

การวิเคราะห์คลื่นแสงที่ถูกลำในเส้นใยนำแสงแบบเบอร์ก



นาย อาคม แก้วระวัง

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

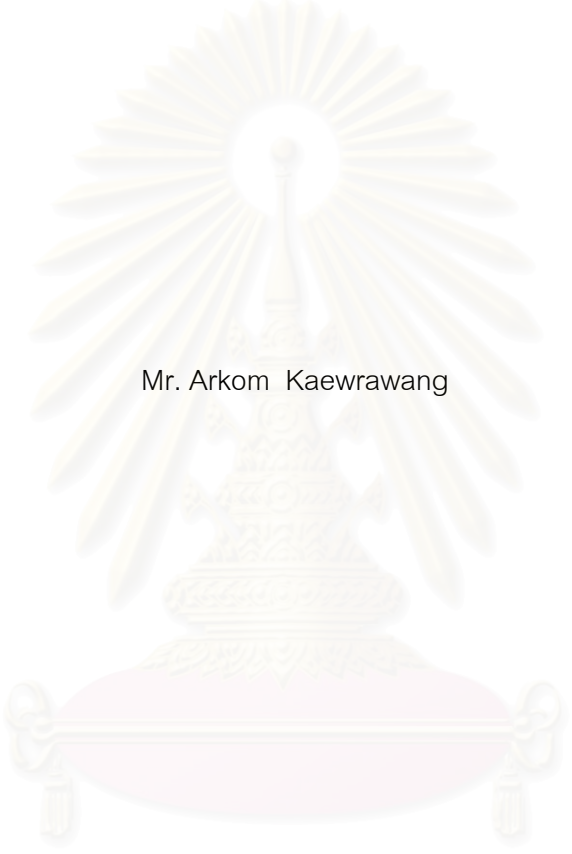
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2546

ISBN 974-17-3718-1

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ANALYSIS OF GUIDED WAVES IN A BRAGG OPTICAL FIBER



Mr. Arkom Kaewrawang

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering

Department of Electrical Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2003

ISBN 974-17-3718-1

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การวิเคราะห์คลื่นแสงที่ถูกลำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์
โดย	นายอาคม แก้วระวัง
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทับทิม อ่างแก้ว

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยรับเป็นส่วน
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

..... คณบดี คณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ปัญญาแก้ว)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชัย รัตนธรรมพันธ์)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทับทิม อ่างแก้ว)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.ประยุทธ์ อัครเอกมาลิน)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อาคม แก้วระวัง : การวิเคราะห์คลื่นแสงที่ถูกรำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์. (ANALYSIS OF GUIDED WAVES IN A BRAGG OPTICAL FIBER) อ. ที่ปรึกษา : ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ทับทิม อ่างแก้ว, 156 หน้า. ISBN 974-17-3718-1.

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอวิธีวิเคราะห์โหมดที่ถูกรำของคลื่นแสงในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยใช้วิธีแม่นยำเพื่อศึกษาคุณลักษณะการนำคลื่นแบบแถบช่องและเงื่อนไขสำหรับการนำคลื่นโหมดเดียว, ในวิทยานิพนธ์นี้ได้เสนอวิธีคำนวณหาขอบของแถบช่องสำหรับโหมด TE, โหมด TM, และโหมดไฮบริดโดยใช้ค่าแถบความถี่สะท้อนของระนาบสะท้อนคลื่นแบบแบรกก์, อีกทั้งยังได้ค้นพบเงื่อนไขการนำคลื่นโหมดเดียวในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์เป็นครั้งแรกด้วย, ผลที่ได้นำไปสู่การนำเสนอขั้นตอนการออกแบบให้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์สามารถนำคลื่นโหมดเดียวในแถบความถี่ที่ต้องการ, วิทยานิพนธ์นี้ยังได้เสนอผลการศึกษาโครงสร้างของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่เหมาะสมเพื่อให้ได้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีค่าการสูญเสียกำลังน้อย, พร้อมทั้งนำเสนอตัวอย่างการคำนวณออกแบบด้วย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา...วิศวกรรมไฟฟ้า.....ลายมือชื่อนิสิต.....
สาขาวิชา...วิศวกรรมไฟฟ้า.....ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....
ปีการศึกษา...2546.....

4470657321 : MAJOR ELECTRICAL ENGINEERING

KEY WORD: BRAGG OPTICAL FIBER / OPTICAL GIUEDE WAVE / BRAGG REFLECTOR / DISPERSION / PURELY SINGLE MODE TE BRAGG OPTICAL FIBER

ARKOM KAEWRAWANG : ANALYSIS OF GUIDED WAVES IN A BRAGG OPTICAL FIBER. THESIS ADVISOR : ASST.PROF. TUPTIM ANGKAEW Ph.D, 156 pp. ISBN 974-17-3718-1.

This thesis presents a rigorous analysis of guided modes in a Bragg optical fiber by using analytical method in order to study band-gap guiding characteristic and the conditions for supporting single guided mode. The calculation of band-edge by using reflection bandwidth of a planar Bragg reflector model has been proposed for TE modes, TM modes, and hybrid modes. In addition, the conditions for supporting desirable single guided mode in the Bragg optical fiber have been originally found in this thesis. As a consequence, the design procedure for achieving a structure of Bragg optical fiber that can support single guided mode has been presented. The optimum design for supporting single guided mode in Bragg optical fiber with lowest loss has been investigated. The design examples have also been demonstrated in this thesis.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

Department...Electrical Engineering... Student's signature.....

Field of study...Electrical Engineering... Advisor's signature.....

Academic year...2003.....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทับทิม อ่างแก้ว อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้คำแนะนำในการวิจัย แนวทางการวิจัยตลอดจนให้คำปรึกษา ข้อคิดเห็นต่าง ๆ ในการวิจัยและจัดอุปกรณ์การดำเนินการวิจัยอย่างครบถ้วน

ขอขอบคุณ อาจารย์พัศุ แก้วปลั่ง ที่ได้สละเวลาให้คำแนะนำในวิทยานิพนธ์นี้ นอกจากนั้น ขอขอบคุณสมาชิกในห้องปฏิบัติการวิจัยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าทุกท่านที่คอยช่วยเหลือกันตลอดเวลา ขอขอบคุณ นายสมชาย-นางอุตร แก้วระวัง พี่ชายและพี่สะใภ้ และคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ที่ออกค่าใช้จ่ายในการเล่าเรียน

ท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดาของผู้วิจัย ที่สนับสนุนด้านการเรียนและให้กำลังใจเสมอจนสำเร็จการศึกษา



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

บทที่	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญภาพ.....	ฐ
คำอธิบายสัญลักษณ์.....	ณ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	6
1.3 ขอบเขตของการวิจัย.....	6
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	6
1.5 วิธีดำเนินการวิจัย.....	7
บทที่ 2 การวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์.....	8
2.1 ความนำ.....	8
2.2 การวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม จำนวนอนันต์ โดยใช้วิธีแมนตรง.....	9
2.3 การวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม จำนวนจำกัด โดยใช้วิธีแมนตรง.....	15
2.4 การวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม จำนวนอนันต์ โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ.....	18
2.4.1 ผลเฉลยในบริเวณแกน.....	18
2.4.2 การประมาณเชิงเส้นกำกับในบริเวณวัสดุหุ้ม.....	19
2.4.3 การสร้างเมทริกซ์.....	23
2.4.4 โมดพื้นผิว.....	28
2.5 การสูญเสียจากการแผ่พลังงานในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ.....	3
2.6 ดิสเพอร์ชันของแสงในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์.....	36

บทที่	หน้า
2.6.1	ดิสเพอร์ชันระหว่างโมด.....36
2.6.2	ดิสเพอร์ชันภายในโมด.....36
2.6.2.1	ดิสเพอร์ชันเนื่องจากวัสดุ.....36
2.6.2.2	ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น.....38
2.6.2.3	ดิสเพอร์ชันอันดับสูง.....38
2.6.2.4	ดิสเพอร์ชันเนื่องจากโพลาริเซชัน.....38
2.7	ผลการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในกรณีตัวอย่าง โดยใช้วิธีแมนตรงและวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ.....39
2.7.1	ผลการวิเคราะห์โมดที่ถูกลำของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยวิธีแมนตรงและวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ.....39
2.7.2	ผลการวิเคราะห์โมดที่ถูกลำในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$46
2.7.3	ผลการวิเคราะห์การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์.....47
2.7.4	ผลการวิเคราะห์โมดที่ถูกลำ ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชัน เนื่องจากท่อนำคลื่น และค่าคงที่ของการสูญเสียจากการ แผ่พลังงานของโมด TE เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง.....54
2.7.5	ผลการวิเคราะห์โมดที่ถูกลำ ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชัน เนื่องจากท่อนำคลื่น และค่าคงที่ของการสูญเสียจากการ แผ่พลังงานของโมด TE เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเห ของวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง.....56
2.7.6	ผลการวิเคราะห์การสูญเสียเนื่องจากการแผ่พลังงานของ เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโมด TE และ TM เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม.....59
2.8	สรุป.....61
บทที่ 3	การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์.....63
3.1	ความนำ.....63
3.2	หลักการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์.....64
3.3	การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กทริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_h n_l)$64

3.4	การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ที่มีจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกจำนวนจำกัด เมื่อตรวจนี้หักเหของชั้นไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_1 n_2)$	69
3.5	การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ เมื่อตรวจนี้หักเหของชั้นไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_1 n_2)$	71
3.6	การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ที่มีจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกจำนวนจำกัด เมื่อตรวจนี้หักเหของชั้นไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_1 n_2)$	75
3.7	ผลการวิเคราะห์แบนด์วิดท์และขอบของแบนด์วิดท์ ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในกรณีตัวอย่าง.....	77
3.7.1	การวิเคราะห์แถบผ่านและแถบหยุดของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ของโหมด TE และ TM ในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$	77
3.7.2	ผลของค่าความสะท้อนโหมด TE และ TM ที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก ในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$	85
3.7.3	การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE และ TM ในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$	87
3.7.4	การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE TM และ ไฮบริด ในช่วง $1.0 \mu m < \lambda_0 < 2.2 \mu m$	88
3.7.5	การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ ที่แกนมีค่าดัชนีหักเหโหมด TE และ TM ในช่วง $0.4 \mu m < \lambda_0 < 1.2 \mu m$	90
3.8	สรุป.....	92
บทที่ 4	การเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์.....	93
4.1	ความนำ.....	93
4.2	การเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} และเงื่อนไขการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ.....	94

4.3	การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ.....	97
4.4	ผลของการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} แบบดิวิตท์ และพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผน กึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง.....	103
4.5	การเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} และผลของแบนดิวิตท์ พารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยว โหมด TM_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล เมื่อความหนาของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ l_{co}^1 เปลี่ยนแปลง.....	107
4.6	การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล โดยการเปลี่ยนแปลง ความหนาของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ.....	112
4.7	การเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} และผลของแบนดิวิตท์ พารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยว โหมด TM_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล เมื่อดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ n_{co}^1 เปลี่ยนแปลง.....	117
4.8	สรุป.....	121
บทที่ 5	การเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์.....	122
5.1	ความนำ.....	122
5.2	การเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ.....	123
5.2.1	เงื่อนไขการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01}	123
5.2.2	เงื่อนไขของแบนดิวิตท์ที่มากที่สุดของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ..	126
5.2.3	การเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในกรณีตัวอย่าง ช่วงความยาวคลื่นแสงสีน้ำเงิน-เขียว.....	128
5.3	การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ.....	129

สารบัญ (ต่อ)

ฎ

บทที่	หน้า
5.4 ผลของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง.....	131
5.5 ผลของค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง.....	133
5.6 ผลของค่าการสูญเสียของการแผ่พลังงานของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง.....	134
5.7 ผลของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง.....	135
5.8 ผลของค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง.....	136
5.9 ผลของค่าการสูญเสียของการแผ่พลังงานของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง.....	137
5.10 การออกแบบให้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ เป็นเส้นใยนำแสงแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01}	138
5.11 สรุป.....	139
บทที่ 6 สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ.....	140
รายการอ้างอิง.....	144
ภาคผนวก.....	146
ภาคผนวก ก.....	147
ภาคผนวก ข.....	150
ภาคผนวก ค.....	154
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	156

บทที่	หน้า
ตารางที่ 2.1 ค่าดรรชนีประสิทธิผล (β/k_0) ที่ความยาวคลื่นใด ๆ ของโหมด TE TM และไฮบริด ที่มีอันดับ $1 \leq l \leq 5$	47
ตารางที่ 4.1 ค่าความยาวคลื่น λ_0 ที่ค่า $\beta/k_0 = 0.1, 0.2, 0.4$ และ 0.6 ของโหมดไฮบริดที่มีอันดับ $1 \leq l \leq 5$ ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $2.48 \mu m < \lambda_0 < 2.69 \mu m$	98
ตารางที่ 4.2 ค่าความยาวคลื่น λ_0 ที่ค่า $\beta/k_0 = 0.2, 0.4, 0.6$ และ 0.8 ของโหมดที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 4$ ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $3.7975 \mu m < \lambda_0 < 4.6584 \mu m$	112
ตารางที่ 5.1 ค่า β/k_0 ที่สอดคล้องกับ λ_0/λ_c ของโหมด TE_{01} ที่อยู่ในช่วงการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยว	130

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 1.1 โครงสร้างของเส้นใยนำแสงแบบทั่วไปที่มีแกนเป็นวัสดุไดอิเล็กตริก มีค่าดรรชนีหักเหสูงและวัสดุหุ้มเป็นชั้นของวัสดุไดอิเล็กตริกมีค่าดรรชนีหักเหต่ำ.....1	
รูปที่ 1.2 การสูญเสียรวมของเส้นใยนำแสงแบบทั่วไปแบบแผนคลื่นเดี่ยว (single mode conventional fiber) ที่ขึ้นกับความยาวคลื่นแสง.....2	
รูปที่ 1.3 โครงสร้างของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีแกนเป็นอากาศ และวัสดุหุ้มเป็นชั้นของวัสดุไดอิเล็กตริกที่มีค่าดรรชนีหักเหสูงและน้อยสลับกัน.....3	
รูปที่ 2.1 โครงสร้างและหน้าข้างดรรชนีหักเหของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุจำนวนอนันต์.....9	
รูปที่ 2.2 ภาคตัดขวาง $r - z$ ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีชั้นไดอิเล็กตริกทั้งหมด จำนวน N ชั้น โดยวัสดุของตัวกลางตกกระทบและมีวัสดุรองเป็นอากาศ..... 15	
รูปที่ 2.3 ภาคตัดขวาง $r - z$ ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยแบ่งชั้นไดอิเล็กตริกเป็น 2 บริเวณ คือบริเวณแกนและวัสดุหุ้ม.....18	
รูปที่ 2.4. แสดงภาคตัดขวาง $r - z$ ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีแกนเป็นอากาศ และมีคู่ของวัสดุหุ้ม N คู่ P_z แทนฟลักซ์กำลัง (power flux) ภายในแกนอากาศ และ P_r แทนฟลักซ์กำลังในแนวรัศมี (radial power flux)31	
รูปที่ 2.5 ความสัมพันธ์ของจำนวนคู่วัสดุหุ้มของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่น้อยที่สุด ที่ทำให้การสูญเสียเนื่องจากการแผ่พลังงานมีค่า 0.2 dB/km กับความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้ม (ก) ความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มมีค่าน้อย (ข) ความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มมีค่ามาก.....35	
รูปที่ 2.6 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าดรรชนีประสิทธิผล (β/k_0) ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์กับ ความยาวคลื่น (λ_0) (ก) โหมด TE (ข) โหมด TM (ค) โหมดไฮบริด ที่มีอันดับ $l = 1$ (ง) โหมดไฮบริด ที่มีอันดับ $l = 2$ (จ) โหมดไฮบริด ที่มีอันดับ $l = 3$ (ฉ) โหมดไฮบริด ที่มีอันดับ $l = 4$ (ช) โหมดไฮบริด ที่มีอันดับ $l = 5$40	
รูปที่ 2.7 ความสัมพันธ์ระหว่าง β/k_0 ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE โหมด TM และโหมดไฮบริดกับความยาวคลื่นแสง.....42	

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 2.8 ความแตกต่างระหว่างดรรชนีประสิทธิผล ($n_{eff} = \beta/k_0$) ในการวิเคราะห์ โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ ใช้จำนวนชั้นไดอิเล็กตริกในบริเวณแกน 7 ชั้น n_{eff}^7 เทียบกับการวิเคราะห์โดยใช้วิธีแม่นยำที่จำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม 15 คู่ n_{eff}^{15} ใช้เป็นมาตรฐาน ของโหมดที่มีอันดับ l จาก $l = 0$ ถึง $l = 5$	43
รูปที่ 2.9 ค่าความแตกต่างระหว่างดรรชนีประสิทธิผล ($n_{eff} = \beta/k_0$) จากการเปลี่ยนแปลงชั้นบริเวณแกนภายใน ในการวิเคราะห์ โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ เทียบกับการวิเคราะห์ โดยใช้วิธีแม่นยำที่จำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม 15 คู่ ใช้เป็นมาตรฐานของโหมดที่มีอันดับ l จาก $l = 0$ ถึง $l = 5$ (ก) โหมด TE_{01} (ข) โหมด TM_{01} (ค) โหมด HE_{11} (ง) โหมด HE_{12} (จ) โหมด HE_{21} (ฉ) โหมด HE_{31} (ช) โหมด HE_{42} (ซ) โหมด HE_{52}	45
รูปที่ 2.10 ความสัมพันธ์ระหว่าง β/k_0 กับ λ_0/λ_c ในช่วง $0.258 < \lambda_0/\lambda_c < 1.382$ (ก) โหมด TE (ข) โหมด TM.....	46
รูปที่ 2.11 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE_{01} (ก) ขนาดของ E_θ (ข) ขนาดของ H_z	48
รูปที่ 2.12 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TM_{01} (ก) ขนาดของ E_z (ข) ขนาดของ H_θ	48
รูปที่ 2.13 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด HE_{11} (ก) ขนาดของ E_θ (ข) ขนาดของ E_z (ค) ขนาดของ H_θ (ง) ขนาดของ H_z	49
รูปที่ 2.14 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด HE_{21} (ก) ขนาดของ E_θ (ข) ขนาดของ E_z (ค) ขนาดของ H_θ (ง) ขนาดของ H_z	50
รูปที่ 2.15 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด HE_{31} (ก) ขนาดของ E_θ (ข) ขนาดของ E_z (ค) ขนาดของ H_θ (ง) ขนาดของ H_z	51
รูปที่ 2.16 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด HE_{42} (ก) ขนาดของ E_θ (ข) ขนาดของ E_z (ค) ขนาดของ H_θ (ง) ขนาดของ H_z	52
รูปที่ 2.17 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด HE_{52} (ก) ขนาดของ E_θ (ข) ขนาดของ E_z (ค) ขนาดของ H_θ (ง) ขนาดของ H_z	53

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 2.18 ความสัมพันธ์ระหว่าง β/k_0 ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์กับความถี่คลื่นแสงของโหมด TE เมื่อรัศมีของแกนอากาศมีค่าเป็น $\rho_{co}^1 = 1.0, 1.5$ และ $2.0 \mu m$	54
รูปที่ 2.19 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของโหมด TE_{01} กับความยาวคลื่น เมื่อรัศมีของแกนอากาศมีค่าเป็น $\rho_{co}^1 = 1.0, 1.5$ และ $2.0 \mu m$	55
รูปที่ 2.20 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE กับความยาวคลื่น เมื่อรัศมีของแกนอากาศมีค่าเป็น $\rho_{co}^1 = 1.0, 1.5$ และ $2.0 \mu m$	56
รูปที่ 2.21 ความสัมพันธ์ระหว่าง β/k_0 ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์กับความยาวคลื่นแสงของโหมด TE_{01} เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง.....	57
รูปที่ 2.22 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของโหมด TE_{01} กับความยาวคลื่น เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง.....	58
รูปที่ 2.23 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่ของการสูญเสีย จากการแผ่พลังงานของโหมด TE_{01} กับความยาวคลื่น เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง และมี จำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม 20 คู่.....	59
รูปที่ 2.24 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานกับความยาวคลื่น เมื่อจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง (ก) โหมด TE (ข) โหมด TM.....	60
รูปที่ 3.1 คลื่นแสงแพร่กระจายในแนวแกน z ตกกระทบที่ผิวของรอยต่อระหว่างแกนกับวัสดุหุ้มบนระนาบ $r - z$ ใด ๆ (ก) เส้นใยนำแสงแบบทั่วไป (ข) เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์.....	64
รูปที่ 3.2 คลื่นแสงตกกระทบระนาบ $x - z$ ใด ๆ ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ เมื่อดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_h n_l)$	65
รูปที่ 3.3 คลื่นแสงตกกระทบระนาบ $x - z$ ใด ๆ ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ที่มีดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_h n_l)$ จำนวน N คู่.....	69
รูปที่ 3.4 คลื่นแสงตกกระทบระนาบ $x - z$ ใด ๆ ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ เมื่อดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_l n_h)$	71
รูปที่ 3.5 คลื่นแสงตกกระทบระนาบ $x - z$ ใด ๆ ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_l n_h)$ จำนวน N คู่.....	75

ภาพประกอบ

หน้า

- รูปที่ 3.6 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขคลื่นโพลเคเวทโหมด TE ค่าความสะท้อนโหมด TE เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่ กับ λ_0 / λ_c ที่มุมตกกระทบ $0^0, 30^0, 60^0$ และ 90^0
- (ก) K_{TE} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 0^0$ (ข) $|r_{TE}^2|$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 0^0$
 (ค) K_{TE} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 30^0$ (ง) $|r_{TE}^2|$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 30^0$
 (จ) K_{TE} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 60^0$ (ฉ) $|r_{TE}^2|$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 60^0$
 (ช) K_{TE} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 90^0$ (ซ) $|r_{TE}^2|$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 90^0$ 78
- รูปที่ 3.7 แถบผ่านและแถบหยุดโหมด TE ของความสัมพันธ์ระหว่าง ϕ ในช่วง 0^0 ถึง 90^0 กับ λ_0 / λ_c (ก) พิจารณาตาม K_{TE} (ข) พิจารณาตาม $|r_{TE}^2|$ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็ก-ตริก 15 คู่.....80
- รูปที่ 3.8 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขคลื่นโพลเคเวทโหมด TM ค่าความสะท้อนโหมด TM เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่ กับ λ_0 / λ_c ที่มุมตกกระทบ $0^0, 30^0, 60^0$ และ 90^0
- (ก) K_{TM} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 0^0$ (ข) $|r_{TM}^2|$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 0^0$
 (ค) K_{TM} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 30^0$ (ง) $|r_{TM}^2|$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 30^0$
 (จ) K_{TM} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 60^0$ (ฉ) $|r_{TM}^2|$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 60^0$
 (ช) K_{TM} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 90^0$ (ซ) $|r_{TM}^2|$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 90^0$ 81
- รูปที่ 3.9 แถบผ่านและแถบหยุดโหมด TM ของความสัมพันธ์ระหว่าง ϕ ในช่วง 0^0 ถึง 90^0 กับ λ_0 / λ_c (ก) พิจารณาตาม K_{TM} (ข) พิจารณาตาม $|r_{TM}^2|$ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็ก-ตริก 15 คู่.....83
- รูปที่ 3.10 แถบผ่านและแถบหยุดโหมด TE ของความสัมพันธ์ระหว่าง β / k_0 กับ λ_0 / λ_c
- (ก) พิจารณาตาม K_{TE} (ข) พิจารณาตาม $|r_{TE}^2|$ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่.....84
- รูปที่ 3.11 แถบผ่านและแถบหยุดโหมด TM ของความสัมพันธ์ระหว่าง β / k_0 กับ λ_0 / λ_c
- (ก) พิจารณาตาม K_{TM} (ข) พิจารณาตาม $|r_{TM}^2|$ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่.....84

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 3.12 ความสัมพันธ์ระหว่าง $ r_{TE}^2 $ กับ λ_0 / λ_c เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกที่มุมตกกระทบต่าง ๆ (ก) $\phi = 0^0$ (ข) $\phi = 30^0$ (ค) $\phi = 60^0$ (ง) $\phi = 90^0$	85
รูปที่ 3.13 ความสัมพันธ์ระหว่าง $ r_{TM}^2 $ กับ λ_0 / λ_c เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกที่มุมตกกระทบต่าง ๆ (ก) $\phi = 0^0$ (ข) $\phi = 30^0$ (ค) $\phi = 60^0$ (ง) $\phi = 90^0$	86
รูปที่ 3.14 ความสัมพันธ์ระหว่างแถบหยุดของตัวสะท้อนแบบแบรกก์กับโหมดที่ถูกลำของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ ในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$ (ก) โหมด TE (ข) โหมด TM.....	87
รูปที่ 3.15 ความสัมพันธ์ระหว่างแถบหยุดโหมด TE ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์กับโหมดที่ถูกลำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โหมด TE ในช่วง $1.0 \mu m < \lambda_0 < 2.2 \mu m$ (ก) โหมด TE (ข) โหมด TM.....	88
รูปที่ 3.16 ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนซ้อนทับกันระหว่างแถบหยุดโหมด TE กับแถบหยุดโหมด TM ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์กับโหมดที่ถูกลำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โหมดไฮบริดที่มีอันดับ $1 \leq l \leq 5$ ในช่วง $1.0 \mu m < \lambda_0 < 2.2 \mu m$	89
รูปที่ 3.17 แบนด์วิดท์และโหมดที่ถูกลำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมดที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 5$ ในช่วง $1.0 \mu m < \lambda_0 < 2.2 \mu m$	90
รูปที่ 3.18 แบนด์วิดท์ของโหมด TE ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีพารามิเตอร์ $n_{co}^1 = 3.0, n_{cl}^1 = 1.5, n_{cl}^2 = 3.0, l_{cl}^1 = 0.265 \mu m$ และ $l_{cl}^2 = 0.13 \mu m$	91
รูปที่ 3.19 แบนด์วิดท์ของโหมด TM ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีพารามิเตอร์ $n_{co}^1 = 3.0, n_{cl}^1 = 1.5, n_{cl}^2 = 3.0, l_{cl}^1 = 0.265 \mu m$ และ $l_{cl}^2 = 0.13 \mu m$	91
รูปที่ 4.1 โหมดที่ถูกลำของโหมดที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 2$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 1.55 \mu m$	96
รูปที่ 4.2 โหมดที่ถูกลำของโหมดที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 2$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 2.14 \mu m$	96
รูปที่ 4.3 โหมดที่ถูกลำของโหมดที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 5$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 2.14 \mu m$	96
รูปที่ 4.4 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมด HE_{11} ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $2.48 \mu m < \lambda_0 < 2.69 \mu m$ (ก) ขนาดของ E_θ (ข) ขนาดของ E_z (ค) ขนาดของ H_θ (ง) ขนาดของ H_z	99

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 4.5 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมด HE_{32} ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น	
$2.48 \mu m < \lambda_0 < 2.69 \mu m$	
(ก) ขนาดของ E_θ (ข) ขนาดของ E_z (ค) ขนาดของ H_θ (ง) ขนาดของ H_z	100
รูปที่ 4.6 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมด HE_{41} ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น	
$2.48 \mu m < \lambda_0 < 2.69 \mu m$	
(ก) ขนาดของ E_θ (ข) ขนาดของ E_z (ค) ขนาดของ H_θ (ง) ขนาดของ H_z	101
รูปที่ 4.7 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมด HE_{51} ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น	
$2.48 \mu m < \lambda_0 < 2.69 \mu m$	
(ก) ขนาดของ E_θ (ข) ขนาดของ E_z (ค) ขนาดของ H_θ (ง) ขนาดของ H_z	102
รูปที่ 4.8 ผลของการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโหมด HE_{11}	
ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ เมื่อเปลี่ยนแปลงรัศมีของแกนอากาศ	
(ก) $\rho_{co}^1 = 0.45 \mu m$ (ข) $\rho_{co}^1 = 0.55 \mu m$ (ค) $\rho_{co}^1 = 0.65 \mu m$	
(ง) $\rho_{co}^1 = 0.75 \mu m$ (จ) $\rho_{co}^1 = 0.85 \mu m$ (ฉ) $\rho_{co}^1 = 0.95 \mu m$	
(ช) $\rho_{co}^1 = 1.00 \mu m$ (ซ) $\rho_{co}^1 = 1.05 \mu m$	103
รูปที่ 4.9 ความสัมพันธ์ระหว่างแบนด์วิดท์ของการเกิดแบบแผนคลื่นเดียวโหมด HE_{11}	
กับรัศมีของแกนอากาศ ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ	106
รูปที่ 4.10 ความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น	
ของแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโหมด HE_{11} ตามค่าความยาวคลื่น	
เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง	107
รูปที่ 4.11 ผลของการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโหมด TM_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์	
โคแอกเซียล เมื่อความหนาของไดอิเล็กตริกเปลี่ยนแปลง	
(ก) $l_{co}^1 = 0.00 \mu m$ (ข) $l_{co}^1 = 0.10 \mu m$ (ค) $l_{co}^1 = 0.20 \mu m$	
(ง) $l_{co}^1 = 0.30 \mu m$ (จ) $l_{co}^1 = 0.35 \mu m$ (ฉ) $l_{co}^1 = 0.40 \mu m$	108
รูปที่ 4.12 ความสัมพันธ์ระหว่างแบนด์วิดท์ของการเกิดแบบแผนคลื่นเดียวโหมด TM_{01}	
กับความหนาของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์	
โคแอกเซียล	110
รูปที่ 4.13 โหมดที่ถูกนำของโหมดที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 4$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 3.75 \mu m$	
และ $l_{co}^1 = 0.3 \mu m$	110

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 4.14 ความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น ของแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} ตามค่าความยาวคลื่น เมื่อความหนาของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศเปลี่ยนแปลง	111
รูปที่ 4.15 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมด HE_{22} ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $3.7975 \mu m < \lambda_0 < 4.6584 \mu m$ (ก) ขนาดของ E_z (ข) ขนาดของ H_θ (ค) ขนาดของ E_θ (ง) ขนาดของ H_z	113
รูปที่ 4.16 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมด HE_{31} ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $3.7975 \mu m < \lambda_0 < 4.6584 \mu m$ (ก) ขนาดของ E_z (ข) ขนาดของ H_θ (ค) ขนาดของ E_θ (ง) ขนาดของ H_z	114
รูปที่ 4.17 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมด HE_{32} ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $3.7975 \mu m < \lambda_0 < 4.6584 \mu m$ (ก) ขนาดของ E_z (ข) ขนาดของ H_θ (ค) ขนาดของ E_θ (ง) ขนาดของ H_z	115
รูปที่ 4.18 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมด HE_{42} ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $3.7975 \mu m < \lambda_0 < 4.6584 \mu m$ (ก) ขนาดของ E_z (ข) ขนาดของ H_θ (ค) ขนาดของ E_θ (ง) ขนาดของ H_z	116
รูปที่ 4.19 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมด TM_{01} ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $3.7975 \mu m < \lambda_0 < 4.6584 \mu m$ (ก) ขนาดของ E_z (ข) ขนาดของ H_θ	117
รูปที่ 4.20 ผลของการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โคแอกเซียล เมื่อดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศเปลี่ยนแปลง (ก) $n_{co}^1 = 2.0$ (ข) $n_{co}^1 = 2.5$ (ค) $n_{co}^1 = 3.0$ (ง) $n_{co}^1 = 3.5$ (จ) $n_{co}^1 = 4.0$ (ฉ) $n_{co}^1 = 4.5$	118
รูปที่ 4.21 ความสัมพันธ์ระหว่างแบนด์วิดท์ของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} กับดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล.....	120
รูปที่ 4.22 ความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น ของแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} ตามค่าความยาวคลื่น เมื่อดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศเปลี่ยนแปลง.....	121

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 5.1 แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ พารามิเตอร์เส้นใยนำแสงเป็นดังนี้ $n_{cl}^1 = 4.6, n_{cl}^2 = 1.6, l_{cl}^1 = 0.0413 \mu m$ และ $l_{cl}^2 = 0.1187 \mu m$ ที่ $\lambda_c = 759.49 nm$	124
รูปที่ 5.2 ช่วงการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} โดยพารามิเตอร์เส้นใยนำแสงเหมือนดังรูปที่ 5.1.....	125
รูปที่ 5.3 แบนด์วิดท์ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ขึ้นกับค่าความแตกต่างระหว่างดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้ม.....	125
รูปที่ 5.4 ความสัมพันธ์ระหว่าง ρ_{co}^1 / λ_c กับ $n_{cl}^1 - n_{cl}^2$ ที่ $\lambda_c = 759.49 nm$	127
รูปที่ 5.5 โหมดของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ที่มีอันดับจาก $l = 0$ ถึง $l = 6$ เมื่อรัศมีของแกนอากาศ $\rho_{co}^1 = 0.8 \mu m$ (ก) $0.6 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.6$ (ข) $0.6 < \lambda_0 / \lambda_c < 0.9$	128
รูปที่ 5.6 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE_{01} (ก) ขนาดของ E_θ (ข) ขนาดของ H_z	130
รูปที่ 5.7 โหมดของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} เมื่อเปลี่ยน ρ_{co}^1 / λ_c จาก 0.6583 ถึง 1.58	132
รูปที่ 5.8 แบนด์วิดท์ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ขึ้นกับค่ารัศมีของแกนอากาศ.....	132
รูปที่ 5.9 ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ แบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} กับ λ_0 / λ_c เมื่อเปลี่ยน ρ_{co}^1 / λ_c จาก 0.6583 ถึง 1.58	133
รูปที่ 5.10 ความสัมพันธ์ระหว่าง α_{TE} ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดี่ยว ในโหมด TE_{01} กับ λ_0 / λ_c เมื่อเปลี่ยน ρ_{co}^1 / λ_c จาก 0.6583 ถึง 1.58 และจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม 20 คู่.....	134
รูปที่ 5.11 โหมดของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} เมื่อเปลี่ยน n_{cl}^2 จาก 1.2 ถึง 3.0	135
รูปที่ 5.12 แบนด์วิดท์ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ขึ้นกับค่าความแตกต่างระหว่างดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้ม.....	136

ภาพประกอบ	หน้า
รูปที่ 5.13 ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ แบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} กับ λ_0/λ_c เมื่อเปลี่ยน n_{cl}^2 จาก 1.2 ถึง 2.4137	
รูปที่ 5.14 ความสัมพันธ์ระหว่าง α_{TE} ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดี่ยว ในโหมด TE_{01} กับ λ_0/λ_c เมื่อ n_{cl}^2 เปลี่ยนจาก 1.2 ถึง 2.4 และจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม 20 คู่.....138	



คำอธิบายสัญลักษณ์

น

สัญลักษณ์	ความหมาย
α_{TE}, α_{TM}	ค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE และ TM ตามลำดับ
β	ค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่น
β_2	พารามิเตอร์ GVD
β/k_0	ดรรชนีประสิทธิผล
$(\beta/k_0)_{UBTM}$	ดรรชนีประสิทธิผลที่ขอบบนของโหมด TE ซึ่งสอดคล้องกับค่า $(\lambda_0/\lambda_c)_{UBTM1}$
$BW_{\max, pos}$	แบนด์วิดท์ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01}
$BW_{QSMHE_{11}}$	แบนด์วิดท์ของการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11}
$BW_{QSMTM_{01}}$	แบนด์วิดท์ของการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01}
$BW_{SMTE_{01}}$	แบนด์วิดท์ของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01}
D	พารามิเตอร์ดิสเพอร์ชัน
D_M	พารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากวัสดุ
D_W	พารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น
∇^2	ตัวดำเนินการลาปลาซ
∇_t^2	ตัวดำเนินการลาปลาซตามขวาง
ϵ_0	สภาพยอมของอากาศว่าง
ϵ_r	สภาพยอมสัมพัทธ์
E_r	ความเข้มสนามไฟฟ้าในแนวรัศมี r
E_θ	ความเข้มสนามไฟฟ้าในแนวมุม θ
E_z	ความเข้มสนามไฟฟ้าในแนวแกน z
f_c	ความถี่กลาง
$f_{CFHE_{11}}$	ความถี่ตัดของโหมด HE_{11}
$f_{CFTM_{01}}$	ความถี่ตัดของโหมด TM_{01}
$f_{UBE} _{\beta/k_0=0}$	ความถี่ที่ขอบบนของแบนด์วิดท์ที่ $\beta/k_0 = 0$
$I_l(x)$	ฟังก์ชันเบสเซลดัดแปลงชนิดที่ 1 อันดับ l
$J_l(x)$	ฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่ 1 อันดับ l

คำอธิบายสัญลักษณ์

ป

สัญลักษณ์	ความหมาย
k	เลขคลื่น
k_{cl}^1, k_{cl}^2	เลขคลื่นในวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 และ 2 ตามลำดับ
$K_l(x)$	ฟังก์ชันเบสเซลตัดแปลงชนิดที่ 2 อันดับ l
K_{TM}, K_{TE}	เลขคลื่นโพลาไรซ์ หรือเลขคลื่นบลาซของโหมด TM และ TE ตามลำดับ
l_{cl}^1, l_{cl}^2	ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 และ 2 ตามลำดับ
l_{co}^i	ความหนาของไดอิเล็กตริกในบริเวณแกนชั้นที่ i
λ_c	ความยาวคลื่นกลาง
λ_{cut}	ความยาวคลื่นตัด
$\lambda_{CWHE_{11}}$	ความยาวคลื่นตัดของโหมด HE_{11}
$\lambda_{CWTM_{01}}$	ความยาวคลื่นตัดของโหมด TM_{01}
$\lambda_{LBE} _{\beta/k_0=0}$	ความยาวคลื่นที่ขอบล่างของแบนด์วิดท์ที่ $\beta/k_0 = 0$
$\lambda_{UBE} _{\beta/k_0=0}$	ความยาวคลื่นที่ขอบบนของแบนด์วิดท์ที่ $\beta/k_0 = 0$
$(\lambda_0/\lambda_c)_{UBTE1}$	ความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ที่ขอบบนของแบนด์วิดท์โหมด TE
$(\lambda_0/\lambda_c)_{UBTM1}$	ความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ที่ขอบบนของแบนด์วิดท์โหมด TM ที่ค่า $\beta/k_0 = 1.0$
Λ	ความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์
$[M]$	เมทริกซ์ถ่ายโอนสำหรับการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยใช้วิธีแม้นตรง
n_{cl}^1, n_{cl}^2	ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 และ 2 ตามลำดับ
n_{co}^i	ดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในบริเวณแกนชั้นที่ i
n_{sub}	ดรรชนีหักเหของวัสดุรอง
$(n_h n_l)$	ดรรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบดรรชนีหักเหมาก และ น้อย ตามลำดับ
$(n_l n_h)$	ดรรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบดรรชนีหักเหน้อย และ มาก ตามลำดับ
ω	ความถี่เชิงมุม

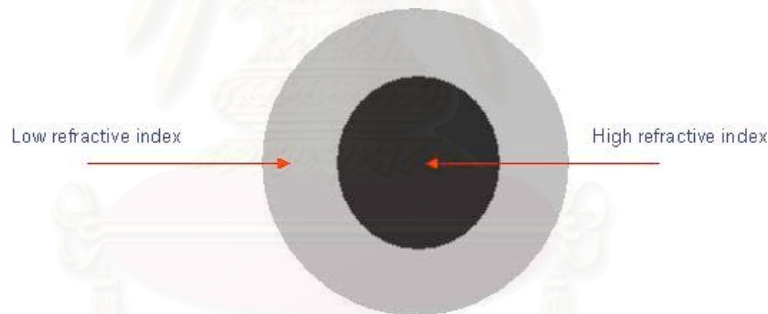
สัญลักษณ์	ความหมาย
P_r^{TE}, P_r^{TM}	พลังที่กำดั่งในแนวรัศมีของโหมด TE และ TM ตามลำดับ
P_z^{TE}, P_z^{TM}	พลังที่กำดั่งตามแนวแกน z ของโหมด TE และ TM ตามลำดับ
$\rho_{co,max}^1$	รัศมีของแกนอากาศที่ทำให้แบนด์วิดท์ของแบบแผนคลื่นเดียวโหมด TE_{01} มีค่ามากที่สุด
$\rho_{co,min}^1$	รัศมีของแกนอากาศที่น้อยที่สุด
r_N	สัมประสิทธิ์การสะท้อนของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีไดอิเล็กทริกจำนวน N คู่
$ r_{TE}^2 , r_{TM}^2 $	ความสะท้อนของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีไดอิเล็กทริกจำนวน N คู่ ของโหมด TE และ TM ตามลำดับ
S	พารามิเตอร์ดีสเพอร์ชันอันดับสอง
T_i	เมทริกซ์ถ่ายโอนในบริเวณแกนสำหรับการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยใช้วิธีเมตริกซ์เชิงเส้นกำกับ
\bar{T}	เมทริกซ์ถ่ายโอนทั้งหมด
$Y_l(x)$	ฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่ 2 อันดับ l

บทที่ 1

บทนำ

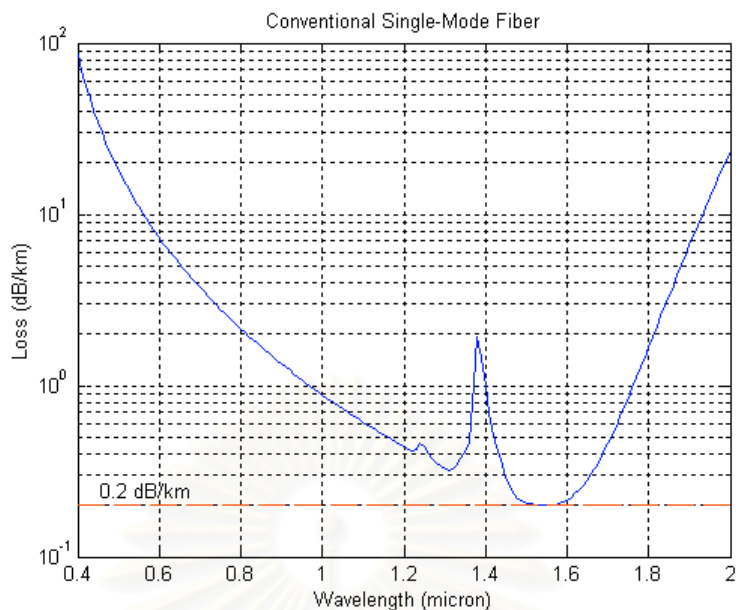
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันการสื่อสารข้อมูลต้องการส่งข้อมูลจำนวนมาก ในเวลาอันสั้น ทำให้เคเบิลสายไฟฟ้าทองแดงไม่สามารถรองรับความต้องการของผู้ใช้ได้ ทำให้มีการศึกษาตัวกลางที่ใช้ในการสื่อสาร เส้นใยนำแสงแบบทวิไปมีแกน (core) เป็นแก้ว และมีวัสดุหุ้ม (cladding) เป็น แก้วที่มีค่าดัชนีหักเหของแสงน้อยกว่าแกนเล็กน้อย ดังรูปที่ 1.1 ซึ่งเป็นตัวกลางหนึ่งที่ได้นำมาใช้ในการสื่อสาร ข้อดีของระบบสื่อสารผ่านเส้นใยนำแสงคือ ค่าการลดทอนสัญญาณของเส้นใยนำ- แสงต่ำในช่วงความยาวคลื่นแสง $1.3 \mu m$ และ $1.55 \mu m$ เส้นใยนำแสงมีแบนด์วิดท์กว้าง ทำให้ สามารถส่งผ่านข้อมูลจำนวนมากได้อย่างรวดเร็ว โครงสร้างสายเคเบิลของเส้นใยนำแสงมีขนาดเล็กและน้ำหนักเบา วัสดุที่ใช้ทำเส้นใยนำแสงราคาถูก ปราศจากสัญญาณรบกวนทางไฟฟ้า ข้อมูลมีความปลอดภัยสูง และเส้นใยนำแสงมีความทนทานต่อการทำปฏิกิริยาเคมี



รูปที่ 1.1 โครงสร้างของเส้นใยนำแสงแบบทวิไปมีแกนเป็นวัสดุไดอิเล็กตริกมีค่าดัชนีหักเหสูง และวัสดุหุ้มเป็นชั้นของวัสดุไดอิเล็กตริกมีค่าดัชนีหักเหต่ำ

แม้ว่าเส้นใยนำแสงจะมีประโยชน์ในการสื่อสารดังที่ได้กล่าวมาแล้ว แต่เส้นใยนำแสงมีข้อด้อยเช่นกันคือ เส้นใยนำแสงมีความเปราะบาง แตกหักง่ายเมื่อมีแรงภายนอกกระทำ เคเบิลเส้นใยนำแสงไม่สามารถจัดวางให้มีรัศมีการโค้งงอน้อย ๆ ได้ การติดตั้งระบบสายส่งเคเบิลเส้นใยนำแสง ต้องใช้เครื่องมือและอุปกรณ์พิเศษ รวมทั้งต้องอาศัยทักษะ ความชำนาญในการทำงานพอสมควร นอกจากนี้ยังมีปัญหาที่เกิดขึ้นเมื่อใช้ในการสื่อสารคือ การบานออกของสัญญาณพัลส์หรือดีสเพอร์ชัน (dispersion) และค่าการสูญเสียสัญญาณแสง (loss) ในเส้นใยนำแสง ซึ่งเป็นปัญหาที่สำคัญในระบบการสื่อสารทางแสง

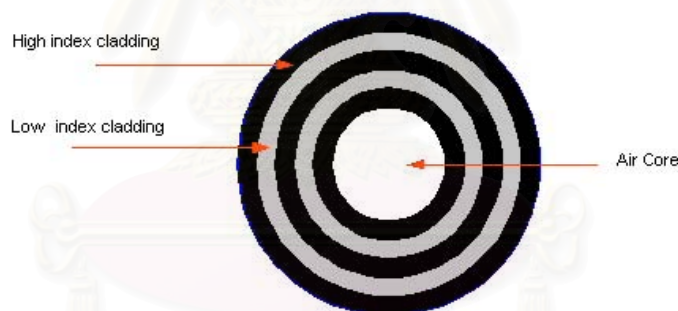


รูปที่ 1.2 การสูญเสียรวมของเส้นใยนำแสงแบบทั่วไปแบบแผนคลื่นเดี่ยว (single mode conventional fiber) ที่ขึ้นกับความยาวคลื่นแสง

ในเส้นใยนำแสงแบบทั่วไป การกักกันแสง (optical confinement) ใช้หลักการสะท้อนกลับหมด แสงส่วนใหญ่อยู่ในแกนของเส้นใยนำแสง ดังนั้นการสูญเสียกำลังแสงส่วนมากเกิดจากแก้วที่เป็นแกนของเส้นใยนำแสง และการสูญเสียกำลังแสงน้อยสุดมีค่าประมาณ 0.2 dB/km ที่ความยาวคลื่น $1.55 \mu\text{m}$ ดังรูปที่ 1.2 ในปี ค.ศ. 1978 Yariv และคณะ เป็นผู้เริ่มต้นแนวคิดให้โครงสร้างเส้นใยนำแสงมีแกนเป็นอากาศ และมีวัสดุหุ้มเป็นชั้นของไดอิเล็กทริกที่มีค่าดัชนีหักเหและน้อยสลับกันแบบรายคาบ เรียกว่า ชั้นของแบรกก์ เพื่อให้เกิดการกักกันแสงในแนวรัศมีของเส้นใยนำแสง เรียกเส้นใยนำแสงนี้ว่า เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ (Bragg optical fiber) ดังรูปที่ 1.3 เนื่องจากคลื่นแสงถูกนำอยู่ในแกนอากาศ ดังนั้นจึงมีความเป็นไปได้ที่เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์จะมีการสูญเสียกำลังแสงน้อยกว่าเส้นใยนำแสงแบบทั่วไป

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ เริ่มต้นจากงานวิจัยในปี ค.ศ. 1978 P. Yeh, A. Yariv และ E. Marom ได้เสนอโครงสร้างของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ และใช้ทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าของแมกซ์เวลล์ วิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยวิธีวิเคราะห์เป็นวิธีการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มเป็นอนันต์โดยใช้วิธีแมนตรง ในปี ค.ศ. 1999 Y. Fink และคณะ ได้สร้างเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนวัสดุหุ้มเป็น 9 ชั้น เป็นเทลลูรัม (tellurium) มีค่าดัชนีหักเห 4.6 มีความหนา $0.8 \mu\text{m}$ จำนวน 5 ชั้น กับ โพลีสไตรีน (polystyrene) มีค่าดัชนีหักเห 1.59 มีความหนา $1.6 \mu\text{m}$ จำนวน 4 ชั้น สลับกัน และมีวัสดุรอง

(substrate media) เป็นอากาศ โดยทดลองการนำแสงของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยวัดค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน ในกรณีนำแสงแบบเส้นตรงและโค้งงอ 90 องศา และในปี ค.ศ. 2002 Y. Xu, G. X. Ouyang, R. K. Lee และ A. Yariv ได้เสนอวิธีการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มเป็นอนันต์โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ วิธีการวิเคราะห์ดังกล่าวใช้วิเคราะห์โหมดและการสูญเสียเนื่องจากการแผ่พลังงานของโหมด TE และ TM ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ จากงานวิจัยข้างต้น ผู้วิจัยเห็นว่าในทางปฏิบัติแล้วเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนจำกัด จากเหตุผลข้างต้น เพื่อให้สอดคล้องในทางปฏิบัติ ผู้วิจัยจึงได้นำเสนอการวิเคราะห์ เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนจำกัด โดยใช้วิธีแมนตรงที่มีวัสดุรองรับเป็นอากาศ อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยวิธีแมนตรงมีความยุ่งยาก และใช้เวลาในการคำนวณมากกว่าการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ ดังนั้นผู้วิจัยจึงเปรียบเทียบผลการคำนวณโหมดที่ถูกลำ (guided mode) จากวิธีแมนตรงกับวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ เพื่อแสดงให้เห็นว่าการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มเป็นจำกัดโดยใช้วิธีแมนตรง กับการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มเป็นอนันต์สามารถ interchangeable ได้



รูปที่ 1.3 โครงสร้างของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีแกนเป็นอากาศ และวัสดุหุ้มเป็นชั้นของวัสดุไดอิเล็กตริกที่มีค่าดัชนีหักเหและน้อยสลับกัน

ในปี ค.ศ. 2000 T. Kawanishi และ M. Izutsu ได้วิเคราะห์โหมดที่ถูกลำของท่อ-นำแสงรายคาบแบบโคแอกเซียล (coaxial periodic optical waveguide, CPOW) และพบว่าโหมดที่ถูกลำของโหมด TE และ TM จะมีค่าไม่ต่อเนื่อง โดยเกิดเฉพาะบางช่วงความยาวคลื่นซึ่งสอดคล้องกับแถบหยุด (stop band) ของโครงสร้างที่เป็นรายคาบใน 1 มิติของวัสดุหุ้มหรือตัวสะท้อนแบบแบรกก์ (Bragg reflector) ของโหมด TE และ TM ตามลำดับ จากการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำโดยใช้วิธีแมนตรงและวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ พบว่าโดยทั่วไปโหมดที่ถูกลำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์จะมี 3 โหมด คือ โหมด TE TM และไฮบริด ผู้วิจัยเห็นว่างานวิจัยข้างต้น ยังไม่ได้พิจารณา การ

นำแสงของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในโหมดไฮบริด โดยยังไม่ได้นำเสนอการวิเคราะห์แบนด์วิธของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ และยังไม่ได้นำเสนอความสัมพันธ์ของโหมดที่ถูกนำของโหมดไฮบริดในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์กับแถบหยุดของตัวสะท้อนแบบแบรกก์

ในระบบการสื่อสารทางแสงนั้น นอกจากเราต้องการเส้นใยนำแสงที่มีค่าการสูญเสียสัญญาณแสงต่ำและแบนด์วิธกว้างแล้ว ยังต้องการดิสเพอร์ชันน้อยในช่วงแบนด์วิธที่ใช้งานด้วย การเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยว (single mode) ของเส้นใยนำแสง จะมีประโยชน์ในการสื่อสารทางแสง เพราะสามารถลดผลจากดิสเพอร์ชันระหว่างโหมด (inter modal dispersion) ได้อย่างมาก ซึ่งการค้นพบโหมดแบบแผนคลื่นเดี่ยวในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ ผลที่ได้จากการศึกษานำไปสู่การสร้างเส้นใยนำแสงที่มีอัตราการสูญเสียกำลังต่ำ ที่สามารถนำคลื่นแสงได้ในช่วงความยาวคลื่นที่แก้วมีอัตราการสูญเสียกำลังสูงมาก แต่ปกติแล้วเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์จะเกิดโหมดรวม (multimode) ทำให้มีงานวิจัยที่นำเสนอเกี่ยวกับการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยว (quasi-single mode) ดังเช่น งานวิจัยในปี ค.ศ. 2000 M.Ibanescu และคณะ เสนอการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีแกนเป็นอากาศแทรกด้วยแท่งไดอิเล็กทริก เรียกว่า เส้นใยนำแสงชนิดนี้ว่า เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล (coaxial Bragg optical fiber) โดยจะเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยว ที่ได้จากการพิจารณาช่วงความยาวคลื่นที่มีการกักกันกำลังแสง (power of light confinement) ของสนามไฟฟ้าที่มีค่ามากกว่า 50% ในปี ค.ศ. 2001 S.G. Johnson และคณะ เสนอเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ชนิดหนึ่งที่มีแกนอากาศขนาดใหญ่ และวัสดุหุ้มที่มีคุณสมบัติ omnidirectional reflection เรียกว่า OmniGuide fibers ซึ่งโหมด TE_{01} ของเส้นใยนำแสงดังกล่าว มีการสูญเสียที่น้อยกว่าโหมดอื่น ๆ ดังนั้นจึงเสมือนว่าเส้นใยนำแสงนำ คลื่นโหมดเดี่ยวเท่านั้น ในปี ค.ศ. 2001 G.Ouyang และคณะ เสนอการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล นอกจากนี้แล้ว ในปี ค.ศ. 2002 A. Argyros และคณะ ได้ศึกษาเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ แล้วพบว่าโหมด TE_{01} ซึ่งเป็นโหมดที่มีการสูญเสีย น้อยกว่าโหมดอื่น ๆ ดังนั้นจึงเสมือนว่าเส้นใยนำแสงนำคลื่นโหมดเดี่ยวเท่านั้น เรียกโหมดดังกล่าวว่า แบบแผนคลื่นเดี่ยวประสิทธิภาพ (effectively single mode)

จากงานวิจัยข้างต้นจะเห็นว่ามีงานวิจัยที่นำเสนอเกี่ยวกับ แบบแผนคลื่นเดี่ยว ประสิทธิภาพหรือนำเสนอแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} ของเส้นใยนำแสงแบบโคแอกเซียล แต่ในทางปฏิบัติแล้ว เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียลเป็นเส้นใยนำแสงที่สร้างยาก เพราะมีแกนเป็นอากาศแทรกด้วยแท่งไดอิเล็กทริกซ์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงนำเสนอแนวทางการนำเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์มาใช้ในระบบการสื่อสารทางแสง โดยการนำเสนอเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่น

เดี่ยว (purely single mode Bragg optical fiber) เงื่อนไขการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยว (single mode condition) และการออกแบบเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดี่ยวในช่วงความยาวคลื่นใด ๆ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้แบ่งออกเป็น 7 บท ดังนี้

บทที่ 1 บทนำ กล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของงานวิจัย นำเสนองานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ตลอดจนแนวทางและขอบเขตของการวิจัย รวมทั้งประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์นี้

บทที่ 2 กล่าวถึงการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยวิธีแมนตรง การวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ ผลการคำนวณโมดที่ถูกลำในกรณีตัวอย่างและเปรียบเทียบผลการคำนวณโมดที่ถูกลำของโมด TE TM และไฮบริดทั้ง 2 วิธี ดังกล่าว การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโมด TE TM และไฮบริด รวมทั้งการคำนวณการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโมด TE และ TM และค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชัน

บทที่ 3 กล่าวถึงการวิเคราะห์แบนด์วิทท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโมด TE TM และไฮบริด ที่มีความสัมพันธ์กับแถบหยุดของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ และผลการคำนวณแบนด์วิทท์ในกรณีตัวอย่าง

บทที่ 4 กล่าวถึงการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโมด HE_{11} และการกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ ผลของโมดที่นำ แบนด์วิทท์ของแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยว และพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากที่นำคลื่นเมื่อแกนอากาศเปลี่ยนแปลง การเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโมด TM_{01} ที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงความหนาของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล แบนด์วิทท์ของแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยว และพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากที่นำคลื่น และพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากที่นำคลื่น

บทที่ 5 การเกิดแบบคลื่นเดี่ยวโมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ ตัวอย่างการออกแบบแผนคลื่นเดี่ยวโมด TE_{01} ในช่วงความยาวคลื่นแสงสีน้ำเงิน-เขียว การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโมด TE_{01} ผลของค่าพารามิเตอร์ดิส-

เพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น แบบวิดท์ และการสูญเสียจากการแผ่พลังงาน เมื่อเปลี่ยนแปลงรัศมีของแกนอากาศ ผลของค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น แบบวิดท์ และการสูญเสียจากการแผ่พลังงาน เมื่อเปลี่ยนแปลงดรรชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้ม รวมทั้งเงื่อนไขของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE และหลักการออกแบบแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่ช่วงความยาวคลื่นใด ๆ

บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะเพื่อใช้ในการปรับปรุงงานวิจัยต่อไปในอนาคต

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อวิเคราะห์คุณลักษณะการนำแสงโดยใช้วิธีเชิงวิเคราะห์ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์
2. เพื่อเสนอแนวทางการใช้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ ในระบบสื่อสารทางแสง โดยพิจารณาในแง่มุมของดิสเพอร์ชัน และการสูญเสียกำลังแสงตามความยาวสายที่พึงประสงค์

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1. วิเคราะห์คุณลักษณะการนำแสงโดยใช้วิธีเชิงวิเคราะห์ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์
2. สร้างโปรแกรมจำลองผลการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์
3. เพื่อเสนอแนวทางการใช้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในระบบสื่อสารทางแสง

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ทราบถึงวิธีการวิเคราะห์คุณลักษณะการนำแสงโดยใช้วิธีเชิงวิเคราะห์ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ และแนวทางการใช้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในระบบการสื่อสารทางแสง
2. โปรแกรมจำลองผลการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์

1.5 วิธีดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์
2. วิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยใช้วิธีเชิงวิเคราะห์

3. วิเคราะห์หาเครื่องมือที่ใช้ในการออกแบบเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์
4. เสนอแนวทางการใช้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในระบบสื่อสารทางแสง
5. สรุปงานวิจัยและเขียนวิทยานิพนธ์



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

การวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์

2.1 ความนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงการการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ มีวิธีการวิเคราะห์ 2 วิธี นั่นคือ การวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยใช้วิธีแมนตรง นำเสนอโดย Yariv และคณะ (1978) และการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ นำเสนอโดย Yong Xu และคณะ (2002) การวิเคราะห์ทั้ง 2 วิธีนี้เป็นการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนอนันต์ เพื่อให้สอดคล้องกับเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในทางปฏิบัติที่มีจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มจำนวนจำกัด ดังนั้นผู้วิจัยจึงนำเสนอการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยใช้วิธีแมนตรงที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนจำกัด แล้วเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์โมดที่ถูกลำ นอกจากการวิเคราะห์โมดและการกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แล้ว ยังกล่าวถึงการวิเคราะห์การสูญเสียเนื่องจากการแผ่พลังงานในโมด TE และ TM การวิเคราะห์ดิสเพอร์ชันของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ และผลการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในกรณีต่าง ๆ

บทนี้จะประกอบด้วยเนื้อหา ดังนี้

2.1 ความนำ

2.2 การวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนอนันต์ โดยใช้วิธีแมนตรง

2.3 การวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนจำกัด โดยใช้วิธีแมนตรง

2.4 การวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนอนันต์ โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ

2.5 การสูญเสียจากการแผ่พลังงานในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ

2.6 ดิสเพอร์ชันของแสงในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์

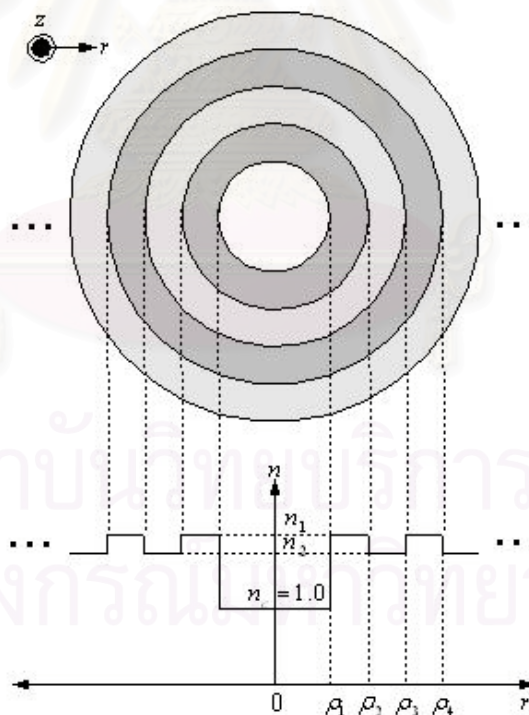
2.7 ผลการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในกรณีตัวอย่าง โดยใช้วิธีแมนตรงและวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ

2.8 สรุป

2.2 การวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนอนันต์โดยใช้วิธีแมนตรง

พิจารณาเส้นใยที่มีแกนเป็นอากาศและวัสดุหุ้มมีดรรชนีหักเหต่างกันเป็นรายคาบ โครงสร้างทางเรขาคณิตและหน้าข้างดรรชนี (refractive index profile) ดังแสดงในรูปที่ 2.1. ซึ่งกำหนดหน้าข้างดรรชนีหักเห (refractive index profile) ดังนี้

$$n(r) = \begin{cases} 1, 0 \leq r < \rho_1 \\ n_1, \rho_1 \leq r < \rho_2 \\ n_2, \rho_2 \leq r < \rho_3 \\ n_1, \rho_3 \leq r < \rho_4 \\ n_2, \rho_4 \leq r < \rho_5 \\ \vdots \\ \vdots \\ \text{etc.} \end{cases} \quad (2.1)$$



รูปที่ 2.1 โครงสร้างและหน้าข้างดรรชนีหักเหของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนอนันต์

เมื่อให้แกน z เป็นทิศทางการแพร่กระจายคลื่น องค์ประกอบของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของคลื่นแสง ทุก ๆ องค์ประกอบ จะเขียนอยู่ในทั่วไปดังนี้

$$\psi(r, \theta, z, t) = \psi(r, \theta)e^{i(\beta z - \omega t)} \quad (2.2)$$

โดย ψ สามารถเป็น $E_z, E_r, E_\theta, H_z, H_r, H_\theta$ ω เป็นความถี่เชิงมุม และ β เป็นค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่น (propagation constant)

