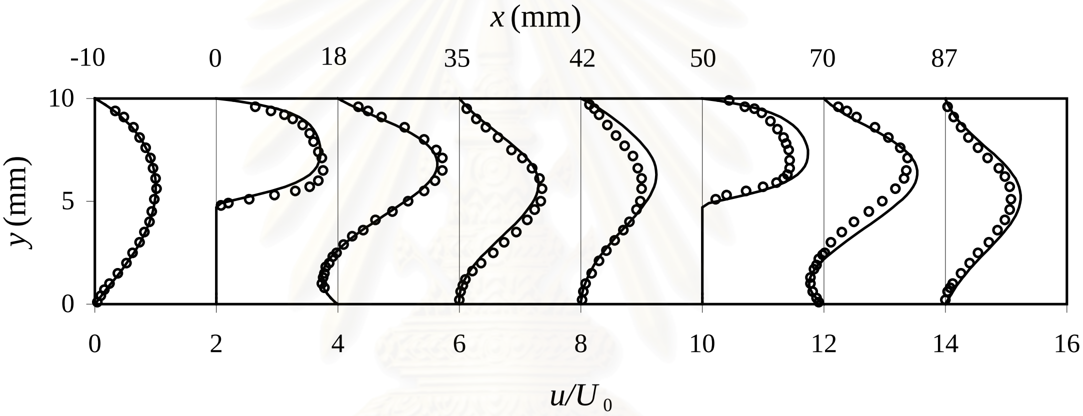
รูปที่ 7.4 การเปรียบเทียบ Velocity profile ของ Grid สามขนาด ที่ตำแหน่ง $x = 42$ mm สำหรับ Re = 617 (−·− 152×27 , ······ 152×52 , —— 152×102)

การคำนวณการไหลในส่วนที่หนึ่งจะแบ่งออกได้เป็น 2 กรณีย่อย คือ การไหลแบบราบเรียบและการไหลแบบปั่นป่วน โดยที่ค่า Re_h มีค่าเท่ากับ 67 และ 617 สำหรับการไหลแบบราบเรียบและแบบปั่นป่วนตามลำดับ

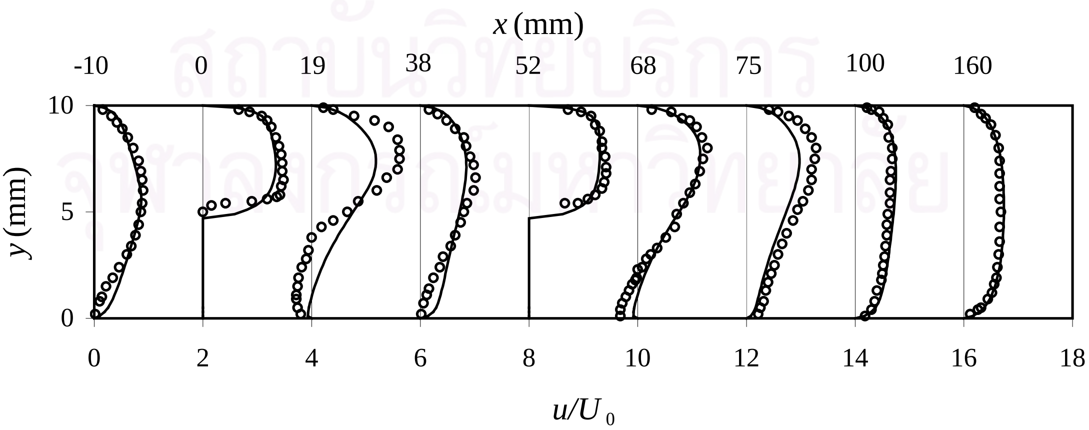
สำหรับในส่วนที่สอง สิ่งกีดขวางจะมีลักษณะเป็น Block นั่นคือ มีความหนาของสิ่งกีดขวางพอๆกันกับความสูง โดยมีขนาดความหนาและความสูงเท่ากัน คือ 4 mm ช่องทางไหลมีความสูง 30 mm และกำหนดให้ความเร็วที่ทางเข้าเป็นแบบสม่ำเสมอ (Uniform flow) ค่า Reynolds number สำหรับกรณีนี้ จะคำนวณจากความสูงของช่องทางไหลโดยที่ $\mathrm{Re}_H = \rho u H/\mu$ และ Re_H ในกรณีนี้มีค่าเท่ากับ 31910

7.3 ผลการจำลองการไหลและการวิเคราะห์

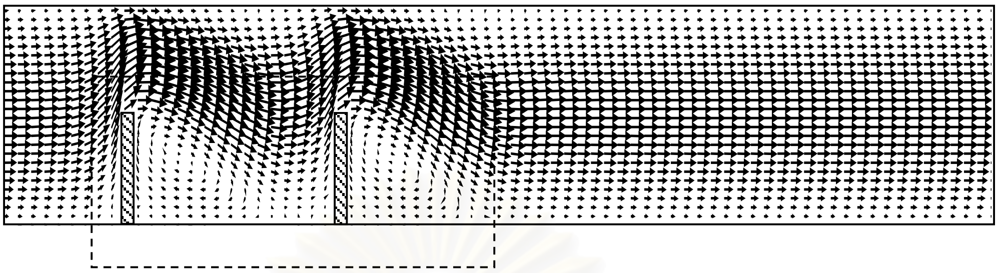
จากการเปรียบเทียบรูปร่างความเร็วระหว่างผลการคำนวณและผลการทดลอง สำหรับการไหลแบบราบเรียบและปั่นป่วน (รูปที่ 7.5 และ 7.6 ตามลำดับ) พบว่าผลการคำนวณมีความสอดคล้องกันดีพอสมควรกับผลการทดลองสำหรับการไหลแบบราบเรียบ แต่สำหรับกรณีของการไหล



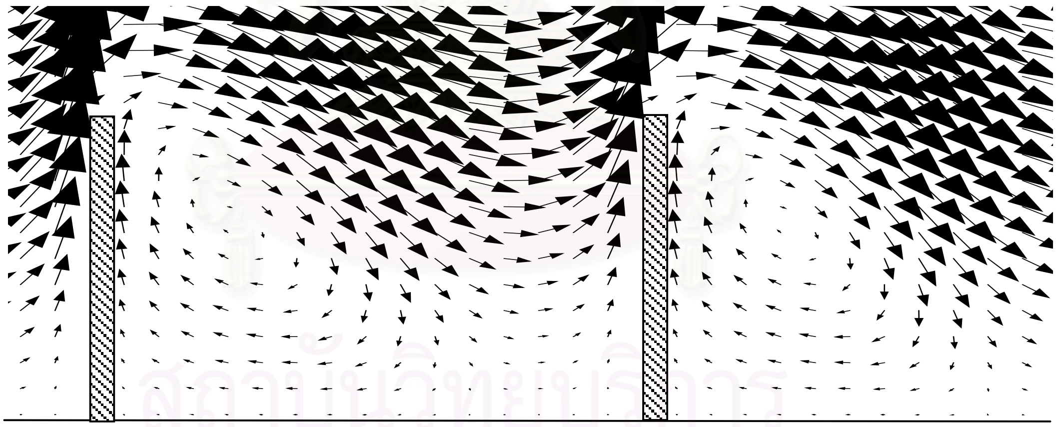
รูปที่ 7.5 ความเร็วในแนวแกน x ที่ได้จากผลการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลการทดลอง สำหรับ Re = 67 ที่ h/H = 0.48 (—— ผลการคำนวณ, ∘ ผลการทดลอง)



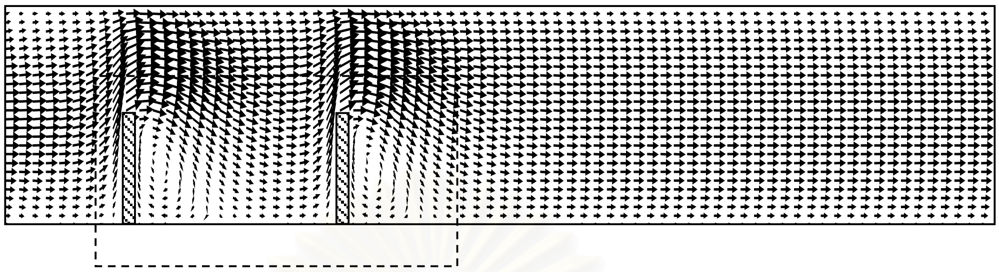
รูปที่ 7.6 ความเร็วในแนวแกน x ที่ได้จากผลการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลการทดลอง สำหรับ Re = 617 ที่ h/H = 0.48 (—— ผลการคำนวณ, ∘ ผลการทดลอง)



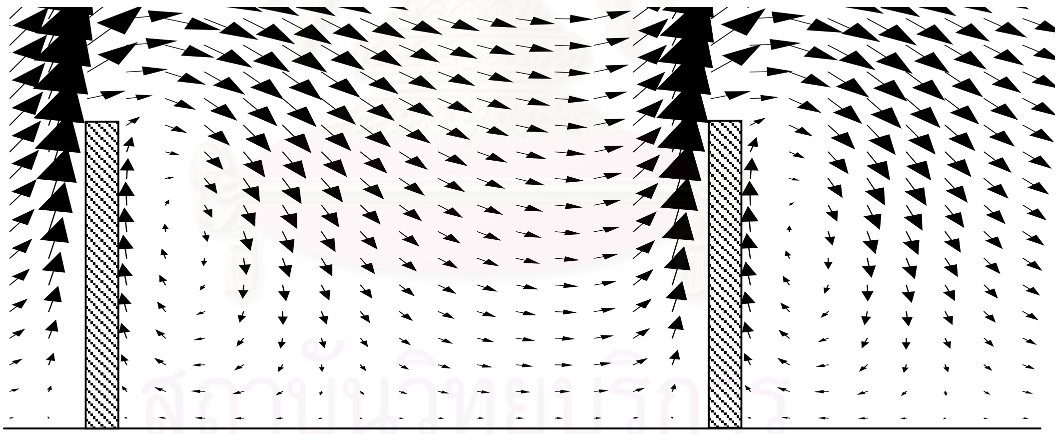
รูปที่ 7.7 เวคเตอร์ของความเร็ว สำหรับการไหลที่ Re = 67 (Not to scale)