ตามทฤษฎีที่นำคลื่น องค์ประกอบตามขวางของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถเขียนในรูปของ E_z และ H_z ได้ดังสมการ

$$E_r = \frac{i\beta}{\omega^2 \mu \epsilon - \beta^2} \left(\frac{\partial}{\partial r} E_z + \frac{\omega \mu}{\beta} \frac{\partial}{r \partial \theta} H_z \right) \quad (2.3)$$

$$E_\theta = \frac{i\beta}{\omega^2 \mu \epsilon - \beta^2} \left(\frac{\partial}{r \partial \theta} E_z - \frac{\omega \mu}{\beta} \frac{\partial}{\partial r} H_z \right) \quad (2.4)$$

$$H_r = \frac{i\beta}{\omega^2 \mu \epsilon - \beta^2} \left(\frac{\partial}{\partial r} H_z - \frac{\omega \epsilon}{\beta} \frac{\partial}{r \partial \theta} E_z \right) \quad (2.5)$$

$$H_\theta = \frac{i\beta}{\omega^2 \mu \epsilon - \beta^2} \left(\frac{\partial}{r \partial \theta} H_z + \frac{\omega \epsilon}{\beta} \frac{\partial}{\partial r} E_z \right) \quad (2.6)$$

ในที่นี้ $E_z(r, \theta)$ และ $H_z(r, \theta)$ จะต้องสอดคล้องกับสมการคลื่น

$$[\nabla_t^2 + (\omega^2 \mu \epsilon - \beta^2)] \begin{Bmatrix} E_z \\ H_z \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.7)$$

$\nabla_t^2 = \nabla^2 - \partial^2 / \partial z^2$ เป็นตัวดำเนินการลาปลาซตามขวาง (transverse Laplacian operator) ผลเฉลยทั่วไปของสมการ (2.7) จะอยู่ในรูป

$$E_z = [AJ_l(kr) + BY_l(kr)] \cos(l\theta + \phi) \quad (2.8)$$

$$H_z = [CJ_l(kr) + DY_l(kr)] \cos(l\theta + \psi) \quad (2.9)$$

เมื่อ $J_l(x)$ เป็นฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่ 1 อันดับ l $Y_l(x)$ เป็นฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่ 2 อันดับ l A, B, C, D เป็นแอมพลิจูดของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ϕ และ ψ เป็นเฟสเริ่มต้นขององค์ประกอบ E_z และ H_z ตามลำดับ ค่าคงที่ l เป็นอันดับของฟังก์ชันเบสเซลและเป็นเลขจำนวนเต็ม และ k เป็นเลขคลื่น (wave number) มีค่า

$$k = (\omega^2 \mu \varepsilon - \beta^2)^{1/2} \quad (2.10)$$

ตามเงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) ที่รอยต่อระหว่างชั้นไดอิเล็กตริกที่ i กับ $i+1$ ที่ตำแหน่ง $r = \rho_i$ ที่ต้องให้สนามแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวสัมผัส E_z, H_z, E_θ และ H_θ ต่อเนื่อง จะได้สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สัมประสิทธิ์ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในชั้นที่ i A_i, B_i, C_i, D_i กับสัมประสิทธิ์ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในชั้นที่ $i+1$ $A_{i+1}, B_{i+1}, C_{i+1}, D_{i+1}$ ผ่านเมทริกซ์ถ่ายโอน (transfer matrix) ขนาด 4×4 $[M]$ ดังสมการ

$$\begin{pmatrix} A_{i+1} \\ B_{i+1} \\ C_{i+1} \\ D_{i+1} \end{pmatrix} = [M] \begin{pmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \\ D_i \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

การหาเมทริกซ์ถ่ายโอน $[M]$

ตามเงื่อนไขขอบเขตที่รอยต่อระหว่างชั้นไดอิเล็กตริกที่ i กับ $i+1$ ที่ตำแหน่ง $r = \rho_i$ ที่ต้องให้สนามแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวสัมผัส E_z, H_z, E_θ และ H_θ ต่อเนื่อง จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างเฟสเริ่มต้นขององค์ประกอบ E_z ϕ และเฟสเริ่มต้นขององค์ประกอบ H_z ψ ดังสมการ

$$\phi = \psi \pm \pi / 2 \quad (2.12)$$

จากสมการ (2.12) เราจะเห็นว่าเฟสเริ่มต้นขององค์ประกอบ E_z และเฟสเริ่มต้นขององค์ประกอบ H_z จะมีเฟสต่างกัน 90° ดังนั้นเราสามารถแบ่งสนามแม่เหล็กไฟฟ้าออกเป็น 2 ประเภท คือ

$$\begin{aligned} 1. \quad E_z &= [AJ_1(kr) + BY_1(kr)] \cos(l\theta) \\ H_z &= [CJ_1(kr) + DY_1(kr)] \sin(l\theta) \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} 2. \quad E_z &= [AJ_1(kr) + BY_1(kr)] \sin(l\theta) \\ H_z &= [CJ_1(kr) + DY_1(kr)] \cos(l\theta) \end{aligned} \quad (2.14)$$

จากสมการ (2.13) เป็นสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแบบที่ 1 ซึ่งเฟสขององค์ประกอบ E_z นำหน้าเฟสขององค์ประกอบ H_z 90° และสมการ (2.14) เป็นสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแบบที่ 2 ซึ่งเฟสขององค์ประกอบ E_z ตามหลังเฟสขององค์ประกอบ H_z 90° ตามลำดับ

พิจารณาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแบบที่ 1 ตามเงื่อนไขขอบเขตที่รอยต่อระหว่างชั้นไดอิเล็กตริกที่ i กับ $i+1$ ที่ตำแหน่ง $r = \rho_i$ สนามแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวสัมผัส E_z, H_z, E_θ และ H_θ ต่อเนื่อง จะได้สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สัมประสิทธิ์ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในชั้นที่ i A_i, B_i, C_i, D_i กับสัมประสิทธิ์ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในชั้นที่ $i+1$ $A_{i+1}, B_{i+1}, C_{i+1}, D_{i+1}$ ผ่านเมทริกซ์ถ่ายโอน $[M]$ ดังสมการ

$$[M(i, \rho_i)] \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \\ D_i \end{bmatrix} = [M(i+1, \rho_i)] \begin{bmatrix} A_{i+1} \\ B_{i+1} \\ C_{i+1} \\ D_{i+1} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

หรือ

$$\begin{pmatrix} A_{i+1} \\ B_{i+1} \\ C_{i+1} \\ D_{i+1} \end{pmatrix} = [M] \begin{pmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \\ D_i \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

เมื่อ

$$[M] = [M(i+1, \rho_i)]^{-1} [M(i, \rho_i)] \quad (2.17)$$

$$[M(i, \rho_i)] = \begin{bmatrix} J_l(k_i \rho_i) & Y_l(k_i \rho_i) & 0 & 0 \\ \frac{\omega \varepsilon_i}{\beta k_i} J'_l(k_i \rho_i) & \frac{\omega \varepsilon_i}{\beta k_i} Y'_l(k_i \rho_i) & \frac{l}{k_i^2 \rho_i} J_l(k_i \rho_i) & \frac{l}{k_i^2 \rho_i} Y_l(k_i \rho_i) \\ 0 & 0 & J_l(k_i \rho_i) & Y_l(k_i \rho_i) \\ \frac{l}{k_i^2 \rho_i} J_l(k_i \rho_i) & \frac{l}{k_i^2 \rho_i} Y_l(k_i \rho_i) & \frac{\omega \mu_i}{\beta k_i} J'_l(k_i \rho_i) & \frac{\omega \mu_i}{\beta k_i} Y'_l(k_i \rho_i) \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

พิจารณาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าแบบที่ 2 ตามเงื่อนไขขอบเขตที่รอยต่อระหว่างชั้นไดอิเล็กตริกที่ i กับ $i+1$ เมทริกซ์ $[M(i, \rho_i)]$ จะคล้ายกับสมการ (2.18) โดยแทน $l/k_i^2 \rho_i$ ด้วย $-l/k_i^2 \rho_i$ นั่นเอง เมื่อให้ $x = k_i \rho_i, y = k_{i+1} \rho_i$ จะได้สมาชิกของเมทริกซ์ $[M]$ ดังข้างล่าง

$$M_{11} = \frac{\pi y}{2} \left(J_l(x) Y'_l(y) - \left(\frac{k_{i+1} \varepsilon_i}{k_i \varepsilon_{i+1}} \right) J'_l(x) Y_l(y) \right) \quad (2.19)$$

$$M_{12} = \frac{\pi y}{2} \left(Y_l(x) Y'_l(y) - \left(\frac{k_{i+1} \varepsilon_i}{k_i \varepsilon_{i+1}} \right) Y'_l(x) Y_l(y) \right) \quad (2.20)$$

$$M_{13} = \frac{\pi y}{2} \left(\left(\frac{\beta l}{\omega \varepsilon_{i+1}} \right) \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \right) J_l(x) Y_l(y) \right) \quad (2.21)$$

$$M_{14} = \frac{\pi y}{2} \left(\left(\frac{\beta l}{\omega \varepsilon_{i+1}} \right) \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \right) Y_l(x) Y_l(y) \right) \quad (2.22)$$

$$M_{21} = \frac{\pi y}{2} \left(\left(\frac{k_{i+1} \varepsilon_i}{k_i \varepsilon_{i+1}} \right) J'_l(x) J_l(y) - J_l(x) J'_l(y) \right) \quad (2.23)$$

$$M_{22} = \frac{\pi y}{2} \left(\left(\frac{k_{i+1} \varepsilon_i}{k_i \varepsilon_{i+1}} \right) Y'_l(x) J_l(y) - Y_l(x) J'_l(y) \right) \quad (2.24)$$

$$M_{23} = \frac{\pi y}{2} \left(\left(\frac{\beta l}{\omega \varepsilon_{i+1}} \right) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) J_l(x) J_l(y) \right) \quad (2.25)$$

$$M_{24} = \frac{\pi y}{2} \left(\left(\frac{\beta l}{\omega \varepsilon_{i+1}} \right) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) Y_l(x) J_l(y) \right) \quad (2.26)$$

$$M_{31} = \frac{\pi y}{2} \left(\left(\frac{\beta l}{\omega \mu_{i+1}} \right) \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \right) J_l(x) Y_l(y) \right) \quad (2.27)$$

$$M_{32} = \frac{\pi y}{2} \left(\left(\frac{\beta l}{\omega \mu_{i+1}} \right) \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \right) Y_l(x) Y_l(y) \right) \quad (2.28)$$

$$M_{33} = \frac{\pi y}{2} \left(J_l(x) Y'_l(y) - \left(\frac{k_{i+1} \mu_i}{k_i \mu_{i+1}} \right) J'_l(x) Y_l(y) \right) \quad (2.29)$$

$$M_{34} = \frac{\pi y}{2} \left(Y_l(x) Y'_l(y) - \left(\frac{k_{i+1} \mu_i}{k_i \mu_{i+1}} \right) Y'_l(x) Y_l(y) \right) \quad (2.30)$$

$$M_{41} = \frac{\pi y}{2} \left(\left(\frac{\beta l}{\omega \mu_{i+1}} \right) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) J_l(x) Y_l(y) \right) \quad (2.31)$$

$$M_{42} = \frac{\pi y}{2} \left(\left(\frac{\beta l}{\omega \mu_{i+1}} \right) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) Y_l(x) J_l(y) \right) \quad (2.32)$$

$$M_{43} = \frac{\pi y}{2} \left(\left(\frac{k_{i+1} \mu_i}{k_i \mu_{i+1}} \right) J'_l(x) J_l(y) - J_l(x) J'_l(y) \right) \quad (2.33)$$

$$M_{44} = \frac{\pi y}{2} \left(\begin{pmatrix} k_{i+1} \mu_i \\ k_i \mu_{i+1} \end{pmatrix} Y'_l(x) J_l(y) - Y_l(x) J'_l(y) \right) \quad (2.34)$$

กรณีนี้ที่ $l = 0$ เมทริกซ์ถ่ายโอน $[M]$ ในสมการ (2.18) เป็นเมทริกซ์แบบบล็อก (block matrix) เราสามารถแยกพิจารณาสมการ (2.16) ออกเป็น 2 สมการที่แยกออกจากกันได้ ดังนี้

$$\begin{pmatrix} A_{i+1} \\ B_{i+1} \end{pmatrix} = [M_{TM}] \begin{pmatrix} A_i \\ B_i \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

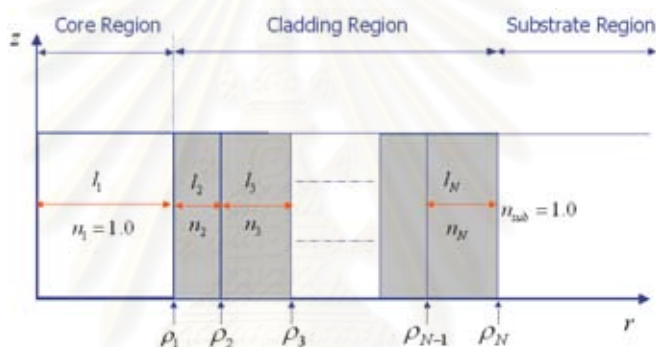
และ

$$\begin{pmatrix} C_{i+1} \\ D_{i+1} \end{pmatrix} = [M_{TE}] \begin{pmatrix} C_i \\ D_i \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

จากสมการ (2.35) และ (2.36) เราจะเห็นว่าในกรณี $l = 0$ เราสามารถแยกสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวสัมผัสออกเป็น 2 กลุ่ม คือ E_z, H_θ กับ H_z, E_θ ซึ่งสนามแม่เหล็กไฟฟ้าทั้ง 2 กลุ่มนี้ จะไม่เชื่อมร่วม (no coupling)

2.3 การวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนจำกัดโดยวิธีแมนตรง

เนื่องจากเราไม่สามารถสร้างชั้นของวัสดุหุ้มของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ให้มีค่าเป็นอนันต์ได้ เพื่อให้สอดคล้องกับเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในทางปฏิบัติที่มีจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มจำนวนจำกัด ดังนั้นผู้วิจัยจึงนำเสนอการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยวิธีแมนตรงที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนจำกัด พิจารณาเส้นใยที่มีแกนเป็นอากาศ รัศมีของแกนอากาศ ρ_1 และวัสดุหุ้มมีดรรชนีหักเหต่างกันเป็นรายคาบที่มีจำนวนชั้นวัสดุหุ้ม $N - 1$ ชั้น และมีวัสดุรอง (substrate media) เป็นอากาศ โครงสร้างทางเรขาคณิตบนระนาบ $r - z$ ดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ภาคตัดขวาง $r - z$ ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีชั้นไดอิเล็กตริกทั้งหมดจำนวน N ชั้น โดยวัสดุของตัวกลางตกกระทบและวัสดุรองเป็นอากาศ

ฟังก์ชันคลื่นของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในรูปทั่วไปในแนวรัศมี จะอยู่ในรูปผลบวกเชิงเส้นของฟังก์ชันเบสเซล ตามสมการ

$$F(r) = \begin{cases} A' J_l(kr) + B' Y_l(kr); k^2 = n^2 k_0^2 - \beta^2 \\ C' K_l(\gamma r) + D' I_l(\gamma r); \gamma^2 = \beta^2 - n^2 k_0^2 \end{cases} \quad (2.37)$$

เมื่อ $J_l(x)$ เป็นฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่ 1 อันดับ l $Y_l(x)$ เป็นฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่ 2 อันดับ l $I_l(x)$ เป็นฟังก์ชันเบสเซลดัดแปลงชนิดที่ 1 อันดับ l (modified Bessel function of the first kind) $K_l(x)$ เป็นฟังก์ชันเบสเซลดัดแปลงชนิดที่ 2 อันดับ l (modified Bessel function of the second kind) A', B', C', D' เป็นแอมพลิจูดของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า l เป็นอันดับของฟังก์ชันเบสเซลและเป็นเลขจำนวนเต็ม ตามเงื่อนไขขอบเขตสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวสัมผัส $E_z, H_z,$

E_0 และ H_0 ต้องมีค่าต่อเนื่องที่ผิวของรอยต่อระหว่างไดอิเล็กตริกชั้นที่ i กับ $i+1$ ที่ตำแหน่ง $r = \rho_i$ เมื่อ $i = 2, 3, 4, \dots, N-1$ จะได้

$$[M(i, \rho_i)] \begin{pmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \\ D_i \end{pmatrix} - [M(i+1, \rho_i)] \begin{pmatrix} A_{i+1} \\ B_{i+1} \\ C_{i+1} \\ D_{i+1} \end{pmatrix} = [0]_{4 \times 1} \quad (2.38)$$

เมื่อ $[M(i, \rho_i)] = \begin{bmatrix} J_l(k_i \rho_i) & Y_l(k_i \rho_i) & 0 & 0 \\ \frac{\omega \varepsilon_i}{\beta k_i} J_l'(k_i \rho_i) & \frac{\omega \varepsilon_i}{\beta k_i} Y_l'(k_i \rho_i) & \frac{l}{k_i^2 \rho_i} J_l(k_i \rho_i) & \frac{l}{k_i^2 \rho_i} Y_l(k_i \rho_i) \\ 0 & 0 & J_l(k_i \rho_i) & Y_l(k_i \rho_i) \\ \frac{l}{k_i^2 \rho_i} J_l(k_i \rho_i) & \frac{l}{k_i^2 \rho_i} Y_l(k_i \rho_i) & \frac{\omega \mu_i}{\beta k_i} J_l'(k_i \rho_i) & \frac{\omega \mu_i}{\beta k_i} Y_l'(k_i \rho_i) \end{bmatrix}$ (2.39)

และ k_i เป็นเลขคลื่นในไดอิเล็กตริกชั้นที่ i มีค่า $k_i = \sqrt{(k_0 n_i)^2 - \beta^2}$

เมื่อ $i = 1$ เป็นรอยต่อระหว่างแกนอากาศกับวัสดุหุ้มชั้นที่ 1 บริเวณแกนของเส้นนำแสงแบบแบรกก์ ฟังก์ชันเบสเซล $Y_l(kr)$ ไม่สอดคล้องกับลักษณะทางกายภาพ ดังนั้นค่าคงที่ $B_1, D_1 = 0$ ตามเงื่อนไขขอบเขตระหว่างแกนอากาศกับชั้นวัสดุหุ้มชั้นที่ 1 ที่ตำแหน่ง $r = \rho_1$ จะได้

$$\begin{bmatrix} J_l(k_1 \rho_1) & 0 \\ \frac{\omega \varepsilon_1}{\beta k_1} J_l'(k_1 \rho_1) & \frac{l}{k_1^2 \rho_1} J_l(k_1 \rho_1) \\ 0 & J_l(k_1 \rho_1) \\ \frac{l}{k_1^2 \rho_1} J_l(k_1 \rho_1) & \frac{\omega \mu_1}{\beta k_1} J_l'(k_1 \rho_1) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ C_1 \end{pmatrix} - [M(2, \rho_1)] \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \\ C_2 \\ D_2 \end{pmatrix} = [0]_{4 \times 1} \quad (2.40)$$

เมื่อ $i = N$ เป็นรอยต่อระหว่างวัสดุหุ้มชั้นที่ N กับวัสดุรองที่เป็นอากาศ บริเวณวัสดุรองฟังก์ชันคลื่นต้องมีค่าลดลง และฟังก์ชันเบสเซล $I_l(kr)$ ไม่สอดคล้องกับลักษณะทางกายภาพ ตามเงื่อนไขขอบเขตระหว่างไดอิเล็กตริกชั้นที่ N กับวัสดุรอง ที่ตำแหน่ง $r = \rho_N$ จะได้

$$[M(N, \rho_N)] \begin{pmatrix} A_N \\ B_N \\ C_N \\ D_N \end{pmatrix} - \begin{bmatrix} K_l(\gamma_{sub} \rho_N) & 0 \\ -\frac{\omega \epsilon_{sub}}{\beta \gamma_{sub}} K_l'(\gamma_{sub} \rho_N) & -\frac{l}{\gamma_{sub}^2 \rho_N} K_l(\gamma_{sub} \rho_N) \\ 0 & K_l(\gamma_{sub} \rho_N) \\ -\frac{l}{\gamma_{sub}^2 \rho_N} K_l(\gamma_{sub} \rho_N) & -\frac{\omega \mu_{sub}}{\beta \gamma_{sub}} K_l'(\gamma_{sub} \rho_N) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_{sub} \\ C_{sub} \end{pmatrix} = [0]_{4 \times 1} \quad (2.41)$$

เมื่อนำเงื่อนไขขอบเขตทั้งหมด มาเขียนในรูปเมทริกซ์ จะได้

$$[A]_{4N \times 4N} [B]_{4N \times 1} = [0]_{4N \times 1} \quad (2.42)$$

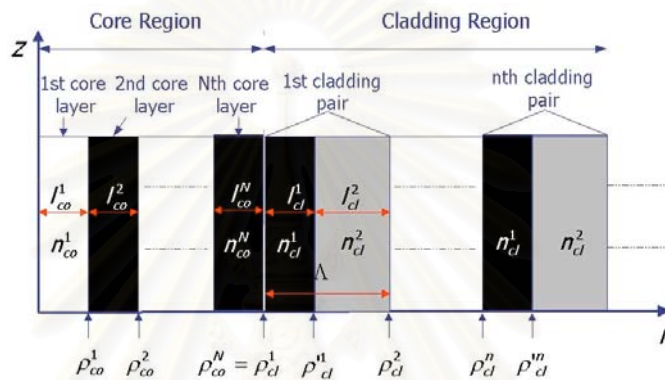
จากสมการ (2.42) เป็นสมการค่าเฉพาะ (eigenvalue equation) ที่มีค่าเฉพาะเป็นศูนย์ จะได้ว่า

$$\det([A]_{4N \times 4N}) = 0 \quad (2.43)$$

เมื่อเราให้อันดับ $l = 0$ เราจะได้ผลเฉลยของสมการ (2.43) จะได้ค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่นในโหมด TE และโหมด TM และเมื่ออันดับ $l \neq 0$ เราจะได้ผลเฉลยของสมการ (2.43) จะได้ค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่นในโหมดไฮบริด

2.4 การวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนอนันต์ โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ

ในตอนนี้จะกล่าวถึงการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ ซึ่งวิธีการดังกล่าวนี้ได้อยู่ภายใต้สมมติฐานจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มมีค่าอนันต์ โดยแบ่งบริเวณการหาผลเฉลยของสมการคลื่นเป็น 2 บริเวณ นั่นคือ บริเวณแกนและบริเวณวัสดุหุ้ม ดังในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 ภาคตัดขวาง $r - z$ ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยแบ่งชั้นไดอิเล็กตริกเป็น 2 บริเวณ คือบริเวณแกนและวัสดุหุ้ม

2.4.1 ผลเฉลยในบริเวณแกน

บริเวณแกนประกอบด้วยชั้นไดอิเล็กตริก N ชั้น ในแต่ละชั้นมีดรรชนีหักเห n_{co}^i และมีความหนา l_{co}^i , เมื่อ $i = 1, 2, 3, \dots, N$ สำหรับชั้นที่ i มีค่าดรรชนีหักเห n_{co}^i และความหนาของชั้น l_{co}^i ดังแสดงในรูปที่ 2.3 เราจะได้ผลเฉลยของสมการแมกเวลล์เป็นผลเฉลยแม่นยำตรง ดังที่ได้กล่าวไว้แล้วในตอนที 2.2 ให้แกน z เป็นทิศทางการแพร่กระจายคลื่น เนื่องจากเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์เป็นทรงกระบอกสมมาตร องค์ประกอบของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่อยู่ภายในชั้นของแกนชั้นที่ i สามารถเขียนในรูปเมทริกซ์ ดังสมการ

$$\begin{bmatrix} E_z \\ \frac{1}{i\beta} H_\theta \\ H_z \\ -\frac{1}{i\beta} E_\theta \end{bmatrix} = M(n_{co}^i, k_{co}^i, r) \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \\ D_i \end{bmatrix} \tag{2.44}$$

เมทริกซ์ $M(n_{co}^i, k_{co}^i, r)$ นิยามดังสมการ

$$M(n_{co}^i, k_{co}^i, r) = \begin{bmatrix} J_l(k_{co}^i r) & Y_l(k_{co}^i r) & 0 & 0 \\ \frac{\omega \varepsilon_0 (n_{co}^i)^2}{\beta k_{co}^i} J_l'(k_{co}^i r) & \frac{\omega \varepsilon_0 (n_{co}^i)^2}{\beta k_{co}^i} Y_l'(k_{co}^i r) & \frac{l}{(k_{co}^i)^2 r} J_l(k_{co}^i r) & \frac{l}{(k_{co}^i)^2 r} Y_l(k_{co}^i r) \\ 0 & 0 & J_l(k_{co}^i r) & Y_l(k_{co}^i r) \\ \frac{l}{(k_{co}^i)^2 r} J_l(k_{co}^i r) & \frac{l}{(k_{co}^i)^2 r} Y_l(k_{co}^i r) & \frac{\omega \mu_0}{\beta k_{co}^i} J_l'(k_{co}^i r) & \frac{\omega \mu_0}{\beta k_{co}^i} Y_l'(k_{co}^i r) \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

เมื่อ $J_l(x)$ เป็นฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่ 1 อันดับ l $Y_l(x)$ เป็นฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่ 2 อันดับ l k_{co}^i เป็นเลขคลื่นในแกนชั้นที่ i มีค่า $k_{co}^i = \sqrt{(n_{co}^i \omega / c)^2 - \beta^2}$ เมื่อ β เป็นค่าคงตัวการแพร่กระจายมีค่า $\beta \leq n_{co}^i \omega / c$ สัมประสิทธิ์ A_i, B_i, C_i และ D_i เป็นแอมพลิจูดของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายในชั้นที่ i และ l เป็นอันดับของฟังก์ชันเบสเซลและเป็นเลขจำนวนเต็ม

ตามเงื่อนไขขอบเขต สนามแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวสัมผัส E_z, E_θ, H_z และ H_θ ต้องต่อเนื่องที่ผิวรอยต่อ ระหว่างชั้นที่ i กับ $i+1$ ที่ตำแหน่ง $r = \rho_{co}^i$ จะได้

$$\begin{bmatrix} A_{i+1} \\ B_{i+1} \\ C_{i+1} \\ D_{i+1} \end{bmatrix} = T_i \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \\ D_i \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

เมื่อ T_i เป็นเมทริกซ์ถ่ายโอน (transfer matrix) หาได้จากสมการ

$$T_i = [M(n_{co}^{i+1}, k_{co}^{i+1}, \rho_{co}^i)]^{-1} M(n_{co}^i, k_{co}^i, \rho_{co}^i) \quad (2.47)$$

ภายในแกนชั้นที่ 1 นั้น เพื่อให้สอดคล้องกับลักษณะทางกายภาพแล้ว สัมประสิทธิ์ B_1 และ D_1 มีค่าเป็นศูนย์ เพราะว่าฟังก์ชันเบสเซล $Y_l(x)$ มีค่าอนันต์ที่ $x = 0$

2.4.2 การประมาณเชิงเส้นกำกับในบริเวณวัสดุหุ้ม

บริเวณวัสดุหุ้มประกอบด้วยชั้นไดอิเล็กตริกสองชนิดสลับกันนั่นคือ ชนิดที่ 1 มีดรรชนีหักเห n_{cl}^1 มีความหนา l_{cl}^1 และชนิดที่ 2 มีดรรชนีหักเห n_{cl}^2 มีความหนา l_{cl}^2 ในบริเวณวัสดุหุ้มนี้ ผลเฉลยแม่นยำตรงของสมการแมกซ์เวลล์ซึ่งอยู่ในรูปของฟังก์ชันเบสเซลสามารถประมาณในรูป $\exp(ikr)/\sqrt{r}$ และ $\exp(-ikr)/\sqrt{r}$ สำหรับการกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในวัสดุ-

หุ้มชนิดที่ 1 คู่ที่ n สามารถเขียนการกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในรูปแบบเชิงเส้นกำกับ เมื่อ $x \rightarrow \infty$ และ $\rho_{cl}^n \leq r < \rho_{cl}^n + l_{cl}^1$ ได้ดังสมการ

$$E_z = \frac{f_{TM}}{\sqrt{k_{cl}^1 r}} \left(a_n e^{ik_{cl}^1(r-\rho_{cl}^n)} + b_n e^{-ik_{cl}^1(r-\rho_{cl}^n)} \right) \quad (2.48)$$

$$H_\theta = -\frac{\omega \varepsilon_0 (n_{cl}^1)^2}{k_{cl}^1} \frac{f_{TM}}{\sqrt{k_{cl}^1 r}} \left(a_n e^{ik_{cl}^1(r-\rho_{cl}^n)} - b_n e^{-ik_{cl}^1(r-\rho_{cl}^n)} \right) \quad (2.49)$$

$$H_z = \frac{f_{TE}}{\sqrt{k_{cl}^1 r}} \left(c_n e^{ik_{cl}^1(r-\rho_{cl}^n)} + d_n e^{-ik_{cl}^1(r-\rho_{cl}^n)} \right) \quad (2.50)$$

$$E_\theta = \frac{\omega \mu_0}{k_{cl}^1} \frac{f_{TE}}{\sqrt{k_{cl}^1 r}} \left(c_n e^{ik_{cl}^1(r-\rho_{cl}^n)} - d_n e^{-ik_{cl}^1(r-\rho_{cl}^n)} \right) \quad (2.51)$$

ในทำนองเดียวกัน เราสามารถเขียนการกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในวัสดุหุ้มชั้นที่ n ชนิดที่ 2 ในรูปแบบเชิงเส้นกำกับ เมื่อ $x \rightarrow \infty$ และ $\rho_{cl}^n \leq r < \rho_{cl}^n + l_{cl}^2$ ได้ดังสมการ

$$E_z = \frac{f_{TM}}{\sqrt{k_{cl}^2 r}} \left(a'_n e^{ik_{cl}^2(r-\rho_{cl}^n)} + b'_n e^{-ik_{cl}^2(r-\rho_{cl}^n)} \right) \quad (2.52)$$

$$H_\theta = -\frac{\omega \varepsilon_0 (n_{cl}^2)^2}{k_{cl}^2} \frac{f_{TM}}{\sqrt{k_{cl}^2 r}} \left(a'_n e^{ik_{cl}^2(r-\rho_{cl}^n)} - b'_n e^{-ik_{cl}^2(r-\rho_{cl}^n)} \right) \quad (2.53)$$

$$H_z = \frac{f_{TE}}{\sqrt{k_{cl}^2 r}} \left(c'_n e^{ik_{cl}^2(r-\rho_{cl}^n)} + d'_n e^{-ik_{cl}^2(r-\rho_{cl}^n)} \right) \quad (2.54)$$

$$E_\theta = \frac{\omega \mu_0}{k_{cl}^2} \frac{f_{TE}}{\sqrt{k_{cl}^2 r}} \left(c'_n e^{ik_{cl}^2(r-\rho_{cl}^n)} - d'_n e^{-ik_{cl}^2(r-\rho_{cl}^n)} \right) \quad (2.55)$$

เมื่อ f_{TM} แทนแอมพลิจูดขององค์ประกอบสนามแม่เหล็กไฟฟ้าโหมด TM f_{TE} แทนแอมพลิจูดขององค์ประกอบสนามแม่เหล็กไฟฟ้าโหมด TE ค่าของ f_{TM} และ f_{TE} มีค่าคงที่ภายในบริเวณวัสดุหุ้มทั้งหมด k_{cl}^1 เป็นเลขคลื่นในวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 k_{cl}^2 เป็นเลขคลื่นในวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 มีค่า $k_{cl}^1 = \sqrt{(n_{cl}^1 \omega / c)^2 - \beta^2}$ และ $k_{cl}^2 = \sqrt{(n_{cl}^2 \omega / c)^2 - \beta^2}$ ตามลำดับ

ตามเงื่อนไขขอบเขตที่รอยต่อระหว่างวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 กับชนิดที่ 2 ในคู่ของวัสดุหุ้มคู่ที่ n จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ a_n, b_n ของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 กับ a'_n, b'_n ของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า E_z กับ H_θ และความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์

c_n, d_n ของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 กับ c'_n, d'_n ของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า H_z กับ E_θ ดังสมการ

$$\begin{bmatrix} a'_n \\ b'_n \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k_{cl}^2}{k_{cl}^1}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{k_{cl}^2 (n_{cl}^1)^2}{k_{cl}^1 (n_{cl}^2)^2}\right) e^{ik_{cl}^1 l_{cl}^1} & \left(1 - \frac{k_{cl}^2 (n_{cl}^1)^2}{k_{cl}^1 (n_{cl}^2)^2}\right) e^{-ik_{cl}^1 l_{cl}^1} \\ \left(1 - \frac{k_{cl}^2 (n_{cl}^1)^2}{k_{cl}^1 (n_{cl}^2)^2}\right) e^{ik_{cl}^1 l_{cl}^1} & \left(1 + \frac{k_{cl}^2 (n_{cl}^1)^2}{k_{cl}^1 (n_{cl}^2)^2}\right) e^{-ik_{cl}^1 l_{cl}^1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

$$\begin{bmatrix} c'_n \\ d'_n \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k_{cl}^2}{k_{cl}^1}} \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{k_{cl}^2}{k_{cl}^1}\right) e^{ik_{cl}^1 l_{cl}^1} & \left(1 - \frac{k_{cl}^2}{k_{cl}^1}\right) e^{-ik_{cl}^1 l_{cl}^1} \\ \left(1 - \frac{k_{cl}^2}{k_{cl}^1}\right) e^{ik_{cl}^1 l_{cl}^1} & \left(1 + \frac{k_{cl}^2}{k_{cl}^1}\right) e^{-ik_{cl}^1 l_{cl}^1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_n \\ d_n \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

พิจารณาเงื่อนไขขอบเขตที่รอยต่อระหว่างวัสดุหุ้มคู่อันดับที่ n ในหนึ่งหน่วยเซลล์ จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ a_n, b_n กับ a_{n+1}, b_{n+1} และความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ c_n, d_n กับ c_{n+1}, d_{n+1} ดังสมการ

$$\begin{bmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{TM} & B_{TM} \\ B_{TM}^* & A_{TM}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

$$\begin{bmatrix} c_{n+1} \\ d_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{TE} & B_{TE} \\ B_{TE}^* & A_{TE}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_n \\ d_n \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

เมื่อพารามิเตอร์ A_{TM}, B_{TM}, A_{TE} และ B_{TE} นิยามดังสมการ

$$A_{TM} = e^{ik_{cl}^1 l_{cl}^1} \left\{ \cos(k_{cl}^2 l_{cl}^2) + j \left(\frac{(n_{cl}^1)^4 (k_{cl}^2)^2 + (n_{cl}^2)^4 (k_{cl}^1)^2}{2(n_{cl}^1)^2 (n_{cl}^2)^2 k_{cl}^1 k_{cl}^2} \right) \sin(k_{cl}^2 l_{cl}^2) \right\} \quad (2.60)$$

$$B_{TM} = ie^{-ik_{cl}^1 l_{cl}^1} \left(\frac{(k_{cl}^1 (n_{cl}^2)^2)^2 - (k_{cl}^2 (n_{cl}^1)^2)^2}{2k_{cl}^1 k_{cl}^2 (n_{cl}^1)^2 (n_{cl}^2)^2} \right) \sin(k_{cl}^2 l_{cl}^2) \quad (2.61)$$

$$A_{TE} = e^{ik_{cl}^1 l_{cl}^1} \left\{ \cos(k_{cl}^2 l_{cl}^2) + j \left(\frac{(k_{cl}^2)^2 + (k_{cl}^1)^2}{2k_{cl}^1 k_{cl}^2} \right) \sin(k_{cl}^2 l_{cl}^2) \right\} \quad (2.62)$$

$$B_{TE} = ie^{-ik_{cl}^1 l_{cl}^1} \left(\frac{(k_{cl}^1)^2 - (k_{cl}^2)^2}{2k_{cl}^1 k_{cl}^2} \right) \sin(k_{cl}^2 l_{cl}^2) \quad (2.63)$$

ค่า $A_{TE}, B_{TE}, A_{TM}, B_{TM}$ มีค่าคงที่ทุกคู่วัสดุหุ้ม ค่า A_{TE} และ A_{TM} จะเกี่ยวข้องกับแถบช่องว่าง (bandgap) ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ และเครื่องหมายดอกจัน แทนสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน (complex conjugate) เนื่องจากวัสดุหุ้มของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในแนวรัศมี มีชั้นได-อิเล็กตริกมีค่าดรรชนีหักเหเล็กน้อยเป็นรายคาบ ดังนั้นเราสามารถใช้ทฤษฎีของบลอช (Bloch theorem) หรือทฤษฎีของโฟลควอท (Floquet theorem) กับสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในวัสดุหุ้มในแนวรัศมี จะได้ความสัมพันธ์ของสัมประสิทธิ์ a_n, b_n, c_n, d_n กับ $a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1}, d_{n+1}$ ดังสมการ

$$\begin{bmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{bmatrix} = \exp(iK_{TM}\Lambda) \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

$$\begin{bmatrix} c_{n+1} \\ d_{n+1} \end{bmatrix} = \exp(iK_{TE}\Lambda) \begin{bmatrix} c_n \\ d_n \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

เมื่อ K_{TM}, K_{TE} เป็นเลขคลื่นโฟลควอท (Floquet wave number) หรือเลขคลื่นบลอช (Bloch wave number) ของโหมด TM และ TE ตามลำดับ และ $\Lambda = l_{cl}^1 + l_{cl}^2$ เป็นความหนาของ ชั้นไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์ จากสมการ (2.58) กับ (2.64) และ (2.59) กับ (2.65) เราจะได้ สมการค่าเจาะจง (eigenvalue equation) ที่มีค่าเจาะจง (eigenvalue) เป็น $\exp(iK_{TM}\Lambda)$ และ $\exp(iK_{TE}\Lambda)$ ตามลำดับ ดังสมการ

$$\begin{bmatrix} A_{TM} & B_{TM} \\ B_{TM}^* & A_{TM}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix} = \exp(iK_{TM}\Lambda) \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

$$\begin{bmatrix} A_{TE} & B_{TE} \\ B_{TE}^* & A_{TE}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_n \\ d_n \end{bmatrix} = \exp(iK_{TE}\Lambda) \begin{bmatrix} c_n \\ d_n \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

ค่าเจาะจง $\exp(iK_{TM}\Lambda)$ และ $\exp(iK_{TE}\Lambda)$ ของสมการ (2.66) และ (2.67) ตามลำดับ และเวกเตอร์เจาะจง (eigen vector) หาได้จากสมการ

$$\lambda_{TM} = \exp(iK_{TM}\Lambda) = \text{Re}(A_{TM}) \pm \{[\text{Re}(A_{TM})]^2 - 1\}^{1/2} \quad (2.68)$$

$$\lambda_{TE} = \exp(iK_{TE}\Lambda) = \text{Re}(A_{TE}) \pm \{[\text{Re}(A_{TE})]^2 - 1\}^{1/2} \quad (2.69)$$

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{TM} \\ \lambda_{TM} - A_{TM} \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{TM} \\ \lambda_{TM} - A_{TM} \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

เราจะสังเกตเห็นว่ามีผลเฉลย 2 ค่า ของ λ_{TM} และ λ_{TE} ในแถบช่องว่าง (bandgap) ของ เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ ผลเฉลยทั้ง 2 ค่า ของ λ_{TM} และ λ_{TE} เป็นจำนวนจริง ผลเฉลยหนึ่ง ค่าจะมีค่าสัมบูรณ์มากกว่าหนึ่ง และอีกหนึ่งค่าจะมีค่าสัมบูรณ์น้อยกว่าหนึ่ง เราจะเลือกผลเฉลย ของ λ_{TM} และ λ_{TE} ที่มีค่าสัมบูรณ์น้อยกว่าหนึ่ง เพราะค่าดังกล่าวจะสอดคล้องกับโหมดที่มีค่าลด ลงในชั้นวัสดุหุ้มของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์

2.4.3 การสร้างเมทริกซ์ (Matrix Formalism)

การวิเคราะห์โหมดถูกนำ (guided mode) ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ หาได้จากการแก้ผลเฉลยแน่นอนตรง (exact solution) ในบริเวณแกนกับผลเฉลยเชิงเส้นกำกับในบริเวณวัสดุหุ้มที่รอยต่อระหว่างแกนชั้นที่ n กับวัสดุหุ้มชั้นที่ 1 ชนิดที่ 1 ที่ตำแหน่ง $r = \rho_{co}^N = \rho_{cl}^1$ จะได้

$$M(n_{co}^N, k_{co}^N, \rho_{co}^N) \begin{bmatrix} A_N \\ B_N \\ C_N \\ D_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{f_{TM}}{\sqrt{k_{cl}^1 \rho_{cl}^1}} (\lambda_{TM} - A_{TM} + B_{TM}) \\ \frac{-i\omega\epsilon_0 (n_{cl}^1)}{k_{cl}^1 \beta} \frac{f_{TM}}{\sqrt{k_{cl}^1 \rho_{cl}^1}} (\lambda_{TM} - A_{TM} - B_{TM}) \\ \frac{f_{TE}}{\sqrt{k_{cl}^1 \rho_{cl}^1}} (\lambda_{TE} - A_{TE} + B_{TE}) \\ \frac{-i\omega\mu_0}{k_{cl}^1 \beta} \frac{f_{TE}}{\sqrt{k_{cl}^1 \rho_{cl}^1}} (\lambda_{TE} - A_{TE} - B_{TE}) \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

ความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ของแอมพลิจูดของคอร์ชั้นที่ N (A_N, B_N, C_N และ D_N) กับสัมประสิทธิ์ในคอร์ชั้นที่ 1 (A_1, B_1, C_1 และ D_1) เพื่อให้สอดคล้องกับลักษณะทางกายภาพ ซึ่งสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในคอร์ชั้นที่ 1 ต้องมีค่าจำกัด ดังนั้น $B_1 = D_1 = 0$ และเราแทน A_1 ด้วย \bar{A}_{TM} และแทน C_1 ด้วย \bar{C}_{TE} ใช้สมการ (2.46) และ (2.47) วนซ้ำ จะได้

$$\begin{bmatrix} A_N \\ B_N \\ C_N \\ D_N \end{bmatrix} = T_{N-1} T_{N-2} \dots T_2 [M(n_{co}^2, k_{co}^2, \rho_{co}^1)]^{-1} \begin{bmatrix} J_1(k_{co}^1 \rho_{co}^1) & 0 \\ \frac{\omega\epsilon_0 (n_{co}^1)^2}{\beta k_{co}^1} J'_1(k_{co}^1 \rho_{co}^1) & \frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} J_1(k_{co}^1 \rho_{co}^1) \\ 0 & J_1(k_{co}^1 \rho_{co}^1) \\ \frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} J_1(k_{co}^1 \rho_{co}^1) & \frac{\omega\mu_0}{\beta k_{co}^1} J'_1(k_{co}^1 \rho_{co}^1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}_{TM} \\ \bar{C}_{TE} \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

แทนสมการ (2.73) ลงใน (2.72) จะได้ความสัมพันธ์ของเมทริกซ์ ดังสมการ

$$\begin{bmatrix} J_1(k_{co}^1 \rho_{co}^1) & 0 \\ \frac{\omega \varepsilon_0 (n_{co}^1)^2}{\beta k_{co}^1} J'_1(k_{co}^1 \rho_{co}^1) & \frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} J_1(k_{co}^1 \rho_{co}^1) \\ 0 & J_1(k_{co}^1 \rho_{co}^1) \\ \frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} J_1(k_{co}^1 \rho_{co}^1) & \frac{\omega \mu_0}{\beta k_{co}^1} J'_1(k_{co}^1 \rho_{co}^1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}_{TM} \\ \bar{C}_{TE} \end{bmatrix} = \bar{T} \begin{bmatrix} \frac{f_{TM}}{\sqrt{k_{cl}^1 \rho_{cl}^1}} (\lambda_{TM} - A_{TM} + B_{TM}) \\ -i\omega \varepsilon_0 (n_{cl}^1) \frac{f_{TM}}{k_{cl}^1 \beta \sqrt{k_{cl}^1 \rho_{cl}^1}} (\lambda_{TM} - A_{TM} - B_{TM}) \\ \frac{f_{TE}}{\sqrt{k_{cl}^1 \rho_{cl}^1}} (\lambda_{TE} - A_{TE} + B_{TE}) \\ -i\omega \mu_0 \frac{f_{TE}}{k_{cl}^1 \beta \sqrt{k_{cl}^1 \rho_{cl}^1}} (\lambda_{TE} - A_{TE} - B_{TE}) \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

เมื่อ \bar{T} เป็นเมทริกซ์ถ่ายโอนทั้งหมด (overall transfer matrix) นิยามดังสมการ

$$\bar{T} = M(n_{co}^2, k_{co}^2, \rho_{co}^1) [M(n_{co}^2, k_{co}^2, \rho_{co}^2)]^{-1} \dots M(n_{co}^N, k_{co}^N, \rho_{co}^{N-1}) [M(n_{co}^N, k_{co}^N, \rho_{co}^N)]^{-1} \quad (2.75)$$

$$\bar{T} = \prod_{i=2}^N M(n_{co}^i, k_{co}^i, \rho_{co}^{i-1}) [M(n_{co}^i, k_{co}^i, \rho_{co}^i)]^{-1} \quad (2.76)$$

$$\bar{T} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad (2.77)$$

สมการ (2.74) \bar{A}_{TM} และ \bar{C}_{TE} แทนแอมพลิจูดของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในคอร์ชั้นที่ 1 จะสัมพันธ์กับแอมพลิจูดของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในชั้นวัสดุหุ้ม (f_{TM} และ f_{TE}) ผ่านเมทริกซ์ถ่ายโอนทั้งหมด \bar{T} ขนาด 4×4 ที่นิยามในสมการ (2.77) สมการ (2.74) มี 4 สมการที่มีตัวแปรอิสระ (independent variables) 4 ตัวแปร คือ \bar{A}_{TM} , \bar{C}_{TE} , f_{TM} และ f_{TE} จึงเพียงพอที่จะหาค่าคงที่การแพร่กระจาย β และการกระจายสนามของโหมดที่ถูกนำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ เพื่อให้ทำงานง่ายขึ้น เรานิยามพารามิเตอร์ใหม่ g_{TM}^j และ g_{TE}^j , $j=1,2,3,4$ 8 ตัว ดังสมการ

$$g_{TE}^j = t_{j3} (\lambda_{TE} - A_{TE} + B_{TE}) - \frac{i\omega \mu_0}{k_{cl}^1 \beta} t_{j4} (\lambda_{TE} - A_{TE} - B_{TE}), j = 1, 2, \dots, 4 \quad (2.78)$$

$$g_{TM}^j = t_{j1} (\lambda_{TM} - A_{TM} + B_{TM}) - \frac{i\omega \varepsilon_0 (n_{cl}^1)^2}{k_{cl}^1 \beta} t_{j2} (\lambda_{TM} - A_{TM} - B_{TM}), j = 1, 2, \dots, 4 \quad (2.79)$$

$$\begin{bmatrix} J_1(k_{co}^1 \rho_{co}^1) & 0 \\ \frac{\omega \varepsilon_0 (n_{co}^1)^2}{\beta k_{co}^1} J_1'(k_{co}^1 \rho_{co}^1) & \frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} J_1(k_{co}^1 \rho_{co}^1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}_{TM} \\ \bar{C}_{TE} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_{cl}^1 \rho_{cl}^1}} \begin{bmatrix} g_{TM}^1 & g_{TE}^1 \\ g_{TM}^2 & g_{TE}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{TM} \\ f_{TE} \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & J_1(k_{co}^1 \rho_{co}^1) \\ \frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} J_1(k_{co}^1 \rho_{co}^1) & \frac{\omega \mu_0}{\beta k_{co}^1} J_1'(k_{co}^1 \rho_{co}^1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}_{TM} \\ \bar{C}_{TE} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_{cl}^1 \rho_{cl}^1}} \begin{bmatrix} g_{TM}^3 & g_{TE}^3 \\ g_{TM}^4 & g_{TE}^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{TM} \\ f_{TE} \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

เราแยกพิจารณาโหมดที่ถูกนำมาเป็น 2 กรณี นั่นคือ กรณีโหมด TE (TE modes) หรือโหมด TM (TM modes) ที่มีอันดับ $l = 0$ และกรณีโหมดผสม (mixed modes) หรือโหมดไฮบริดที่มีอันดับ $l \neq 0$ สำหรับโหมดที่มีอันดับ $l = 0$ เราจะสังเกตว่าเมทริกซ์ $M(n_{co}^i, k_{co}^i, r)$ เป็นเมทริกซ์บล็อกแยกเป็นเมทริกซ์มิติ 2×2 ทำให้เมทริกซ์ถ่ายโอนทั้งหมด \bar{T} เป็นเมทริกซ์บล็อกที่มีมิติ 2×2 ที่มีค่า $t_{31} = t_{41} = t_{32} = t_{42} = t_{13} = t_{23} = t_{14} = t_{24} = 0$ จะทำให้ $g_{TM}^3 = g_{TM}^4 = 0$ และ $g_{TE}^1 = g_{TE}^2 = 0$

จากนิยามองค์ประกอบของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า H_z ของโหมด TM ใด ๆ ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ต้องเป็นศูนย์ นั่นคือ $\bar{C}_{TE} = 0$ และ $f_{TE} = 0$ ตามเงื่อนไขดังกล่าวสมการ (2.80) เขียนในรูปอย่างง่ายได้ดังสมการ

$$\frac{\omega \varepsilon_0 (n_{co}^1)^2}{k_{co}^1 \beta} \frac{J_1'(k_{co}^1 \rho_{co}^1)}{J_0(k_{co}^1 \rho_{co}^1)} = \frac{g_{TM}^2}{g_{TM}^1} \quad (2.82)$$

กำหนดพารามิเตอร์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ และเลือกความถี่ ω เราหาค่าคงที่การแพร่กระจายคลื่นโหมด TM β_{TM} ได้จากการแก้สมการ (2.82) เราแทนค่า β_{TM} กลับลงใน (2.82) จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างแอมพลิจูดของโหมด \bar{A}_{TM} ในคอร์ชั้นที่ 1 กับ f_{TM} ที่ใช้ในการหาค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณวัสดุหุ้มทั้งหมด ดังสมการ

$$\bar{A}_{TM} = \frac{g_{TM}^1}{J_0(k_{co}^1 \rho_{co}^1) \sqrt{k_{co}^1 \rho_{co}^1}} f_{TM} \quad (2.83)$$

เราสามารถเลือกตัวประกอบนอร์มัลไลซ์ (normalization factor) ของโหมดที่ถูกนำ $\bar{A}_{TM} = 1$ รวมกับสมการ (2.48) ถึง (2.71) เราจะได้การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าโหมด TM ในบริเวณวัสดุหุ้ม การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าโหมด TM ในบริเวณแกนชั้นที่ 1 จะได้ $A_1 = \bar{A}_{TM} = 1$ และ $B_1 = C_1 = D_1 = 0$ แล้วใช้สมการ (2.45) ถึง (2.47) หาสัมประสิทธิ์ของโหมดทั้งหมด A_i, B_i, C_i

และ D_i ในชั้นของแกน N ชั้น และการกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าโหมด TM ในบริเวณแกน หาได้จาก การแทนสัมประสิทธิ์ของโหมดในสมการ (2.44) แล้วใช้สมการ (2.45)

สำหรับโหมด TE จะได้ $\bar{A}_{TM} = 0$ เขียนสมการ (2.81) ในรูปอย่างง่ายได้ดังสมการ (2.84) และความสัมพันธ์ระหว่างแอมพลิจูดของโหมด \bar{C}_{TE} ในคอร์ชั้นที่ 1 กับ f_{TE} ที่ใช้ในการหาค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณวัสดุหุ้มทั้งหมด ดังสมการ (2.85)

$$\frac{\omega\mu_0}{k_{co}^1 \beta} \frac{J'_0(k_{co}^1 \rho_{co}^1)}{J_0(k_{co}^1 \rho_{co}^1)} = \frac{g_{TE}^4}{g_{TE}^3} \quad (2.84)$$

$$\bar{C}_{TE} = \frac{g_{TE}^3}{J_0(k_{co}^1 \rho_{co}^1) \sqrt{k_{co}^1 \rho_{co}^1}} f_{TE} \quad (2.85)$$

จากสมการ (2.84) และ (2.85) เราสามารถหาค่าคงที่การแพร่กระจาย β และการกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าโหมด TE ได้เช่นเดียวกับโหมด TM

สำหรับโหมดไฮบริดที่มีอันดับ $l \neq 0$ จะต้องใช้สมการทั้ง (2.80) และ (2.81) และผลเฉลยของสมการจะซับซ้อนมาก เพื่อให้ได้ผลเฉลยสุดท้ายอยู่ในรูปอย่างง่าย เรานิยามพารามิเตอร์ใหม่ ดังสมการ

$$H_{TE}^1 = \frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} J_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TE}^2 + \frac{\omega\mu_0}{k_{co}^1 \beta} J'_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TE}^3 - J_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TE}^4 \quad (2.86)$$

$$H_{TE}^2 = J_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TE}^2 - \frac{\omega\epsilon_0 (n_{co}^1)^2}{k_{co}^1 \beta} J'_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TE}^1 - \frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} J_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TE}^3 \quad (2.87)$$

$$H_{TM}^1 = \frac{-l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} J_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TM}^1 - \frac{\omega\mu_0}{k_{co}^1 \beta} J'_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TM}^3 + J_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TM}^4 \quad (2.88)$$

$$H_{TM}^2 = -J_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TM}^2 + \frac{\omega\epsilon_0 (n_{co}^1)^2}{k_{co}^1 \beta} J'_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TM}^1 + \frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} J_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TM}^3 \quad (2.89)$$

ในการหาค่าคงที่การแพร่กระจาย β ของโหมดผสม จากสมการ (2.80) เราเขียน \bar{A}_{TM} และ \bar{C}_{TE} ในรูปของ f_{TM} และ f_{TE} แล้วแทนค่า \bar{A}_{TM} และ \bar{C}_{TE} ลงในสมการ (2.81) จะได้

$$\begin{bmatrix} H_{TM}^1 & -H_{TE}^1 \\ H_{TM}^2 & -H_{TE}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{TM} \\ f_{TE} \end{bmatrix} = \underline{0} \quad (2.90)$$

เมื่อ $H_{TE}^1, H_{TE}^2, H_{TM}^1$ และ H_{TM}^2 นิยามดังสมการ (2.86) ถึง (2.89) ตามลำดับ เราจะเห็นว่าสมการ (2.90) เป็นสมการค่าเจาะจง (eigenvalue equation) ที่มีค่าเจาะจง (eigenvalue) เป็นศูนย์ ดังนั้นดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ต้องเป็นศูนย์ จะได้

$$\frac{H_{TM}^1}{H_{TM}^2} = \frac{H_{TE}^1}{H_{TE}^2} \quad (2.91)$$

เมื่อกำหนดโครงสร้างของเส้นใยนำแสงแบบแบริกและควมถึ เราหาผลเฉลยของสมการ (2.91) จะได้ค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่น β ของโหมดไฮบริด และเลือกค่าคงที่นอร์มัลไลซ์ที่เหมาะสม โดยหาค่า f_{TM} และ f_{TE} จากสมการ (2.90) จะได้

$$\begin{bmatrix} f_{TM} \\ f_{TE} \end{bmatrix} = \frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} \left[J_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) \right]^2 \sqrt{k_{cl}^1 \rho_l^1} \begin{bmatrix} H_{TE}^1 \\ H_{TM}^1 \end{bmatrix} \quad (2.92)$$

เพื่อหาสนามในบริเวณคอร์ เราแทนสมการ (2.92) ลงในสมการ (2.81) เราสามารถหาสัมประสิทธิ์ \bar{A}_{TM} และ \bar{C}_{TE} ได้ดังสมการ

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_{TM} \\ \bar{C}_{TE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\omega \mu_0}{\beta k_{co}^1} J_l'(k_{co}^1 \rho_{co}^1) (g_{TM}^3 H_{TE}^1 + g_{TE}^3 H_{TM}^1) + J_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) (g_{TM}^4 H_{TE}^1 + g_{TE}^4 H_{TM}^1) \\ \frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} J_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) (g_{TM}^3 H_{TE}^1 + g_{TE}^3 H_{TM}^1) \end{bmatrix} \quad (2.93)$$

ดังนั้นภายในแกนชั้นที่ 1 จะได้ $A_1 = \bar{A}_{TM}, C_1 = \bar{C}_{TE}$ และ $B_1 = D_1 = 0$ แล้วใช้สมการ (2.44) ถึง (2.47) เพื่อหาการกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณแกน และหาการกระจายสนามภายในวัสดุหุ้มทั้งหมด โดยใช้สมการ (2.48) ถึง (2.71)

2.4.4 โหมดพื้นผิว (Surface Modes)

ในตอนที่แล้ว เราสมมติว่าผลเฉลยทั่วไปในชั้นใด ๆ อยู่ในรูปของ $J_l(x)$ และ $Y_l(x)$ จะเป็นจริง ถ้า $\beta \leq n_{co}^i \omega / c$ สำหรับทุก ๆ ชั้นของคอร์เท่านั้น ในเส้นใยนำแสงแบบ-แบนรกที่มีแกนอากาศ โหมดที่ถูกลำนำอาจจะมี β มากกว่า ω / c ซึ่ง $\beta \leq n_{cl}^1 \omega / c$ และ $\beta \leq n_{cl}^2 \omega / c$ โหมดนี้เรียกว่า โหมดพื้นผิว เพราะว่าสนามถูกลดทอนทั้งในชั้นวัสดุหุ้ม เนื่องมาจากการสะท้อนของชั้นแบนรก (Bragg reflection) และในแกนอากาศ เนื่องจากการสะท้อนกลับหมด (total internal reflection) ในกรณีนี้ เรายังคงใช้การประมาณเชิงเส้นกำกับ (asymptotic approximation) กับสนามในวัสดุหุ้ม และใช้ผลในตอน 2.4.2 อย่างไรก็ตามในบริเวณแกน มีข้อแตกต่างที่สำคัญระหว่างโหมดที่ถูกลำนำแบบทั่ว ๆ ไป (เช่น ผลในตอน 2.4.2 และ 2.4.3) กับโหมดพื้นผิว ซึ่งจะสรุปในตอนนี้

สำหรับเส้นใยนำแสงแบบแบนรกในชั้นที่ i ที่มี $\beta > n_{co}^i \omega / c$ ผลเฉลยของ E_z และ H_z จะอยู่ในรูปของ $I_l(k_{co}^i r)$ และ $K_l(k_{co}^i r)$ เมื่อ k_{co}^i นิยามดังสมการ

$$k_{co}^i = \sqrt{\beta^2 - \left(\frac{n_{co}^i \omega}{c}\right)^2} \quad (2.94)$$

เรายังคงใช้พารามิเตอร์ A_i, B_i, C_i และ D_i ในการอธิบายของคัพระกอบสนามในชั้นที่ i ดังสมการ (2.44) อย่างไรก็ตาม เมทริกซ์ M ถูกนิยามใหม่ ดังสมการ

$$M(n_{co}^i, k_{co}^i, r) = \begin{bmatrix} I_l(k_{co}^i r) & K_l(k_{co}^i r) & 0 & 0 \\ -\frac{\omega \epsilon_0 (n_{co}^i)^2}{\beta k_{co}^i} I_l'(k_{co}^i r) & -\frac{\omega \epsilon_0 (n_{co}^i)^2}{\beta k_{co}^i} K_l'(k_{co}^i r) & -\frac{l}{(k_{co}^i)^2 r} I_l(k_{co}^i r) & -\frac{l}{(k_{co}^i)^2 r} K_l(k_{co}^i r) \\ 0 & 0 & I_l(k_{co}^i r) & K_l(k_{co}^i r) \\ -\frac{l}{(k_{co}^i)^2 r} I_l(k_{co}^i r) & -\frac{l}{(k_{co}^i)^2 r} K_l(k_{co}^i r) & -\frac{\omega \mu_0}{\beta k_{co}^i} I_l'(k_{co}^i r) & -\frac{\omega \mu_0}{\beta k_{co}^i} K_l'(k_{co}^i r) \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

ถ้าเราใช้นิยามใหม่ของ $M(n_{co}^i, k_{co}^i, r)$ เมื่อ $\beta > n_{co}^i \omega / c$ เมทริกซ์ถ่ายโอนทั้งหมด \bar{T} ก็ยังคงนิยามดังสมการ (2.77) และ g_{IE}^j, g_{IM}^j ยังคงนิยามดังสมการ (2.78) และ (2.79) ตามลำดับ ถ้าที่ตำแหน่งกลางแกนมีค่าดัชนีหักเห้น้อย (low index core) $\beta > n_{co}^1 \omega / c$ สมการ (2.80) และ (2.81) ที่ใช้ในการหาดีสเพอร์ชันโหมด (modal dispersion) และการกระจายสนาม (field distribution) จะแทนด้วยสมการ (2.96) และ (2.97) ตามลำดับ

$$\begin{bmatrix} I_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) & 0 \\ -\frac{\omega \varepsilon_0 (n_{co}^1)^2}{\beta k_{co}^1} I_l'(k_{co}^1 \rho_{co}^1) & -\frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} I_l'(k_{co}^1 \rho_{co}^1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}_{TM} \\ \bar{C}_{TE} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_{cl}^1 \rho_{cl}^1}} \begin{bmatrix} g_{TM}^1 & g_{TE}^1 \\ g_{TM}^2 & g_{TE}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{TM} \\ f_{TE} \end{bmatrix} \quad (2.96)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & I_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) \\ -\frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} I_l'(k_{co}^1 \rho_{co}^1) & -\frac{\omega \mu_0}{\beta k_{co}^1} I_l'(k_{co}^1 \rho_{co}^1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}_{TM} \\ \bar{C}_{TE} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{k_{cl}^1 \rho_{cl}^1}} \begin{bmatrix} g_{TM}^3 & g_{TE}^3 \\ g_{TM}^4 & g_{TE}^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{TM} \\ f_{TE} \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

สำหรับโหมด TM จากสมการ (2.96) และ (2.97) จะได้

$$-\frac{\omega \varepsilon_0 (n_{co}^1)^2}{k_{co}^1 \beta} \frac{I_0'(k_{co}^1 \rho_{co}^1)}{I_0(k_{co}^1 \rho_{co}^1)} = \frac{g_{TM}^2}{g_{TM}^1} \quad (2.98)$$

$$\bar{A}_{TM} = \frac{g_{TM}^1}{I_0(k_{co}^1 \rho_{co}^1) \sqrt{k_{co}^1 \rho_{co}^1}} f_{TM} \quad (2.99)$$

สำหรับโหมด TE จากสมการ (2.96) และ (2.97) จะได้

$$-\frac{\omega \mu_0}{k_{co}^1 \beta} \frac{I_0'(k_{co}^1 \rho_{co}^1)}{I_0(k_{co}^1 \rho_{co}^1)} = \frac{g_{TE}^4}{g_{TE}^3} \quad (2.100)$$

$$\bar{C}_{TE} = \frac{g_{TE}^3}{I_0(k_{co}^1 \rho_{co}^1) \sqrt{k_{co}^1 \rho_{co}^1}} f_{TE} \quad (2.101)$$

ผลของโหมดพื้นผิวผสม (mixed surface modes) จะมีซับซ้อน ค่าของ $H_{TE}^1, H_{TE}^2, H_{TM}^1$ และ H_{TM}^2 จะต้องเปลี่ยนให้สอดคล้องกับ $\beta > n_{co}^1 \omega / c$ โดยนิยามดังสมการ

$$H_{TM}^1 = \frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} I_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TM}^1 + \frac{\omega \mu_0}{k_{co}^1 \beta} I_l'(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TM}^3 + I_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TM}^4 \quad (2.102)$$

$$H_{TM}^2 = -I_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TM}^2 - \frac{\omega \varepsilon_0 (n_{co}^1)^2}{k_{co}^1 \beta} I_l'(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TM}^1 - \frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} I_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TM}^3 \quad (2.103)$$

$$H_{TE}^1 = -\frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} I_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TE}^2 - \frac{\omega \mu_0}{k_{co}^1 \beta} I_l'(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TE}^3 - J_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TE}^4 \quad (2.104)$$

$$H_{TE}^2 = I_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TE}^2 + \frac{\omega \varepsilon_0 (n_{co}^1)^2}{k_{co}^1 \beta} I_l'(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TE}^1 + \frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} I_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) g_{TE}^3 \quad (2.105)$$

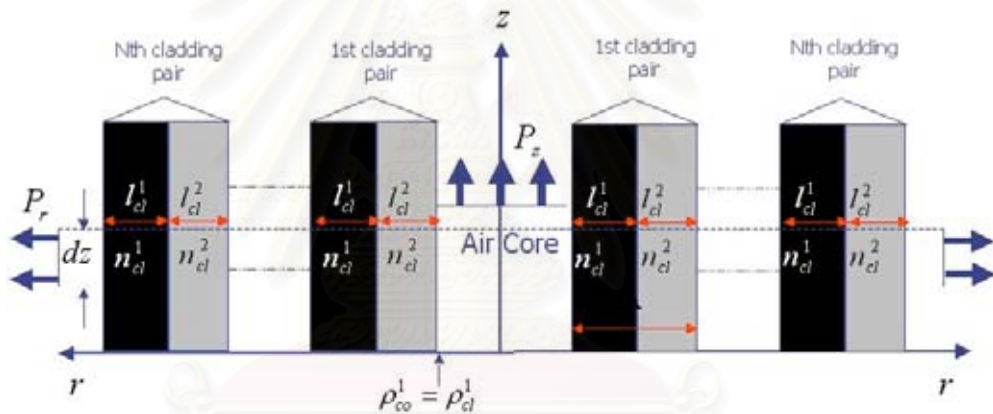
สมการค่าเจาะจงที่มีค่าเจาะจงเป็นศูนย์ของโหมดพื้นผิวผสม ยังคงใช้สมการ (2.91) เช่นเดิม ซึ่งผลเฉลยของสมการ (2.91) จะได้ ดิสเพอร์ชันโหมด (modal dispersion) และสัมประสิทธิ์ของสนามในวัสดุหุ้ม ดังสมการ (2.106) และสัมประสิทธิ์ของสนามในแกนดังสมการ (2.107)

$$\begin{bmatrix} f_{TM} \\ f_{TE} \end{bmatrix} = \frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} [I_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1)]^2 \sqrt{k_{cl}^1 \rho_l^1} \begin{bmatrix} H_{TE}^1 \\ H_{TM}^1 \end{bmatrix} \quad (2.106)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_{TM} \\ \bar{C}_{TE} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\omega \mu_0}{\beta k_{co}^1} I_l'(k_{co}^1 \rho_{co}^1) (g_{TM}^3 H_{TE}^1 + g_{TE}^3 H_{TM}^1) - I_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) (g_{TM}^4 H_{TE}^1 + g_{TE}^4 H_{TM}^1) \\ \frac{l}{(k_{co}^1)^2 \rho_{co}^1} I_l(k_{co}^1 \rho_{co}^1) (g_{TM}^3 H_{TE}^1 + g_{TE}^3 H_{TM}^1) \end{bmatrix} \quad (2.107)$$

2.5 การสูญเสียจากการแผ่พลังงานในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ

ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีแกนเป็นอากาศ การสูญเสียเนื่องจากการแพร่กระจาย (propagation loss) จะเป็นผลรวมของการสูญเสียจากการแผ่พลังงาน เนื่องมาจากจำนวนจำกัดของคู่วัสดุหุ้ม และการสูญเสียแบบดูดกลืน (absorption loss) เนื่องมาจากวัสดุของวัสดุหุ้ม การสูญเสียแบบดูดกลืนขึ้นอยู่กับ การเลือกวัสดุที่ใช้ทำวัสดุหุ้มและเราจะไม่พิจารณาในตอนนี้ การสูญเสียจากการแผ่พลังงานจะขึ้นอยู่กับความแตกต่างของดรรชนีหักเห (index contrast) ของวัสดุหุ้มและจำนวนคู่ของวัสดุหุ้ม ในตอนนี้เราใช้ทฤษฎีเชิงเส้นกำกับ (asymptotic theory) ในการประมาณจำนวนคู่ที่น้อยที่สุดของวัสดุหุ้ม เพื่อลดการสูญเสียจากการแผ่พลังงานให้มีค่า 0.2 dB / km



รูปที่ 2.4. แสดงภาคตัดขวาง $r - z$ ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีแกนเป็นอากาศ และมีคู่ของวัสดุหุ้ม N คู่ P_z แทนฟลักซ์กำลัง (power flux) ภายในแกนอากาศ และ P_r แทนฟลักซ์กำลังในแนวรัศมี (radial power flux)

เพื่อความง่ายในการวิเคราะห์ เราศึกษาเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีแกนกลางเป็นอากาศและล้อมรอบด้วยชั้นของวัสดุหุ้มจำนวน N คู่ ดังรูปที่ 2.4 เราใช้การประมาณเชิงเส้นกำกับในชั้นวัสดุหุ้มทั้งหมด เมทริกซ์ถ่ายโอน (transfer matrix) T แสดงความสัมพันธ์ระหว่างบริเวณวัสดุหุ้มกับบริเวณแกน เป็นเมทริกซ์เอกลัษณมิติ 4×4 ซึ่งมีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมเป็นหนึ่งและนอกแนวเส้นทแยงมุมเป็นศูนย์ ผลที่ตามมาจะได้สมการ (2.78) และ (2.79) ดัง สมการ

$$g_{TE}^3 = \lambda_{TE} - A_{TE} + B_{TE} \quad (2.108)$$

$$g_{TE}^4 = -\frac{i\omega\mu_0}{k_{cl}^1\beta}(\lambda_{TE} - A_{TE} - B_{TE}) \quad (2.109)$$

$$g_{TM}^1 = \lambda_{TM} - A_{TM} + B_{TM} \quad (2.110)$$

$$g_{TM}^2 = -\frac{i\omega\varepsilon_0(n_{cl}^1)^2}{k_{cl}^1\beta}(\lambda_{TM} - A_{TM} - B_{TM}) \quad (2.111)$$

ค่าอื่น ๆ ของ g_{TE}^i และ g_{TM}^i มีค่าเป็นศูนย์ทั้งหมด เพื่อความง่าย เราจะศึกษาโหมด TE และ TM ด้วยเหตุผล 2 ประการ ประการแรกเป็นโหมดที่มีค่า $l = 0$ เป็นกรณีพิเศษที่เราสนใจ เพราะไม่มีผลจากโพลาไรเซชัน ประการที่ 2 โหมดผสม (mixed modes) ที่มี $l \neq 0$ ในโครงสร้างของแคลด์สามารถแยกเป็นองค์ประกอบ TE และองค์ประกอบ TM ดังนั้นเราสามารถทำนายได้ว่า การสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมดผสมจะแสดงคุณสมบัติระหว่างโหมด TE และ TM

พิจารณาโหมด TE จากสมการ (2.44) จะได้ องค์ประกอบ $H_z(r)$ ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์เป็น $H_z(r) = \bar{C}_{TE} J_0(k_{co}^1 r)$ และองค์ประกอบอื่นอีก 2 องค์ประกอบ เป็นดังสมการ

$$E_\theta = \frac{-i\omega\mu_0}{k_{co}^1} \bar{C}_{TE} J'_0(k_{co}^1 r) \quad (2.112)$$

$$H_r = \frac{i\beta}{k_{co}^1} \bar{C}_{TE} J'_0(k_{co}^1 r) \quad (2.113)$$

เราสามารถหาฟลักซ์กำลัง (power flux) ตามแนวแกน z ในแกนอากาศ ได้จาก

$$P_z^{TE} = |\bar{C}_{TE}|^2 \frac{\pi\omega\mu_0\beta}{(k_{co}^1)^2} \int_0^{\rho_{co}^1} [J'_0(k_{co}^1 r)]^2 r dr \quad (2.114)$$

ถ้าเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ประกอบด้วยจำนวนคู่วัดคู่หุ้มจำนวนอนันต์ สนามในคู่อันดับที่ $N + 1$ ในชนิดที่ 1 จะได้

$$H_z = \frac{f_{TE}}{\sqrt{k_{cl}^1 r}} \left[c_{N+1} e^{ik_{cl}^1(r-\rho_{cl}^{N+1})} + d_{N+1} e^{-ik_{cl}^1(r-\rho_{cl}^{N+1})} \right] \quad (2.115)$$

$$E_\theta = \frac{\omega\mu_0}{k_{cl}^1} \frac{f_{TE}}{\sqrt{k_{cl}^1 r}} \left[c_{N+1} e^{ik_{cl}^1(r-\rho_{cl}^{N+1})} - d_{N+1} e^{-ik_{cl}^1(r-\rho_{cl}^{N+1})} \right] \quad (2.116)$$

ในสมการ (2.115) และ (2.116) เราจะสังเกตว่า สนามประกอบด้วยองค์ประกอบ 2 องค์ประกอบ นั่นคือ คลื่นที่เคลื่อนที่ออก (outgoing wave) ที่มีแอมพลิจูดแปรผันตรงกับ c_{N+1} และคลื่นที่เข้ามา (incoming wave) ที่มีแอมพลิจูดแปรผันตรงกับ d_{N+1} ซึ่งคลื่นทั้งสององค์ประกอบมีค่าเท่ากันและหักล้างกับสนามในชั้นอื่น ๆ ดังนั้นเส้นโยนนำแสงแบบแบรกก์จะไม่มีฟลักซ์กำลังในแนวรัศมี (radial power flux) อย่างไรก็ตาม ผลนี้ได้จากการสมมติว่า จำนวนวัสดุหุ้มมีจำนวนอนันต์ ในทางปฏิบัติเราถือว่า ไม่มีองค์ประกอบที่เข้ามาของสนามในวัสดุหุ้มคู่อื่นที่ $N + 1$ เนื่องจากการสะท้อนจากรัศมีของ เส้นโยนนำแสงแบบแบรกก์ชั้นที่เหลือ ดังนั้นสมมติว่า เส้นโยนนำแสงแบบแบรกก์มีวัสดุหุ้มจำนวน N คู่ เท่านั้น การแผ่พลังงานสนาม (radiation field) ที่ออกจากโครงสร้างวัสดุหุ้ม สามารถประมาณด้วยองค์ประกอบที่ออก (outgoing component) ของสมการ (2.115) และ (2.116) ซึ่งแทน $d_{N+1} = 0$ ในการคำนวณฟลักซ์กำลังในแนวรัศมีผ่านพื้นผิวทรงกระบอกที่มีรัศมี R และมีความสูง dz จะได้

$$P_r^{TE} = \frac{\pi\omega\mu_0}{(k_{cl}^1)^2} |f_{TE}|^2 |c_{N+1}|^2 dz \quad (2.117)$$

สำหรับโหมด TE คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีการแพร่กระจายในทิศทาง z ของเส้นโยนนำแสงแบบแบรกก์ที่มีการสูญเสียจากการแผ่พลังงาน ทำให้กำลังของแสงจะลดลงตามแนวแกน z เป็น $\exp(-\alpha_{TE} z)$ ให้พารามิเตอร์ α_{TE} เป็นค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE หา α_{TE} ได้จาก

$$\alpha_{TE} = \frac{P_r^{TE}}{P_z^{TE} dz} \quad (2.118)$$

$$\alpha_{TE} = \frac{1}{\beta} \left(\frac{k_{co}^1}{k_{cl}^1} \right)^2 \left| \frac{B_{TE}}{\lambda_{TE} - A_{TE} + B_{TE}} \right|^2 |\lambda_{TE}|^{2N} \frac{[J_0(k_{co}^1 \rho_{co}^1)]^2 (k_{co}^1 \rho_{co}^1)}{\int_0^{\rho_{co}^1} [J'_0(k_{co}^1 r)]^2 r dr} \quad (2.119)$$

ในทำนองเดียวกัน สำหรับโหมด TM เราจะได้ พารามิเตอร์ α_{TM} เป็นค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TM ก่อนอื่นเราหาสนามในแกนอากาศ และฟลักซ์กำลังในแนวแกน z ได้จาก

$$H_\theta = \frac{i\omega\epsilon_0 (n_{co}^1)^2}{k_{co}^1} \bar{A}_{TM} J'_0(k_{co}^1 r) \quad (2.120)$$

$$E_r = \frac{i\beta}{k_{co}^1} \bar{A}_{TM} J'_0(k_{co}^1 r) \quad (2.121)$$

$$P_z^{TM} = \left| \overline{A_{TM}} \right|^2 \frac{\pi \omega \varepsilon_0 (n_{co}^1)^2 \beta}{(k_{co}^1)^2} \int_0^{\rho_{co}^1} [J'_0(k_{co}^1 r)]^2 r dr \quad (2.122)$$

สนามที่แพร่กระจายออกจากเคลดคือที่ N หาได้จาก

$$E_z = \frac{f_{TM}}{\sqrt{k_{cl}^1 r}} \left[a_{N+1} e^{ik_{cl}^1 (r - \rho_{cl}^{N+1})} \right] \quad (2.123)$$

$$H_\theta = -\frac{\omega \varepsilon_0 (n_{cl}^1)^2}{k_{cl}^1} \frac{f_{TM}}{\sqrt{k_{cl}^1 r}} \left[a_{N+1} e^{ik_{cl}^1 (r - \rho_{cl}^{N+1})} \right] \quad (2.124)$$

จะได้ ฟลักซ์กำลังในแนวรัศมี (radiation power flux)

$$P_r^{TM} = \frac{\pi \omega \varepsilon_0 (n_{cl}^1)^2}{(k_{cl}^1)^2} |f_{TM}|^2 |a_{N+1}|^2 dz \quad (2.125)$$

ในทำนองเดียวกัน จะได้ค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE (radiation loss constant)

$$\alpha_{TM} = \frac{P_r^{TM}}{P_z^{TM} dz} \quad (2.126)$$

$$\alpha_{TM} = \frac{1}{\beta} \left(\frac{n_{cl}^1 k_{co}^1}{n_{co}^1 k_{cl}^1} \right)^2 \left| \frac{B_{TM}}{\lambda_{TM} - A_{TM} + B_{TM}} \right|^2 |\lambda_{TM}|^{2N} \frac{[J_0(k_{co}^1 \rho_{co}^1)]^2 (k_{co}^1 \rho_{co}^1)}{\int_0^{\rho_{co}^1} [J'_0(k_{co}^1 r)]^2 r dr} \quad (2.127)$$

เพื่อให้ α_{TE} และ α_{TM} อยู่ในรูปแบบที่ง่ายขึ้น เราให้ $x = k_{co}^1 \rho_{co}^1 = 3.8317$ เป็นจุดแรกที่ทำให้ $J_1(x) = 0$ $A_{TE}, B_{TE}, \lambda_{TE}, A_{TM}, B_{TM}$ และ λ_{TM} มีอันดับของขนาดเหมือนกัน (same order of magnitude) ดังนั้น ค่าของ $B_{TE} / (\lambda_{TE} - A_{TE} + B_{TE})$ และ $B_{TM} / (\lambda_{TM} - A_{TM} + B_{TM})$ เป็น 1 แกนของเส้นใยนำแสงแบบแบริกก็เป็นอากาศ $n_{co}^1 = 1$ ความยาวคลื่นกลาง $\lambda = 1.55 \mu m$ และสมมติให้ $\beta = k_{co}^1 = \frac{\omega}{\sqrt{2}c}$ เราจะได้ (2.119) และ

(2.127) เป็นดังสมการ

$$\alpha_{TE} (dB / km) = 4.6 \times 10^9 \frac{1}{n_{cl}^1} |\lambda_{TE}|^{2N} \quad (2.128)$$

$$\alpha_{TM} (dB / km) = 4.6 \times 10^9 n_{cl}^1 |\lambda_{TM}|^{2N} \quad (2.129)$$

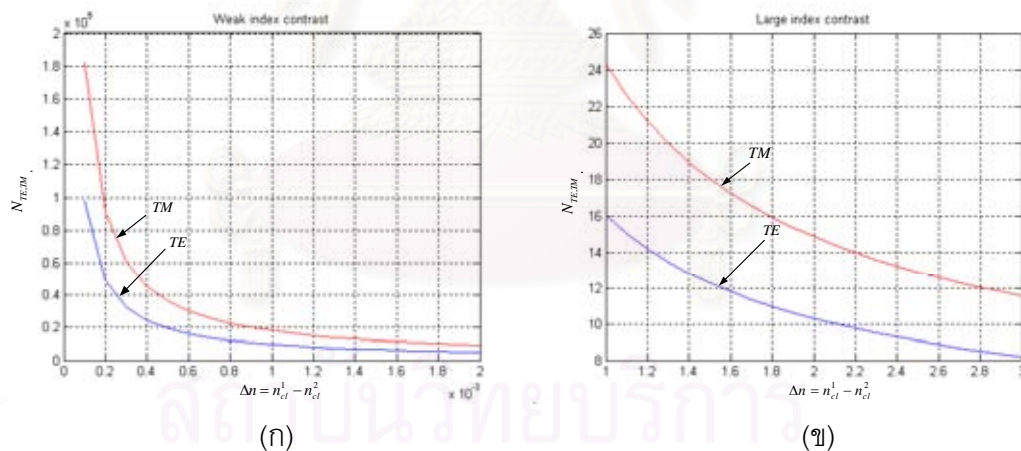
ซึ่งหน่วยของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานเปลี่ยนไปเป็น dB/km

ค่าของ λ_{TE} และ λ_{TM} ขึ้นอยู่กับ $\beta, n_{cl}^1, n_{cl}^2, l_{cl}^1$ และ l_{cl}^2 อย่างไรก็ตาม เมื่อความหนาของชั้นวัสดุหุ้มอยู่ในรูปแบบหนึ่งในสี่ (quarter wave stack) เช่น $k_{cl}^1 l_{cl}^1 = k_{cl}^2 l_{cl}^2 = \pi/2$ เป็นการกักกันแสงที่เหมาะสมที่สุด เราเลือกวัสดุหุ้มชั้นที่ 2 เป็นตัวกลางที่มีค่าดรรชนีหักเห้น้อยมีค่า $n_{cl}^2 = 1.5$ ในทางปฏิบัติเป็นซิลิกาและโพลีเมอร์ ซึ่งค่า $0 < \beta < \omega/c$ ค่าน้อยที่สุดของ $|\lambda_{TE}|$ เป็น $\sqrt{[(n_{cl}^2)^2 - 1]/[(n_{cl}^1)^2 - 1]}$ และ ค่าน้อยที่สุดของ $|\lambda_{TM}|$ เป็น n_{cl}^2/n_{cl}^1 จะได้จำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่น้อยที่สุด ที่ทำให้การสูญเสียจากการแผ่พลังงานมีค่า $0.2 dB/km$

$$N_{TE} = \frac{23.8588 - \ln(n_{cl}^1)}{\ln[(n_{cl}^1)^2 - 1] - \ln[(n_{cl}^2)^2 - 1]} \quad (2.128)$$

ในทำนองเดียวกัน สามารถหา N_{TM} ได้จาก

$$N_{TM} = \frac{23.8588 + \ln(n_{cl}^1)}{2[\ln(n_{cl}^1) - \ln(n_{cl}^2)]} \quad (2.129)$$



รูปที่ 2.5 ความสัมพันธ์ของจำนวนคู่วัสดุหุ้มของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่น้อยที่สุดที่ทำให้การสูญเสียเนื่องจากการแผ่พลังงานมีค่า $0.2 dB/km$

กับความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้ม

- () ความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มมีค่าน้อย
- () ความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มมีค่ามาก

เราเขียนกราฟจากสมการ (2.128) และ (2.129) ดังรูปที่ 2.5 รูปที่ 2.5 (ก) จะสอดคล้องกับความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มมีค่าน้อย (weak index contrast) สำหรับ Δn น้อยกว่า 0.01 จะต้องใช้คู่ของวัสดุหุ้มจำนวน 1000 หรือมากกว่า 1000 เพื่อที่จะทำให้การสูญเสียลดลงเหลือ $0.2 \text{ dB} / \text{km}$ ซึ่งจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มมีจำนวนคู่มากนั้นเป็นเรื่องที่สร้างยากในทางปฏิบัติ สำหรับ Δn ระหว่าง 0.1 กับ 1 เราจะพบว่าจะต้องใช้จำนวนคู่ของวัสดุหุ้มน้อยกว่า 200 คู่ ที่จะลดการสูญเสียจากการแผ่พลังงาน สำหรับโหมด TE และ TM. ให้เหลือ $0.2 \text{ dB} / \text{km}$ รูปที่ 2.5 (ข) จะสอดคล้องกับกรณีความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มมีค่ามาก (large index contrast) สำหรับ Δn ระหว่าง 1 ถึง 3 ($2.5 < n_{cl}^1 < 4.5$) จำนวนคู่ของวัสดุหุ้ม 25 คู่ ก็เพียงพอที่จะทำให้โหมด TE และ TM มีการสูญเสียจากการแผ่พลังงานน้อยกว่า $0.2 \text{ dB} / \text{km}$ ได้

2.6 ดิสเพอร์ชันของแสงในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์

เมื่อพัลส์แสง (optical pulse) เดินทางในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์จะเกิดการบานออกของสัญญาณแสง ซึ่งเป็นปัญหาที่สำคัญในระบบสื่อสารทางแสง ดิสเพอร์ชันในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบ่งออกเป็นสองประเภทใหญ่ ๆ คือ ดิสเพอร์ชันระหว่างโหมด (intermodal dispersion) และ ดิสเพอร์ชันภายในโหมด (intramodal dispersion) ดังรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.6.1 ดิสเพอร์ชันระหว่างโหมด

ดิสเพอร์ชันระหว่างโหมด เป็นการบานออกของสัญญาณพัลส์แสง เนื่องมาจากเวลาที่ใช้ในการเดินทางของแสงในแต่ละโหมดมีค่าไม่เท่ากัน จะเกิดขึ้นในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ชนิดโหมดร่วม (multimode Bragg optical fiber) ซึ่งดิสเพอร์ชันระหว่างโหมดจะมีผลต่อการบานออกของพัลส์แสงมากกว่าดิสเพอร์ชันชนิดอื่น ทำให้มีผลต่ออัตราการส่งข้อมูลดิจิทัล นั่นคืออัตราการส่งข้อมูลต่ำ อย่างไรก็ตามเราสามารถทำให้ไม่เกิดดิสเพอร์ชันระหว่างโหมดได้ โดยใช้ เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดียว (single mode Bragg optical fiber) จึงสามารถลด ดิสเพอร์ชันลงได้อย่างมาก

2.6.2 ดิสเพอร์ชันภายในโหมด

ดิสเพอร์ชันภายในโหมด เป็นการบานออกของสัญญาณพัลส์แสง เนื่องมาจากคลื่นแสงแต่ละความยาวคลื่นจะใช้เวลาในการเดินทางไม่เท่ากัน ดิสเพอร์ชันภายในโหมดเรียกอีกอย่างว่า ดิสเพอร์ชันโครมาติก (chromatic dispersion) หรือ ดิสเพอร์ชันความเร็วกลุ่ม (group-velocity dispersion, GVD) จะได้การบานออกของพัลส์แสงเป็นดังสมการ

$$\Delta T = L\beta_2\Delta\omega \quad (2.130)$$

เมื่อ ΔT เป็นพัลส์แสงที่บานออก L เป็นความยาวของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ พารามิเตอร์ $\beta_2 = d^2\beta/d\omega^2$ เรียกว่า พารามิเตอร์ GVD (GVD parameter) $\Delta\omega$ เป็นความกว้างของสเปกตรัมของพัลส์

ในระบบการสื่อสารทางแสง $\Delta\omega$ หาได้จากช่วงความยาวคลื่นแสง $\Delta\lambda$ ที่ออกจากแหล่งกำเนิด โดยทั่วไปแล้วเราใช้ $\Delta\lambda$ แทน $\Delta\omega$ โดยผ่านความสัมพันธ์ $\omega = 2\pi c/\lambda$ และ $\Delta\omega = (-2\pi c/\lambda^2)\Delta\lambda$ เขียนสมการ (2.130) ใหม่ได้ในรูป $\Delta\lambda$ ได้ดังสมการ

$$\Delta T = -\frac{2\pi c}{\lambda^2}\beta_2 L\Delta\lambda = DL\Delta\lambda \quad (2.131)$$

โดยที่

$$D = -(2\pi c/\lambda^2)\beta_2 \quad (2.132)$$

เราเรียก D ว่า พารามิเตอร์ดิสเพอร์ชัน และโดยทั่วไปจะใช้หน่วย $ps/(km - nm)$ ซึ่ง D สามารถเขียนแยกได้ดังสมการ

$$D = D_w + D_M \quad (2.133)$$

เมื่อ D_w เป็นพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น และ D_M เป็นพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากวัสดุ ดังนั้นดิสเพอร์ชันภายในโมดแบ่งย่อยได้เป็น 2 ชนิด คือ ดิสเพอร์ชันเนื่องจากวัสดุ (material dispersion) และ ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น (waveguide dispersion) นอกจากนี้ ดิสเพอร์ชันที่ได้กล่าวข้างต้นแล้ว ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผ่นคลื่นเดียว ยังมี การบานออกของสัญญาณพัลส์แสงเนื่องจากดิสเพอร์ชันชนิดอื่น เช่น ดิสเพอร์ชันอันดับสูง (higher order dispersion) และ ดิสเพอร์ชันเนื่องจากโพลาไรเซชัน (polarization dispersion) ดังรายละเอียดต่อไป

2.6.2.1 ดิสเพอร์ชันเนื่องจากวัสดุ

ดิสเพอร์ชันเนื่องจากวัสดุ เกิดเนื่องจากการที่ค่าดรรชนีหักเหของตัวกลางเกิดการเปลี่ยนแปลงตามค่าความยาวคลื่นแสงที่เดินทาง ซึ่งมีผลทำให้ความเร็วของแสงเปลี่ยนแปลงไปด้วย ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แสงส่วนใหญ่เดินทางในแกนอากาศ ซึ่งอากาศมีการเปลี่ยนค่าดรรชนีหักเห้น้อยมาก ดังนั้นในวิทยานิพนธ์นี้จึงจะไม่คิดผลของดิสเพอร์ชันเนื่องจากวัสดุ

2.6.2.2 ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น

ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น เกิดเนื่องจากโครงสร้างของท่อนำคลื่น หรือโครงสร้างของเส้นใยนำแสง ซึ่งเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์มีโครงสร้างทางเรขาคณิตที่สลับซับซ้อนมากกว่าเส้นใยนำแสงแบบทั่วไป ดังนั้นจึงไม่เป็นที่น่าแปลกใจที่ค่าดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์จะมีค่ามากกว่าเส้นใยนำแสงแบบทั่วไป

2.6.2.3 ดิสเพอร์ชันอันดับสูง

ถึงแม้ว่าเราจะให้แสงที่มีความยาวคลื่นที่ค่าดิสเพอร์ชันเป็นศูนย์ แต่พัลส์แสงที่เดินทางในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์นั้นยังมีการบานออก เป็นผลเนื่องมาจากดิสเพอร์ชันอันดับสูง ซึ่งค่าดิสเพอร์ชันอันดับสูงจะหาได้จากความชันดิสเพอร์ชัน (dispersion slope) $S = dD/d\lambda$ เรียกพารามิเตอร์ S ว่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันอันดับสอง (second-order dispersion parameter) ซึ่งพารามิเตอร์ S จะแปรผันตรงกับ $\beta_3 = d^3\beta/d\omega^3$ แม้ว่าดิสเพอร์ชันอันดับสูง จะขึ้นอยู่กับค่าความชันดิสเพอร์ชันก็ตามดิสเพอร์ชันอันดับสูงยังมีผลต่อการบานออกของสัญญาณพัลส์น้อยมากเมื่อเทียบกับพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชัน D

2.6.2.4 ดิสเพอร์ชันเนื่องจากโพลาริเซชัน

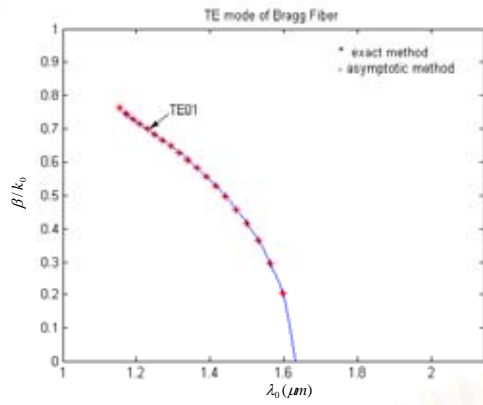
ถ้าเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์มีดรรชนีหักเหไม่สม่ำเสมอบนพื้นที่หน้าตัดของเส้นใยนำแสง เมื่อพัลส์แสงเข้าไปในเส้นใยนำแสง จะทำให้คลื่นแสงเคลื่อนที่ในแต่ละแนวแกนมีค่าแตกต่างกัน ทำให้ความกว้างของพัลส์แสงมีค่ามากขึ้น เรียกว่า ดิสเพอร์ชันเนื่องจากโพลาริเซชัน เนื่องจากเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์มีแกนเป็นอากาศซึ่งดรรชนีหักเหของแสงบนหน้าตัดมีค่าประมาณใกล้เคียงกัน ดังนั้นผลของดิสเพอร์ชันเนื่องจากโพลาริเซชันมีค่าน้อยมาก

2.7 ผลการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในกรณีตัวอย่าง โดยใช้วิธีแม่นยำและวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ

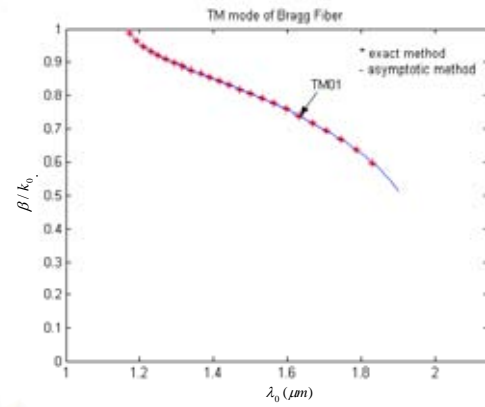
ในหัวข้อนี้ผู้วิจัยจะกล่าวถึงผลการวิเคราะห์ในกรณีตัวอย่างของการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ เริ่มจากหัวข้อที่ 2.7.1 กล่าวถึงผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกรักษาของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่ได้นำ เสนอในวิทยานิพนธ์ซึ่งมี 2 วิธี คือ วิธีแม่นยำและวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ ดังที่ได้กล่าวในตอนต้นที่ 2.2. และ 2.3 ตามลำดับ แล้วเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกรักษาทั้งสองวิธี หัวข้อที่ 2.7.2 กล่าวถึงผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกรักษาในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$ หัวข้อที่ 2.7.3 กล่าวถึงการกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ หัวข้อที่ 2.7.4 กล่าวถึงผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกรักษา ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น และค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง หัวข้อที่ 2.7.5 กล่าวถึง ผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกรักษา ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น และค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง และหัวข้อที่ 2.7.6 กล่าวถึงผลการวิเคราะห์การสูญเสียเนื่องจากการแผ่พลังงานของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE และ TM เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม ตามลำดับ

2.7.1 ผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกรักษาของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยใช้วิธีแม่นยำและวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ

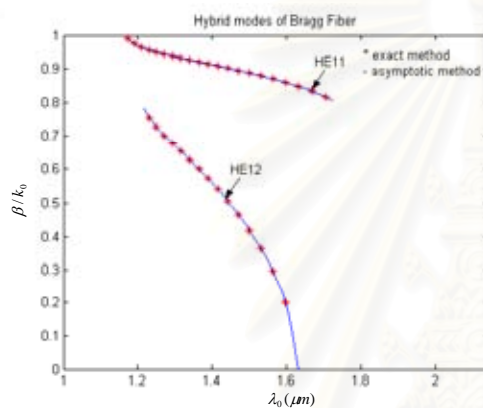
ขอให้พิจารณากรณีที่พารามิเตอร์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในรูปที่ 2.3 มีค่าดังนี้ ดรรชนีหักเหของแกนอากาศ $n_{co}^1 = 1$ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหมาก $n_{cl}^1 = 3.0$ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหน้อย $n_{cl}^2 = 1.5$ รัศมีของแกนอากาศ $\rho_{co}^1 = 1.0 \mu m$ การออกแบบชั้นวัสดุหุ้มใช้หลักการกักกันที่เหมาะสมที่สุด (optimal confinement) นั่นคือ $k_{cl}^1 l_{cl}^1 = k_{cl}^2 l_{cl}^2 = \pi/2$ จะได้ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็น $l_{cl}^1 = 0.13 \mu m$ ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็น $l_{cl}^2 = 0.265 \mu m$ ที่ความยาวคลื่นกลาง (center wavelength) $\lambda_c = 1.55 \mu m$ และในการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยใช้วิธีแม่นยำ จำนวนคู่ของวัสดุหุ้ม $(N-1)/2 = 15$ คู่ วัสดุรองเป็นอากาศมีค่าดรรชนีหักเห $n_{sub} = 1.0$ จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง β/k_0 ของโหมด TE TM และไฮบริด หรือโหมดที่มีอันดับจาก $l=0$ ถึง $l=5$ กับความยาวคลื่น (λ_0) โดยแยกพิจารณาในแต่ละโหมด ดังรูปที่ 2.6 และพิจารณาร่วมกัน ดังรูปที่ 2.7



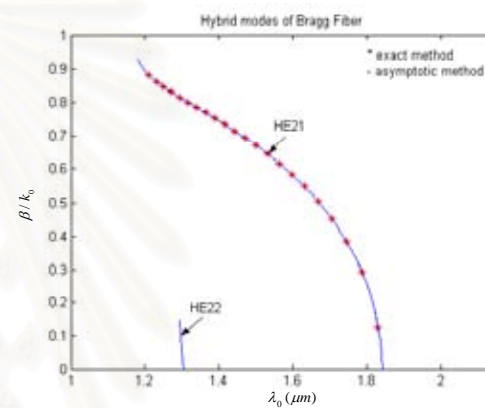
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

รูปที่ 2.6 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าดรรชนีประสิทธิผล (β/k_0)

ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์กับความยาวคลื่น (λ_0)

(ก) โหมด TE

(ข) โหมด TM

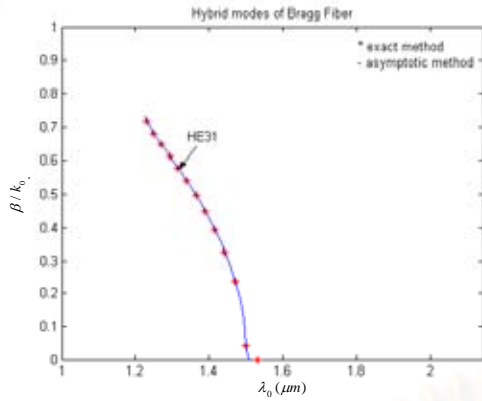
(ค) โหมดไฮบริด ที่มีอันดับ $l = 1$

(ง) โหมดไฮบริด ที่มีอันดับ $l = 2$

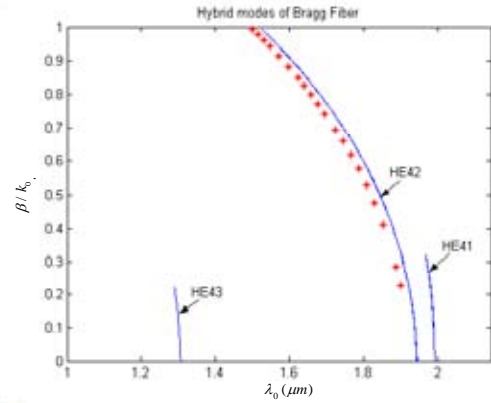
(จ) โหมดไฮบริด ที่มีอันดับ $l = 3$

(ฉ) โหมดไฮบริด ที่มีอันดับ $l = 4$

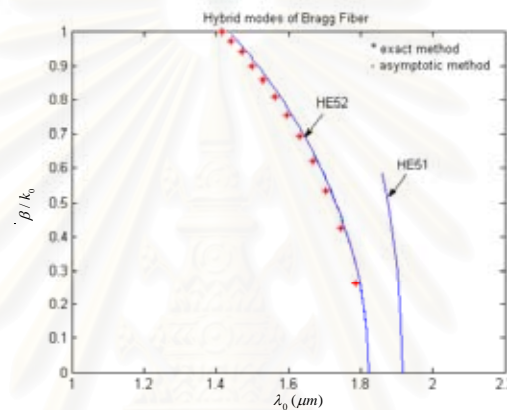
(ช) โหมดไฮบริด ที่มีอันดับ $l = 5$



(จ)



(ข)



(ค)

รูปที่ 2.6 (ต่อ) ความสัมพันธ์ระหว่างค่าดรรชนีประสิทธิผล (β/k_0)

ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์กับความยาวคลื่น (λ_0)

(ก) โหมด TE

(ข) โหมด TM

(ค) โหมดไฮบริด ที่มีอันดับ $l = 1$

(ง) โหมดไฮบริด ที่มีอันดับ $l = 2$

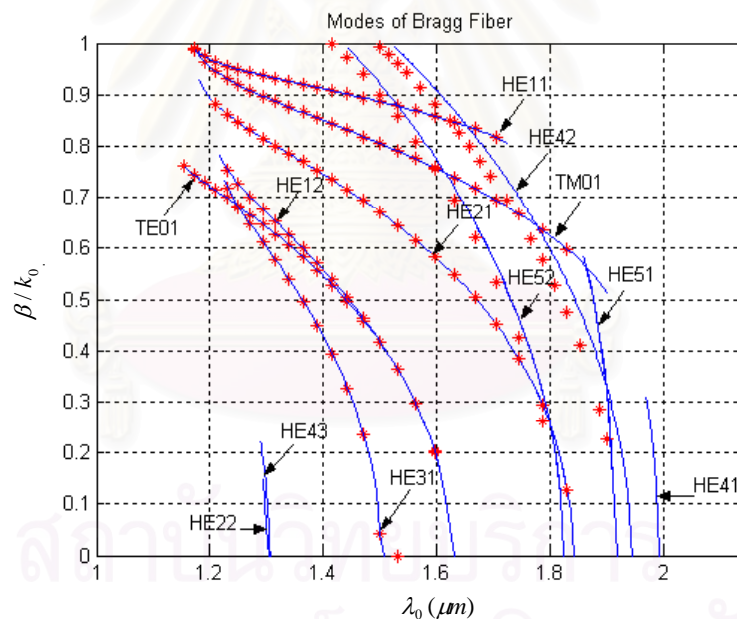
(จ) โหมดไฮบริด ที่มีอันดับ $l = 3$

(ฉ) โหมดไฮบริด ที่มีอันดับ $l = 4$

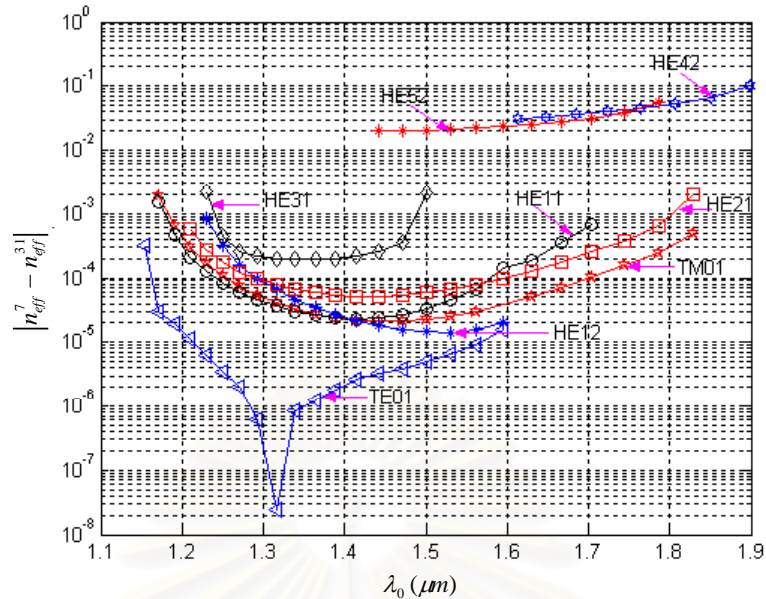
(ช) โหมดไฮบริด ที่มีอันดับ $l = 5$

พิจารณาผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกนำของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยวิธีแมนตรง และวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ พบว่าโหมดที่ถูกนำทั้งหมดมีเฉพาะในช่วงความยาวคลื่น ในรูปที่ 2.6 ความยาวคลื่นตัด (cutoff wavelength) ไม่จำเป็นต้องเกิดขึ้นที่ $\beta/k_0 = 0$ และ โหมดที่ถูกนำ ไม่จำเป็นต้องมีค่าสูงสุดเป็น 1 ซึ่งเป็นคุณสมบัติที่แตกต่างจากโหมดที่ถูกนำของเส้นใยนำแสงแบบทั่วไป เมื่อเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกนำของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยวิธีแมนตรงกับวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับของโหมด TE และ TM หรือโหมดที่มีอันดับ $l = 0$ พบว่า จะให้

ผลการวิเคราะห์ที่สอดคล้องกัน โหมดไฮบริดหรือโหมดที่มีอันดับ $l \neq 0$ โหมดไฮบริดที่มีอันดับ l ต่ำ เช่น ในรูปที่ 2.6 ค่า $1 \leq l \leq 3$ จะให้ผลการวิเคราะห์ที่สอดคล้องกันเช่นเดียวกับผลการวิเคราะห์ของโหมด TE และ TM และโหมดไฮบริดที่มีอันดับ l สูง เช่น ในรูปที่ 2.6 ค่า $l \geq 4$ จะให้ผลที่สอดคล้องกันน้อยลงเรื่อย ๆ ตามค่าอันดับ l ที่เพิ่มขึ้น นอกจากนี้จากการวิเคราะห์โหมดไฮบริด โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ จะเกิดโหมดไฮบริดบางโหมด ในกรณีศึกษาี้คือ $HE_{22}, HE_{41}, HE_{43}$ และ HE_{51} ซึ่งเกิดในบริเวณที่ใกล้ขอบของแบนด์วิดท์ แต่โหมดเหล่านี้จะไม่เกิดขึ้นจากการวิเคราะห์โดยใช้วิธีแมนตรงที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนน้อย ในกรณีศึกษาี้คือ 15 คู่ เนื่องจากโหมดเหล่านี้ เป็นโหมดไฮบริดและอยู่บริเวณใกล้ขอบของแบนด์วิดท์ จะมีการสูญเสียจากการแผ่พลังงาน มาก ดังนั้นถ้าต้องการทำให้โหมดเหล่านี้เกิดขึ้นจะต้องใช้จำนวนชั้นของวัสดุหุ้มจำนวนมาก จากการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยใช้วิธีแมนตรงที่มีจำนวนชั้นของวัสดุหุ้ม 15 คู่ กับวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ จะได้ค่าความแตกต่างระหว่างค่าดรรชนีประสิทธิผล ($n_{eff} = \beta/k_0$) ของโหมด TE TM และไฮบริด ดังรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.7 ความสัมพันธ์ระหว่าง β/k_0 ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE โหมด TM และโหมดไฮบริดกับความยาวคลื่นแสง

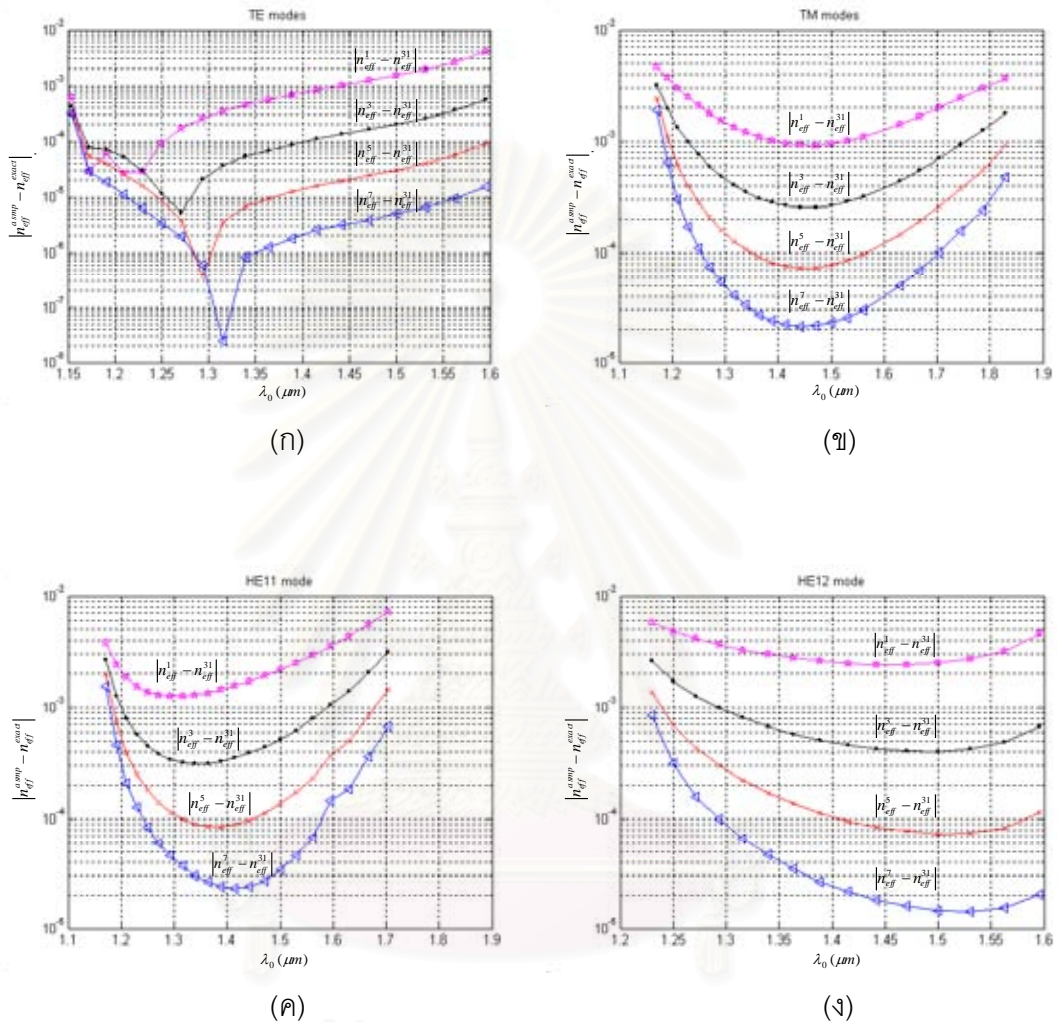


รูปที่ 2.8 ความแตกต่างระหว่างดรรชนีประสิทธิผล ($n_{eff} = \beta/k_0$) ในการวิเคราะห์โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ ใช้จำนวนชั้นไดอิเล็กตริกในบริเวณแกน 7 ชั้น n_{eff}^7 เทียบกับการวิเคราะห์โดยใช้วิธีแมนตรง ที่ใช้จำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม 15 คู่ n_{eff}^{15} ใช้เป็นมาตรฐานของโหมดที่มีอันดับ l จาก $l=0$ ถึง $l=5$

พิจารณาค่าความแตกต่างระหว่างค่าดรรชนีประสิทธิผล ($n_{eff} = \beta/k_0$) ของโหมด TE TM และไฮบริด พบว่าค่าความแตกต่างระหว่างดรรชนีประสิทธิผลของโหมด TE จะมีค่าน้อยที่สุด และมีค่ามากที่สุด 3×10^{-4} ค่าความแตกต่างระหว่างดรรชนีประสิทธิผลของโหมด TM และไฮบริดที่มีอันดับ l จาก $l=1$ ถึง $l=3$ มีค่ามากที่สุด 2×10^{-3} และค่าความแตกต่างระหว่างดรรชนีประสิทธิผลของโหมดไฮบริดที่มีอันดับ $l \geq 4$ มีค่ามากที่สุด 0.1 ซึ่งพบว่าเมื่อค่า l มากขึ้น ค่าความแตกต่างระหว่างดรรชนีประสิทธิผลจะมากขึ้นด้วย แสดงว่าการวิเคราะห์ที่เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ กับ การวิเคราะห์ที่เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยวิธีแมนตรง สามารถใช้วิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แทนกันได้ดีเมื่ออันดับ l มีค่าต่ำ

การวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับมีการประมาณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าอยู่ในรูป $\exp(\pm kr)/\sqrt{r}$ ในชั้นของวัสดุหุ้ม ดังนั้นในการลดค่าความแตกต่างระหว่างดรรชนีประสิทธิผล เพื่อให้การวิเคราะห์โหมดที่ถูกนำมีความถูกต้องมากขึ้น จึงจำเป็นต้องเพิ่มจำนวนชั้นไดอิเล็กตริกในบริเวณแกน เมื่อให้ n_{eff}^{31} เป็นผลการวิเคราะห์ค่าดรรชนีประสิทธิผลโดยวิธีแมนตรง ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม 15 คู่ หรือมีจำนวนชั้นไดอิเล็กตริกทั้งหมด 31 ชั้น เป็นมาตรฐาน และให้ n_{eff}^N เป็นผลการวิเคราะห์ค่าดรรชนีประสิทธิผลโดยวิธีเมทริกซ์เชิง

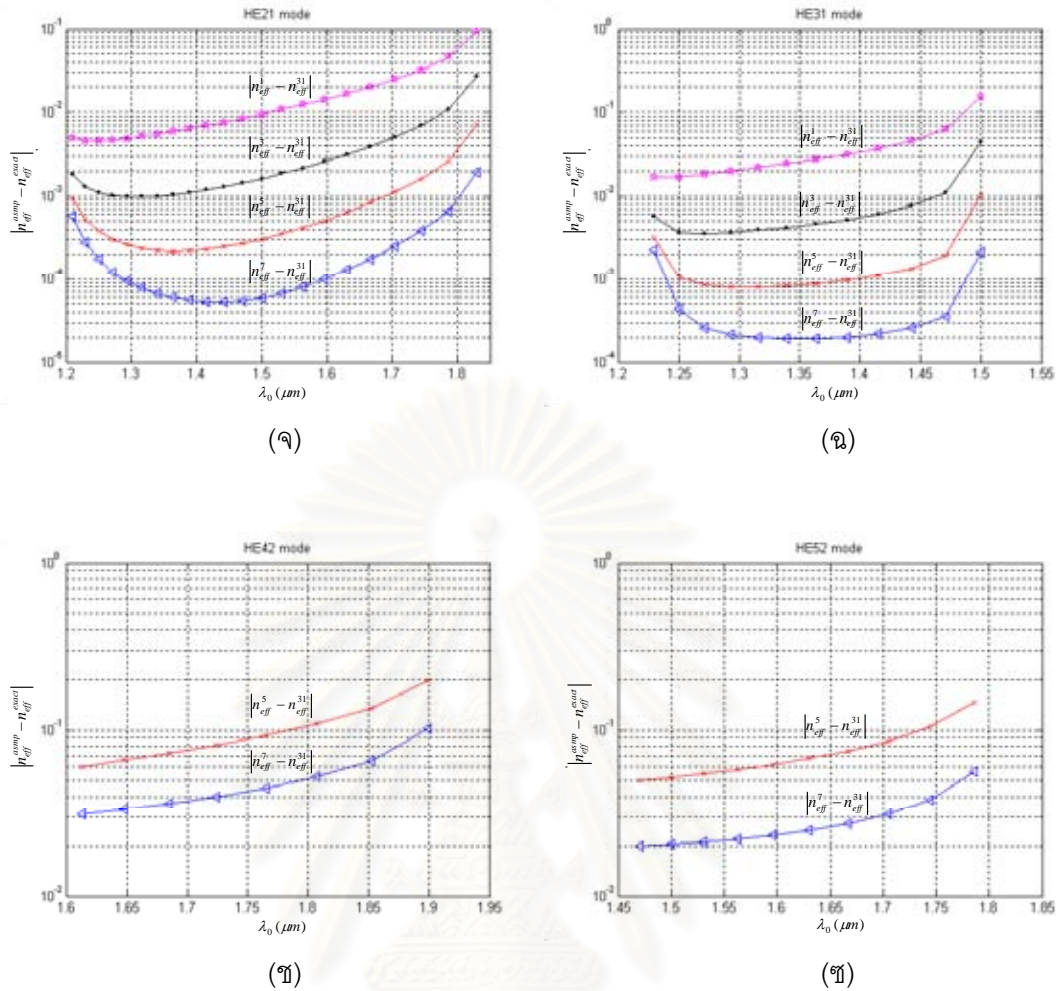
เส้นกำกับ ที่มีจำนวนชั้นไดอิเล็กทริกภายในบริเวณแกนจำนวน N ชั้น ในกรณีศึกษาที่เลือกให้ N เป็น 1, 3, 5 และ 7 จะได้ค่าความแตกต่างระหว่างดรรชนีประสิทธิผลของโหมด TE TM และไฮบริด ดังแสดงในรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 ค่าความแตกต่างระหว่างดรรชนีประสิทธิผล ($n_{eff} = \beta/k_0$) จากการเปลี่ยนแปลงชั้นบริเวณแกนภายใน ในการวิเคราะห์โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ เทียบกับ การวิเคราะห์โดยใช้วิธีแม่นยำที่ใช้จำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม 15 คู่ ใช้เป็นมาตรฐาน

ของโหมดที่มีอันดับ l จาก $l = 0$ ถึง $l = 5$

- | | |
|--------------------|--------------------|
| (ก) โหมด TE_{01} | (ข) โหมด TM_{01} |
| (ค) โหมด HE_{11} | (ง) โหมด HE_{12} |
| (จ) โหมด HE_{21} | (ฉ) โหมด HE_{31} |
| (ช) โหมด HE_{42} | (ซ) โหมด HE_{52} |



รูปที่ 2.9 (ต่อ) ค่าความแตกต่างระหว่างดรรชนีประสิทธิผล ($n_{eff} = \beta/k_0$) จากการเปลี่ยนแปลง
 ชั้นบริเวณแกนภายใน ในการวิเคราะห์โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ เทียบกับ การวิเคราะห์โดย
 ใช้ วิธีแม่นยำที่ใช้จำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม 15 คู่ ใช้เป็นมาตรฐาน

ของโหมดที่มีอันดับ l จาก $l = 0$ ถึง $l = 5$

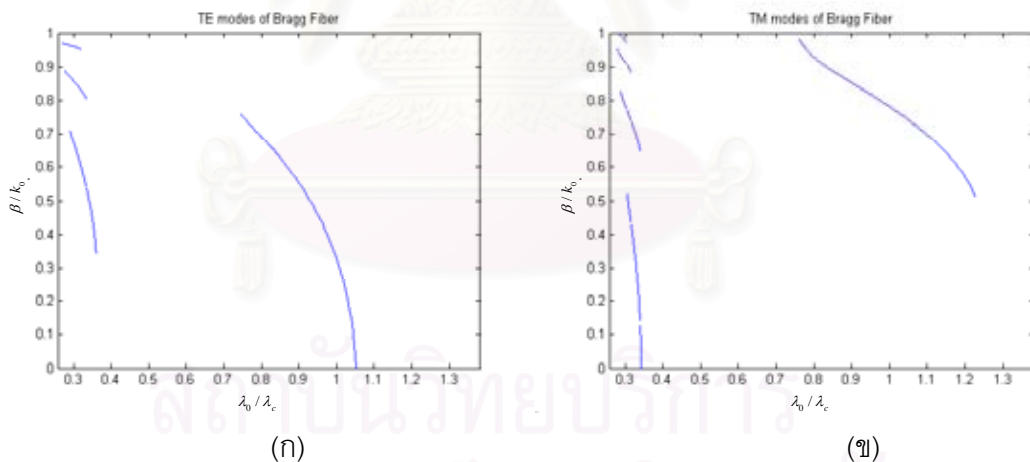
- (ก) โหมด TE_{01}
- (ข) โหมด TM_{01}
- (ค) โหมด HE_{11}
- (ง) โหมด HE_{12}
- (จ) โหมด HE_{21}
- (ฉ) โหมด HE_{31}
- (ช) โหมด HE_{42}
- (ซ) โหมด HE_{52}

จากการเพิ่มจำนวนชั้นไดอิเล็กตริกในบริเวณแกนในการวิเคราะห์โหมดที่ถูกนำโดย
 ใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ พบว่าค่าความแตกต่างระหว่างดรรชนีประสิทธิผลของทุกโหมดมีค่าน้อย
 ลง ซึ่งการวิเคราะห์โหมดที่ถูกนำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยวิธีแม่นยำ จะให้ผลใกล้เคียงกับ
 การวิเคราะห์โดยใช้วิธีเชิงเส้นกำกับ สรุปได้ว่าการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยวิธี

เมทริกซ์เชิงเส้นกำกับกับการวิเคราะห์เส้นนำแสงแบบแบรกก์โดยวิธีแมนตรง สามารถใช้วิเคราะห์เส้นนำแสงแบบแบรกก์แทนกันได้ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มของเส้นนำแสงแบบแบรกก์ในการวิเคราะห์โดยวิธีแมนตรงมีค่ามากเพียงพอ และจำนวนชั้นของไดอิเล็กตริกในบริเวณแกนของเส้นนำแสงแบบแบรกก์ในการวิเคราะห์ โดยวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับมีค่ามากเพียงพอเช่นกัน อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำโดยวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับจะให้ผลที่เร็วกว่าการวิเคราะห์โดยวิธีแมนตรง

2.7.2 ผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$

จากหัวข้อที่แล้ว จะเห็นว่าการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำของเส้นนำแสงแบบแบรกก์โดยวิธีแมนตรงกับวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับสามารถใช้แทนกันได้ เพื่อความรวดเร็วในการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำ ดังนั้นในหัวข้อนี้จะใช้การวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำ โดยวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ เพื่อศึกษาคุณสมบัติบางประการของเส้นนำแสงแบบแบรกก์ โดยให้พารามิเตอร์ของเส้นนำแสงแบบแบรกก์เหมือนดังตอนที่ 2.2 จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง β/k_0 ของโหมด TE TM กับ λ_0/λ_c ในช่วง $0.258 < \lambda_0/\lambda_c < 1.382$ ดังรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 ความสัมพันธ์ระหว่าง β/k_0 กับ λ_0/λ_c ในช่วง $0.258 < \lambda_0/\lambda_c < 1.382$

(ก) โหมด TE

(ข) โหมด TM

เมื่อวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำของเส้นนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศของโหมด TE และ TM ในช่วง $0.258 < \lambda_0/\lambda_c < 1.382$ พบว่าเส้นนำแสงแบบแบรกก์มีโหมดที่ถูกลำในบางช่วงความยาวคลื่นเท่านั้น แสดงว่าเส้นนำแสงแบบแบรกก์ใช้นำแสงได้เฉพาะบางช่วงความยาวคลื่น ซึ่งไม่เหมือนกับเส้นนำแสงแบบทั่วไป (conventional optical fiber) เรียก คุณสมบัติ

เช่นนี้ว่า คุณลักษณะแถบช่องว่าง (bandgap characteristic) จึงมีความเป็นไปได้ที่ใช้ เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์เป็นตัวกรองในขณะเดียวกับใช้นำแสง (filter in line) การหาแบนวิดท์ (bandwidth) และขอบของแบนวิดท์ (bandedge) สามารถหาได้อย่างไร จะกล่าวในตอนถัดไป

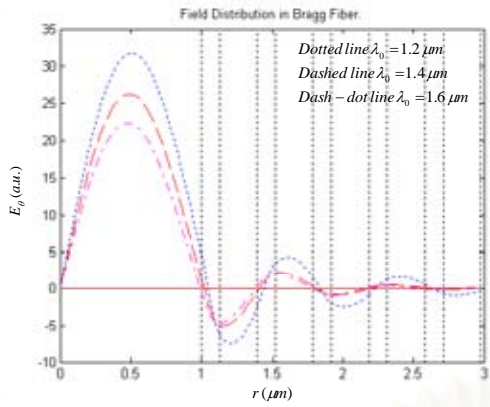
2.7.3 ผลการวิเคราะห์การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์

ในหัวข้อที่ 2.7.1 และ 2.7.2 ได้กล่าวถึงผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำนำของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยวิธีแมนตรงและวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ พิจารณาเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศที่มีพารามิเตอร์ของเส้นใยนำแสงดังหัวข้อที่ 2.7.1 จากการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำนำ จะได้ค่าดรรชนีประสิทธิผลหรือค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่นที่ความยาวคลื่นใด ๆ ของ โหมด TE TM และไฮบริด ดังตารางที่ 2.1

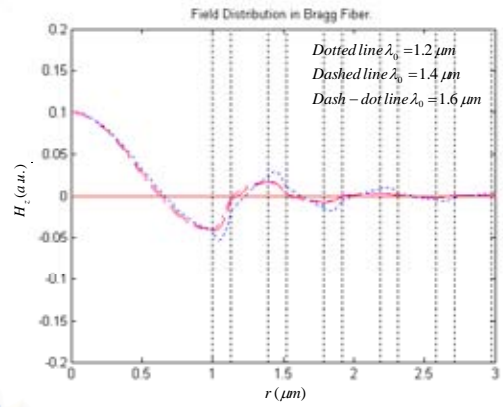
ตารางที่ 2.1 ค่าดรรชนีประสิทธิผล (β/k_0) ที่ความยาวคลื่นใด ๆ ของโหมด TE TM และไฮบริด ที่มีอันดับ $1 \leq l \leq 5$

โหมด	ค่า β/k_0 ของโหมดที่ความยาวคลื่นใด ๆ						เซตของเลขชี้กำลัง $\{m, n, p, q\}$
	$\lambda_0 (\mu m)$	β/k_0	$\lambda_0 (\mu m)$	β/k_0	$\lambda_0 (\mu m)$	β/k_0	
TE_{01}	1.2	0.7217	1.4	0.5454	1.6	0.1852	$\{-1, -, -, -1\}$
TM_{01}	1.2	0.9545	1.5	0.8050	1.8	0.6253	$\{-, -1, 2, -\}$
HE_{11}	1.3	0.9357	1.5	0.8863	1.7	0.8195	$\{8, 9, 10, 11\}$
HE_{21}	1.3	0.8112	1.6	0.5799	1.8	0.2527	$\{8, 9, 11, 11\}$
HE_{31}	1.3	0.6018	1.4	0.4272	1.5	0.0435	$\{9, 10, 12, 12\}$
HE_{42}	1.6	0.9076	1.75	0.6907	1.9	0.3234	$\{12, 12, 14, 14\}$
HE_{52}	1.5	0.9207	1.65	0.6823	1.8	0.2491	$\{12, 13, 15, 15\}$

เมื่อทราบค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่นแล้ว สามารถหาการกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ความยาวคลื่นใด ๆ โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ ได้ดังรูป 2.11 ถึง 2.17 เมื่อให้ $E_\theta(a.u.) = E_\theta \times 10^m$, $E_z(a.u.) = E_z \times 10^n$, $H_\theta(a.u.) = H_\theta \times 10^p$ และ $H_z(a.u.) = H_z \times 10^q$



(ก)

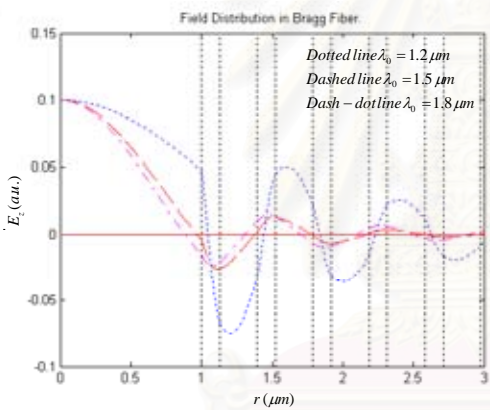


(ข)