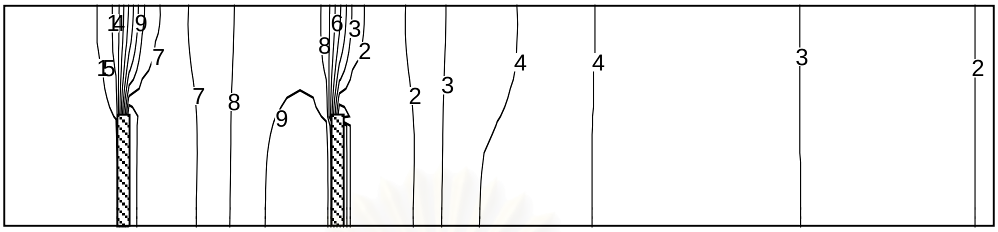
รูปที่ 7.8 รายละเอียดของรูปร่างความเร็วในช่วงบริเวณการหมุนวน
สำหรับ Re = 67 (Not to scale)



รูปที่ 7.9 เวคเตอร์ของความเร็ว สำหรับการไหลที่ Re = 617 (Not to scale)

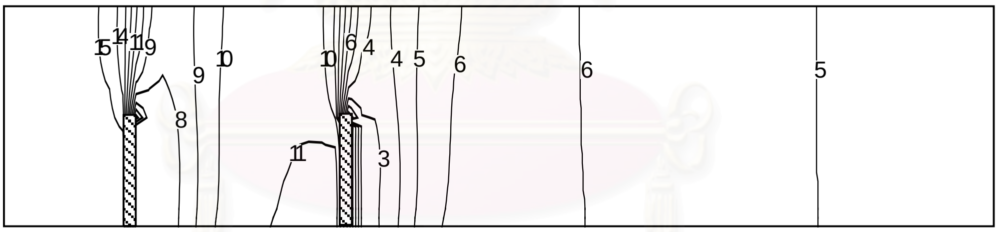


รูปที่ 7.10 รายละเอียดของรูปร่างความเร็วในช่วงบริเวณการหมุนวน
สำหรับ Re = 617 (Not to scale)



1 = -0.088875	5 = -0.004375	9 = 0.080125	13 = 0.164625
2 = -0.06775	6 = 0.01675	10 = 0.10125	14 = 0.18575
3 = -0.046625	7 = 0.037875	11 = 0.122375	15 = 0.206875
4 = -0.0255	8 = 0.059	12 = 0.1435	

รูปที่ 7.11 Contour ของความดัน (p) สำหรับ Re = 67 (Not to scale)



1 = -7.56125	5 = -2.96625	9 = 1.62875	13 = 6.22375
2 = -6.4125	6 = -1.8175	10 = 2.7775	14 = 7.3725
3 = -5.26375	7 = -0.66875	11 = 3.92625	15 = 8.52125
4 = -4.115	8 = 0.48	12 = 5.075	

รูปที่ 7.12 Contour ของความดัน (p) สำหรับ Re = 617 (Not to scale)

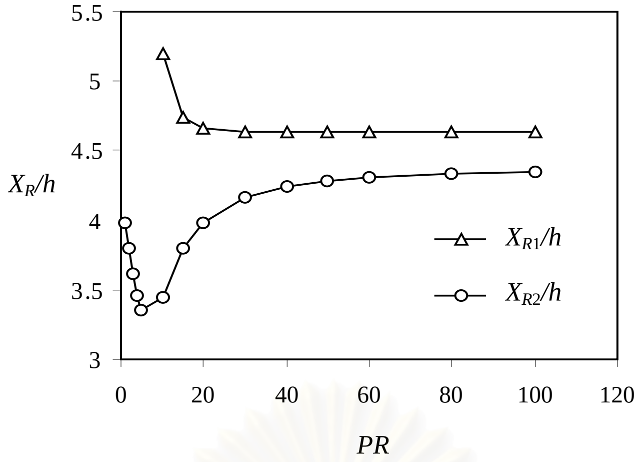
แบบปั่นป่วนนั้น จะเห็นว่าในบริเวณด้านหลังของสิ่งกีดขวางทั้งสอง การคำนวณกลับให้ผลที่คลาดเคลื่อนโดยเฉพาะในบริเวณระหว่างสิ่งกีดขวางทั้งสอง ทั้งนี้อาจเป็นไปได้ว่า ค่า Re_h ในการคำนวณนี้ ($Re_h = 617$) ยังไม่อยู่ในช่วงของ Fully turbulent ดังนั้นการคำนวณโดยใช้ Standard $k-\varepsilon$ model จึงให้ผลเป็นที่น่าพอใจในระดับหนึ่งเท่านั้น

จากรูปที่ 7.7 และ 7.9 แสดงรูปเวคเตอร์ความเร็วสำหรับการไหลสองแบบนี้ ซึ่งผลที่ได้ก็เป็นไปตามที่คาดหมายไว้ล่วงหน้า นั่นก็คือ บริเวณการหมุนวนของการไหลแบบปั่นป่วนควรจะต้องมีขนาดความยาวสั้นกว่าในกรณีของการไหลแบบราบเรียบ เนื่องจากการไหลจะมีความเร่งเพิ่มขึ้นเมื่อไหลผ่านช่องทางไหลที่อยู่เหนือสิ่งกีดขวาง และในการไหลแบบปั่นป่วนนั้นจะมีความปั่นป่วนของการไหลสูงทำให้สามารถแพร่กระจายโมเมนตัมไปสู่ผนังด้านล่างได้อย่างรวดเร็วมีผลทำให้เกิดบริเวณการหมุนวนที่สั้นกว่า โดยรายละเอียดของรูปร่างความเร็วในช่วงบริเวณการหมุนที่ Re = 67 และ 617 แสดงดังรูปที่ 7.8 และ 7.10 ตามลำดับ

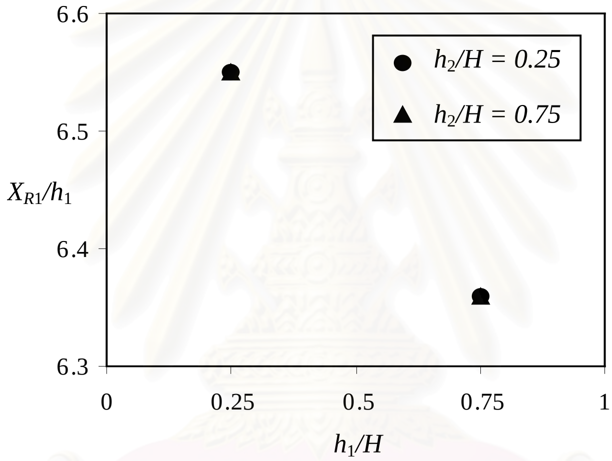
เมื่อพิจารณาความดันที่หน้าตัดใกล้กับด้านหลังของสิ่งกีดขวางทั้งสอง จะเห็นว่ามีค่าน้อยกว่าความดันที่หน้าตัดถัดไป (Adverse pressure gradient) ดังแสดงในรูปที่ 7.11 และ 7.12 ซึ่งจะเกิดการไหลย้อนกลับเกิดขึ้นในบริเวณนี้และที่บริเวณหลังการหมุนวนของสิ่งกีดขวางแท่งที่ 2 นี้ความดันจะค่อยๆ ลดลงซึ่งทำให้การไหลนี้จะเริ่มพัฒนาตัวเองอีกครั้ง

สำหรับผลของการคำนวณในส่วนที่สองที่ $Re_H = 31910$ ได้ทำการพลอตกราฟระหว่างค่าความยาวของบริเวณการหมุนวนด้านหลังสิ่งกีดขวางแท่งที่ 1 และแท่งที่ 2 (X_{R1}, X_{R2}) กับค่า Pitch ratio ($PR = Pi/H$) ดังรูปที่ 7.13 พบว่า ค่า X_{R2} จะลดลงเมื่อค่า PR เพิ่มขึ้นในช่วง $PR < 5$, ซึ่งค่า X_{R2} จะค่อยๆเพิ่มขึ้นอีกครั้งในช่วง $5 \leq PR \leq 80$ และในช่วง $PR > 80$ นั้น X_{R2} จะมีค่าคงที่ จากพฤติกรรมดังกล่าวสามารถสรุปได้ว่าการเปลี่ยนแปลงของค่า PR มีอิทธิพลที่สำคัญต่อสนามการไหลระหว่างสิ่งกีดขวางทั้งสอง และจากรูปนี้จะเห็นว่าค่า X_{R1} ไม่ขึ้นกับค่า PR นัก ทั้งนี้เพราะว่าสนามการไหลที่ Upstream ของสิ่งกีดขวางแท่งแรกนั้นได้รับผลกระทบไม่มากนักจากการเปลี่ยนแปลงค่า PR

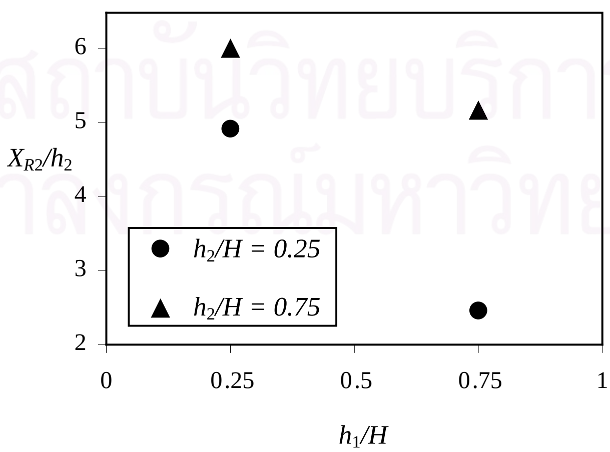
ในทางกายภาพของการไหลนั้น สำหรับค่า $PR < 5$ จะเกิดการลดลงของความดันที่ผนังบนผิวด้านบนของสิ่งกีดขวางเมื่อค่า PR เพิ่มขึ้น ดังแสดงในผลการทดลองของ Liou et al. (1988) ซึ่งมีผลให้ Shear layer เกิดการแยกตัวที่มุมด้านหน้าของสิ่งกีดขวางแท่งที่ 1 ไปในทางผิวด้านบนของสิ่งกีดขวางด้วยมุมการแยกไหลที่ลดลง ซึ่งทำให้เกิดบริเวณการหมุนวนที่ Downstream ของสิ่งกีดขวางแท่งที่ 2 ที่รวดเร็วกว่าและมีผลทำให้ค่า X_{R2} ลดลง และสำหรับ $5 \leq PR \leq 80$ นั้น อิทธิพลของการไหลในบริเวณการหมุนวนข้างหลังสิ่งกีดขวางแท่งที่ 1 ต่อสิ่งกีดขวางแท่งที่ 2 จะค่อยๆ ลดลง เมื่อเพิ่มค่าของ PR และการไหลเริ่มที่จะพัฒนาตัวเองอีกครั้งจากตำแหน่ง $X = X_{R1}$ ซึ่งการไหลนี้ต้องการระยะทางที่เพิ่มขึ้นในการพัฒนาตัวเอง ดังนั้นค่า X_{R2} มีแนวโน้มที่จะเพิ่มขึ้นและเข้าใกล้ค่า X_{R1} อย่างไรก็ตาม จากรูปที่ 7.13 แสดงให้เห็นว่าค่า X_{R2} จะเริ่มคงที่เมื่อ $PR > 80$ และค่านี้