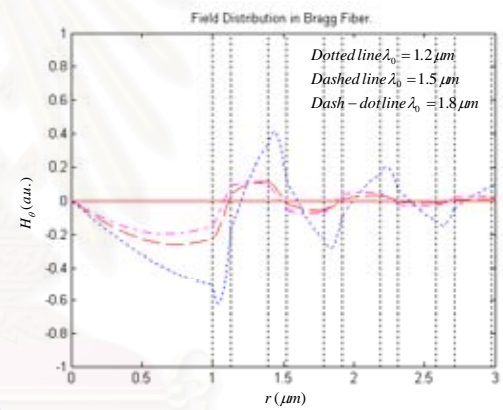
รูปที่ 2.11 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE_{01}

(ก) ขนาดของ E_θ

(ข) ขนาดของ H_z



(ก)



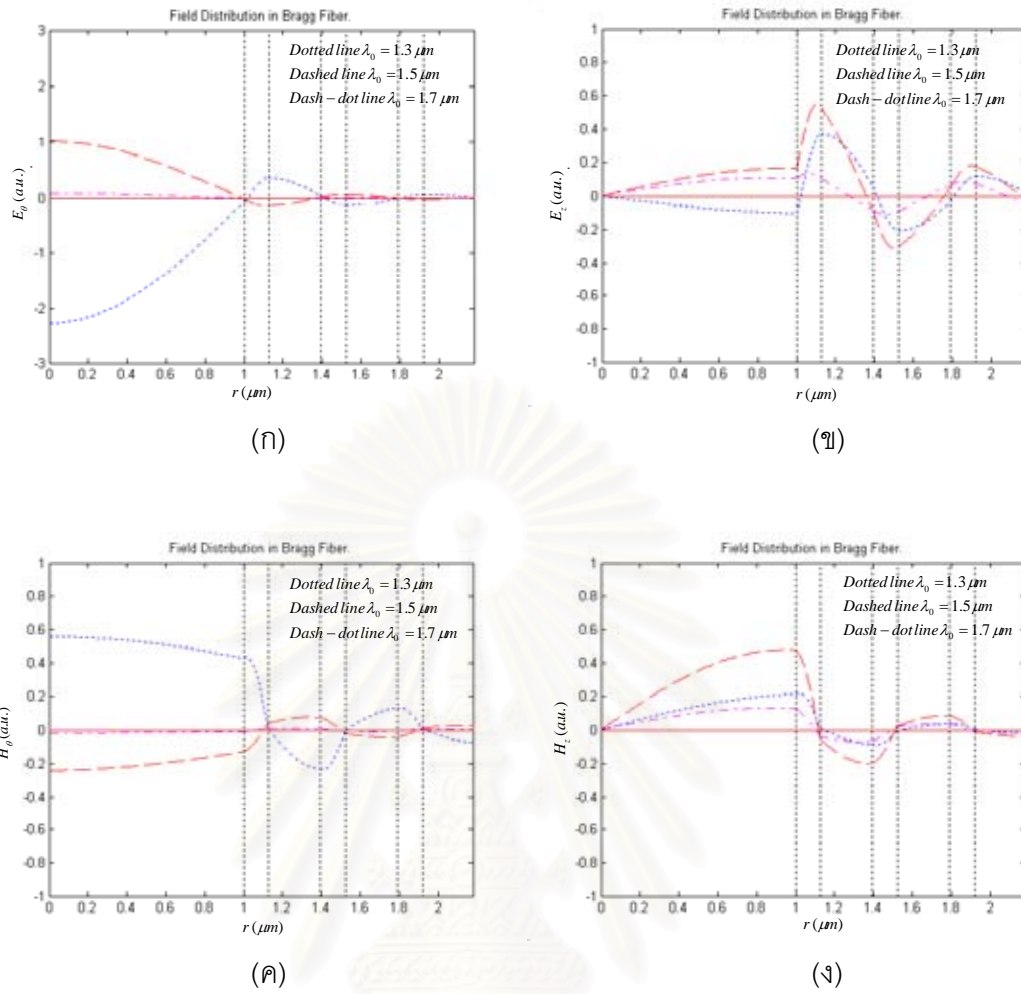
(ข)

รูปที่ 2.12 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TM_{01}

(ก) ขนาดของ E_z

(ข) ขนาดของ H_θ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.13 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด HE_{11}

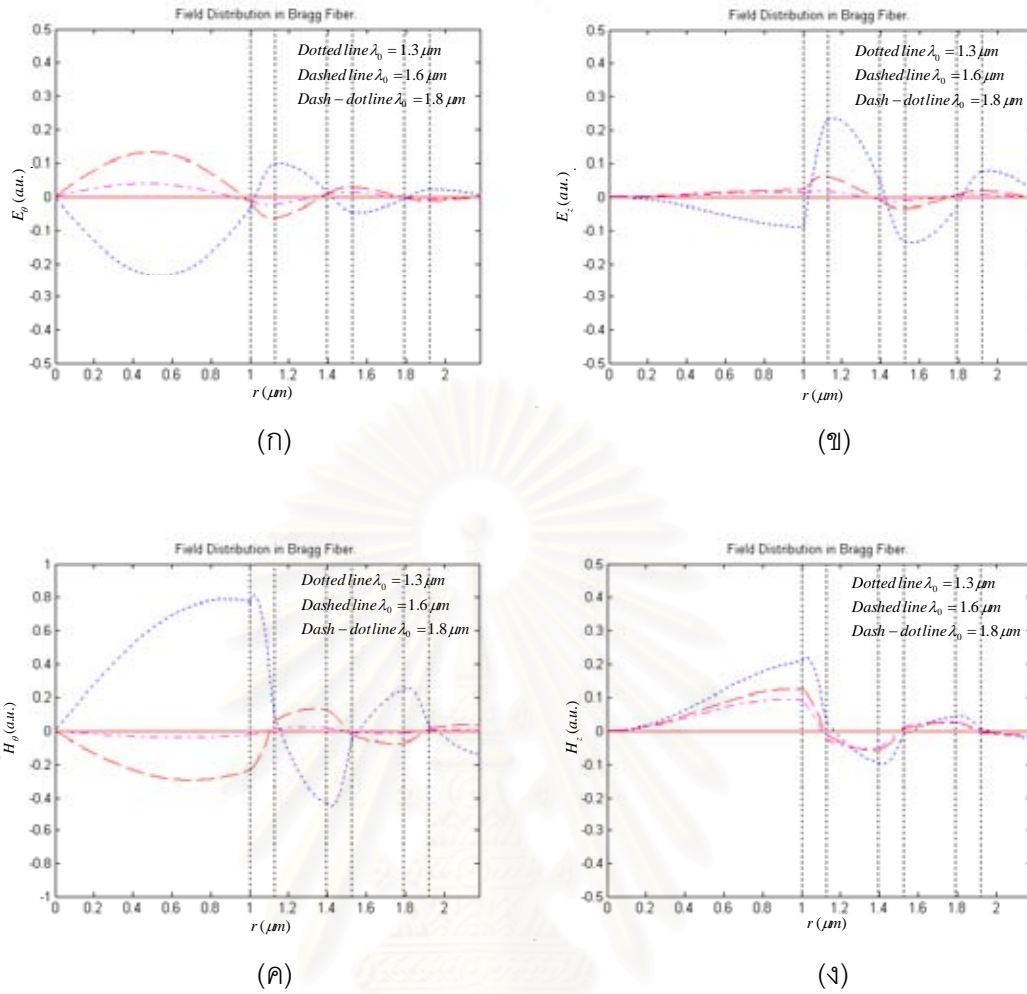
(ก) ขนาดของ E_θ

(ข) ขนาดของ E_z

(ค) ขนาดของ H_θ

(ง) ขนาดของ H_z

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.14 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด HE_{21}

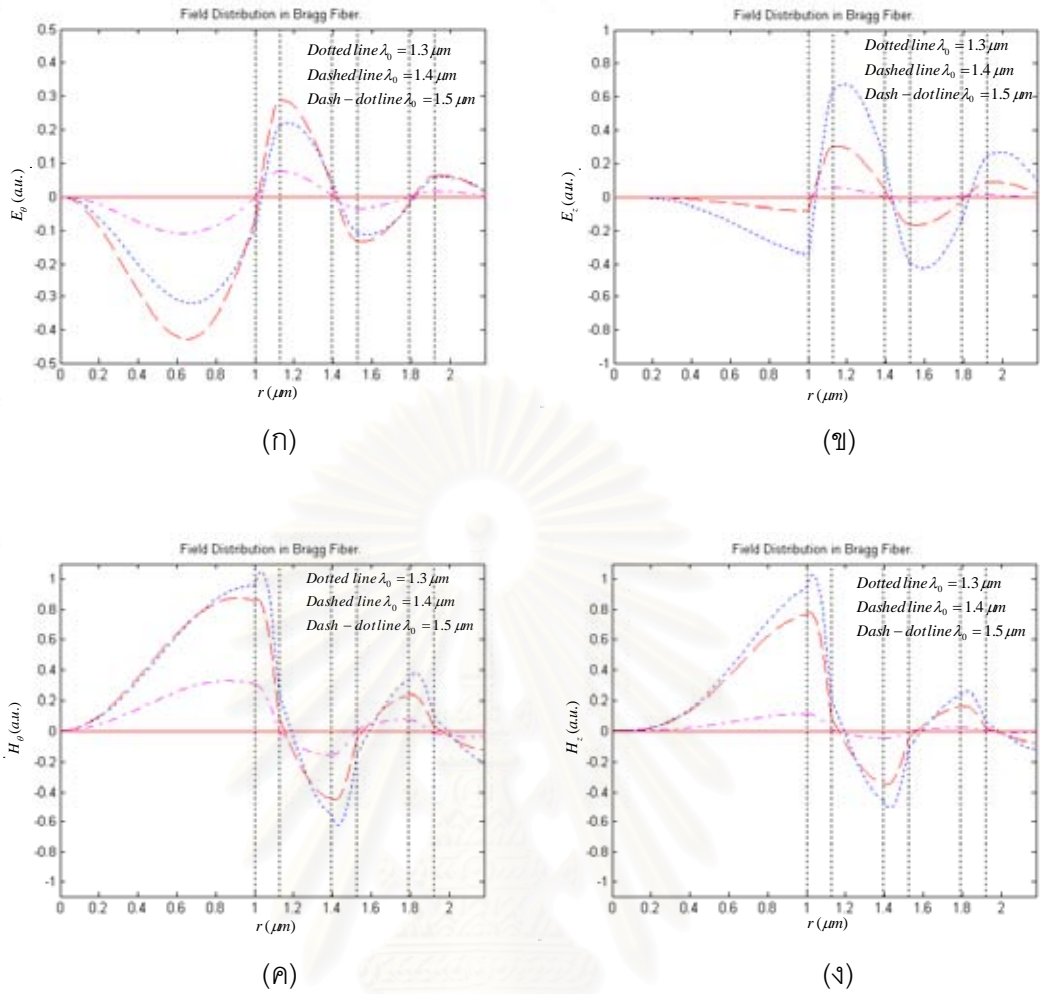
(ก) ขนาดของ E_θ

(ข) ขนาดของ E_z

(ค) ขนาดของ H_θ

(ง) ขนาดของ H_z

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.15 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด HE_{31}

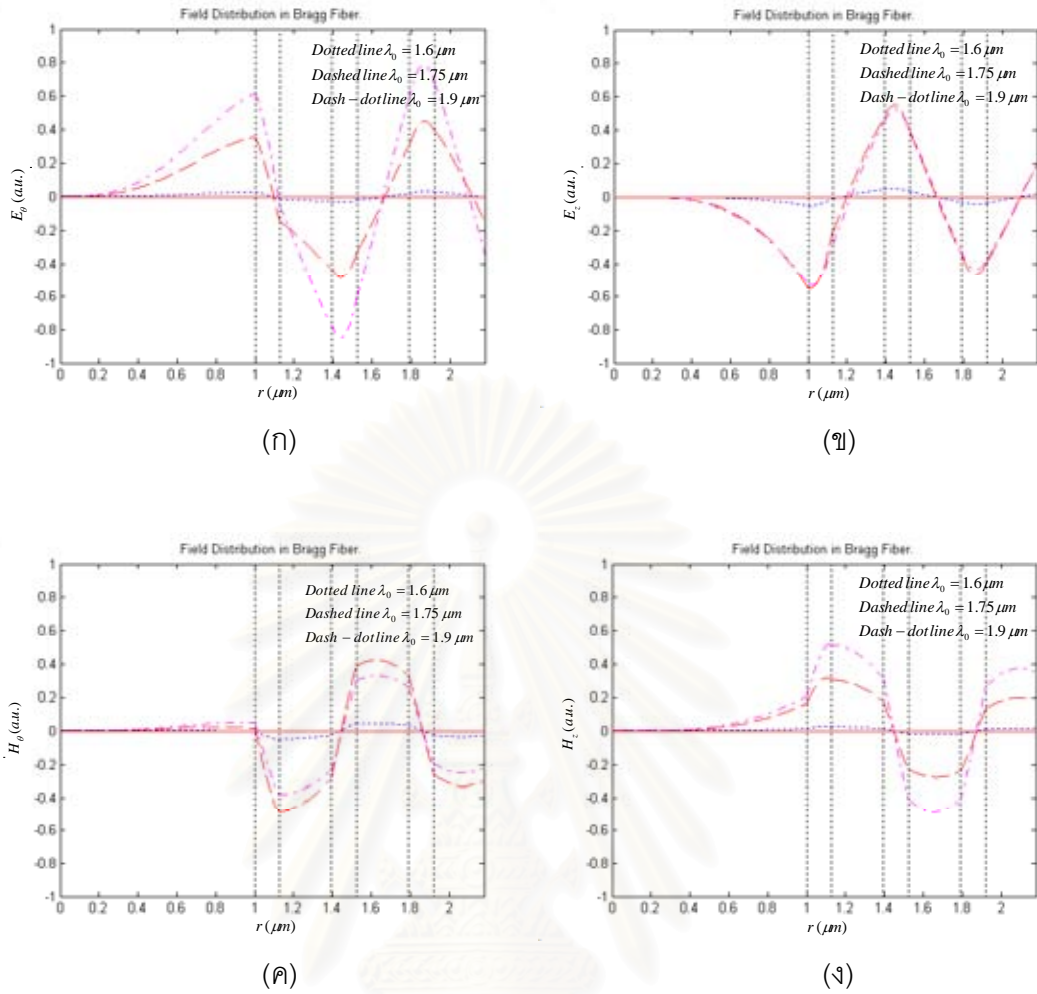
(ก) ขนาดของ E_θ

(ข) ขนาดของ E_z

(ค) ขนาดของ H_θ

(ง) ขนาดของ H_z

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.16 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด HE_{42}

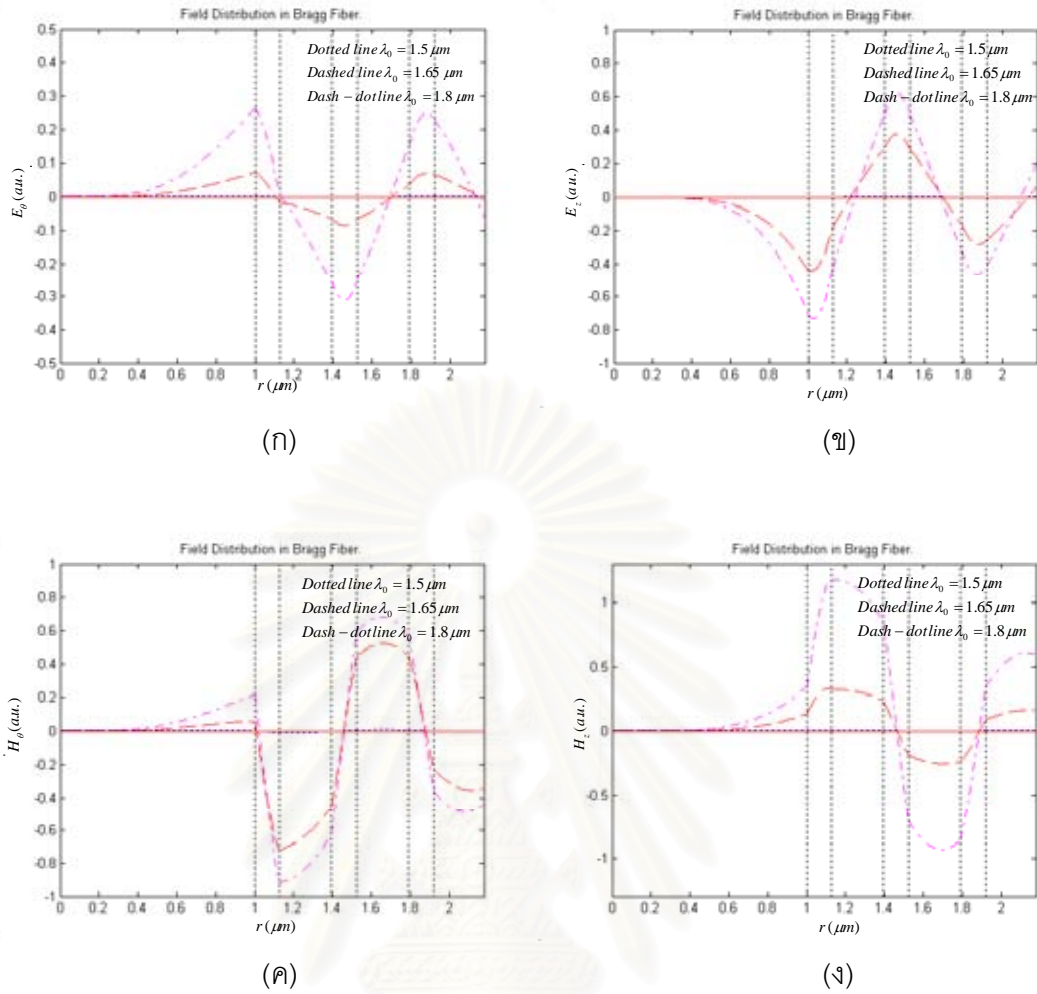
(ก) ขนาดของ E_θ

(ข) ขนาดของ E_z

(ค) ขนาดของ H_θ

(ง) ขนาดของ H_z

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.17 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด HE_{52}

(ก) ขนาดของ E_θ

(ข) ขนาดของ E_z

(ค) ขนาดของ H_θ

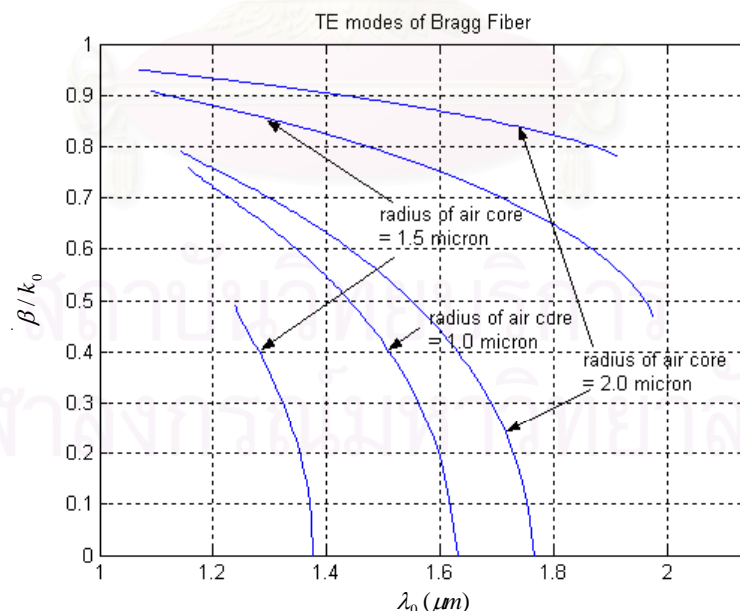
(ง) ขนาดของ H_z

เนื่องจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณแกนของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์เขียนในรูปผลรวมเชิงเส้นของฟังก์ชันเบสเซลและอนุพันธ์ของฟังก์ชันเบสเซล ดังนั้นสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณแกนอากาศของโหมด TE TM และไฮบริดที่มีอันดับต่ำ จะอยู่ในบริเวณแกนอากาศมากกว่าโหมดไฮบริดที่มีอันดับสูง สำหรับโหมดที่มีอันดับมากขึ้นสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะอยู่ในบริเวณวัสดุหุ้มมากขึ้น และในบริเวณวัสดุหุ้มไกล ๆ (ค่า kr มีค่ามาก) สนามแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถเขียนในรูปการประมาณเชิงเส้นกำกับ (asymptotic approximation) ซึ่งขนาดสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ในบริเวณดังกล่าวจะมีขนาดสนามที่ผ่านหนึ่งหน่วยเซลล์ลดลงเป็น $|\lambda_{TE, TM}|$ เท่าของขนาดสนามก่อนผ่านหนึ่งหน่วยเซลล์ ดังนั้นสนามในบริเวณนี้จะลดลงเรื่อย ๆ ตามแนวรัศมี นอกจากนี้สนาม

ที่อยู่ในบริเวณที่ใกล้ขอบของแบนด์วิดท์จะอยู่ในวัสดุหุ้มมากขึ้นหรือเริ่มไม่นำคลื่น (unguided wave) ซึ่งในบริเวณนี้จะมีการสูญเสียจากการแผ่พลังงานมาก นั่นเอง

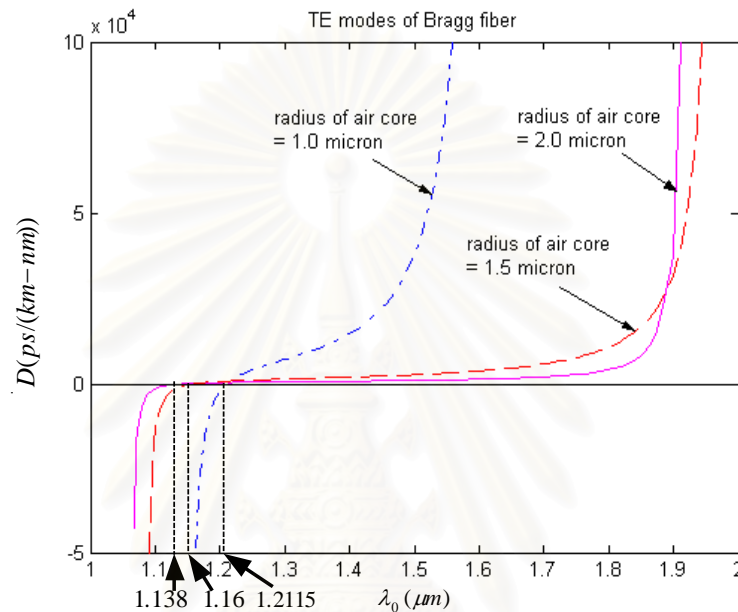
2.7.4 ผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำ ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น และค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง

ในหัวข้อนี้จะศึกษาผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำ ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น และค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง ให้พารามิเตอร์ในการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับมีค่า ดังนี้ ดรรชนีหักเหของแกนอากาศ $n_{co}^1 = 1$ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหมากที่สุด $n_{cl}^1 = 3.0$ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเห น้อย $n_{cl}^2 = 1.5$ การออกแบบชั้นวัสดุหุ้มใช้หลักการกักกันที่เหมาะสมที่สุด (optimal confinement) นั่นคือ $k_{cl}^1 l_{cl}^1 = k_{cl}^2 l_{cl}^2 = \pi/2$ จะได้ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็น $l_{cl}^1 = 0.13 \mu\text{m}$ ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็น $l_{cl}^2 = 0.265 \mu\text{m}$ ที่ความยาวคลื่นกลาง (center wavelength) $\lambda_c = 1.55 \mu\text{m}$ เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง ดังนี้ $\rho_{co}^1 = 1.0, 1.5$ และ $2.0 \mu\text{m}$ จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง β/k_0 กับความถี่ของคลื่นแสง ดังรูปที่ 2.18



รูปที่ 2.18 ความสัมพันธ์ระหว่าง β/k_0 ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์กับความถี่คลื่นแสงของโหมด TE เมื่อรัศมีของแกนอากาศมีค่าเป็น $\rho_{co}^1 = 1.0, 1.5$ และ $2.0 \mu\text{m}$

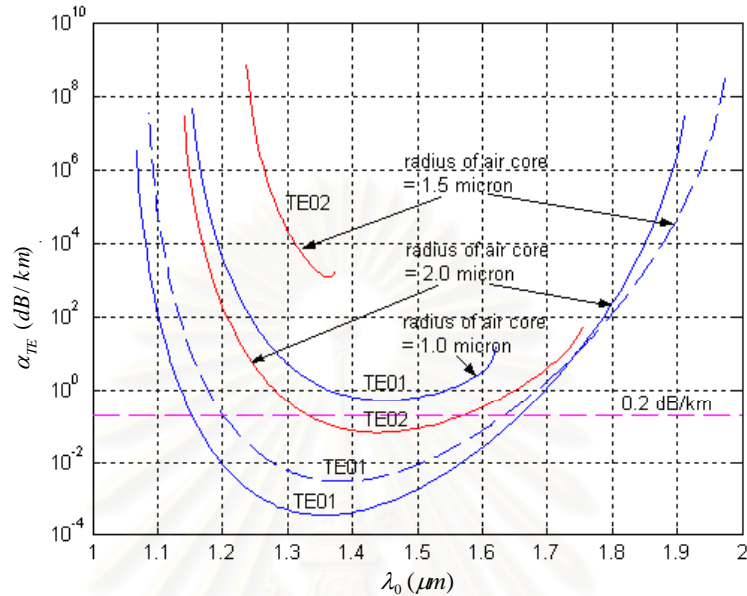
เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลงจะมีผลต่อจำนวนโหมดในเส้นใยนำแสงแบบ-แบรกก์ นั่นคือรัศมีของแกนอากาศมากขึ้น จะทำให้จำนวนโหมดมากขึ้น ในทางตรงกันข้าม เมื่อรัศมีของแกนอากาศน้อยลง จะทำให้จำนวนโหมดน้อยลง เมื่อพิจารณาค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น ในสมการ (2.132) จะได้ผลของค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของโหมด TE เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง ดังรูปที่ 2.19



รูปที่ 2.19 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของโหมด TE_{01} กับ ความยาวคลื่นเมื่อรัศมีของแกนอากาศมีค่าเป็น $\rho_{co}^1 = 1.0, 1.5$ และ $2.0 \mu m$

เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง จะมีผลต่อค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของโหมด TE ดังนี้ เมื่อรัศมีของแกนอากาศมากขึ้น ความชันของกราฟ β/k_0 กับ λ_0 มีค่าน้อยลง หรือค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นน้อยลง ในทางตรงกันข้าม เมื่อรัศมีของแกนอากาศน้อยลง ความชันของกราฟ β/k_0 กับ λ_0 มีค่ามากขึ้น หรือค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นมากขึ้นนั่นเอง และในบริเวณใกล้ขอบของแบนวิดท์ ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นจะมีค่ามาก นอกจากนี้แล้วรัศมีของแกนอากาศมีผลต่อความยาวคลื่นที่ทำให้ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์ (wavelength at zero dispersion) กล่าวคือเมื่อรัศมีมากขึ้นจะทำให้ความยาวคลื่นที่พารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์ (zero dispersion wavelength) เลื่อนไปทางความยาวคลื่นสั้น (short

wavelength) ผลของค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง ดังรูปที่ 2.20



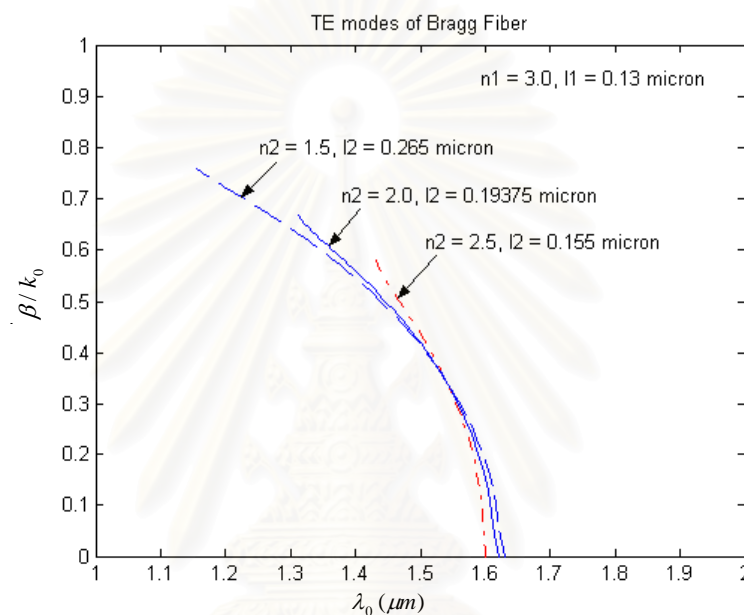
รูปที่ 2.20 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE กับ ความยาวคลื่น เมื่อรัศมีของแกนอากาศมีค่าเป็น $\rho_{co}^1 = 1.0, 1.5$ และ $2.0 \mu m$ และมีจำนวนคู่ของ ชั้นวัสดุหุ้ม 15 คู่

เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง จะมีผลต่อการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE ดังนี้ เมื่อรัศมีของแกนอากาศมากขึ้น การสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE มีค่าน้อยลง ในทางตรงกันข้ามเมื่อรัศมีของแกนอากาศน้อยลง การสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE จะมากขึ้น

2.7.5 ผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกนำ ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น และค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง

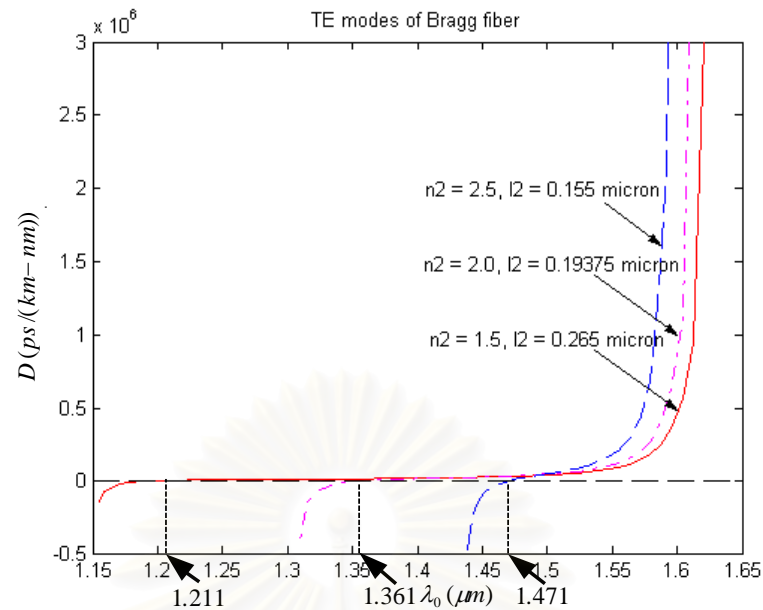
ในหัวข้อนี้จะศึกษาผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกนำ ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น และค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง ให้พารามิเตอร์ในการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับมีค่าดังนี้ รัศมีของแกนอากาศ $\rho_{co}^1 = 1.0$ ดรรชนีหักเหของแกนอากาศ $n_{co}^1 = 1$ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหมาก $n_{cl}^1 = 3.0$

ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหน้อยกว่า n_{cl}^2 และมีค่าเปลี่ยนแปลงเป็น $n_{cl}^2 = 1.5, 2.0$ และ 2.5 การออกแบบชั้นวัสดุหุ้มใช้หลักการกักกันที่เหมาะสมที่สุด (optimal confinement) นั่นคือ $k_{cl}^1 l_{cl}^1 = k_{cl}^2 l_{cl}^2 = \pi/2$ จะได้ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็น $l_{cl}^1 = 0.13 \mu\text{m}$ ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็น $l_{cl}^2 = 0.265, 0.19375$ และ $0.155 \mu\text{m}$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 1.55 \mu\text{m}$ จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง β/k_0 กับความยาวของคลื่นแสงดังรูปที่ 2.21



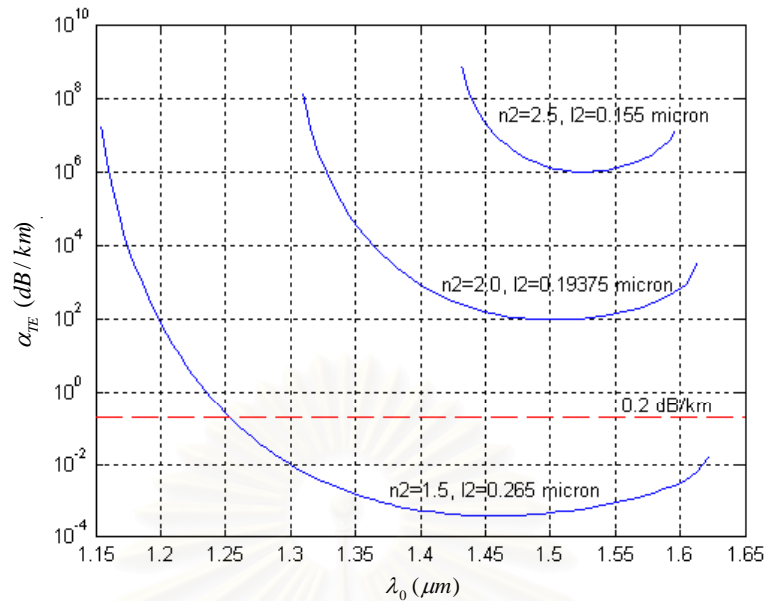
รูปที่ 2.21 ความสัมพันธ์ระหว่าง β/k_0 ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์กับความยาวคลื่นแสงของโหมด TE เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง

เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง จะมีผลต่อแบนด์วิธของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ กล่าวคือเมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มน้อยลง จะทำให้แบนด์วิธของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์น้อยลง ในทางตรงกันข้ามเมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มมากขึ้น จะทำให้แบนด์วิธของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์มากขึ้น ผลของค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของโหมด TE เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง ดังรูปที่ 2.22



รูปที่ 2.22 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของโหมด TE_{01} กับความยาวคลื่น เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง

ความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มจะมีผลต่อค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น ของโหมด TE กล่าวคือ เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มมากขึ้น ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นน้อยลง ในทางตรงกันข้ามเมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มน้อยลง ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นมากขึ้น และในบริเวณใกล้ขอบของแบนวิดท์ ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น จะมีค่ามาก นอกจากนี้แล้วความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มยังมีผลต่อความยาวคลื่นที่ทำให้ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์ (wavelength at zero dispersion) กล่าวคือ เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มมากขึ้น จะทำให้ความยาวคลื่นที่ทำให้ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์เลื่อนไปทางความยาวคลื่นยาว (long wavelength) ผลของค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE เมื่อความแตกต่างของ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง ดังรูปที่ 2.23

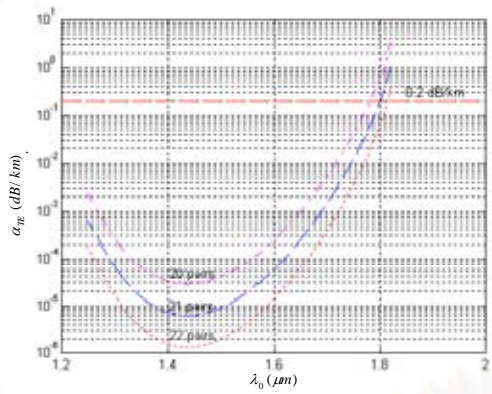


รูปที่ 2.23 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE กับ ความยาวคลื่น เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง และมีจำนวนคู่ของชั้น วัสดุหุ้ม 20 คู่

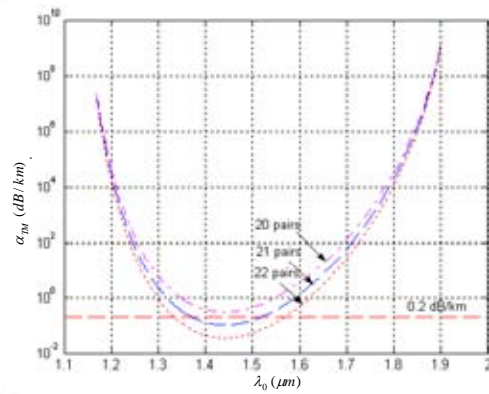
ความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้ม จะมีผลต่อการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE กล่าวคือ เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มมากขึ้น การสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE มีค่าน้อยลง ในทางตรงกันข้าม เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มน้อยลง ค่าการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE จะมากขึ้น

2.7.6 ผลการวิเคราะห์การสูญเสียเนื่องจากการแผ่พลังงานของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE และ TM เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม

เส้นใยนำแสงนำแสงแบบแบรกก์ที่ดีต้องมีการสูญเสียจากการแผ่พลังงานต่ำ ซึ่งต้องเกี่ยวข้องกับการกักกันกำลังแสงของชั้นวัสดุหุ้ม ดังนั้นในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงผลการวิเคราะห์การสูญเสียเนื่องจากการแผ่พลังงานของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE และ TM เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม พิจารณาเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีพารามิเตอร์ของเส้นใยนำแสงดังหัวข้อที่ 2.6.2 จะได้การสูญเสียเนื่องจากการแผ่พลังงานของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE และ TM เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม ดังรูปที่ 2.24



(ก)



(ข)

รูปที่ 2.24 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานกับความยาวคลื่น เมื่อจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง

(ก) โหมด TE

(ข) โหมด TM

จำนวนคู่ของวัสดุหุ้มจะมีผลต่อการสูญเสียจากการแผ่พลังงาน กล่าวคือ เมื่อจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มมากขึ้น ค่าการสูญเสียจากการแผ่พลังงานมีค่าน้อยลง ในทางตรงกันข้าม เมื่อจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มน้อยลง ค่าการสูญเสียจากการแผ่พลังงานมีค่ามากขึ้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.8 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอ การวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนจำกัดโดยใช้วิธีแม่นยำตรง แล้วได้เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำดับกับการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนอนันต์ พบว่าการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับกับการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยวิธีแม่นยำตรง สามารถใช้วิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แทนกันได้ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในการวิเคราะห์โดยวิธีแม่นยำตรงมีค่ามากเพียงพอ และจำนวนชั้นของไดอิเล็กตริกในบริเวณแกนของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในการวิเคราะห์ โดยวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับมีค่ามากเพียงพอเช่นกัน

ผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำดับของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศของโหมด TE และ TM ในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$ พบว่าเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์มีคุณลักษณะแถบช่องว่าง จึงมีความเป็นไปได้ที่ใช้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์เป็นตัวกรองในขณะเดียวกับใช้นำแสง

ผลการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ พบว่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณแกนอากาศของโหมด TE TM และไฮบริดที่มีอันดับต่ำ จะอยู่ในบริเวณแกนอากาศมากกว่าโหมดไฮบริดที่มีอันดับสูง สำหรับโหมดที่มีอันดับมากขึ้น สนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะอยู่ในบริเวณวัสดุหุ้มมากขึ้น และในบริเวณวัสดุหุ้มไกล ๆ (ค่า kr มีค่ามาก) ขนาดสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณนี้จะลดลงเรื่อย ๆ ตามแนวรัศมี นอกจากนี้สนามที่อยู่ในบริเวณที่ใกล้ขอบของแบนวิดท์จะอยู่ในวัสดุหุ้มมากขึ้นหรือเริ่มไม่นำคลื่น

ผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำดับ ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น และค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง พบว่าเมื่อรัศมีของแกนอากาศมากขึ้น จะทำให้จำนวนโหมดมากขึ้น ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นน้อยลง ความยาวคลื่นที่ทำให้ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์เลื่อนไปทางความยาวคลื่นสั้น และการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE มีค่าน้อยลง เมื่อจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มคงที่ ในทางตรงกันข้าม เมื่อรัศมีของแกนอากาศน้อยลง จะทำให้จำนวนโหมดน้อยลง ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นมากขึ้น ความยาวคลื่นที่ทำให้ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์เลื่อนไปทางความยาวคลื่นยาว และการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE มีค่ามากขึ้น เมื่อจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มคงที่

ผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำ ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น และค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง พบว่าเมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มมากขึ้น จะทำให้แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์มากขึ้น ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นน้อยลง ความยาวคลื่นที่ทำให้ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเป็นศูนย์เลื่อนไปทางความยาวคลื่นยาว และการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE มีค่าน้อยลง เมื่อจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มคงที่ ในทางตรงกันข้าม เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มน้อยลง จะทำให้แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์มากขึ้น ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นมากขึ้น ความยาวคลื่นที่ทำให้ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์เลื่อนไปทางความยาวคลื่นสั้น และการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE มีค่ามากขึ้น เมื่อจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มคงที่

ผลการวิเคราะห์ การสูญเสียเนื่องจากการแผ่พลังงานของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE และ TM เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม พบว่า เมื่อจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มมากขึ้น การสูญเสียจากการแผ่พลังงานมีค่าน้อยลง ในทางตรงกันข้าม เมื่อจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มน้อยลง การสูญเสียจากการแผ่พลังงานมีค่ามากขึ้น ซึ่งผลที่กล่าวมาทั้งหมดนี้จะนำมาใช้ในการออกแบบเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์

3.1 ความนำ

ในปี ค.ศ. 2000 T. Kawanishi และ M. Izutsu ได้วิเคราะห์โหมดที่ถูกลำนำของ ท่อ นำแสงรายคาบแบบโคแอกเซียล (CPOW) และพบว่า โหมดที่ถูกลำนำของโหมด TE และ TM จะมีค่า ไม่ ต่อเนื่อง โดยเกิดเฉพาะบางช่วงความยาวคลื่น ซึ่งสอดคล้องกับแถบหยุด (stop band) ของ โครงสร้างที่เป็นรายคาบใน 1 มิติของวัสดุหุ้ม หรือตัวสะท้อนแบบแบรกก์ (Bragg reflector) ของโหมด TE และ TM ตามลำดับ จากการวิเคราะห์ โหมดที่ถูกลำนำที่ได้กล่าวในบทที่ 2 พบว่า โดยทั่วไปโหมดที่ ถูกลำนำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์จะมี 3 โหมด คือโหมด TE TM และไฮบริด ผู้วิจัยเห็นว่างานวิจัย ข้างต้น ยังไม่ได้พิจารณาการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบ-แบรกก์โหมดไฮบริด และยัง ไม่ได้นำเสนอความสัมพันธ์ของโหมดที่ถูกลำนำของโหมดไฮบริดในเส้นใยนำ-แสงแบบแบรกก์กับแบนด์ วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ดังนั้นในบทนี้ผู้วิจัยจะกล่าวถึงการ วิเคราะห์แบนด์วิดท์และขอบ ของแบนด์วิดท์ (band edge) ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE TM และไฮบริด ซึ่งมีความสัมพันธ์กับแถบหยุดและแถบผ่านของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ และผลการวิเคราะห์แบนด์ วิดท์และขอบของแบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในกรณีตัวอย่าง

บทนี้จะประกอบด้วยเนื้อหา ดังนี้

3.1 ความนำ

3.2 หลักการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์

3.3 การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กทริก- ตรีในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_h n_l)$

3.4 การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ที่มีจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กทริก จำนวนจำกัด เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กทริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_h n_l)$

3.5 การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กทริก- ตรีในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_l n_h)$

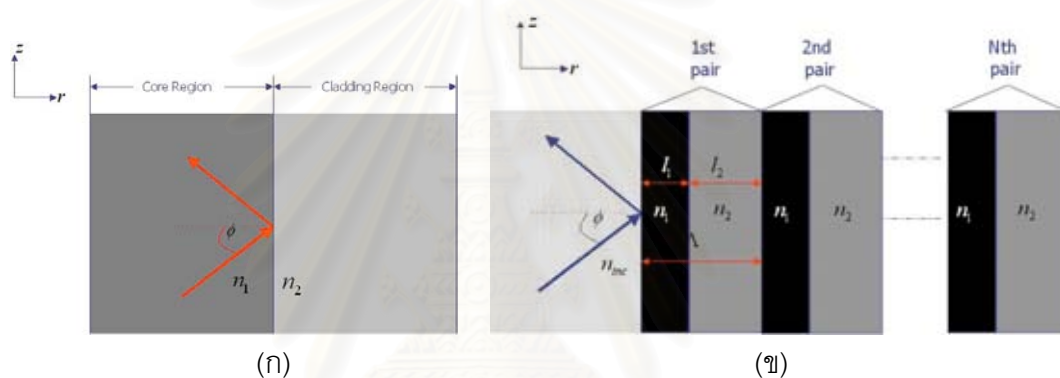
3.6 การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ที่มีจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กทริก จำนวนจำกัด เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กทริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_l n_h)$

3.7 ผลการวิเคราะห์แบนด์วิดท์และขอบของแบนด์วิดท์ ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ใน กรณีตัวอย่าง

3.8 สรุป

3.2 หลักการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์

พิจารณาคลื่นแสงแพร่กระจายในแนวแกน z ในเส้นใยนำแสงแบบทั่วไป คลื่นแสงจะตกกระทบบนที่ผิวของรอยต่อที่จุดใด ๆ ที่ผิวของรอยต่อสามารถมองเป็นรังสีคลื่นระนาบตกกระทบบนกับแบบจำลองระนาบ ดังรูปที่ 3.1 (ก) ในทำนองเดียวกัน เมื่อให้คลื่นแสงแพร่กระจายในแนวแกน z ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ คลื่นแสงจะตกกระทบบนที่ผิวของรอยต่อที่จุดใด ๆ ที่ผิวของรอยต่อ สามารถมองเป็นรังสีคลื่นระนาบตกกระทบบนกับตัวสะท้อนแบบแบรกก์ (Bragg reflector) ที่มีชั้นไดอิเล็กทริกคั่นกันเป็นรายคาบจำนวน N คู่ ดังรูปที่ 3.1 (ข) ดังนั้นการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ สามารถวิเคราะห์ได้จากแบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์



รูปที่ 3.1 คลื่นแสงแพร่กระจายในแนวแกน z ตกกระทบบนที่ผิวของรอยต่อ

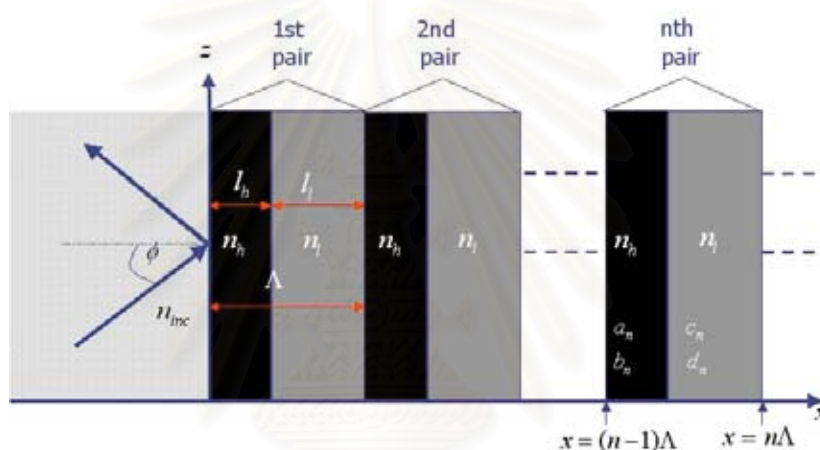
ระหว่างแกนกับวัสดุหุ้มบนระนาบ $r-z$ ใด ๆ

(ก) เส้นใยนำแสงแบบทั่วไป (ข) เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์

ในเส้นใยนำแสงแบบทั่วไป ซึ่งใช้หลักการสะท้อนกลับหมด (total internal reflection) ดังรูปที่ 3.1 (ก) ดังนั้นค่าดัชนีหักเห n_1 และ n_2 เป็นไปได้กรณีเดียว นั่นคือ $n_1 > n_2$ ส่วนในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ ซึ่งใช้หลักการสะท้อนแบบแบรกก์ (Bragg reflection) โดยมีแกนเป็นอากาศ $n_{inc} = 1$ ดังนั้นค่าดัชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้มในหนึ่งหน่วยเซลล์ n_1 และ n_2 เป็นไปได้สองกรณี นั่นคือ $n_1 > n_2$ หรือ $(n_h n_l)$ และ $n_1 < n_2$ หรือ $(n_l n_h)$ จะได้กล่าวดังต่อไปนี้

3.3 การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ เมื่อดรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_h n_l)$

ในหัวข้อที่แล้วได้กล่าวถึง หลักการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ ซึ่งการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ สามารถวิเคราะห์ได้จากแบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ดังนั้นการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ เมื่อดรชนีหักเหของวัสดุหุ้มในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_h n_l)$ ดังจะกล่าวในหัวข้อนี้ จึงสามารถวิเคราะห์ได้จากแบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ เมื่อดรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_h n_l)$



รูปที่ 3.2 คลื่นแสงตกกระทบบรรนาบ $x - z$ ใด ๆ ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ เมื่อดรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_h n_l)$

พิจารณาตัวสะท้อนแบบแบรกก์กับบรรนาบ $x - z$ ใด ๆ ดังรูปที่ 3.2 ให้ชั้น ไดอิเล็กตริกไม่เป็นวัสดุแม่เหล็ก (nonmagnetic material) หน้าข้างดรชนี (refractive index profile) เป็นดังนี้

$$n(x) = \begin{cases} n_h, & 0 < x < l_h \\ n_l, & l_h < x < \Lambda \end{cases} \quad (3.1)$$

ซึ่งดรชนีหักเหมีลักษณะเป็นรายคาบดังสมการข้างล่าง

$$n(x) = n(x + \Lambda) \quad (3.2)$$

เมื่อ l_h และ $l_l = \Lambda - l_h$ เป็นความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกชนิดที่ 1 และ 2 ตามลำดับ และ Λ เป็นความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกหนึ่งหน่วยเซลล์ เขียนสนามไฟฟ้าในรูป

$$E(x, z) = E(x)e^{j\beta z} \quad (3.3)$$

เมื่อ β เป็นค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่น การกระจายสนามไฟฟ้า $E(x)$ ภายในแต่ละชั้นเอกพันธ์ (homogeneous layer) สามารถเขียนในรูปผลบวกของคลื่นระนาบตกกระทบกับคลื่นระนาบสะท้อน แอมพลิจูดเชิงซ้อน (complex amplitude) ของคลื่นทั้งสองแทนด้วยเวกเตอร์-แนวตั้ง (column vector) สนามไฟฟ้าในหนึ่งหน่วยเซลล์คู่ที่ n เขียนได้ดังนี้

$$E(x) = \begin{cases} a_n e^{ik_{hx}(x-(n-1)\Lambda)} + b_n e^{-ik_{hx}(x-(n-1)\Lambda)}, & (n-1)\Lambda < x < (n-1)\Lambda + l_h \\ c_n e^{ik_{lx}(x-[(n-1)\Lambda+l_h])} + d_n e^{-ik_{lx}(x-[(n-1)\Lambda+l_h])}, & (n-1)\Lambda + l_h < x < n\Lambda \end{cases} \quad (3.4)$$

เมื่อ k_{lx} และ k_{hx} เป็นเลขคลื่นในไดอิเล็กทริกชนิดที่ 1 และ 2 มีค่า $k_{lx} = \sqrt{(k_0 n_l)^2 - \beta^2}$ และ $k_{hx} = \sqrt{(k_0 n_h)^2 - \beta^2}$ ตามลำดับ

เวกเตอร์แนวตั้งจะมีความสัมพันธ์กันโดยผ่านเงื่อนไขขอบเขต ในกรณีโหมด TE (เวกเตอร์ E อยู่บนระนาบ $y-z$) ตามเงื่อนไขขอบเขต E และ $\partial E / \partial x$ มีค่าต่อเนื่องที่ผิวรอยต่อที่ตำแหน่ง $x = (n-1)\Lambda + l_h$ จะได้

$$a_n e^{ik_{hx}l_h} + b_n e^{-ik_{hx}l_h} = c_n + d_n \quad (3.5)$$

$$ik_{hx} a_n e^{ik_{hx}l_h} - ik_{hx} b_n e^{-ik_{hx}l_h} = ik_{lx} c_n - ik_{lx} d_n \quad (3.6)$$

ตามเงื่อนไขขอบเขต E และ $\partial E / \partial x$ มีค่าต่อเนื่องที่ผิวรอยต่อ ที่ตำแหน่ง $x = n\Lambda$ จะได้

$$c_n e^{ik_{lx}l_l} + d_n e^{-ik_{lx}l_l} = a_{n+1} + b_{n+1} \quad (3.7)$$

$$ik_{lx} c_n e^{ik_{lx}l_l} - ik_{lx} d_n e^{-ik_{lx}l_l} = ik_{hx} a_{n+1} - ik_{hx} b_{n+1} \quad (3.8)$$

จัดรูปสมการ (3.5) ถึง (3.8) ในรูปของสมการเมทริกซ์ 2 สมการ จะได้

$$\begin{pmatrix} e^{ik_{hx}l_h} & e^{-ik_{hx}l_h} \\ \frac{k_{hx}}{k_{lx}} e^{ik_{hx}l_h} & -\frac{k_{hx}}{k_{lx}} e^{-ik_{hx}l_h} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_n \\ d_n \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

$$\begin{pmatrix} e^{ik_{lx}l_l} & e^{-ik_{lx}l_l} \\ \frac{k_{lx}}{k_{hx}} e^{ik_{lx}l_l} & -\frac{k_{lx}}{k_{hx}} e^{-ik_{lx}l_l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_n \\ d_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

จากสมการ (3.9) และ (3.10) กำจัดตัวแปร c_n และ d_n จะได้ความสัมพันธ์ของแอมพลิจูดเชิงซ้อนของสนามไฟฟ้าในเซลล์หนึ่งหน่วยชั้นที่ n กับชั้นที่ $n+1$ ดังสมการข้างล่าง

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{TE} & B_{TE} \\ C_{TE} & D_{TE} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

สมาชิกของเมทริกซ์ เป็นดังนี้

$$A_{TE} = e^{ik_{hx}l_h} \left[\cos(k_{lx}l_l) + \frac{1}{2}i \left(\frac{k_{lx}}{k_{hx}} + \frac{k_{hx}}{k_{lx}} \right) \sin(k_{lx}l_l) \right] \quad (3.12)$$

$$B_{TE} = e^{-ik_{hx}l_h} \left[\frac{1}{2}i \left(\frac{k_{lx}}{k_{hx}} - \frac{k_{hx}}{k_{lx}} \right) \sin(k_{lx}l_l) \right] \quad (3.13)$$

$$C_{TE} = e^{ik_{hx}l_h} \left[-\frac{1}{2}i \left(\frac{k_{lx}}{k_{hx}} - \frac{k_{hx}}{k_{lx}} \right) \sin(k_{lx}l_l) \right] \quad (3.14)$$

$$D_{TE} = e^{-ik_{hx}l_h} \left[\cos(k_{lx}l_l) - \frac{1}{2}i \left(\frac{k_{lx}}{k_{hx}} + \frac{k_{hx}}{k_{lx}} \right) \sin(k_{lx}l_l) \right] \quad (3.15)$$

ทำนองเดียวกัน เมื่อให้คลื่น TM เป็นคลื่นตกกระทบ ตามเงื่อนไขขอบเขตในหนึ่งหน่วยเซลล์ จะได้ความสัมพันธ์ของแอมพลิจูดเชิงซ้อนของสนามไฟฟ้าในเซลล์หนึ่งหน่วยชั้นที่ n กับชั้นที่ $n+1$ ดังสมการข้างล่าง

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{TM} & B_{TM} \\ C_{TM} & D_{TM} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

สมาชิกของเมทริกซ์ เป็นดังนี้

$$A_{TM} = e^{ik_{hx}l_h} \left[\cos(k_{lx}l_l) + \frac{1}{2}i \left(\frac{n_l^2 k_{hx}}{n_h^2 k_{lx}} + \frac{n_h^2 k_{lx}}{n_l^2 k_{hx}} \right) \sin(k_{lx}l_l) \right] \quad (3.17)$$

$$B_{TM} = e^{-ik_{hx}l_h} \left[\frac{1}{2}i \left(\frac{n_l^2 k_{hx}}{n_h^2 k_{lx}} - \frac{n_h^2 k_{lx}}{n_l^2 k_{hx}} \right) \sin(k_{lx}l_l) \right] \quad (3.18)$$

$$C_{TM} = e^{ik_{hx}l_h} \left[-\frac{1}{2}i \left(\frac{n_l^2 k_{hx}}{n_h^2 k_{lx}} - \frac{n_h^2 k_{lx}}{n_l^2 k_{hx}} \right) \sin(k_{lx}l_l) \right] \quad (3.19)$$

$$D_{TM} = e^{-ik_{hx}l_h} \left[\cos(k_{lx}l_l) - \frac{1}{2}i \left(\frac{n_l^2 k_{hx}}{n_h^2 k_{lx}} + \frac{n_h^2 k_{lx}}{n_l^2 k_{lx}} \right) \sin(k_{lx}l_l) \right] \quad (3.20)$$

เนื่องจากโครงสร้างในแนวแกน x มีลักษณะเป็นรายคาบ ตามทฤษฎีโฟลควท (Floquet theorem) ผลเฉลยของสมการคลื่นสำหรับตัวกลางที่เป็นรายคาบจะอยู่ในรูป

$$E_K(x, z) = E_K(x) e^{i\beta z} e^{iKx} \quad (3.21)$$

เมื่อ $E_K(x)$ เป็นรายคาบ นั่นคือ

$$E_K(x + \Lambda) = E_K(x) \quad (3.23)$$

ค่า K เป็น เลขคลื่นโฟลควท (Floquet wave number) หรือ เลขคลื่นบลอช (Bloch wave number) ตามเงื่อนไขรายคาบ ดังสมการ (3.23) จะได้

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = e^{iK\Lambda} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

จาก (3.23) และ (3.24) สำหรับคลื่นรายคาบ TE ต้องสอดคล้องกับสมการค่าเจาะจง ดังสมการข้างล่าง

$$\begin{pmatrix} A_{TE} & B_{TE} \\ C_{TE} & D_{TE} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = e^{iK_{TE}\Lambda} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

จะได้ค่าเจาะจง $e^{-iK_{TE}\Lambda}$

$$e^{iK_{TE}\Lambda} = \frac{1}{2}(A_{TE} + D_{TE}) \pm \left\{ \left[\frac{1}{2}(A_{TE} + D_{TE}) \right]^2 - 1 \right\}^{1/2} \quad (3.26)$$

จาก (3.26) จะได้เลขคลื่นโฟลควทของโหมด TE K_{TE} ดังสมการข้างล่าง

$$K_{TE} = \frac{1}{\Lambda} \cos^{-1} \left[\frac{1}{2}(A_{TE} + D_{TE}) \right] \quad (3.27)$$

แทนค่า A_{TE} และ D_{TE} ลงในสมการ (3.27) จะได้

$$K_{TE} = \frac{1}{\Lambda} \cos^{-1} \left[\cos(k_{lx}l_l) \cos(k_{hx}l_h) - \frac{1}{2} \left(\frac{k_{lx}}{k_{hx}} + \frac{k_{hx}}{k_{lx}} \right) \sin(k_{lx}l_l) \sin(k_{hx}l_h) \right] \quad (3.28)$$

ในทำนองเดียวกัน จะได้เลขคลื่นโฟลควทของโหมด TM K_{TM} ดังสมการข้างล่าง

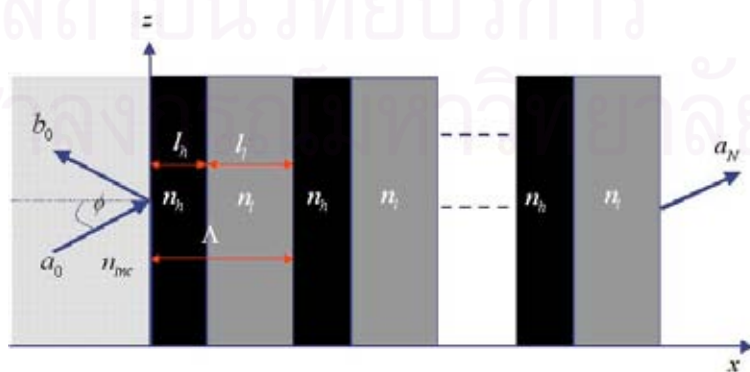
$$K_{TM} = \frac{1}{\Lambda} \cos^{-1} \left[\frac{1}{2}(A_{TM} + D_{TM}) \right] \quad (3.29)$$

แทนค่า A_{TM} และ D_{TM} ลงในสมการ (3.29) จะได้

$$K_{TM} = \frac{1}{\Lambda} \cos^{-1} \left[\cos(k_{lx} l_l) \cos(k_{hx} l_h) - \frac{1}{2} \left(\frac{n_h^2 k_{lx}}{n_l^2 k_{hx}} + \frac{n_l^2 k_{hx}}{n_h^2 k_{lx}} \right) \sin(k_{lx} l_l) \sin(k_{hx} l_h) \right] \quad (3.30)$$

เมื่อพิจารณาเลขคลื่นโฟลควาท (Floquet wave number) ของโหมด TE K_{TE} ในสมการ (3.27) หรือ TM K_{TM} ในสมการ (3.29) พบว่า K_{TE}, K_{TM} เป็นจำนวนจริง หรือตรงตามเงื่อนไข $|\cos(K_{TE,TM} \Lambda)| = \left| \frac{1}{2} (A_{TE,TM} + D_{TE,TM}) \right| < 1$ แสดงว่าช่วงนั้นเป็นแถบผ่าน (pass band) $K_{TE}, K_{TM} = m\pi / \Lambda + jK_i$ เมื่อ $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ K_i เป็นส่วนจินตภาพ K_{TE}, K_{TM} เป็นจำนวนเชิงซ้อน หรือตรงตามเงื่อนไข $|\cos(K_{TE,TM} \Lambda)| = \left| \frac{1}{2} (A_{TE,TM} + D_{TE,TM}) \right| > 1$ แสดงว่าช่วงนั้นเป็นแถบหยุด (stop band) และ $K_{TE}, K_{TM} = m\pi / \Lambda$ เมื่อ $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ หรือตรงตามเงื่อนไข $|\cos(K_{TE,TM} \Lambda)| = \left| \frac{1}{2} (A_{TE,TM} + D_{TE,TM}) \right| = 1$ จะได้ขอบของแบนด์วิดท์ (Band Edge) ซึ่งเงื่อนไขดังกล่าวเป็นสมการโดยปริยาย (implicit equation) สามารถแก้สมการนี้ได้โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (numerical method) นอกจากการแก้สมการโดยปริยายแล้ว ยังมีสมการการประมาณขอบของแบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ที่มีความหนาของไดอิเล็กตริกในรูปแบบหนึ่งในสี่ของความยาวคลื่นตกกระทบแบบตั้งฉาก (quarter wave layer at normal incidence) และความหนาใด ๆ ซึ่งเป็นสมการโดยชัดแจ้ง (explicit equation) ดังแสดงในภาคผนวก ก และ ข ตามลำดับ

3.4 การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ที่มีจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกจำนวนจำกัด เมื่อดรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_h n_l)$



รูปที่ 3.3 คลื่นแสงตกกระทบระนาบ $x - z$ ใด ๆ ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีดรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_h n_l)$ จำนวน N คู่

ในตอนที่ได้พิจารณาแถบ (band) ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ โดยใช้เลขคลื่นโฟลเควท เพื่อความถูกต้องในการพิจารณาโดยใช้เลขคลื่นโฟลเควท ในตอนนี้จะ พิจารณาตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกจำนวนจำกัด โดยใช้สัมประสิทธิ์- การสะท้อน (reflection coefficient) หรือความสะท้อน (reflectance) ซึ่งผลที่ได้ควรจะสอดคล้องกับการพิจารณาโดยใช้เลขคลื่นโฟลเควท นั่นคือแถบหยุด (stop band) เป็นช่วงที่มีเลข- คลื่นโฟลเควท เป็นจำนวนเชิงซ้อน ควรจะสอดคล้องกับเป็นช่วงที่มีความสะท้อนมาก (high reflectance) และ แถบผ่าน (pass band) เป็นช่วงที่มีเลขคลื่นโฟลเควทเป็นจำนวนจริง ควรจะ สอดคล้องกับเป็นช่วงที่มีความสะท้อนน้อย (low reflectance)

พิจารณาคลื่นระนาบตกกระทบตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีดรรชนีหักเหสลับกัน เป็นรายคาบจำนวน N คู่ หรือจำนวนหนึ่งหน่วยเซลล์ N หนึ่งหน่วยเซลล์ ดังรูปที่ 3.3 สามารถหาสัมประสิทธิ์การสะท้อนได้จาก

$$r_N = \left(\frac{b_0}{a_0} \right)_{b_N=0} \quad (3.31)$$

เมื่อ r_N เป็นสัมประสิทธิ์การสะท้อนของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีไดอิเล็กตริกจำนวน N คู่ a_0 เป็นแอมพลิจูดเชิงซ้อนของคลื่นระนาบตกกระทบ และ b_0 เป็นแอมพลิจูดเชิงซ้อนของคลื่นระนาบสะท้อน จากสมการ (3.11) จะได้ความสัมพันธ์ของ a_0, b_0 กับ a_N, b_N ดังสมการ

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D & -B \\ -C & A \end{pmatrix}^N \begin{pmatrix} a_N \\ b_N \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

เมทริกซ์ในสมการ (3.32) เป็นเมทริกซ์ตัวกำหนดเป็นหนึ่ง (unimodular matrix) ยกกำลัง N ดังนั้นสามารถเขียนสมการ (3.32) ให้อยู่ในรูปแบบง่าย ๆ (ดูภาคผนวก ค) ได้ดังสมการ

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} DU_{N-1} - U_{N-2} & -BU_{N-1} \\ -CU_{N-1} & AU_{N-1} - U_{N-2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_N \\ b_N \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

เมื่อ

$$U_N = \frac{\sin(N+1)K\Lambda}{\sin K\Lambda} \quad (3.34)$$

เมื่อ K เป็นเลขคลื่นโฟลเควท และ Λ เป็นความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกหนึ่งหน่วยเซลล์ มีค่า $\Lambda = l_h + l_l$ จากสมการ (3.31) ถึง (3.34) สามารถหาสัมประสิทธิ์การสะท้อนได้ดังสมการ

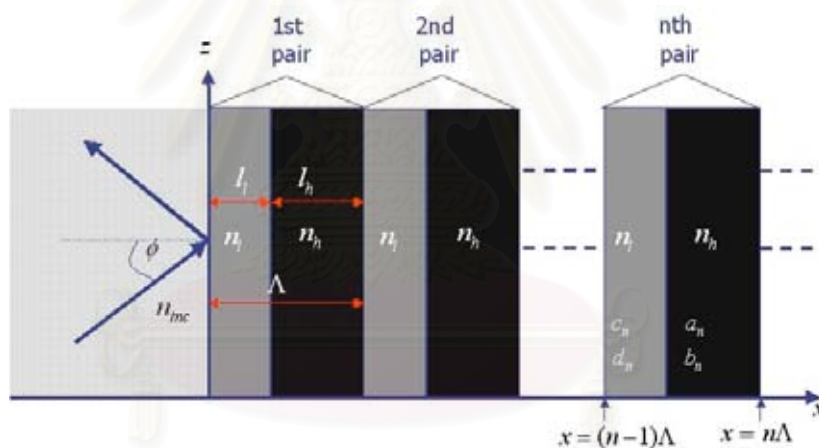
$$r_N = \frac{-CU_{N-1}}{DU_{N-1} - U_{N-2}} \tag{3.35}$$

ความสะท้อนหาได้จากกำลังสองของค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์การสะท้อน จะได้

$$|r_N|^2 = \frac{|C|^2}{|C|^2 + (\sin K\Lambda / \sin NKA)^2} \tag{3.36}$$

3.5 การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_l n_h)$

ในหัวข้อที่ 3.3 ได้นำเสนอการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_h n_l)$ ในหัวข้อนี้จะนำ เสนอ การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กตริกใน หนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_l n_h)$



รูปที่ 3.4 คลื่นแสงตกกระทบระนาบ $x - z$ ใด ๆ ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ เมื่อดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_l n_h)$

พิจารณาตัวสะท้อนแบบแบรกก์บนระนาบ $x - z$ ใด ๆ ดังรูปที่ 3.4 ให้ชั้นไดอิเล็กตริกไม่เป็นวัสดุแม่เหล็กและมีหน้าข้างดรรชนีเป็นดังนี้

$$n(x) = \begin{cases} n_l, & 0 < x < l_l \\ n_h, & l_l < x < \Lambda \end{cases} \tag{3.37}$$

เมื่อ l_h และ $l_l = \Lambda - l_h$ เป็นความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกชนิดที่ 1 และ 2 ตามลำดับ และ Λ เป็นความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกหนึ่งหน่วยเซลล์

การกระจายสนามไฟฟ้า $E(x)$ ภายในแต่ละชั้นเอกพันธ์ สามารถเขียนในรูปผลบวกของคลื่นระนาบตกกระทบกับคลื่นระนาบสะท้อนแอมพลิจูดเชิงซ้อนของคลื่นทั้งสอง แทนด้วยเวกเตอร์แนวตั้ง สนามไฟฟ้าในหนึ่งหน่วยเซลล์คู่ที่ n เขียนได้ดังนี้

$$E(x) = \begin{cases} c_n e^{ik_{lx}(x-(n-1)\Lambda)} + d_n e^{-ik_{lx}(x-(n-1)\Lambda)}, & (n-1)\Lambda < x < (n-1)\Lambda + l_l \\ a_n e^{ik_{hx}(x-[(n-1)\Lambda+l_l])} + b_n e^{-ik_{hx}(x-[(n-1)\Lambda+l_l])}, & (n-1)\Lambda + l_l < x < n\Lambda \end{cases} \quad (3.38)$$

เมื่อ k_{lx} และ k_{hx} เป็นเลขคลื่นในไดอิเล็กทริกชั้นที่ 1 และ 2 มีค่า $k_{lx} = \sqrt{(k_0 n_l)^2 - \beta^2}$ และ $k_{hx} = \sqrt{(k_0 n_h)^2 - \beta^2}$ ตามลำดับ

พิจารณาในกรณีโหมด TE (เวกเตอร์ E อยู่บนระนาบ $y-z$) ตามเงื่อนไขขอบเขต E และ $\partial E / \partial x$ มีค่าต่อเนื่องที่ผิวรอยต่อที่ตำแหน่ง $x = (n-1)\Lambda + l_l$ จะได้

$$c_n e^{ik_{lx}l_l} + d_n e^{-ik_{lx}l_l} = a_n + b_n \quad (3.39)$$

$$ik_{lx}c_n e^{ik_{lx}l_l} - ik_{lx}d_n e^{-ik_{lx}l_l} = ik_{hx}a_n - ik_{hx}b_n \quad (3.40)$$

ตามเงื่อนไขขอบเขต E และ $\partial E / \partial x$ มีค่าต่อเนื่องที่ผิวรอยต่อ ที่ตำแหน่ง $x = n\Lambda$ จะได้

$$a_n e^{ik_{hx}l_h} + b_n e^{-ik_{hx}l_h} = c_{n+1} + d_{n+1} \quad (3.41)$$

$$ik_{hx}a_n e^{ik_{hx}l_h} - ik_{hx}b_n e^{-ik_{hx}l_h} = ik_{lx}c_{n+1} - ik_{lx}d_{n+1} \quad (3.42)$$

จัดรูปสมการ (3.39) ถึง (3.42) ในรูปของสมการเมทริกซ์ 2 สมการ จะได้

$$\begin{pmatrix} e^{ik_{lx}l_l} & e^{-ik_{lx}l_l} \\ \frac{k_{lx}}{k_{hx}} e^{ik_{lx}l_l} & -\frac{k_{lx}}{k_{hx}} e^{-ik_{lx}l_l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_n \\ d_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} \quad (3.43)$$

$$\begin{pmatrix} e^{ik_{hx}l_h} & e^{-ik_{hx}l_h} \\ \frac{k_{hx}}{k_{lx}} e^{ik_{hx}l_h} & -\frac{k_{hx}}{k_{lx}} e^{-ik_{hx}l_h} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{n+1} \\ d_{n+1} \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

จากสมการ (3.43) และ (3.44) กำจัดตัวแปร a_n และ b_n จะได้ความสัมพันธ์ของแอมพลิจูดเชิงซ้อนของสนามไฟฟ้าในเซลล์หนึ่งหน่วยชั้นที่ n กับชั้นที่ $n+1$ ดังสมการข้างล่าง

$$\begin{pmatrix} c_{n+1} \\ d_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{TE} & B_{TE} \\ C_{TE} & D_{TE} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_n \\ d_n \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

สมาชิกของเมทริกซ์ เป็นดังนี้

$$A_{TE} = e^{ik_{lx}l_l} \left[\cos(k_{hx}l_h) + \frac{1}{2}i \left(\frac{k_{hx}}{k_{lx}} + \frac{k_{lx}}{k_{hx}} \right) \sin(k_{hx}l_h) \right] \quad (3.46)$$

$$B_{TE} = e^{-ik_{lx}l_l} \left[\frac{1}{2}i \left(\frac{k_{hx}}{k_{lx}} - \frac{k_{lx}}{k_{hx}} \right) \sin(k_{hx}l_h) \right] \quad (3.47)$$

$$C_{TE} = e^{ik_{lx}l_l} \left[-\frac{1}{2}i \left(\frac{k_{hx}}{k_{lx}} - \frac{k_{lx}}{k_{hx}} \right) \sin(k_{hx}l_h) \right] \quad (3.48)$$

$$D_{TE} = e^{-ik_{lx}l_l} \left[\cos(k_{hx}l_h) - \frac{1}{2}i \left(\frac{k_{hx}}{k_{lx}} + \frac{k_{lx}}{k_{hx}} \right) \sin(k_{hx}l_h) \right] \quad (3.49)$$

ทำนองเดียวกัน เมื่อให้คลื่น TM เป็นคลื่นตกกระทบ ตามเงื่อนไขขอบเขตในหนึ่งหน่วยเซลล์ จะได้ความสัมพันธ์ของแอมพลิจูดเชิงซ้อนของสนามไฟฟ้าในเซลล์หนึ่งหน่วยชั้นที่ n กับชั้นที่ $n+1$ ดังสมการข้างล่าง

$$\begin{pmatrix} c_{n+1} \\ d_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{TM} & B_{TM} \\ C_{TM} & D_{TM} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_n \\ d_n \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

สมาชิกของเมทริกซ์ เป็นดังนี้

$$A_{TM} = e^{ik_{lx}l_l} \left[\cos(k_{hx}l_h) + \frac{1}{2}i \left(\frac{n_h^2 k_{lx}}{n_l^2 k_{hx}} + \frac{n_l^2 k_{hx}}{n_h^2 k_{lx}} \right) \sin(k_{hx}l_h) \right] \quad (3.51)$$

$$B_{TM} = e^{-ik_{lx}l_l} \left[\frac{1}{2}i \left(\frac{n_h^2 k_{lx}}{n_l^2 k_{hx}} - \frac{n_l^2 k_{hx}}{n_h^2 k_{lx}} \right) \sin(k_{hx}l_h) \right] \quad (3.52)$$

$$C_{TM} = e^{ik_{lx}l_l} \left[-\frac{1}{2}i \left(\frac{n_h^2 k_{lx}}{n_l^2 k_{hx}} - \frac{n_l^2 k_{hx}}{n_h^2 k_{lx}} \right) \sin(k_{hx}l_h) \right] \quad (3.53)$$

$$D_{TM} = e^{-ik_{lx}l_l} \left[\cos(k_{hx}l_h) - \frac{1}{2}i \left(\frac{n_h^2 k_{lx}}{n_l^2 k_{hx}} + \frac{n_l^2 k_{hx}}{n_h^2 k_{lx}} \right) \sin(k_{hx}l_h) \right] \quad (3.54)$$

เนื่องจากโครงสร้างในแนวแกน x มีลักษณะเป็นรายคาบ ตามทฤษฎีโฟลควท จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างแอมพลิจูดเชิงซ้อน c_{N+1}, d_{N+1} ในชั้นที่ $n+1$ กับ c_N, d_N ในชั้นที่ n ดังสมการ

$$\begin{pmatrix} c_{n+1} \\ d_{n+1} \end{pmatrix} = e^{iK\Lambda} \begin{pmatrix} c_n \\ d_n \end{pmatrix} \quad (3.55)$$

จาก (3.50) และ (3.55) จะได้ว่าคลื่นรายคาบ TE ต้องสอดคล้องกับสมการค่าเจาะจง ดังสมการข้างล่าง

$$\begin{pmatrix} A_{TE} & B_{TE} \\ C_{TE} & D_{TE} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_n \\ d_n \end{pmatrix} = e^{iK_{TE}\Lambda} \begin{pmatrix} c_n \\ d_n \end{pmatrix} \quad (3.56)$$

จะได้ค่าเจาะจง $e^{iK_{TE}\Lambda}$

$$e^{iK_{TE}\Lambda} = \frac{1}{2}(A_{TE} + D_{TE}) \pm \left\{ \left[\frac{1}{2}(A_{TE} + D_{TE}) \right]^2 - 1 \right\}^{1/2} \quad (3.57)$$

จาก (3.57) จะได้เลขคลื่นโฟลควทของโหมด TE K_{TE} ดังสมการ

$$K_{TE} = \frac{1}{\Lambda} \cos^{-1} \left[\frac{1}{2}(A_{TE} + D_{TE}) \right] \quad (3.58)$$

แทนค่า A_{TE} และ B_{TE} ลงในสมการ (3.58) จะได้

$$K_{TE} = \frac{1}{\Lambda} \cos^{-1} \left[\cos(k_{lx}l_l) \cos(k_{hx}l_h) - \frac{1}{2} \left(\frac{k_{lx}}{k_{hx}} + \frac{k_{hx}}{k_{lx}} \right) \sin(k_{lx}l_l) \sin(k_{hx}l_h) \right] \quad (3.59)$$

ในทำนองเดียวกัน จะได้เลขคลื่นโฟลควทของโหมด TM K_{TM} ดังสมการข้างล่าง

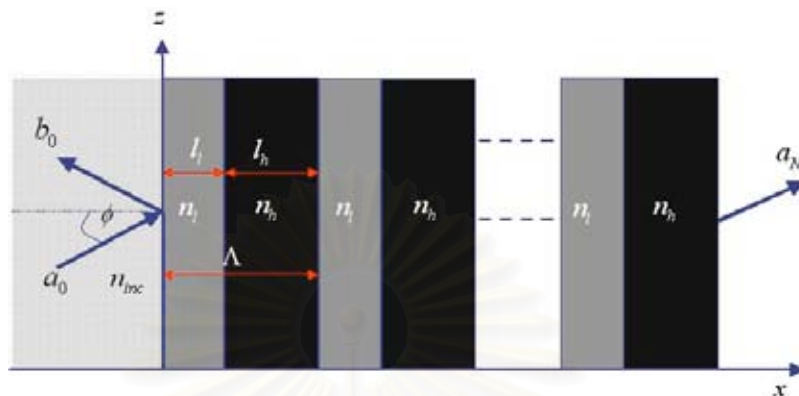
$$K_{TM} = \frac{1}{\Lambda} \cos^{-1} \left[\frac{1}{2}(A_{TM} + D_{TM}) \right] \quad (3.60)$$

แทนค่า A_{TM} และ B_{TM} ลงในสมการ (3.60) จะได้

$$K_{TM} = \frac{1}{\Lambda} \cos^{-1} \left[\cos(k_{lx}l_l) \cos(k_{hx}l_h) - \frac{1}{2} \left(\frac{n_h^2 k_{lx}}{n_l^2 k_{hx}} + \frac{n_l^2 k_{hx}}{n_h^2 k_{lx}} \right) \sin(k_{lx}l_l) \sin(k_{hx}l_h) \right] \quad (3.61)$$

พิจารณาเลขคลื่นโฟลควท พบว่าเลขคลื่นโฟลควทของโหมด TE K_{TE} ในสมการ (3.28) เท่ากับ สมการ (3.59) และเลขคลื่นโฟลควทของโหมด TM K_{TM} ในสมการ (3.30) เท่ากับ สมการ (3.61) ดังนั้นสรุปได้ว่าแบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีดรรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์ในรูปแบบ $(n_h n_l)$ จะเท่ากับแบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ที่มีดรรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์ในรูปแบบ $(n_l n_h)$

3.6 การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ที่มีจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกจำนวนจำกัด เมื่อดรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ (n_l, n_h)



รูปที่ 3.5 คลื่นแสงตกกระทบบนระนาบ $x - z$ ใด ๆ ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีดรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ (n_l, n_h) จำนวน N คู่

พิจารณาคลื่นระนาบตกกระทบบนตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีดรชนีหักเหสลับกันเป็นรายคาบจำนวน N คู่ หรือจำนวนหนึ่งหน่วยเซลล์ N หนึ่งหน่วยเซลล์ ดังรูป 3.5 สามารถหาสัมประสิทธิ์การสะท้อนได้จาก

$$r_N = \left(\frac{b_0}{a_0} \right)_{b_N=0} \quad (3.62)$$

เมื่อ r_N เป็นสัมประสิทธิ์การสะท้อนของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีไดอิเล็กตริกจำนวน N คู่ a_0 เป็นแอมพลิจูดเชิงซ้อนของคลื่นระนาบตกกระทบบ และ b_0 เป็นแอมพลิจูดเชิงซ้อนของคลื่นระนาบสะท้อน จะได้ความสัมพันธ์ของ a_0, b_0 กับ a_N, b_N ดังสมการ

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D & -B \\ -C & A \end{pmatrix}^N \begin{pmatrix} a_N \\ b_N \end{pmatrix} \quad (3.63)$$

เมทริกซ์ในสมการ (3.63) เป็นเมทริกซ์ตัวกำหนดเป็นหนึ่ง (unimodular matrix) ยกกำลัง N ดังนั้นเราสามารถเขียนสมการ (3.63) ให้อยู่ในรูปแบบง่าย ๆ ได้ดังสมการ

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} DU_{N-1} - U_{N-2} & -BU_{N-1} \\ -CU_{N-1} & AU_{N-1} - U_{N-2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_N \\ b_N \end{pmatrix} \quad (3.64)$$

เมื่อ

$$U_N = \frac{\sin(N+1)K\Lambda}{\sin K\Lambda} \quad (3.65)$$

เมื่อ K เป็นเลขคลื่นโฟลควอท และ Λ เป็นความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกหนึ่งหน่วยเซลล์ มีค่า $\Lambda = l_h + l_l$ จากสมการ (3.62) ถึง (3.65) สามารถหาสัมประสิทธิ์การสะท้อนได้ดังสมการ

$$r_N = \frac{-CU_{N-1}}{DU_{N-1} - U_{N-2}} \quad (3.66)$$

ความสะท้อนหาได้จากกำลังสองของค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์การสะท้อน จะได้

$$|r_N|^2 = \frac{|C|^2}{|C|^2 + (\sin K\Lambda / \sin NK\Lambda)^2} \quad (3.67)$$

พิจารณาความสะท้อน พบว่าค่าความสะท้อนในสมการ (3.66) เท่ากับสมการ (3.67) สรุปได้ว่าแบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกจำนวนจำกัด เมื่อตรวจนี้หักเหของชั้นไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_l n_h)$ จะเท่ากับแบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกจำนวนจำกัด เมื่อตรวจนี้หักเหของชั้นไดอิเล็กตริกในหนึ่งหน่วยเซลล์อยู่ในรูปแบบ $(n_l n_h)$

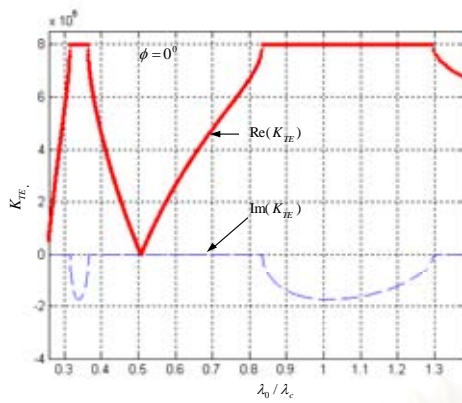
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.7 ผลการวิเคราะห์แบนด์วิดท์และขอบของแบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในกรณีตัวอย่าง

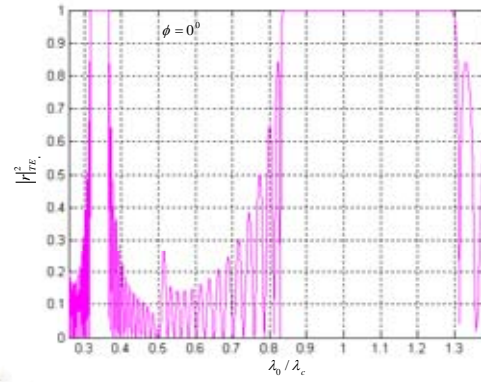
ในหัวข้อนี้ผู้วิจัยจะกล่าวถึงผลการวิเคราะห์ในกรณีตัวอย่างของการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ เริ่มจากหัวข้อที่ 2.7.1 กล่าวถึงการวิเคราะห์แถบผ่านและแถบหยุดของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ของโหมด TE และ TM ในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$ หัวข้อที่ 2.7.2 กล่าวถึงผลของค่าความสะท้อนโหมด TE และ TM ที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก ในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$ หัวข้อที่ 2.7.3 กล่าวถึงการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE และ TM ในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$ หัวข้อที่ 2.7.4 กล่าวถึงการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE TM และ ไฮบริด ในช่วง $1.0 \mu m < \lambda_0 < 2.2 \mu m$ หัวข้อที่ 2.7.5 กล่าวถึงการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่แกนมีค่าดรรชนีหักเหโหมด TE และ TM ในช่วง $0.4 \mu m < \lambda_0 < 1.2 \mu m$ ตามลำดับ

3.7.1 การวิเคราะห์แถบผ่านและแถบหยุดของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ของโหมด TE และ TM ในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$

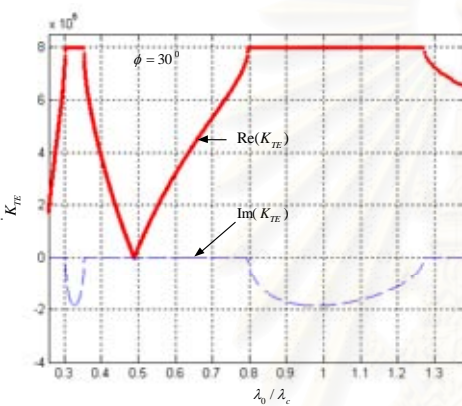
ในหัวข้อนี้ จะวิเคราะห์แถบผ่านและแถบหยุดของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ของโหมด TE และ TM ในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$ ขอให้พิจารณากรณีที่พารามิเตอร์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ในรูปที่ 3.2 มีค่าดังนี้ ดรรชนีหักเหของตัวกลางตกกระทบ $n_{inc} = 1$ ดรรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กตริกชนิดที่ 1 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหมาก $n_1 = n_h = 3.0$ ดรรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กตริกชนิดที่ 2 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหน้อย $n_2 = n_l = 1.5$ การออกแบบชั้นไดอิเล็กตริกใช้ หลักการกักกันที่เหมาะสมที่สุด นั่นคือ $k_1 l_1 = k_2 l_2 = \pi / 2$ จะได้ความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกชนิดที่ 1 เป็น $l_1 = 0.13 \mu m$ ความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกชนิดที่ 2 เป็น $l_2 = 0.265 \mu m$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 1.55 \mu m$ ตามสมการ (3.28) และ (3.36) จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างเลขคลื่นโฟลควโหมด TE K_{TE} และค่าความสะท้อนโหมด TE $|r_{TE}^2|$ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่ กับความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ λ_0 / λ_c ที่มุมตกกระทบ $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ และ 90° ตามลำดับ ดังรูปที่ 3.6 และตามการพิจารณาแถบผ่านและแถบหยุดโหมด TE โดยใช้เลขคลื่นโฟลควโหมด TE K_{TE} หรือค่าความสะท้อนโหมด TE $|r_{TE}^2|$ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่ ของความสัมพันธ์ระหว่างมุมตกกระทบ ϕ ในช่วง 0° ถึง 90° กับความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ λ_0 / λ_c ดังรูปที่ 3.7



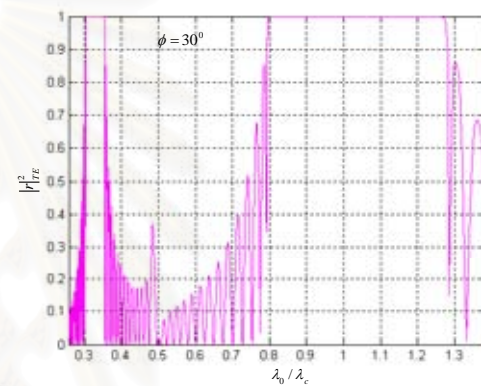
(ก)



(ข)



(ค)

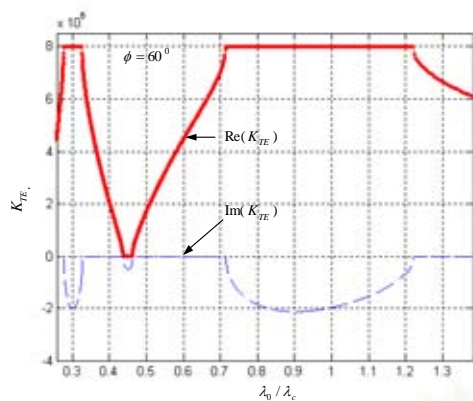


(ง)

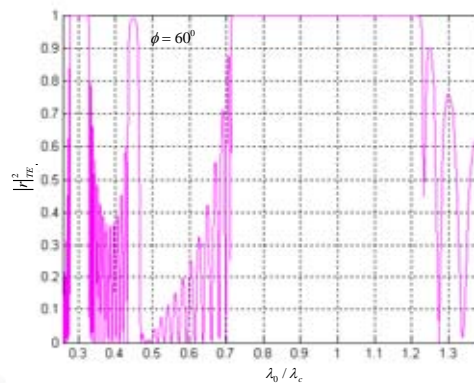
รูปที่ 3.6 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขคลื่นโพลาไรซ์โหมด TE ค่าความสะท้อนโหมด TE เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่ กับ λ_0/λ_c ที่มุมตกกระทบ $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ และ 90°

- | | |
|---|---|
| (ก) K_{TE} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 0^\circ$ | (ข) $ r_{TE} ^2$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 0^\circ$ |
| (ค) K_{TE} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 30^\circ$ | (ง) $ r_{TE} ^2$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 30^\circ$ |
| (จ) K_{TE} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 60^\circ$ | (ฉ) $ r_{TE} ^2$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 60^\circ$ |
| (ช) K_{TE} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 90^\circ$ | (ซ) $ r_{TE} ^2$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 90^\circ$ |

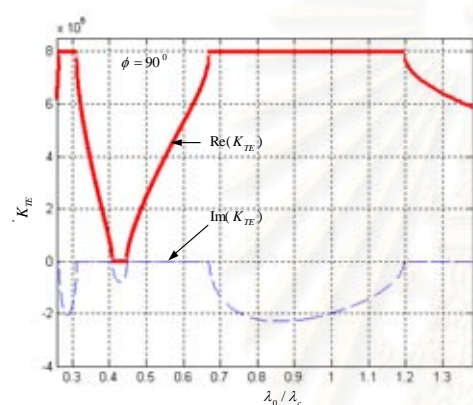
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



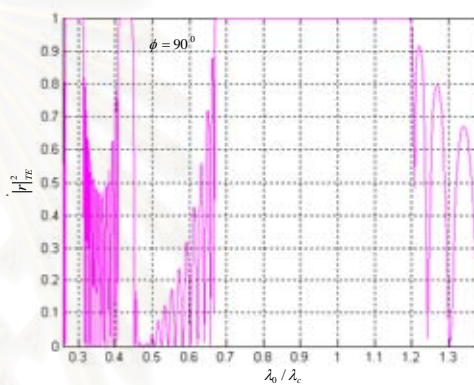
(จ)



(ข)



(ค)

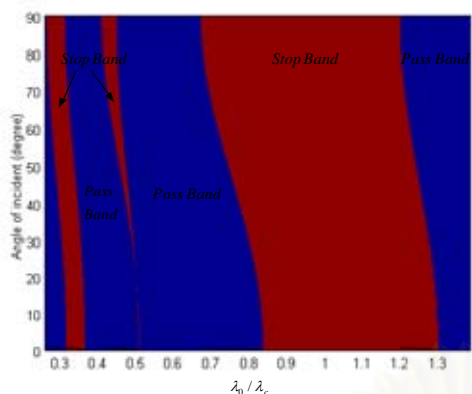


(ง)

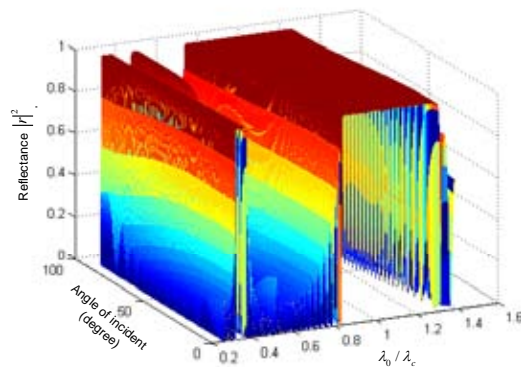
รูปที่ 3.6 (ต่อ) ความสัมพันธ์ระหว่างเลขคลื่นโพลาไรซ์โหมด TE ค่าความสะท้อนโหมด TE เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่ กับ λ_0/λ_c ที่มุมตกกระทบ $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ และ 90°

- | | |
|---|---|
| (ก) K_{TE} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 0^\circ$ | (ข) $ r_{TE} ^2$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 0^\circ$ |
| (ค) K_{TE} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 30^\circ$ | (ง) $ r_{TE} ^2$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 30^\circ$ |
| (จ) K_{TE} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 60^\circ$ | (ฉ) $ r_{TE} ^2$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 60^\circ$ |
| (ช) K_{TE} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 90^\circ$ | (ซ) $ r_{TE} ^2$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 90^\circ$ |

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(ก)



(ข)

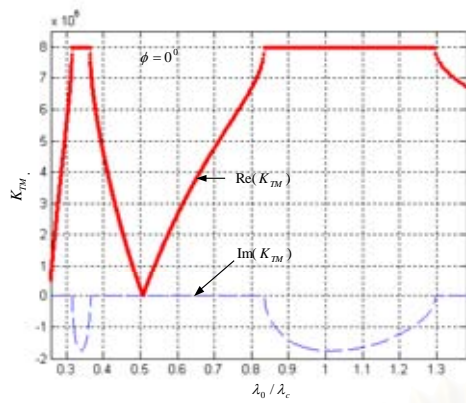
รูปที่ 3.7 แถบผ่านและแถบหยุดโหมด TE

ของความสัมพันธ์ระหว่าง ϕ ในช่วง 0° ถึง 90° กับ λ_0/λ_c

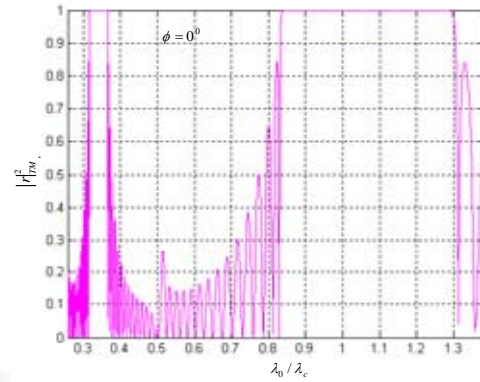
(ก) พิจารณาตาม K_{TE}

(ข) พิจารณาตาม $|r|_{TE}^2$ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่

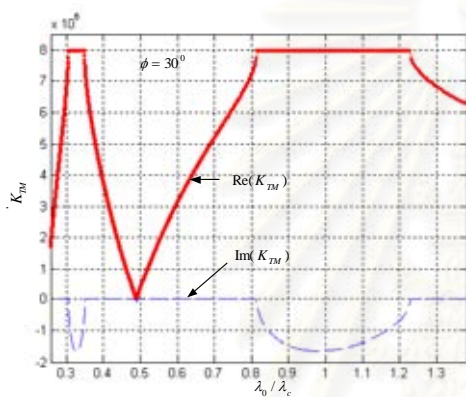
ในการทำงานเดียวกันสำหรับคลื่นโหมด TM ตามสมการ (3.30) และ (3.36) จะได้ ความสัมพันธ์ระหว่างเลขคลื่นโฟลควาทโหมด TM K_{TM} และค่าความสะท้อนโหมด TM $|r|_{TM}^2$ เมื่อ จำนวนคู่ของวัสดุหุ้ม 15 คู่ กับความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ λ_0/λ_c ที่มุมตกกระทบ $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ และ 90° ตามลำดับ ดังรูปที่ 3.8 และตามการพิจารณาแถบผ่านและแถบหยุดโหมด TM โดยใช้ เลขคลื่นโฟลควาทโหมด TM K_{TM} หรือค่าความสะท้อนโหมด TM $|r|_{TM}^2$ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่ ของความสัมพันธ์ระหว่างมุมตกกระทบ ϕ ในช่วง 0° ถึง 90° กับความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ λ_0/λ_c ดังรูปที่ 3.9



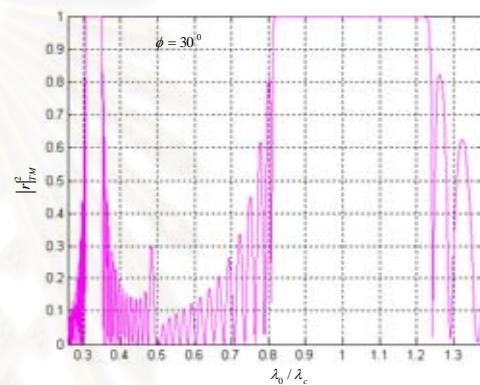
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

รูปที่ 3.8 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขคลื่นโพลาไรซ์โหมด TM ค่าความสะท้อนโหมด TM เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่ กับ λ_0/λ_c ที่มุมตกกระทบ $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ และ 90°

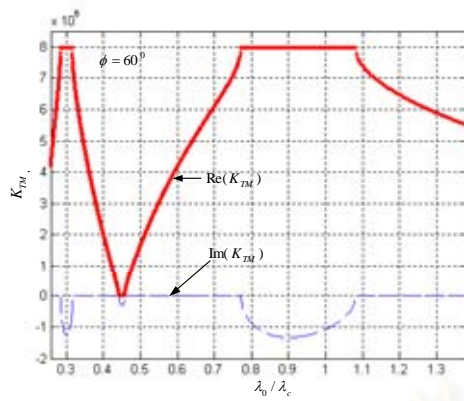
(ก) K_{TM} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 0^\circ$ (ข) $|r_{TM}^2$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 0^\circ$

(ค) K_{TM} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 30^\circ$ (ง) $|r_{TM}^2$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 30^\circ$

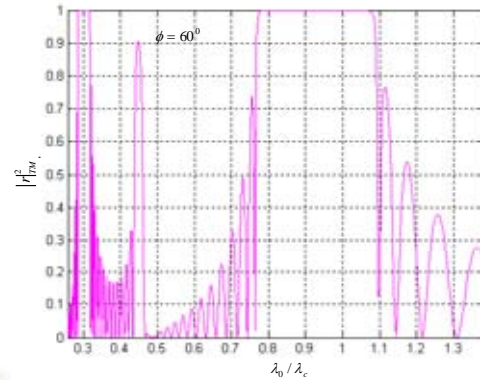
(จ) K_{TM} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 60^\circ$ (ฉ) $|r_{TM}^2$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 60^\circ$

(ช) K_{TM} ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 90^\circ$ (ซ) $|r_{TM}^2$ ที่ค่ามุมตกกระทบ $\phi = 90^\circ$

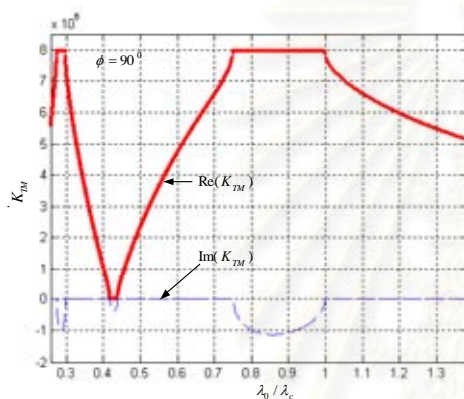
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



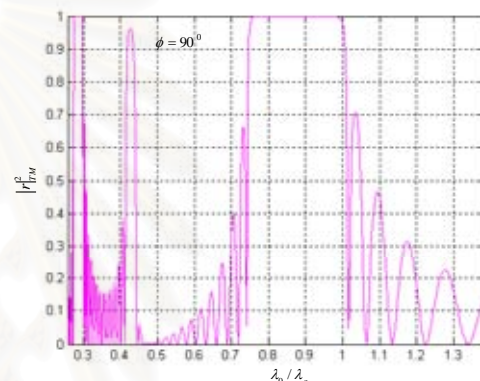
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

รูปที่ 3.8 (ต่อ) ความสัมพันธ์ระหว่างเลขคลื่นโพลาไรซ์โหมด TM ค่าความสะท้อนโหมด TM เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่ กับ λ_0/λ_c ที่มุมตกกระทบ $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ และ 90°

(ก) K_{TM} ที่ค่ามุม $\phi = 0^\circ$

(ข) $|r_{TM}^2|$ ที่ค่ามุม $\phi = 0^\circ$

(ค) K_{TM} ที่ค่ามุม $\phi = 30^\circ$

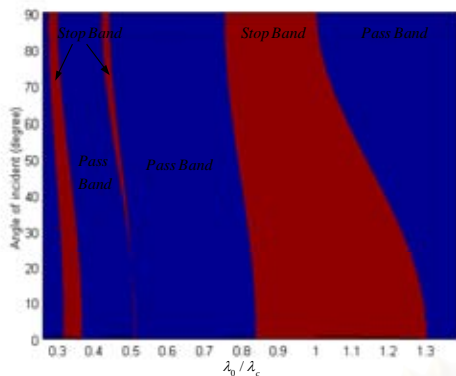
(ง) $|r_{TM}^2|$ ที่ค่ามุม $\phi = 30^\circ$

(จ) K_{TM} ที่ค่ามุม $\phi = 60^\circ$

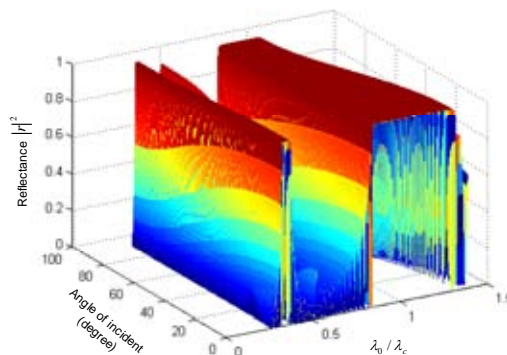
(ฉ) $|r_{TM}^2|$ ที่ค่ามุม $\phi = 60^\circ$

(ฉ) K_{TM} ที่ค่ามุม $\phi = 90^\circ$

(ช) $|r_{TM}^2|$ ที่ค่ามุม $\phi = 90^\circ$



(ก)



(ข)

รูปที่ 3.9 แถบผ่านและแถบหยุดโหมด TM

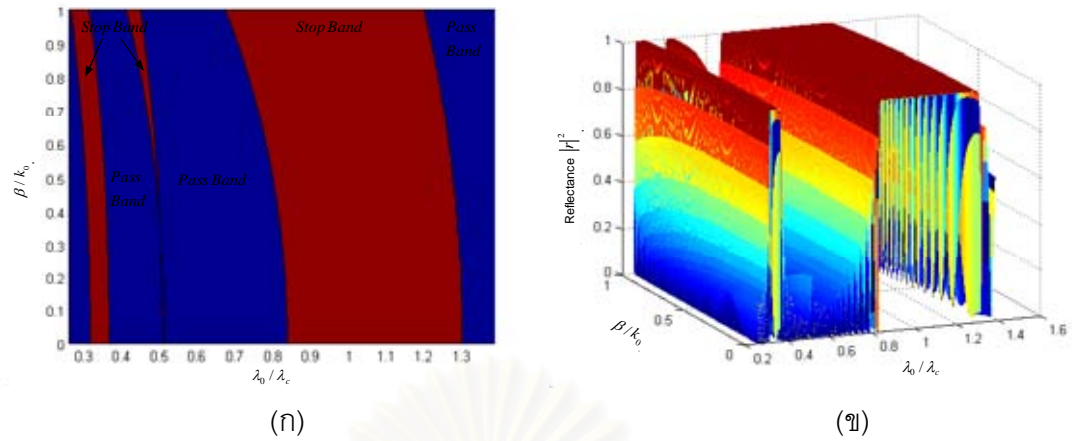
ของความสัมพันธ์ระหว่าง ϕ ในช่วง 0° ถึง 90° กับ λ_0 / λ_c

(ก) พิจารณาตาม K_{TM}

(ข) พิจารณาตาม $|r|_{TM}^2$ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่

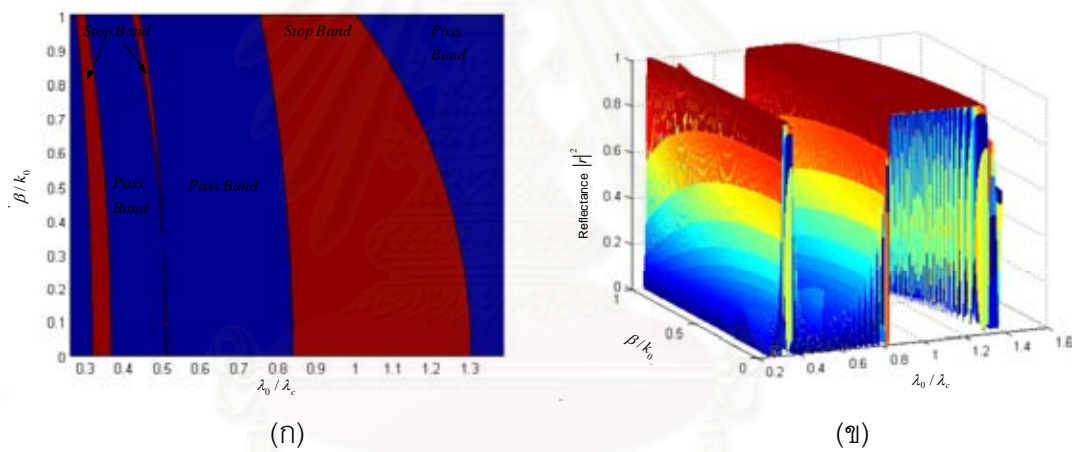
จากการพิจารณาค่าของเลขคลื่นโฟลควโหมด TE K_{TE} กับค่าความสะท้อนโหมด TE $|r|_{TE}^2$ หรือเลขคลื่นโฟลควโหมด TM K_{TM} กับค่าความสะท้อนโหมด TM $|r|_{TM}^2$ เมื่อจำนวนคู่ของวัสดุหุ้ม 15 คู่ ในช่วงมุมตกกระทบ 0° ถึง 90° ตามรูปที่ 3.6 ถึง 3.9 พบว่า K_{TE}, K_{TM} เป็นจำนวนจริงหรือตรงตามเงื่อนไข $|\cos(K_{TE, TM} \Lambda)| = \left| \frac{1}{2} (A_{TE, TM} + D_{TE, TM}) \right| < 1$ แสดงว่าช่วงนั้นเป็นแถบผ่าน ซึ่งค่าความสะท้อนโหมด TE หรือ TM $|r|_{TE, TM}^2$ ในช่วงดังกล่าวจะมีค่าน้อย $K_{TE}, K_{TM} = m\pi / \Lambda + jK_i$ เมื่อ $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ K_i เป็นส่วนจินตภาพ K_{TE}, K_{TM} เป็นจำนวนเชิงซ้อนหรือตรงตามเงื่อนไข $|\cos(K_{TE, TM} \Lambda)| = \left| \frac{1}{2} (A_{TE, TM} + D_{TE, TM}) \right| > 1$ แสดงว่าช่วงนั้นเป็นแถบหยุด ซึ่งค่าความสะท้อนโหมด TE หรือ TM $|r|_{TE, TM}^2$ ในช่วงดังกล่าวจะมีค่ามาก และ $K_{TE}, K_{TM} = m\pi / \Lambda$ เมื่อ $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ หรือตรงตามเงื่อนไข $|\cos(K_{TE, TM} \Lambda)| = \left| \frac{1}{2} (A_{TE, TM} + D_{TE, TM}) \right| = 1$ จะได้ขอบของแบนด์วิดท์

เมื่อเปลี่ยนมุมตกกระทบ ϕ หมายความว่า เป็นการเปลี่ยนค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่น β หรือค่าดรรชนีประสิทธิผล β/k_0 ตามความสัมพันธ์ $\beta/k_0 = n_{inc} \sin \phi$ พิจารณาค่าดรรชนีประสิทธิผล β/k_0 กับความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ λ_0 / λ_c จะได้แถบผ่านและแถบหยุดของโหมด TE และ TM ดังรูปที่ 3.10 และ 3.11 ตามลำดับ



รูปที่ 3.10 แถบผ่านและแถบหยุดโหมด TE ของความถี่ระหว่าง β/k_0 กับ λ_0/λ_c

(ก) พิจารณาตาม K_{TE} (ข) พิจารณาตาม $|r|_{TE}^2$ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่



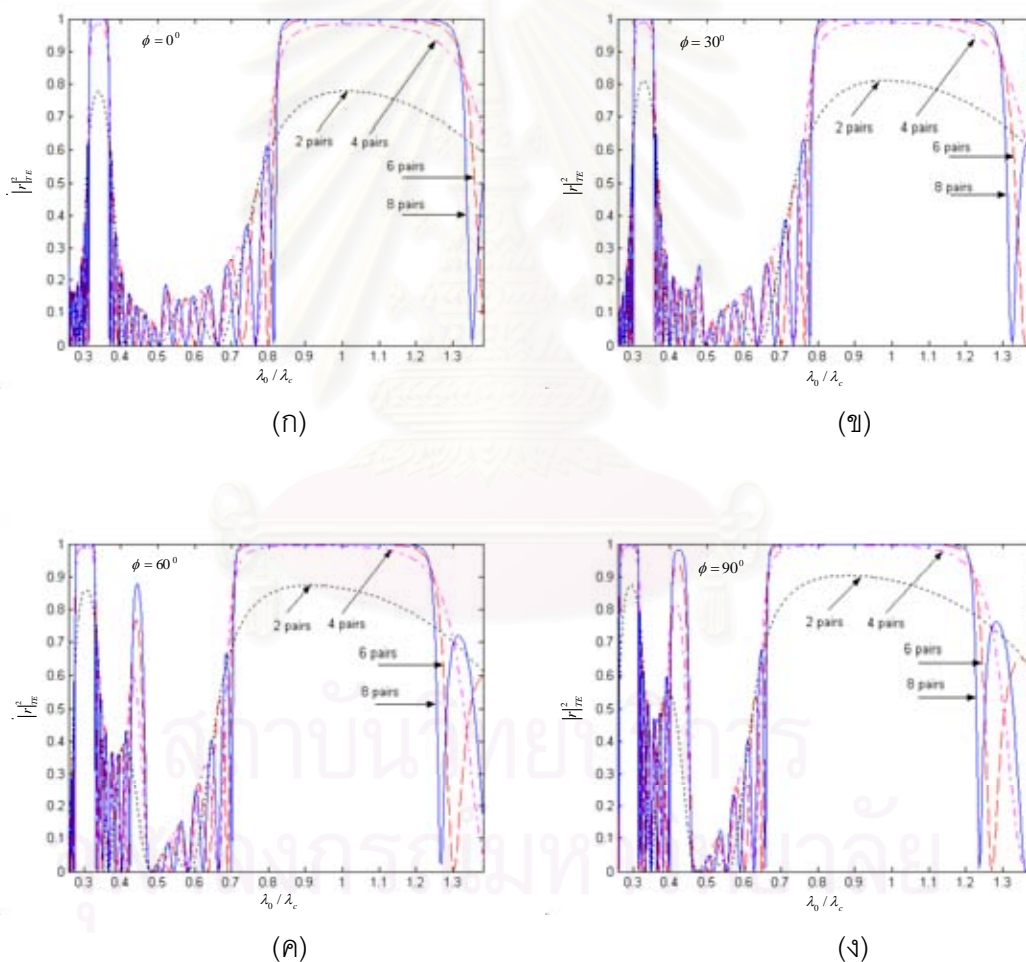
รูปที่ 3.11 แถบผ่านและแถบหยุดโหมด TM ของความถี่ระหว่าง β/k_0 กับ λ_0/λ_c

(ก) พิจารณาตาม K_{TM} (ข) พิจารณาตาม $|r|_{TM}^2$ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.7.2 ผลของค่าความสะท้อนโมด TE และ TM ที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก ในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$

ในหัวข้อนี้ จะศึกษาผลของค่าความสะท้อนโมด TE และ TM ที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก ในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$ พิจารณาพารามิเตอร์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์มีค่าเช่นเดียวกับตัวสะท้อนแบบแบรกก์ในหัวข้อที่ 3.7.1 จะได้ค่าความสะท้อนโมด TE $|r|_{TE}^2$ และความสะท้อนโมด TM $|r|_{TM}^2$ ขึ้นกับความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ λ_0 / λ_c เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกที่มุมตกกระทบ $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ และ 90° ดังรูปที่ 3.12 และ 3.13 ตามลำดับ



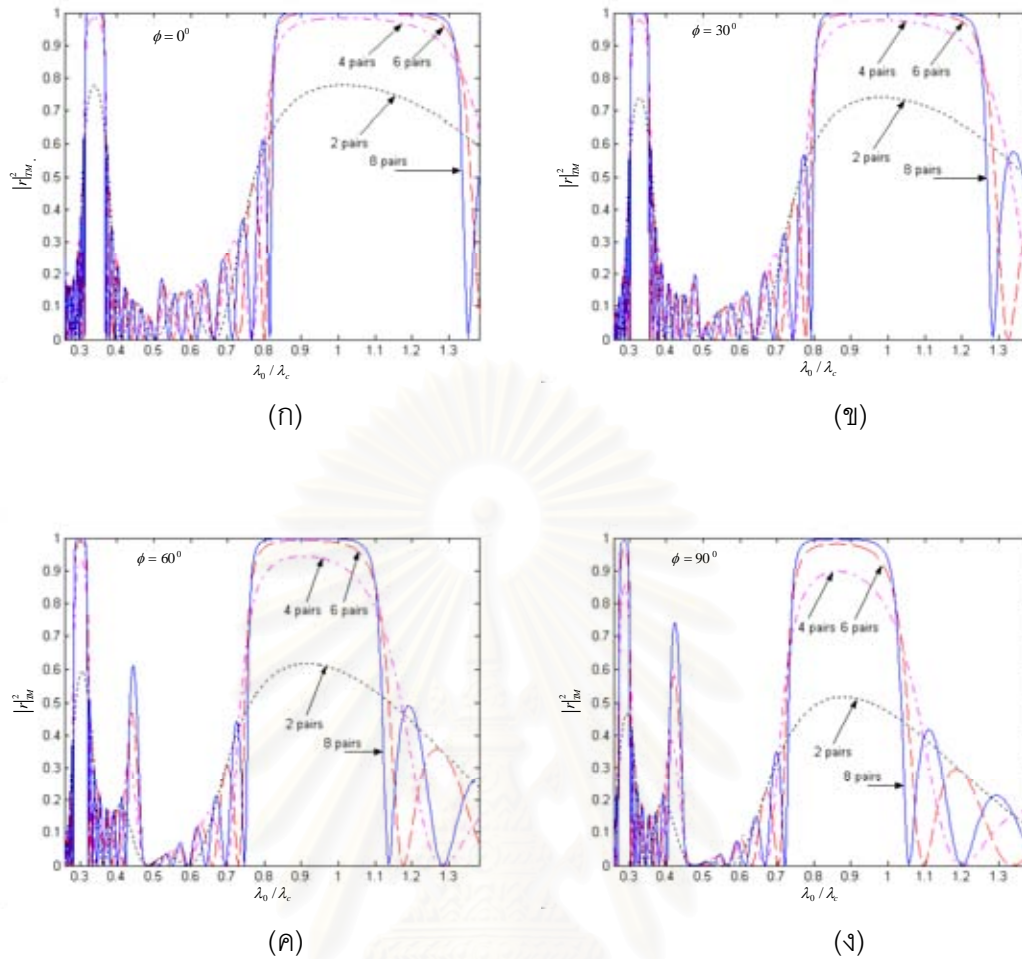
รูปที่ 3.12 ความสัมพันธ์ระหว่าง $|r|_{TE}^2$ กับ λ_0 / λ_c เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกที่มุมตกกระทบต่าง ๆ

(ก) $\phi = 0^\circ$

(ข) $\phi = 30^\circ$

(ค) $\phi = 60^\circ$

(ง) $\phi = 90^\circ$



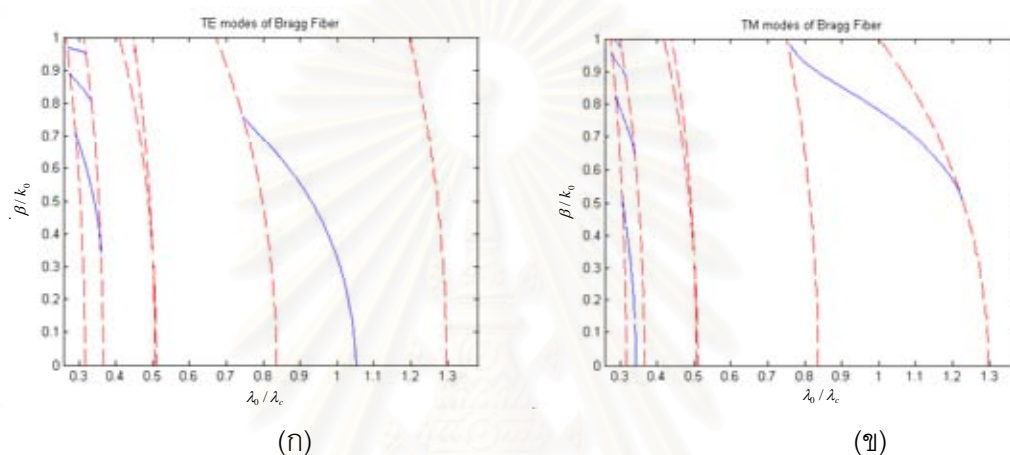
รูปที่ 3.13 ความสัมพันธ์ระหว่าง $|r|_{TM}^2$ กับ λ_0/λ_c
เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกที่มุมตกกระทบต่าง ๆ

- (ก) $\phi = 0^\circ$ (ข) $\phi = 30^\circ$
(ค) $\phi = 60^\circ$ (ง) $\phi = 90^\circ$

เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก พบว่ามีผลต่อความสะท้อนโหมด TE $|r|_{TE}^2$ และความสะท้อนโหมด TM $|r|_{TM}^2$ ในช่วงแถบหยุดอย่างมาก และแทบไม่มีผลต่อความสะท้อนโหมด TE $|r|_{TE}^2$ และความสะท้อนโหมด TM $|r|_{TM}^2$ ในช่วงแถบผ่านที่มุมตกกระทบต่าง ๆ โดยเมื่อเพิ่มจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก ค่าความสะท้อนก็จะเพิ่มขึ้น นั่นคือทำให้คลื่นแสงเกิดการสะท้อนกลับในแนวรัศมีในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ หมายความว่าโหมดที่ถูกนำจะเกิดขึ้นได้ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มที่มีค่ามากเพียงพอเท่านั้น

3.7.3 การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE และ TM ในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$

ในหัวข้อที่ 3.7.1 ได้นำเสนอการวิเคราะห์แถบผ่านและแถบหยุดของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ของโหมด TE และ TM ในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$ ในหัวข้อนี้จะนำผลการวิเคราะห์ดังกล่าวมาเปรียบเทียบกับช่วงที่เกิดโหมดที่ถูกนำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ ซึ่งได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อที่ 2.7.2 ซึ่งได้ผลดังรูปที่ 3.14



รูปที่ 3.14 ความสัมพันธ์ระหว่างแถบหยุดของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ กับโหมดที่ถูกนำของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ ในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$

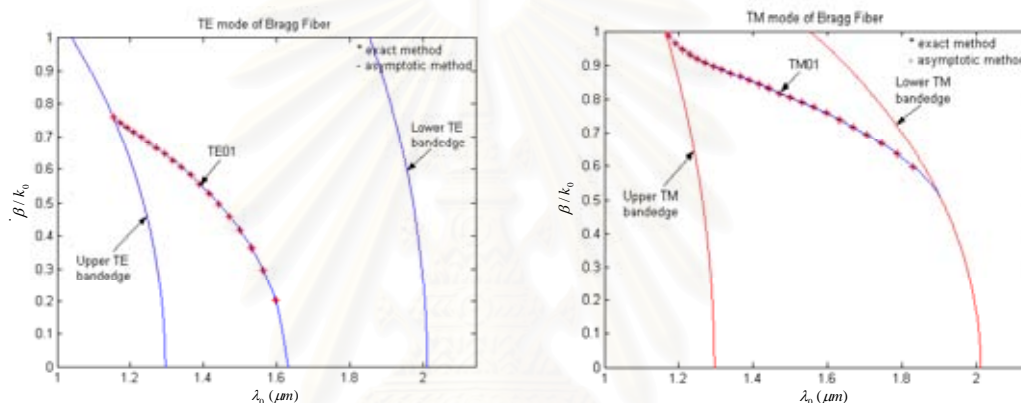
(ก) โหมด TE

(ข) โหมด TM

เมื่อเปรียบเทียบแถบหยุดของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ กับโหมดที่ถูกนำของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ ในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$ พบว่าโหมดที่ถูกนำของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์จะเกิดในช่วงแถบหยุดของตัวสะท้อนแบบแบรกก์แล้วไปสิ้นสุดที่ขอบของแบนด์วิดท์ ซึ่งช่วงดังกล่าวจะมีค่าความสะท้อนมากจึงเกิดการกักกันแสงในแนวรัศมี หมายความว่า เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์สามารถใช้นำคลื่นแสงได้ในช่วงดังกล่าว และในช่วงแถบผ่านของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ก็จะเกิดโหมดที่ถูกนำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ ซึ่งช่วงดังกล่าวจะมีค่าความสะท้อนน้อย จึงไม่เกิดการกักกันแสงในแนวรัศมี หมายความว่า เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ไม่สามารถใช้นำคลื่นแสงได้ในช่วงดังกล่าว นั่นเอง

3.7.4 การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE TM และไฮบริด ในช่วง $1.0 \mu\text{m} < \lambda_0 < 2.2 \mu\text{m}$

ในหัวข้อนี้ จะนำผลการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ซึ่งกล่าวในหัวข้อที่ 3.7.1 เปรียบเทียบกับช่วงที่เกิดโหมดที่ถูกลำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ ที่วิเคราะห์โดยใช้การวิเคราะห์เชิงวิเคราะห์ ซึ่งกล่าวในหัวข้อที่ 2.7.1 พบว่าแถบหยุดโหมด TE ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์มีความสัมพันธ์กับโหมดที่ถูกลำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โหมด TE และแถบหยุดโหมด TM ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์มีความสัมพันธ์กับโหมดที่ถูกลำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โหมด TE ในช่วง $1.0 \mu\text{m} < \lambda_0 < 2.2 \mu\text{m}$ ดังรูปที่ 3.15 (ก) และ (ข) ตามลำดับ

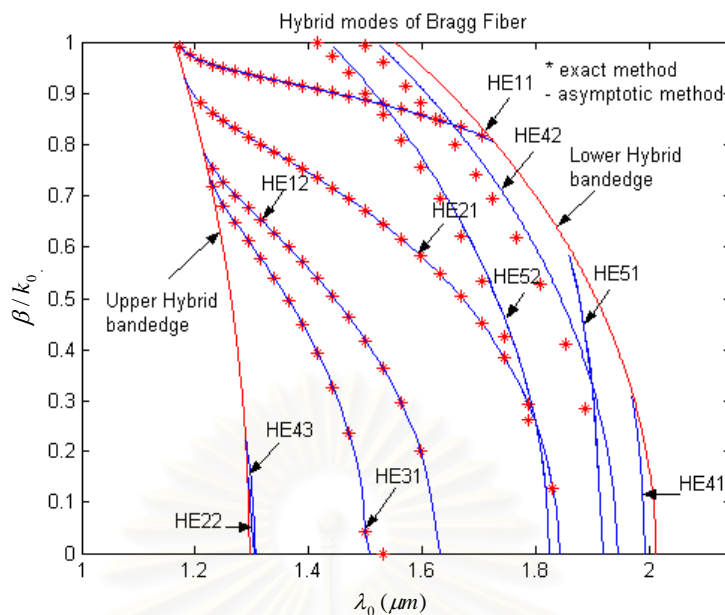


รูปที่ 3.15 ความสัมพันธ์ระหว่างแถบหยุดโหมด TE ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์กับโหมดที่ถูกลำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โหมด TE ในช่วง $1.0 \mu\text{m} < \lambda_0 < 2.2 \mu\text{m}$

(ก) โหมด TE

(ข) โหมด TM

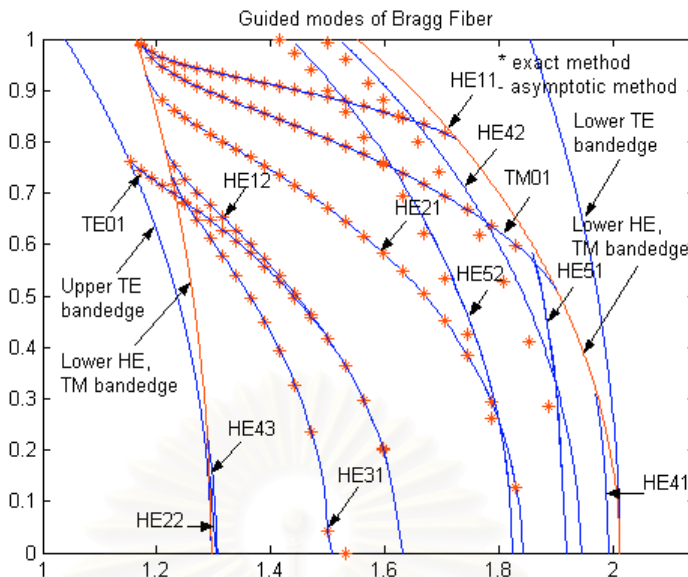
พิจารณาโหมดที่ถูกลำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โหมดไฮบริดที่วิเคราะห์ โดยใช้การวิเคราะห์เชิงวิเคราะห์ ซึ่งกล่าวในหัวข้อที่ 2.7.1 มีความสัมพันธ์กับส่วนที่ซ้อนทับกัน (overlap) ระหว่างแถบหยุดโหมด TE กับแถบหยุดโหมด TM ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ดังรูปที่ 3.16



รูปที่ 3.16 ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนซ้อนทับกันระหว่างแถบหยุดโหมด TE กับแถบหยุดโหมด TM ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์กับโหมดที่ถูกนำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โหมดไฮบริดที่มีอันดับ $1 \leq l \leq 5$ ในช่วง $1.0 \mu\text{m} < \lambda_0 < 2.2 \mu\text{m}$

จากการพิจารณาพบว่าโหมดที่ถูกนำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โหมด TE และ TM จะเกิดในช่วงแถบหยุดโหมด TE และ TM ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ตามลำดับ และโหมดที่ถูกนำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โหมดไฮบริด จะเกิดในส่วนซ้อนทับกันระหว่างแถบหยุดโหมด TE กับแถบหยุดโหมด TM ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ดังนั้นสามารถกล่าวได้ว่าแบนด์วิดท์ของเส้นใยแสง แบบแบรกก์โหมด TE TM และ ไฮบริด หาได้จากแถบหยุดโหมด TE TM และส่วนซ้อนทับกันระหว่างแถบหยุดโหมด TE กับแถบหยุดโหมด TM ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ตามลำดับ