รูปที่ 7.13 ความยาวของบริเวณการหมุนวนด้านหลังสิ่งกีดขวางแท่งที่ 1 และ 2 ที่ค่า Pitch Ratio (*PR*) ต่างๆกัน



รูปที่ 7.14 ความยาวของบริเวณการหมุนวนด้านหลังสิ่งกีดขวางแท่งที่หนึ่ง (X_{R1}) ที่ความสูงของสิ่งกีดขวางต่างๆกัน



รูปที่ 7.15 ความยาวของบริเวณการหมุนวนด้านหลังสิ่งกีดขวางแท่งที่สอง (X_{R2}) ที่ความสูงของสิ่งกีดขวางต่างๆกัน

จะมีขนาดเล็กกว่าค่า X_{R1} ทั้งนี้เนื่องมาจากความแตกต่างกันของรูปร่างความเร็วที่ Upstream ของสิ่งกีดขวางแต่ละอัน โดยที่ Upstream ของสิ่งกีดขวางแท่งที่ 1 รูปร่างความเร็วจะเป็น Uniform flow ส่วนในสิ่งกีดขวางแท่งที่ 2 นั้นรูปร่างความเร็วจะมีลักษณะที่ซับซ้อนที่จุด Redeveloping point ซึ่งเป็นจุดที่อยู่ข้างหลังความยาวของบริเวณการหมุนวนของสิ่งกีดขวางแท่งแรก

รูปที่ 7.14 และ 7.15 แสดงความยาวของบริเวณการหมุนวนหลังสิ่งกีดขวางแท่งที่ 1 และ 2 ในรูปตัวแปรไร้มิติ (X_{R1}/h_1 , X_{R2}/h_2) เมื่อทำการเปลี่ยนแปลงความสูงของสิ่งกีดขวางแท่งที่ 1 และ 2 (h_1/H และ h_2/H) ซึ่งพบว่า จากรูปที่ 7.14 ความยาวของบริเวณการหมุนวนหลังสิ่งกีดขวางอันแรกในกรณีของการจัดวางสิ่งกีดขวางแบบต่ำ-ต่ำ (h_1/H = 0.25 และ h_2/H = 0.25) และกรณีการจัดวางแบบต่ำ-สูง (h_1/H = 0.25 และ h_2/H = 0.75) นั้นมีขนาดความยาวเท่ากัน ซึ่งผลที่ได้นี้ก็เป็นเช่นเดียวกันกับกรณีของการจัดวางแบบสูง-ต่ำ (h_1/H = 0.75 และ h_2/H = 0.25) และการจัดวางแบบสูง-สูง (h_1/H = 0.75 และ h_2/H = 0.75) ซึ่งก็หมายความว่า ในกรณีที่ทดสอบนี้ ขนาดของสิ่งกีดขวางแท่งที่สองมีผลกระทบค่อนข้างน้อยต่อความยาวของบริเวณการหมุนวนหลังสิ่งกีดขวางแท่งแรก

อย่างไรก็ตาม จากรูปที่ 7.15 จะเห็นได้ว่าค่า X_{R2}/h_2 จะมีขนาดต่างกันอย่างเห็นได้ชัดเมื่อทำการเปลี่ยนลักษณะการจัดวางสิ่งกีดขวาง ทั้งนี้ก็เนื่องมาจากความแตกต่างกันของรูปร่างความเร็วที่ Upstream ของสิ่งกีดขวางแท่งที่ 2 นั่นเอง โดยพบว่าสำหรับสิ่งกีดขวางแท่งแรกที่ต่ำกว่า จะมีขนาดบริเวณการหมุนวนหลังสิ่งกีดขวางแท่งที่สองที่ยาวกว่า ซึ่งสามารถสรุปได้ว่าขนาดของสิ่งกีดขวางแท่งแรกมีผลกระทบเป็นอย่างมากต่อลักษณะการไหลในบริเวณของสิ่งกีดขวางแท่งที่สอง

7.4 สรุปผล

การจำลองการไหลผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยมแบบ Fence 2 แท่งนั้นให้ผลที่สอดคล้องกับการทดลองเป็นอย่างดีในกรณีการไหลแบบราบเรียบ แต่ในกรณีการไหลแบบปั่นป่วนที่ Re_h = 617 การใช้ Standard $k-\varepsilon$ model ในการคำนวณอาจจะไม่ให้ผลที่แม่นยำนัก ทั้งนี้เพราะการไหลนี้ยังไม่เป็นการไหลแบบปั่นป่วนเต็มที่

สำหรับการคำนวณในส่วนที่สอง สามารถสรุปได้ว่า ในช่วงระยะของการจัดวางสิ่งกีดขวางขนาดต่างๆในที่นี้นั้น ขนาดของสิ่งกีดขวางแท่งที่สองมีผลกระทบน้อยต่อการไหลในบริเวณของสิ่งกีดขวางแท่งที่หนึ่ง ในทางตรงกันข้าม ขนาดของสิ่งกีดขวางแท่งแรกมีผลกระทบค่อนข้างมากต่อขนาดบริเวณการหมุนวนหลังสิ่งกีดขวางแท่งที่สอง

บทที่ 8

สรุปผลงานวิจัยและข้อเสนอแนะ

8.1 สรุปผลงานวิจัย

งานวิจัยนี้จะเป็นการศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยม 1 แท่ง และ 2 แท่งในช่องทางไหลโดยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม ร่วมกับแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\varepsilon$ model ในการศึกษาจะทำการประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ตามขั้นตอนต่างๆในระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมโดยจะใช้ Hybrid differencing scheme ในการประมาณค่า ϕ ที่บริเวณผิวของปริมาตรควบคุม และตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมกับการไหลแบบง่ายที่มีผลเฉลยแม่นตรงหรือผลการทดลอง โดยกรณีทดสอบนี้สามารถแบ่งเป็นประเภทใหญ่ๆได้ 2 ประเภท คือ กรณีการไหลแบบราบเรียบ และกรณีการไหลแบบปั่นป่วน ซึ่งได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 5 จากผลการตรวจสอบพบว่า ผลการคำนวณของความเร็วมีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลองที่หน้าตัดต่างๆ ตลอดทั้งช่วงการไหลในการไหลแบบราบเรียบและปั่นป่วน ซึ่งแสดงว่าโปรแกรมคอมพิวเตอร์นั้นมีความถูกต้องเป็นที่น่าพอใจและ Standard $k-\varepsilon$ model นี้สามารถใช้ทำนายการไหลแบบปั่นป่วนได้อย่างมีประสิทธิภาพที่ค่า Reynolds number สูง

ผลสรุปในการไหลผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยม 1 แท่ง พบว่า ผลการคำนวณมีความสอดคล้องกับผลการทดลองเป็นอย่างดีในกรณีการไหลแบบราบเรียบ แต่มีความคลาดเคลื่อนอยู่บ้างในกรณีการไหลแบบปั่นป่วน อันเนื่องมาจากการใช้ Standard $k-\varepsilon$ model ซึ่งเป็นที่ทราบกันดีว่า Standard $k-\varepsilon$ model นั้นจะให้ผลการคำนวณที่ไม่ดีนักในบริเวณที่เกิดการแยกไหล อย่างไรก็ตาม ผลการคำนวณในกรณีนี้ยังคงมีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกันกับผลการทดลอง

ผลสรุปในการไหลนี้ยังพบอีกว่าค่า Reynolds number (*Re*), Blockage ratio (*h/H*) และอัตราส่วนความยาวต่อความสูงของสิ่งกีดขวาง (*l/h*) มีผลที่สำคัญต่อความยาวของบริเวณการหมุนวนและลักษณะเฉพาะของการไหล (Flow characteristics)

ผลดังกล่าวสามารถอธิบายได้ว่า ความสัมพันธ์ระหว่างค่า X_R/h และค่า Re_h สามารถจำแนกตามช่วงการไหลโดยแบ่งเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงการไหลแบบราบเรียบจะมีค่า X_R/h เพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอ ช่วง Transitional เป็นช่วงที่ค่า X_R/h ลดลงอย่างทันทีทันใด และช่วงการไหลแบบปั่นป่วนจะให้ค่า X_R/h ที่มีการเปลี่ยนแปลงไม่มากนัก

ผลของค่า h/H ต่อค่า X_R/h อาจอธิบายได้ว่า ในช่วงการไหลแบบราบเรียบ (ค่า Re_h ต่ำๆ) ค่า X_R/h จะลดลงก็ต่อเมื่อค่า h/H เพิ่มขึ้น แต่สำหรับในช่วงการไหลแบบปั่นป่วน (ค่า Re_h สูงๆ) ค่า X_R/h จะมีการเปลี่ยนแปลงไม่มากแม้ว่าค่า h/H จะยังเพิ่มขึ้น

ความสัมพันธ์ระหว่างค่า *l/h* และค่า X_R/h แสดงได้โดยค่า X_R/h จะลดลงเมื่อค่า *l/h* เพิ่มขึ้นในช่วง $l/h \leq 4.0$ และในช่วง $l/h > 4.0$ นั้น X_R/h จะมีค่าค่อนข้างคงที่

สำหรับในกรณีการไหลผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยม 2 แท่ง สามารถสรุปได้ว่า ผลการคำนวณสอดคล้องกับการทดลองเป็นอย่างดีในกรณีการไหลแบบราบเรียบ แต่ในกรณีการไหลแบบปั่นป่วนที่ Re_h = 617 การใช้ Standard $k-\varepsilon$ model ในการคำนวณอาจจะไม่ให้ผลที่แม่นยำนัก ทั้งนี้เพราะการไหลนี้ยังไม่เป็นการไหลแบบปั่นป่วนเต็มที่