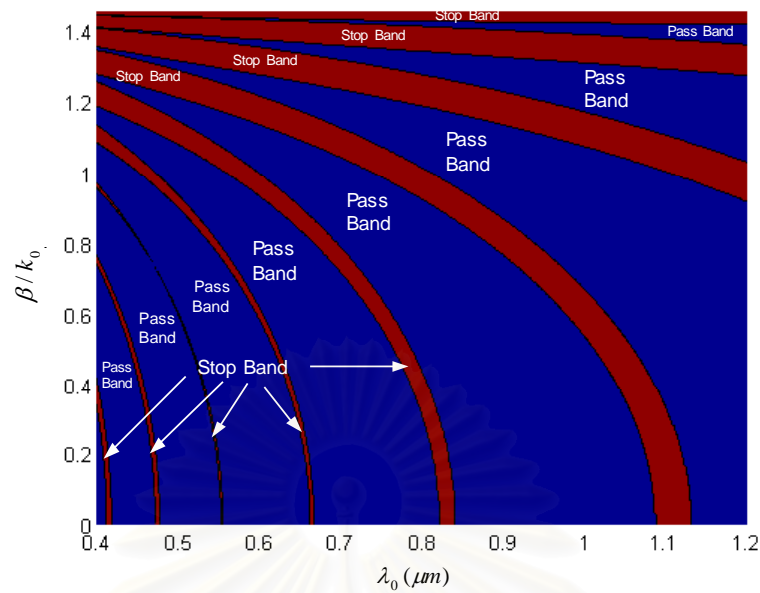
เมื่อพิจารณาแบนด์วิดท์และโหมดที่ถูกนำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โหมด TE TM และไฮบริดที่มีอันดับ $1 \leq l \leq 5$ หรือโหมดที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 5$ ในช่วง $1.0 \mu\text{m} < \lambda_0 < 2.2 \mu\text{m}$ ร่วมกัน จะได้ดังรูปที่ 3.17 และพบว่าแบนด์วิดท์ของโหมด TM จะแคบกว่าหรือเท่ากับแบนด์วิดท์ของโหมด TE ที่ทุกมุมตกกระทบ ϕ หรือทุกค่า β/k_0 ดังนั้นแบนด์วิดท์ของโหมด TM จะเท่ากับแบนด์วิดท์ของโหมดไฮบริด ทุกมุมตกกระทบ ϕ หรือทุกค่า β/k_0



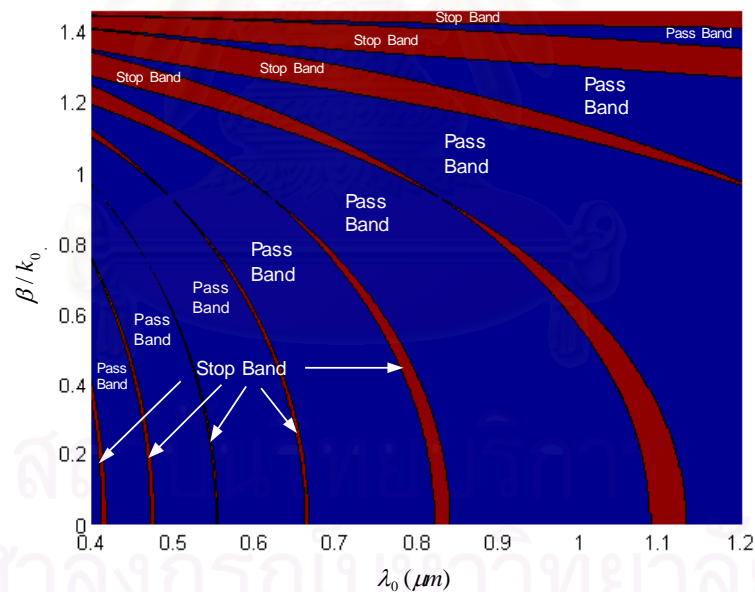
รูปที่ 3.17 แบนดวิดท์และโหมดที่ถูกนำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์
ของโหมดที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 5$ ในช่วง $1.0 \mu m < \lambda_0 < 2.2 \mu m$

3.7.5 การวิเคราะห์แบนดวิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่แกนมีค่าดรรชนีหักเหโหมด TE และ TM ในช่วง $0.4 \mu m < \lambda_0 < 1.2 \mu m$

ในหัวข้อที่ผ่านมาทั้งหมดได้วิเคราะห์แบนดวิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีแกนเป็นอากาศ นอกจากแกนของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์เป็นอากาศแล้ว หลักการวิเคราะห์แบนดวิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ดังกล่าว ยังใช้ได้กับกรณีที่เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์มีแกนที่ไม่ใช่อากาศได้ด้วย ซึ่งจะนำเสนอในหัวข้อนี้ พิจารณากรณีที่พารามิเตอร์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์มีค่าดังนี้ ดรรชนีหักเหของแกน $n_{co}^1 = 3.0$ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหน้อยกว่า $n_{cl}^1 = 1.5$ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหมากกว่า $n_{cl}^2 = 3.0$ การออกแบบวัสดุหุ้มใช้หลักการกักกันที่เหมาะสมที่สุด นั่นคือ $k_{cl}^1 l_{cl}^1 = k_{cl}^2 l_{cl}^2 = \pi/2$ จะได้ความหนาของวัสดุชนิดที่ 1 เป็น $l_{cl}^1 = 0.265 \mu m$ ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็น $l_{cl}^2 = 0.13 \mu m$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 1.55 \mu m$ พิจารณาค่าดรรชนีประสิทธิผล β/k_0 กับความยาวคลื่น λ_0 จะได้แบนดวิดท์ของโหมด TE และ TM ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ ที่ได้จากแถบผ่านและแถบหยุดโหมด TE และ TM ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ตามลำดับ ในช่วงความยาวคลื่น $0.4 \mu m < \lambda_0 < 1.2 \mu m$ ดังรูปที่ 3.18 และ 3.19 ตามลำดับ



รูปที่ 3.18 แบนด์วิดท์ของโหมด TE ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีพารามิเตอร์ $n_{co}^1 = 3.0$, $n_{cl}^1 = 1.5$, $n_{cl}^2 = 3.0$, $l_{cl}^1 = 0.265 \mu\text{m}$ และ $l_{cl}^2 = 0.13 \mu\text{m}$



รูปที่ 3.19 แบนด์วิดท์ของโหมด TM ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีพารามิเตอร์ $n_{co}^1 = 3.0$, $n_{cl}^1 = 1.5$, $n_{cl}^2 = 3.0$, $l_{cl}^1 = 0.265 \mu\text{m}$ และ $l_{cl}^2 = 0.13 \mu\text{m}$

จากการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่แกนมีค่าดรรชนีหักเห
มาก พบว่าจะมีแถบหยุดบางแถบที่ไม่มีช่วงความยาวคลื่นที่ทำให้ค่า $\beta/k_0 = 0$ ซึ่งแถบหยุด ดัง
กล่าวจะทำให้โหมดที่ถูกนำมิดิสเพอร์ชันต่ำกว่าโหมดอื่น ๆ ดังนั้นจึงมีความเป็นไปได้ที่จะออกแบบ

ให้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่แกนมีค่าดรรชนีหักเหเป็นเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีดิสเพอร์ชันแบบราบ (dispersion-flattened Bragg optical fiber)

นอกจากนี้แล้ว หลักการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ดังกล่าว ยังสามารถนำมาใช้ในการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียลได้อีกด้วย โดยชั้นวัสดุหุ้มของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียลจะเหมือนกับชั้นวัสดุหุ้มของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ ดังนั้นแบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล จะเท่ากับแบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ

2.8 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอการวิเคราะห์แบนด์วิดท์และขอบของแบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยพิจารณาเลขคลื่นโฟลควทและความสะท้อนของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์โหมด TE TM และ ไฮบริด สามารถวิเคราะห์ได้จากแถบหยุดโหมด TE TM และส่วนซ้อนทับกันระหว่างแถบหยุดโหมด TE กับแถบหยุดโหมด TM ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ตามลำดับ แบนด์วิดท์ที่ได้จากการวิเคราะห์โดยใช้เลขคลื่นโฟลควทจะเหมือนกับแบนด์วิดท์ที่ได้จากการวิเคราะห์โดยใช้ความสะท้อนในกรณีทีเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์มีจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มเป็นอนันต์ แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มในหนึ่งหน่วยเซลล์ในรูปแบบ $(n_h n_l)$ จะเท่ากับแบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีวัสดุหุ้มในหนึ่งหน่วยเซลล์ในรูปแบบ $(n_l n_h)$ นอกจากการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศแล้ว หลักการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ดังกล่าวยังสามารถนำมาใช้ในการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียลและแกนมีค่าดรรชนีหักเหเป็นได้อีกด้วย

บทที่ 4

การเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์

4.1 ความนำ

ในระบบการสื่อสารทางแสงนั้น นอกจากเราต้องการเส้นใยนำแสงที่มีค่าการสูญเสียสัญญาณแสงต่ำและแบนด์วิดท์กว้างแล้ว ยังต้องการดีสเพอร์ชันน้อยในช่วงแบนด์วิดท์ที่ใช้งานด้วยการเกิดแบบแผนคลื่นเดียวของเส้นใยนำแสงจะมีประโยชน์อย่างมากในการสื่อสารทางแสง เพราะสามารถลดผลจากดีสเพอร์ชันระหว่างโมดได้อย่างมาก ทำให้มีงานวิจัยที่นำเสนอเกี่ยวกับการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียว (quasi-single mode) ดังเช่น งานวิจัยในปี ค.ศ. 2000 M.Ibanescu และคณะ เสนอการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล โดยจะเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียว ที่ได้จากการพิจารณาช่วงความยาวคลื่นที่มีการกักกันกำลังแสงของสนามไฟฟ้าที่มีค่ามากกว่า 50% ในปี ค.ศ. 2001 S.G. Johnson และคณะ เสนอการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวของ OmniGuide fibers ซึ่งโมด TE_{01} ของเส้นใยนำแสงดังกล่าว มีการสูญเสียที่น้อยกว่าโมดอื่น ๆ ดังนั้นจึงเสมือนว่าเส้นใยนำแสงนำคลื่นโมดเดียวเท่านั้น ในปี ค.ศ. 2001 G.Ouyang และคณะ เสนอการเกิดแบบแผนคลื่นเดียวโมด TM_{01} ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล นอกจากนี้แล้ว ในปี ค.ศ. 2002 A. Argyros และคณะ ได้ศึกษาเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ แล้วพบว่าโมด TE_{01} ซึ่งเป็นโมดที่มีการสูญเสียที่น้อยกว่าโมดอื่น ๆ จึงเสมือนว่าเส้นใยนำแสงนำคลื่นโมดเดียวเท่านั้น จากงานวิจัยข้างต้นจะเห็นว่า ยังไม่มีงานวิจัยที่เกี่ยวกับการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโมด HE_{11} เงื่อนไขการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโมด HE_{11} และผลของการเปลี่ยนแปลงแกนอากาศของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ แกนอากาศ การเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโมด TM_{01} เงื่อนไขการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโมด TM_{01} และผลของการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล

ในบทนี้ จะใช้การวิเคราะห์โมดที่ถูกนำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยใช้วิธีแมนตรง และวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ และการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ ดังที่ได้กล่าวแล้วในบทที่ 2 ในบทที่ 3 ตามลำดับ ในกรณีตัวอย่าง บทนี้จะประกอบด้วยเนื้อหา ดังนี้

4.1 ความนำ

4.2 การเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโมด HE_{11} และเงื่อนไขการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโมด HE_{11} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ

4.3 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ

4.4 ผลของการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} แบบดิวิตท์ และพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศเมื่อ รัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง

4.5 การเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} และผลของแบนด์วิดท์ พารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียลเมื่อความหนาของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ l_{co}^1 เปลี่ยนแปลง

4.6 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล โดยการเปลี่ยนแปลงความหนาของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ

4.7 การเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} และผลของแบนด์วิดท์ พารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียลเมื่อดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ n_{co}^1 เปลี่ยนแปลง

4.8 สรุป

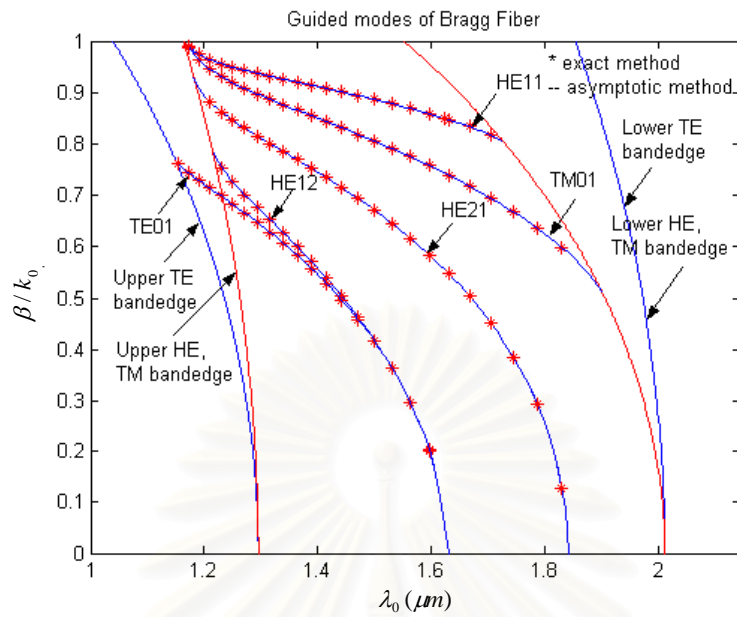
4.2 การเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} และเงื่อนไขการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ

พิจารณากรณีที่พารามิเตอร์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในรูปที่ 2.3 มีค่าดังนี้ ดรรชนีหักเหของแกนอากาศ $n_{co}^1 = 1$ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหมาก $n_{cl}^1 = 3.0$ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหน้อย $n_{cl}^2 = 1.5$ รัศมีของแกนอากาศ $\rho_{co}^1 = 1.0 \mu m$ การออกแบบชั้นวัสดุหุ้มใช้หลักการกักกันที่เหมาะสมที่สุด นั่นคือ $k_{cl}^1 l_{cl}^1 = k_{cl}^2 l_{cl}^2 = \pi/2$ จะได้ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็น $l_{cl}^1 = 0.13 \mu m$ ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็น $l_{cl}^2 = 0.265 \mu m$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 1.55 \mu m$ ในการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำนำโดยวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ ใช้จำนวนชั้นไดอิเล็กตริกในบริเวณคออร์ 7 ชั้น และในการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำนำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยวิธีแมนตรง ใช้จำนวนคู่ของวัสดุหุ้ม $(N-1)/2 = 15$ คู่ วัสดุรองเป็นอากาศ มีค่าดรรชนีหักเห $n_{sub} = 1.0$ จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง β/k_0 ของโหมดที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 2$ กับความยาวคลื่น (λ_0) ดังรูปที่ 4.1

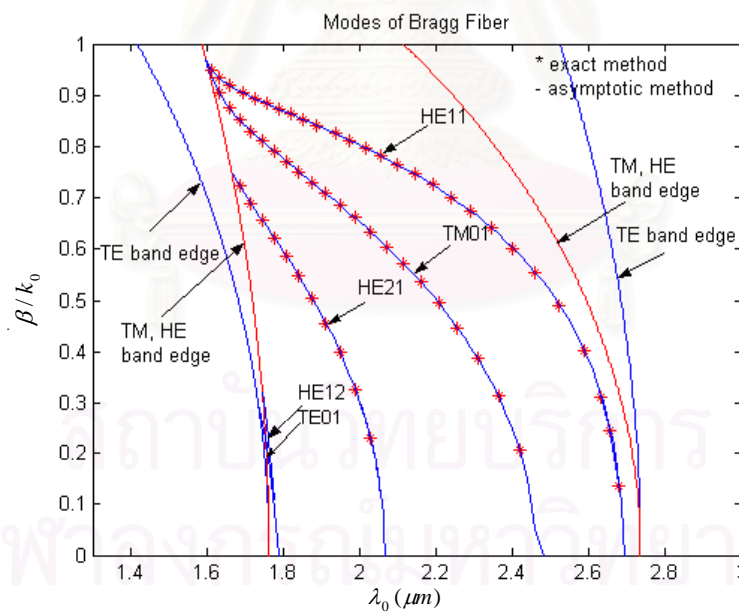
เมื่อพิจารณาโหมดที่ถูกลำดับที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 2$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 1.55 \mu\text{m}$ ซึ่งเป็นโหมดที่มีการสูญเสียน้อยเมื่อเทียบกับโหมดอื่น ๆ พบว่าโหมด HE_{11} และ TM_{01} ที่ความยาวคลื่นตัด (cutoff wavelength) λ_{cut} มีค่า $\beta/k_0 \neq 0$ โดยที่ทุก ๆ ค่าความยาวคลื่น เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในกรณีนี้ จะเกิดโหมดได้หลายโหมด เรียกเส้นใยนำแสงนี้ว่า เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ชนิดโหมดร่วม (multi-mode Bragg optical fiber) เพื่อต้องการทำให้เกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโหมด HE_{11} เราต้องเลื่อนความยาวคลื่นกลาง λ_c ไปทางความยาวคลื่นยาว (long wavelength) ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 2.14 \mu\text{m}$ หรือความถี่กลาง $f_c = 140 \text{THz}$ จะได้ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็น $l_{cl}^1 = 0.1783 \mu\text{m}$ ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็น $l_{cl}^2 = 0.3567 \mu\text{m}$ พบว่าจะเกิดโหมด HE_{11} ในช่วงความยาวคลื่น $2.48 \mu\text{m} < \lambda_0 < 2.69 \mu\text{m}$ ดังรูปที่ 4.2 และเมื่อพิจารณาโหมดที่ถูกลำดับที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 5$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 2.14 \mu\text{m}$ พบว่าในช่วงความยาวคลื่น $2.48 \mu\text{m} < \lambda_0 < 2.69 \mu\text{m}$ นอกจากโหมด HE_{11} แล้ว ยังเกิดโหมด HE_{32}, HE_{41} และ HE_{51} อยู่ในช่วงความยาวคลื่น ดังกล่าวด้วย ดังรูปที่ 4.3 อย่างไรก็ตาม สนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมดดังกล่าวจะอยู่ในแกนอากาศน้อยและสนามแม่เหล็กไฟฟ้าส่วนใหญ่อยู่ในวัสดุหุ้ม ดังแสดงในหัวข้อที่ 4.3

ดังนั้นในกรณีที่เกิดโหมด TM_{01} จะได้เงื่อนไขการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโหมด HE_{11} คือ $\lambda_{UBE}|_{\beta/k_0=0} < \lambda_{CWHE_{11}} < \lambda_{CWTM_{01}} < \lambda_{LBE}|_{\beta/k_0=0}$ และในกรณีที่ไม่เกิดโหมด TM_{01} จะได้เงื่อนไขการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโหมด HE_{11} คือ $\lambda_{UBE}|_{\beta/k_0=0} < \lambda_{CWHE_{11}} < \lambda_{LBE}|_{\beta/k_0=0}$ เมื่อ $\lambda_{UBE}|_{\beta/k_0=0}$ เป็นความยาวคลื่นที่ขอบบนของแบนด์วิดท์ที่ $\beta/k_0 = 0$ $\lambda_{LBE}|_{\beta/k_0=0}$ เป็นความยาวคลื่นที่ขอบล่างของแบนด์วิดท์ที่ $\beta/k_0 = 0$ $\lambda_{CWHE_{11}}$ เป็นความยาวคลื่นตัดของโหมด HE_{11} และ $\lambda_{CWTM_{01}}$ เป็นความยาวคลื่นตัดของโหมด TM_{01}

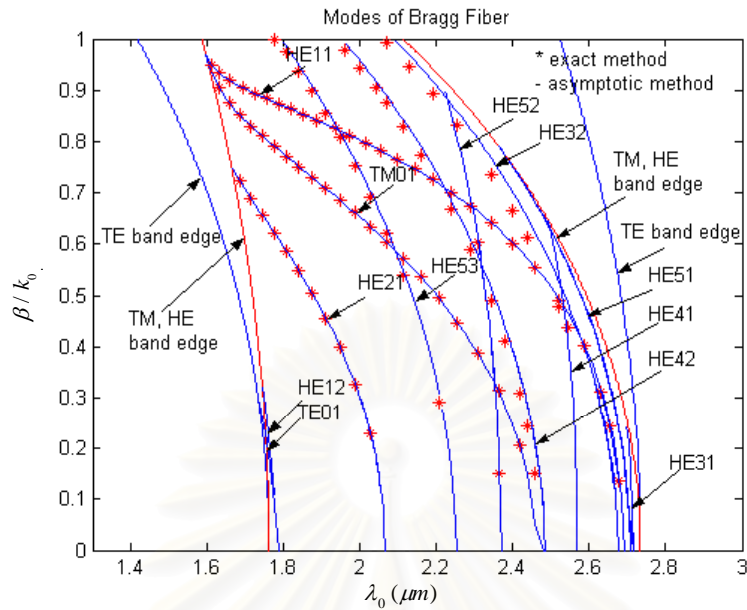
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.1 โมดที่ถูกนำของโมดที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 2$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 1.55 \mu\text{m}$



รูปที่ 4.2 โมดที่ถูกนำของโมดที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 2$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 2.14 \mu\text{m}$



รูปที่ 4.3 โหมดที่ถูกนำของโหมดที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 5$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 2.14 \mu\text{m}$

4.3 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโหมด HE_{11} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ

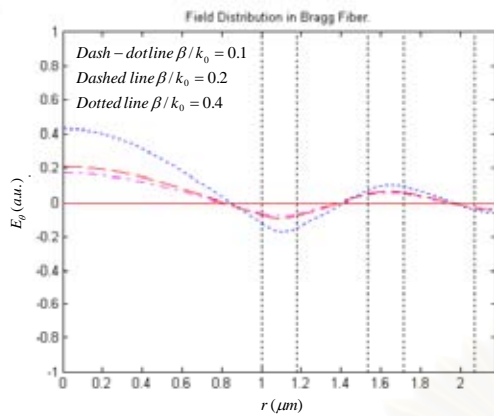
ในหัวข้อที่ 4.2 ได้กล่าวการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโหมด HE_{11} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ พิจารณากรณีทีพารามิเตอร์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในรูปแบบที่ 2.3 มีค่าดังนี้ ดรรชนีหักเหของแกนอากาศ $n_{co}^1 = 1$ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหมาก $n_{cl}^1 = 3.0$ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหน้อย $n_{cl}^2 = 1.5$ รัศมีของแกนอากาศ $\rho_{co}^1 = 1.0 \mu\text{m}$ การออกแบบชั้นวัสดุหุ้มใช้หลักการกักกันที่เหมาะสมที่สุด นั่นคือ $k_{cl}^1 l_{cl}^1 = k_{cl}^2 l_{cl}^2 = \pi/2$ จะได้ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็น $l_{cl}^1 = 0.1783 \mu\text{m}$ ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็น $l_{cl}^2 = 0.3567 \mu\text{m}$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 2.14 \mu\text{m}$ จากการวิเคราะห์โหมดที่ถูกนำดังรูปที่ 4.3 จะได้ค่าดรรชนีประสิทธิผลที่ความยาวคลื่นใด ๆ หรือค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่นของโหมดไฮบริดที่มีอันดับ $1 \leq l \leq 5$ ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $2.48 \mu\text{m} < \lambda_0 < 2.69 \mu\text{m}$ ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 ค่าความยาวคลื่น λ_0 ที่ค่า $\beta/k_0 = 0.1, 0.2, 0.4$ และ 0.6 ของโหมดไฮบริดที่มีอันดับ $1 \leq l \leq 5$ ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $2.48 \mu m < \lambda_0 < 2.69 \mu m$

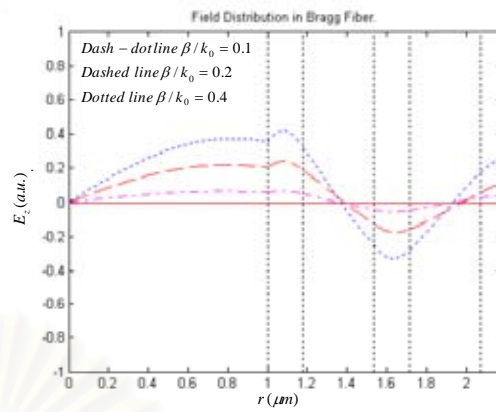
โหมด	λ_0 ที่ค่า $\beta/k_0 = 0.1, 0.2, 0.4$ และ 0.6				เซตของเลขชี้กำลัง $\{m, n, p, q\}$
	$\lambda_0 (\mu m)$ ที่ $\beta/k_0 = 0.1$	$\lambda_0 (\mu m)$ ที่ $\beta/k_0 = 0.2$	$\lambda_0 (\mu m)$ ที่ $\beta/k_0 = 0.4$	$\lambda_0 (\mu m)$ ที่ $\beta/k_0 = 0.6$	
HE_{11}	2.6836	2.6652	2.5878	-	{10,11,13,12}
HE_{32}	2.6694	2.6520	2.5862	-	{11,11,13,13}
HE_{41}	2.5674	2.5641	2.5451	2.5055	{12,11,13,14}
HE_{51}	-	2.6860	2.6258	2.5174	{14,14,17,16}

เมื่อทราบค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่นแล้ว เราสามารถหาการกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ความยาวคลื่นใด ๆ โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับได้ดังรูปที่ 4.4 ถึง 4.7 เมื่อให้ $E_\theta (a.u.) = E_\theta \times 10^m$, $E_z (a.u.) = E_z \times 10^n$, $H_\theta (a.u.) = H_\theta \times 10^p$ และ $H_z (a.u.) = H_z \times 10^q$

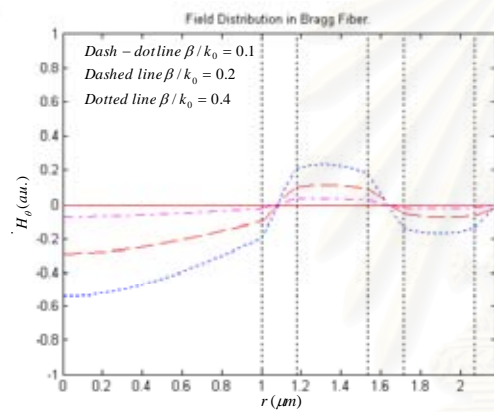
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



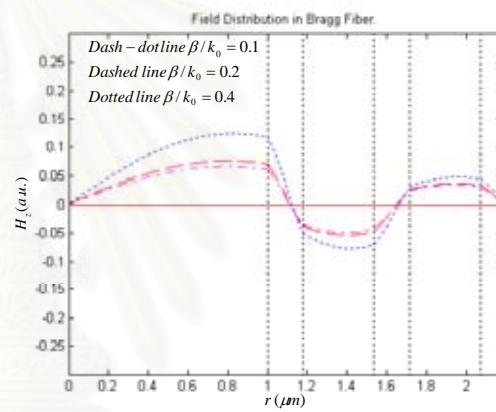
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

รูปที่ 4.4 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมด HE_{11}

ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $2.48 \mu m < \lambda_0 < 2.69 \mu m$

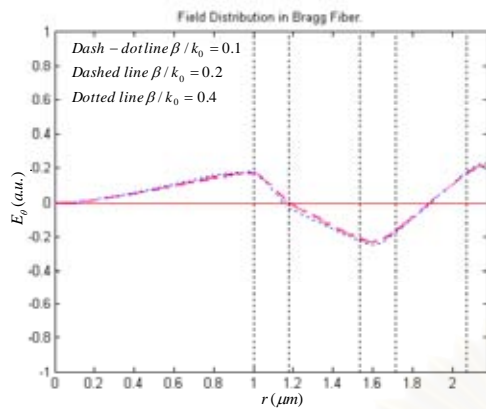
(ก) ขนาดของ E_θ

(ข) ขนาดของ E_z

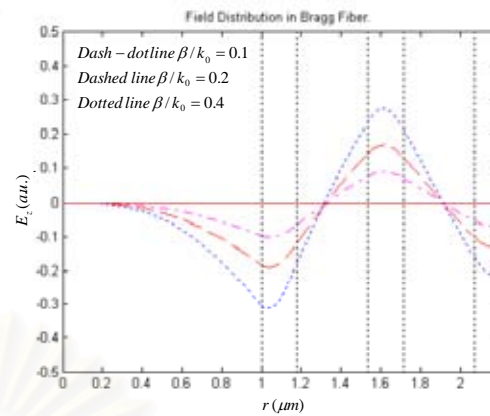
(ค) ขนาดของ H_θ

(ง) ขนาดของ H_z

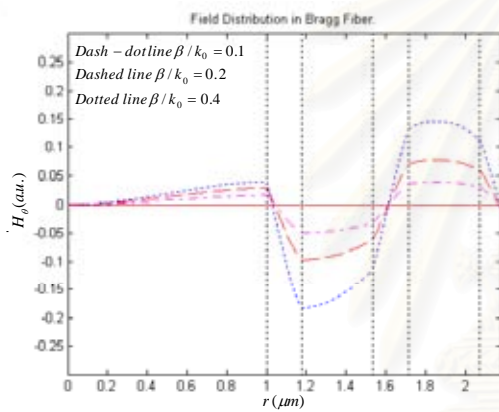
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



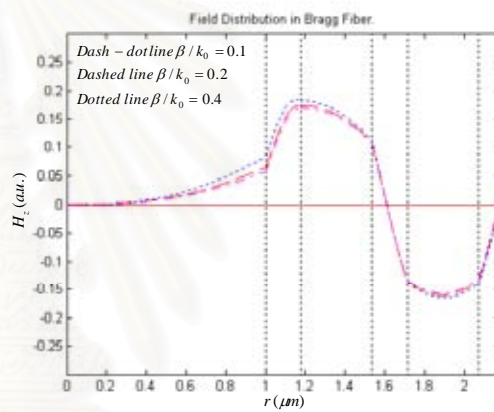
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

รูปที่ 4.5 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมด HE_{32}

ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $2.48 \mu\text{m} < \lambda_0 < 2.69 \mu\text{m}$

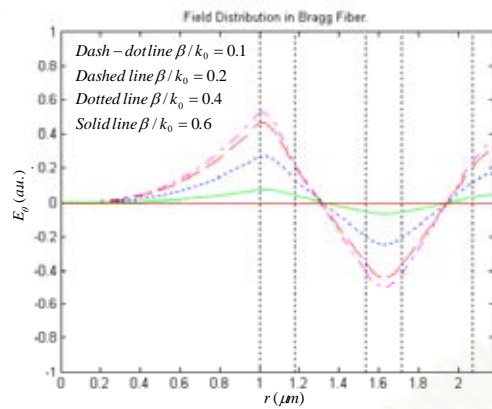
(ก) ขนาดของ E_θ

(ข) ขนาดของ E_z

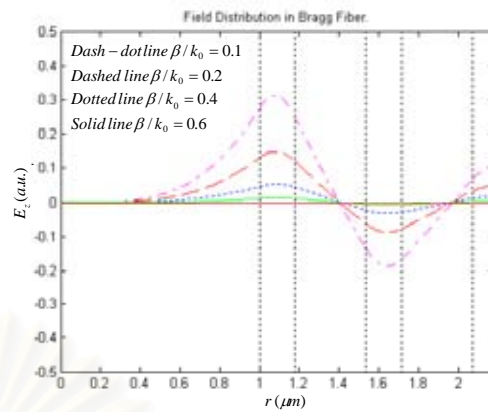
(ค) ขนาดของ H_θ

(ง) ขนาดของ H_z

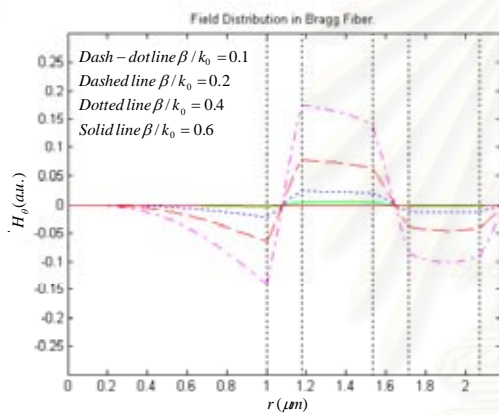
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



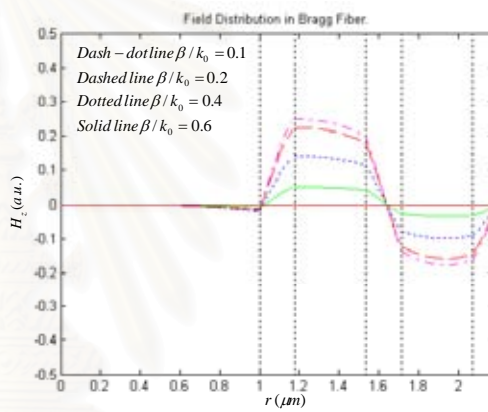
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

รูปที่ 4.6 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมด HE_{41}

ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $2.48 \mu m < \lambda_0 < 2.69 \mu m$

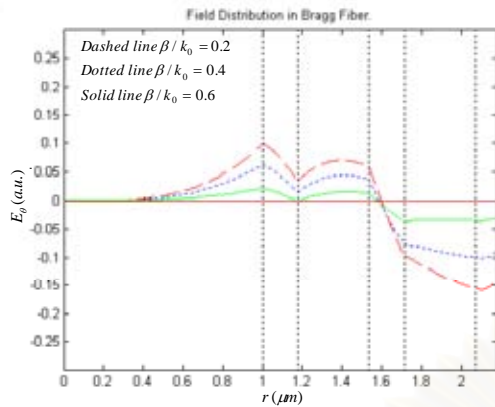
(ก) ขนาดของ E_θ

(ข) ขนาดของ E_z

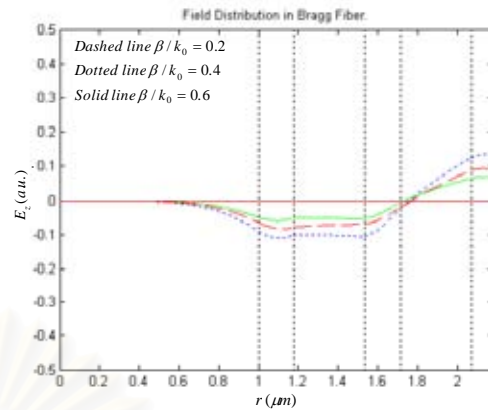
(ค) ขนาดของ H_θ

(ง) ขนาดของ H_z

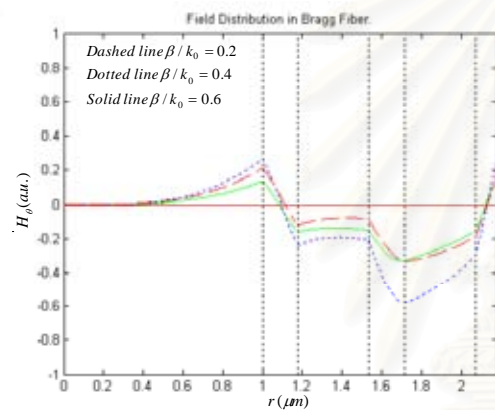
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



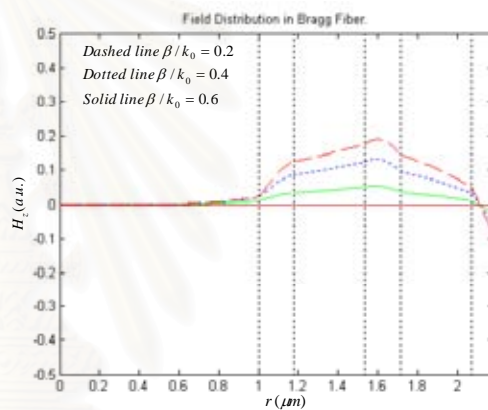
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

รูปที่ 4.7 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมด HE_{51}

ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $2.48 \mu\text{m} < \lambda_0 < 2.69 \mu\text{m}$

(ก) ขนาดของ E_θ

(ข) ขนาดของ E_z

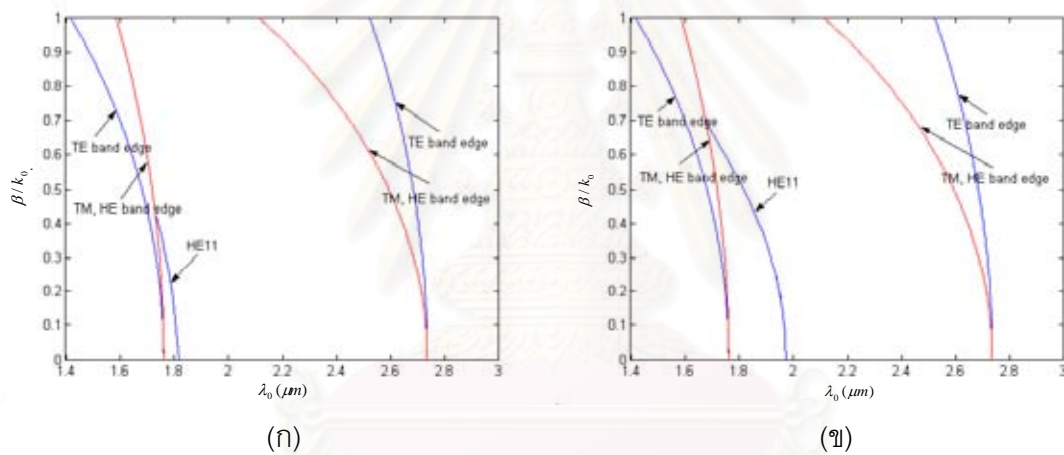
(ค) ขนาดของ H_θ

(ง) ขนาดของ H_z

พิจารณาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมดไฮบริดที่มีอันดับ $1 \leq l \leq 5$ ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $2.48 \mu\text{m} < \lambda_0 < 2.69 \mu\text{m}$ พบว่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณแกนอากาศของโหมด HE_{11} จะอยู่ในบริเวณแกนอากาศมากกว่าโหมดไฮบริดอื่น ๆ สำหรับโหมดที่มีอันดับมากขึ้น สนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะอยู่ในบริเวณวัสดุหุ้มมากขึ้น และสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะลดลงเรื่อย ๆ ตามแนวรัศมี ดังนั้นช่วงความยาวคลื่น $2.48 \mu\text{m} < \lambda_0 < 2.69 \mu\text{m}$ จะเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ

4.4 ผลของการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} แบนด์วิดท์ และพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง

ในหัวข้อที่ 4.2 และ 4.3 ได้แสดงให้เห็นว่า เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศสามารถทำให้เกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} ได้ ในหัวข้อนี้จะศึกษาผลของการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} แบนด์วิดท์ และพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง พิจารณาเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศที่มีพารามิเตอร์วัสดุหุ้มของเส้นใยนำแสงดังหัวข้อที่ 4.3 เมื่อเปลี่ยนรัศมีของแกนอากาศจาก $0.45 \mu m$ ถึง $1.05 \mu m$ จะมีผลต่อการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} ดังรูปที่ 4.8



รูปที่ 4.8 ผลของการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11}

ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ เมื่อเปลี่ยนแปลงรัศมีของแกนอากาศ

(ก) $\rho_{co}^1 = 0.45 \mu m$

(ข) $\rho_{co}^1 = 0.55 \mu m$

(ค) $\rho_{co}^1 = 0.65 \mu m$

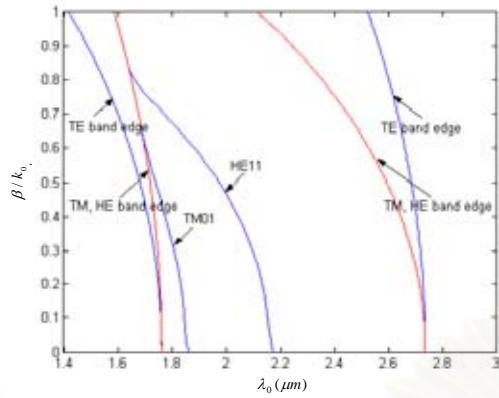
(ง) $\rho_{co}^1 = 0.75 \mu m$

(จ) $\rho_{co}^1 = 0.85 \mu m$

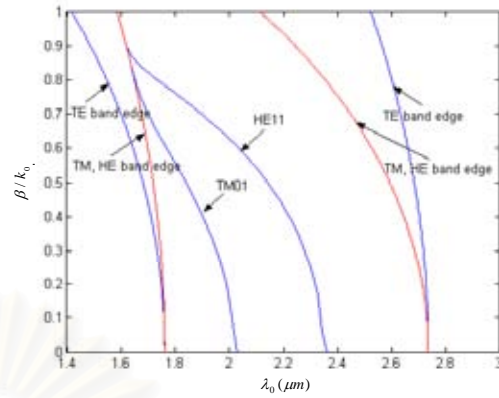
(ฉ) $\rho_{co}^1 = 0.95 \mu m$

(ช) $\rho_{co}^1 = 1.00 \mu m$

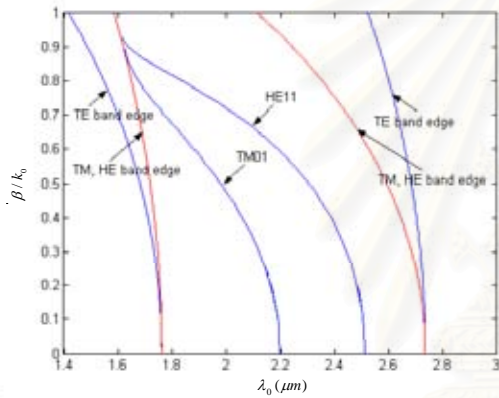
(ซ) $\rho_{co}^1 = 1.05 \mu m$



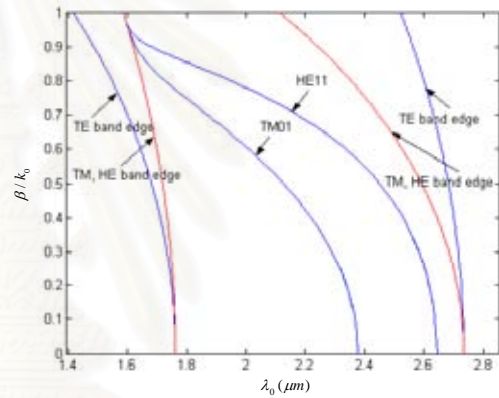
(ก)



(ง)



(จ)



(ฉ)

รูปที่ 4.8 (ต่อ) ผลของการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ เมื่อเปลี่ยนแปลงรัศมีของแกนอากาศ

(ก) $\rho_{co}^1 = 0.45 \mu m$

(ข) $\rho_{co}^1 = 0.55 \mu m$

(ค) $\rho_{co}^1 = 0.65 \mu m$

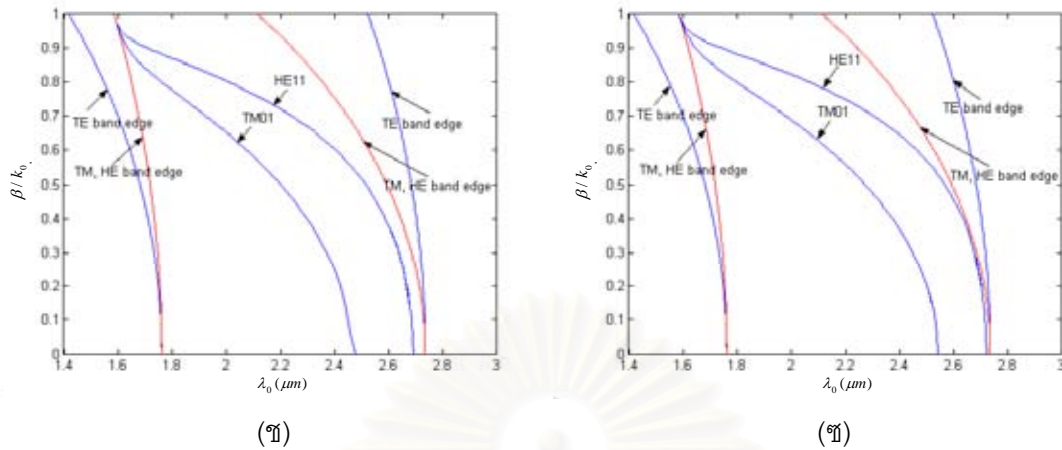
(ง) $\rho_{co}^1 = 0.75 \mu m$

(จ) $\rho_{co}^1 = 0.85 \mu m$

(ฉ) $\rho_{co}^1 = 0.95 \mu m$

(ฉ) $\rho_{co}^1 = 1.00 \mu m$

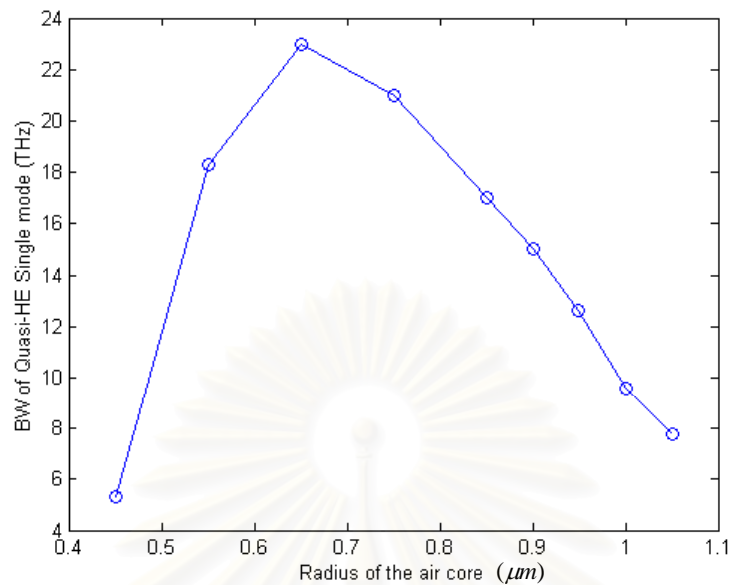
(ช) $\rho_{co}^1 = 1.05 \mu m$



รูปที่ 4.8 (ต่อ) ผลของการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11}
ในเส้นใยนำแสงแบบแบริกแกนอากาศ เมื่อเปลี่ยนแปลงรัศมีของแกนอากาศ

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| (ก) $\rho_{co}^1 = 0.45 \mu m$ | (ข) $\rho_{co}^1 = 0.55 \mu m$ |
| (ค) $\rho_{co}^1 = 0.65 \mu m$ | (ง) $\rho_{co}^1 = 0.75 \mu m$ |
| (จ) $\rho_{co}^1 = 0.85 \mu m$ | (ฉ) $\rho_{co}^1 = 0.95 \mu m$ |
| (ช) $\rho_{co}^1 = 1.00 \mu m$ | (ซ) $\rho_{co}^1 = 1.05 \mu m$ |

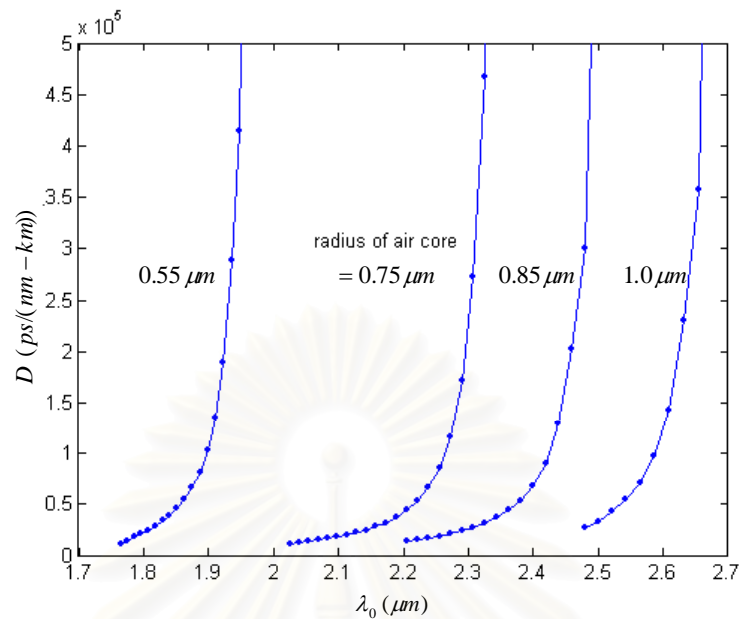
พิจารณาผลของการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง พบว่ารัศมีของแกนอากาศน้อย ๆ จะเกิดเฉพาะโหมด HE_{11} แบนด์วิธของการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} หาได้จาก $BW_{QSMHE_{11}} = f_{UBE}|_{\beta/k_0=0} - f_{CFHE_{11}}$ เมื่อ $f_{UBE}|_{\beta/k_0=0}$ เป็นความถี่ที่ขอบบนของแบนด์วิธที่ $\beta/k_0 = 0$ $f_{CFHE_{11}}$ เป็นความถี่ตัดของโหมด HE_{11} เมื่อรัศมีของแกนอากาศมากขึ้น จะเกิดโหมด TM_{01} ความถี่ตัดของโหมด TM_{01} และความถี่ตัดของโหมด HE_{11} จะเลื่อนไปทางความถี่ต่ำหรือความยาวคลื่นยาว แบนด์วิธของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} หาได้จาก $BW_{QSMHE_{11}} = f_{CFHE_{11}} - f_{CFM_{01}}$ เมื่อ $f_{CFHE_{11}}$ เป็นความถี่ตัดของโหมด TM_{01} จะได้แบนด์วิธของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} ขึ้นกับรัศมีของแกนอากาศ ดังรูปที่ 4.9



รูปที่ 4.9 ความสัมพันธ์ระหว่างแบนด์วิดท์ของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} กับรัศมีของแกนอากาศ ในเส้นใยนำแสงแบบแบริกแกนอากาศ

พิจารณาแบนด์วิดท์ของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง พบว่ารัศมีของแกนอากาศน้อย เป็นช่วงที่เกิดเฉพาะโหมด HE_{11} แบนด์วิดท์จะน้อย เมื่อเพิ่มรัศมีของแกนอากาศ จะเริ่มเกิดโหมด TM_{01} แบนด์วิดท์จะมากขึ้น จนกระทั่งได้แบนด์วิดท์ที่มากที่สุด เมื่อเพิ่มรัศมีของแกนอากาศอีก แบนด์วิดท์จะลดลง และเมื่อ $\lambda_{cWTM_{01}} \geq \lambda_{cWHE_{11}}$ ก็จะไม่เกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11}

การเปลี่ยนแปลงรัศมีของแกนอากาศ นอกจากจะมีผลต่อการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} และแบนด์วิดท์ของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} แล้ว ยังมีผลต่อดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} อีกด้วย เมื่อเปลี่ยนรัศมีของแกนอากาศจาก $0.45 \mu\text{m}$ ถึง $1.05 \mu\text{m}$ พบว่าทุก ๆ ค่ารัศมีของแกนอากาศ พารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} จะมีค่ามาก เนื่องมาจากการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} เป็นช่วงแรกของการเกิดโหมด HE_{11} และไม่มีควมยาวคลื่นที่ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์ ดังรูปที่ 4.10

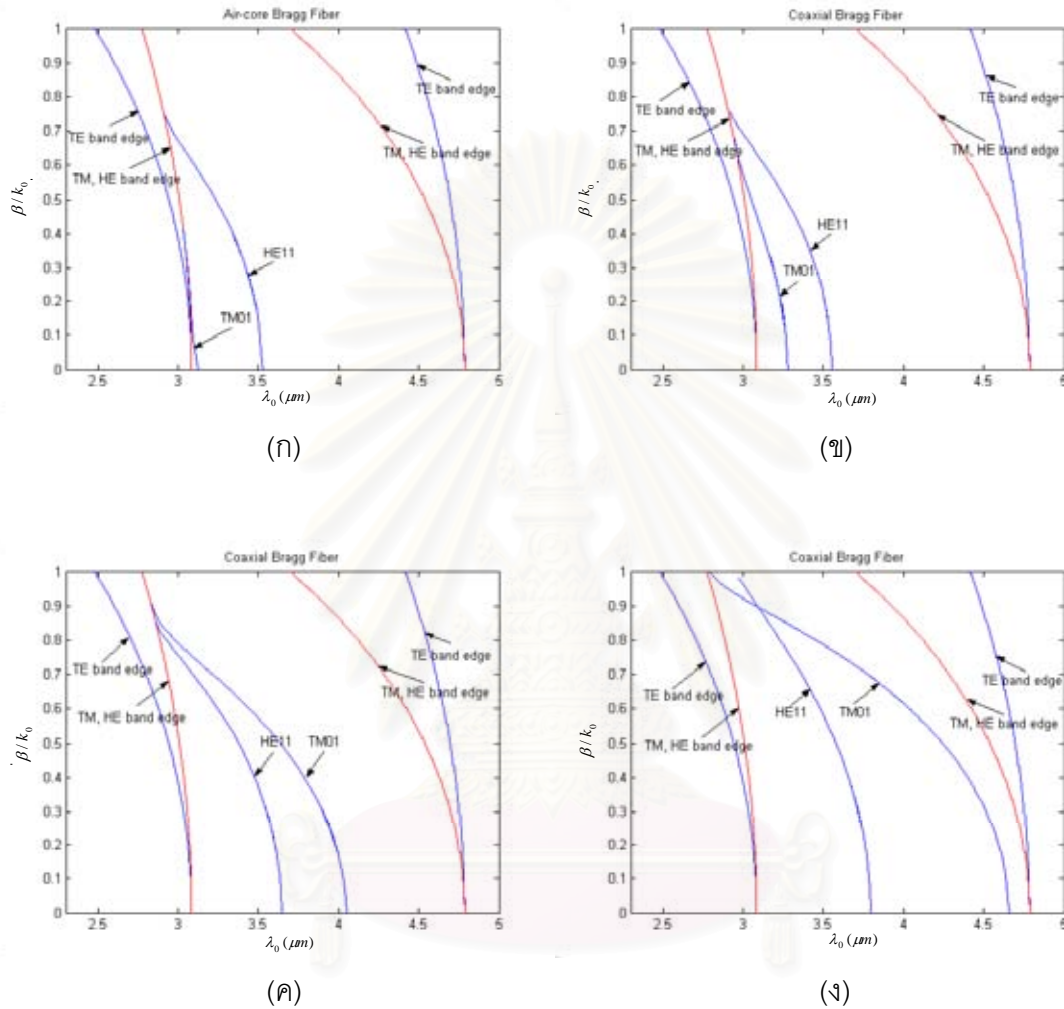


รูปที่ 4.10 ความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} ตามค่าความยาวคลื่น เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง

4.5 การเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} และผลของแบนด์วิดท์ พารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล เมื่อความหนาของไดอิเล็กทริกในแกนอากาศ l_{co}^1 เปลี่ยนแปลง

นอกจากการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศแล้ว ยังสามารถทำให้เกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} ได้ โดยการแทรกไดอิเล็กทริกในแกนอากาศ เรียกเส้นใยนำแสงชนิดนี้ว่า เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล ซึ่งการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล ทำได้โดยการเปลี่ยนแปลงความหนาของไดอิเล็กทริกในแกนอากาศให้มีค่าที่เหมาะสม พิจารณากรณีที่พารามิเตอร์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในรูปที่ 2.3 มีค่าดังนี้ ดรรชนีหักเหของแกน $n_{co}^1 = 3.0$ และ $n_{co}^2 = 1.0$ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหมาก $n_{cl}^1 = 3.0$ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหน้อย $n_{cl}^2 = 1.5$ การออกแบบชั้นวัสดุหุ้มใช้หลักการกักกันที่เหมาะสมที่สุด นั่นคือ $k_{cl}^1 l_{cl}^1 = k_{cl}^2 l_{cl}^2 = \pi/2$ จะได้ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็น $l_{cl}^1 = 0.3125 \mu m$ ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็น $l_{cl}^2 = 0.625 \mu m$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 3.75 \mu m$ เมื่อเปลี่ยนความหนา

ของไดอิเล็กตริก l_{co}^1 จาก $0.0 \mu m$ ถึง $0.4 \mu m$ โดยที่ $l_{co}^1 + l_{co}^2 = 1.0 \mu m$ จะมีผลต่อการเกิดโหมด TM_{01} และ HE_{11} ในเส้นใยนำแสงแบบโคแอกเซียล ดังรูปที่ 4.11



รูปที่ 4.11 ผลของการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01}

ในเส้นใยนำแสงแบบรอกโคแอกเซียล เมื่อความหนาของไดอิเล็กตริกเปลี่ยนแปลง

(ก) $l_{co}^1 = 0.00 \mu m$

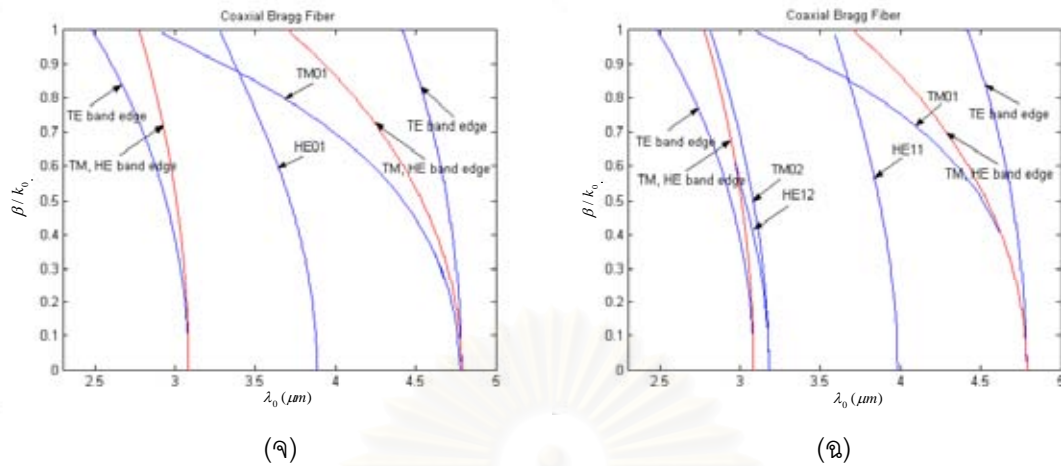
(ข) $l_{co}^1 = 0.10 \mu m$

(ค) $l_{co}^1 = 0.20 \mu m$

(ง) $l_{co}^1 = 0.30 \mu m$

(จ) $l_{co}^1 = 0.35 \mu m$

(ฉ) $l_{co}^1 = 0.40 \mu m$



รูปที่ 4.11 (ต่อ) ผลของการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01}

ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล เมื่อความหนาของไดอิเล็กตริกเปลี่ยนแปลง

(ก) $l_{co}^1 = 0.00 \mu m$

(ข) $l_{co}^1 = 0.10 \mu m$

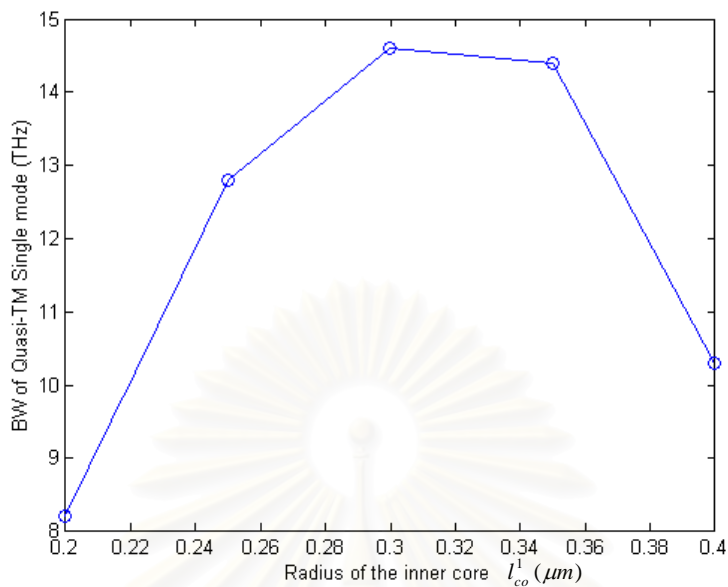
(ค) $l_{co}^1 = 0.20 \mu m$

(ง) $l_{co}^1 = 0.30 \mu m$

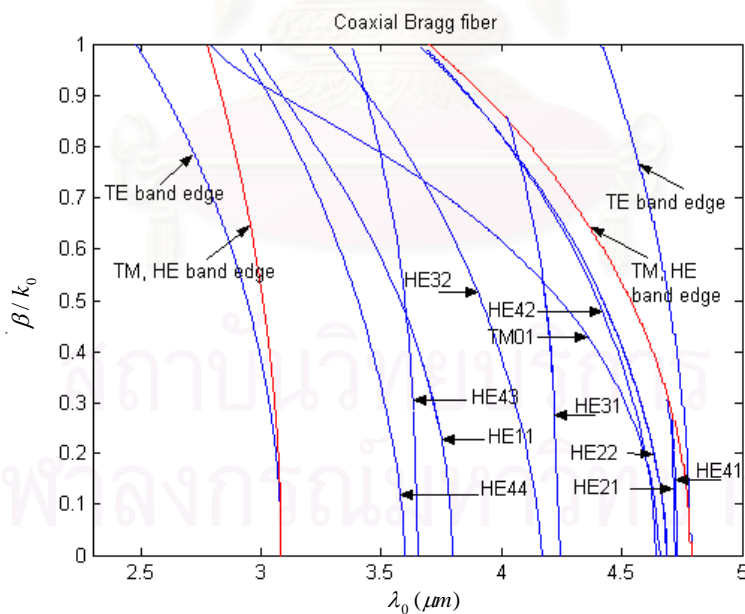
(จ) $l_{co}^1 = 0.35 \mu m$

(ฉ) $l_{co}^1 = 0.40 \mu m$

โดยปกติแล้ว เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศจะเกิดโหมด HE_{11} ก่อนโหมด TM_{01} เสมอ นั่นคือ $\lambda_{CWHE_{11}} > \lambda_{CWTM_{01}}$ ดังรูปที่ 4.11 (ก) เมื่อแทรกไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ พบว่า ไดอิเล็กตริกที่แทรกเข้าไปในแกนอากาศจะมีผลต่อการเกิดโหมด TM_{01} มากกว่าการเกิดโหมด HE_{11} นั่นคือความยาวคลื่นตัดของโหมด TM_{01} จะเลื่อนไปทางความยาวคลื่นยาวมากกว่าความยาวคลื่นตัดของโหมด HE_{11} ดังรูปที่ 4.11 (ข) ให้แบนด์วิดท์ของการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} เป็น $BW_{QSMTM_{01}}$ จะได้ $BW_{QSMTM_{01}} = f_{CFHE_{11}} - f_{CFTM_{01}}$ เมื่อ $f_{CFHE_{11}}$ เป็นความถี่ตัดของโหมด HE_{11} และ $f_{CFTM_{01}}$ เป็นความถี่ตัดของโหมด TM_{01} เมื่อเพิ่มความหนาของไดอิเล็กตริก l_{co}^1 จะทำให้ความยาวคลื่นตัดของโหมด TM_{01} เลื่อนไปทางความยาวคลื่นยาวมากขึ้น นั่นคือ $BW_{QSMTM_{01}}$ มีค่ามากขึ้น ดังรูปที่ 4.11 (ค) ถึง (จ) และเมื่อเพิ่ม l_{co}^1 มากจนเกินไป จะทำให้ $BW_{QSMTM_{01}}$ มีค่าลดลง ดังรูปที่ 4.11 (ฉ) ดังนั้นจะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง $BW_{QSMTM_{01}}$ กับ l_{co}^1 ดังรูปที่ 4.12



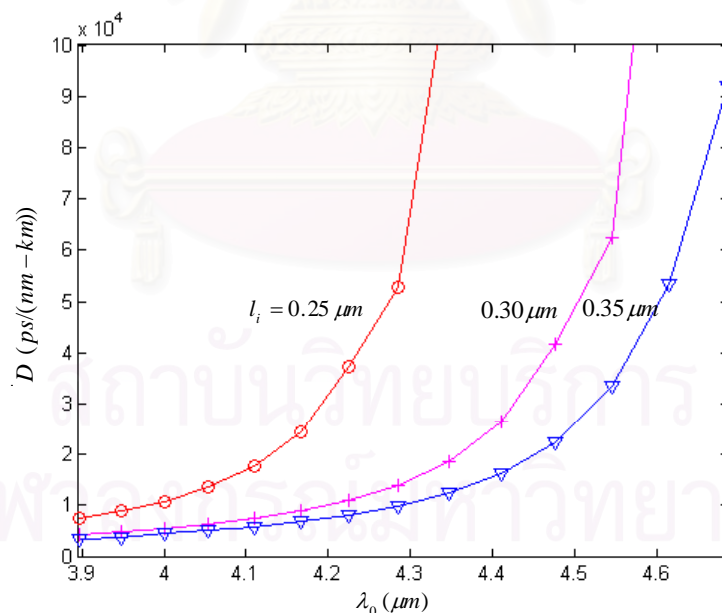
รูปที่ 4.12 ความสัมพันธ์ระหว่างแบนด์วิดท์ของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} กับความหนาของไดอิเล็กทริกในแกนอากาศ ในเส้นใยนำแสงแบบแบริกโคแอกเซียล



รูปที่ 4.13 โมดที่ถูกนำของโหมดที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 4$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 3.75 \mu\text{m}$ และ $l_{co}^1 = 0.3 \mu\text{m}$

เมื่อพิจารณาโหมดที่ถูกนำที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 4$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 3.75 \mu\text{m}$ ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียลที่มีความหนาของไดอิเล็กตริกในอากาศ $l_{co}^1 = 0.3 \mu\text{m}$ พบว่าในช่วงความยาวคลื่น $3.7975 \mu\text{m} < \lambda_0 < 4.6584 \mu\text{m}$ นอกจากเกิดโหมด TM_{01} แล้ว ยังเกิดโหมด $HE_{22}, HE_{31}, HE_{32}$ และ HE_{42} อยู่ในช่วงความยาวคลื่นดังกล่าวด้วย ดังรูปที่ 4.13 อย่างไรก็ตาม สนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมดดังกล่าวจะอยู่ในบริเวณแกนน้อย และสนามแม่เหล็กไฟฟ้าส่วนใหญ่อยู่ในวัสดุหุ้ม ดังแสดงในหัวข้อที่ 4.6

การเปลี่ยนแปลงความหนาของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ l_{co}^1 นอกจากจะมีผลต่อการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} และแบนด์วิดท์ของการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} แล้ว ยังมีผลต่อดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} อีกด้วย เมื่อเปลี่ยนแปลงความหนาของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ l_{co}^1 จาก $0.25 \mu\text{m}$ ถึง $0.35 \mu\text{m}$ พบว่าทุก ๆ ค่า l_{co}^1 พารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} จะมีค่ามาก เนื่องมาจากการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} เป็นช่วงแรกของการเกิดโหมด TM_{01} และไม่มีควมยาวคลื่นที่ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์ ดังรูปที่ 4.14



รูปที่ 4.14 ความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} ตามค่าความยาวคลื่น เมื่อความหนาของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศเปลี่ยนแปลง

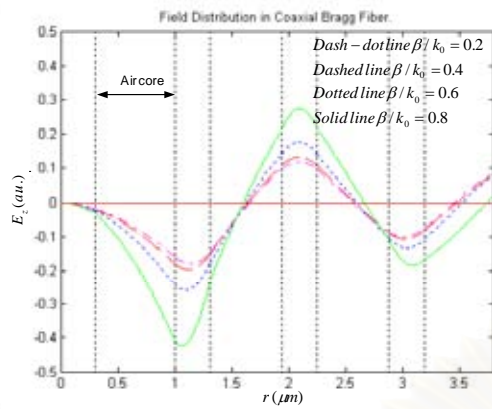
4.6 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของแบบแผ่นกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล โดยการเปลี่ยนแปลงความหนาของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ

ในหัวข้อที่ 4.5 ได้กล่าวการเกิดแบบแผ่นกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล พิจารณากรณีที่พารามิเตอร์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในรูปแบบที่ 2.3 มีค่าดังนี้ ดรรชนีหักเหของแกนอากาศ $n_{co}^1 = 1$ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหมาก $n_{cl}^1 = 3.0$ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหน้อย $n_{cl}^2 = 1.5$ ความหนาของไดอิเล็กตริก $l_{co}^1 = 0.3 \mu m$ การออกแบบชั้นวัสดุหุ้มใช้หลักการกักกันที่เหมาะสมที่สุด นั่นคือ $k_{cl}^1 l_{cl}^1 = k_{cl}^2 l_{cl}^2 = \pi/2$ จะได้ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็น $l_{cl}^1 = 0.1783 \mu m$ ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็น $l_{cl}^2 = 0.3567 \mu m$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 3.75 \mu m$ จากการวิเคราะห์โหมดที่ภู่กานำดังรูปที่ 4.13 จะได้ค่าดรรชนีประสิทธิผลที่ความยาวคลื่นใด ๆ หรือค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่นของโหมดไฮบริดที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 4$ ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $3.7975 \mu m < \lambda_0 < 4.6584 \mu m$ ดังตารางที่ 4.2

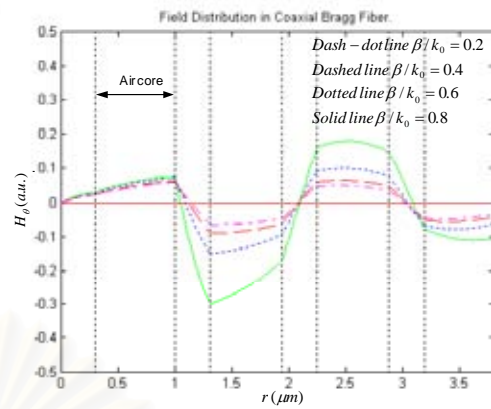
ตารางที่ 4.2 ค่าความยาวคลื่น λ_0 ที่ค่า $\beta/k_0 = 0.2, 0.4, 0.6$ และ 0.8 ของโหมดที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 4$ ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $3.7975 \mu m < \lambda_0 < 4.6584 \mu m$

โหมด	λ_0 ที่ค่า $\beta/k_0 = 0.2, 0.4, 0.6$ และ 0.8				เซตของเลขที่ กำลัง $\{m, n, p, q\}$
	$\lambda_0 (\mu m)$ ที่ $\beta/k_0 = 0.2$	$\lambda_0 (\mu m)$ ที่ $\beta/k_0 = 0.4$	$\lambda_0 (\mu m)$ ที่ $\beta/k_0 = 0.6$	$\lambda_0 (\mu m)$ ที่ $\beta/k_0 = 0.8$	
TM_{01}	4.5924	4.3980	4.0367	3.4531	$\{-, 0, 2, -\}$
HE_{22}	4.6324	4.5077	4.3132	4.0355	$\{9, 9, 11, 11\}$
HE_{31}	4.2200	4.2050	4.1516	4.0582	$\{10, 9, 11, 12\}$
HE_{32}	4.1077	3.9921	3.8218	-	$\{9, 9, 11, 12\}$
HE_{42}	4.5975	4.4824	4.2962	4.0309	$\{10, 8, 11, 12\}$

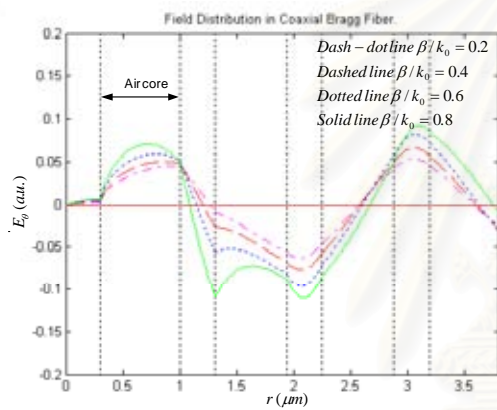
เมื่อทราบค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่นแล้ว สามารถหาการกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ความยาวคลื่นใด ๆ โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับได้ดังรูปที่ 4.15 ถึง 4.19 เมื่อให้ $E_\theta(a.u.) = E_\theta \times 10^m$, $E_z(a.u.) = E_z \times 10^n$, $H_\theta(a.u.) = H_\theta \times 10^p$ และ $H_z(a.u.) = H_z \times 10^q$



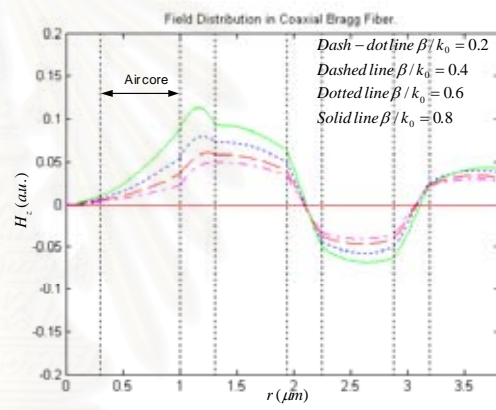
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

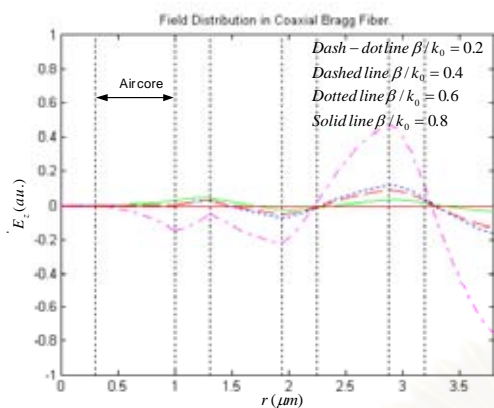
รูปที่ 4.15 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมด HE_{22}

ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $3.7975 \mu m < \lambda_0 < 4.6584 \mu m$

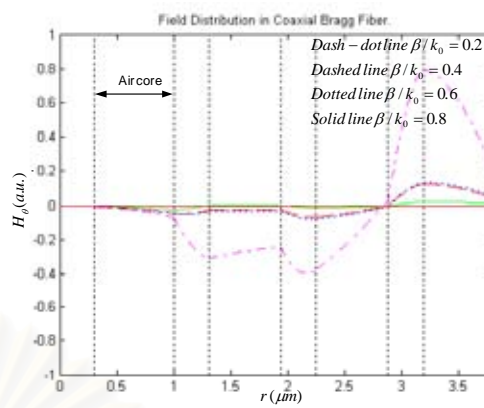
(ก) ขนาดของ E_z (ข) ขนาดของ H_θ

(ค) ขนาดของ E_θ (ง) ขนาดของ H_z

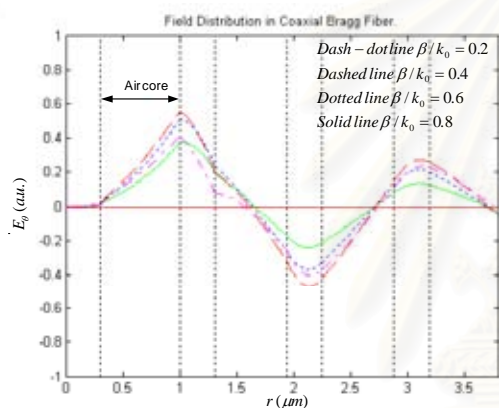
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



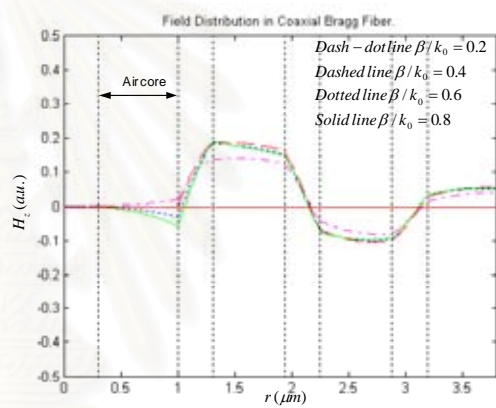
(ก)



(ข)



(ค)



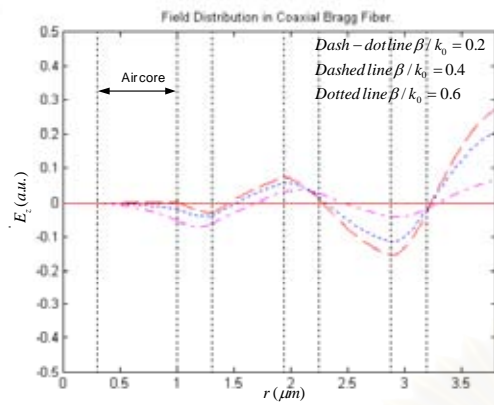
(ง)

รูปที่ 4.16 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมด HE_{31}
 ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $3.7975 \mu\text{m} < \lambda_0 < 4.6584 \mu\text{m}$

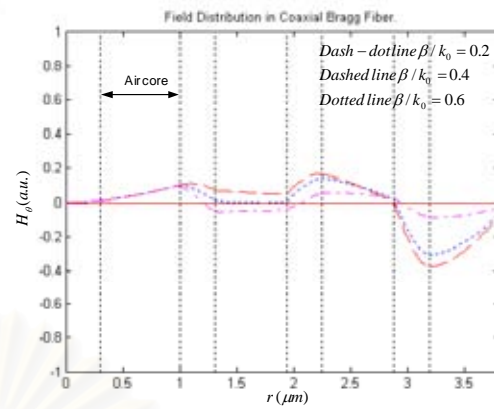
(ก) ขนาดของ E_z (ข) ขนาดของ H_θ

(ค) ขนาดของ E_ϕ (ง) ขนาดของ H_z

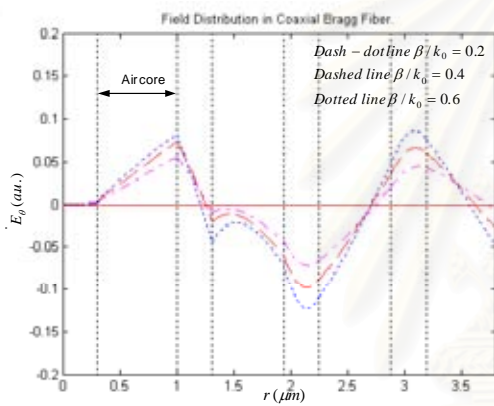
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



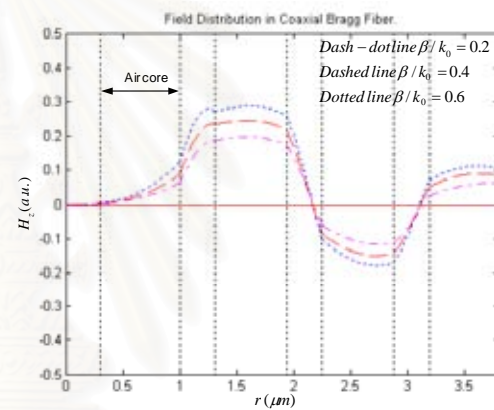
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

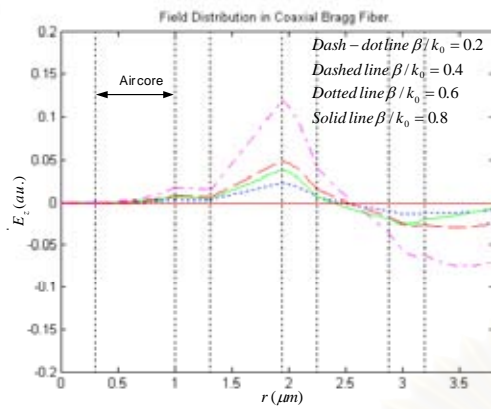
รูปที่ 4.17 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมด HE_{32}

ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $3.7975 \mu\text{m} < \lambda_0 < 4.6584 \mu\text{m}$

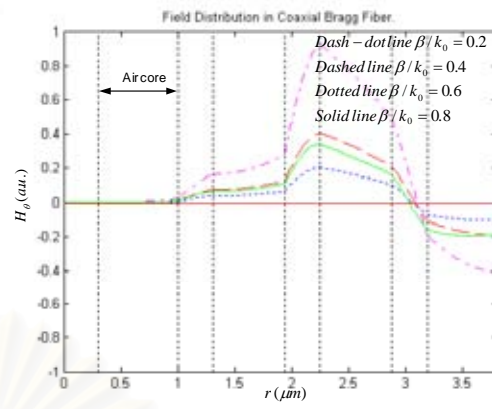
(ก) ขนาดของ E_z (ข) ขนาดของ H_θ

(ค) ขนาดของ E_θ (ง) ขนาดของ H_z

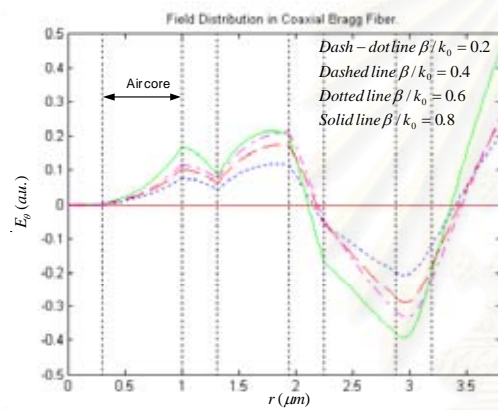
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



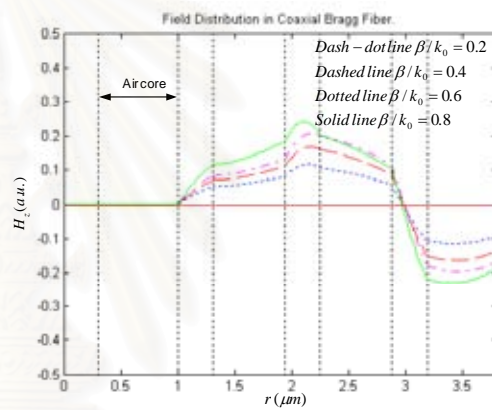
(ก)



(ข)



(ค)



(ง)

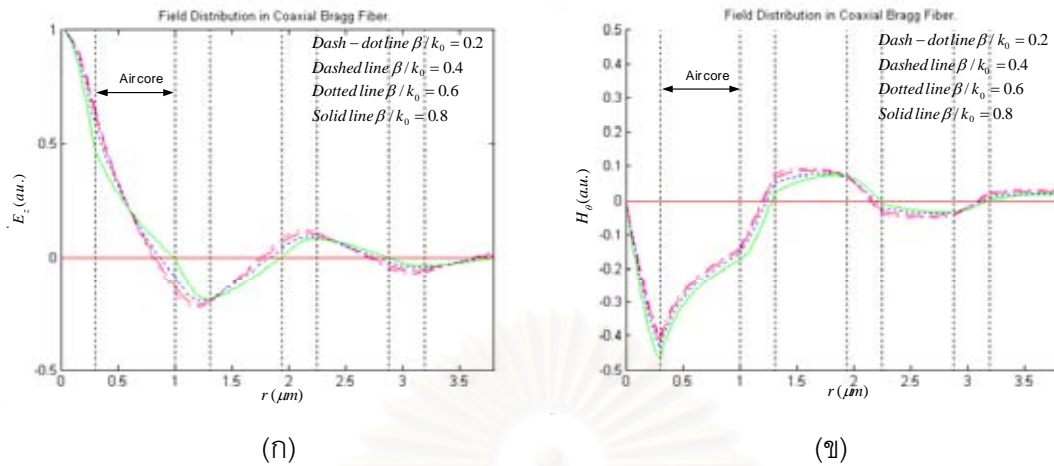
รูปที่ 4.18 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมด HE_{42}

ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $3.7975 \mu\text{m} < \lambda_0 < 4.6584 \mu\text{m}$

(ก) ขนาดของ E_z (ข) ขนาดของ H_θ

(ค) ขนาดของ E_ϕ (ง) ขนาดของ H_z

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



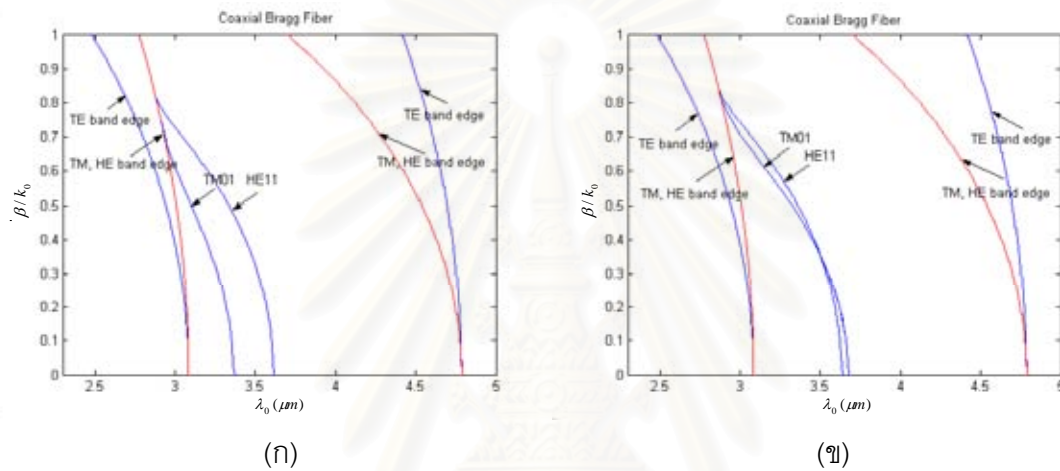
รูปที่ 4.19 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมด TM_{01} ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $3.7975 \mu\text{m} < \lambda_0 < 4.6584 \mu\text{m}$
 (ก) ขนาดของ E_z (ข) ขนาดของ H_ϕ

พิจารณาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของโหมดที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 4$ ที่อยู่ในช่วงความยาวคลื่น $3.7975 \mu\text{m} < \lambda_0 < 4.6584 \mu\text{m}$ พบว่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณแกนของโหมด TM_{01} จะอยู่ในบริเวณแกนอากาศมากกว่าโหมดอื่น ๆ สำหรับโหมดที่มีอันดับมากขึ้น สนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะอยู่ในบริเวณวัสดุหุ้มมากขึ้น และสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะลดลงเรื่อย ๆ ตามแนวรัศมี ดังนั้นช่วงความยาวคลื่น $3.7975 \mu\text{m} < \lambda_0 < 4.6584 \mu\text{m}$ จะเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโหมด TM_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล

4.7 การเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโหมด TM_{01} และผลของแบนด์วิดท์ พารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโหมด TM_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล เมื่อดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ n_{co}^1 เปลี่ยนแปลง

ในหัวข้อที่แล้วได้นำเสนอการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโหมด TM_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล โดยการเปลี่ยนแปลงความหนาของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ นอกจากวิธีการดังกล่าวแล้วยังสามารถทำให้เกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโหมด TM_{01} ได้ โดยการเปลี่ยนแปลงดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ ซึ่งจะกล่าวในหัวข้อนี้ พิจารณากรณีทีพารามิเตอร์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในรูปแบบที่ 2.3 มีค่าดังนี้ ดรรชนีหักเหของแกนอากาศ $n_{co}^2 = 1.0$ ความหนาของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ $l_{co}^1 = 0.2 \mu\text{m}$ ความหนาของแกนอากาศ $l_{co}^2 = 0.8 \mu\text{m}$ ดรรชนีหักเหของ

วัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหสูง $n_{cl}^1 = 3.0$ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็นชั้นที่มีดรรชนีหักเหต่ำ $n_{cl}^2 = 1.5$ การออกแบบชั้นวัสดุหุ้มใช้หลักการกักกันที่เหมาะสมที่สุด นั่นคือ $k_{cl}^1 l_{cl}^1 = k_{cl}^2 l_{cl}^2 = \pi/2$ จะได้ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็น $l_{cl}^1 = 0.3125 \mu\text{m}$ ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็น $l_{cl}^2 = 0.625 \mu\text{m}$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 3.75 \mu\text{m}$ เมื่อเปลี่ยนดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริก n_{co}^1 จาก 2.0 ถึง 4.5 จะมีผลต่อการเกิดโหมด TM_{01} และ HE_{11} ในเส้นใยนำแสงแบบโคแอกเซียล ดังรูปที่ 4.20



รูปที่ 4 20 ผลของการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01}

ในเส้นใยนำแสงแบบแบริกโคแอกเซียล เมื่อดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศเปลี่ยนแปลง

(ก) $n_{co}^1 = 2.0$

(ข) $n_{co}^1 = 2.5$

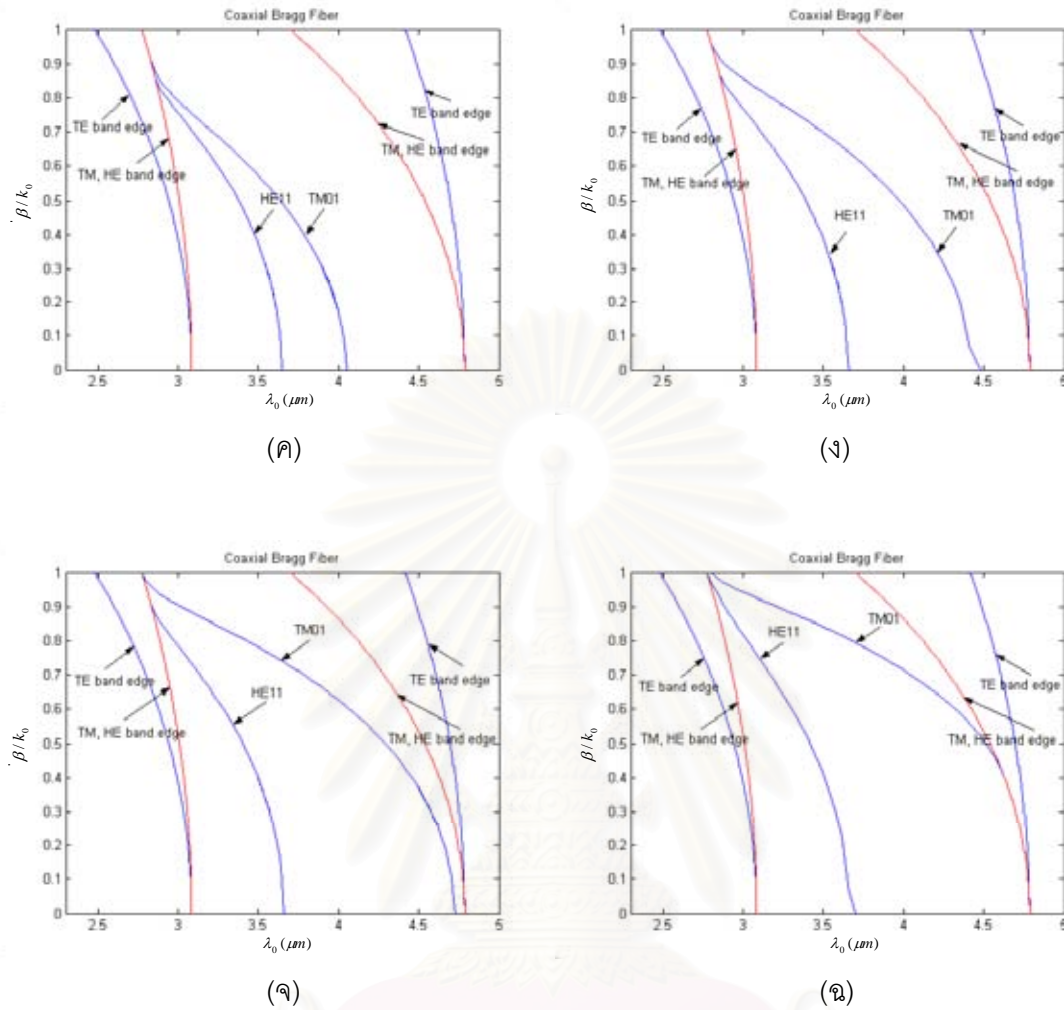
(ค) $n_{co}^1 = 3.0$

(ง) $n_{co}^1 = 3.5$

(จ) $n_{co}^1 = 4.0$

(ฉ) $n_{co}^1 = 4.5$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



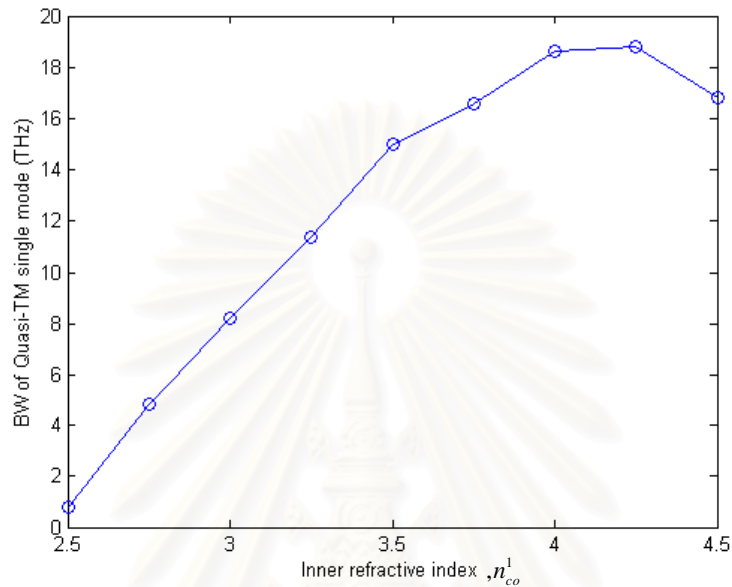
รูปที่ 4 20 (ต่อ) ผลของการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01}

ในเส้นใยนำแสงแบบเบรกก์โคแอกเซียล เมื่อดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศเปลี่ยนแปลง

- (ก) $n_{co}^1 = 2.0$ (ข) $n_{co}^1 = 2.5$
- (ค) $n_{co}^1 = 3.0$ (ง) $n_{co}^1 = 3.5$
- (จ) $n_{co}^1 = 4.0$ (ฉ) $n_{co}^1 = 4.5$

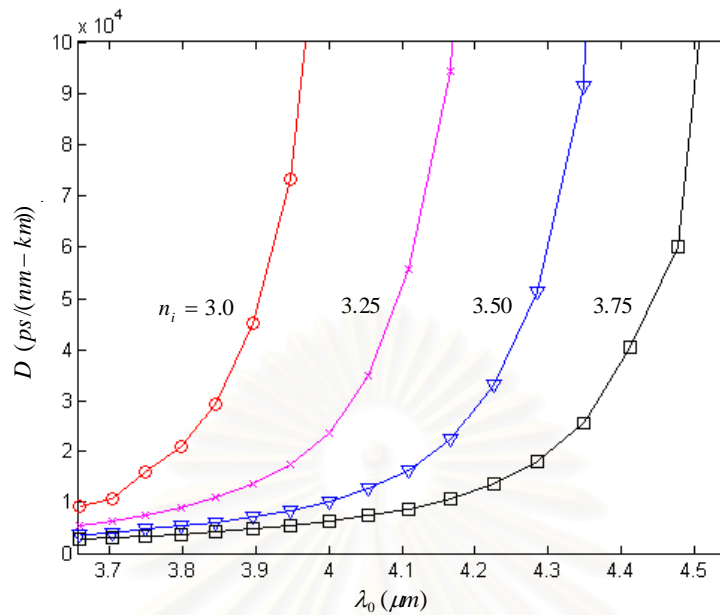
ให้แบนด์วิดท์ของการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} เป็น $BW_{QSMTM_{01}}$ จะได้ $BW_{QSMTM_{01}} = f_{CFHE_{11}} - f_{CFTM_{01}}$ เมื่อ $f_{CFHE_{11}}$ เป็นความถี่ตัดของโหมด HE_{11} และ $f_{CFTM_{01}}$ เป็นความถี่ตัดของโหมด TM_{01} เมื่อเพิ่มค่าดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริก n_{co}^1 จะทำให้ความยาวคลื่นตัดของโหมด TM_{01} เลื่อนไปทางความยาวคลื่นยาวมากขึ้น นั่นคือ $BW_{QSMTM_{01}}$ มีค่ามากขึ้น ดังรูปที่ 4.20 (ก) ถึง

(จ) และเมื่อเพิ่ม l_{co}^1 มากจนเกินไป จะทำให้ $BW_{QSMTM_{01}}$ มีค่าลดลง ดังรูปที่ 4.20 (ข) ดังนั้นจะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง $BW_{QSMTM_{01}}$ กับ n_{co}^1 ดังรูปที่ 4.21



รูปที่ 4.21 ความสัมพันธ์ระหว่างแบนด์วิดท์ของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} กับดรรชนีหักเหของไดอิเล็กทริกในแกนอากาศ ในเส้นใยนำแสงแบบเบรกก์โคแอกเซียล

การเปลี่ยนแปลงดรรชนีหักเหของไดอิเล็กทริกในแกนอากาศ n_{co}^1 นอกจากจะมีผลต่อการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} และแบนด์วิดท์ของการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} แล้ว ยังมีผลต่อดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} อีกด้วย เมื่อเปลี่ยนแปลงดรรชนีหักเหของไดอิเล็กทริกในแกนอากาศ n_{co}^1 จาก 3.0 ถึง 0.37 μm พบว่าที่ความยาวคลื่นหนึ่ง ๆ พารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นจะน้อยลง อย่างไรก็ตามพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} ถือว่ามีค่ามาก เนื่องมาจากการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} เป็นช่วงแรกของการเกิดโหมด TM_{01} และไม่มีควมยาวคลื่นที่ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์ ดังรูปที่ 4.22



รูปที่ 4.22 ความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนกึ่งคลื่นเดียว โหมด TM_{01} ตามค่าความยาวคลื่น เมื่อดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศเปลี่ยนแปลง

4.8 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโหมด HE_{11} และเงื่อนไขการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโหมด HE_{11} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ การเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโหมด TM_{01} โดยการเปลี่ยนแปลงความหนาของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ l_{co}^1 และการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโหมด TM_{01} โดยการเปลี่ยนแปลงดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ n_{co}^1

ถึงแม้ว่า จะสามารถทำให้เกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ได้ แต่ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ดังกล่าวมีค่ามาก เนื่องจากการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดียวโหมด HE_{11} หรือ TM_{01} เป็นช่วงแรกของการเกิดโหมด HE_{11} หรือ TM_{01} ตามลำดับ และไม่มีควมยาวคลื่นที่ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์

บทที่ 5

การเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ

5.1 ความนำ

ในบทที่ 4 ได้นำเสนอการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ อย่างไรก็ตามดิสเปอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ยังมีค่ามาก ทั้งยังไม่มีควมยาวคลื่นที่ดิสเปอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์ และนำเสนอการเกิดแบบแผนกึ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล ซึ่งดิสเปอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ยังมีค่ามาก ทั้งยังไม่มีควมยาวคลื่นที่ดิสเปอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์ และในทางปฏิบัติแล้วเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียลเป็นเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่สร้างได้ยาก จากข้อจำกัดและข้อด้อยของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ดังที่ได้กล่าวมาข้างต้น และยังไม่ม้งานวิจัยที่นำเสนอเกี่ยวกับการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยว ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงได้นำเสนอการออกแบบเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ผลที่ได้จากการศึกษานำไปสู่การสร้างเส้นใยนำแสงที่มีอัตราการสูญเสียกำลังต่ำ ที่สามารถนำคลื่นแสงได้ในช่วงควมยาวคลื่นที่แก้วมีอัตราการสูญเสียกำลังสูงมาก โดยการออกแบบเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} อาศัยคุณสมบัติของแบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ ดังที่ได้กล่าวในบทที่ 3

ในบทนี้จะใช้การวิเคราะห์โหมดที่ถูกนำในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยใช้วิธีแมนตรงและวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ และการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ ดังที่ได้กล่าวแล้วในบทที่ 2 ในบทที่ 3 ตามลำดับ ในกรณีตัวอย่าง บทนี้จะประกอบด้วยเนื้อหา ดังนี้

5.1 ความนำ

5.2 การเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ

5.3 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ

5.4 ผลของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศเมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง

5.5 ผลของค่าพารามิเตอร์ดิสเปอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง

5.6 ผลของค่าการสูญเสียของการแผ่พลังงานของแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง

5.7 ผลของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศเมื่อดรรชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง

5.8 ผลของค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง

5.9 ผลของค่าการสูญเสียของการแผ่พลังงานของแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง

5.10 การออกแบบให้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ เป็นเส้นใยนำแสงแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01}

5.11 สรุป

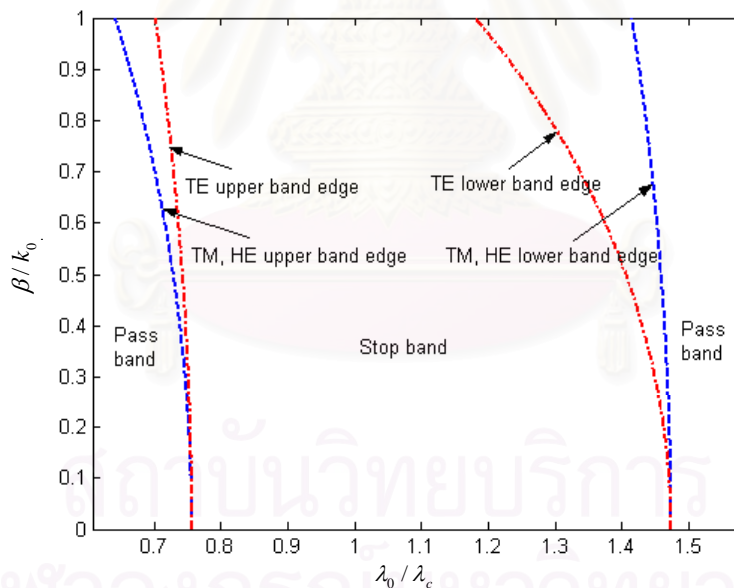
5.2 การเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ

5.2.1 เงื่อนไขการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01}

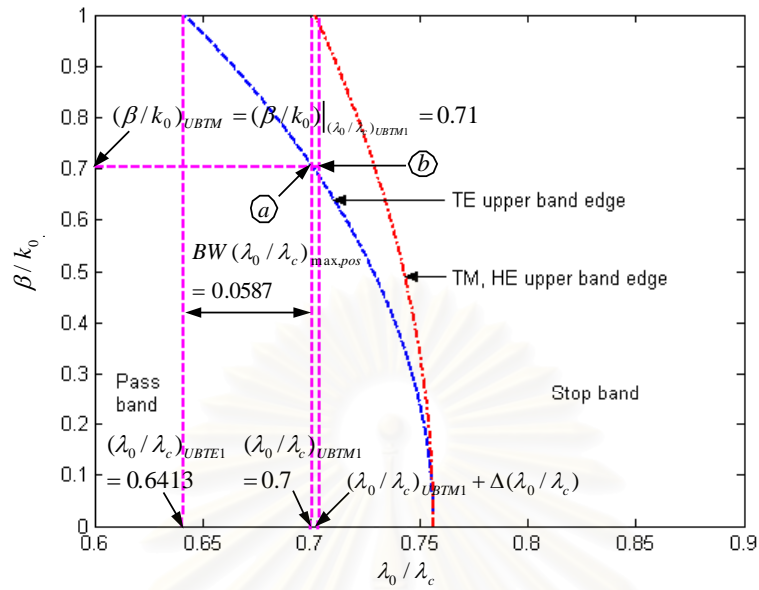
ในเส้นใยนำแสงแบบทั่วไปจะเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวก็ต่อเมื่อ $0 < V < 2.405$ ในหัวข้อนี้จะนำเสนอการออกแบบเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดี่ยว โดยอาศัยคุณสมบัติของแบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ พิจารณากรณีที่พารามิเตอร์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ในรูปที่ 2.3 มีค่าดังนี้ ดรรชนีหักเหของแกนอากาศ $n_{co}^1 = 1.0$ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 มีค่าดรรชนีหักเหมาก เป็นเทลลูรั่ม (tellurium) $n_{cl}^1 = 4.6$ ดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 มีค่าดรรชนีหักเหน้อย เป็นโพลีสไตรีน (polystyrene) $n_{cl}^2 = 1.6$ เป็นกรณีศึกษา โดยต้องการให้เกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวในช่วงความยาวคลื่นแสงสีน้ำเงิน-เขียว ซึ่งเป็นช่วงที่การสูญเสียในเส้นใยนำแสงแบบทั่วไปมีค่าประมาณ $10 - 25 \text{ dB/km}$ การออกแบบชั้นของวัสดุหุ้มใช้หลักการกักกันที่เหมาะสมที่สุด นั่นคือ $k_{cl}^1 l_{cl}^1 = k_{cl}^2 l_{cl}^2 = \pi/2$ เพื่อให้แบนด์วิดท์แบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} กว้างมากที่สุด ได้ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 1 เป็น $l_{cl}^1 = 0.0413 \mu\text{m}$ ความหนาของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 เป็น $l_{cl}^2 = 0.1187 \mu\text{m}$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 759.49 \text{ nm}$ ในการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่ได้กล่าวในบทที่ 3 จะสังเกตว่าแบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โหมด TM และไฮบริดจะมีขนาดเล็กกว่าแบนด์วิดท์โหมด TE ดังรูปที่ 5.1 ดังนั้นจึงสามารถทำให้เกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวในโหมด TE ได้ ให้ $(\lambda_0/\lambda_c)_{UBTE1}$ เป็นความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ที่ขอบบนของแบนด์วิดท์โหมด TE

ที่ค่า $\beta/k_0 = 1.0$ $(\lambda_0/\lambda_c)_{UBTM1}$ เป็นความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ที่ขอบบนของแบนด์วิดท์โหมด TM ที่ค่า $\beta/k_0 = 1.0$ และ $(\beta/k_0)_{UBTM}$ เป็นดรรชนีประสิทธิผลที่ขอบบนของโหมด TE ซึ่งสอดคล้องกับค่า $(\lambda_0/\lambda_c)_{UBTM1}$ จะได้แบนด์วิดท์ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} $BW_{\max, pos}(\lambda_0/\lambda_c)$ ดังสมการ $BW_{\max, pos}(\lambda_0/\lambda_c) = (\lambda_0/\lambda_c)_{UBTM1} - (\lambda_0/\lambda_c)_{UBTE1}$ จะได้ค่า $BW_{\max, pos}(\lambda_0/\lambda_c) = 0.7 - 0.6413 = 0.0587$ ดังแสดงในรูปที่ 5.2 นอกจากนี้แล้ว เมื่อเปลี่ยนดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 n_{cl}^2 จาก 1.1 ถึง 4.5 พบว่าเมื่อ $n_{cl}^1 - n_{cl}^2$ มากขึ้น จะทำให้ $BW_{\max, pos}(\lambda_0/\lambda_c)$ มากขึ้น ดังรูปที่ 5.3

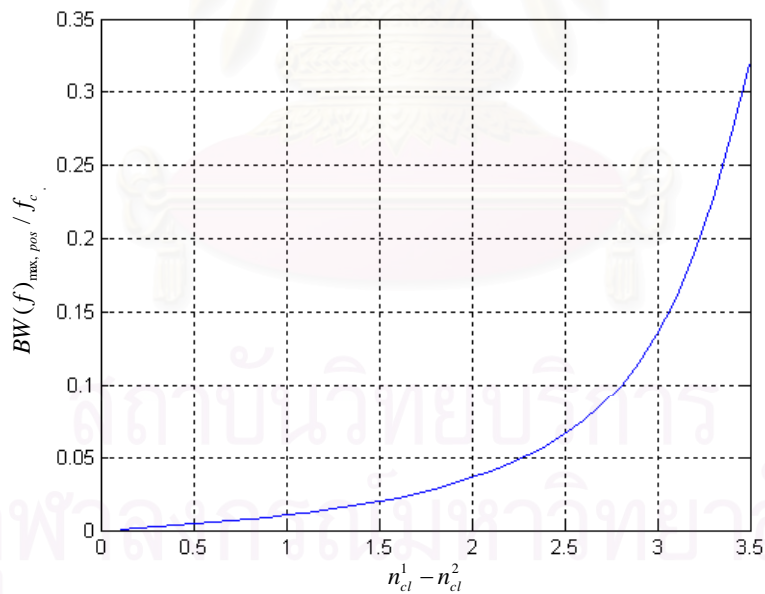
เมื่อต้องการทำให้เส้นโยนแสงแบบแบรกก์แกนอากาศเริ่มนำคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในช่วง $0.6413 < \lambda_0/\lambda_c < 0.7$ ต้องให้รัศมีของแกนอากาศเป็นค่าที่เหมาะสม โดยรัศมีของแกนอากาศ ρ_{co}^1 ดังกล่าวต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับรัศมีของแกนอากาศที่น้อยที่สุด $\rho_{co, \min}^1$ ดังนั้นเงื่อนไขของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} เป็นดังสมการ $\rho_{co}^1 \geq \rho_{co, \min}^1$



รูปที่ 5.1 แบนด์วิดท์ของเส้นโยนแสงแบบแบรกก์ พารามิเตอร์เส้นโยนแสงเป็นดังนี้ $n_{cl}^1 = 4.6, n_{cl}^2 = 1.6, l_{cl}^1 = 0.0413 \mu m$ และ $l_{cl}^2 = 0.1187 \mu m$ ที่ $\lambda_c = 759.49 nm$



รูปที่ 5.2 ช่วงการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} โดยพารามิเตอร์เส้นใยนำแสงเหมือนดังรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.3 แบนด์วิดท์ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ขึ้นกับค่าความแตกต่างระหว่างดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้ม

ขั้นตอนการหาค่าของแกนอากาศที่น้อยที่สุด $\rho_{co,min}^1$ มี 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. หาค่าความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ที่ขอบบนของแบนด์วิดท์โหมด TM ที่ค่า $\beta/k_0 = 1.0$, $(\lambda_0/\lambda_c)_{UBTM1}$ ได้จากสมการ $|\cos(K_{TM}\Lambda)| = 1.0$
2. หาค่าดรรชนีประสิทธิผลที่ขอบบนของโหมด TE ซึ่งสอดคล้องกับค่า $(\lambda_0/\lambda_c)_{UBTM1}$ ในขั้นตอนที่ 1, $(\beta/k_0)_{UBTM}$ ได้จากสมการ $|\cos(K_{TE}\Lambda)| = 1.0$
3. หาค่ารัศมีของแกนอากาศที่น้อยที่สุด $\rho_{co,min}^1$ ที่ทำให้เริ่มเกิดโหมด TE_{01} ซึ่งสอดคล้องกับค่า $(\lambda_0/\lambda_c)_{UBTM1}$ ในขั้นตอนที่ 1 และ $(\beta/k_0)_{UBTM}$ ในขั้นตอนที่ 2 ซึ่งเป็นค่าตัวแปรที่จุด a ในรูปที่ 5.2 หาค่า $\rho_{co,min}^1$ ได้จากสมการ $\frac{\omega\mu_0}{k_{co}^1\beta} \frac{J'_0(k_{co}^1\rho_{co}^1)}{J_0(k_{co}^1\rho_{co}^1)} = \frac{g_{TE}^4}{g_{TE}^3}$ ซึ่งสมการนี้จะไม่สอดคล้องกับค่าตัวแปรที่จุด a เพื่อให้สมการดังกล่าวมีผลเฉลย ต้องแทน $(\lambda_0/\lambda_c)_{UBTM1}$ ด้วย $(\lambda_0/\lambda_c)_{UBTM1} + \Delta(\lambda_0/\lambda_c)$ ซึ่งเป็นค่าตัวแปรที่จุด b โดยค่าความผิดพลาดของ $\rho_{co,min}^1$ ขึ้นกับค่าของ $\Delta(\lambda_0/\lambda_c)$

ในกรณีตัวอย่าง เมื่อกระทำตาม 3 ขั้นตอนเพื่อหาค่า $\rho_{co,min}^1$ ได้ค่าดังนี้ ขั้นตอนที่ 1 จะได้ $(\lambda_0/\lambda_c)_{UBTM1} = 0.7$ ขั้นตอนที่ 2 จะได้ $(\beta/k_0)_{UBTM} = 0.71$ และขั้นตอนที่ 3 เลือกค่า $\Delta(\lambda_0/\lambda_c) = 7 \times 10^{-4}$ หรือ $\Delta f = -1.0 THz$ การวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับที่มีไดอิเล็กตริกในบริเวณแกน 7 ชั้น จะได้ $\rho_{co,min}^1 = 0.42 \mu m$ หรือ $\rho_{co,min}^1/\lambda_c = 0.5533$ ดังนั้นจะเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ ก็ต่อเมื่อ $\rho_{co}^1 \geq 0.42 \mu m$ เมื่อเปลี่ยนดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 n_{cl}^2 จาก 1.1 ถึง 4.5 จะได้ $\rho_{co,min}^1/\lambda_c$ ขึ้นกับ $n_{cl}^1 - n_{cl}^2$ ดังรูปที่ 5.4

5.2.2 เงื่อนไขของแบนด์วิดท์ที่มากที่สุดของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01}

เมื่อต้องการทำให้แบนด์วิดท์ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} มีค่ามากที่สุด ในช่วง $0.6413 < \lambda_0/\lambda_c < 0.7$ ต้องให้รัศมีของแกนอากาศเป็นค่าที่เหมาะสม โดยรัศมีของแกนอากาศ ρ_{co}^1 ดังกล่าวต้องมีค่าที่ทำให้โหมด TE_{02} สอดคล้องกับค่าตัวแปรที่จุด a , $\rho_{co,max}^1$ ดังนั้นเงื่อนไขของแบนด์วิดท์ที่มากที่สุดของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} เป็นดังสมการ $\rho_{co}^1 = \rho_{co,max}^1$

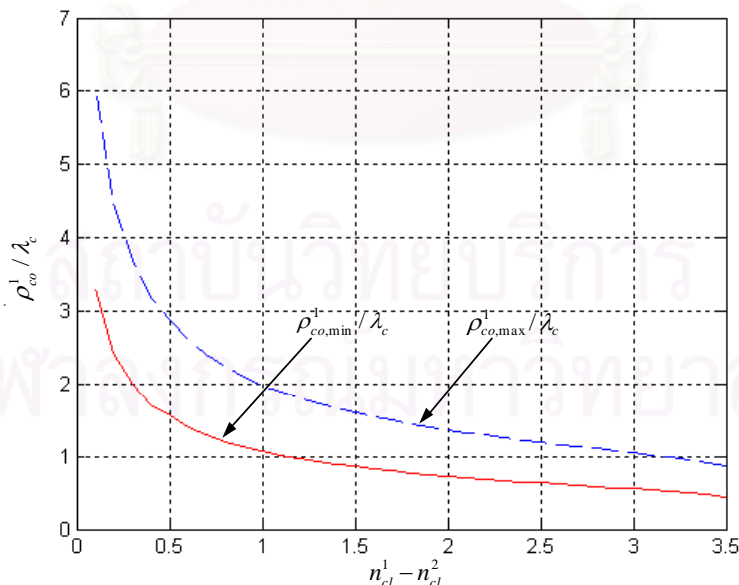
ขั้นตอนการหาค่าของแกนอากาศที่ทำให้แบนด์วิดท์ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} มีค่ามากที่สุด $\rho_{co,max}^1$ มี 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. หาค่าความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ที่ขอบบนของแบนด์วิดท์โหมด TM ที่ค่า $\beta/k_0 = 1.0$, $(\lambda_0/\lambda_c)_{UBTM1}$ ได้จากสมการ $|\cos(K_{TM}\Lambda)| = 1.0$

2. หาค่าดรรชนีประสิทธิผลที่ขอบบนของโหมด TE ซึ่งสอดคล้องกับค่า $(\lambda_0/\lambda_c)_{UBTM1}$ ในขั้นตอนที่ 1, $(\beta/k_0)_{UBTM}$ ได้จากสมการ $|\cos(K_{TE}\Lambda)|=1.0$

3. หาค่ารัศมีของแกนอากาศที่ทำให้แบนด์วิดท์ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} มีค่ามากที่สุด $\rho_{co,max}^1$ นั่นคือ $\rho_{co,max}^1$ ต้องมีค่าที่ทำให้โหมด TE_{02} สอดคล้องกับค่าตัวแปรที่จุด a , ในรูปที่ 5.2 หรือสอดคล้องกับค่า $(\lambda_0/\lambda_c)_{UBTM1}$ ในขั้นตอนที่ 1 และ $(\beta/k_0)_{UBTM}$ ในขั้นตอนที่ 2 หาค่า $\rho_{co,max}^1$ ได้จากสมการ $\frac{\omega\mu_0}{k_{co}^1\beta} \frac{J'_0(k_{co}^1\rho_{co}^1)}{J_0(k_{co}^1\rho_{co}^1)} = \frac{g_{TE}^4}{g_{TE}^3}$ ซึ่งสมการนี้จะไม่สอดคล้องกับค่าตัวแปรที่จุด a เพื่อให้สมการดังกล่าวมีผลเฉลย ต้องแทน $(\lambda_0/\lambda_c)_{UBTM1}$ ด้วย $(\lambda_0/\lambda_c)_{UBTM1} + \Delta(\lambda_0/\lambda_c)$ ซึ่งเป็นค่าตัวแปรที่จุด b โดยค่าความผิดพลาดของ $\rho_{co,max}^1$ ขึ้นกับค่าของ $\Delta(\lambda_0/\lambda_c)$

ในกรณีตัวอย่าง เมื่อกระทำตาม 3 ขั้นตอนเพื่อหาค่า $\rho_{co,max}^1$ ได้ค่าดังนี้ ขั้นตอนที่ 1 จะได้ $(\lambda_0/\lambda_c)_{UBTM1} = 0.7$ ขั้นตอนที่ 2 จะได้ $(\beta/k_0)_{UBTM} = 0.71$ และขั้นตอนที่ 3 เลือกค่า $\Delta(\lambda_0/\lambda_c) = 7 \times 10^{-4}$ หรือ $\Delta f = -1.0 THz$ การวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบริกก็ใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับที่มีไดอิเล็กตริกในบริเวณแกน 7 ชั้น จะได้ $\rho_{co,max}^1 = 0.8 \mu m$ หรือ $\rho_{co,max}^1/\lambda_c = 1.0533$ เมื่อเปลี่ยนดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 n_{cl}^2 จาก 1.1 ถึง 4.5 จะได้ $\rho_{co,max}^1/\lambda_c$ ขึ้นกับ $n_{cl}^1 - n_{cl}^2$ ดังรูปที่ 5.4

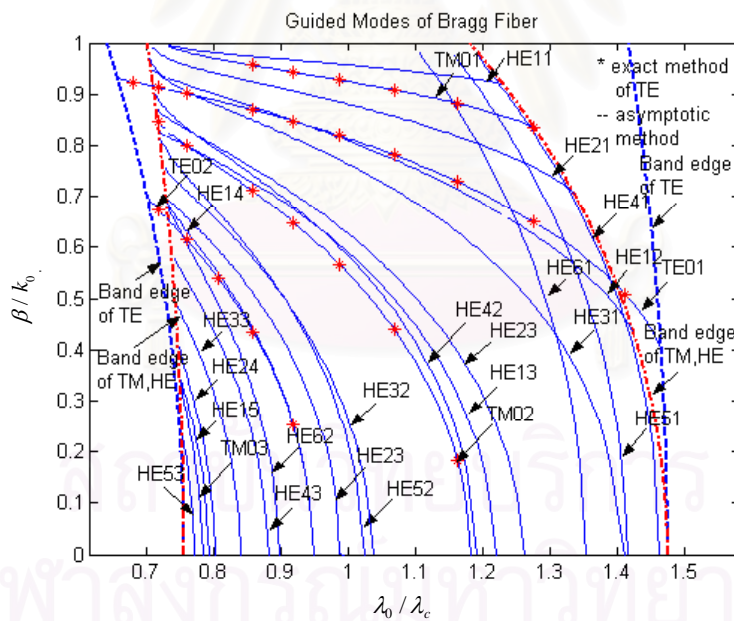


รูปที่ 5.4 ความสัมพันธ์ระหว่าง ρ_{co}^1/λ_c กับ $n_{cl}^1 - n_{cl}^2$ ที่ $\lambda_c = 759.49 nm$

เมื่อเปลี่ยนดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 n_{cl}^2 จาก 1.1 ถึง 4.5 ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 759.49 \text{ nm}$ คงที่ พบว่าเมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหน้อย ทำให้แบนด์วิดท์แคบโหมด TE_{01} จะเล็กลง ดังนั้นแบบแผนคลื่นเดียวโหมด TE_{01} ต้องมีค่า $\rho_{co,min}^1$ และ $\rho_{co,max}^1$ มากขึ้น

5.2.3 การเกิดแบบแผนคลื่นเดียวโหมด TE_{01} ในกรณีตัวอย่าง ช่วงความยาวคลื่นแสงสีน้ำเงิน-เขียว

พิจารณากรณีที่พารามิเตอร์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์เหมือนดังหัวข้อ 5.2.1 เพื่อให้แบนด์วิดท์ของแบบแผนคลื่นเดียวโหมด TE_{01} มีค่ามากที่สุด จากหัวข้อที่ 5.2.2 จะได้ว่ารัศมีของแกนอากาศ $\rho_{co}^1 = \rho_{co,max}^1 = 0.8 \mu\text{m}$ ในการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ ใช้จำนวนชั้นไดอิเล็กตริกในบริเวณแกน 7 ชั้น และในการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โดยใช้วิธีแมนตรง ใช้จำนวนคู่ของวัสดุหุ้ม $(N-1)/2 = 15$ คู่ วัสดุรอบเป็นอากาศมีค่าดรรชนีหักเห $n_{sub} = 1.0$ พิจารณาโหมดของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีอันดับจาก $l=0$ ถึง $l=6$ จะได้โหมด TE และไฮบริด ดังรูปที่ 5.5



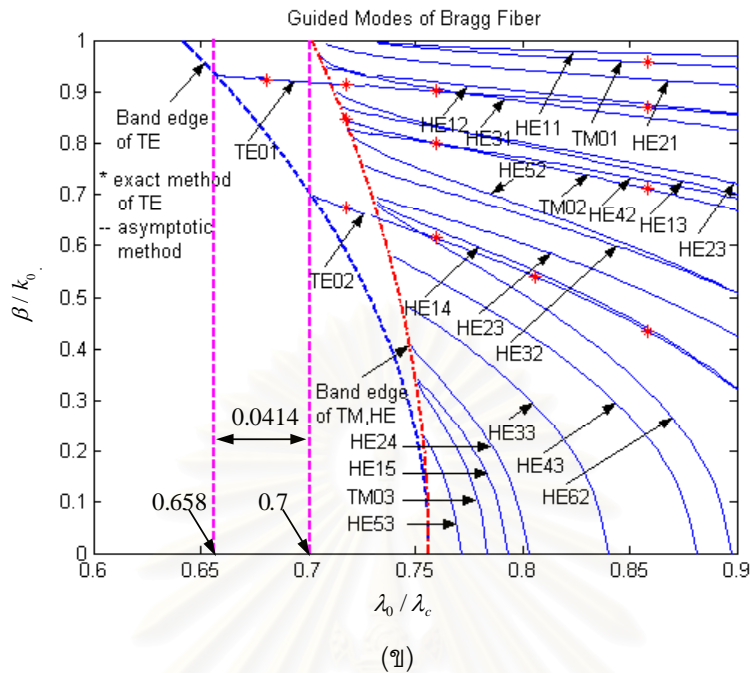
(ก)

รูปที่ 5.5 โหมดของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ที่มีอันดับจาก $l=0$ ถึง $l=6$

เมื่อรัศมีของแกนอากาศ $\rho_{co}^1 = 0.8 \mu\text{m}$

(ก) $0.6 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.6$

(ข) $0.6 < \lambda_0 / \lambda_c < 0.9$



รูปที่ 5.5 (ต่อ) โหมดของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ที่มีอันดับจาก $l = 0$ ถึง $l = 6$

เมื่อรัศมีของแกนอากาศ $\rho_{co}^1 = 0.8 \mu\text{m}$

(ก) $0.6 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.6$

(ข) $0.6 < \lambda_0 / \lambda_c < 0.9$

จากการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำพวด พบว่าเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ ทำให้เกิดแบบแผนคลื่นเดียวในโหมด TE_{01} ในช่วงความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ 0.658 ถึง 0.7 มีแบนด์วิดท์ประมาณ 0.0414 หรือช่วงความยาวคลื่น 500nm ถึง 531.44nm มีแบนด์วิดท์ประมาณ 31.44nm หรือในช่วงความถี่ประมาณ 564.5THz ถึง 600THz มีแบนด์วิดท์ประมาณ 35.5THz

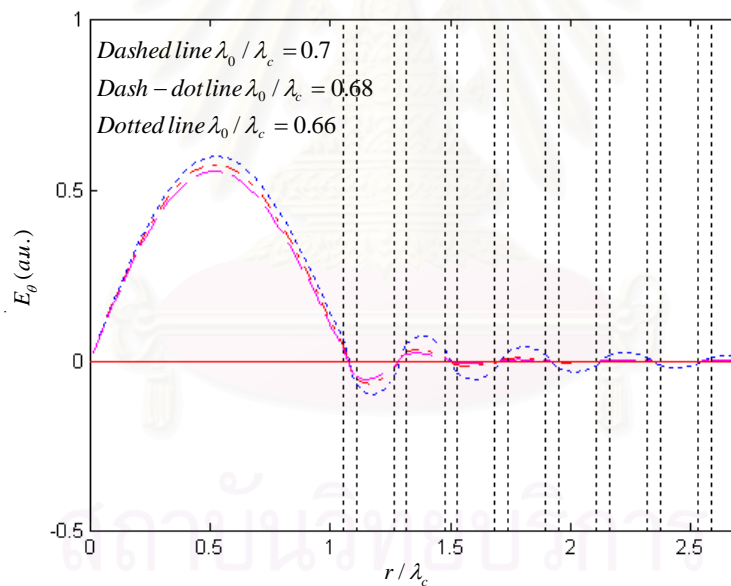
5.3 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของแบบแผนคลื่นเดียวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ

ในหัวข้อที่ 5.2.3 ได้กล่าวถึงการเกิดแบบแผนคลื่นเดียวโหมด TE_{01} ในกรณีตัวอย่างช่วงความยาวคลื่นแสงสีน้ำเงิน-เขียว จากการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำพวดจะได้ค่าดรรชนีประสิทธิผลหรือค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่นที่ความยาวคลื่นใด ๆ ของโหมด TE_{01} จะได้ค่า β/k_0 ที่สอดคล้องกับ λ_0/λ_c ของโหมด TE_{01} ที่อยู่ในช่วงการเกิดแบบแผนคลื่นเดียว ดังแสดงในตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1 ค่า β/k_0 ที่สอดคล้องกับ λ_0/λ_c ของโหมด TE_{01} ที่อยู่ในช่วงการเกิดแบบแผนคลื่นเดียว

ค่า λ_0/λ_c ของโหมด TE_{01}	ค่า β/k_0 ของโหมด TE_{01}
0.70	0.9184
0.68	0.9240
0.66	0.9303

เมื่อทราบค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่นแล้ว สามารถหาการกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ความยาวคลื่นใด ๆ ในช่วงการเกิดแบบแผนคลื่นเดียวได้ โดยใช้วิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ ดังรูปที่ 5.6 เมื่อให้ $E_\theta(a.u.) = E_\theta \times 10^m$, $m = -3$, และ $H_z(a.u.) = H_z \times 10^q$, $q = 0$