เมื่อพิจารณาการจัดวางตำแหน่งของสิ่งกีดขวางทั้งสองจะพบว่าการเปลี่ยนแปลงของค่า *PR* มีอิทธิพลที่สำคัญต่อสนามการไหลระหว่างสิ่งกีดขวางทั้งสอง อย่างไรก็ตามจะเห็นว่าค่า X_{R1} ไม่ขึ้นกับค่า *PR* นัก ทั้งนี้เพราะว่าสนามการไหลที่ Upstream ของสิ่งกีดขวางแท่งแรกนั้นได้รับผลกระทบไม่มากนักจากการเปลี่ยนแปลงค่า *PR*

ในการจัดวางสิ่งกีดขวางขนาดต่างๆนั้นสามารถสรุปได้ว่า ขนาดของสิ่งกีดขวางแท่งที่สองมีผลกระทบน้อยต่อการไหลในบริเวณของสิ่งกีดขวางแท่งที่หนึ่ง ในทางตรงกันข้าม ขนาดของสิ่งกีดขวางแท่งแรกมีผลกระทบค่อนข้างมากต่อขนาดบริเวณการหมุนวนหลังสิ่งกีดขวางแท่งที่สอง

จากผลสรุปที่กล่าวมานั้น แสดงให้เห็นว่า การทำนายการไหลแบบปั่นป่วนที่เกิดขึ้นนั้นมีลักษณะใกล้เคียงกับปรากฏการณ์จริง ผลที่ได้จากงานวิจัยสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในกระบวนการออกแบบและโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้สามารถนำไปพัฒนาและปรับปรุง เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลในระดับสูงขึ้นต่อไปได้

8.2 ข้อเสนอแนะในการศึกษาวิจัยต่อไป

1. ควรทำการศึกษาแบบจำลองความปั่นป่วนอื่น ๆ เช่น Algebraic reynolds stress model และ Reynolds stress model ในการทำนายการไหลแบบปั่นป่วน

2. ควรมีการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการทำนายการไหลซึ่งเป็นการไหลแบบ 3 มิติ หรือ ปัญหาการไหลที่มีความซับซ้อนมากขึ้น เช่น ปัญหาการไหลที่สภาวะไม่คงตัว (Unsteady state)

3. ควรเพิ่ม Numerical Scheme ที่มี 2nd-order accuracy เช่น QUICK หรือ TVD scheme ในการดิสครีไทซ์ (Discretization) เทอมของการพาเพื่อทำให้การคำนวณมีความเที่ยงตรงมากยิ่งขึ้น

4. เพิ่มการคำนวณในส่วนของการถ่ายเทความร้อนเพื่อจะได้ประยุกต์โปรแกรมให้สามารถแก้ปัญหาทางวิศวกรรมที่มีความร้อนมาเกี่ยวข้องได้

5. พัฒนาโปรแกรมให้สามารถใช้ได้กับรูปทรงที่มีลักษณะที่ซับซ้อน โดยเลือกใช้พิกัดที่เหมาะสมกับโดเมนดังกล่าว เช่น พิกัดแบบกระชับขอบเขต (Body-fitted coordinates) เป็นต้น

รายการอ้างอิง

1. ปราโมทย์ เดชะอำไพ, <u>ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม.</u> พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.
2. ปราโมทย์ เดชะอำไพ, <u>ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อการคำนวณพลศาสตร์ของไหล</u> พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.
3. Acharya, S., Dutta, S., Myrum, T.A., and Baker, R.S., Turbulent Flow Past a Surface-Mounted Two-Dimensional Rib. <u>Journal of Fluids Engineering</u> 116 (1994) : 238-246.
4. Adams, E.W., and Eaton, J.K., An LDA Study of the Backward-Facing Step Flow, Including the Effects of Velocity Bias. <u>Journal of Fluids Engineering</u> 110 (1988) : 275-282.
5. Armaly, B.F., Durst, J., Pereira, J.C.F., and Schonung, B., Experimental and Theoretical Investigation of Backward-Facing Step Flow. <u>Journal of Fluid Mechanics</u> 127 (1983) : 473-496.
6. Baker, C.J., The Turbulent Horseshoe Vortex. <u>Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics</u> 6 (1980) : 9-23.
7. Bergeles, G., and Antoniou, J., Development of the Reattached Flow Behind Surface-Mounted Two-Dimensional Prisms. <u>Journal of Fluids Engineering</u> 110 (1988) : 127-133.
8. Bergeles, G., and Athanassiadis, N., The Flow Past a Surface–Mounted Obstacle. <u>Journal of Fluids Engineering</u> 105 (1983) : 461-463.
9. Berner, C., Durst, F., and McEligor, D.M., Flow Around Baffles. <u>ASME Journal of Heat Transfer</u> 106 (1984) : 743

10. Blair, M.F., Heat Transfer in the Vicinity of a Large-Scale Obstruction in a Turbulent Boundary Layer. AIAA-84-1723 (1984)

11. Carvalho, M.G., Durst, F., and Pereira, J.C.F., Predictions and Measurements of Laminar Flow Over Two-Dimensional Obstacles. Applied Mathematical Modelling 11 (1987) : 23-34.

12. Castro, I.P., Relaxing Wakes Behind Surfaces-Mounted Obstacles in Rough Wall Boundary Layers. Journal of Fluid Mechanics 93 (1979) : 631

13. Courant, R., Isaacson, E., and Rees, M., On the Solution of Non-Linear Hyperbolic Differential Equations by Finite Differences. Communications on Pure and Applied Mathematics 5 (1952) : 243-255.

14. Djilali, N., and Gartshore, I.S., Turbulent Flow Around a Bluff Rectangular Plate. Part I: Experimental Investigation. Journal of Fluids Engineering 113 (1991) : 51-59.

15. Durst, F., and Rastogi, A.K., Turbulent Flow Over Two-Dimensional Fences. Turbulent Shear Flow 2 (1979) : 218-232.

16. Durst, F., and Tropea, C., Flows Over Two-Dimensional Backward-Facing Steps. Structure of Complex Turbulent Flows IUTAM Symposium (1982)

17. Durst, F., Founti, M., and Obi, S., Experimental and Computational Investigation of the Two-Dimensional Channel Flow Over Two Fences in Tandem. Journal of Fluids Engineering 110 (1988) : 48-54.

18. Eckerle, W.A., and Langston, L.S., Horseshoe Vortex Formation Around a Cylinder. Journal of Turbomachinery 109 (1987) : 278-284.

19. Founti, M., Vafidis, C., and Whitelaw, J.H., Shell-side Distribution and the Influence of Inlet Conditions in a Model of a Disc-and-Doughnut Heat Exchanger. Experiments in Fluids 3 (1985) : 293-300.

20. Fox, R.W., and McDonald, A.T., Introduction to Fluid Mechanics. Fourth Edition. John Wiley & Sons : New York, 1994.

21. Harlow, F.H. and Nakayama, P.I., Transport of Turbulence Energy Decay Rate. Report LA-3854, Los Alamos Science Lab., University of California, 1968.

22. Hong, Y.J., Hsieh, S.S., and Shih, H.J., Numerical Computation of Laminar Separation and Reattachment of Flow Over Surface Mounted Ribs. Journal of Fluids Engineering 113 (1991) : 190-198.

23. Hunt, J.C.R., Abell, C.J., Peterka, J.A., and Woo, H., Kinematic Studies of the Flows Around Free or Surface-Mounted Obstacles; Applying Topology to Flow Visualization. Journal of Fluid Mechanics 86 (1978) : 179-200.

24. Kolmogorov, A.N., Equations of Turbulent Motion of an Incompressible Fluid. Izvestia Academy of Sciences, USSR; Physics 6 (1942) : 56-58.

25. Lai, K.Y.M., and Makomaski, A.H., Three-Dimensional Flow Pattern Upstream of a Surface-Mounted Rectangular Obstruction. Journal of Fluids Engineering 111 (1989) : 449-456.

26. Launder, B.E., and Spalding, D.B., The Numerical Computation of Turbulent Flows. Computational Methods for Applied Mechanical Engineering 3 (1974) : 269-289.

27. Launder, B.E., Reece, G.J., and Rodi, W., Progress in the Development of a Reynolds Stress Turbulence Closure. Journal of Fluid Mechanics 68 (1975) : 537-566.

28. Liou, T.M, and Kao, C.F., Symmetric and Asymmetric Turbulent Flows in a Rectangular duct with a Pair of Ribs. Journal of Fluids Engineering 110 (1988) : 373-379.

29. Martinuzzi, R., and Havel, B., Turbulent Flow Around Two Interfering Surface-Mounted Cubic Obstacles in Tandem Arrangement. Journal of Fluids Engineering 122 (2000) : 24-31.

30. Martinuzzi, R., and Tropea, C., The Flow Around Surface-Mounted, Prismatic Obstacles Placed in a Fully Developed Channel Flow. Journal of Fluids Engineering 115 (1993) : 85-91.

31. Patankar, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere Publishing Corporation : Minnesota, 1980.

32. Patankar, S.V., and Spalding, D.B., A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows. International Journal of Heat and Mass Transfer 15 (1972) : 17-87.

33. Putivisutisak, S., A Computer Programme for Solving General Engineering Flows. Report no. 165-Mechanical-2543. Bangkok : Mech Eng Dept. Chulalongkorn University, 2002.

34. Rodi,W.A., A New Algebraic Relations for Calculating the Reynolds Stresses. Zeitschrift Fur Angewandte Mathematik und Mechanik 56 (1976) : 219-221.

35. Rotta, J.C., Uber eine Methode zur Berechnung turbulenter scherstromungen. Report 69 A14, Aerodynamische Versuchanstalt Gottingen, 1968.

36. Saffman, P.G., A Model for Inhomogeneous Turbulent Flow. Proc. Roy. Soc., London A317 (1970) : 417-433.

37. Sakamoto, H., and Hanui, H., Effect of Free-Stream Turbulence on Characteristics of Fluctuating Forces Acting on Two Square Prisms in Tandem Arrangement. Journal of Fluids Engineering 110 (1988) : 140-146.

38. Schofield, W.H., and Logan, E., Turbulent Shear Flow Over Surface Mounted Obstacles. Journal of Fluids Engineering 112 (1990) : 376-385.

39. Sloan, D.G., Smith, P.G., and Smoot, L.D., Modelling of Swirl in Turbulent Flow System. Progress in Energy Combustion Science 12 (1986) : 163-250.

40. Spalding, D.B., A Novel Finite-Difference Formulation for Differential Expressions Involving Both First and Second Derivatives. International Journal for Numerical Methods in Engineering 4 (1972a) : 551-559.

41. Spalding, D.B., The k~W model of turbulence. Report TM/TN/A/16, Imperial College, Mechanical Engineering Department, 1972b.

42. Speziale, C.G., On Non-Linear $k-l$ and $k-\varepsilon$ Models of Turbulence. Journal of Fluid Mechanics 178 (1987) : 459-475.

43. Speziale, C. G., Abid, R. and Anderson, E.C., A Critical Evaluation of Two-Equation Models for Near Wall Turbulence. AIAA-90-1481 (1990)

44. Tropea, C.D., and Gackstatter, R., The Flow Over Two Dimensional Surface-Mounted Obstacles at Low Reynolds Numbers. Journal of Fluids Engineering 107 (1985) : 489-494.

45. Versteeg, H.K., and Malalasekera, W., An Introduction to Computation Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. Longman Scientific & Technical : London, 1995.

46. Wilcox, C.D., Turbulence Modelling for CFD. DCW Industries Inc : California, 1993.

47. Zhang, J., Nieh, S. and Zhou, L., A New Version of Algebraic Stress Model for Simulating Strongly Swirling Turbulent Flows. Journal of Numerical Heat Transfer 22 (1992) : 49-62.

ภาคผนวก

การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 16
14-16 ตุลาคม 2545 จังหวัดภูเก็ต

การวิเคราะห์เชิงตัวเลขสำหรับการไหลผ่านสิ่งกีดขวาง 2 แท่งที่วางเรียงกันในช่องทางไหล

Numerical Analysis of Channel Flow over Two Blocks in Tandem Arrangement

เกรียงไกร ปัญญารัตนะ และ สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท เขตปทุมวัน กรุงเทพฯ 10330
โทร 0-2218-6637 โทรสาร 0-2252-2889 E-mail: fmespt@eng.chula.ac.th

Kriangkrai PANYARATTANA and Sompong PUTIVISUTISAK
Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering,
Chulalongkorn University, Pathumwan, Bangkok 10330 Thailand
Tel: 0-2218-6637 Fax: 0-2252-2889 E-mail: fmespt@eng.chula.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้นำเสนอการวิเคราะห์การไหลแบบ 2 มิติผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยม 2 แท่งในช่องทางไหลโดยวิธีไฟไนต์วอลุม ผลกระทบจากการไหลแบบปั่นป่วนถูกคำนวณโดยใช้ Standard k-ε model ในบทความนี้ได้ทำการศึกษาผลกระทบต่อขนาดของบริเวณการหมุนวนข้างหลังสิ่งกีดขวางทั้งที่ Upstream และ Downstream ซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรหลัก เช่น Reynolds number และ Pitch ratio ในการวิเคราะห์นี้สิ่งกีดขวางได้ถูกจัดวางในรูปแบบต่างๆ ตัวอย่างเช่น สูง-สูง,ต่ำ-สูง, สูง-ต่ำ และต่ำ-ต่ำ ซึ่งจากผลลัพธ์ที่ได้ พบว่าการเปลี่ยนแปลงตัวแปรหลัก และการจัดวางสิ่งกีดขวางแบบต่างๆนี้มีผลต่อรูปร่างความเร็วของการไหลที่เปลี่ยนไป

Abstract

The present work numerically investigates the characteristics of two-dimensional flow over two rectangular blocks in a channel. Numerical analysis is performed using a finite volume method and the turbulence effects are modeled via the standard k-ε model. The effects of primary parameters such as Reynolds number and pitch ratio on the recirculation zones behind both upstream and downstream blocks are studied. Several block arrangements are set up in the problem, i.e. tall-tall, short-tall, tall-short and short-short. The results show that the flow patterns are significantly influenced by the primary parameters and the block arrangements.

1. บทนำ

โดยทั่วไป การติดตั้งสิ่งกีดขวางไว้ภายในช่องทางไหลหรือท่อนั้นมีจุดประสงค์เพื่อเพิ่มอัตราการถ่ายเทความร้อนและช่วยให้การผสมกันของการไหลดีขึ้น โดยการไหลในลักษณะนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานทางด้านวิศวกรรมอย่างมากมาย ตัวอย่างเช่น อุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน การระบายความร้อนของครีบ การถ่ายเทความร้อนในเตาปฏิกรณ์นิวเคลียร์ การระบายความร้อนของชิพบนบอร์ดวงจรในอุตสาหกรรมอิเล็กทรอนิกส์ และการถ่ายเทความร้อนภายในของใบพัดในเครื่องยนต์กังหันก๊าซ เป็นต้น

ในงานวิจัยที่ผ่านมานั้น Berner et al.[1] และ Founti et al. [2] พบว่า เราไม่สามารถคาดเดาพฤติกรรมการไหลผ่านสิ่งกีดขวางที่วางเรียงกันอย่างต่อเนื่องได้ล่วงหน้า จากความรู้เกี่ยวกับการไหลผ่านสิ่งกีดขวางแท่งเดี่ยว ทั้งนี้ได้พบจากการทดลองว่า ตำแหน่งของสิ่งกีดขวางแต่ละอันในการไหลนั้นมีผลกระทบซึ่งกันและกันในการกำหนดการเปลี่ยนแปลงของสนามการไหลที่ Upstream และ Downstream ของสิ่งกีดขวาง

ผลการทดลองเกี่ยวกับการไหลผ่านสิ่งกีดขวางนี้มีข้อมูลอยู่มากพอสมควร ตัวอย่างเช่น Tropea and Gackstatter [3] ซึ่งได้ทำการทดลองเกี่ยวกับการไหลผ่าน Fence และ Block ที่ติดตั้งภายในช่องทางไหล และได้รายงานผลเกี่ยวกับขนาดของบริเวณ Primary และ Secondary recirculation สำหรับการไหลในช่วง Reynolds number ตั้งแต่ 150 ถึง 4500 Martinuzzi and Havel [4] ซึ่งทำการทดลองสำหรับการไหลผ่านลูกบาศก์สี่เหลี่ยมซึ่งวางเรียงกันตามยาว 2 อันภายใน Thin laminar boundary layer โดยทำการเปลี่ยนแปลงระยะห่างระหว่างลูกบาศก์ทั้งสอง และ Durst et al. [5] ซึ่งทำการศึกษาผลของ Blockage ratio และ Reynolds number ต่อการไหลผ่านสิ่งกีดขวางขนาดเท่ากันที่วางอย่างต่อเนื่อง

เนื้อหาในบทความนี้จะเป็นการศึกษาการไหลแบบราบเรียบและปั่นป่วนผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยม 2 แท่งในช่องทางไหลโดยการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบ Finite volume (รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้รวมไปถึงการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมสามารถดูได้จาก Putivisutisak [6]) โดยจะนำผลการคำนวณที่ได้ไป

เปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Durst et al. [5] เพื่อทดสอบประสิทธิภาพของระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสำหรับกรณีการไหลเช่นนี้ และจะทำการศึกษาเกี่ยวกับผลกระทบของการจัดวางและการเปลี่ยนแปลงขนาดของสิ่งกีดขวาง ที่มีต่อความยาวของบริเวณการหมุนวน (Reattachment length) และลักษณะการไหล

2. ทฤษฎีการคำนวณ

2.1 สมการพื้นฐานของการไหล

การไหลในที่นี้จะสมมติว่าเป็นการไหลแบบสองมิติที่เกิดขึ้นที่สภาวะคงตัว โดยของไหลเป็นแบบอัดตัวไม่ได้ สมการพื้นฐานของการไหลแบบราบเรียบก็คือ สมการความต่อเนื่องและสมการอนุรักษ์โมเมนตัมที่ใช้ความเร็วเฉลี่ยเป็นตัวแปรตาม สำหรับการไหลแบบปั่นป่วน จะต้องนำเทอม Fluctuation ของความเร็วและความดันเข้ามารวมในสมการเหล่านี้ด้วย ซึ่งจะได้สมการความต่อเนื่องและสมการโมเมนตัม ดังนี้

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0 \qquad (1)$$

$$\rho \overline{u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right)\right] + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \qquad (2)$$

เมื่อ $\tau_{ij} = -\overline{\rho u_i' u_j'}$ เป็นค่า Reynolds stress

เนื่องจากจำนวนตัวแปรมีมากกว่าจำนวนสมการ โดยที่มีตัวแปร τ_{ij} เพิ่มขึ้นมา ดังนั้นจึงจำเป็นต้องอาศัยแบบจำลองความปั่นป่วน (Turbulence model) มาช่วยในการคำนวณ ซึ่งในที่นี้จะใช้แบบจำลองความปั่นป่วน standard $k-\varepsilon$ model [7] ซึ่งในแบบจำลองนี้ใช้ Boussinesq approximation ในการหาค่าของ Reynolds stress ดังนี้

$$\tau_{ij} = -\frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} + \mu_t\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right) \qquad (3)$$

ซึ่งเมื่อแทนค่า Reynolds stress นี้ลงไปในสมการโมเมนตัม (สมการ (2)) จะได้

$$\rho \overline{u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p^*}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu_{eff}\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right)\right] \qquad (4)$$

โดยเทอมของ modified pressure (p^*) และ effective viscosity (μ_{eff}) สามารถนิยามได้ดังนี้

$$p^* = p + \frac{2}{3}\rho k \, , \, \mu_{eff} = \mu + \mu_t \, , \, \mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \qquad (5)$$

สมการ Transport equation ของ Turbulent kinetic energy (k) และ Dissipation rate (ε) แสดงได้ดังสมการ (6) และ (7) ตามลำดับ

$$\rho u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\mu_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x_j}\right) + G - \rho\varepsilon \qquad (6)$$

$$\rho u_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right) + C_{\varepsilon 1} G \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2}\rho\frac{\varepsilon^2}{k} \qquad (7)$$

เมื่อ G คือ Rate of turbulent kinetic energy production ซึ่งนิยามโดย

$$G = \mu_t\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \qquad (8)$$

และค่าคงที่ต่าง ๆ ใน $k-\varepsilon$ model แสดงได้ดังนี้

$$C_\mu = 0.09, C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3$$

ในการไหลแบบปั่นป่วนนั้นบริเวณใกล้ผนังจะมีผลของ Viscous sublayer ซึ่งมีอิทธิพลที่สำคัญต่อการไหล ค่าความเร็วที่บริเวณใกล้ผนังนี้จะคำนวณโดยใช้วิธี Wall function [7]

2.2 การประยุกต์วิธี Finite Volume

สมการพื้นฐานของการไหลและแบบจำลองความปั่นป่วนที่กล่าวมาข้างต้นนั้น สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการ Transport ได้ดังนี้

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v\phi)}{\partial y}}_{Convection \quad Term} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}\right)}_{Diffusion \quad Term}$$

$$+ \underbrace{S_\phi}_{Source \quad Term} \qquad (9)$$

การใช้วิธี Finite Volume นั้นเริ่มด้วยการอินทิเกรตสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยข้างต้นตลอดทั้งปริมาตรควบคุมแล้วดิสครีไทซ์ (Discretise) ลงบนจุดต่อต่างๆ บนปริมาตรควบคุมเพื่อเปลี่ยนรูปของสมการพื้นฐานจากสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยไปเป็นสมการพีชคณิต ซึ่งเมื่อใช้ Hybrid scheme [8] ในการประมาณค่าเทอมของการพา จะได้สมการดิสครีไทซ์ที่จัดรูปแล้วดังนี้

$$a_P\phi_P = a_N\phi_N + a_S\phi_S + a_E\phi_E + a_W\phi_W + S_C\Delta v \qquad (10)$$

เมื่อ

$$a_N = Max\left[-F_n, \left(D_n - \frac{F_n}{2}\right), 0\right]$$

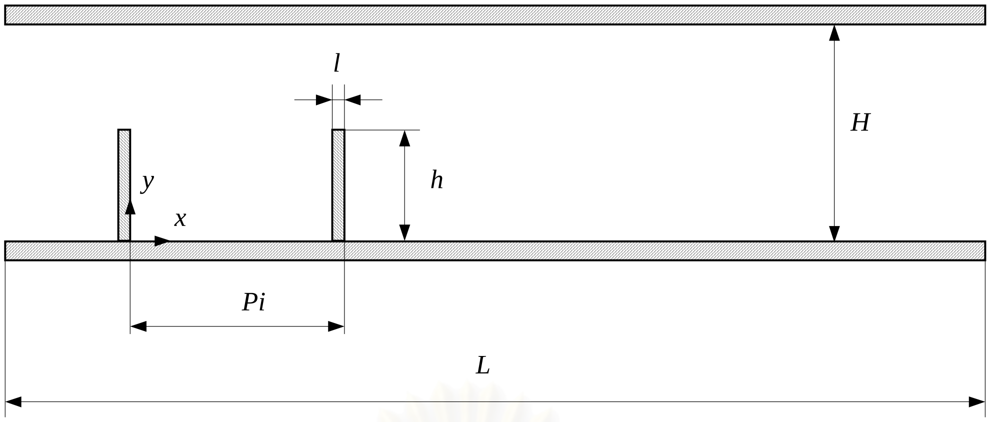
$$a_S = Max\left[F_s, \left(D_s + \frac{F_s}{2}\right), 0\right]$$

$$a_E = Max\left[-F_e, \left(D_e - \frac{F_e}{2}\right), 0\right]$$

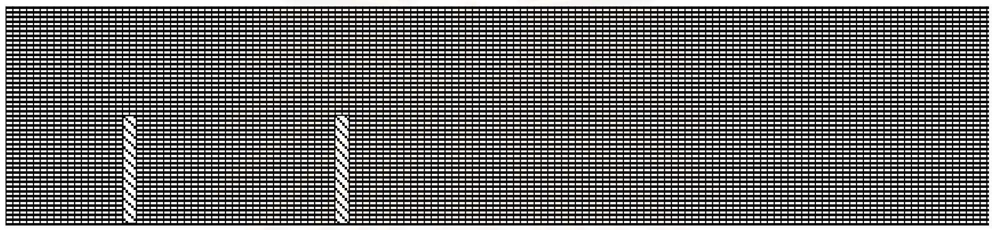
$$a_W = Max\left[F_w, \left(D_w + \frac{F_w}{2}\right), 0\right]$$

$$a_P = a_N + a_S + a_E + a_W + \left(F_n - F_s + F_e - F_w\right) - S_P\Delta v$$

การแก้สมการดิสครีไทซ์นี้จะใช้วิธี TDMA และจะใช้ SIMPLE algorithm [9] ในการคำนวณความเร็วและความดัน เพื่อให้ค่า u และ



รูปที่ 1 โดเมนของปัญหาการไหลผ่านสิ่งกีดขวางในช่องทางไหล (Not to scale)



รูปที่ 2 รูปร่างของ Grid 152 × 52 ในการจำลองการไหลผ่านสิ่งกีดขวาง สำหรับ *Re* = 67 และ 617 (Not to scale)

v ที่คำนวณได้จากสมการโมเมนตัมนั้นสอดคล้องกับสมการความต่อเนื่อง

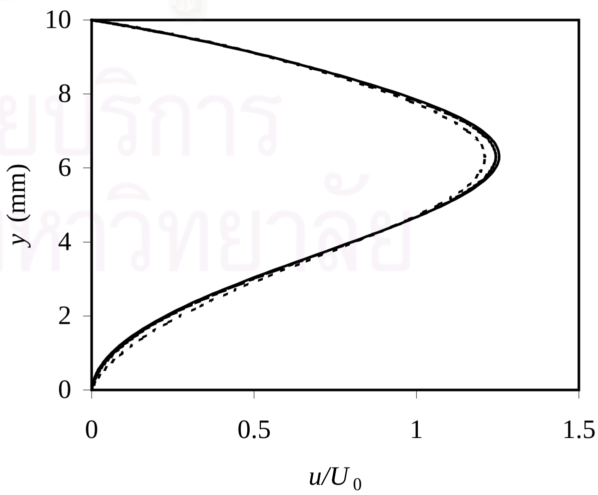
3. ลักษณะของปัญหา

ในงานวิจัยนี้ จะแบ่งการคำนวณออกเป็น 2 ส่วนใหญ่ๆ คือ ส่วนที่หนึ่ง เป็นการศึกษาลักษณะของรูปร่างความเร็วและบริเวณหมุนวน สำหรับการไหลแบบราบเรียบและปั่นป่วน โดยจะทำการเปรียบเทียบผลการคำนวณที่ได้กับผลการทดลอง [5] เพื่อเป็นการ Validate โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลลักษณะเช่นนี้ และส่วนที่สอง จะเป็นการศึกษาผลกระทบของ Geometric variables เช่นขนาดและการจัดวางตำแหน่งของสิ่งกีดขวาง ที่มีต่อลักษณะการไหลและบริเวณการหมุนวน

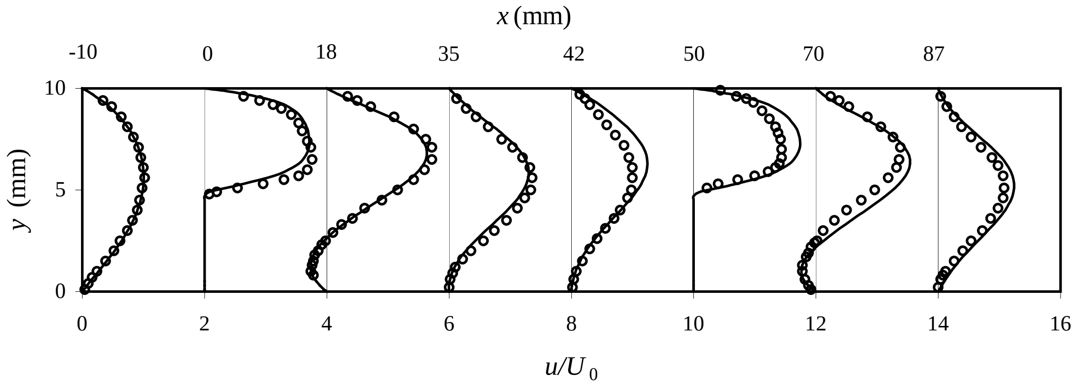
ในที่นี้จะสมมติว่าของไหลเป็นอากาศที่มีความหนาแน่น (ρ) เท่ากับ 1.2 kg/m^3 และมีความหนืดสัมบูรณ์ (μ) 1.85x10^{-5} N.s/m^2 โดยสำหรับการคำนวณในส่วนที่หนึ่ง สิ่งกีดขวางทั้งสองมีลักษณะเป็น Fence นั่นคือ มีลักษณะสูงและแคบ โดยมีความสูง (*h*) เท่ากับ 4.8 mm และความหนา (*l*) เท่ากับ 1.6 mm โดยวางสิ่งกีดขวางทั้งสองเป็นระยะห่างกัน (*Pi*) 50 mm ความสูงของช่องทางไหล (*H*) เท่ากับ 10 mm และความยาวของช่องทางไหล (*L*) มีความยาวเพียงพอที่จะทำให้ความเร็วที่ทางออกมีลักษณะที่พัฒนาเต็มที่

สำหรับเงื่อนไขขอบในกรณีนี้ จะกำหนดให้ความเร็วที่ทางเข้าเป็นแบบพัฒนาเต็มที่ และหลังจากที่ทดสอบความเป็น Grid- independent ของการคำนวณกับจำนวนกริดที่แตกต่างกันสามขนาด (รูปที่ 3)สำหรับการไหลที่มี Reynolds number (Re_h = $\rho uh/\mu$) เท่ากับ 617 แล้ว ก็จะเลือกจำนวนกริดขนาด 152x52 เพื่อใช้ในการคำนวณ

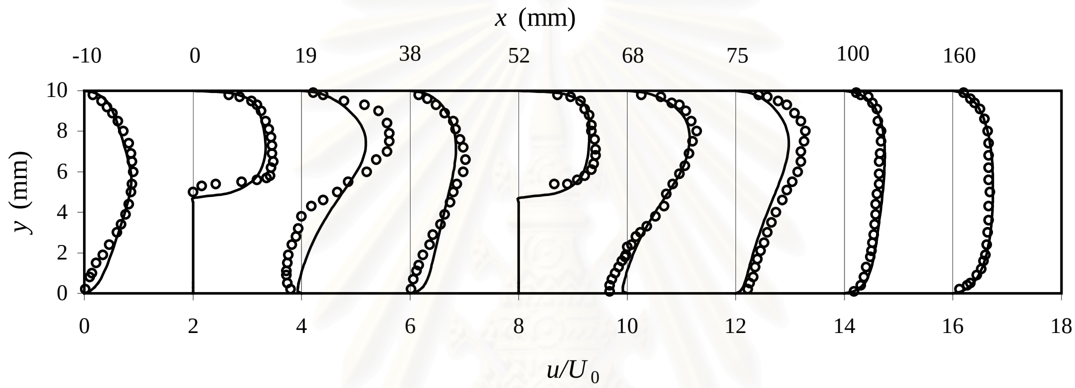
การคำนวณการไหลในส่วนที่หนึ่งจะแบ่งออกได้เป็น 2 กรณีย่อย คือ การไหลแบบราบเรียบและการไหลแบบปั่นป่วน โดยที่ค่า Re_h มีค่าเท่ากับ 67 และ 617 สำหรับการไหลแบบราบเรียบและแบบปั่นป่วนตามลำดับ



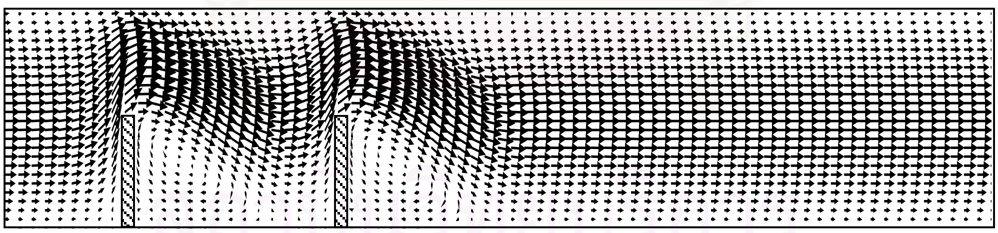
รูปที่ 3 การเปรียบเทียบผลการคำนวณความเร็วที่ตำแหน่ง *X* = 42 mm ของจำนวนกริดสามขนาด (---152 × 27 , —·—152 × 52 , —— 152 × 102)



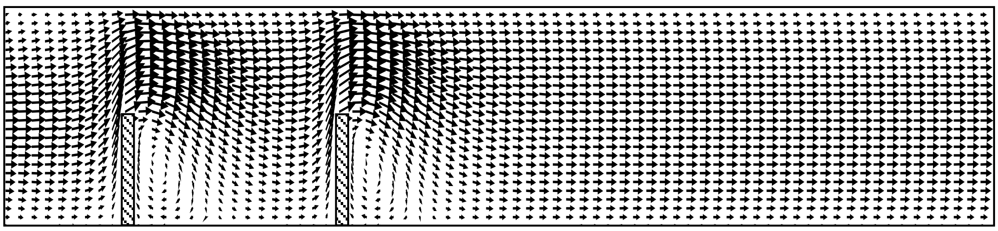
รูปที่ 4 ความเร็วในแนวแกน *x* ที่ได้จากผลการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลการทดลอง สำหรับ *Re* = 67 ที่ *h*/*H* = 0.48 (o ผลการทดลอง , —— ผลการคำนวณ)



รูปที่ 5 ความเร็วในแนวแกน *x* ที่ได้จากผลการจำลองการไหลเปรียบเทียบกับผลการทดลอง สำหรับ *Re* = 617 ที่ *h*/*H* = 0.48 (o ผลการทดลอง , —— ผลการคำนวณ)



รูปที่ 6 เวคเตอร์ของความเร็ว สำหรับการไหลที่ *Re* = 67 (Not to scale)



รูปที่ 7 เวคเตอร์ของความเร็ว สำหรับการไหลที่ *Re* = 617 (Not to scale)

สำหรับในส่วนที่สอง สิ่งกีดขวางจะมีลักษณะเป็น Block นั่นคือ มีความหนาของสิ่งกีดขวางพอๆกันกับความสูง โดยมีขนาดความหนาและความสูงเท่ากัน คือ 4 mm ช่องทางไหลมีความสูง 30 mm และกำหนดให้ความเร็วที่ทางเข้าเป็นแบบสม่ำเสมอ (Uniform flow)

ค่า Reynolds number สำหรับกรณีนี้ จะคำนวณจากความสูงของช่องทางไหลโดยที่ $Re_H = \rho uH/\mu$ และ Re_H ในกรณีนี้มีค่าเท่ากับ 31910

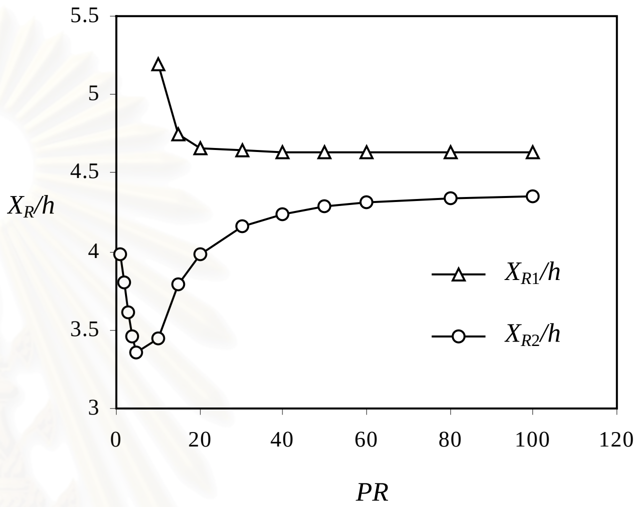
4. ผลการจำลองการไหลและการวิเคราะห์

จากการเปรียบเทียบรูปร่างความเร็วระหว่างผลการคำนวณและผลการทดลองสำหรับการไหลแบบราบเรียบและปั่นป่วน (รูปที่ 4 และ 5 ตามลำดับ) พบว่าผลการคำนวณมีความสอดคล้องกันดีพอสมควรกับผลการทดลองสำหรับการไหลแบบราบเรียบ แต่สำหรับกรณีของการไหลแบบปั่นป่วนนั้น จะเห็นว่าในบริเวณด้านหลังของสิ่งกีดขวางทั้งสอง การคำนวณกลับให้ผลที่คลาดเคลื่อนโดยเฉพาะในบริเวณระหว่างสิ่งกีดขวางทั้งสอง ทั้งนี้อาจเป็นไปได้ว่า ค่า Re_h ในการคำนวณนี้ (Re_h = 617) ยังไม่อยู่ในช่วงของ Fully turbulent ดังนั้นการคำนวณโดยใช้ Standard $k-\varepsilon$ model จึงให้ผลเป็นที่น่าพอใจในระดับหนึ่งเท่านั้น

จากรูปที่ 6 และ 7 แสดงรูปเวคเตอร์ความเร็วสำหรับการไหลสองแบบนี้ ซึ่งผลที่ได้ก็เป็นไปตามที่คาดหมายไว้ล่วงหน้า นั่นก็คือ บริเวณการหมุนวนของการไหลแบบปั่นป่วนควรจะต้องมีขนาดความยาวสั้นกว่าในกรณีของการไหลแบบราบเรียบ เนื่องจากการไหลจะมีความเร่งเพิ่มขึ้นเมื่อไหลผ่านช่องทางไหลที่อยู่เหนือสิ่งกีดขวาง และในการไหลแบบปั่นป่วนนั้นจะมีความปั่นป่วนของการไหลสูงทำให้สามารถแพร่กระจายโมเมนตัมไปสู่ผนังด้านล่างได้อย่างรวดเร็วมีผลทำให้เกิดบริเวณการหมุนวนที่สั้นกว่า

สำหรับผลของการคำนวณในส่วนที่สองที่ Re_H = 31910 ได้ทำการพลอตกราฟระหว่างค่าความยาวของบริเวณการหมุนวนด้านหลังสิ่งกีดขวางแท่งที่ 1 และแท่งที่ 2 (X_{R1}, X_{R2}) กับค่า Pitch ratio ($PR = Pi/H$) ดังรูปที่ 8 พบว่า ค่า X_{R2} จะลดลงเมื่อค่า PR เพิ่มขึ้นในช่วง $PR < 5$, ซึ่งค่า X_{R2} จะค่อยๆเพิ่มขึ้นอีกครั้งในช่วง $5 \leq PR \leq 80$ และในช่วง $PR > 80$ นั้น X_{R2} จะมีค่าคงที่ จากพฤติกรรมดังกล่าวสามารถสรุปได้ว่าการเปลี่ยนแปลงของค่า PR มีอิทธิพลที่สำคัญต่อสนามการไหลระหว่างสิ่งกีดขวางทั้งสอง และจากรูปนี้จะเห็นว่าค่า X_{R1} ไม่ขึ้นกับค่า PR นัก ทั้งนี้เพราะว่าสนามการไหลที่ Upstream ของสิ่งกีดขวางแท่งแรกนั้นได้รับผลกระทบไม่มากนักจากการเปลี่ยนแปลงค่า PR

ในทางกายภาพของการไหลนั้น สำหรับค่า $PR < 5$ จะเกิดการลดลงของความดันที่ผนังบนผิวด้านบนของสิ่งกีดขวางเมื่อค่า PR เพิ่มขึ้น [10] ซึ่งมีผลให้ Shear layer เกิดการแยกตัวที่มุมด้านหน้าของสิ่งกีดขวางแท่งที่ 1 ไปในทางผิวด้านบนของสิ่งกีดขวางด้วยมุมการแยกไหลที่ลดลง ซึ่งทำให้เกิดบริเวณการหมุนวนที่ Downstream ของสิ่งกีดขวางแท่งที่ 2 ที่รวดเร็วกว่าและมีผลทำให้ค่า X_{R2} ลดลง และสำหรับ $5 \leq PR \leq 80$ นั้น อิทธิพลของการไหลในบริเวณการหมุนวนข้างหลังสิ่งกีดขวางแท่งที่ 1 ต่อสิ่งกีดขวางแท่งที่ 2 จะค่อยๆ ลดลง เมื่อเพิ่มค่าของ PR และการไหลเริ่มที่จะพัฒนาตัวเองอีกครั้งจากตำแหน่ง $X = X_{R1}$ ซึ่งการไหลนี้ต้องการระยะทางที่เพิ่มขึ้นในการพัฒนาตัวเอง ดังนั้นค่า X_{R2} มีแนวโน้มที่จะเพิ่มขึ้นและเข้าใกล้ค่า X_{R1} อย่างไรก็ตาม จากรูปที่ 8 แสดงให้เห็นว่าค่า X_{R2} จะเริ่มคงที่เมื่อ $PR > 80$ และค่านี้จะมีขนาดเล็กกว่าค่า X_{R1} ทั้งนี้เนื่องมาจากความแตกต่างกันของรูปร่างความเร็วที่ Upstream ของสิ่งกีดขวางแต่ละอัน โดยที่ Upstream ของสิ่งกีดขวางแท่งที่ 1 รูปร่างความเร็วจะเป็น Uniform flow ส่วนในสิ่งกีดขวางแท่งที่ 2 นั้นรูปร่างความเร็วจะมีลักษณะที่ซับซ้อนที่จุด Redeveloping point ซึ่งเป็นจุดที่อยู่ข้างหลังความยาวของบริเวณการหมุนวนของสิ่งกีดขวางแท่งแรก

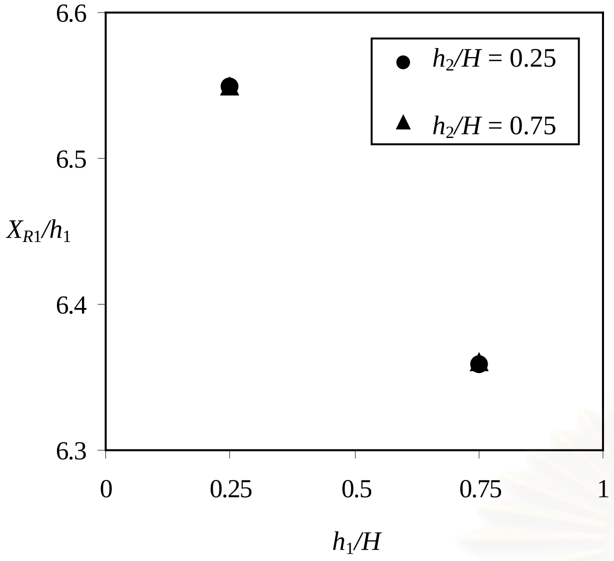


รูปที่ 8 ความยาวของบริเวณการหมุนวนด้านหลังสิ่งกีดขวางแท่งที่ 1 และ 2 ที่ค่า Pitch Ratio (PR) ต่างๆกัน

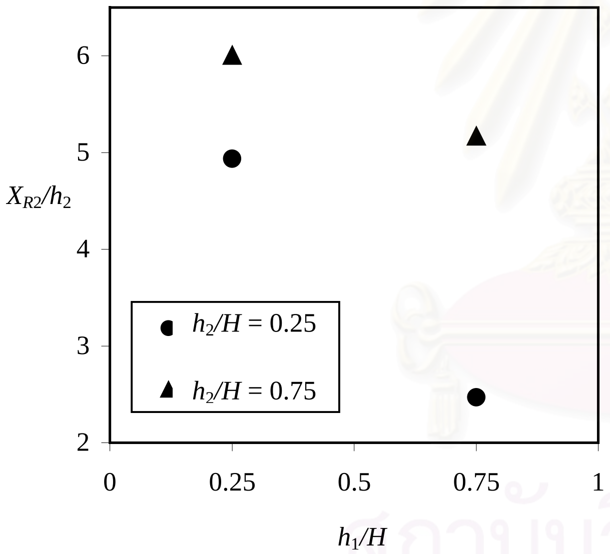
รูปที่ 9 และ 10 แสดงความยาวของบริเวณการหมุนวนหลังสิ่งกีดขวางแท่งที่ 1 และ 2 ในรูปตัวแปรไร้มิติ (X_{R1}/h_1 , X_{R2}/h_2) เมื่อทำการเปลี่ยนแปลงความสูงของสิ่งกีดขวางแท่งที่ 1 และ 2 (h_1/H และ h_2/H) ซึ่งพบว่า จากรูปที่ 9 ความยาวของบริเวณการหมุนวนหลังสิ่งกีดขวางอันแรกในกรณีของการจัดวางสิ่งกีดขวางแบบต่ำ-ต่ำ (h_1/H = 0.25 และ h_2/H = 0.25) และกรณีการจัดวางแบบต่ำ-สูง (h_1/H = 0.25 และ h_2/H = 0.75) นั้นมีขนาดความยาวเท่ากัน ซึ่งผลที่ได้นี้ก็เป็นเช่นเดียวกันกับกรณีของการจัดวางแบบสูง-ต่ำ (h_1/H = 0.75 และ h_2/H = 0.25) และการจัดวางแบบสูง-สูง (h_1/H = 0.75 และ h_2/H = 0.75) ซึ่งก็หมายความว่า ในกรณีที่ทดสอบนี้ ขนาดของสิ่งกีดขวางแท่งที่สองมีผลกระทบค่อนข้างน้อยต่อความยาวของบริเวณการหมุนวนหลังสิ่งกีดขวางแท่งแรก

อย่างไรก็ตาม จากรูปที่ 10 จะเห็นได้ว่าค่า X_{R2}/h_2 จะมีขนาดต่างกันอย่างเห็นได้ชัดเมื่อทำการเปลี่ยนลักษณะการจัดวางสิ่งกีดขวาง ทั้งนี้ก็เนื่องมาจากความแตกต่างกันของรูปร่างความเร็วที่ Upstream ของสิ่งกีดขวางแท่งที่ 2 นั่นเอง โดยพบว่าสำหรับสิ่งกีดขวางแท่งแรกที่ต่ำกว่า จะมีขนาดบริเวณการหมุนวนหลังสิ่งกีดขวางแท่งที่สองที่ยาวกว่า ซึ่งสามารถสรุปได้ว่าขนาดของสิ่งกีดขวางแท่งแรกมีผลกระทบเป็นอย่างมากต่อลักษณะการไหลในบริเวณของสิ่งกีดขวางแท่งที่สอง

5. สรุปผล



รูปที่ 9 ความยาวของบริเวณการหมุนวนด้านหลังสิ่งกีดขวางแท่งที่หนึ่ง (X_{R1}) ที่ความสูงของสิ่งกีดขวางต่างๆกัน



รูปที่ 10 ความยาวของบริเวณการหมุนวนด้านหลังสิ่งกีดขวางแท่งที่สอง(X_{R2}) ที่ความสูงของสิ่งกีดขวางต่างๆกัน

การจำลองการไหลผ่านสิ่งกีดขวางรูปทรงสี่เหลี่ยมแบบ Fence 2 แท่งนั้นให้ผลที่สอดคล้องกับการทดลองเป็นอย่างดีในกรณีการไหลแบบราบเรียบ แต่ในกรณีการไหลแบบปั่นป่วนที่ Re_h = 617 การใช้ Standard $k-\varepsilon$ model ในการคำนวณอาจจะไม่ให้ผลที่แม่นยำนัก ทั้งนี้เพราะการไหลนี้ยังไม่เป็นการไหลแบบปั่นป่วนเต็มที่

สำหรับการคำนวณในส่วนที่สอง สามารถสรุปได้ว่า ในช่วงระยะของการจัดวางสิ่งกีดขวางขนาดต่างๆในที่นี้นั้น ขนาดของสิ่งกีดขวางแท่งที่สองมีผลกระทบน้อยต่อการไหลในบริเวณของสิ่งกีดขวางแท่งที่หนึ่ง ในทางตรงกันข้าม ขนาดของสิ่งกีดขวางแท่งแรกมีผลกระทบค่อนข้างมากต่อขนาดบริเวณการหมุนวนหลังสิ่งกีดขวางแท่งที่สอง

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย (สกว.) โดยผ่านทางทุนเมธีวิจัยอาวุโสสำหรับศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ และจากกองทุนวิจัยคณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ขอแสดงความขอบคุณแหล่งทุนทั้งสอง ณ ที่นี้ด้วย

เอกสารอ้างอิง

[1] Berner, C., Durst, F., and McEligor, D. M., (1983), “Flow Around Baffles,” ASME Winter Ann. Meet., Boston, Paper No. 83-WA/HT-9.

[2] Founti, M., Vafidis, C., and Whitelaw, J.H., (1985), “Shell-side Distribution and the Influence of Inlet Conditions in a Model of a Disc-and-Doughnut Heat Exchanger, ” Exp. In Fluids, Vol. 3, pp. 293-300.

[3] Tropea, C.D., and Gackstatter, R., (1985), “The Flow Over Two Dimensional Surface-Mounted Obstacles at Low Reynolds Numbers,” Journal of Fluids Engineering, Vol. 107, pp. 489-494.

[4] Martinuzzi, R., and Havel, B., (2000), “Turbulent Flow Around Two Interfering Surface-Mounted Cubic Obstacles in Tandem Arrangement,” Journal of Fluids Engineering, Vol. 122, pp. 24-31.

[5] Durst, F., Founti, M., and Obi, S., (1988),“Experimental and Computational Investigation of the Two-Dimensional Channel Flow Over Two Fences in Tandem,” Journal of Fluids Engineering, Vol. 110, pp. 48-54.

[6] Putivisutisak, S., (2002), “A Computer Programme for Solving General Engineering Flows,” Mech Eng Dept., Chulalongkorn University, Report no. 165-เครื่องกล-2543.

[7] Launder, B.E., and Spalding, D.B., (1974), “The Numerical Computation of Turbulent Flows,” Comp. Met. App. Mech. Eng., Vol. 3, pp. 269-289.

[8] Spalding, D.B., (1972), “A Novel Finite-Difference Formulation for Differential Expressions Involving Both First and Second Derivatives,” International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 4, pp. 551.

[9] Patankar, S.V., (1980), “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow,” Hemisphere Publishing Corporation., New York.

[10] Liou, T.M, and Kao, C.F., (1988), “Symmetric and Asymmetric Turbulent Flows in a Rectangular duct with a Pair of Ribs,” Journal of Fluids Engineering, Vol. 110, pp. 373-379.

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายเกรียงไกร ปัญญารัตนะ เกิดเมื่อวันที่ 2 กันยายน พุทธศักราช 2520 จังหวัดชลบุรี สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง เมื่อปีการศึกษา 2543 และได้เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญามหาบัณฑิต คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2543