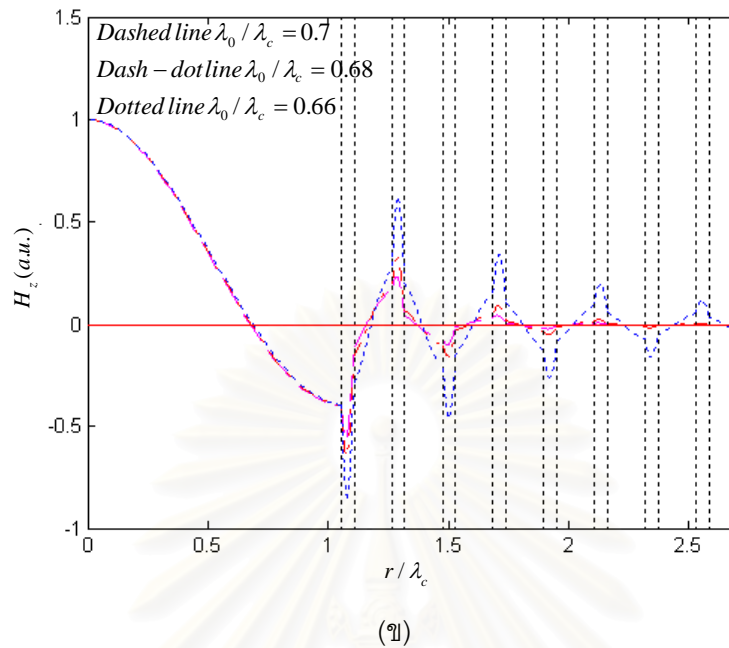


(ก)

รูปที่ 5.6 การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE_{01}

(ก) ขนาดของ E_θ

(ข) ขนาดของ H_z



รูปที่ 5.6 (ต่อ) การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE_{01}

(ก) ขนาดของ E_θ

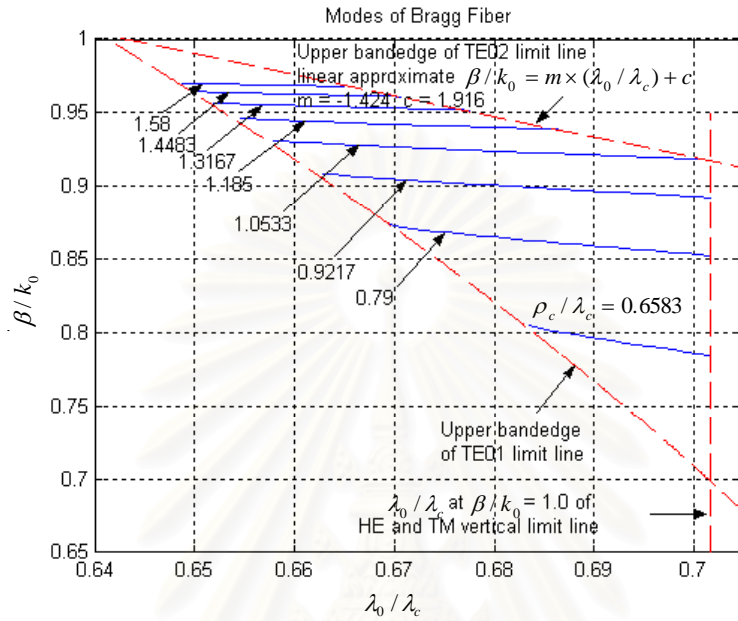
(ข) ขนาดของ H_z

จากการวิเคราะห์การกระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้า พบว่าสนามส่วนใหญ่จะอยู่ในแกนอากาศและลดลงเรื่อย ๆ ในชั้นวัสดุหุ้ม และโหมดที่อยู่ใกล้ขอบของแบนด์วิดท์จะทำสนามจะอยู่ในชั้นวัสดุหุ้มมากขึ้น นั่นคือคลื่นจะเริ่มหลุดจะมีการสูญเสียจากการแผ่พลังงานมีค่าสูง

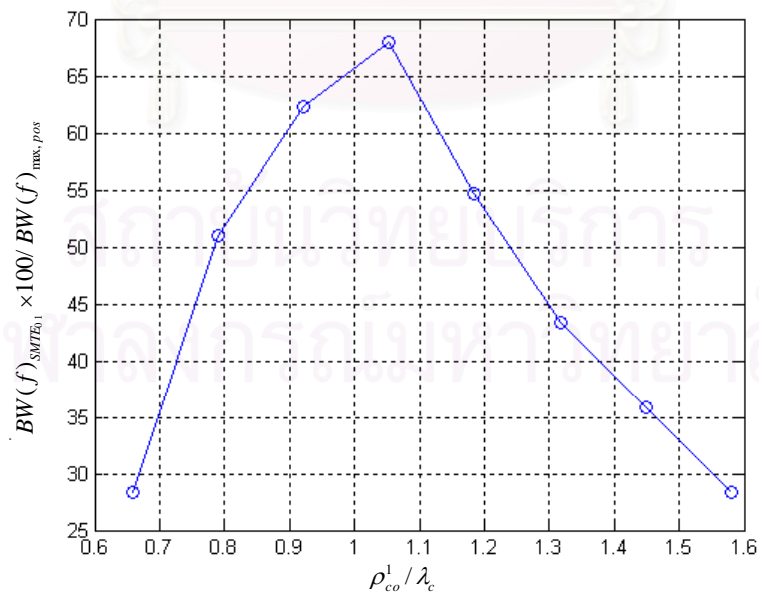
5.4 ผลของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง

เมื่อเปลี่ยนรัศมีของแกนอากาศ ρ_{co}^1 ให้มีค่าน้อยกว่าและมากกว่า $0.8 \mu m$ โดยพิจารณาเฉพาะช่วงของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ดังรูปที่ 5.7 พบว่าเมื่อรัศมีน้อยกว่า $0.8 \mu m$ แบนด์วิดท์จะน้อยลงและเมื่อรัศมีมากกว่า $0.8 \mu m$ แบนด์วิดท์จะน้อยลงเช่นกัน เพราะถูกจำกัดด้วยขอบของแบนด์วิดท์ TE_{02} ดังนั้นแบนด์วิดท์ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวถูกจำกัดด้วยเส้นจำกัด 3 เส้น นั่นคือ เส้นขอบบนของแบนด์วิดท์ของโหมด TE_{01} เส้นแนวตั้งจากจุดที่ $\beta/k_0 = 1.0$ ของโหมด TM และไฮบริดและเส้นขอบบนของแบนด์วิดท์ของโหมด TE_{02} โดยขนาดของแบนด์วิดท์ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} มีค่ามากที่สุด ก็ต่อเมื่อ ขอบบนของแบนด์วิดท์ของโหมด TE_{02} อยู่ตรงกับตำแหน่งของ

$\beta/k_0 = 1.0$ ของโหมด TM และไฮบริด จะได้แบนด์วิดท์ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} เปลี่ยนแปลงตามรัศมีของแกนอากาศ ดังรูปที่ 5.8



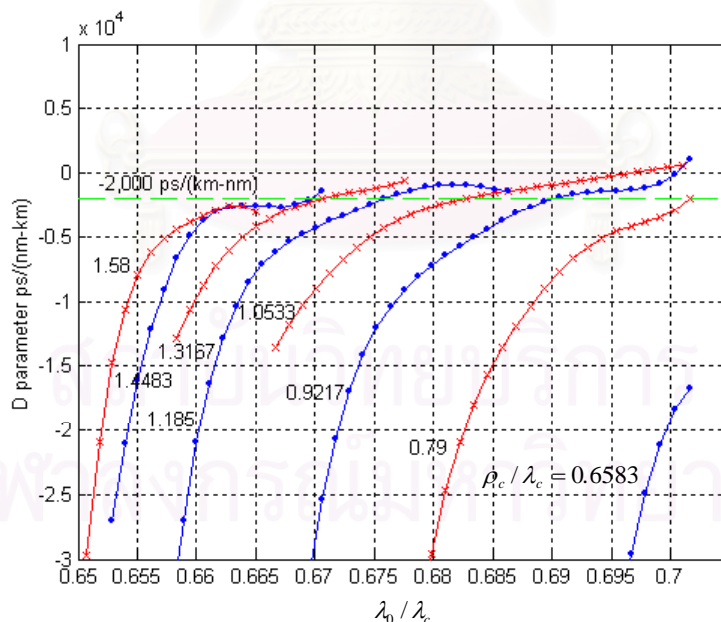
รูปที่ 5.7 โหมดของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} เมื่อเปลี่ยน ρ_{co}^1 / λ_c จาก 0.6583 ถึง 1.58



รูปที่ 5.8 แบนด์วิดท์ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ขึ้นกับค่ารัศมีของแกนอากาศ

5.5 ผลของค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง

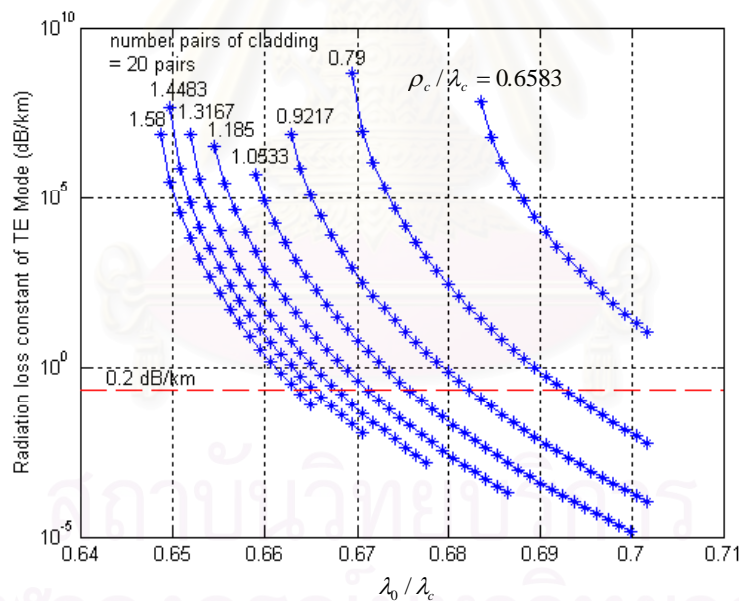
พิจารณาค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} หาได้จากสมการ $D = -(2\pi c / \lambda^2) \beta_2$ จากลักษณะการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวจะเกิดที่ใกล้ขอบบนของแบนด์วิดท์ (upper band-edge) ซึ่งเป็นข้อดีที่ช่วงอื่น ๆ เพราะบริเวณนี้โหมดที่ถูกนำจะมีความชันที่น้อยกว่าช่วงอื่น ๆ ทำให้ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นน้อยกว่าช่วงอื่น ๆ มาก โดยเมื่อให้รัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง ดังรูปที่ 5.9 พบว่ารัศมีของแกนอากาศน้อย ๆ จะมีค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นมาก และค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นจะน้อยลงเมื่อรัศมีของแกนอากาศมากขึ้น เมื่อรัศมีของแกนอากาศมีค่า $0.7 \mu\text{m}$ และ $0.8 \mu\text{m}$ ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์ที่ความถี่ประมาณ 563.9THz และ 567THz หรือที่ความยาวคลื่นประมาณ 532nm และ 529.1nm ตามลำดับ และเมื่อรัศมีของแกนอากาศมีค่ามากกว่า $0.8 \mu\text{m}$ จะไม่มีความถี่หรือความยาวคลื่นที่ทำให้ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์



รูปที่ 5.9 ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} กับ λ_0 / λ_c เมื่อเปลี่ยน ρ_{co}^1 / λ_c จาก 0.6583 ถึง 1.58

5.6 ผลของค่าการสูญเสียของการแผ่พลังงานของแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง

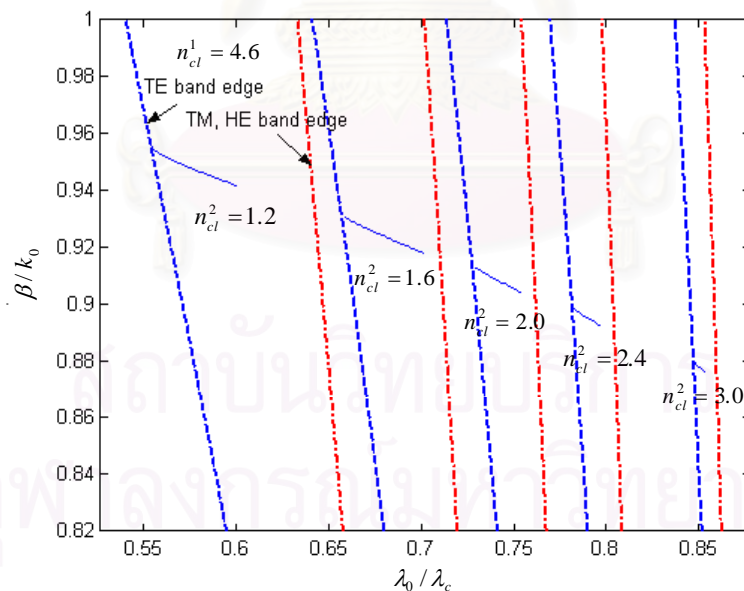
เมื่อพิจารณา ค่าคงที่ของการสูญเสียของการแผ่พลังงานของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} จากลักษณะการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวจะเกิดที่ใกล้ขอบบนของแบนด์วิดท์ (upper band-edge) โหมดที่อยู่ใกล้ขอบของแบนด์วิดท์ซึ่งคลื่นจะเริ่มหลุดจะมีค่าการสูญเสียของการแผ่พลังงานสูง และมีความสัมพันธ์กับแบนด์วิดท์ด้วย นั่นคือรัศมีของแกนอากาศที่ทำให้แบนด์วิดท์มาก จะทำให้มีค่าการสูญเสียน้อยที่สุดด้วย เมื่อจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มมีค่าเท่ากัน ในกรณีศึกษาเมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลงดังรูปที่ 5.10 พบว่าเมื่อรัศมีของแกนอากาศมีค่า $0.8 \mu\text{m}$ หรือ $\rho_c^1/\lambda_c = 1.0533$ ค่าคงที่ของการสูญเสียของการแผ่พลังงานมีค่าน้อยที่สุด และมีช่วงความถี่หรือความยาวคลื่นที่มีค่าคงที่ของการสูญเสียของการแผ่พลังงานน้อยกว่า 0.2 dB/km กว้างมากที่สุด



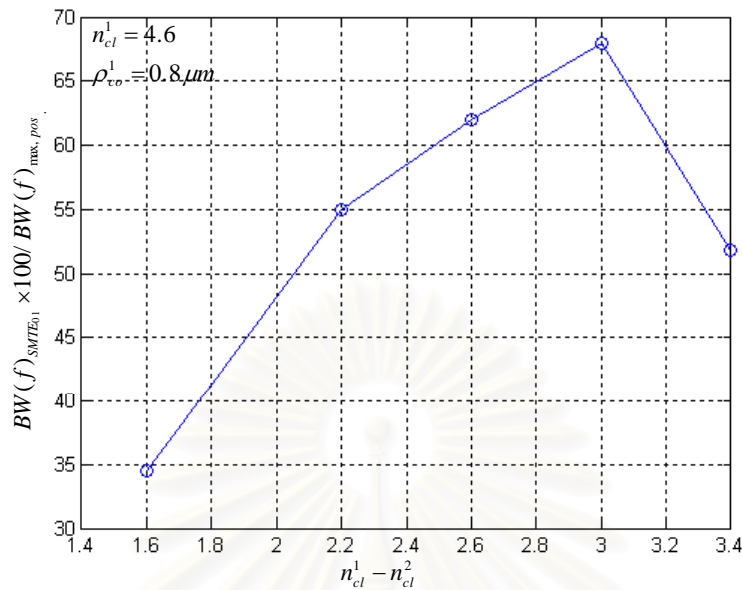
รูปที่ 5.10 ความสัมพันธ์ระหว่าง α_{TE} ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดี่ยวในโหมด TE_{01} กับ λ_0/λ_c เมื่อเปลี่ยน ρ_c^1/λ_c จาก 0.6583 ถึง 1.58 และจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม 20 คู่

5.7 ผลของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง

ในหัวข้อที่ 5.4 ได้นำเสนอผลของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} เมื่อเปลี่ยนรัศมีของแกนอากาศ ρ_{co}^1 ในหัวข้อนี้จะนำเสนอผลของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} เมื่อเปลี่ยนดรรชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้ม โดยความยาวคลื่นกลางและรัศมีของแกนอากาศคงที่ ในวิทยานิพนธ์นี้จะเปลี่ยนค่าดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 n_{cl}^2 จาก 1.2 ถึง 3.0 ที่ $\lambda_c = 759.49 \text{ nm}$ คงที่ โดยพิจารณาเฉพาะช่วงของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ดังรูปที่ 5.11 พบว่าเมื่อดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 มากขึ้น นั่นคือความแตกต่างของดรรชนีหักเหลดลง ทำให้ $BW(f)_{SMTE_{01}} / BW(f)_{\max, pos}$ น้อยลง เนื่องจากถูกจำกัดด้วยขอบบนของแบนด์วิดท์โหมด TM และไฮบริดที่ $\beta/k_0 = 1$ และโหมดที่ถูกนำลดต่ำลง เมื่อดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 น้อยลง นั่นคือความแตกต่างของดรรชนีหักเหมากขึ้น แต่ $BW(f)_{SMTE_{01}} / BW(f)_{\max, pos}$ น้อยลง เนื่องจากถูกจำกัดด้วยโหมด TE_{02} และโหมดที่ถูกนำลดต่ำลง ดังนั้น $BW(f)_{SMTE_{01}} / BW(f)_{\max, pos}$ ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} เปลี่ยนแปลงตาม $n_{cl}^1 - n_{cl}^2$ ดังรูปที่ 5.12



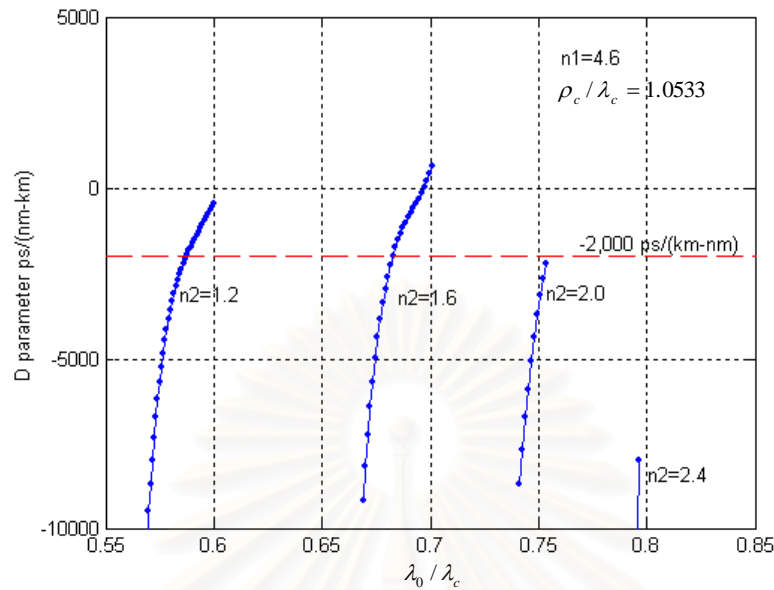
รูปที่ 5.11 โหมดของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} เมื่อเปลี่ยน n_{cl}^2 จาก 1.2 ถึง 3.0



รูปที่ 5.12 แบนด์วิดท์ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01}
ขึ้นกับค่าความแตกต่างระหว่างดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้ม

5.8 ผลของค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง

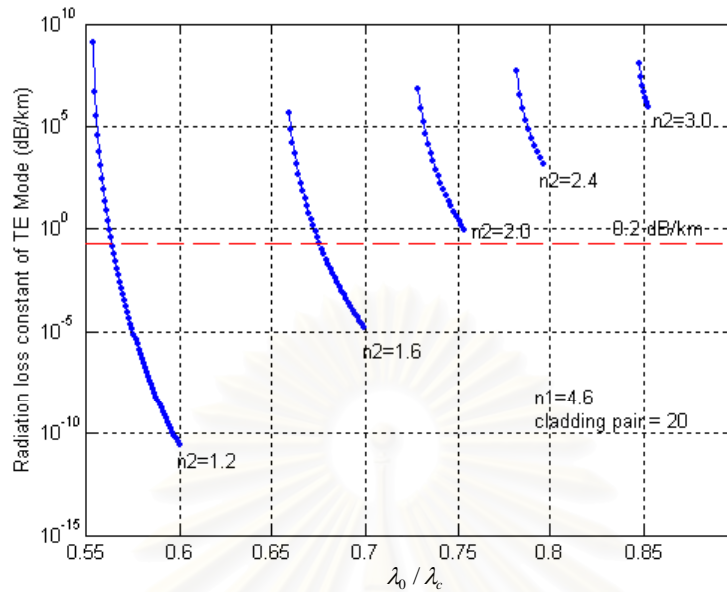
พิจารณาค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} โดยเมื่อให้ดรรชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลงดังรูปที่ 5.13 พบว่าเมื่อดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มชนิดที่ 2 มากขึ้น นั่นคือความแตกต่างของดรรชนีหักเหจะน้อยลง จะมีค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นมาก และค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นจะน้อยลง เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหมากขึ้น เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้ม $n_{cl}^1 - n_{cl}^2 = 3.0$ ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์ที่ความถี่ประมาณ $567 THz$ หรือที่ความยาวคลื่นประมาณ $529.1 nm$ และเมื่อความแตกต่างของดรรชนีมีค่ามากกว่า 3.0 จะไม่มีค่าความถี่หรือความยาวคลื่นที่ทำให้ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์



รูปที่ 5.13 ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} กับ λ_0/λ_c เมื่อเปลี่ยน n_{cl}^2 จาก 1.2 ถึง 2.4

5.9 ผลของค่าการสูญเสียของการแผ่พลังงานของแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง

เมื่อพิจารณาค่าคงที่ของการสูญเสียของการแผ่พลังงานของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} จากลักษณะการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวจะเกิดที่ใกล้ขอบบนของแบนด์วิดท์ โหมดที่อยู่ใกล้ขอบของแบนด์วิดท์ซึ่งคลื่นจะเริ่มหลุดจะมีค่าการสูญเสียของการแผ่พลังงานสูง และมีความสัมพันธ์กับแบนด์วิดท์ด้วย นั่นคือความแตกต่างของดรรชนีหักเหมากขึ้น ทำให้แบนด์วิดท์มากขึ้น ทำให้มีค่าการสูญเสียน้อยลง เมื่อจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มมีค่าเท่ากัน ดังรูปที่ 5.14 พบว่าเมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหมีค่า 3.4 จะมีค่าคงที่ของการสูญเสียของการแผ่พลังงานน้อยที่สุด และมีช่วงความถี่หรือความยาวคลื่นที่มีค่าคงที่ของการสูญเสียของการแผ่พลังงานน้อยกว่า 0.2 dB/km กว้างมากที่สุด



รูปที่ 5.14 ความสัมพันธ์ระหว่าง α_{TE} ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผ่นคลื่นเดียวในโหมด TE_{01} กับ λ_0/λ_c เมื่อ n_{cl}^2 เปลี่ยนจาก 1.2 ถึง 2.4 และจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม 20 คู่

5.10 การออกแบบให้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศเป็นเส้นใยนำแสงแบบแผ่นคลื่นเดียวโหมด TE_{01}

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นในหัวข้อที่ 5.4 ถึง 5.9 ได้นำเสนอผลของการเกิดแบบแผ่นคลื่นเดียว แบนดีวิดท์ของแบบแผ่นคลื่นเดียว ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น และการสูญเสียเนื่องจากการแผ่พลังงาน เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ พบว่าจะมีเซตของพารามิเตอร์ $\{n_{cl}^1, n_{cl}^2, \lambda_c, \rho_{co}^1\}$ ที่เหมาะสมที่สุดเพียง 1 ชุดเท่านั้น อย่างเช่นในกรณีศึกษาที่รัศมีของแกนอากาศ $0.8 \mu m$ หน้าข้างดรรชนี (index profile) ที่เหมาะสมคือ 4.6/1.6 ที่ $\lambda_c = 759.49 \mu m$ ซึ่งทำให้แบนดีวิดท์ของแบบแผ่นคลื่นเดียวกว้างมากที่สุด การสูญเสียเนื่องจากการแผ่พลังงานต่ำที่สุด และมีความยาวคลื่นที่ดิสเพอร์ชันเป็นศูนย์ ดังนั้นสามารถออกแบบให้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศเป็นเส้นใยนำแสงแบบแผ่นคลื่นเดียวโหมด TE_{01} ตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนการออกแบบให้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศเป็นเส้นใยนำแสงแบบแผ่นคลื่นเดียวโหมด TE_{01} มีดังนี้

1. เลือกดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้ม n_{cl}^1 และ n_{cl}^2

2. เลือกค่าความยาวคลื่นกลาง λ_c ที่ทำให้เกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในช่วงที่ต้องการ นั่นคือ $(\lambda_0)_{UBTE1} < \lambda_0 < (\lambda_0)_{UBTM1}$ การออกแบบความหนาของวัสดุหุ้มใช้หลักการกักกันที่เหมาะสมที่สุด นั่นคือ $k_{cl}^1 l_{cl}^1 = k_{cl}^2 l_{cl}^2 = \pi/2$ จะได้ความหนาของวัสดุหุ้ม l_{cl}^1 และ l_{cl}^2 จะได้แบนด์วิดท์ที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} $BW_{\max, pos}(\lambda_0) = (\lambda_0)_{UBTM1} - (\lambda_0)_{UBTE1}$
3. หาค่ารัศมีของแกนอากาศที่น้อยที่สุด $\rho_{co, \min}^1$ ที่ทำให้เริ่มเกิดโหมด TE_{01} ตามขั้นตอนเงื่อนไขการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในหัวข้อที่ 5.2.1 และหาค่ารัศมีของแกนอากาศที่ทำให้แบนด์วิดท์ของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} มีค่ามากที่สุด $\rho_{co, \max}^1$ ตามขั้นตอนเงื่อนไขของแบนด์วิดท์ที่มากที่สุดของแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01}
4. หาค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น และค่าการสูญเสียจากการแผ่พลังงานโหมด TE_{01} ในช่วงความยาวคลื่นของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยว
5. พิจารณาค่าพารามิเตอร์ในข้อที่ 4 ว่าอยู่ในช่วงที่ต้องการหรือไม่ ถ้า “ไม่” ให้กลับไปขั้นตอนที่ 3 เพื่อหาค่ารัศมีของแกนอากาศที่เหมาะสม โดยค่ารัศมีของแกนอากาศดังกล่าวต้องสอดคล้องกับข้อสมการ $\rho_{co}^1 \geq \rho_{co, \min}^1$

5.11 สรุป

สามารถออกแบบให้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ เป็นเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ที่มีค่าการสูญเสียต่ำ และไม่มีผลของความไม่เป็นเชิงเส้นได้ในช่วงความยาวคลื่นหรือความถี่ใด ๆ ได้ โดยอาศัยคุณสมบัติของแบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์

สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

สรุปผลการวิจัย

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอ การวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบริกที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนจำกัดโดยใช้วิธีแมนตรง แล้วได้เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำดับกับการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบริกที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนอนันต์ โดยใช้วิธี เมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ พบว่าการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบริกโดยวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับกับการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบริกโดยวิธีแมนตรง สามารถใช้วิเคราะห์เส้นใยนำแสง แบบแบริกแทนกันได้ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มของเส้นใยนำแสงแบบแบริกในการวิเคราะห์ โดยวิธีแมนตรง และจำนวนชั้นของไดอิเล็กตริกในบริเวณแกนของเส้นใยนำแสงแบบแบริกในการวิเคราะห์โดยวิธีเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับมีจำนวนมากเพียงพอ

ผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำดับของเส้นใยนำแสงแบบแบริกแกนอากาศ พบว่าเส้นใยนำแสงแบบแบริกมีคุณลักษณะแถบช่องว่าง จึงมีความเป็นไปได้ที่ใช้เส้นใยนำแสงแบบแบริกเป็นตัวกรองคลื่นแสงในขณะเดียวกับใช้นำแสง

ผลการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยนำแสงแบบแบริก พบว่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณแกนอากาศของโหมด TE TM และไฮบริดที่มีอันดับต่ำ จะอยู่ในบริเวณแกนอากาศมากกว่าโหมดไฮบริดที่มีอันดับสูง สำหรับโหมดที่มีอันดับมากขึ้น สนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะอยู่ในบริเวณวัสดุหุ้มมากขึ้น และในบริเวณวัสดุหุ้มไกล ๆ (ค่า kr มีค่ามาก) ขนาดสนามแม่เหล็ก- ไฟฟ้าในบริเวณนี้จะลดลงเรื่อย ๆ ตามแนวรัศมี นอกจากนี้สนามที่อยู่ในบริเวณที่ใกล้ขอบของ แบนวิดท์จะอยู่ในวัสดุหุ้มมากขึ้นหรือเริ่มไม่นำคลื่น

ผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำดับ ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น และค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE เมื่อรัศมีของแกนอากาศเปลี่ยนแปลง พบว่าเมื่อรัศมีของแกนอากาศมากขึ้น จะทำให้จำนวนโหมดมากขึ้น ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นน้อยลง ความยาวคลื่นที่ทำให้ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์เลื่อนไปทางความยาวคลื่นสั้น และการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE มีค่าน้อยลง เมื่อจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มคงที่ ในทางตรงกันข้าม เมื่อรัศมีของแกนอากาศน้อยลง จะทำให้จำนวนโหมดน้อยลง ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นมากขึ้น ความยาวคลื่นที่ทำให้ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจาก

ท่อนำคลื่นเป็นศูนย์เลื่อนไปทางความยาวคลื่นยาว และการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE มีค่ามากขึ้น เมื่อจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มคงที่

ผลการวิเคราะห์โหมดที่ถูกรบกวน ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่น และค่าคงที่ของการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง พบว่าเมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มมากขึ้น จะทำให้แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์มากขึ้น ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นน้อยลง ความยาว-คลื่นที่ทำให้ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเป็นศูนย์เลื่อนไปทางความยาวคลื่นยาว และการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE มีค่าน้อยลง เมื่อจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มคงที่ ในทางตรงกันข้าม เมื่อความแตกต่างของดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มน้อยลง จะทำให้แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์มากขึ้น ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นมากขึ้น ความยาวคลื่นที่ทำให้ค่าพารามิเตอร์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์เลื่อนไปทางความยาวคลื่นสั้น และการสูญเสียจากการแผ่พลังงานของโหมด TE มีค่ามากขึ้น เมื่อจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มคงที่

ผลการวิเคราะห์ การสูญเสียเนื่องจากการแผ่พลังงานของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE และ TM เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้ม พบว่า เมื่อจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มมากขึ้น การสูญเสียจากการแผ่พลังงานมีค่าน้อยลง ในทางตรงกันข้าม เมื่อจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มน้อยลง การสูญเสียจากการแผ่พลังงานมีค่ามากขึ้น

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอ การวิเคราะห์แบนด์วิดท์และขอบของแบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ โดยพิจารณาเลขคลื่นโฟลควทและความสะท้อนของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โหมด TE TM และ ไฮบริด สามารถวิเคราะห์ได้จากแถบหยุดโหมด TE TM และส่วนซ้อนทับกันระหว่างแถบหยุดโหมด TE กับแถบหยุดโหมด TM ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ตามลำดับ แบนด์วิดท์ที่ได้จากการวิเคราะห์โดยใช้เลขคลื่นโฟลควท จะให้ผลการวิเคราะห์เช่นเดียวกับแบนด์วิดท์ที่ได้จากการวิเคราะห์โดยใช้ความสะท้อน ในกรณีที่เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์มีจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มเป็นอนันต์ แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มในหนึ่งหน่วยเซลล์ในรูปแบบ (n_h, n_l) จะเท่ากับแบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ที่มีวัสดุหุ้มในหนึ่งหน่วยเซลล์ในรูปแบบ (n_l, n_h) นอกจากการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศแล้ว หลักการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ดังกล่าวยังสามารถนำมาใช้ในการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล และแกนมีค่าดรรชนีหักเหมากได้อีกด้วย

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอ การเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} และเงื่อนไขการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ การเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} โดยการเปลี่ยนแปลงความหนาของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ ρ_{co}^1 และการเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด TM_{01} โดยการเปลี่ยนแปลงดรรชนีหักเหของไดอิเล็กตริกในแกนอากาศ n_{co}^1

อย่างไรก็ตาม การเกิดแบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยวโหมด HE_{11} หรือ TM_{01} เป็นช่วงแรกของการเกิดโหมด HE_{11} หรือ TM_{01} ตามลำดับ ดังนั้นผลการวิเคราะห์ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนกิ่งคลื่นเดี่ยว และไม่มีควมยาวคลื่นที่ดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นเป็นศูนย์

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอ การเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ โดยอาศัยคุณสมบัติของแบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ นั่นคือ แบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โหมด TM และไฮบริดจะมีขนาดเล็กกว่าหรือเท่ากับแบนด์วิดท์โหมด TE ที่ทุก ๆ ค่าของมุมตกกระทบ การเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ค่ารัศมีของแกนอากาศ ρ_{co}^1 ต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับรัศมีของแกนอากาศที่น้อยที่สุด $\rho_{co,\min}^1$ นั่นคือ $\rho_{co}^1 \geq \rho_{co,\min}^1$ เป็นเงื่อนไขการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} จากการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ พบว่าเมื่อรัศมีของแกนอากาศที่ทำให้แบนด์วิดท์ของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} มีค่ากว้างมากที่สุด นั่นคือ $\rho_{co}^1 = \rho_{co,\max}^1$ จะทำให้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์มีค่าการสูญเสียเนื่องจากการแผ่พลังงานต่ำที่สุด ในวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอขั้นตอนการหาค่ารัศมีของแกนอากาศที่น้อยที่สุด ขั้นตอนการหาค่ารัศมีของแกนอากาศที่ทำให้แบนด์วิดท์ของการเกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} มีค่ากว้างมากที่สุด และนำเสนอขั้นตอนการออกแบบให้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แกนอากาศเป็นเส้นใยนำแสงแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ผลจากการค้นพบนี้ นำไปสู่การออกแบบให้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์เป็นเส้นใยนำแสงแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในช่วงความถี่หรือความยาวคลื่นใด ๆ ได้ โดยมีค่าการสูญเสียต่ำไม่มีผลของความไม่เป็นเชิงเส้น ไม่มีผลจากโพลาริเซชัน และมีดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นในช่วงความยาวคลื่นดังกล่าวต่ำกว่าดิสเพอร์ชันเนื่องจากท่อนำคลื่นในช่วงความยาวคลื่นอื่น ๆ ดังในกรณีตัวอย่าง เราออกแบบให้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์เกิดแบบแผนคลื่นเดี่ยวโหมด TE_{01} ในช่วงความยาวคลื่นแสงสีน้ำเงิน-เขียว ซึ่งเป็นช่วงที่เส้นใยนำแสงแบบทั่วไปมีการสูญเสียกำลังแสงมาก พบว่ามีชุดของพารามิเตอร์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ $\{n_{cl}^1, n_{co}^1, \lambda_c, \rho_{co}^1\}$ ที่เหมาะสมที่สุด นั่นคือรัศมีของแกนอากาศ $\rho_{co}^1 = \rho_{co,\max}^1 = 0.8 \mu m$ หน้าข้างดรรชนีที่เหมาะสม $n_{cl}^1 / n_{co}^1 = 4.6 / 1.6$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 759.49 \mu m$

ข้อเสนอแนะ

ในวิทยานิพนธ์นี้ พิจารณาคุณสมบัติของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์เนื่องมาจากคุณสมบัติของท่อนำคลื่นเท่านั้น โดยยังไม่ได้พิจารณาคุณสมบัติของวัสดุ ซึ่งคุณสมบัติของวัสดุ จะทำให้คุณสมบัติและความยาวคลื่นที่ดิสเพอร์ชันเป็นศูนย์ที่ได้นำเสนอในตัวอย่างการออกแบบเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดียวโหมด TE_{01} มีค่าเปลี่ยนแปลงไป นอกจากนี้เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์แบบแผนคลื่นเดียวโหมด TE_{01} ดังกล่าวยังมีรัศมีของแกนอากาศที่เล็กกว่าเส้นใยนำแสงแบบทั่วไป ทำให้ยากต่อการเชื่อมต่อกับเส้นใยนำแสงแบบทั่วไปในระบบการสื่อสารทางแสงที่ใช้ในปัจจุบัน โดยปัญหาดังที่ได้กล่าวมาข้างต้นสามารถใช้งานได้งานวิจัยต่อไปได้

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้วิเคราะห์โหมดที่ถูกลำ (guided mode) ในเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ จะได้ $\beta = \beta_{real}$ ในงานวิจัยต่อไปสามารถทำวิจัยการวิเคราะห์แบบแผนคลื่นรั่ว (leaky mode) ที่มีรวมผลการสูญเสียของวัสดุหุ้ม จะได้ $\beta = \beta_{real} + i\beta_{imag}$ อย่างไรก็ตาม การสูญเสียของวัสดุหุ้มมีผลต่อการสูญเสียของเส้นใยนำแสงน้อย เนื่องจากคลื่นแสงที่ถูกลำส่วนใหญ่อยู่ในแกนอากาศ

จากการวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำและแบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ พบว่าเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์นำแสงได้เฉพาะบางช่วงความยาวคลื่น เราเรียกคุณสมบัติเช่นนี้ว่า คุณสมบัติแถบช่องว่าง (bandgap characteristic) ดังนั้นจึงมีความเป็นไปได้ที่ใช้เส้นใยแสงแบบแบรกก์เป็นตัวกรองคลื่นแสงในขณะเดียวกันใช้นำแสง (filter in line) โดยตัวกรองคลื่นแสงนั้นต้องมีแบนด์วิดท์ที่แคบ แนวทางที่จะเปลี่ยนแปลงแบนด์วิดท์ของเส้นใยนำแสงแบบแบรกก์ทำได้โดยการปรับเปลี่ยนชั้นวัสดุหุ้ม เช่น ความหนาของชั้นวัสดุหุ้ม จำนวนชั้นในหนึ่งหน่วยเซลล์ เป็นต้น ซึ่งเป็นงานวิจัยต่อไปได้

รายการอ้างอิง

- Agrawal, G. P., Fiber-Optic Communication Systems. Singapore : JohnWiley & Sons, 1992.
- Argyros, A., Guided modes and loss in Bragg fibres. Optics Express 10, 24 (December 2002) : 1411-1417.
- Argyros, A., and Bassett, I. M., Elimination of polarization degeneracy in round waveguides. Optics Express 10, 23 (November 2002) : 1342-1346.
- Chew, W. C., Waves and fields in inhomogeneous media. New York : IEEE Press, 1990.
- Cregan, R. F., Mangan, B. J., Knight, J. C., Birks, T. A., Russell, P. St. J., Roberts, P. J., and Allan, D. C., Single-Mode Photonic Band Gap Guidance of Light in Air. Science 285, (September 1999) : 1537-1539.
- Fink, Y., Ripin, D. J., Fan, S., Chen, C., Joannopoulos, J. D., and Thomas, E. L., Guiding Optical Light in Air Using an All-Dielectric Structure. Journal of Lightwave Technology 17, 11 (November 1999) : 2039-2041.
- Ibanescu, M., Fink, Y., Fan, S., Thomas, E. L., and Joannopoulos, J. D., An All-Dielectric Coaxial Waveguide. Science 289, (July 2000) : 415-419.
- Johnson, S. G., Ibanescu, M., Skorobogatiy, M., Weisberg, Ori., Engeness, T. D., Soljagic, M., Jacobs, S. A., Joannopoulos, J. D., and Fink, Y., Low-loss asymptotically single-mode propagation in large-core OmniGuide fibers. Optics Express 9, 13 (December 2001) : 748-779.
- Johnson, S. G., Ripin, D. J., Fan, S., Chen, C., Joannopoulos, J. D., and Thomas, E. L., Guiding Optical Light in Air Using an All-Dielectric Structure. Journal of Lightwave Technology 17, 11 (November 1999) : 2039-2041.
- Kawanishi, T., and Izutsu, M., Coaxial periodic optical waveguide. Optics Express 7, 1 (July 2000) : 10-22.
- Kim, S. H., and Hwangbo, C. K., Design of omnidirectional high reflectors with quarter-wave dielectric stacks for optical telecommunication bands. Applied Optics 41, 16 (June 2002) : 3187-3192.
- Lekner, J., Omnidirectional reflection by multilayer dielectric mirrors. Journal of Optical Society of America : Pure Applied Optics 2 (February 2000) : 349-352.

- Ouyang, G., Xu, Y., and Yariv, A., Comparative study of air-core and coaxial Bragg fibers: single-mode transmission and dispersion characteristics. Optics Express 9, 13 (December 2001) : 733-747.
- Ouyang, G., Xu, Y., and Yariv, A., Theoretical study on dispersion compensation in air-core Bragg fibers. Optics Express 10, 17 (August 2002) : 899-908.
- Xu, Y., Lee, R. K., and Yariv, A., Asymptotic analysis of Bragg fibers. Optics Letters 25, 24 (December 2000) : 1756-1758.
- Xu, Y., Ouyang, G. X., Lee, R. K., and Yariv, A., Asymptotic Matrix Theory of Bragg Fibers. Journal of Lightwave Technology 20, 3 (March 2002) : 428-440.
- Xu, Y., Yariv, A., Fleming, J. G., and Lin, S. Y., Asymptotic analysis of silicon based Bragg fibers. Optics Express 11, 9 (March 2003) : 1039-1049.
- Yeh, P., Optical Waves in Layered Media. Singapore : John Wiley & Sons, 1991.
- Yeh, P., Yariv, A., and Hong, C. S., Electromagnetic propagation in periodic stratified media. I. General theory Journal of Optical Society of America 67, 4 (April 1977) : 423-438.
- Yeh, P., Yariv, A., and Marom, E., Theory of Bragg fiber. Journal of Optical Society of America 68, 9 (September 1978) : 1196-1201.



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

**ขอบของแบนด์วิดท์ของชั้นไดอิเล็กตริก
ที่มีความหนาแบบหนึ่งในสี่ของความยาวคลื่น**

ในปี ค.ศ. 2002 Kim, S. H., and Hwangbo, C. K., ได้นำเสนอการวิเคราะห์ขอบของแบนด์วิดท์ของชั้นไดอิเล็กตริกที่มีความหนาแบบหนึ่งในสี่ของความยาวคลื่น (quarter-wave stack) ในช่วงแถบความยาวคลื่นแรก ซึ่งมีรูปแบบของไดอิเล็กตริกพื้นฐานเป็น (HL) หรือ (LH) เมื่อ H และ L เป็นความหนาทางแสงแบบหนึ่งในสี่ (quarter-wave optical thickness) ของวัสดุที่มีค่าดรรชนีหักเหมากและน้อยตามลำดับ ถ้าดรรชนีหักเหและความหนาของวัสดุทั้งสองชนิดเป็น (n_H, d_H) และ (n_L, d_L) ตามลำดับ จะได้เมทริกซ์คุณลักษณะ (characteristic matrix) ของชั้นพื้นฐาน (basic stack) (HL) ที่มุมตกกระทบ θ_0 ในตัวกลางตกกระทบที่มีค่าดรรชนีหักเห n_0 เป็นดังสมการ

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta_H & (i \sin \delta_H) / \eta_H \\ i \eta_H \sin \delta_H & \cos \delta_H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta_L & (i \sin \delta_L) / \eta_L \\ i \eta_L \sin \delta_L & \cos \delta_L \end{bmatrix} \quad (\text{ก.1})$$

เมื่อ δ_H และ δ_L เป็นความหนาเฟสทางแสง (optical phase thickness) ของชั้น n_H และ n_L ตามลำดับ ความหนาเฟสทางแสงของแต่ละชั้นสามารถเขียนได้ในรูป

$$\delta_j = \frac{2\pi}{\lambda} n_j d_j \cos \theta_j \quad (\text{ก.2})$$

เมื่อ $j = H$ หรือ $j = L$ และ θ_j เป็นมุมหักเหในชั้นที่ j หาได้จากกฎของสเนลล์ $n_0 \sin \theta_0 = n_j \sin \theta_j$ ในสมการ (ก.1) η_H และ η_L เป็นแอดมิตแตนซ์ทางแสงของชั้น n_H และ n_L ตามลำดับ ดังสมการ

$$\eta_j = n_j \cos \theta_j \quad (\text{ก.3})$$

สำหรับแสงที่มีโพลาไรเซชันแบบ TE และ

$$\eta_j = n_j / \cos \theta_j \quad (\text{ก.4})$$

สำหรับแสงที่มีโพลาไรเซชันแบบ TM

ตามเงื่อนไขขอบเขตระหว่างแถบหยุดกับแถบผ่าน สามารถแทนได้โดย

$$\frac{M_{11} + M_{22}}{2} = -1 \quad (\text{ก.5})$$

จากสมการ (ก.1) เงื่อนไขนี้สามารถเขียนกระจายได้ดังรูป

$$\cos \delta_H \cos \delta_L - \frac{1}{2} \left(\frac{\eta_L}{\eta_H} + \frac{\eta_H}{\eta_L} \right) \sin \delta_H \sin \delta_L = -1 \quad (\text{ก.6})$$

ถ้าเราประมาณค่า $\cos(\delta_H - \cos \delta_L) \cong 1$ ขอบของแบนวิดท์สามารถเขียนได้ในรูป

$$\cos \left(\frac{\delta_H + \delta_L}{2} \right) = \pm \left(\frac{Z-1}{Z+1} \right)^{1/2} \quad (\text{ก.7})$$

เมื่อ

$$Z = \frac{1}{2} \left(\frac{\eta_L}{\eta_H} + \frac{\eta_H}{\eta_L} \right) \quad (\text{ก.8})$$

สำหรับชั้นไดอิเล็กตริกที่มีความหนาแบบหนึ่งในสี่ สมการ (ก.2) สามารถเขียนใหม่เป็นดังสมการ

$$\delta_j = \frac{\pi}{2} \frac{\lambda_0}{\lambda} \cos \theta_j \quad (\text{ก.9})$$

เมื่อ λ_0 เป็นความยาวคลื่นอ้างอิงของชั้นแบบหนึ่งในสี่ที่ตกกระทบแบบตั้งฉาก เช่น $n_H d_H = n_L d_L = \lambda_0 / 4$ นำสมการ (ก.9) แทนลงในสมการ (ก.7) จะได้ขอบของแบนวิดท์ของความยาวคลื่นสั้นและยาวของแถบการสะท้อน (reflection band) ของชั้นไดอิเล็กตริกที่มีความหนาแบบหนึ่งในสี่คลื่นที่มุมตกกระทบ θ_0 เขียนกระจายได้ดังสมการข้างล่าง

$$\frac{\lambda_{short}(\theta_0)}{\lambda_0} = F(\theta_0) \left[\cos^{-1} \left(-\frac{\eta_H - \eta_L}{\eta_H + \eta_L} \right) \right]^{-1} \quad (\text{ก.10})$$

$$\frac{\lambda_{long}(\theta_0)}{\lambda_0} = F(\theta_0) \left[\cos^{-1} \left(\frac{\eta_H - \eta_L}{\eta_H + \eta_L} \right) \right]^{-1} \quad (\text{ก.11})$$

เมื่อ

$$F(\theta_0) = \frac{\pi}{4} \left[\frac{n_L (n_H^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_0)^{1/2} + n_H (n_L^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_0)^{1/2}}{n_H n_L} \right] \quad (\text{ก.12})$$

จะได้ แบนวิดท์ของการสะท้อนของไดอิเล็กทริกที่มีความหนาแบบหนึ่งในตัวกลางความยาวคลื่น ดังสมการ

$$\Delta\lambda(\theta_0) = \lambda_{long}(\theta_0) - \lambda_{short}(\theta_0) \quad (\text{ก.13})$$

เราจะพบว่าเมื่อมุมตกกระทบเพิ่มขึ้น ความยาวคลื่นกลางของแบนด์วิดท์โหมด TE และ TM จะเลื่อนไปยังบริเวณความยาวคลื่นสั้น แบนวิดท์ของ TE จะกว้างกว่ากรณีตกกระทบแบบตั้งฉาก และแบนวิดท์ของ TM จะแคบกว่ากรณีตกกระทบแบบตั้งฉาก ขอบของแบนด์วิดท์สามารถคำนวณโดยตรงด้วยสมการ (ก.6) และการประมาณขอบของแบนด์วิดท์ด้วยสมการ (ก.10) และ (ก.11)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข

ขอบของแบนด์วิดท์ของชั้นไดอิเล็กตริกที่มีความหนาใด ๆ

ในปี ค.ศ. 2000 Lekner, J., ได้นำเสนอการวิเคราะห์ขอบของแบนด์วิดท์ของชั้นไดอิเล็กตริกที่มีความหนาใด ๆ พิจารณากรณีชั้นไดอิเล็กตริกมีความหนาแบบหนึ่งในสี่ของความยาวคลื่น (quarter wavelength) นั่นคือ

$$d_h = \frac{\lambda_h}{4} = \frac{\lambda}{4n_h} \quad d_l = \frac{\lambda_l}{4} = \frac{\lambda}{4n_l} \quad (ข.1)$$

เมื่อ λ เป็นความยาวคลื่นแสงในสุญญากาศ ทางเดินแสงจะมีค่าเป็น $n_h d_h = n_l d_l = \lambda/4$ และการสะท้อนจะมีค่ามากที่สุดของการตกกระทบแบบตั้งฉาก จะเกิดขึ้นที่ความถี่เชิงมุม

$$\omega_0 = \frac{2\pi c}{\lambda} = \frac{\pi c}{2 n_h d_h} = \frac{\pi c}{2 n_l d_l} \quad (ข.2)$$

เราจะได้ ขอบของแถบหยุดของการตกกระทบแบบตั้งฉากที่ $\omega_0 \pm \Delta\omega$ จากสมการข้างล่าง

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{2}{\pi} \arcsin\left(\frac{n_h - n_l}{n_h + n_l}\right) \quad (ข.3)$$

จากสมการ (ข.3) พบว่าขอบของแถบหยุดของการตกกระทบแบบตั้งฉากข้างต้นไม่ได้ขึ้นกับโพลาไรเซชัน

สำหรับชั้นไดอิเล็กตริกแบบเอกพันธ์ที่มีค่าดรรชนีหักเห n_h และ n_l ที่มีความหนา d_h และ d_l จะได้เงื่อนไขขอบของแถบหยุดของการตกกระทบที่มุมตกกระทบใด ๆ อยู่ในรูปสมการ

$$|\cos \delta_l \cos \delta_h - \Lambda \sin \delta_l \sin \delta_h| > 1 \quad (ข.4)$$

เมื่อ

$$\delta_l = \frac{\omega d_l}{c} \sqrt{n_l^2 - n_1^2 \sin^2 \theta} \quad (ข.5)$$

$$\delta_h = \frac{\omega d_h}{c} \sqrt{n_h^2 - n_1^2 \sin^2 \theta}$$

เมื่อ δ_h, δ_l เป็นการเลื่อนเฟส (phase shift) ของคลื่นที่ความถี่เชิงมุม ω ที่เดินทางในชั้นไดอิเล็กตริกที่มีค่าดรรชนีหักเหมากและน้อย ตามลำดับ n_1 เป็นดรรชนีหักเหของวัสดุที่แสงตกกระทบ และ θ เป็นมุมตกกระทบ ฟังก์ชัน Λ จะไม่ขึ้นกับความถี่ และเขียนในรูปแบบที่ต่างกัน สำหรับโพลาไรเซชันแบบ s (TE) และ p (TM) ดังสมการ

$$\Lambda_s = \frac{1}{2} \left(x_s + \frac{1}{x_s} \right) \quad x_s = \sqrt{\frac{n_h^2 - n_l^2 \sin^2 \theta}{n_l^2 - n_l^2 \sin^2 \theta}} \quad (ข.6)$$

$$\Lambda_p = \frac{1}{2} \left(x_p + \frac{1}{x_p} \right) \quad x_p = \left(\frac{n_h}{n_l} \right)^2 / x_s \quad (ข.7)$$

จากสมการ (ก.1), (ก.2) และ (ก.5) เมื่อชั้นไดอิเล็กตริกมีความหนาแบบหนึ่งในสี่ของความยาวคลื่นที่มุมตกกระทบเป็นศูนย์ (ตกกระทบตั้งฉาก) เราจะได้การเลื่อนเฟสเป็นดังสมการ

$$\delta_l = \frac{\pi}{2} \frac{\omega}{\omega_0} = \delta_h \quad (ข.8)$$

และ $\cos \delta_l \cos \delta_h - \Lambda \sin \delta_l \sin \delta_h$ เป็น $\cos^2 \delta - \frac{1}{2} \left(\frac{n_h}{n_l} + \frac{n_l}{n_h} \right) \sin^2 \delta$ มีค่าเท่ากับ -1 ที่ความถี่ $\omega_0 \pm \Delta\omega$ เมื่อ $\Delta\omega$ เป็นดังสมการ (ก.3)

เมื่อคลื่นตกกระทบแบบตั้งฉาก แแถบหยุดจะอยู่ระหว่าง $\omega_0 - \Delta\omega$ กับ $\omega_0 + \Delta\omega$ เมื่อ ω_0 กับ $\Delta\omega$ ดังสมการ (ข.2) และ (ข.3) ตามลำดับ ดังนั้นแถบหยุดแถบแรกจะมีความถี่อยู่ระหว่าง ω^- กับ ω^+ หาได้จากการแก้สมการ

$$\cos \delta_l \cos \delta_h - \Lambda \sin \delta_l \sin \delta_h = -1 \quad (ข.9)$$

เมื่อ $\Lambda = \Lambda_s$ และ Λ_p ดังสมการ (ข.6) และ (ข.7) เมื่อคลื่นตกกระทบแบบตั้งฉาก $\Lambda_p = \Lambda_s$ และแถบหยุดของทั้ง 2 โพลาไรเซชัน จะอยู่ระหว่าง ω_0^- กับ ω_0^+ โพลาไรเซชันแบบ s แถบหยุดจะมีความกว้างเพิ่มขึ้น เมื่อมุมเพิ่มขึ้น ในขณะที่โพลาไรเซชันแบบ p ความกว้างของแถบหยุดจะลดลง เมื่อมุมตกกระทบเป็นมุมใด ๆ แถบหยุดของโพลาไรเซชันแบบ p จะอยู่ในช่วง ω_p^- กับ ω_p^+ นั่นคือ

$$\omega_p^- < \omega_0^+ \quad (ข.10)$$

เมื่อคลื่นตกกระทบบนชั้นไดอิเล็กตริกแบบใด ๆ จะได้การเลื่อนเฟส $\delta_l = (\omega/c)D_l$ และ $\delta_h = (\omega/c)D_h$ โดยที่

$$\begin{aligned} D_l &= d_l \sqrt{n_l^2 - n_1^2 \sin^2 \theta} \\ D_h &= d_h \sqrt{n_h^2 - n_1^2 \sin^2 \theta} \end{aligned} \quad (ข.11)$$

คลื่นตกกระทบมีเฟสที่เพิ่มขึ้น δ_l และ δ_h ที่ขอบของแบนวิดท์ทั้ง 2 โฟลาไรเซชัน จะมีค่า $\pi/2 \pm \arcsin\left(\frac{x_0 - 1}{x_0 + 1}\right)$ โดยที่ $x_0 = n_h/n_l$ ที่ทุก ๆ ความถี่เฟสที่เพิ่มขึ้นจะเป็นอัตราส่วน $\delta_h/\delta_l = D_h/D_l$ ดังนั้นการเลื่อนเฟสที่ขอบของแบนวิดท์มีค่า

$$\begin{aligned} \delta_l^\pm &= \frac{2D_l}{D_h + D_l} \left(\frac{\pi}{2} \pm \phi^\pm \right) \\ \delta_h^\pm &= \frac{2D_h}{D_h + D_l} \left(\frac{\pi}{2} \pm \phi^\pm \right) \end{aligned} \quad (ข.12)$$

มุม ϕ^\pm สามารถหาได้ของแต่ละโฟลาไรเซชัน สมการ (ข.9) สำหรับขอบของแบนวิดท์สามารถเขียนสมการฟังก์ชันของ ϕ^\pm

$$\sin \phi^\pm = \left(\frac{x-1}{x+1} \right) \cos \left[\left(\frac{D_h - D_l}{D_h + D_l} \right) \left(\frac{\pi}{2} \pm \phi^\pm \right) \right] \quad (ข.13)$$

เมื่อ x เป็น x_p หรือ x_s และ Λ เป็น Λ_p หรือ Λ_s เมื่อ $D_h = D_l$ เราจะได้

$$\phi^\pm = \arcsin\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \quad (ข.14)$$

เมื่อ $(D_h - D_l)/(D_h + D_l)$ มีค่าน้อย เรากระจายด้านขวาของสมการ (ข.13) จะได้

$$\sin \phi^\pm = \left(\frac{x-1}{x+1} \right) \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{D_h - D_l}{D_h + D_l} \right)^2 \left(\frac{\pi}{2} \pm \phi^\pm \right)^2 + O\left(\frac{D_h - D_l}{D_h + D_l} \right)^4 \right\} \quad (ข.15)$$

ใช้ $\arcsin(S + s) = \arcsin(S) + s/\sqrt{1-S^2} + O(s^2)$ จะได้

$$\phi^\pm = \arcsin\left(\frac{x-1}{x+1}\right) - \frac{x-1}{4\sqrt{x}} \left(\frac{D_h - D_l}{D_h + D_l} \right)^2 \left(\frac{\pi}{2} \pm \arcsin\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \right)^2 + O\left(\frac{D_h - D_l}{D_h + D_l} \right)^4 \quad (ข.16)$$

ความถี่ที่ขอบของแบนวิดท์สามารถหาได้จากสมการ (ข.12) และ (ข.5)

$$\omega^\pm = \frac{2c}{D_h + D_l} \left(\frac{\pi}{2} \pm \phi^\pm \right) \quad (\text{ข.17})$$

สมการ (ข.3) เป็นความถี่ที่ขอบของแบนด์วิดท์ในกรณีตกกระทบแบบตั้งฉากโดยไม่มีการประมาณ
สมการ (ข.16) และ (ข.17) เป็นความถี่ที่ขอบของแบนด์วิดท์ที่มุมตกกระทบใด ๆ



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ค

การพิสูจน์เอกลักษณ์ของ Chebyshev

ให้ A เป็นเมทริกซ์ตัวกำหนดเป็นหนึ่ง (unimodular matrix) A^N สามารถเขียนในรูปแบบง่าย ๆ ได้ดังสมการ

$$A^N = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^N = \begin{pmatrix} a_{11}U_{N-1} - U_{N-2} & a_{12}U_{N-1} \\ a_{21}U_{N-1} & a_{22}U_{N-1} - U_{N-2} \end{pmatrix} \quad (\text{ค.1})$$

โดยที่

$$U_N = \sin(N+1)K\Lambda / \sin K\Lambda \quad (\text{ค.2})$$

$$K\Lambda = \cos^{-1} \left[\frac{1}{2}(a_{11} + a_{22}) \right] \quad (\text{ค.3})$$

พิสูจน์ ให้ V_{\pm} เป็นเวกเตอร์เจาะจงนอร์มัลไลซ์ (normalized eigenvectors) ของเมทริกซ์ A ที่มีค่าเจาะจง $e^{\pm iK\Lambda}$ ตามลำดับ

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} V_{\pm} = e^{\pm iK\Lambda} V_{\pm} \quad (\text{ค.4})$$

เราจะเห็นได้อย่างชัดเจนว่า ค่าเจาะจงทั้ง 2 เป็นอินเวอร์สซึ่งกันและกัน เพราะเมทริกซ์ A ในสมการ (ค.4) เป็นเมทริกซ์ตัวกำหนดเป็นหนึ่ง เราจะได้ค่าเจาะจง $e^{\pm iK\Lambda}$

$$e^{\pm iK\Lambda} = \left[\frac{1}{2}(a_{11} + a_{22}) \right] \pm \left\{ \left[\frac{1}{2}(a_{11} + a_{22}) \right]^2 - 1 \right\}^{1/2} \quad (\text{ค.5})$$

ค่าเจาะจง $e^{\pm iK\Lambda}$ จะสอดคล้องกับเวกเตอร์เจาะจง

$$V_{\pm} = \begin{pmatrix} \alpha_{\pm} \\ \beta_{\pm} \end{pmatrix} \quad (\text{ค.6})$$

โดยที่

$$\alpha_{\pm} = \frac{a_{12}}{[a_{12}^2 + (e^{\pm iK\Lambda} - a_{11})^2]^{1/2}}, \beta_{\pm} = \frac{e^{\pm iK\Lambda} - a_{11}}{[a_{12}^2 + (e^{\pm iK\Lambda} - a_{11})^2]^{1/2}} \quad (\text{ค.7})$$

เอกลักษณ์ของ Chebyshev (สมการ ค.1) ได้จากการใช้สมการเมทริกซ์

$$\left\{ M \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} M^{-1} \right\}^N = M \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^N M^{-1} \quad (\text{ค.8})$$

ซึ่งกล่าวได้ว่ากำลัง N ของเมทริกซ์แปลง (transformed matrix) จะเท่ากับการแปลงของกำลัง N ของเมทริกซ์กำเนิด (original matrix) ถ้าเมทริกซ์ M สามารถหาค่าได้ ซึ่ง

$$M \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} M^{-1} = \begin{pmatrix} e^{iK\Lambda} & 0 \\ 0 & e^{-iK\Lambda} \end{pmatrix} \quad (\text{ค.9})$$

ดังนั้น กำลัง N ของเมทริกซ์ A เป็นดังสมการ

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^N = M^{-1} \begin{pmatrix} e^{iNK\Lambda} & 0 \\ 0 & e^{-iNK\Lambda} \end{pmatrix} M \quad (\text{ค.10})$$

เมทริกซ์ M ซึ่งเป็นเมทริกซ์แปลงเมทริกซ์ A เป็นเมทริกซ์เฉียง (diagonal matrix) สามารถหาได้จากเวกเตอร์เจาะจง (สมการ ค.6) ของเมทริกซ์ A ดังนั้นเมทริกซ์ M และ M^{-1} หาได้จากสมการ

$$M^{-1} = \frac{1}{(\alpha_+ \beta_- - \alpha_- \beta_+)^{1/2}} \begin{pmatrix} \alpha_+ & \alpha_- \\ \beta_+ & \beta_- \end{pmatrix} \quad (\text{ค.11})$$

$$M = \frac{1}{(\alpha_+ \beta_- - \alpha_- \beta_+)^{1/2}} \begin{pmatrix} \beta_- & -\alpha_- \\ -\beta_+ & \alpha_+ \end{pmatrix} \quad (\text{ค.12})$$

เอกลักษณ์ของ Chebyshev (สมการ ค.1) ได้จากการแทนสมการ (ค.11) และ (ค.12) ลงใน สมการ (ค.10) จะได้

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^N = \frac{1}{\alpha_+ \beta_- - \alpha_- \beta_+} \begin{pmatrix} \alpha_+ & \alpha_- \\ \beta_+ & \beta_- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{iNK\Lambda} & 0 \\ 0 & e^{-iNK\Lambda} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_- & -\alpha_- \\ -\beta_+ & \alpha_+ \end{pmatrix} \quad (\text{ค.13})$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^N = \begin{pmatrix} \frac{a_{11} \sin NK\Lambda - \sin(N-1)K\Lambda}{\sin K\Lambda} & \frac{a_{12} \sin NK\Lambda}{\sin K\Lambda} \\ \frac{a_{21} \sin NK\Lambda}{\sin K\Lambda} & \frac{a_{22} \sin NK\Lambda - \sin(N-1)K\Lambda}{\sin K\Lambda} \end{pmatrix} \quad (\text{ค.14})$$

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายอาคม แก้วระวัง เกิดวันที่ 12 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2522 จังหวัดนครราชสีมา สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ในปีการศึกษา 2543 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2544 โดยได้รับทุนพัฒนาอาจารย์ สาขาวิชาขาดแคลน ของภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย