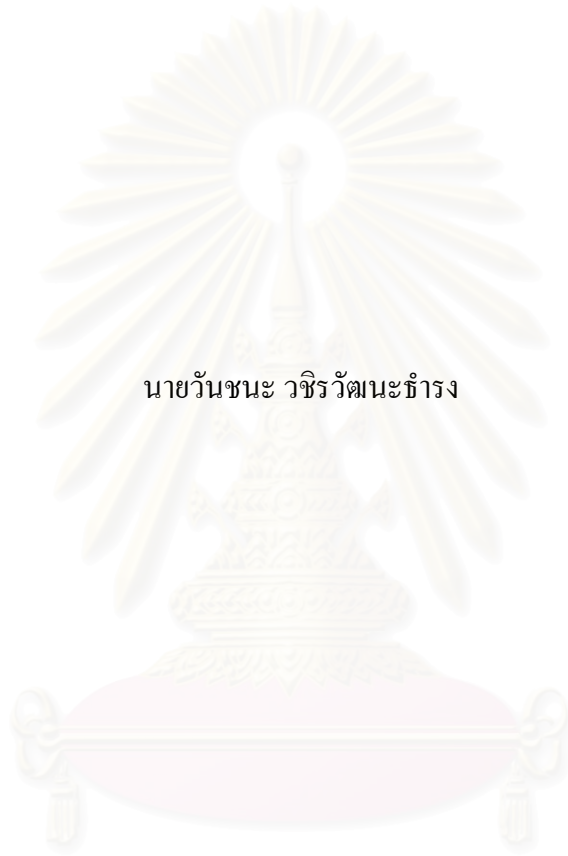


ขั้นตอนวิธีสำหรับปัญหาการรับและส่งสินค้าแบบเพิ่มความจุที่มีจุดรับสินค้าหลายแห่ง



นายวันชนะ วชิรวัฒนะธำรง

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหกรรม ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหกรรม

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2549

ISBN 974-14-3395-6

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ALGORITHM FOR MULTI-DEPOT PICKUP AND DELIVERY PROBLEM  
WITH FULL TRUCKLOAD

Mr.Wanchana Wachirawatnathamrong

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering Program in Industrial Engineering  
Department of Industrial Engineering

Faculty of Engineering  
Chulalongkorn University

Academic Year 2006

ISBN 974-14-3395-6

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ขั้นตอนวิธีสำหรับปัญหาการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุที่มีจุดรับ สินค้าหลายแห่ง
โดย	นายวันชนะ วชิรวัฒนะธำรง
สาขาวิชา	วิศวกรรมอุตสาหการ
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์ ดร.สีรง ปรีชานนท์
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	อาจารย์ ดร.มานิช โลหเดปานนท์

---

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วน  
หนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบริหารธุรกิจ

..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์  
(ศาสตราจารย์ ดร. ดิเรก ลาวัญศิริ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เจริญ บุญดีสกุลโชค)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา  
(อาจารย์ ดร.สีรง ปรีชานนท์)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม  
(อาจารย์ ดร.มานิช โลหเดปานนท์)

..... กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ปวีณา เชาวลิตวงศ์)

วันชนะ วชิรวัฒน์ธำรง : ขั้นตอนวิธีสำหรับปัญหาการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุที่มีจุดรับ  
 สินค้าหลายแห่ง. ALGORITHM FOR MULTI-DEPOT PICKUP AND DELIVERY PROBLEM  
 WITH FULL TRUCKLOAD อ. ที่ปรึกษา : อ.ดร. สิริง ปรีชานนท์, อ.ที่ปรึกษาร่วม : อ.ดร. มาโนช  
 โลหเตปานนท์, 114 หน้า. ISBN 974-14-3395-6.

งานวิจัยนี้พิจารณาปัญหาการจัดส่งสินค้าที่รู้จักกันในชื่อ ปัญหาการรับและส่งสินค้าแบบเต็ม  
 ความจุ (Full-Truck-Load Pickup and Delivery Problem) กล่าวคือ เมื่อรถบรรทุกทำการรับสินค้าจาก  
 จุดรับหนึ่งแล้ว รถบรรทุกคันดังกล่าวจะต้องไปส่งสินค้ายังจุดส่งอันเป็นที่หมายของสินค้าที่กำลังบรรทุกอยู่  
 ก่อนที่จะไปรับสินค้าที่จุดรับอื่นได้ โดยที่คำสั่งส่งสินค้าหนึ่งนอกจากจะระบุถึงจุดรับและจุดส่งสินค้า  
 จำนวนเดียวในการรับและส่งสินค้าแล้ว อาจระบุเวลาในการรับและส่งสินค้าอีกด้วย ซึ่งปัญหารูปแบบนี้  
 ผู้วางแผนการจัดส่งต้องตัดสินใจว่าจะทำการจัดส่งแต่ละคำสั่งส่งสินค้าอย่างไร ใช้รถบรรทุกที่ประจำอยู่ที่  
 จุดจอดรถบรรทุกใด และมีลำดับในการไปรับและส่งสินค้าต่างๆ อย่างไร ให้สามารถจัดส่งสินค้าทั้งหมดได้  
 ภายในกรอบเวลาของคำสั่งส่งสินค้านั้น และไม่ละเมิดข้อจำกัดในเรื่องความสามารถในการบรรทุกและ  
 ระยะทางสูงสุดในการจัดส่งของรถบรรทุกแต่ละเส้นทาง เพื่อให้ได้ค่าใช้จ่ายรวมในการจัดส่งสินค้าต่ำที่สุด  
 โดยในรายละเอียดของปัญหาที่เราพิจารณานั้นจะกำหนดให้จุดรับสินค้าแต่ละจุดเป็นจุดจอดรถบรรทุกที่มี  
 จำนวนรถบรรทุกจำกัดด้วย และในหนึ่งเส้นทางของการจัดส่งสินค้านั้นรถบรรทุกที่ถูกใช้ในการจัดส่งจะต้อง  
 กลับมาจอดยังจุดจอดเดิมของรถบรรทุกคันนั้นๆ ซึ่งรถบรรทุกแต่ละคันจะมีความสามารถในการบรรทุก  
 ได้เท่ากัน และคำสั่งส่งสินค้าแต่ละคำสั่งจะถูกส่งโดยรถบรรทุกคันใดก็ได้

โดยในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหาโดยจำลองปัญหาให้อยู่ในรูปของแบบจำลอง  
 ทางคณิตศาสตร์ที่มีพื้นฐานมาจากลักษณะปัญหาการแบ่งห้อง (Set Partitioning Problem) และใช้เทคนิค  
 การก่อกำเนิดสดมภ์ (Column Generation) ในการเพิ่มตัวแปรตัดสินใจให้แบบจำลองคณิตศาสตร์ ซึ่ง  
 ขั้นตอนวิธีที่นำเสนอนี้มีรายละเอียดที่แตกต่างจากเทคนิคการแก้ปัญหาที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย และ  
 สามารถยืนยันว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ดีที่สุด ในขอบเขตปัญหาที่เราพิจารณา ซึ่งจากการทดสอบ  
 แก้ปัญหากับชุดข้อมูลที่ได้สังเคราะห์ขึ้นพบว่า ให้ผลลัพธ์เป็นที่น่าพอใจทั้งในแง่ของเวลาที่ใช้ในการหา  
 คำตอบ และคำตอบที่ได้ไม่ผิดไปจากเงื่อนไขที่กำหนดขึ้น

ภาควิชา.....วิศวกรรมอุตสาหการ..... ลายมือชื่อนิสิต.....*อ.ดร. สิริง ปรีชานนท์*.....  
 สาขาวิชา.....วิศวกรรมอุตสาหการ..... ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....*[Signature]*.....  
 ปีการศึกษา.....2549..... ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....*[Signature]*.....

## 4870463221 : MAJOR INDUSTRIAL ENGINEERING

KEY WORD: PICKUP AND DELIVERY / COLUMN GENERATION / MATHEMATICAL MODEL /  
WANCHANA WACHIRAWATTNATHAMRONG : ALGORITHM FOR MULTI-DEPOT  
PICKUP AND DELIVERY PROBLEM WITH FULL TRUCKLOAD. THESIS ADVISOR :  
SEERONK PRICHANONT, THESIS COADVISOR : MANOJ LOHATEPANONT, 114 pp.  
ISBN 974-14-3395-6.

In this research, we consider problem called Full-Truck-Load Pickup and Delivery Problem which the problem characteristic can be describe that, each load has to be transported by one vehicle from its sets of origins (Factory) to its sets of destinations (Customer) without any transshipment at other locations. Each transportation request (Order) specifies the size of the load to be transported, the locations where it is to be pick up and the destinations where it is to be delivered. In some case its will specify the time window that vehicle should pickup after and deliver before. The planner must construct a set of route in order to satisfy transportation requests to obtain the minimum cost. Each route must specify sequence of pickup-delivery transportation request and the depot of vehicle use in that route. All transportation requests must send within time window constraint and not to violate capacity of each vehicle and maximum distance in each route. Each factory is the depot that has a limited number of vehicle. At the end of each route the vehicle must come back to its depot. All trucks have same capacity and same type.

We introduce new algorithm for solve this problem. It's base on set partitioning problem with column generation technique. The algorithm is nearly related to the well known approach but has the different in description and guarantees optimality. The result shows impressive compute time and no infeasible solution.

Department.....Industrial Engineering.....Student's signature.....  
Field of study....Industrial Engineering.....Advisor's signature.....  
Academic year .....2006.....Co-advisor's signature.....

## กิตติกรรมประกาศ

ผู้ทำวิจัยขอกราบขอบพระคุณ อ.ดร.สิริง ปรีชานนท์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์และ อ.ดร.มาโนช โลหเตปานนท์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ (ร่วม) เป็นอย่างสูง ที่เสียสละเวลาอันมีค่าให้ความรู้ ข้อคิด และคำแนะนำที่เป็นประโยชน์เกี่ยวกับแนวคิด วิธีการ ตลอดจนแนวทางในการแก้ไขปัญหาและอุปสรรคต่างๆ อันเป็นประโยชน์อย่างยิ่งในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ และขอกราบขอบพระคุณ ผศ.ดร.เหรียญ บุญดีสกุลโชค ประธานคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ปวีณา เขาวลิตวงศ์ เป็นอย่างสูง ที่กรุณาให้คำแนะนำ และข้อเสนอแนะต่างๆที่เป็นประโยชน์ในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณ แอม อัน อูฐ พัก ซี เยี่ยม ต้ม พี่ซบ บักเป่า ที่ร่วมงาน ผันฝ้าอุปสรรคร่วมทุกข์ร่วมสุข อดหลับอดนอน ช่วยเหลือและคอยเป็นกำลังใจให้กันและกันเสมอมา ทำให้งานวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ขอขอบคุณเพื่อนๆ พี่ๆ น้องๆ ทุกคนที่แวะเวียนมาให้เห็นหน้ากันที่คณะบ่อยๆ ทำให้บรรยากาศในการเรียนปริญญาโท ไม่แตกต่างไปจากเมื่อเรียนปริญญาตรีมากนัก รวมทั้งขอขอบคุณเพื่อนๆ ผู้เป็นกำลังใจ เป็นที่ปรึกษาที่ดีในยามที่มีปัญหา และท้อแท้ในการทำวิทยานิพนธ์

ขอขอบคุณห้องวิจัย ROM ที่ให้ความรู้สิ่งที่แสนอบอุ่น (อาจจะหนาวบ้างยามคนน้อย และร้อนบ้างยามโดนปิดแอร์) ที่ให้ผมได้อาศัยสถานที่ในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ พี่ๆ น้องๆ ในห้องทุกคนที่ไปกินข้าวด้วยกันเป็นประจำ

สุดท้ายนี้ ผู้ทำวิจัยขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ พี่สาว และครอบครัว ที่ช่วยเหลือ สนับสนุน ให้กำลังใจ ดูแลและเข้าใจเสมอมา ซึ่งเป็นแรงบันดาลใจให้ผู้ทำวิจัยมีกำลังใจ มีความมานะ บากบั่น เพียรพยายามในการทำงาน ทำให้งานวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ .....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญรูปภาพ .....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ที่มาและความสำคัญ .....	1
1.2 ปัญหาที่พิจารณา.....	1
1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย.....	3
1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....	3
1.5 ผลที่จะได้รับ.....	4
1.6 ขั้นตอนการดำเนินงาน.....	4
1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ .....	4
บทที่ 2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	6
บทที่ 3 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง .....	10
3.1 แนวคิดในการแก้ปัญหา.....	10
3.2 วิธีการหาคำตอบที่ดีที่สุด (Exact Algorithm).....	10
3.2.1 แบบจำลองคณิตศาสตร์แบบเส้นเชื่อม (Arc Base).....	11
3.2.2 ผลที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์เบื้องต้น .....	12
3.3 แนวทางในการดำเนินงานวิจัย.....	14
3.4 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง .....	14
3.4.1 การก่อกำเนิดสดมภ์ (Column Generation).....	14
3.4.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย (Multi-Label Shortest Path).....	20
บทที่ 4 การดำเนินงานวิจัย.....	28
4.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบของกำหนดการเชิงจำนวนเต็มแบบเส้นทาง (Path Base) .....	28

## สารบัญ

	หน้า
4.2 การนำวิธีการก่อกำเนิดสดมภ์มาใช้ในการแก้ปัญหา.....	30
4.3 ขั้นตอนวิธีในการหาคำตอบของงานวิจัย.....	30
4.3.1 ปัญหาหลัก .....	33
4.3.2 ปัญหารอง.....	34
4.4 เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย .....	54
บทที่ 5 ผลการดำเนินงานวิจัย .....	55
5.1 เมื่อไม่พิจารณาข้อกำหนดรอบเวลา .....	59
5.1.1 จัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียบ .....	59
5.1.2 จัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียบ .....	62
5.2 เมื่อพิจารณาข้อกำหนดรอบเวลา.....	65
5.2.1 จัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียบ .....	65
5.2.2 จัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียบ .....	67
บทที่ 6 การวิเคราะห์ความไวของแบบจำลอง .....	69
6.1 จัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียบ .....	70
6.1.2 คำสั่งส่งสินค้าลดลงร้อยละ 5.....	70
6.1.3 คำสั่งส่งสินค้าเพิ่มขึ้นร้อยละ 5.....	71
6.1.4 คำสั่งส่งสินค้าลดลงร้อยละ 10.....	71
6.1.5 คำสั่งส่งสินค้าเพิ่มขึ้นร้อยละ 10.....	71
6.2 จัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียบ .....	73
6.2.2 คำสั่งส่งสินค้าลดลงร้อยละ 5.....	73
6.2.3 คำสั่งส่งสินค้าเพิ่มขึ้นร้อยละ 5.....	73
6.2.4 คำสั่งส่งสินค้าลดลงร้อยละ 10.....	74
6.2.5 คำสั่งส่งสินค้าเพิ่มขึ้นร้อยละ 10.....	74
บทที่ 7 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	77
7.1 สรุปผลการวิจัย.....	77
7.2 ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยเพิ่มเติม .....	79
รายการอ้างอิง .....	81



## สารบัญ

	หน้า
ภาคผนวก.....	82
ภาคผนวก ก รายละเอียดการแก้ปัญหา.....	83
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ .....	114



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 3.1 ผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์เบื้องต้น.....	13
ตารางที่ 4.1 ระยะเวลาทางระหว่างจุดรับและจุดส่งสินค้า .....	39
ตารางที่ 4.2 รายละเอียดของคำสั่งส่งสินค้า .....	39
ตารางที่ 4.3 ตัวอย่างเส้นทางการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมด .....	40
ตารางที่ 4.4 ตัวอย่างเส้นทางการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมด(ต่อ) .....	41
ตารางที่ 4.5 ตัวอย่างเส้นทางการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมด(ต่อ) .....	42
ตารางที่ 5.1 รายละเอียดของแต่ละชุดข้อมูล .....	56
ตารางที่ 5.2 ผลการเปรียบเทียบของรูปแบบปัญหาในหัวข้อ 5.1.1.1 .....	59
ตารางที่ 5.3 ผลการเปรียบเทียบของรูปแบบปัญหาในหัวข้อ 5.1.1.2 .....	60
ตารางที่ 5.4 ผลการเปรียบเทียบของรูปแบบปัญหาในหัวข้อ 5.1.2.1 .....	62
ตารางที่ 5.5 ผลการเปรียบเทียบของรูปแบบปัญหาในหัวข้อ 5.1.2.2 .....	63
ตารางที่ 5.6 ผลการเปรียบเทียบของรูปแบบปัญหาในหัวข้อ 5.2.1.1 .....	65
ตารางที่ 5.7 ผลการเปรียบเทียบของรูปแบบปัญหาในหัวข้อ 5.2.1.2 .....	66
ตารางที่ 5.8 ผลการเปรียบเทียบของรูปแบบปัญหาในหัวข้อ 5.2.2.1 .....	67
ตารางที่ 5.9 ผลการเปรียบเทียบของรูปแบบปัญหาในหัวข้อ 5.2.2.2 .....	68
ตารางที่ 6.1 รายละเอียดของข้อมูลที่ทำให้การเปลี่ยนแปลงคำสั่งส่งสินค้า .....	69
ตารางที่ 6.2 รายละเอียดของคำตอบที่ดีที่สุดในการณีที่ 6.1 .....	70
ตารางที่ 6.3 รายละเอียดของคำตอบเมื่อคำสั่งส่งสินค้าลดลงร้อยละ 5.....	70
ตารางที่ 6.4 รายละเอียดของคำตอบเมื่อคำสั่งส่งสินค้าเพิ่มขึ้นร้อยละ 5.....	71
ตารางที่ 6.5 รายละเอียดของคำตอบเมื่อคำสั่งส่งสินค้าลดลงร้อยละ 10.....	71
ตารางที่ 6.6 รายละเอียดของคำตอบเมื่อคำสั่งส่งสินค้าเพิ่มขึ้นร้อยละ 10.....	71
ตารางที่ 6.7 รายละเอียดของคำตอบที่ดีที่สุดในการณีที่ 6.2 .....	73
ตารางที่ 6.8 รายละเอียดของคำตอบเมื่อคำสั่งส่งสินค้าลดลงร้อยละ 5.....	73
ตารางที่ 6.9 รายละเอียดของคำตอบเมื่อคำสั่งส่งสินค้าเพิ่มขึ้นร้อยละ 5.....	73
ตารางที่ 6.10 รายละเอียดของคำตอบเมื่อคำสั่งส่งสินค้าลดลงร้อยละ 10.....	74
ตารางที่ 6.11 รายละเอียดของคำตอบเมื่อคำสั่งส่งสินค้าเพิ่มขึ้นร้อยละ 10.....	74

## สารบัญรูปลูกภาพ

หน้า

รูปที่ 1.1 ลักษณะปัญหาการจัดเส้นทางในการรับและส่งสินค้าที่สนใจศึกษา.....	2
รูปที่ 3.1 แผนภูมิการไหลแสดงเทคนิคการก่อกำเนิดสดมภ์เพิ่มตัวแปรเดียว .....	17
รูปที่ 3.2 แผนภูมิการไหลแสดงเทคนิคการก่อกำเนิดสดมภ์เพิ่มหลายตัวแปร .....	19
รูปที่ 3.3 ตัวอย่างกราฟทิศทาง.....	20
รูปที่ 3.4 ตัวอย่างทางเดิน.....	22
รูปที่ 3.5 ตัวอย่างวัฏจักร .....	23
รูปที่ 3.6 ตัวอย่างการกำหนดอันดับเชิงโทโพโลยี .....	26
รูปที่ 3.7 โครงข่ายที่ไม่สามารถกำหนดอันดับตามอันดับเชิงโทโพโลยีได้.....	27
รูปที่ 4.1 แผนภูมิการไหลของขั้นตอนวิธีการหาคำตอบของปัญหาหลัก .....	32
รูปที่ 4.2 ตำแหน่งที่ตั้งของจุดรับและส่งสินค้า .....	43
รูปที่ 4.3 จุดรับสินค้าและจุดส่งสินค้าที่ถูกแยกกลุ่มออกจากกัน .....	44
รูปที่ 4.4 ชุดของจุดรับและส่งสินค้าที่คัดลอกมาเรียงต่อกัน.....	45
รูปที่ 4.5 เส้นเชื่อมระหว่างจุดรับและจุดส่งสินค้าที่อยู่ติดกัน .....	46
รูปที่ 4.6 เส้นเชื่อมระหว่างจุดจุดส่งและจุดรับในกลุ่มสุดท้าย .....	46
รูปที่ 4.7 โครงข่ายย่อยที่มีจุดรับสินค้า 1 เป็นจุดเริ่มต้น .....	48
รูปที่ 4.8 แผนภูมิการไหลแสดงขั้นตอนวิธีในการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย .....	51
รูปที่ 4.9 แผนภูมิการไหลแสดงขั้นตอนวิธีในการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย (ต่อ) .....	52
รูปที่ 4.10 แผนภูมิการไหลแสดงขั้นตอนวิธีในการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย(ต่อ) .....	53
รูปที่ 4.11 แผนภูมิการไหลแสดงขั้นตอนวิธีในการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย(ต่อ) .....	54
รูปที่ 6.1 กราฟเปรียบเทียบร้อยละที่คงเดิมของเส้นทางจัดส่งสินค้ากรณีจัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียว .....	72
รูปที่ 6.2 กราฟเปรียบเทียบร้อยละที่คงเดิมของคำสั่งส่งสินค้ากรณีจัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียว .....	72
รูปที่ 6.3 กราฟเปรียบเทียบร้อยละที่คงเดิมของเส้นทางจัดส่งสินค้ากรณีจัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียว .....	75
รูปที่ 6.4 กราฟเปรียบเทียบร้อยละที่คงเดิมของคำสั่งส่งสินค้ากรณีจัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียว .....	75

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ที่มาและความสำคัญ

การจัดส่งสินค้าที่รวดเร็ว ถูกต้อง เป็นกลยุทธ์สำคัญที่ทำให้บริษัทที่ทำธุรกิจด้านนี้ สามารถแข่งขันและก้าวสู่การเป็นผู้นำในธุรกิจนั้นๆ ซึ่งกิจกรรมการจัดส่งสินค้าเป็นกิจกรรมที่ใช้เวลาในการดำเนินการมาก รวมทั้งใช้ทรัพยากรบุคคลในการจัดการเป็นจำนวนมาก และหากเกิดความผิดพลาดในการดำเนินงานจะทำให้การจัดส่งเกิดความล่าช้า หรือการจัดส่งผิดเส้นทาง ทำให้ต้นทุนในการขนส่งสินค้าเพิ่มขึ้น ทำให้บริษัทมีความสามารถในการแข่งขันทางด้านราคา (Cost) ลดลง ซึ่งการลดต้นทุนภายในบริษัทให้ได้มากที่สุด เพื่อตอบสนองของความต้องการของผู้บริโภคได้ในราคาที่ถูกลง จะทำให้สามารถสร้างความได้เปรียบในการแข่งขันด้านธุรกิจได้

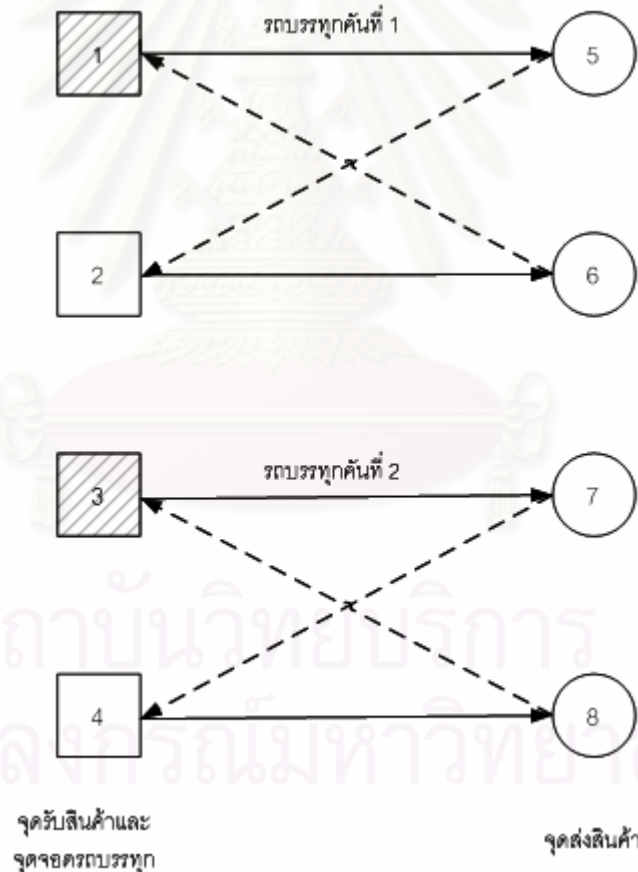
ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นของบริษัทที่ทำธุรกิจด้านการจัดส่งสินค้าโดยรถบรรทุกนั้น ประกอบไปด้วย ค่าจ้างพนักงานขับรถซึ่งอาจจะจ่ายตามระยะทางที่รถบรรทุกวิ่งไปหรือจ่ายตามชั่วโมงที่ทำงานจริง ค่าเสื่อมราคาของสินทรัพย์ต่างๆภายในบริษัทขึ้นกับเวลาที่ใช้ดำเนินการของบริษัท ค่าซ่อมบำรุงรถบรรทุก และค่าใช้จ่ายด้านน้ำมันเชื้อเพลิงที่ขึ้นกับระยะทางที่รถบรรทุกแต่ละคันวิ่งไปโดยไม่ต้องคำนึงว่าในขณะที่ยังวิ่งนั้นมีสินค้าในรถบรรทุกหรือไม่ ดังนั้น แนวทางในการลดค่าใช้จ่ายที่เหมาะสมอย่างยิ่งของบริษัทที่ทำธุรกิจประเภทนี้คือ การลดระยะทางที่รถบรรทุกทุกคันใช้ในการวิ่งจัดส่งสินค้าทั้งหมด ซึ่งประกอบไปด้วย ระยะทางที่รถบรรทุกวิ่งหนัก (มีสินค้าบนรถบรรทุก) และระยะทางที่รถบรรทุกวิ่งเบา (ไม่มีสินค้าบนรถบรรทุก)

### 1.2 ปัญหาที่พิจารณา

งานวิจัยนี้พิจารณา “ปัญหาการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุ” (Full-Truck-Load Pickup and Delivery Problem) ซึ่งเป็นการตัดสินใจว่าจะตัดสินใจเลือกให้คำสั่งส่งสินค้าใดบ้างถูกจัดส่งโดยรถบรรทุกคันใด เพื่อให้มีค่าใช้จ่ายรวมในการจัดส่งสินค้าต่ำที่สุด โดยที่ในหนึ่งคำสั่งส่งสินค้าจะระบุว่าจะต้องไปรับสินค้าจากจุดรับสินค้าใดเพื่อไปส่งยังจุดส่งสินค้าใด เป็นจำนวน

ก็เที่ยว ซึ่งในคำสั่งส่งสินค้านั้น อาจจะมีระยะเวลาที่แน่นอนในการรับและส่งสินค้าไว้ด้วย (Time Window Constrains) โดยที่จุดรับสินค้าจะเป็นจุดจอดรถบรรทุกซึ่งมีรถบรรทุกจำนวนจำกัด และเป็นรถบรรทุกชนิดเดียวกัน ซึ่งเมื่อเลือกใช้รถบรรทุกคันใดในการจัดส่งสินค้าแล้ว รถบรรทุกคันนั้นจะต้องกลับมาจอดยังจุดจอดเดิม โดยที่ระยะทางสูงสุดในการจัดส่งสินค้าของรถบรรทุกแต่ละเส้นทางนั้น ต้องไม่เกินระยะทางสูงสุดที่สามารถไปรับและส่งได้ทันในหนึ่งเส้นทาง และเป็นการจัดส่งสินค้าแบบ “เต็มความจุ” กล่าวคือ ในระหว่างที่รถบรรทุกได้รับสินค้าจากจุดรับสินค้าแล้ว รถบรรทุกคันนั้นจะไม่สามารถไปรับสินค้าจากจุดรับสินค้าอื่นๆ ได้ จนกว่าสินค้าบนรถบรรทุกนั้นจะถูกส่งไปยังจุดรับสินค้าของสินค้านั้นๆ เรียบร้อยแล้ว

เพื่อความเข้าใจที่ดียิ่งขึ้น ปัญหาที่ได้กล่าวไปแล้วในข้างต้นสามารถอธิบายโดยใช้รูปภาพประกอบได้ดังนี้



รูปที่ 1.1 ลักษณะปัญหาการจัดเส้นทางในการรับและส่งสินค้าที่สนใจศึกษา

จากรูปที่ 1 อธิบายได้ว่า ใน 1 เส้นทางที่ทำการจัดส่งของรถบรรทุกคันที่ 1 นั้น รถบรรทุกคันที่ 1 จะทำการรับสินค้าจากจุดที่ 1 เพื่อไปส่งยังจุดที่ 5 หลังจากนั้นจึงไปรับสินค้าจาก

จุดที่ 2 ไปส่งยังจุดส่งสินค้าที่จุดที่ 6 จากนั้นจึงทำการกลับมาจอดยังจุดที่ 1 ซึ่งเป็นจุดจอดรถของรถบรรทุกคันที่ 1 และในทำนองเดียวกัน ใน 1 เส้นทางของการจัดส่งของรถบรรทุกคันที่ 2 รถบรรทุกคันที่ 2 จะทำการรับสินค้าจากจุดที่ 3 เพื่อไปส่งยังจุดที่ 7 หลังจากนั้นจึงไปรับสินค้าจากจุดที่ 4 ไปส่งยังจุดส่งสินค้าที่จุดที่ 8 จากนั้นจึงทำการกลับมาจอดยังจุดที่ 3 ซึ่งเป็นจุดจอดรถของรถบรรทุกคันที่ 2

จากการศึกษาของ Bertossi et al.[1] ได้แสดงให้เห็นว่า ปัญหาการจัดเส้นทางในการรับและส่งสินค้านั้น ถือเป็นปัญหาที่มีความยากในระดับเอ็นพี-ฮาร์ด (NP-Hard) เมื่อปัญหานั้นมีจุดจอดรถบรรทุกมากกว่าหรือเท่ากับ 2 จุดขึ้นไป ดังนั้นจึงเป็นลักษณะปัญหาที่เหมาะสมในการที่จะทำวิจัยเพื่อหาวิธีการในการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดต่อไป

### 1.3 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

เพื่อพัฒนาขั้นตอนวิธีสำหรับปัญหาการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุที่มีจุดรับสินค้าหลายแห่ง โดยมุ่งเน้นให้ได้ขั้นตอนวิธีที่รวดเร็วและให้แผนการจัดส่งสินค้าที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ทั้งนี้แผนการจัดส่งจะครอบคลุมถึงการกำหนดรายการรถบรรทุก และลำดับการจัดส่งของรถบรรทุกแต่ละคัน

### 1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1. งานวิจัยนี้ทำการศึกษาเฉพาะการจัดส่งสินค้าแบบเต็มความจุเท่านั้น
2. รถบรรทุกแต่ละคันมีความสามารถในการจัดส่งเท่ากัน กล่าวคือ มีปริมาตรรถบรรทุก (Volume Capacity) ข้อจำกัดในเรื่องน้ำหนักบรรทุกสูงสุด (Weight Capacity) เท่ากัน
3. พิจารณาเฉพาะกรณีที่ทราบข้อมูลของคำสั่งส่งสินค้าที่แน่นอน ก่อนที่จะทำการตัดสินใจเลือกวิธีการจัดส่งสินค้า

## 1.5 ผลที่จะได้รับ

กระบวนการช่วยในการตัดสินใจในการจัดส่งสินค้าประเภทการจัดส่งสินค้าแบบเต็มความจุ โดยมีค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าน้อยที่สุด และไม่ผิดไปจากข้อกำหนดที่พิจารณา (ระยะทางสูงสุด, กรอบเวลาในการรับและจัดส่งสินค้า) รวมทั้งมีความรวดเร็วในการตัดสินใจ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการจัดลำดับรถบรรทุกที่เกิดขึ้นจริงได้

## 1.6 ขั้นตอนการดำเนินงาน

1. ศึกษาปัญหาที่เกิดขึ้นในการจัดส่งสินค้า ทั้งจากบทความที่ได้รับการตีพิมพ์ และปัญหาที่เกิดขึ้นจริงจากบริษัทจัดส่งสินค้าภายในประเทศ
2. กำหนดปัญหาที่เราสนใจในการทำวิจัย
3. กำหนดขอบเขตของงานวิจัย
4. ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาของปัญหาการจัดส่งสินค้า
5. จัดสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปของกำหนดการเชิงจำนวนเต็มที่ต้องการคำตอบเป็น 0-1 (0-1 Integer Programming) เพื่อใช้ในการหาคำตอบของปัญหาที่สนใจ และนำไปแก้ปัญหาจำลองขนาดเล็ก
6. ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาของปัญหาการจัดส่งสินค้าเพิ่มเติม
7. จัดสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีพื้นฐานมาจากลักษณะปัญหาการแบ่งห้อง (Set Partitioning Problem) และใช้วิธีการก่อกำเนิดสมการ (Column Generation) เข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา
8. ทดลองหาคำตอบในปัญหาที่มีขนาดใหญ่ ในหลายรูปแบบปัญหา
9. ทดสอบประสิทธิภาพของแบบจำลองในเชิงของการเปลี่ยนแปลงคำตอบที่ดีที่สุด เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงข้อมูลคำสั่งจัดส่งสินค้า
10. สรุปผล จัดทำรายงาน และนำเสนอผลงาน

## 1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. วิธีการจัดส่งสินค้าที่มีค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าน้อยที่สุดในประเภทการจัดส่งสินค้าแบบเต็มความจุ

## 2. เพิ่มความรวดเร็วในการตัดสินใจในการจัดส่งสินค้า

ในงานวิจัยฉบับนี้ได้แบ่งการนำเสนอออกเป็นส่วนต่างๆ ได้แก่ ส่วนที่ 2 นำเสนองานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ส่วนที่ 3 นำเสนอแนวคิดและทฤษฎีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาภายในงานวิจัย ส่วนที่ 4 นำเสนอขั้นตอนวิธีที่จัดสร้างขึ้นสำหรับหาคำตอบที่สนใจ ส่วนที่ 5 นำเสนอผลการแก้ปัญหาตามวิธีที่ได้นำเสนอในงานวิจัยนี้ ส่วนที่ 6 ได้ทำการวิเคราะห์ความไวของคำตอบที่ดีที่สุดที่ได้จากการแก้ปัญหาเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของค่าส่งสินค้า ส่วนที่ 7 ได้ทำการสรุปประโยชน์ที่ได้รับจากงานวิจัยนี้พร้อมทั้งได้นำเสนอแนวทางในการดำเนินงานวิจัยที่เหมาะสมกับการนำไปใช้ในปัญหาจริงยิ่งขึ้น



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## บทที่ 2

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการจัดเส้นทางในการรับและส่งสินค้าของรถบรรทุก นั้น มีผู้สนใจที่จะทำการศึกษาเป็นจำนวนมากและหลากหลายทั้งในแง่ความแตกต่างของปัญหาที่พิจารณา (การขนส่งโดยใช้รถบรรทุกคันเดียว - หลายคัน การขนส่งแบบเต็มความจุ - ไม่เต็มความจุ ปัญหาที่รู้ข้อมูลในการจัดส่งแน่นอน - ไม่แน่นอน) และในแง่คำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา (ไม่ได้คำตอบที่ดีที่สุด - ได้คำตอบที่ดีที่สุด) โดย Savelsbergh et al. [2] ได้อธิบายถึงความแตกต่างและ ลักษณะเฉพาะของปัญหาการจัดเส้นทางในการรับและส่งสินค้าของรถบรรทุก จากปัญหาการจัดเส้นทางแบบอื่น โดยทำการแบ่งลักษณะของปัญหาประเภทนี้ออกเป็น 3 กลุ่มหลัก ๆ ดังนี้ กลุ่มแรกเป็นปัญหาการรับและส่งสินค้า (Pickup and Delivery Problem:PDP) โดยลักษณะเด่นของปัญหาประเภทนี้ คือ จะมีจุดจจุดรถบรรทุกเพียง 1 จุด รถบรรทุกแต่ละคันจะถูกกำหนดให้ไปรับและส่งสินค้าตามคำสั่งส่งสินค้า โดยที่แต่ละคำสั่งส่งสินค้านั้นจะประกอบไปด้วยจุดรับสินค้า 1 จุด และจุดส่งสินค้า 1 จุด ซึ่งในแต่ละเส้นทางของการส่งสินค้าจะไปส่งสินค้านั้นก็เที่ยวก็ได้ ขึ้นกับข้อจำกัดที่กำหนดขึ้น แต่สุดท้ายแล้วรถบรรทุกคันนั้นจะต้องกลับมาจอดยังจุดจจุดรถบรรทุกจุดเดิม กลุ่มที่สองเป็นปัญหาประเภทรับและส่งคน (Dial-a-Ride Problem:DARP) ซึ่งปัญหาประเภทนี้จะมีแตกต่างจากปัญหาประเภท รับและส่งสินค้าตรงที่เปลี่ยนสิ่งที่จะต้องไปรับจากสินค้ามาเป็นผู้โดยสารแทน ส่วนปัญหาประเภทสุดท้ายมีชื่อว่า ปัญหาการจัดเส้นทางในการส่งสินค้าของรถบรรทุก (Vehicle Routing Problem:VRP) ซึ่งปัญหาประเภทนี้จะมีลักษณะต่างจากปัญหาประเภทแรกตรงที่ จุดจจุดรถบรรทุกที่ใช้ในการขนส่งสินค้าจะเป็นจุดเดียวกับจุดที่ทำการรับ หรือจุดที่ทำการส่งสินค้าจุดใดจุดหนึ่ง นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้นำเสนอ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปของกำหนดการเชิงเส้นแบบผสมสำหรับแก้ปัญหาการจัดลำดับการขนส่งของรถบรรทุกอีกด้วย

ในส่วนของงานวิจัยที่นำเสนอวิธีการในการหาคำตอบนั้น สามารถแบ่งได้เป็นแนวทางในการหาคำตอบที่ไม่ได้คำตอบที่ดีที่สุด ซึ่งข้อดีของงานวิจัยประเภทนี้จะอยู่ที่เวลาที่ใช้ในการคำนวณทั้งหมดค่อนข้างน้อยเมื่อเทียบกับงานวิจัยที่นำเสนอแนวทางในการหาคำตอบที่ได้คำตอบที่ดีที่สุด โดยงานวิจัยที่ไม่ได้คำตอบที่ดีที่สุดนั้นได้มีผู้สนใจที่จะศึกษาหลายคน ได้แก่ Bodin et al. [3] ซึ่งได้นำเสนออัลกอริทึมในกลุ่ม Route First-Cluster Second ที่แตกต่างกัน 2

อัลกอริทึมโดยทั้ง 2 อัลกอริทึมนั้นจะมีแนวคิดคล้ายๆ กัน กล่าวคือ จะทำการสร้างเส้นทางในการจัดส่งสินค้าขนาดใหญ่ขึ้นมา 1 เส้นทาง จากนั้นจึงทำการแบ่งเส้นทางขนาดใหญ่นั้นออกเป็นเส้นทางย่อยๆ ที่สามารถไปส่งสินค้าได้ อัลกอริทึมแรกนั้นทำการสร้างเส้นทางขนาดใหญ่ขึ้นมาโดยใช้การแก้ปัญหาการส่งของของบุรุษไปรษณีย์ (Rural Postman Problem) ส่วนอัลกอริทึมที่สองนั้นจะทำการสร้างเส้นทางในการจัดส่งสินค้าขนาดใหญ่ขึ้นจากการแก้ปัญหาเซลล์แมนแบบไม่สมมาตร (Asymmetric TSP) โดยเมื่อนำอัลกอริทึมทั้งสองนี้ไปทดสอบแก้ปัญหาเกี่ยวกับปัญหาจำลองที่มีขนาดของคำสั่งส่งสินค้า 800 คำสั่ง และมีรถบรรทุกในการส่งสินค้า 45 คันพบว่า อัลกอริทึมแรกนั้นให้คำตอบที่ดีกว่าการแก้ปัญหาโดยใช้อัลกอริทึมที่สอง

งานวิจัยที่ได้คำตอบที่ดีที่สุดนั้น ได้แก่ Ribeiro et al. [4] ซึ่งนำเสนอแนวทางในการหาคำตอบที่ดีที่สุดของปัญหาการจัดเส้นทางในการรับและส่งสินค้าของรถบรรทุก ในกรณีที่มีจุดรับสินค้าหลายจุด แต่ละคำสั่งส่งสินค้าใช้รถบรรทุกในการส่งเพียงเที่ยวเดียว (Multi-Depot Vehicle Scheduling Problem) และเป็นการขนส่งแบบเต็มเส้นทาง โดยทำการจำลองปัญหาให้อยู่ในรูปกำหนดการเชิงเส้นแบบผ่อนคลาย (Linear Programming Relaxation) ในรูปแบบการแบ่งห้องกับสมการข้างเคียง (Set Partitioning Problem with Side Constraints) และทำการแก้ปัญหาโดยใช้อัลกอริทึมการก่อกำเนิดสดมภ์ (Column Generation) และแก้ปัญหาโดยใช้อัลกอริทึมกิ่งและก้าน (Branch-and-Bound) ซึ่งเป็นเทคนิคการแก้ปัญหาที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในลักษณะปัญหาที่เราสนใจ โดยผู้วิจัยได้ทำการพิสูจน์โดยใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ให้เห็นว่าการแก้ปัญหาโดยใช้อัลกอริทึมการก่อกำเนิดสดมภ์นั้น ให้ขอบเขตล่าง (Lower Bound) ที่ดีกว่าการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีเพิ่มขอบเขต (Additive Bound) ซึ่งนำเสนอโดย Carpentio et al. [5] ผู้วิจัยยังได้ทำการพิสูจน์เพิ่มเติมว่า การแก้ปัญหาโดยใช้วิธีเพิ่มขอบเขตนั้น ให้ขอบเขตล่างที่ดีต่ำกว่าการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการแยกของลาแวงเงียน (Lagrangian Decomposition) ซึ่งเป็นที่นิยมกันอย่างแพร่หลาย โดยผู้วิจัยได้ทำการทดลองหาคำตอบกับปัญหาที่มีขนาดของคำสั่งส่งสินค้า 300 คำสั่ง และจุดรับสินค้า 6 จุด ซึ่งเป็นปัญหาที่มีขนาดใหญ่กว่าที่เคยมีผู้นำเสนอมาแล้วถึง 5 เท่า ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จากการหาคำตอบโดยวิธีที่ผู้วิจัยนำเสนอนี้ ใช้เวลาในการหาคำตอบน้อยกว่าวิธีอื่นๆ ที่เคยมีผู้นำเสนอมา นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้นำเสนอกรณีที่เลวร้ายที่สุดที่อาจเกิดขึ้นได้ของขอบเขตล่าง โดยทำการศึกษา วิธีขอบเขตกำหนดงาน (Assignment Bound) วิธีขอบเขตที่สั้นที่สุด (The Shortest Bound) และ วิธีเพิ่มขอบเขตภายใต้วิธีการผ่อนคลายขอบเขตกำหนดงานและสั้นที่สุด (The Assignment and Shortest Path Relaxations) ซึ่งผลที่ได้จากการศึกษาพบว่า

การแก้ปัญหาโดยใช้วิธีเพิ่มขอบเขตนั้น ให้ผลลัพธ์ที่ไม่ดีในกรณีทั่วๆ ไป และอาจจะได้ผลลัพธ์ที่ด้อยลงถึง 50% ในกรณีที่เป็นลักษณะสมมาตร (Symmetric)

Lobel [6] ได้นำเสนอแนวทางในการหาคำตอบที่ดีที่สุดของปัญหาการจัดลำดับการขนส่งของรถบรรทุก ในกรณีที่มีจุดรับสินค้าหลายจุด แต่ละคำสั่งส่งสินค้าใช้รถบรรทุกในการส่งเพียงเที่ยวเดียวและเป็นการขนส่งแบบเต็มเส้นทาง โดยทำการจำลองปัญหาให้อยู่ในรูปแบบกำหนดการเชิงเส้นแบบพหุคูณคลาย ในรูปแบบการไหลของสินค้าหลายประเภท (Multi-Commodity Flow) และทำการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการหาค่าของลาแวงเงียน (Lagrangian Pricing) ซึ่งเป็นวิธีการแก้ปัญหาที่พัฒนามาจากวิธี การแยกของลาแวงเงียน แล้วจึงทำการทดสอบกับข้อมูลจริงในการจัดส่งสินค้าของบริษัท 3 แห่งในประเทศเยอรมัน ทำให้มีขนาดปัญหาที่ค่อนข้างใหญ่ กล่าวคือ ประกอบด้วยจุดรับสินค้า 49 แห่ง และคำสั่งในการส่งสินค้ากว่า 25,000 คำสั่ง และมีตัวแปรที่จะต้องตัดสินใจทั้งสิ้นถึง 70 ล้านตัวแปร โดยผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบกับ การแก้ปัญหาโดยใช้อัลกอริทึม การแยกตัวของแดนซิก-โวลฟ์ พบว่า แทบจะไม่สามารถหาคำตอบจากขนาดปัญหาที่ใหญ่มาๆ ในระดับนี้จากอัลกอริทึมการแยกตัวได้เลย แต่กลับได้ผลลัพธ์เป็นที่น่าพอใจ ในการหาคำตอบโดยใช้อัลกอริทึมที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นมาใหม่ กล่าวคือมีคำสั่งส่งสินค้าถึง 8,563 คำสั่งที่พิสูจน์แล้วว่า เป็นการส่งสินค้าที่มีค่าใช้จ่ายในการส่งต่ำที่สุด และกว่า 24,906 คำสั่งส่งสินค้าที่มีผลต่างของค่าใช้จ่ายในการส่งกับค่าใช้จ่ายในการส่งที่ต่ำที่สุด (Gap) น้อยกว่า 0.5% อย่างไรก็ตามการหาคำตอบด้วยวิธีการนี้ต้องการเวลาที่ใช้ในการคำนวณค่อนข้างนาน

Arunapuram et al. [7] นำเสนอแนวทางในการหาคำตอบที่ดีที่สุดปัญหาการจัดลำดับการขนส่งของรถบรรทุกเพื่อจัดส่งสินค้า และได้พิจารณาถึงข้อจำกัดกรอบเวลาด้วย โดยปัญหาที่คณะของผู้วิจัยได้ทำการศึกษามีลักษณะ เป็นการจัดส่งสินค้าแบบเต็มเส้นทาง ซึ่งมีรถบรรทุกในการส่งมากกว่าหนึ่งคัน จุดรับสินค้าหลายจุด แต่ละจุดส่งสินค้าจะใช้รถบรรทุกในการส่งจากจุดรับสินค้าที่เดียวกันได้มากกว่าหนึ่งเส้นทาง (Vehicle Routing Problem with Full Truck-Loads) และได้สนใจข้อกำหนดในเรื่องของเวลาในการรับสินค้าอีกด้วย ซึ่งแนวทางในการแก้ปัญหา นั้น คณะของผู้วิจัยได้นำเสนอ อัลกอริทึมที่ใช้วิธีการกิ่งและก้าน (Branch-and-Bound) แบบใหม่ เพื่อใช้ในการหาคำตอบของ กำหนดการเชิงเส้นที่ต้องการคำตอบในรูปแบบจำนวนเต็ม (Integer Programming) ที่มีตัวแปรในการตัดสินใจเป็นเส้นทางในการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมด ซึ่งในส่วนอัลกอริทึมแบบใหม่ที่ใช้ในการหาคำตอบนั้น จะเริ่มต้นจากหาคำตอบของ กำหนดการเชิงเส้นแบบพหุคูณคลาย เพื่อใช้เป็นคำตอบเริ่มต้นของ อัลกอริทึมกิ่งและก้าน และที่แต่ละจุดเชื่อมของอัลกอริทึมกิ่งและก้านนั้นจะใช้อัลกอริทึมการก่อกำเนิดสดมภ์ สำหรับสร้าง

เส้นทางในการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ที่สามารถลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าทั้งหมดลงได้ขึ้นมาใหม่ และหาคำตอบของกำหนดการเชิงเส้นแบบผกผันหลายจุดเชื่อมกัน งานวิจัยนี้ได้ทำการทดสอบเพื่อหาผลกระทบที่เกิดขึ้น ต่อเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบเมื่อทำการเปลี่ยนค่าในแต่ละปัจจัยอันได้แก่ จำนวนคำสั่งส่งสินค้า จำนวนจุดรับสินค้า ความกว้างของช่วงเวลาในการรับสินค้า และค่าใช้จ่ายจากเวลารอ นอกจากนี้ยังได้ทำการทดลองเพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุด โดยใช้ลักษณะปัญหาที่แตกต่างจากที่กำหนดในตอนแรก กล่าวคือ แต่ละจุดส่งสินค้าจะใช้รถบรรทุกในการส่งเพียงเที่ยวเดียว ซึ่งเป็นลักษณะปัญหาที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าเดิมอันจะเห็นได้จาก เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบน้อยกว่าการทดสอบเพื่อหาผลกระทบ เมื่อเปรียบเทียบที่ขนาดปัญหาเท่ากัน ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จากงานวิจัยนี้สรุปได้ว่า เมื่อเพิ่มขนาดของแต่ละปัจจัยที่ใช้ทำการทดสอบ จะส่งผลโดยตรงต่อเวลาที่ใช้ในการคำนวณหาคำตอบซึ่งมีแนวโน้มในการเพิ่มของเวลาเป็นอัตราการเพิ่มแบบชี้กำลัง (Exponential) และ จำนวนเที่ยวที่ใช้ในการส่งสินค้ามีผลต่อเวลาที่ใช้ในการคำนวณมากกว่าจำนวนจุดรับสินค้า Savelsbergh et al. [8] ได้นำเสนอวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบของปัญหาการจัดเส้นทางในการรับและส่งสินค้าของรถบรรทุก ในระบบสนับสนุนการตัดสินใจ สำหรับอุตสาหกรรมประเภทการขนส่งที่ได้นำไปใช้กับบริษัท แวน เคนด์ แอนด์ ลูส์ บีวี (Van Gend and Loos BV) ซึ่งบริษัทแห่งนี้เป็นบริษัทที่ดำเนินการด้านการขนส่งทางบกที่ใหญ่ที่สุดในกรุงเบเนลักซ์ ประเทศเนเธอร์แลนด์ ซึ่งขนาดปัญหาที่จะต้องหาคำตอบนั้นมีขนาดใหญ่มาก โดยมีรถบรรทุก 1,400 คันสำหรับรับคำสั่งส่งสินค้าถึง 160,000 คำสั่งส่งสินค้า จากกว่า 1,000 จุดรับสินค้า เพื่อไปส่งยังจุดส่งสินค้ามากกว่า 10,000 จุด ต่อวัน โดยผู้วิจัยได้นำเสนอวิธีการแบ่งกิ่งและคุณค่า (Branch-and-Price) ในการนำมาใช้ในการหาคำตอบซึ่งผู้วิจัยได้รายงานว่าเป็นวิธีการที่เหมาะสมอย่างยิ่งในการนำมาใช้แก้ปัญหาในกรณีที่มีเวลาในการคำนวณเพื่อหาคำตอบไม่มาก ผลที่ได้จากการนำอัลกอริทึมนี้ไปใช้หาคำตอบจากปัญหาจำลองที่สร้างขึ้นมานั้น พบว่าคำตอบที่ได้นั้นมีค่าใช้จ่ายในการดำเนินการจัดส่งสินค้าต่ำกว่าค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจากการจัดลำดับการขนส่งโดยใช้วิธีการจัดแบบเดิมของบริษัท

## บทที่ 3

### แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

#### 3.1 แนวคิดในการแก้ปัญหา

ปัญหาการจัดเส้นทางในการรับและส่งสินค้าโดยทั่วไปนั้น มีแนวคิดในการแก้ปัญหาแบ่งออกเป็น 2 แนวทางด้วยกัน ได้แก่

##### 1. วิธีศึกษาสำนึก (Heuristic Algorithms)

วิธีศึกษาสำนึกนี้ เป็นวิธีที่เป็นที่นิยมใช้ในการหาคำตอบ เนื่องจากใช้เวลาในการแก้ปัญหาไม่มากนัก แต่คำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีการนี้ ไม่สามารถรับประกันได้ว่าจะเป็นคำตอบที่ดีที่สุด

##### 2. วิธีการหาคำตอบที่ดีที่สุด (Exact Algorithms)

วิธีการหาคำตอบที่ดีที่สุด เป็นการแก้ปัญหาที่มีการนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เข้ามาใช้ในการหาคำตอบ โดยทั่วไปแล้วในปัญหาที่มีขนาดเท่ากัน จะใช้เวลาในการหาคำตอบมากกว่าวิธีการศึกษาสำนึก (Heuristic Algorithms) แต่คำตอบที่ได้สามารถยืนยันได้ว่าเป็นคำตอบที่ดีที่สุด โดยเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบจะแปรผันกับขนาดของปัญหาในรูปของสมการเอ็กซ์โปเนนเชียล กล่าวคือเมื่อปัญหามีขนาดใหญ่ขึ้น จะใช้เวลาในการหาคำตอบเพิ่มขึ้นอย่างมาก

งานวิจัยฉบับนี้ จึงมุ่งเน้นการแก้ปัญหาโดยวิธีการหาคำตอบที่ดีที่สุด โดยมีวัตถุประสงค์ที่จะหาวิธีการที่สามารถหาคำตอบของปัญหาขนาดใหญ่ได้ ภายในระยะเวลาที่กำหนด

#### 3.2 วิธีการหาคำตอบที่ดีที่สุด (Exact Algorithm)

โดยวิธีการหาคำตอบที่ดีที่สุดของลักษณะปัญหาที่สนใจนั้น สามารถทำได้หลากหลายวิธี ซึ่งในขั้นต้นของงานวิจัย ผู้วิจัยได้จัดสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ในรูปของ

กำหนดการเชิงจำนวนเต็มแบบเส้นเชื่อม (Arc Base) เพื่อใช้สำหรับหาคำตอบที่ดีที่สุดของปัญหาที่สนใจ ซึ่งแบบจำลองคณิตศาสตร์เบื้องต้นที่จัดสร้างขึ้นเป็นดังนี้

### 3.2.1 แบบจำลองคณิตศาสตร์แบบเส้นเชื่อม (Arc Base)

แบบจำลองคณิตศาสตร์แบบเส้นเชื่อมที่ได้นำเสนอนี้ ผู้วิจัยได้จัดสร้างขึ้นโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อหาคำตอบตามปัญหาที่พิจารณาในงานวิจัยนี้ โดยจัดสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ในรูปของกำหนดการเชิงจำนวนเต็มที่ให้คำตอบเป็น 0-1 โดยมีข้อจำกัดของแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ได้จัดสร้างขึ้น คือ ในแต่ละเส้นทางที่รถบรรทุกทำการจัดส่งสินค้านั้นจะมีการจัดส่งสินค้าได้ไม่เกิน 3 เที่ยว และไม่พิจารณาถึงเวลาในการรับและจัดส่งสินค้าของแต่ละคำสั่งส่งสินค้า ซึ่งรายละเอียดของแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างขึ้นแสดงได้ ดังนี้

#### สัญลักษณ์

- $V$  = เซตของรถบรรทุกที่ใช้ในการจัดส่งสินค้า
- $S$  = เซตของจุดเทียม (dummy node) ซึ่งกำหนดให้เป็นจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดในการจัดส่งสินค้าแต่ละเส้นทาง
- $F$  = เซตของจุดรับสินค้าทั้งหมด
- $C$  = เซตของจุดส่งสินค้าทั้งหมด
- $N$  = เซตของทุกจุด ที่รถบรรทุกสามารถวิ่งไปได้  $= S \cup F \cup C$
- $A$  = ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นในการจัดส่งสินค้า ต่อ 1 กิโลเมตร
- $B$  = จำนวนคำสั่งส่งสินค้าทั้งหมด
- $X$  = ระยะทางไกลสุดที่รถบรรทุกคันนั้นสามารถวิ่งได้ใน 1 เส้นทาง
- $Y_j$  = จำนวนรถบรรทุกของแต่ละจุดรับสินค้า  $j \in F$
- $D_{jk}$  = ระยะทางจากจุด  $j \in N$  ไปยังจุด  $k \in N$
- $P_{jk}$  = สินค้าที่ต้องส่งจากจุดรับสินค้า  $j \in F$  ไปยังจุดส่งสินค้า  $k \in C$
- $M_{ijk}$  = มีค่าเป็น 1 ถ้า รถบรรทุกคันที่  $i \in V$  ไปวิ่งจากจุด  $j \in N$  ไปยังจุด  $k \in N$  มิฉะนั้นมีค่าเป็น 0

#### ฟังก์ชันจุดประสงค์

$$\text{Minimize } Z = \sum_{i \in V} \sum_{j \in N} \sum_{k \in N} M_{ijk} \times D_{jk} \times A \quad (2.1)$$

### เงื่อนไขบังคับ

$$P_{jk} = \sum_{i \in V} M_{ijk} \quad \forall j \in F, \forall k \in C \quad (2.2)$$

$$\sum_{j \in N} M_{ijk} - \sum_{j \in N} M_{ikj} = 0 \quad \forall i \in V, \forall k \in N \quad (2.3)$$

$$\sum_{j \in N} \sum_{k \in N} M_{ijk} \times D_{jk} \leq X \quad \forall i \in V \quad (2.4)$$

$$\sum_{i \in V} M_{ij} \leq Y_j \quad \forall j \in F, \forall i \in S \quad (2.5)$$

$$M_{ijk} \leq \sum_{l \in C-k} M_{ilj} \quad \forall i \in V, \forall j \in F, \forall k \in C \quad (2.6)$$

$$\sum_{k \in F} M_{ilk} \leq 1 \quad \forall i \in V, \forall l \in S \quad (2.7)$$

$$\sum_{k \in F} B \times M_{ilk} \geq \sum_{j \in N} \sum_{k \in N} M_{ijk} \quad \forall i \in V, \forall l \in S \quad (2.8)$$

$$M_{ilj} \leq \sum_{k \in N-S} M_{ijk} \quad \forall i \in V, \forall j \in F, \forall l \in S \quad (2.9)$$

$$M_{ijl} - M_{ijl} = 0 \quad \forall i \in V, \forall j \in F, \forall l \in S \quad (2.10)$$

$$M_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i \in V, \forall j, k \in N \quad (2.11)$$

เงื่อนไขที่ (2.2) บังคับให้ทุกๆคำสั่งส่งสินค้าต้องมีรถบรรทุกวิ่งไปส่ง เงื่อนไข (2.3) กำหนดจำนวนครั้งที่รถบรรทุกวิ่งเข้า ณ สถานที่ใด ๆ จะต้องเท่ากับจำนวนครั้งที่รถบรรทุกวิ่งออก เงื่อนไขที่ (2.4) กำหนดให้ระยะทางที่รถบรรทุกวิ่งใน 1 เส้นทางนั้น ต้องไม่มากกว่าระยะทางไกลที่สุดที่รถบรรทุกสามารถวิ่งได้ใน 1 เส้นทาง เงื่อนไขที่ (2.5) บังคับให้จำนวนรถบรรทุกทั้งหมดที่เริ่มออกวิ่งจากจุดรับสินค้าใด ๆ ต้องไม่เกินจำนวนรถบรรทุกทั้งหมดที่มี ณ จุดรับสินค้านั้น ๆ เงื่อนไขที่ (2.6) ป้องกันการวิ่งวนของรถบรรทุกที่ไม่ผ่านจุดเริ่มต้นของรถบรรทุก (ป้องกันได้แค่ การวิ่งวนที่เกิดจากสถานที่ไม่เกิน 3 สถานที่) เงื่อนไขที่ (2.7) กำหนดให้รถบรรทุกแต่ละคันที่วิ่งออกจากจุดเริ่มต้น จะไปรับสินค้าจากโรงงานได้เพียงโรงงานเดียว เงื่อนไขที่ (2.8) - เงื่อนไขที่ (2.10) เกี่ยวกับการบังคับให้รถบรรทุกวิ่งกลับมายังโรงงานที่รถบรรทุกคันนั้นมารับเป็นที่แรก เงื่อนไขที่ (2.11) เป็นตัวแปรตัดสินใจว่า จะให้รถบรรทุกคันที่  $i$  วิ่งจาก  $k$  ไปยัง  $l$  หรือไม่

### 3.2.2 ผลที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์เบื้องต้น

เมื่อนำแบบจำลองคณิตศาสตร์เบื้องต้นนี้ไปทดลองหาคำตอบกับปัญหาจำลองที่สร้างขึ้น พบว่า คำตอบที่ได้จากแบบจำลองนี้ถูกต้อง สามารถนำไปใช้ในการจัดเส้นทางรถบรรทุกจริงได้ ซึ่งจากการทดลองหาคำตอบโดยใช้ซอฟต์แวร์ Xpress-MP และคอมพิวเตอร์ Pentium IV ความเร็ว 2.4 GHz หน่วยความจำ 256 MB ในการประมวลผล พบว่า เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบ

จะแปรผันตามขนาดปัญหาที่ใหญ่ขึ้น (จำนวนตัวแปรในการตัดสินใจเพิ่มขึ้น) ซึ่งสามารถแสดงได้ดังตาราง

ตารางที่ 3.1 ผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์เบื้องต้น

จุดรับ สินค้า	จุดส่งสินค้า	คำสั่งส่ง สินค้า	รถบรรทุก	เวลาที่ใช้ในการ คำนวณ(วินาที)	ร้อยละของผลต่าง ระหว่างคำตอบกับ ขอบเขตล่าง
3	7	21	21	12.4	0
3	12	36	36	1068.0	0
5	7	35	35	291.3	1.41
5	12	60	60	8603.7	3.33
8	7	56	56	5007.7	2.46
8	12	96	96	> 10800	หาค่าไม่ได้

จากตารางจะเห็นว่าเมื่อขนาดของปัญหาใหญ่ขึ้น กล่าวคือ เมื่อมีจุดรับสินค้าเกินกว่า 7 จุด หรือมีจุดส่งสินค้ามากกว่า 12 จุด จะไม่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดของปัญหาจำลองที่สร้างขึ้นได้ในระยะเวลาอันสั้น เนื่องจากเมื่อปัญหามีขนาดใหญ่ขึ้น จำนวนตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variable) และ สมการเงื่อนไข (Constraint) จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว ซึ่งจะส่งผลโดยตรงต่อเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบ เนื่องจากความสัมพันธ์ระหว่างเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบ และขนาดของปัญหาจะอยู่ในรูปของสมการเลขชี้กำลัง (Exponential Equation) ซึ่งไม่เหมาะสมในการนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาหากการรับและส่งสินค้าที่เกิดขึ้นจริง

จึงทำทดลองเปลี่ยนวิธีการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปแบบของกำหนดการเชิงจำนวนเต็มแบบเส้นทาง (Path Base) ขึ้นแทน โดยตัวแปรตัดสินใจ คือเส้นทางที่เป็นไปได้ในการจัดส่งสินค้า ซึ่งในปัญหาที่มีขนาดใหญ่ขึ้น เส้นทางที่เป็นไปได้ทั้งหมดจะมีจำนวนมาก ซึ่งในการแก้ปัญหาแบบเส้นทาง (Path Base) โดยตรงนั้น จะพิจารณาตัวแปรตัดสินใจทั้งหมด ทำให้ใช้เวลาในการหาคำตอบค่อนข้างมาก จึงได้นำเสนอขั้นตอนวิธีการหาคำตอบที่เร็วขึ้น โดยการนำแนวคิดการก่อกำเนิดสดมภ์ (Column Generation) เข้ามาช่วยในการหาคำตอบ เพื่อช่วยลดตัวแปรในการตัดสินใจลง โดยที่ยังคงสามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้



### 3.3 แนวทางในการดำเนินงานวิจัย

เพื่อแก้ปัญหาในเรื่องขนาดของปัญหาที่สามารถรองรับได้ ผู้วิจัยได้นำเสนอขั้นตอนวิธีในการหาคำตอบของงานวิจัยชิ้นใหม่ โดยแบ่งปัญหาที่สนใจศึกษาออกเป็นปัญหาหลักและปัญหารอง และนำแนวคิดของการก่อกำเนิดสตมภ์มาใช้ เพื่อลดจำนวนตัวแปรที่ใช้ในการหาคำตอบของปัญหาหลัก โดยวัตถุประสงค์ของปัญหาหลักและปัญหาย่อยจะแตกต่างกันอธิบายได้ดังนี้

1. ปัญหาหลัก เป็นการตัดสินใจว่าจะทำการขนส่งสินค้าโดยใช้เส้นทางใดบ้าง เพื่อให้มีค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าที่ต่ำที่สุด ซึ่งสามารถหาคำตอบได้โดยจัดสร้างเป็นแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่มีพื้นฐานมาจากลักษณะปัญหาการแบ่งห้อง
2. ปัญหารอง เป็นการสร้างเส้นทางที่สามารถขนส่งสินค้าได้ภายใต้ข้อกำหนดระยะทางสูงสุด และกรอบเวลาเพื่อนำไปใช้เป็นตัวแปรในการตัดสินใจของปัญหาหลัก โดยวิธีการแก้ปัญหารองนั้น สามารถทำได้หลายวิธี เช่น การเลือกเส้นทางในการจัดส่งสินค้าจากเส้นทางที่เป็นไปได้ทั้งหมด การใช้ขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย (Multi-Label Shortest Path)

ขั้นตอนวิธีการหาคำตอบที่ได้นำเสนอนี้ คล้ายกับขั้นตอนวิธีที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย ในการหาคำตอบของปัญหาขนาดใหญ่ และสามารถจำลองปัญหาให้อยู่ในรูปแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่มีพื้นฐานมาจากลักษณะปัญหาการแบ่งห้อง แต่มีความแตกต่างกันในรายละเอียดของขั้นตอนวิธี และสามารถยืนยันได้ว่าคำตอบที่ได้จะเป็นคำตอบที่ดีที่สุด ซึ่งทฤษฎีที่เกี่ยวข้องในขั้นตอนวิธีการหาคำตอบนี้ จะกล่าวถึงโดยละเอียดในส่วนของทฤษฎีที่เกี่ยวข้องต่อไป

### 3.4 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

#### 3.4.1 การก่อกำเนิดสตมภ์ (Column Generation)

การก่อกำเนิดสตมภ์นำเสนอโดย Gilmore and Gomory (1961) เป็นเทคนิคที่ใช้ในการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด ของปัญหาที่มีขนาดใหญ่ (Large-Scale Problem) นิยมนำมาใช้ในการแก้ปัญหาที่สามารถจัดสร้างให้อยู่ในรูปของปัญหาหลัก (Master Problem) ที่มี

จำนวนตัวแปรหลายๆ มีเงื่อนไขบังคับน้อย และปัญหาย่อย (Subproblem) ได้ อาทิเช่น ปัญหาการจัดเส้นทางขนส่ง (ปัญหาหลัก คือ การตัดสินใจเลือกจะทำาการขนส่งสินค้าโดยใช้เส้นทางใดบ้าง ปัญหาย่อย คือ การสร้างเส้นทางที่สามารถขนส่งสินค้าได้ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด (Route)) ปัญหาการจัดตารางลูกเรือ (Crew Scheduling Problem) (ปัญหาหลัก คือ การตัดสินใจเลือกจะใช้เส้นทางการบินของนักบินใดบ้างมาจัดตารางการบิน (Scheduling) ปัญหาย่อย คือ เส้นทางการบินของนักบินในแต่ละครั้ง (Pairing)) ปัญหาการตัด (Cutting Stock Problem) (ปัญหาหลัก คือ การตัดสินใจเลือกจะตัดในรูปแบบต่างๆ เป็นจำนวนเท่าไร ปัญหาย่อย คือ การสร้างรูปแบบในการตัด (Pattern)) เป็นต้น ซึ่งจะทำการแก้ปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (Restricted Master Problem) แทนการแก้ปัญหาหลัก ที่มีตัวแปรครบทุกตัว

กำหนดให้  $x_j$ ;  $j \in \{1, \dots, n\}$  เป็นตัวแปรทั้งหมดที่ต้องตัดสินใจของปัญหาหลัก ที่มีเงื่อนไขบังคับทั้งสิ้น  $m$  เงื่อนไข จะสามารถจัดสร้างปัญหาหลัก และปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปรไว้ที่  $J$  ตัว ได้ดังนี้

### ปัญหาหลัก

$$\text{ฟังก์ชันจุดประสงค์} \quad z^* = \text{Max } z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \quad (2.12)$$

เงื่อนไขบังคับ

$$a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \dots + a_{in} x_n = b_i \quad \forall i; i \in \{1, \dots, m\} \quad (2.13)$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j; j \in \{1, \dots, n\} \quad (2.14)$$

### ปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปรไว้ที่ $J$ ตัว

$$\text{ฟังก์ชันจุดประสงค์} \quad z^J = \text{Max } z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_J x_J \quad (2.15)$$

เงื่อนไขบังคับ

$$a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \dots + a_{iJ} x_J = b_i \quad \forall i; i \in \{1, \dots, m\}, \pi_i^J \quad (2.16)$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j; j \in \{1, \dots, J\} \quad (2.17)$$

โดยที่

$a_{ij}$  คือ สัมประสิทธิ์ของตัวแปร  $x_j$  ใดๆในแต่ละเงื่อนไขบังคับ  $i \in \{1, \dots, m\}$

$b_i$  คือ ขอบเขตทางด้านขวาในแต่ละเงื่อนไขบังคับ  $i \in \{1, \dots, m\}$

$c_j$  คือ สัมประสิทธิ์ของตัวแปร  $x_j$  ในสมการวัตถุประสงค์  $j \in \{1, \dots, m\}$

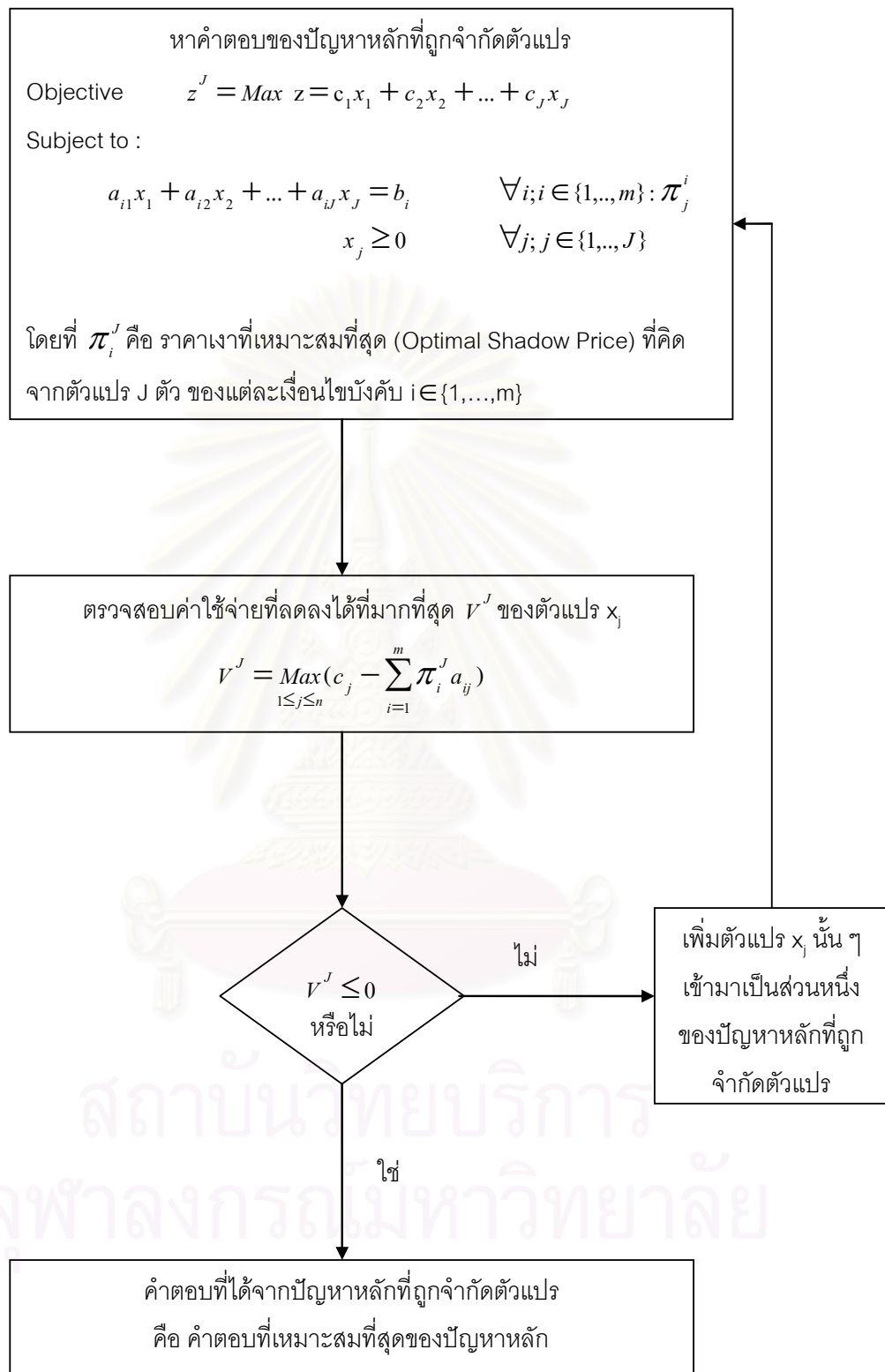
$\pi_i^j$  คือ ราคาเงาที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Shadow Prices) ที่คิดจากตัวแปร  $j$  ตัว ของแต่ละสมการเงื่อนไขบังคับ  $i \in \{1, \dots, m\}$

หลักการในการแก้ปัญหาของ การก่อกำเนิดสดมภ์ คือ ในกรณีที่ต้องการคำตอบที่มีค่ามากที่สุด ถ้าทุก ๆ ตัวแปร  $x_i$  (ปัญหาย่อย) ที่ถูกจำกัดออกไปจาก ปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร มีค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ (Reduced Cost) ไม่มากกว่าศูนย์ ค่าตอบที่เหมาะสมที่สุดที่ได้จากการแก้ปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปรนั้น จะเป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาหลัก แต่ถ้ามีตัวแปร  $x_i$  ใด ๆ ที่ถูกจำกัดออกไปจาก ปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร มีค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ มากกว่าศูนย์ จะต้องนำตัวแปร  $x_{ij}$  ที่มีค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้มากที่สุดเข้ามาเป็นส่วนหนึ่งของ ปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร พร้อมทั้งทำการหาค่าตอบของปัญหาที่เพิ่มตัวแปรเข้ามาใหม่ แล้วย้อนกลับไปตรวจสอบว่ามีตัวแปร  $x_i$  ใด ๆ ที่ถูกจำกัดออกไปจาก ปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร มีค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ มากกว่าศูนย์ อีกหรือไม่ ถ้ามีจะต้องนำตัวแปร  $x_i$  ที่มีค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้มากที่สุดในขณะนั้น เข้ามาร่วมในการหาค่าตอบอีกครั้ง และจะทำอย่างนี้ไปเรื่อยๆ จนกระทั่ง ไม่มีตัวแปร  $x_i$  ใด ๆ ที่ถูกจำกัดออกไปจาก ปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร มีค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้มากกว่าศูนย์ ซึ่งคำตอบที่เหมาะสมที่สุดที่ได้จากการแก้ปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร นั้นจะเป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาหลักด้วย โดยค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ของแต่ละตัวแปร  $x_{ij}$  ซึ่งจะแทนด้วย  $\bar{c}_j$  นั้นหาได้จาก 
$$\bar{c}_j = c_j - \sum_{i=1}^m \pi_i^j a_{ij}$$

ประสิทธิภาพในการหาค่าตอบโดยใช้วิธี การก่อกำเนิดสดมภ์จะขึ้นกับ

1. จำนวนครั้งที่ย้อนกลับมาหาค่าตอบในปัญหาที่ถูกจำกัดของตัวแปร
2. วิธีการที่ใช้ในการตรวจสอบค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ของทุก ๆ ตัวแปร  $x_i$

สามารถอธิบายวิธีการหาค่าตอบของ การก่อกำเนิดสดมภ์ในรูปของ แผนภูมิการไหล (Flow Chart) ได้ดังนี้

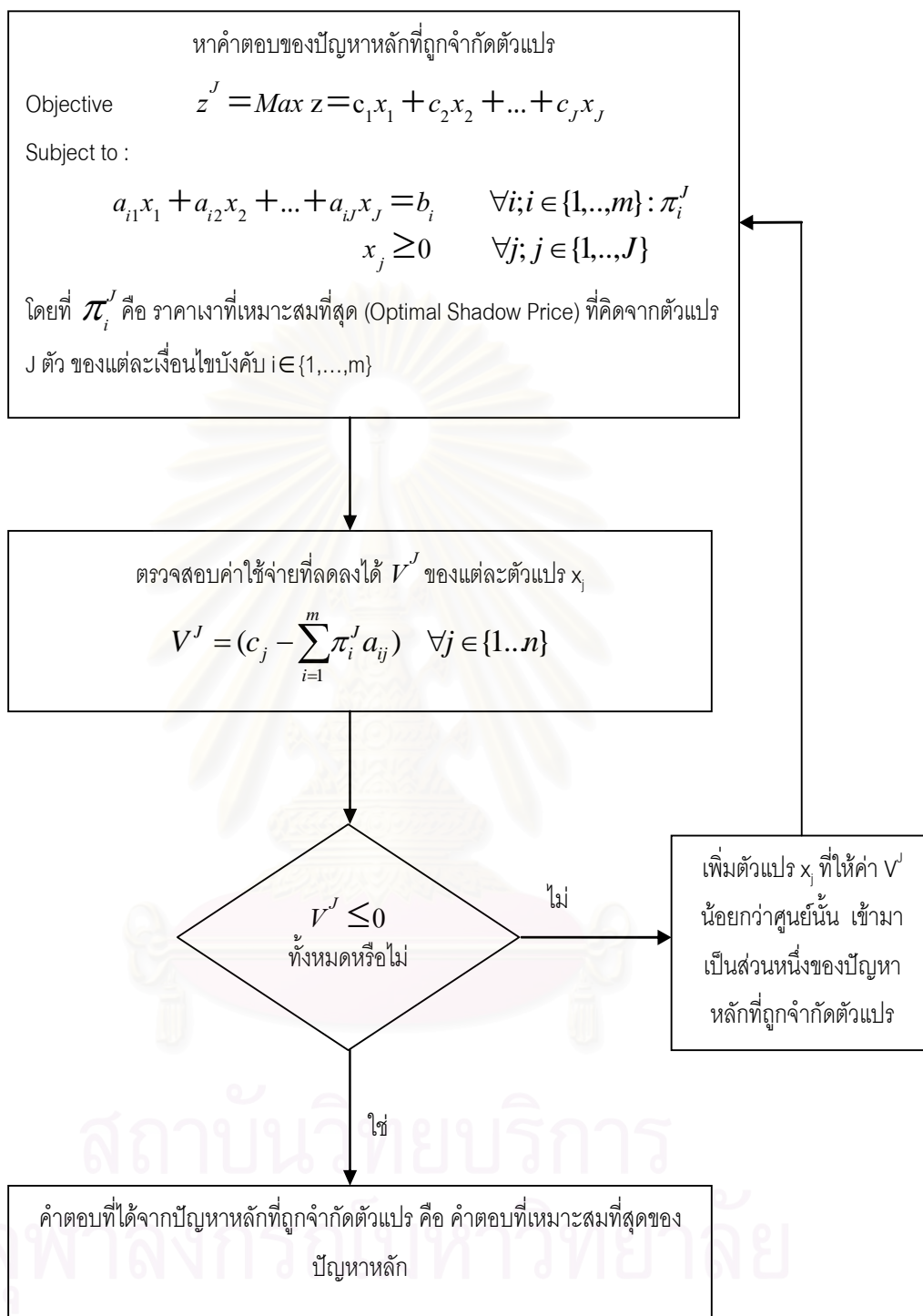


รูปที่ 3.1 แผนภูมิการไหลแสดงเทคนิคการก่อกำเนิดสมการเพิ่มตัวแปรเดียว

วิธีการดังกล่าว เป็นวิธีการนำตัวแปร  $x_j$  ใดๆ ที่ถูกกำจัดออกไปจากปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร ซึ่งยังมีค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้มากกว่าศูนย์ เข้ามาพิจารณาในปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร เพื่อหาคำตอบใหม่ที่ละตัวแปรเท่านั้น โดยจะเลือกตัวแปร  $x_j$  ที่มีค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้มากที่สุดเท่านั้น ซึ่งในความเป็นจริงแล้ว สามารถนำตัวแปร  $x_j$  เข้ามาพิจารณาในปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปรเพื่อหาคำตอบใหม่ ได้มากกว่า 1 ตัวแปรในแต่ละครั้ง คือนำตัวแปร  $x_j$  ใดๆ ที่ถูกกำจัดออกไปจากปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปรจำนวนหนึ่ง ที่ยังมีค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้มากกว่าศูนย์ เข้ามาพิจารณาในปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร เพื่อหาคำตอบใหม่ ดังแผนภูมิการไหลต่อไปนี้



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



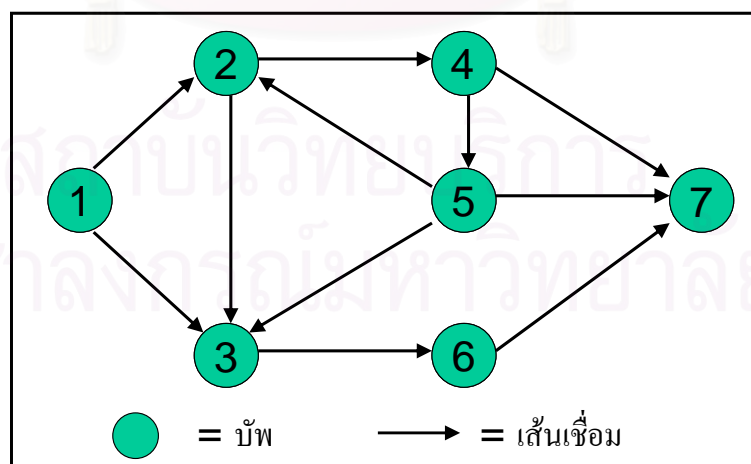
รูปที่ 3.2 แผนภูมิการไหลแสดงเทคนิคการก่อกำเนิดสมการเพิ่มหลายตัวแปร

### 3.4.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย (Multi-Label Shortest Path)

#### 3.4.2.1 นิยามศัพท์

นิยามศัพท์ที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีกราฟเบื้องต้นและศัพท์ที่ปรากฏในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ประกอบด้วย

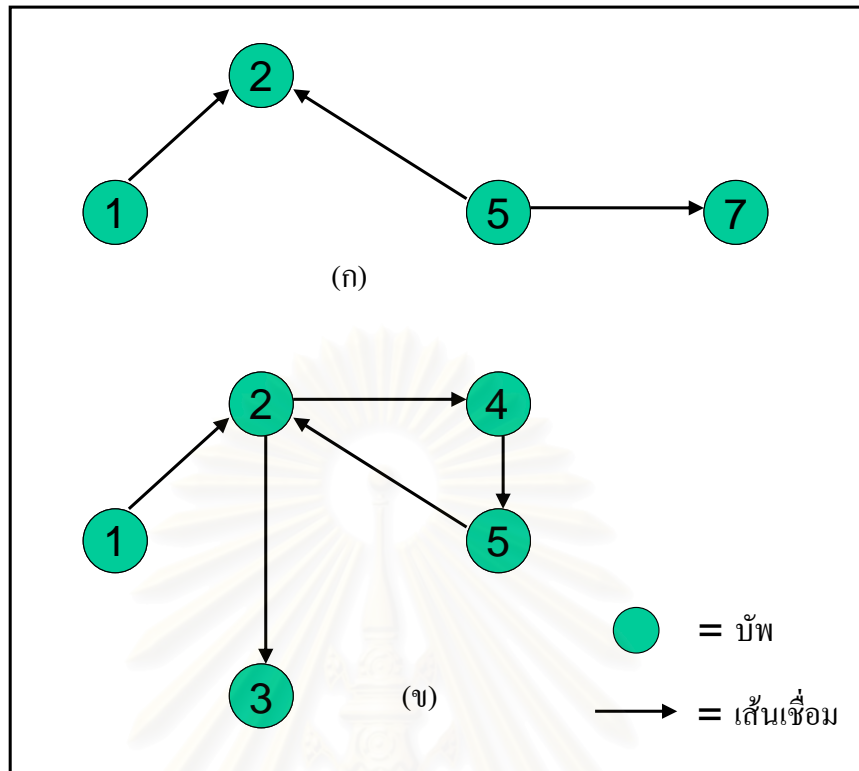
1. กราฟ (Graph) : กราฟ  $G = (V, E)$  ประกอบด้วยเซต  $V \neq \emptyset$  และเซต  $E$  ซึ่งเป็นเซตของคู่อันดับที่ไม่เป็นลำดับ (Unordered Pair) ของสมาชิกของ  $V$  เราเรียกสมาชิกของ  $V$  ว่าบัพ (Vertex หรือ Point หรือ Node) และสมาชิกของ  $E$  ว่าเส้น (Edge หรือ Line) ในบางครั้งถ้าต้องการระบุว่า  $V$  และ  $E$  เป็นเซตของบัพ และเซตของเส้นของกราฟ  $G$  เราจะเขียนแทนด้วย  $V(G)$  และ  $E(G)$
2. กราฟทิศทาง (Directed Graph) : กราฟทิศทาง  $D = (V, E)$  ประกอบด้วยเซต  $V \neq \emptyset$  และเซต  $E$  ซึ่งเป็นเซตของคู่อันดับของสมาชิกใน  $V$  เราเรียกสมาชิกของ  $V$  ว่าบัพ (Vertex หรือ Point หรือ Node) และสมาชิกของ  $E$  ว่าเส้นเชื่อม (Arc) ดังรูปที่ 2.1 แสดงตัวอย่างกราฟทิศทางที่มี  $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  และ  $E = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 6), (4, 5), (4, 7), (5, 2), (5, 3), (5, 7), (6, 7)\}$



รูปที่ 3.3 ตัวอย่างกราฟทิศทาง

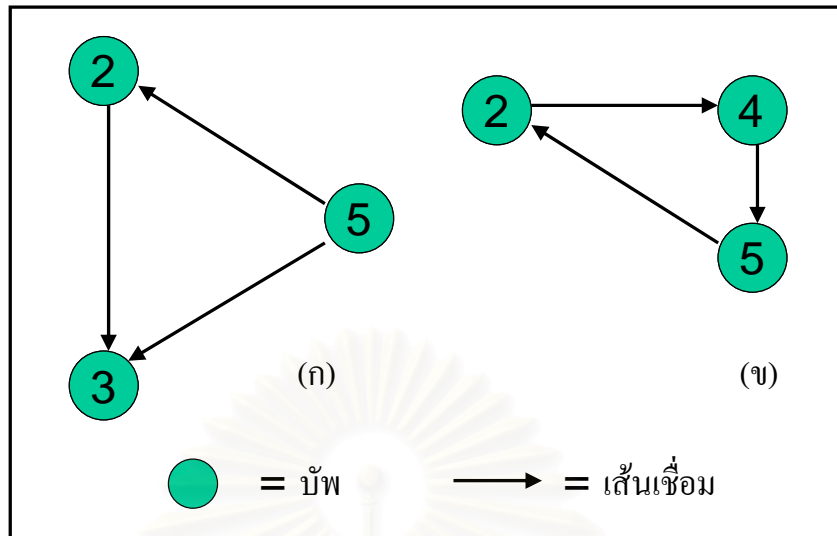
3. โครงข่ายทิศทาง (Directed Network) : คือกราฟทิศทางที่บัพ และ/หรือ เส้นเชื่อม ที่มีการกำหนดค่ามาด้วย ซึ่งโดยทั่วไปจะกำหนดค่าใช้จ่าย, ความจุ, และ / หรือ อุปสงค์ และ อุปทาน
4. ดีกรี (Degree) : ให้  $u$  เป็นจุดในกราฟ  $G$  ดีกรีของ  $u$  ใน  $G$  เขียนแทนด้วย  $d_G(u)$  คือจำนวนของเส้นเชื่อมใน  $G$  ที่ตกกระทบกับบัพ ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น
- 4.1 ดีกรีเข้า (Indegree) คือ จำนวนเส้นของเส้นเชื่อมทั้งหมดที่พุ่งเข้าหาบัพ
- 4.2 ดีกรีออก (Outdegree) คือ จำนวนเส้นของเส้นเชื่อมทั้งหมดที่พุ่งออกจากบัพ
- ซึ่งจากนิยามเมื่อพิจารณา โครงข่ายตามรูปที่ 2.1 เมื่อพิจารณาบัพที่ 3 จะสามารถคำนวณค่าดีกรีเข้าได้เท่ากับ 3 ดีกรีออกเท่ากับ 1 ดีกรีได้เท่ากับ 4 และเป็นที่น่าสังเกตว่า ผลรวมดีกรีเข้าของทุกๆ บัพ ในโครงข่ายจะมีค่าเท่ากับผลรวมดีกรีออกของทุกๆ บัพ และทั้งสองค่าจะเท่ากับจำนวนของเส้นเชื่อมทั้งหมดในโครงข่าย
5. ทางเดิน (Walk) : ทางเดินในกราฟทิศทาง  $G = (V, E)$  เป็นกราฟย่อยของ  $G$  ที่ประกอบขึ้นด้วยลำดับของบัพและเส้นเชื่อม  $i_1 - a_1 - i_2 - a_2 - \dots - i_{r-1} - a_{r-1} - i_r$  โดยที่  $1 \leq k \leq r-1$  และ  $a_k = (i_k, i_{k+1}) \in A$  หรือ  $a_k = (i_{k+1}, i_k) \in A$  โดยทางเดินของกราฟในรูปที่ 2.2(ก) คือ  $1-2-5-7$  และรูปที่ 2.2(ข)  $1-2-4-5-2-3$





รูปที่ 3.4 ตัวอย่างทางเดิน

6. วิถี (Path) : วิถีคือทางเดินที่ไม่ย้อนกลับไปยังบัพเดิม ซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 2.2(ก) โดยสามารถแบ่งชนิดเส้นเชื่อมในวิถีออกได้เป็น 2 ประเภท คือเส้นเชื่อมเดินหน้า (Forward Arc) และเส้นเชื่อมถอยหลัง (Backward Arc) โดยเส้นเชื่อม  $(i, j)$  ใดๆ เป็นเส้นเชื่อมเดินหน้าถ้าเส้นเชื่อมนั้นผ่านบัพ  $i$  ก่อนบัพ  $j$  มิเช่นนั้นจะเป็นเส้นเชื่อมถอยหลัง ซึ่งในรูปจะพบว่าเส้นเชื่อม  $(1,2)$  และ  $(5,7)$  เป็นเส้นเชื่อมเดินหน้า และเส้นเชื่อม  $(5,2)$  เป็นเส้นเชื่อมถอยหลัง
7. วิถีทิศทาง (Directed Path) : วิถีทิศทางคือวิถีทางเดินที่ไม่มีการย้อนกลับไปยังบัพเดิม หรือในอีกนัยหนึ่ง วิถีทิศทางจะไม่มีเส้นเชื่อมย้อนหลัง
8. วัฏจักร (Cycle) : วัฏจักรคือวิถี  $i_1 - i_2 - \dots - i_r$  ที่เชื่อมโยงกันด้วยเส้นเชื่อม  $(i_r, i_1)$  หรือ  $(i_1, i_r)$  ซึ่งเราสามารถอ้างอิงถึงวัฏจักรได้โดยใช้สัญกรณ์ (Notation)  $i_1 - i_2 - \dots - i_r - i_1$  และเช่นเดียวกับวิถี ที่สามารถแบ่งชนิดเส้นเชื่อมเป็น เส้นเชื่อมเดินหน้า และเส้นเชื่อมถอยหลังในวัฏจักรได้ ดังรูปที่ 2.3(ก) จะได้ว่าเส้นเชื่อม  $(5,3)$  และ  $(3,2)$  เป็นเส้นเชื่อมเดินหน้า และเส้นเชื่อม  $(5,2)$  เป็นเส้นเชื่อมถอยหลังในวัฏจักร  $2 - 5 - 3$



รูปที่ 3.5 ตัวอย่างวัฏจักร

9. วัฏจักรระบุทิศทาง (Directed Cycle) : วัฏจักรระบุทิศทาง คือวิถีทิศทาง  $i_1 - i_2 - \dots - i_r$  ที่เชื่อมโยงด้วยเส้นเชื่อม  $(i_r, i_1)$  ซึ่งจากรูปที่ 2.3(ก) จะเป็นวัฏจักร แต่ไม่ใช่วัฏจักรระบุทิศทาง โดยวัฏจักรระบุทิศทางแสดงได้ดังรูปที่ 2.4(ข)
10. โครงข่ายอวัฏจักร (Acyclic Network) : กราฟใดๆ จะถูกเรียกว่า โครงข่ายอวัฏจักรก็ต่อเมื่อไม่ปรากฏวัฏจักรระบุทิศทางในโครงข่ายนั้น

### 3.4.2.2 การนำการไหลของโครงข่ายไปใช้ร่วมกับค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้

ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นในขั้นตอนวิธีการไหลของโครงข่าย (Network Flow) ทั่วไป มักจะเกิดขึ้นในลักษณะถูกกำหนดไปที่เส้นเชื่อมระหว่างบัพใดๆ โดยที่ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นนี้จะเกิดจากข้อมูลที่คำนวณจากสภาพแวดล้อม หรือองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับขั้นตอนวิธีที่เราสนใจ ยกตัวอย่างเช่น โครงข่ายหนึ่งที่เรากำลังพิจารณาประกอบด้วยบัพ  $i \in N$  โดยที่  $\pi_i$  แสดงถึงศักยภาพ (Potential) ประจำบัพที่  $i$  และ  $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_i)$  จะสามารถให้ค่าจำกัดความของค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้  $c_{ij}^\pi$  ประจำเส้นเชื่อม  $(i, j)$  ในรูปสมการได้ดังนี้

$$c_{ij}^\pi = c_{ij} - \pi_i + \pi_j \quad (2.18)$$

ขั้นตอนวิธีการไหลของโครงข่ายมักจะพิจารณาค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้  $c_{ij}^\pi$  มากกว่าการพิจารณาค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้น  $c_{ij}$  ดังนั้น การเข้าใจถึงความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันจุดประสงค์

$Z_\pi = \sum_{i,j \in A} c_{ij}^\pi x_{ij}$  กับ  $Z_0 = \sum_{i,j \in A} c_{ij} x_{ij}$  จึงเป็นสิ่งจำเป็น ยกตัวอย่างเช่น ในขั้นต้น ให้  $\pi = 0$  และเพิ่มค่าศักย์ที่บัพ  $k$  เป็น  $\pi_k$  ซึ่งจากสมการ (2.18) สามารถนำมาใช้อธิบายความหมายของการเปลี่ยนค่าได้ว่า เป็นการลดค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ของแต่ละหน่วยของการไหลที่ไหลออกจากบัพ  $k$  เป็นจำนวน  $\pi_k$  และเป็นการเพิ่มค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ของแต่ละหน่วยของการไหลที่ไหลเข้าบัพ  $k$  เป็นจำนวน  $\pi_k$  ซึ่งค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ทั้งหมดดังแสดงในฟังก์ชันจุดประสงค์นั้นจะเท่ากับ ผลต่างของจำนวนครั้งที่มีการไหลออกกับไหลเข้าบัพที่  $i \in N$  และจากสมการ

$$\sum_{\{j:(i,j) \in A\}} x_{ij} - \sum_{\{j:(j,i) \in A\}} x_{ji} = b_i \quad \forall_i \in N \quad (2.19)$$

หรือที่รู้จักกันโดยทั่วไปในชื่อข้อจำกัดทรงมวล (Mass Balance Constraints) ผลต่างระหว่างปริมาณการไหลออกและการไหลเข้าเท่ากับ อุปสงค์หรืออุปทาน ประจำบัพที่  $k \in N$  เพราะฉะนั้น เพิ่มศักย์ของบัพที่  $k$  เป็น  $\pi_k$  จะลดค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ไป  $\pi_k b_k$  หน่วย ซึ่งจากการพิจารณาตามที่กล่าวในข้างต้นทุกๆ บัพพบว่า

$$z_0 - z_\pi = \sum_{i \in N} \pi_i b_i = \pi b \quad (2.20)$$

จากค่าศักย์  $\pi$  และ  $\pi b$  เป็นค่าคงที่ ดังนั้นการไหลที่ทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์  $z_\pi$  มีค่าต่ำที่สุดจะทำให้  $z_0$  ต่ำสุดด้วย ซึ่งสามารถกำหนดเป็นคุณสมบัติได้ว่า

**คุณสมบัติ 1** ปัญหาการไหลที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดที่กำหนดค่าประจำบัพเป็น  $c_{ij}$  หรือ  $c_{ij}^\pi$  จะมีคำตอบที่ดีที่สุดเป็นค่าเดียวกัน โดย  $z_\pi = z_0 - \pi b$

การนำการไหลของโครงข่ายไปใช้ร่วมกับค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้จะส่งผลต่อค่าใช้จ่ายของ วัฏจักร(Cycle) และ วิถี (Path) ดังนี้โดยกำหนดให้  $W$  แทนวัฏจักรระบุทิศทาง (Directed Cycle) ใน  $G$  จะได้

$$\begin{aligned} \sum_{(i,j) \in W} C_{ij}^\pi &= \sum_{(i,j) \in W} (c_{ij} - \pi_i + \pi_j) \\ &= \sum_{(i,j) \in W} c_{ij} + \sum_{(i,j) \in W} (\pi_j - \pi_i) \\ &= \sum_{(i,j) \in W} c_{ij} \end{aligned} \quad (2.21)$$

จากสมการสุดท้ายแสดงให้เห็นข้อเท็จจริงว่า สำหรับแผนวัฏจักรระบุทิศทาง  $W$  ใดๆ  $\sum_{(i,j) \in W} (\pi_j - \pi_i)$  มีค่าเป็นศูนย์เพราะว่าที่แต่ละบัพ  $i$  ในวัฏจักร  $W_i \pi_i$  ใดๆ จะประกอบไปด้วยค่าที่เป็นบวกและค่าที่เป็นลบ และในทำนองเดียวกัน ถ้า  $P$  เป็น วิถีระบุทิศทาง (Directed Path) จากบัพ  $k$  ไปยังบัพ  $l$  ดังนั้น

$$\begin{aligned} \sum_{(i,j) \in P} C_{ij}^\pi &= \sum_{(i,j) \in P} (c_{ij} - \pi_i + \pi_j) \\ &= \sum_{(i,j) \in P} c_{ij} - \sum_{(i,j) \in P} (\pi_i + \pi_j) \\ &= \sum_{(i,j) \in P} c_{ij} - \pi_k + \pi_l \end{aligned} \quad (2.22)$$

เพราะว่า  $\pi$  ใดๆ สอดคล้องกับบัพใดๆ ในวิถี ที่ไม่ใช่บัพที่เป็นตัวแทนจุดเริ่มต้น  $k$  และจุดสิ้นสุด  $l$  ซึ่งจะทำให้  $\sum_{(i,j) \in P} (\pi_j - \pi_i)$  มีค่าเป็นศูนย์ดังได้กล่าวไปแล้ว จะได้

คุณสมบัติ 2

ก. สำหรับวัฏจักรระบุทิศทาง  $W$  ใดๆ และศักย์ประจำบัพ  $\pi$  ใดๆ ,

$$\sum_{(i,j) \in W} C_{ij}^\pi = \sum_{(i,j) \in W} c_{ij}$$

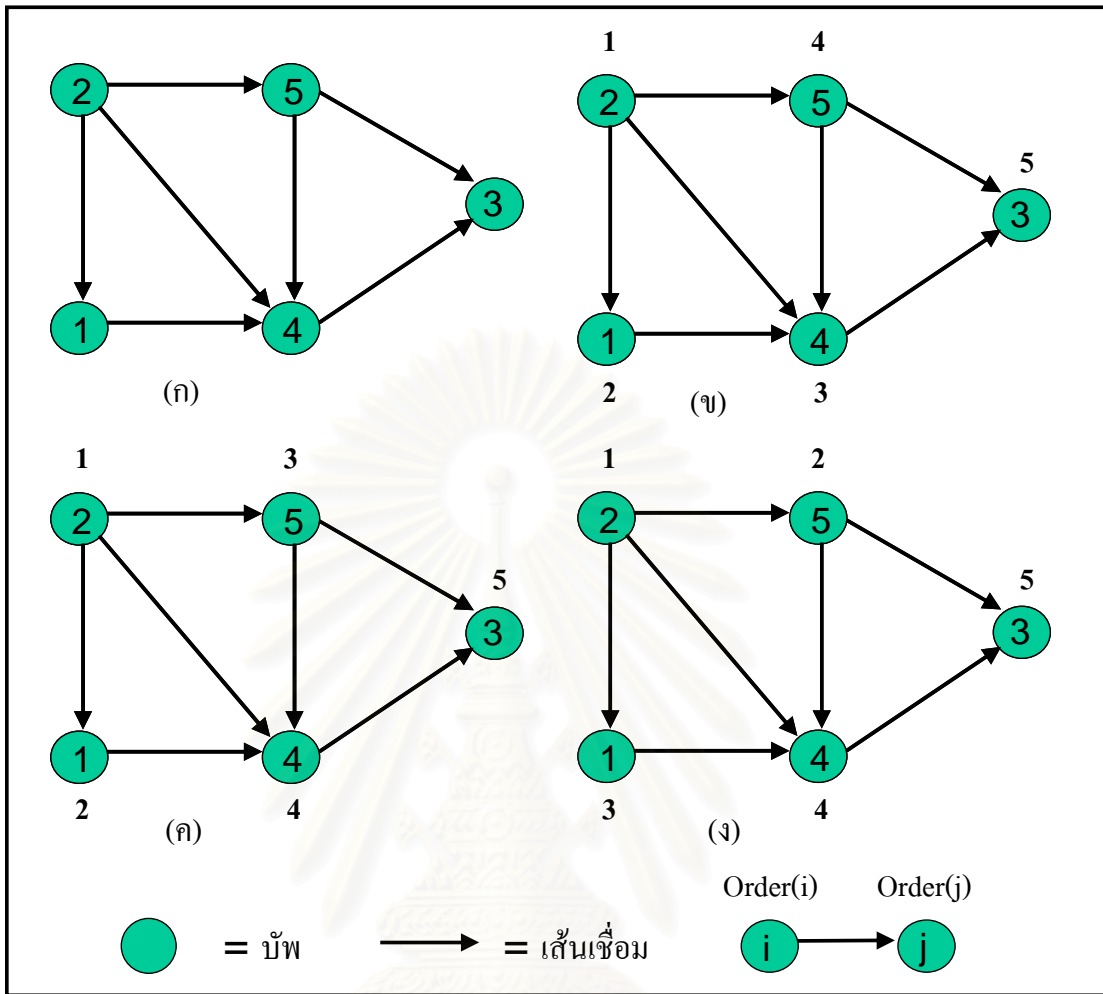
ข. สำหรับวิถีระบุทิศทาง  $P$  จากบัพ  $k$  ไปยังบัพ  $l$  และศักย์ประจำ

$$\sum_{(i,j) \in P} C_{ij}^\pi = \sum_{(i,j) \in P} c_{ij} - \pi_k - \pi_l$$

บัพ  $\pi$  ใดๆ

### 3.4.2.3 การกำหนดอันดับเชิงโทโพโลยี

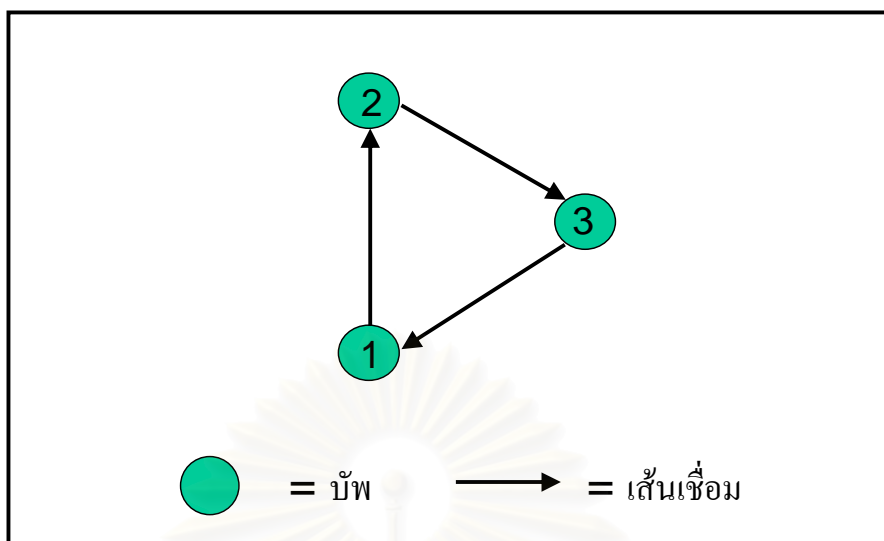
กำหนดป้ายประจำบัพของโครงข่าย  $G(N, A)$  โดยแทนด้วยตัวเลขจาก 1 ถึง  $n$  และแสดงป้ายตามแถวลำดับ (อันดับที่  $i$  ให้ป้ายประจำบัพ  $i$ ) จะเรียกรูปแบบนี้ว่าการกำหนดป้ายในรูปแบบนี้ว่าการจัดอันดับเชิงโทโพโลยี (Topological Ordering) ของบัพถ้าเส้นเชื่อมทุกเส้นทำการเชื่อมจากบัพที่มีอันดับต่ำไปยังบัพที่มีอันดับสูงกว่า กล่าวคือ สำหรับเส้นเชื่อม  $(i, j) \in A$  และอันดับที่  $i < j$  ( $Order(i) < Order(j)$ ) โดยจะแสดงตัวอย่างโครงข่ายที่มีการกำหนดอันดับตามอันดับเชิงโทโพโลยีได้ดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 3.6 ตัวอย่างการกำหนดอันดับเชิงโทโพโลยี

จากรูปที่ 2.4 จะพบว่า รูป (ก) แสดงโครงข่ายก่อนที่จะกำหนดอันดับตามอันดับเชิงโทโพโลยี รูป (ข) ไม่กำหนดอันดับตามอันดับเชิงโทโพโลยี เนื่องจาก (5,4) เป็นเส้นเชื่อม และอันดับที่ 5 > อันดับที่ 4 ส่วนรูป (ค) และ (ง) แสดงถึงการกำหนดอันดับตามอันดับเชิงโทโพโลยีที่ต่างกันได้ ซึ่งจะเห็นได้ว่า การกำหนดอันดับจากอันดับเชิงโทโพโลยีสามารถกำหนดอันดับในลักษณะที่ต่างกันได้

บางโครงข่ายไม่สามารถกำหนดอันดับตามอันดับเชิงโทโพโลยีได้ เช่น โครงข่ายที่แสดงดังรูปที่ 2.5 จะไม่สามารถกำหนดอันดับได้ โครงข่ายนี้เป็นวัฏจักร (Cyclic) เนื่องจากโครงข่ายนี้ประกอบไปด้วยวัฏจักรระบุทิศทาง และจากวัฏจักรระบุทิศทาง  $W$  จะไม่สามารถระบุได้ว่า อันดับที่  $i <$  อันดับที่  $j$  ( $\text{Order}(i) < \text{Order}(j)$ ) สำหรับทุกๆ  $(i, j) \in W$



รูปที่ 3.7 โครงข่ายที่ไม่สามารถกำหนดอันดับตามอันดับเชิงโทโพโลยีได้

โดยแท้จริงแล้ว โครงข่ายอวัฏจักร (Acyclic Network) และการกำหนดอันดับตามอันดับเชิงโทโพโลยีมีความสัมพันธ์ที่ใกล้เคียงกันมาก กล่าวคือ โครงข่ายที่ประกอบไปด้วยกราฟทิศทาง (Directed Cycle) จะไม่มีอันดับเชิงโทโพโลยี และในทางกลับกัน โครงข่ายที่สามารถจัดอันดับตามอันดับเชิงโทโพโลยีได้จะไม่มีวัฏจักร ซึ่งจากข้อสังเกตนี้แสดงให้เห็นว่า โครงข่ายใดๆ จะเป็นโครงข่ายอวัฏจักรได้ก็ต่อเมื่อมันสามารถกำหนดอันดับตามอันดับเชิงโทโพโลยีได้

## บทที่ 4

### การดำเนินงานวิจัย

รายละเอียดของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบของกำหนดการเชิงจำนวนเต็มแบบเส้นทาง (Path Base) วิธีการแก้ปัญหาหาค่า และขั้นตอนวิธีในการหาคำตอบ

#### 4.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบของกำหนดการเชิงจำนวนเต็มแบบเส้นทาง (Path Base)

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สร้างขึ้น มุ่งเน้นให้ได้คำตอบที่สอดคล้องกับผลที่คาดว่าจะได้รับของการวิจัย กล่าวคือ นอกจากจะมีค่าใช้จ่ายในการรับและส่งสินค้าน้อยที่สุดแล้ว จะต้องหาคำตอบได้ในขอบเขตของเวลาที่ยอมรับได้ โดยคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาหลักนี้ จะต้องครอบคลุมคำสั่งส่งสินค้าทุกคำสั่ง และบอกได้ว่าให้รถบรรทุกจากจุดรับสินค้าใดทำการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุในเส้นทางใด มีลำดับในการรับและส่งสินค้าอย่างไร และคำตอบที่ได้จะต้องไม่ผิดไปจากข้อกำหนดของปัญหาที่พิจารณา โดยได้จำลองปัญหาให้อยู่ในรูปแบบจำลองคณิตศาสตร์ในรูปกำหนดการเชิงจำนวนเต็มที่มีพื้นฐานมาจากลักษณะปัญหาการแบ่งห้อง เพื่อทำการตัดสินใจว่าจะเลือกใช้เส้นทางการจัดส่งสินค้าเส้นทางใดบ้าง เป็นจำนวนกี่เส้นทาง

แบบจำลองคณิตศาสตร์ที่จัดสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาหลักมีฟังก์ชันจุดประสงค์เพื่อหาค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดที่น้อยที่สุดในการรับและส่งสินค้า หรืออาจเปลี่ยนวัตถุประสงค์เป็นการหาระยะทางรวมทั้งหมดที่น้อยที่สุดในการรับและส่งสินค้า โดยมีรายละเอียดของแบบจำลองดังต่อไปนี้

##### สัญกรณ์

- $F$  = เซตของจุดรับสินค้าทั้งหมด
- $O$  = เซตของคำสั่งส่งสินค้าทั้งหมด
- $R$  = เซตของเส้นทางในการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุทั้งหมด
- $C_r$  = ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจริงของเส้นทาง  $r \in R$  ในการรับและส่งสินค้าแบบเต็ม

ความจุ

$S_{ir}$  = 1 ถ้าจุดรับสินค้า  $i \in F$  เป็นจุดเริ่มต้นของเส้นทางในการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุ  $r \in R$  มิเช่นนั้นจะมีค่าเป็น 0

$T_i$  = จำนวนของรถบรรทุกทั้งหมดที่ประจำ ณ จุดรับสินค้า  $i \in F$

$D_k$  = จำนวนเที่ยวที่ต้องส่งของคำสั่งส่งสินค้าที่  $k \in O$

$Y_{ir}$  = 1 ถ้าคำสั่งส่งสินค้า  $i \in O$  ส่งโดยเส้นทางในการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุ  $r \in R$  มิเช่นนั้นจะมีค่าเป็น 0

$X_r$  = จำนวนเส้นทางในการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุ  $r \in R$  ที่ถูกเลือกใช้

### ฟังก์ชันจุดประสงค์

$$\text{Minimize } Z = \sum_{r \in R} X_r C_r \quad (3.1)$$

### เงื่อนไขบังคับ

$$\sum_{r \in R} S_{ir} \times X_r \leq T_i \quad \forall i \in F \quad (3.2)$$

$$\sum_{r \in R} Y_{kr} \times X_r = D_k \quad \forall k \in O \quad (3.3)$$

$$X_r \in I^+ \quad \forall r \in R \quad (3.4)$$

เงื่อนไขที่ (3.2) ป้องกันไม่ให้เลือกใช้รถบรรทุกเกินจำนวนสูงสุดที่ประจำอยู่ ณ จุดรับสินค้าแต่ละจุด เงื่อนไขที่ (3.3) บังคับให้ทุกคำสั่งส่งสินค้าจะต้องถูกส่ง และครบตามจำนวนเที่ยวที่ต้องส่งของคำสั่งส่งสินค้านั้น ๆ เงื่อนไขที่ (3.4) เป็นตัวแปรตัดสินใจว่าจะเลือกใช้เส้นทางใดบ้างในการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุ

การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ข้างต้นโดยตรงเพียงอย่างเดียว อาจไม่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ เนื่องจากจำนวนเส้นทางการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมดนั้นมีจำนวนมาก จึงต้องนำวิธีการก่อกำเนิดสดมภ์ (Column Generation) เข้ามาใช้ในการหาคำตอบ โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้



## 4.2 การนำวิธีการก่อกำเนิดสดมภ์มาใช้ในการแก้ปัญหา

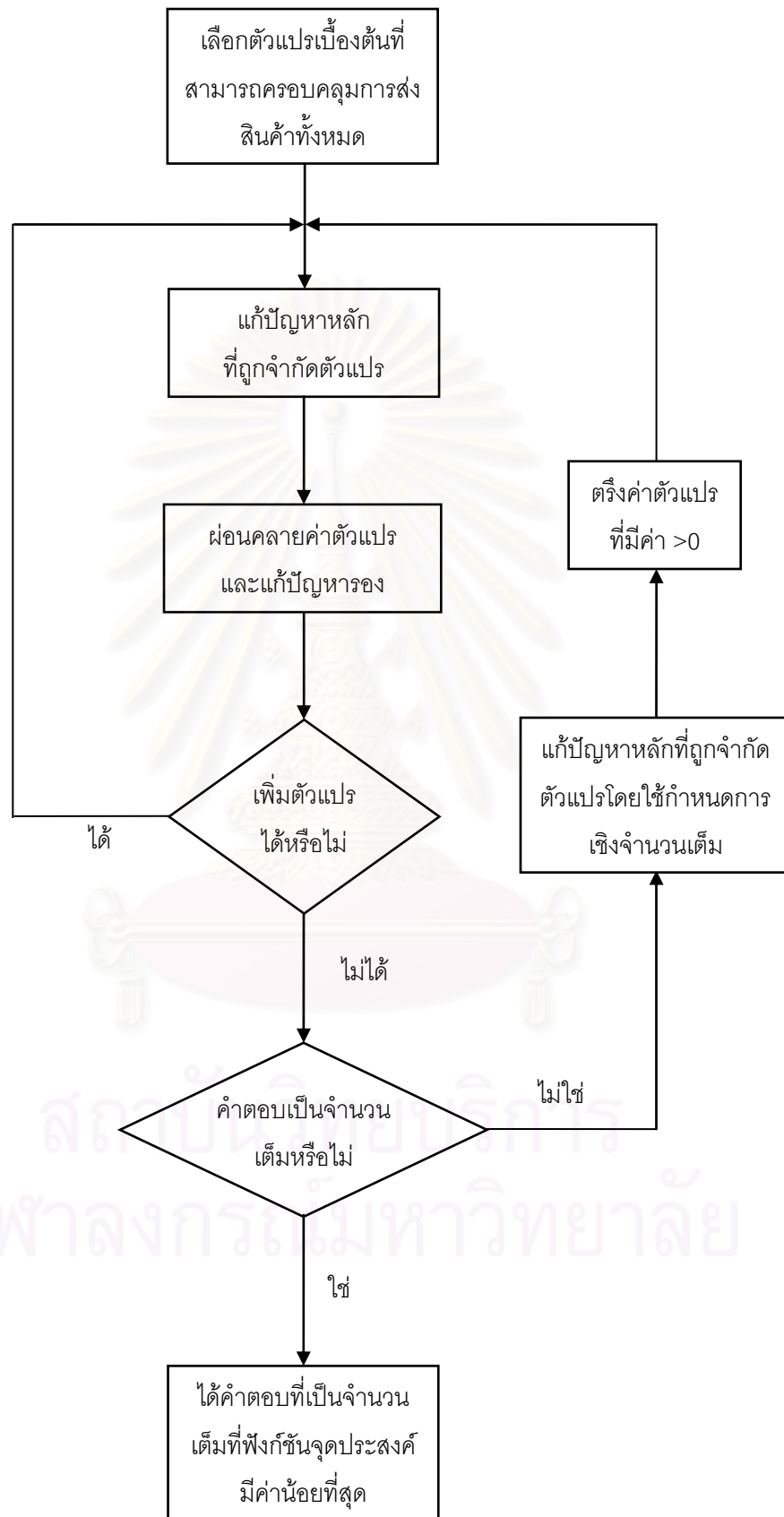
เพื่อให้สามารถแก้ปัญหาการจัดส่งสินค้าที่มีขนาดใหญ่ได้ จึงได้นำวิธีการก่อกำเนิดสดมภ์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อที่จะลดจำนวนตัวแปรที่จะนำเข้ามาใช้ในการแก้ปัญหาในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยทำการหาเส้นทางที่มีแนวโน้มที่จะสามารถลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าได้ และไม่ผิดไปจากข้อกำหนดของปัญหา เพื่อนำไปใช้เป็นตัวแปรตัดสินใจในปัญหาหลัก แทนการใช้ตัวแปรตัดสินใจที่เป็นไปได้ทั้งหมด โดยคำตอบที่ได้จากการนำวิธีการก่อกำเนิดสดมภ์มาใช้โดยตรงนี้ จะเป็นคำตอบของการแก้ปัญหาแบบกำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming) ซึ่งอาจไม่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดที่เป็นจำนวนเต็มได้ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม จะต้องนำวิธี Branch and Price เข้ามาใช้ในการแก้ปัญหา โดยหลักการของ Branch and Price คือการนำวิธีการก่อกำเนิดสดมภ์เข้ามาประยุกต์ใช้กับวิธีการ Branch and Bound ซึ่งวิธีการนี้จะทำการพิจารณาหาเส้นทางที่มีแนวโน้มที่จะสามารถลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าที่แต่ละบัพ (Node) ของการแตกกิ่งใน Branch and Bound แต่วิธีการนี้มีขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่ยุ่ยากและซับซ้อนในการนำมาประยุกต์ใช้ ดังนั้นจึงนำวิธีการก่อกำเนิดสดมภ์มาใช้ที่จุดเริ่มต้น (Root Node) ของผังต้นไม้เท่านั้น เพื่อให้หาสามารถหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มได้

## 4.3 ขั้นตอนวิธีในการหาคำตอบของงานวิจัย

ขั้นตอนวิธีการหาคำตอบของปัญหาหลักนี้ จะอ้างอิงเทคนิคการก่อกำเนิดสดมภ์เพื่อเชื่อมปัญหาของเข้าสู่ปัญหาหลัก โดยจะคัดเลือกเส้นทางการจัดส่งสินค้าที่จะนำไปใช้เป็นตัวแปรตัดสินใจ ซึ่งสามารถอธิบายวิธีการหาคำตอบของปัญหาหลักเป็นลำดับขั้น และในรูปแบบภูมิการไหล ได้ดังนี้

1. เลือกตัวแปรเบื้องต้นที่สามารถครอบคลุมการส่งสินค้าทั้งหมด เพื่อนำมาใช้เป็นตัวแปรตัดสินใจขั้นต้นของปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร และทำการแก้ปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปรโดยใช้กำหนดการเชิงเส้น เพื่อหาราคาเงาที่เหมาะสมที่สุดของแต่ละสมการเงื่อนไขบังคับ
2. นำราคาเงาที่เหมาะสมที่สุดจากข้อ 1 มาใช้แก้ปัญหาย่อยเพื่อหาเส้นทางในการจัดส่งสินค้าที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าได้

3. เพิ่มตัวแปรที่มีค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้(เพิ่มเส้นทางที่สามารถลดค่าใช้จ่ายลงได้ทั้งหมด หรือ เพิ่มเฉพาะเส้นทางที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าได้มากที่สุด) เพื่อใช้เป็นตัวแปรในการตัดสินใจของปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร และแก้ปัญหาโดยใช้กำหนดการเชิงเส้น
4. กลับไปทำในข้อที่ 2 และข้อที่ 3 ตามลำดับ จนกระทั่งไม่มีตัวแปรที่มีค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ ที่ทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าลดลงได้อีก ถ้าคำตอบที่ได้เป็นจำนวนเต็ม จะได้คำตอบที่ฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าน้อยที่สุด แต่ถ้าไม่ใช่จำนวนเต็ม ให้ทำต่อในข้อที่ 5
5. แก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม ของปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปรจากข้อที่ 4
6. ตรวจสอบค่าของตัวแปรที่ไม่มีค่าเป็น 0 ของปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปรจากข้อที่ 4 และแก้ปัญหาโดยใช้กำหนดการเชิงเส้น
7. กลับไปทำตามข้อที่ 2 - 6 จนกระทั่งไม่มีตัวแปรที่มีค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ ที่ทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าลดลงได้อีก คำตอบที่ได้จะเป็นคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่มีฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าน้อยที่สุด



รูปที่ 4.1 แผนภูมิการไหลของขั้นตอนวิธีการหาคำตอบของปัญหาลึก

โดยมีรายละเอียดของขั้นตอนการแก้ปัญหาดังนี้

#### 4.3.1 ปัญหาหลัก

เป็นการแก้ปัญหาเพื่อทำการตัดสินใจว่าจะเลือกใช้เส้นทางในการจัดส่งสินค้า เส้นทางใดบ้าง เป็นจำนวนกี่เส้นทาง ซึ่งครอบคลุมคำสั่งส่งสินค้าทุกคำสั่ง และสรุปได้ว่าให้รถบรรทุกจากจุดรับสินค้าใดทำการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุในเส้นทางใด มีลำดับในการรับและส่งสินค้าอย่างไร และคำตอบที่ได้จะต้องไม่ผิดไปจากข้อกำหนดของปัญหาที่พิจารณา โดยตัวแปรที่จะนำมาพิจารณาในปัญหาหลักจะประกอบไปด้วย

1. ตัวแปรเบื้องต้นที่สามารถครอบคลุมการส่งสินค้าทั้งหมด เพื่อนำมาใช้เป็นตัวแปรในการตัดสินใจขั้นต้นของปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร
2. ตัวแปรที่ได้จากวิธีการก่อกำเนิดสดมภ์ ซึ่งนำมาเพิ่มในปัญหาหลัก

ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้เลือกตัวแปรเบื้องต้นที่ใช้เป็นตัวแปรตัดสินใจเริ่มต้นในการแก้ปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร เป็นเส้นทางในการจัดส่งสินค้าที่ทำการรับและส่งสินค้าตามที่ระบุใน 1 คู่จุดรับและจุดส่งสินค้า โดยจัดส่ง 1 เทียบต่อ 1 เส้นทาง (ใน 1 เส้นทางจะมีค่าของตัวแปรซึ่งเป็นคำตอบเริ่มต้นเท่ากับจำนวนเที่ยวที่ต้องไปรับและส่งสินค้าใน 1 คู่จุดรับและจุดส่งสินค้านั้นๆ) รายละเอียดของแบบจำลองปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปรดังต่อไปนี้

##### สัญกรณ์

$F$	=	เซตของจุดรับสินค้าทั้งหมด
$O$	=	เซตของคำสั่งส่งสินค้าทั้งหมด
$R$	=	เซตของเส้นทางในการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุทั้งหมด
$C_r$	=	ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจริงของเส้นทาง $r \in R$ ในการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุ
$S_{ir}$	=	1 ถ้าจุดรับสินค้า $i \in F$ เป็นจุดเริ่มต้นของเส้นทางในการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุ $r \in R$ มิเช่นนั้นจะมีค่าเป็น 0
$T_i$	=	จำนวนของรถบรรทุกทั้งหมดที่ประจำ ณ จุดรับสินค้า $i \in F$
$D_k$	=	จำนวนเที่ยวที่ต้องส่งของคำสั่งส่งสินค้าที่ $k \in O$
$Y_{ir}$	=	1 ถ้าคำสั่งส่งสินค้า $i \in O$ ส่งโดยเส้นทางในการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุ $r \in R$ มิเช่นนั้นจะมีค่าเป็น 0
$X_r$	=	จำนวนเส้นทางในการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุ $r \in R$ ที่ถูกเลือกใช้

### ฟังก์ชันจุดประสงค์

$$\text{Minimize} \quad Z = \sum_{r \in R} X_r C_r \quad (3.5)$$

### เงื่อนไขบังคับ

$$\sum_{r \in R} S_{ir} \times X_r \leq T_i \quad \forall i \in F \quad (3.6)$$

$$\sum_{r \in R} Y_{kr} \times X_r = D_k \quad \forall k \in O \quad (3.7)$$

$$X_r \in I^+ \quad \forall r \in R \quad (3.8)$$

เงื่อนไขที่ (3.6) ป้องกันไม่ให้เลือกใช้รถบรรทุกเกินจำนวนสูงสุดที่ประจำอยู่ ณ จุดรับสินค้าแต่ละจุด เงื่อนไขที่ (3.7) บังคับให้ทุกคำสั่งส่งสินค้าจะต้องถูกส่ง และครบตามจำนวนเที่ยวที่ต้องส่งของคำสั่งส่งสินค้านั้น ๆ เงื่อนไขที่ (3.8) เป็นตัวแปรตัดสินใจว่าจะเลือกใช้เส้นทางใดบ้างในการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุ

## 4.3.2 ปัญหารอง

เป็นการแก้ปัญหา โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อที่จะหาเส้นทางที่มีแนวโน้มที่จะสามารถลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าได้ และไม่ผิดไปจากข้อกำหนดของปัญหา ไปใช้เป็นตัวแปรตัดสินใจในปัญหาหลัก เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจจะแบ่งหัวข้อนี้ออกเป็น 3 ส่วน ดังต่อไปนี้

1. การหาค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ (Reduced Cost)
2. ข้อกำหนดที่พิจารณา
3. วิธีหาเส้นทางในการจัดส่งสินค้า

### 4.3.2.1 การหาค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ (Reduced Cost)

การหาค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ของเส้นทางที่  $r \in R$  ซึ่งแทนด้วย  $\bar{C}_r$  นั้นสามารถคำนวณได้จาก

$$\bar{C}_r = C_r - \sum_{k \in O} \pi^{kP} Y_r^k - \sum_{s \in F} \pi_s^P \quad (3.9)$$

โดยที่

$C_r$  = ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจริงของเส้นทาง  $r \in R$  ในการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุ

$Y_r^k$  = 1 ถ้าคำสั่งส่งสินค้าที่  $k \in O$  ส่งโดยเส้นทางในการรับและส่งสินค้าแบบเต็ม

ความจุ  $r \in R$  มิเช่นนั้นจะมีค่าเป็น 0

$\pi^{kP}$  = ราคาเงาที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Shadow Price) ที่คิดจากเส้นทางในการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุ  $P$  เส้นทาง ของแต่ละสมการเงื่อนไขบังคับคำสั่งส่งสินค้า  $k \in O$

$\pi_s^P$  = ราคาเงาที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Shadow Price) ที่คิดจากเส้นทางในการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุ  $P$  เส้นทาง ของแต่ละสมการเงื่อนไขบังคับจุดจุดรับสินค้า (จุดจุดรถบรรทุกหรือจุดเริ่มต้น)  $s \in F$

ซึ่งในกรณีที่ฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาหลักเป็นการหาค่าน้อยสุด (Minimize) เส้นทางที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าได้ จะเป็นเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้น้อยกว่าศูนย์ โดยเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้น้อยกว่าศูนย์ที่น้อยที่สุดจะเป็นเส้นทางที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าได้มากที่สุด ( $\bar{C}$ ) นั่นคือ

$$\text{ถ้า} \quad (\min(\bar{C}_r; r \in R) < 0 \quad (3.10)$$

$$\text{แล้ว} \quad \bar{C} = \min(\bar{C}_r; r \in R) \quad (3.11)$$

ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจริงในการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุของรถบรรทุกแต่ละเส้นทางนั้นประกอบไปด้วยปัจจัยหลายอย่าง ตามแต่ลักษณะเฉพาะของกรณีศึกษานั้นๆ ยกตัวอย่างเช่น

กรณีที่ 1 บริษัทจัดส่งสินค้าเป็นเจ้าของรถบรรทุกเอง ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจะประกอบไปด้วย

1. ค่าใช้จ่ายคงที่ในการใช้รถบรรทุกเกิดจาก ค่าจ้างพนักงานขับรถ
2. ค่าใช้จ่ายแปรผันตามระยะทางที่รถบรรทุกคันนั้นวิ่งจริงซึ่งเกิดจาก ค่าน้ำมัน ค่าซ่อมบำรุงรักษา
3. ค่าเสื่อมราคาของรถบรรทุกคันนั้น ซึ่งอาจจะคิดรวมเป็นค่าใช้จ่ายคงที่ หรือ ค่าใช้จ่ายแปรผันตามแต่นโยบายของบริษัทนั้นๆ
4. ค่าใช้จ่ายอื่นๆ

กรณีที่ 2 บริษัทจัดส่งสินค้าไม่มีรถบรรทุกเป็นของตนเอง แต่ใช้การว่าจ้างบริษัทที่เป็นเจ้าของรถบรรทุก (Sub-Contract) ให้ดำเนินการจัดส่งสินค้าตามคำสั่งของทางบริษัท ซึ่งในกรณีนี้ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจะประกอบไปด้วย

1. ค่าใช้จ่ายคงที่ในการใช้รถบรรทุก ซึ่งอาจจะแตกต่างกันตามจุดจอดรถบรรทุกที่  $j \in F$  หรือแตกต่างกันตามสัญญาว่าจ้างกับบริษัทที่เป็นเจ้าของรถบรรทุกต่างๆ
2. ค่าใช้จ่ายแปรผัน ซึ่งจะเพิ่มขึ้นด้วยอัตราคงที่ตามระยะทางในการจัดส่งสินค้าของรถบรรทุกแต่ละเส้นทาง หรืออาจจะแตกต่างกันไปตามสัญญาว่าจ้างกับบริษัทที่เป็นเจ้าของรถบรรทุกต่างๆ
3. ค่าใช้จ่ายอื่นๆ

#### 4.3.2.2 ข้อกำหนดที่พิจารณา

เนื่องจากข้อกำหนดของงานวิจัยซึ่งพิจารณาข้อกำหนดระยะทางสูงสุดที่รถบรรทุกแต่ละคันสามารถไปรับและส่งสินค้าได้ในหนึ่งเส้นทาง และข้อกำหนดกรอบของเวลาในการไปรับและส่งสินค้าได้ทันภายในเวลาที่กำหนด ทำให้ในขั้นตอนหาคำตอบของปัญหาจะต้องพิจารณาถึงเงื่อนไขเหล่านี้ด้วย ซึ่งสามารถอธิบายรายละเอียดของข้อกำหนดต่างๆ ได้ดังนี้

##### 4.3.2.2.1 ข้อกำหนดระยะทางสูงสุด

การพิจารณาค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ในการจัดส่งสินค้าของเส้นทางที่  $r \in R$  ดังได้กล่าวในเบื้องต้นนั้น จะพิจารณาเฉพาะผลต่างของค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจริงกับราคาเงาที่เกิดขึ้นของคำสั่งส่งสินค้า  $O$  ที่ถูกส่งโดยเส้นทาง  $r$  และราคาเงาประจำจุดจอดรถบรรทุก โดยไม่คำนึงถึงระยะทางระหว่างจุดรับสินค้า และจุดส่งสินค้านั้นๆ ซึ่งเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ อาจจะเป็นเส้นทางที่มีระยะทางรวมทั้งหมดเกินกว่าระยะทางสูงสุดที่รถบรรทุกหนึ่งคันสามารถไปรับและส่งสินค้าได้ทันภายในหนึ่งเส้นทาง

เพื่อป้องกันคำตอบจากปัญหาที่อาจจะผิดไปจากเงื่อนไขของงานวิจัย จะทำการพิจารณาระยะทางรวม ควบคู่ไปกับการพิจารณาค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ ณ จุดรับและส่งสินค้าที่  $i, j \in N$  ได้ดังนี้

$$\text{ถ้า} \quad G_i + G_{ij} \leq M \quad (3.12)$$

$$\text{แล้ว} \quad G_j = G_i + G_{ij} \quad (3.13)$$

โดยที่

$G_i, G_j$  = ระยะทางรวมในการรับและส่งสินค้าจากจุดเริ่มต้น  $s \in F$  ไปยังจุดที่  $i, j \in N$  ในเส้นทางนั้น

$G_{ij}$  = ระยะทางระหว่างจุดรับสินค้า และจุดส่งสินค้า  $i, j \in N$

$M$  = ระยะทางสูงสุดที่รถบรรทุกหนึ่งคันไปรับและส่งสินค้าได้ทันภายในหนึ่งเส้นทาง

#### 4.3.2.2.2 ข้อกำหนดกรอบเวลา

กรอบของเวลา  $([A_i^k, B_j^k])$  ที่เราพิจารณาในงานวิจัยนี้เป็นเงื่อนไขที่เกิดขึ้นจากลักษณะเฉพาะของคำสั่งส่งสินค้าแต่ละคำสั่ง กล่าวคือ ในคำสั่งส่งสินค้าที่  $k \in O$  นอกจากจะระบุสถานที่รับสินค้าที่  $i \in F$  สถานที่ส่งสินค้า  $j \in C$  และจำนวนเที่ยว  $D_k$  ที่ต้องรับและส่งแล้ว จะมีเงื่อนไขของเวลาที่ระบุว่าต้องไปรับและส่ง คำสั่งส่งสินค้าที่  $k \in O$  ได้หลังจากเวลา  $A_i^k$  และ/หรือ จะต้องไปส่งสินค้าก่อนเวลา  $B_j^k$  มิเช่นนั้นจะไม่สามารถดำเนินการกับคำสั่งส่งสินค้าที่  $k \in O$  ในเส้นทางนั้นได้ โดยข้อกำหนดกรอบของเวลานั้นจะพิจารณาในลักษณะเดียวกับข้อกำหนดของระยะทางสูงสุด กล่าวคือ จะพิจารณาควบคู่ไปกับค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ และข้อกำหนดระยะทางสูงสุด ณ จุดรับและส่งสินค้าสินค้าที่  $j \in N$  ซึ่งสามารถอธิบายเงื่อนไขที่ใช้ในการพิจารณาข้อกำหนดกรอบของเวลาได้ดังนี้

$$\text{ถ้า} \quad A_i^k \leq H_i \quad (3.14)$$

$$\text{และ} \quad H_i + T_{ij} + W_i \leq B_j^k \quad (3.15)$$

$$\text{แล้ว} \quad H_j = H_i + T_{ij} + W_i \quad (3.16)$$

โดยที่

$A_i^k$  = เวลาเร็วสุดที่รถบรรทุกสามารถไปรับสินค้าของคำสั่งส่งสินค้าที่  $k \in O$  ที่จุดรับสินค้าที่  $i \in F$

$B_j^k$  = เวลาช้าสุดที่รถบรรทุกสามารถ ส่งสินค้าที่จุดส่งสินค้าของคำสั่งส่งสินค้าที่  $k \in O$  ที่จุดส่งสินค้าที่  $j \in C$

$H_i$  = เวลารวมที่รถบรรทุกใช้ในการรับและส่งสินค้าจากจุดเริ่มต้น  $s \in F$  ไปยังจุดรับและส่งสินค้าสินค้าที่  $i \in N$

$T_{ij}$  = เวลาที่รถบรรทุกใช้ในการเคลื่อนที่จากจุดรับและส่งสินค้าสินค้าที่  $i \in N$  ไปยัง



จุดรับและส่งสินค้าสินค้า  $j \in N$

$W_i$  = เวลาที่ใช้ในการ load/unload สินค้าที่จุดรับและส่งสินค้าสินค้าที่  $i \in N$

แต่ในธุรกิจการจัดส่งสินค้าจริง ข้อกำหนดกรอบของเวลาอาจจะแตกต่างกันไปตามแต่ข้อตกลงกับลูกค้า อาทิเช่น ให้มีการจ่ายค่าปรับแทนการส่งสินค้าไม่ทันเวลาเป็นต้น ทำให้เงื่อนไขที่ต้องพิจารณาจะต้องมีการเพิ่มค่าปรับที่เกิดขึ้นจากสถานการณ์ต่างๆเข้าไปด้วย โดยจะยกตัวอย่างสถานการณ์ที่ทำให้เกิดค่าปรับได้ดังนี้

1. การรับสินค้าของรถบรรทุกที่จุดรับสินค้าที่  $i \in F$  สามารถรับสินค้าได้หลังจากเวลา  $A_i$  มิเช่นนั้นต้องเสียค่าปรับให้กับบริษัทที่เป็นเจ้าของรถบรรทุก เนื่องจากหากรถบรรทุกไปถึงก่อนเงื่อนไขเวลา  $A_i$  รถบรรทุกต้องรอเวลาที่จะสามารถรับสินค้าได้ เนื่องจากทางโรงงานยังไม่สามารถจัดส่งสินค้าให้กับรถบรรทุกที่มาถึงก่อนเวลานี้ได้
2. การรับสินค้าของรถบรรทุกที่จุดรับสินค้าที่  $i \in F$  ต้องไปรับสินค้าก่อนเวลา  $B_i$  มิเช่นนั้นต้องเสียค่าปรับให้กับลูกค้า เนื่องจากการไปรับสินค้าช้ากว่าที่กำหนด
3. การส่งสินค้าของรถบรรทุกที่จุดส่งสินค้าที่  $j \in N$  ต้องไปส่งสินค้าก่อนเวลา  $B_j$  มิเช่นนั้นต้องเสียค่าปรับให้กับลูกค้า เนื่องจากการส่งสินค้าช้ากว่ากำหนด

#### 4.3.2.3 วิธีหาเส้นทางในการจัดส่งสินค้า

การหาเส้นทางในการจัดส่งสินค้าที่นำเสนอในงานวิจัยนี้มีด้วยกัน 2 วิธี คือ

1. หาเส้นทางการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมด
2. ใช้ขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย (Multi-Label Shortest Path Algorithm)

ซึ่งแต่ละวิธีจะมีรายละเอียดในการหาเส้นทาง และข้อดีข้อเสียที่แตกต่างกันไปดังจะได้กล่าวถึงในภายหลัง

##### 4.3.2.3.1 หาเส้นทางการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมด

ได้พิจารณาจัดสร้างเส้นทางการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมด ที่มีการจัดส่งต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียวก อันมีสาเหตุมาจากจำนวนเส้นทางในการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมดจะ

เพิ่มขึ้นด้วยอัตราการเพิ่มแบบชี้กำลัง ซึ่งจากการคำนวณหาจำนวนเส้นทางในการจัดส่งสินค้าทั้งหมดที่จะเกิดขึ้นนั้นพบว่า ชุดข้อมูลที่มีคำสั่งส่งสินค้าทั้งสิ้น 225 คำสั่งส่งสินค้า จะทำให้เกิดเส้นทางในการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมด 50,850 เส้นทางในการจัดส่งสินค้าต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียบ 11,441,475 เส้นทางในการจัดส่งสินค้าต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียบ ทำให้ไม่เหมาะสมที่จะจัดสร้างเส้นทางในการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมด ในปัญหาที่มีขนาดใหญ่

จะอธิบายวิธีสร้างเส้นทางในการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมดผ่านทางตัวอย่างชุดข้อมูลที่มีคำสั่งส่งสินค้า 3 คำสั่งส่งสินค้า ซึ่งระยะทางระหว่างจุดรับและจุดส่งสินค้า และรายละเอียดของแต่ละคำสั่งส่งสินค้า แสดงได้ดังตาราง

ตารางที่ 4.1 ระยะทางระหว่างจุดรับและจุดส่งสินค้า

		ถึง			
		1	2	3	4
จาก	1	0	100	36	70
	2	100	0	91	34
	3	36	91	0	57
	4	70	34	57	0

ตารางที่ 4.2 รายละเอียดของคำสั่งส่งสินค้า

คำสั่งส่งสินค้า	จุดรับ	จุดส่ง	จำนวนเที่ยว
1	1	3	2
2	2	3	2
3	2	4	3

กรณีที่ 1 มีการจัดส่งต่อเนื่อง 2 เทียบ

เส้นทางในการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่มีการจัดส่งต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียบหาได้จาก

1. เส้นทางในการจัดส่งสินค้าที่มีการจัดส่งสินค้า 1 เทียบ มีจำนวนทั้งสิ้น  $C_{3,1} = 3$  เส้นทาง ดังแสดงในเส้นทางที่ 1-3

2. เส้นทางการจัดส่งสินค้าที่มีการจัดส่งสินค้า 2 เทียบและเป็นคำสั่งส่งสินค้าเดียวกัน มีจำนวนทั้งสิ้น  $C_{3,1} = 3$  เส้นทาง ดังแสดงในเส้นทางที่ 4-6
3. เส้นทางการจัดส่งสินค้าที่มีการจัดส่งสินค้า 2 เทียบและคำสั่งส่งสินค้าต่างกัน มีจำนวนทั้งสิ้น  $C_{3,2} \times P_{2,2} = 6$  เส้นทาง ดังแสดงในเส้นทางที่ 7-12

กรณีที่ 2 มีการจัดส่งต่อเนื่อง 3 เทียบ

หาได้จาก  
 เส้นทางการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่มีการจัดส่งต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียบ

1. เส้นทางการจัดส่งสินค้าที่มีการจัดส่งต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียบ
2. เส้นทางการจัดส่งสินค้าที่มีการจัดส่งสินค้า 3 เทียบและเป็นคำสั่งส่งสินค้าเดียวกัน มีจำนวนทั้งสิ้น  $C_{3,1} = 3$  เส้นทาง ดังแสดงในเส้นทางที่ 13-15
3. เส้นทางการจัดส่งสินค้าที่มีการจัดส่งสินค้า 3 เทียบแต่มีคำสั่งส่งสินค้า 2 คำสั่งส่งสินค้า (มีคำสั่งส่งสินค้าหนึ่งถูกส่ง 2 เทียบในเส้นทางเดียวกัน) มีจำนวนทั้งสิ้น  $C_{3,2} \times (P_{3,2}) / 2 \times 2 = 18$  เส้นทาง ดังแสดงในเส้นทางที่ 16-33
4. เส้นทางการจัดส่งสินค้าที่มีการจัดส่งสินค้า 3 เทียบและคำสั่งส่งสินค้าต่างกัน มีจำนวนทั้งสิ้น  $C_{3,3} \times P_{3,3} = 6$  เส้นทาง ดังแสดงในเส้นทางที่ 34-39

เส้นทางการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมดทั้งกรณีจัดส่งสินค้าต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียบและ 3 เทียบแสดงได้ดังตาราง

ตารางที่ 4.3 ตัวอย่างเส้นทางการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมด

เส้นทาง	ลำดับในการรับและส่งคำสั่งส่งสินค้า	ระยะทางรวม	จุดเริ่มต้นของเส้นทาง
1	1	72	1
2	2	182	2
3	3	68	2
4	1 1	144	1
5	2 2	364	2
6	3 3	136	2

ตารางที่ 4.4 ตัวอย่างเส้นทางการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมด(ต่อ)

เส้นทาง	ลำดับในการรับและส่ง คำสั่งส่งสินค้า	ระยะทาง รวม	จุดเริ่มต้นของ เส้นทาง
7	1 2	254	1
8	2 1	254	2
9	1 3	231	1
10	3 1	231	2
11	2 3	250	2
12	3 2	250	2
13	1 1 1	216	1
14	2 2 2	546	2
15	3 3 3	204	2
16	1 2 2	436	1
17	2 1 2	436	2
18	2 2 1	436	2
19	2 1 1	326	2
20	1 2 1	326	1
21	1 1 2	326	1
22	1 3 3	299	1
23	3 1 3	299	2
24	3 3 1	299	2
25	3 1 1	267	2
26	1 3 1	267	1
27	1 1 3	267	1
28	2 3 3	318	2
29	3 2 3	318	2
30	3 3 2	318	2
31	3 2 2	432	2
32	2 3 2	432	2

ตารางที่ 4.5 ตัวอย่างเส้นทางการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมด(ต่อ)

เส้นทาง	ลำดับในการรับและส่ง คำสั่งส่งสินค้า	ระยะทาง รวม	จุดเริ่มต้นของ เส้นทาง
33	2 2 3	432	2
34	1 2 3	413	1
35	1 3 2	322	1
36	2 1 3	322	2
37	2 3 1	413	2
38	3 1 2	413	2
39	3 2 1	322	2

#### 4.3.2.3.2 ใช้ขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย (Multi-Label Shortest Path Algorithm)

เนื่องจากขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้ายนั้นจะทำการพิจารณาและเก็บค่าที่เป็นเงื่อนไขที่เราสนใจในรูปของป้าย ( $L_i$ ) ณ จุดรับและส่งสินค้าที่  $i \in N$  โดยจะเก็บเส้นทางในการจัดส่งสินค้า ทุกๆ เส้นทางในรูปของป้ายที่ให้คำตอบไม่ผิดไปจากข้อกำหนดของงานวิจัย และไม่ถูกรอบงำ (Dominate) จากป้ายอื่น โดย M. Desrochers et al.[9] ได้อธิบายความหมายป้ายที่ถูกรอบงำไว้ว่า

ให้  $L_{1i}$  และ  $L_{2i}$  เป็นป้ายที่เกิดจากเส้นทางในการรับและส่งสินค้าจุดเริ่มต้น  $s \in F$  ไปยังจุดรับและส่งสินค้าสินค้าที่  $i \in N$  2 เส้นทางที่แตกต่างกัน ซึ่งแต่ละป้ายจะประกอบด้วยค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้รวม ( $\overline{C}_i$ ) และค่าระยะทางรวม ( $G_{1i}, G_{2i}$ ) จากจุดเริ่มต้น  $s \in F$  ไปยังจุดรับและส่งสินค้าสินค้าที่  $i \in N$  ดังนี้

$$L_{1i} = (\overline{C}_{1i}, G_{1i}) \quad (3.17)$$

$$L_{2i} = (\overline{C}_{2i}, G_{2i}) \quad (3.18)$$

$$L_1 \text{ จะรอบงำ } L_2 \text{ หรือ } (\overline{C}_{1i}, G_{1i}) < (\overline{C}_{2i}, G_{2i})$$

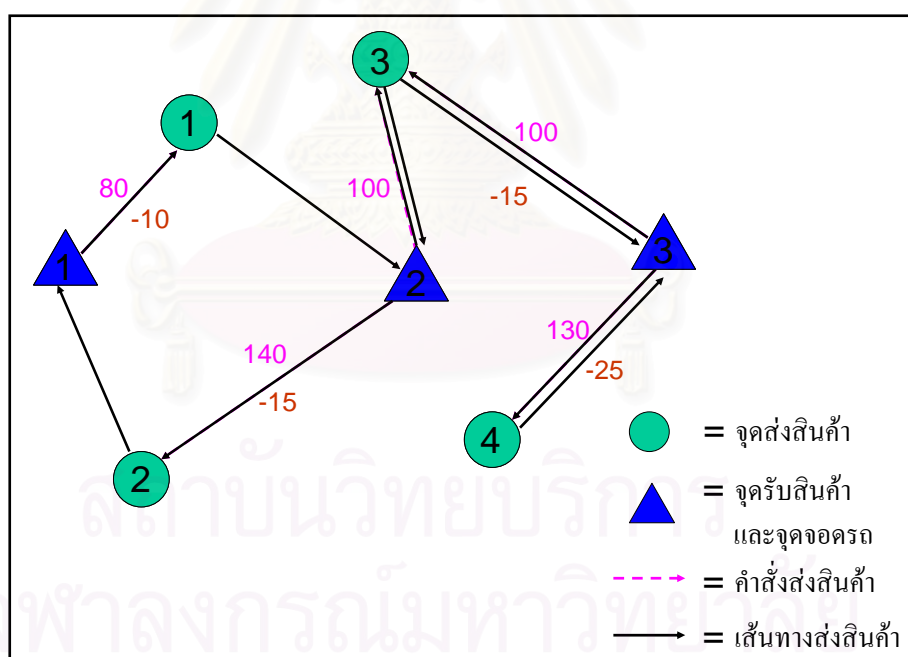
$$\text{ถ้า } (\overline{C}_{1i}, G_{1i}) - (\overline{C}_{2i}, G_{2i}) \geq (0, 0) \text{ และ } (\overline{C}_{1i}, G_{1i}) \neq (\overline{C}_{2i}, G_{2i})$$

ซึ่งเส้นทางที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าได้ และไม่ผิดไปจากข้อกำหนดของงานวิจัย จะพิจารณาได้จากป้าย ณ จุดปลายทาง ที่มีค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้น้อยกว่าศูนย์

สามารถแบ่งขั้นตอนการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดออกได้เป็น 2 ส่วนหลักๆ คือ การสร้างโครงข่าย และขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย แสดงได้ดังนี้

#### ○ การสร้างโครงข่าย

เมื่อทำการพิจารณาดำเนินการที่ตั้งของจุดรับ และจุดส่งสินค้าตามตำแหน่งที่ตั้งทางภูมิศาสตร์จริงพบว่าเส้นทางในการรับและส่งสินค้าของรถบรรทุกแต่ละเส้นทางนั้นจะมีลักษณะเป็น โครงข่ายวัฏจักรระบุทิศทาง (Directed Cycle Network) ดังรูป

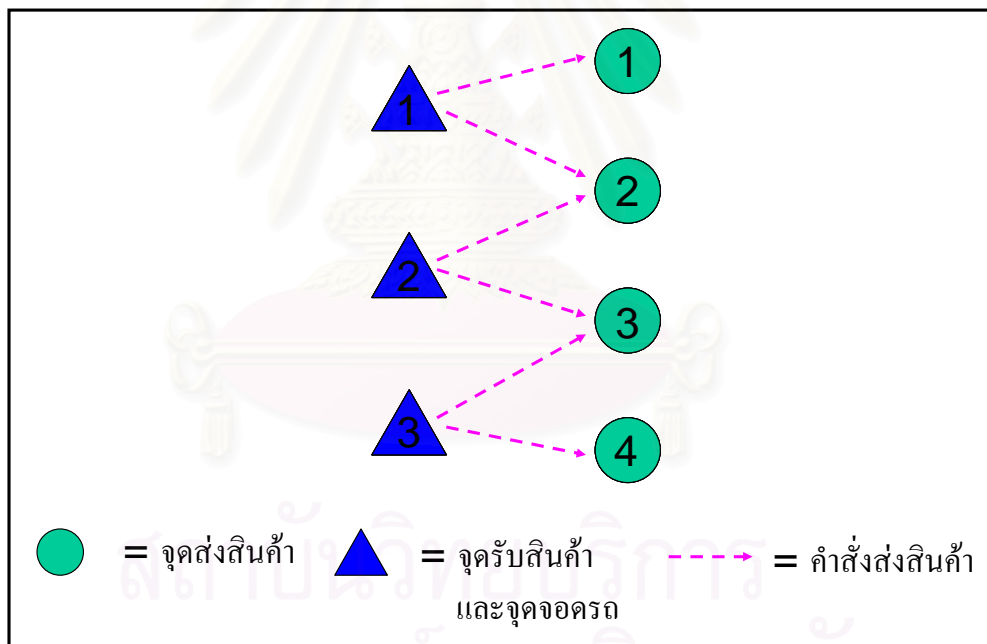


รูปที่ 4.2 ตำแหน่งที่ตั้งของจุดรับและส่งสินค้า

ซึ่งจากลักษณะโครงข่ายที่ได้นำเสนอไปนั้นพบว่าไม่สามารถหาขั้นตอนวิธีในการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดที่เหมาะสมเพื่อใช้ในการหาคำตอบได้ เนื่องจากเส้นเชื่อมแต่ละเส้น ซึ่งแสดงถึงค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ (Reduced Cost) ที่ประกอบขึ้นเป็นโครงข่ายนั้นมีค่าไม่มากกว่า 0 ทำให้เกิดเป็นวงวน (Loop) ที่เรียกว่า วัฏจักรที่เป็นลบ (Negative Cycle) ขึ้น ดังนั้นเพื่อแก้ปัญหาที่

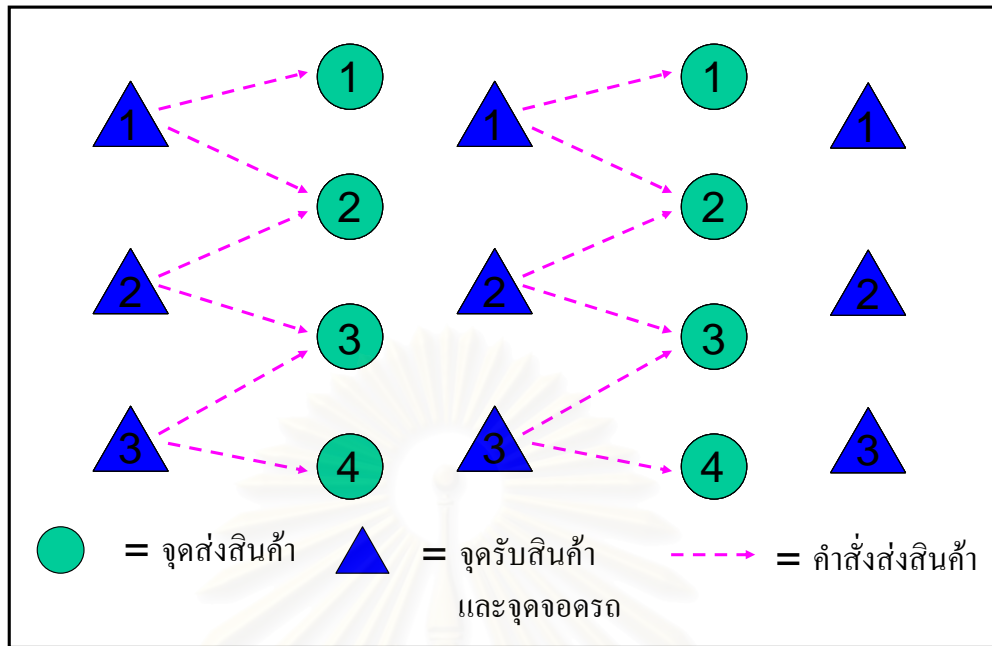
เกิดขึ้นนี้ ได้ทำการจัดสร้างโครงข่ายขึ้นใหม่ โดยใช้ข้อมูลของค่าใช้จ่ายที่ลดลง และระยะทางระหว่างจุดรับสินค้าและจุดส่งสินค้าแต่ละจุดตามตำแหน่งที่ตั้งจริงทางภูมิศาสตร์ และมีเงื่อนไขว่าที่แต่ละจุดรับสินค้า และจุดส่งสินค้าใดๆ ไม่สามารถเชื่อมถึงกันได้ ซึ่งในการสร้างโครงข่ายขึ้นนี้สามารถอธิบายเป็นลำดับขั้นพร้อมรูปภาพประกอบได้ ดังนี้

1. แยกกลุ่มของบัพ (Node) ที่เป็นตัวแทนของจุดรับสินค้า  $F$  และบัพที่เป็นตัวแทนของจุดส่งสินค้า  $C$  ออกจากกัน
2. สร้างเส้นเชื่อม (Arc) ระหว่างบัพที่เป็นตัวแทนจุดรับสินค้าที่  $i \in F$  และบัพที่เป็นตัวแทนจุดส่งสินค้าที่  $j \in C$  ที่มีคำสั่งในการส่งสินค้าที่  $k \in O$  ซึ่งการสร้างเส้นเชื่อมระหว่างบัพมากกว่าหนึ่งเส้นในคู่เดียวกัน จะแสดงถึงจำนวนคำสั่งส่งสินค้า ที่มีจุดรับและจุดส่งสินค้าเดียวกัน แต่มีข้อกำหนดกรอบของเวลาที่แตกต่างกัน(ไม่ได้แสดงถึงจำนวนเที่ยวที่ต้องการในการรับและส่งสินค้า)



รูปที่ 4.3 จุดรับสินค้าและจุดส่งสินค้าที่ถูกแยกกลุ่มออกจากกัน

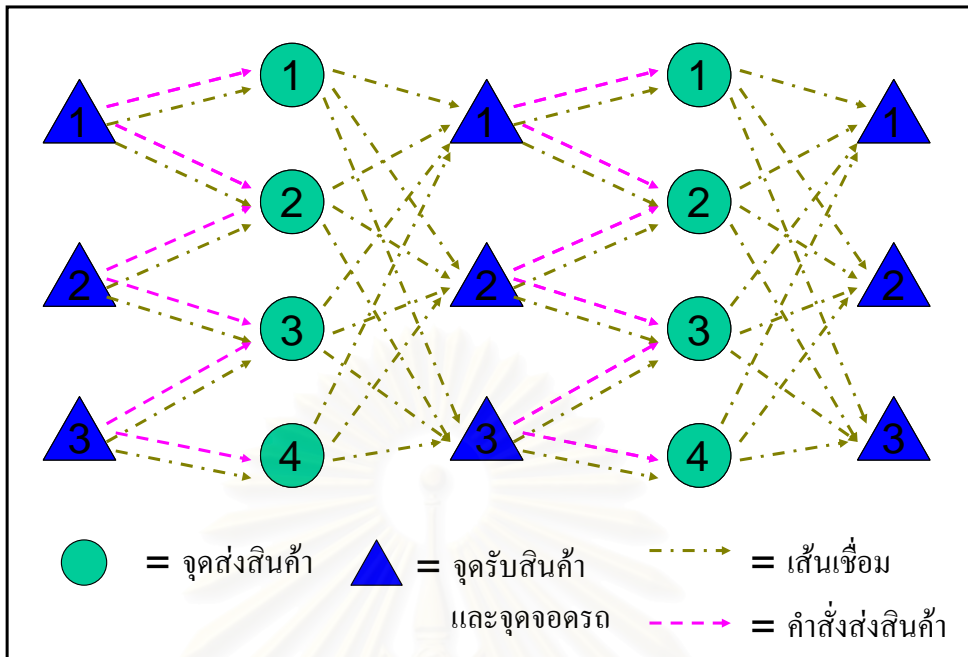
3. คัดลอกกลุ่มของบัพที่เป็นตัวแทนจุดรับสินค้า  $F$  และบัพที่เป็นตัวแทนจุดส่งสินค้า  $C$  ทั้งหมด นำมาเรียงต่อกันตามจำนวนเที่ยวที่ต้องการให้มีการจัดส่งได้สูงสุดในแต่ละเส้นทาง  $t$  ของการจัดส่งสินค้า
4. คัดลอกชุดของบัพที่เป็นตัวแทนจุดรับสินค้า  $F$  ทั้งหมดมาเรียงไว้ท้ายสุด



รูปที่ 4.4 ชุดของจุดรับและส่งสินค้าที่คัดลอกมาเรียงต่อกัน

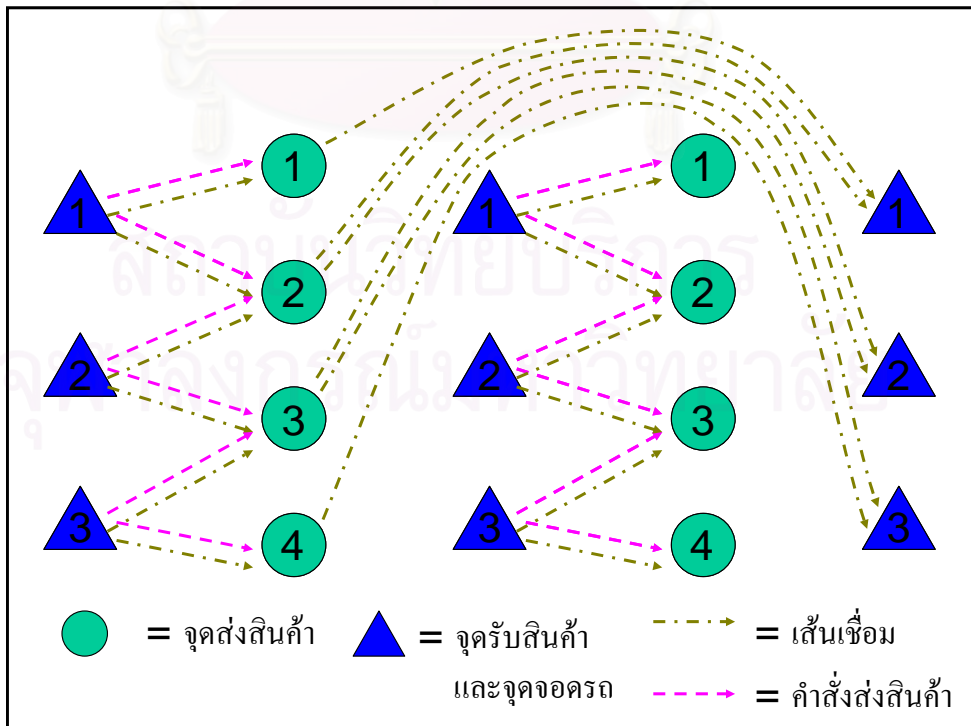
5. สร้างเส้นเชื่อมระหว่างบัพที่เป็นตัวแทนจุดส่งสินค้า  $C$  และบัพที่เป็นตัวแทนจุดรับสินค้า  $F$  ในกลุ่มถัดไปที่อยู่ติดกัน และสามารถไปรับสินค้าต่อได้ (ในกรณีที่มีการกำหนดเงื่อนไขว่าไม่สามารถไปรับสินค้าต่อได้จากทุกจุดรับสินค้า)
6. สร้างเส้นเชื่อมระหว่างบัพที่เป็นตัวแทนจุดส่งสินค้า  $C$  ในกลุ่มสุดท้าย กับบัพที่เป็นตัวแทนจุดรับสินค้า  $F$  ที่คัดลอกมาท้ายสุด





รูปที่ 4.5 เส้นเชื่อมระหว่างจุดรับและจุดส่งสินค้าที่อยู่ติดกัน

- สร้างเส้นเชื่อมระหว่างบัพที่เป็นตัวแทนจุดส่งสินค้า  $C$  ในชุดใดๆ กับ บัพที่เป็นตัวแทนจุดรับสินค้า  $F$  ที่ตัดออกมาท้ายสุดเพื่ออนุญาตให้มีเส้นทางในการจัดส่งสินค้าที่มีจำนวนเที่ยวในการส่งน้อยกว่าจำนวนเที่ยวสูงสุดในแต่ละเส้นทางของการจัดส่ง  $t$  ได้

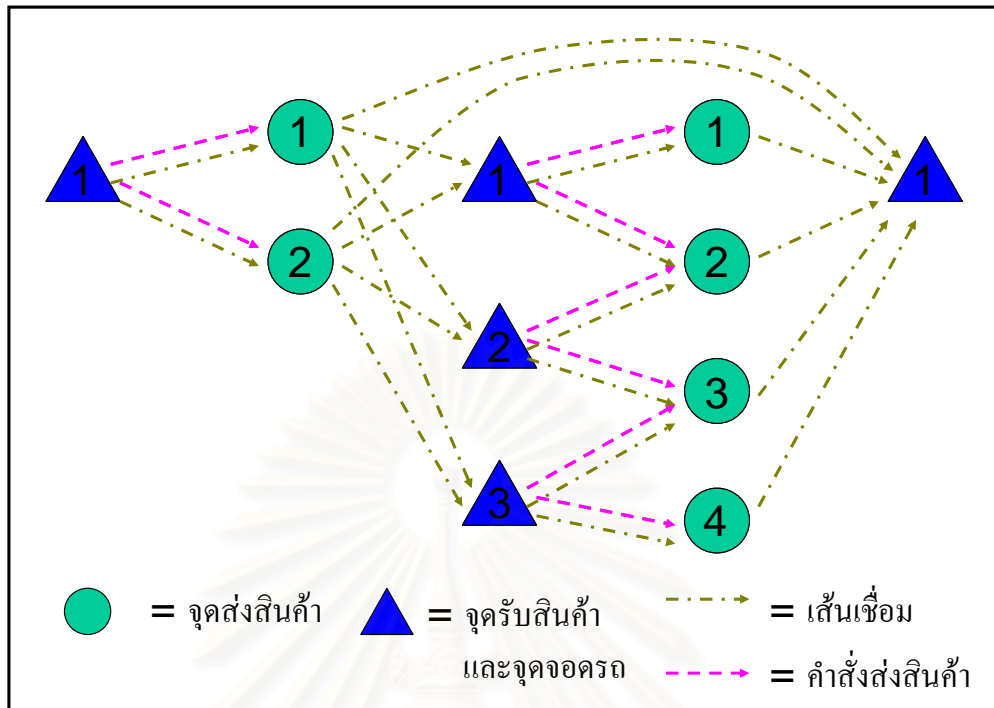


รูปที่ 4.6 เส้นเชื่อมระหว่างจุดจุดส่งและจุดรับในกลุ่มสุดท้าย

8. กำหนดค่าประจำบัพ ได้แก่
  - 8.1 ค่าติดลบของราคาเงาที่เหมาะสมที่สุด ( $-\pi_r^P$ ) ที่คิดจากเส้นทางในการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุ  $P$  เส้นทาง ประจำบัพที่เป็นตัวแทนจุดเริ่มต้น  $s \in F$
9. กำหนดค่าประจำเส้นเชื่อม ได้แก่
  - 9.1 ระยะทางประจำเส้นเชื่อม ( $D_{ij}$ )
  - 9.2 ค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ประจำเส้นเชื่อม ( $\overline{C}_{ij} = C^k - \pi^{kP}$ ) ซึ่งเกิดจากผลต่างระหว่างค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจริงในการไปรับและส่งสินค้าระหว่างบัพที่เป็นตัวแทนจุดรับและส่งสินค้าในโครงข่ายที่  $i, j \in \overline{N}$  ตามคำสั่งส่งสินค้าที่  $k \in O$  ( $C^k$ ) กับ ราคาเงาที่เหมาะสมที่สุด ที่คิดจากเส้นทางในการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุ  $P$  เส้นทางประจำเงื่อนไขบึงคับคำสั่งส่งสินค้าที่  $k \in O$  ( $\pi^{kP}$ )
  - 9.3 กรอบของเวลา ( $[A_i^k, B_j^k]$ ) ซึ่งเป็นค่าประจำคำสั่งส่งสินค้าที่  $k \in O$  ประจำบัพที่เป็นตัวแทนจุดรับและส่งสินค้าในโครงข่ายที่  $i, j \in \overline{N}$

จากลักษณะปัญหาของงานวิจัยนี้ที่กำหนดให้รถบรรทุกคันที่ใช้ในการจัดส่งสินค้าจะต้องกลับมาจอดยังจุดจอดรถเดิมอันเป็นจุดเริ่มต้น ( $s = e; s, e \in F$ ) ของรถบรรทุกคันนั้น ทำให้สามารถแยกโครงข่ายที่เราจัดสร้างขึ้นใหม่นี้ ออกได้เท่ากับจำนวนจุดรับสินค้า (จุดจอดรถบรรทุกหรือจุดเริ่มต้น)  $|F|$  โครงข่ายที่เป็นอิสระแก่กัน ดังรูป

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 4.7 โครงข่ายย่อยที่มีจุดรับสินค้า 1 เป็นจุดเริ่มต้น

○ ขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย

จากโครงข่ายสุดท้าย ซึ่งในงานวิจัยนี้จะขอเรียกว่าโครงข่ายย่อย พบว่ามีลักษณะเป็น โครงข่ายอวัฏจักรที่มีเส้นเชื่อมเป็นค่าลบ (Acyclic Networks with Arbitrary Arc Lengths) ที่มี จุดเริ่มต้นเพียงหนึ่งจุด (Single-Source) ซึ่งสามารถแก้ปัญหาได้โดยใช้ ขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย

ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้พิจารณาทั้งข้อกำหนดระยะทางสูงสุด และข้อกำหนดกรอบของเวลาทำให้ในหนึ่งป้ายจะประกอบไปด้วยค่าที่ใช้ประกอบการพิจารณา 3 ค่า อันได้แก่

1. ค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้รวมจากจุดเริ่มต้น  $s \in F$  ไปยังจุดรับและส่งสินค้าในโครงข่ายย่อยที่  $i \in \bar{N}_s (C_i)$
2. ระยะทางรวมในการรับและส่งสินค้าจากจุดเริ่มต้น  $s \in F$  ไปยังจุดรับและส่งสินค้าในโครงข่ายย่อยที่  $i \in \bar{N}_s (G_i)$
3. เวลาที่รถบรรทุกในเส้นทางนั้นใช้ไปในการรับและส่งสินค้าจากจุดเริ่มต้น  $s \in F$  ไปยังจุดรับและส่งสินค้าในโครงข่ายย่อยที่  $i \in \bar{N}_s (H_i)$

ได้ดังนี้

สามารถอธิบายขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้ายเป็นลำดับขั้น

1. พิจารณาโครงข่ายย่อยที่มีจุดเริ่มต้นที่  $s \in F$
2. กำหนดให้เซตของบัพที่ยังไม่ได้พิจารณาเท่ากับเซตของบัพในโครงข่ายย่อยที่  $s \in F$  ( $Y = \overline{N}_s$ ) และเซตของบัพที่มีระดับชั้นเข้าเป็น 0 เป็น  $\emptyset$  ( $Z = \emptyset$ )
3. กำหนดอันดับของบัพที่  $i \in \overline{N}_s$  ตามอันดับเชิงโทโพโลยี (Topological Order)
4. กำหนดค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้รวมประจำบัพที่เป็นตัวแทนจุดเริ่มต้น ( $\overline{C}_s$ ) เท่ากับค่าประจำบัพเริ่มต้นที่  $s \in F$  ( $-\pi_s^P$ ) และที่บัพอื่นๆ ( $\overline{C}_s; i \in \overline{N}_s - s$ ) มีค่ามากกว่าผลรวมของค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ทั้งหมด ( $\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \overline{C}_{ij}$ )
5. กำหนดระยะทางรวม ในการรับและส่งสินค้าจากจุดเริ่มต้น  $s \in F$  ไปยังจุดที่  $i \in \overline{N}_s$  ( $G_i$ ) เป็น 0
6. กำหนดค่าบัพก่อนหน้าของบัพเริ่มต้นเป็น  $\emptyset$  ( $Q_s = \emptyset$ )
7. คำนวณค่าระดับชั้นเข้า (Indegree) ของบัพที่  $i \in \overline{N}_s$  ในเซตที่ยังไม่ได้พิจารณา ( $Y$ )
8. เพิ่มบัพที่  $i \in \overline{N}_s$  ที่มีระดับชั้นเข้าเป็น 0 เข้าเป็นสมาชิกเซตของบัพที่มีระดับชั้นเข้าเป็น 0 ( $Z = Z \cup i$ ) และ นำออกจากเซตของบัพที่ยังไม่ได้พิจารณา ( $Y = Y - i$ )
9. ถ้าเซตของบัพที่มีระดับชั้นเข้าเป็น 0 ไม่เป็น  $\emptyset$  ( $Z \neq \emptyset$ )
  - 9.1 กำหนดค่าประจำบัพที่  $i \in Z$  โดยกำหนดจากป้ายที่  $l \in L_i$  (กรณีที่  $i = s$  จะใช้ค่าประจำบัพที่  $s \in F$ )
  - 9.2 พิจารณาเส้นเชื่อม (Arc) ทุกเส้นที่เชื่อมระหว่างบัพที่  $i \in Z$  กับบัพที่  $j \in \overline{N}_s$ 
    - 9.2.1 พิจารณาเงื่อนไขข้อกำหนดระยะทางสูงสุด
    - 9.2.2 พิจารณาเงื่อนไขข้อกำหนดกรอบของเวลา
    - 9.2.3 ถ้าเงื่อนไขในข้อที่ 9.2.1 และ 9.2.2 ถูกต้องให้ทำต่อในข้อที่ 9.2.4 มิเช่นนั้น กลับไปที่ข้อ 9.1 โดยกำหนดค่าประจำบัพที่  $i \in Z$  จากป้ายถัดไป

9.2.4 กำหนดค่าประจำบัพที่  $j \in \overline{N_s}$  จาก

9.2.4.1 ผลรวมของค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้รวมจากจุดเริ่มต้น  $s \in F$  ไปยังจุดรับและส่งสินค้าสินค้าที่  $i \in Z$  กับค่าใช้จ่ายที่ลดลงได้ประจำเส้นเชื่อม ( $\overline{C_j} = \overline{C_i} + \overline{C_{ij}}$ )

9.2.4.2 ระยะทางรวมในการรับและส่งสินค้าจากจุดเริ่มต้น  $s \in F$  ไปยังจุดรับและส่งสินค้าสินค้าที่  $i \in Z$  ตามข้อกำหนดระยะทางสูงสุด

9.2.4.3 เวลารวมที่รถบรรทุกในเส้นทางนั้นใช้ไปในการรับและส่งสินค้าจากจุดเริ่มต้น  $s \in F$  ไปยังจุดรับและส่งสินค้าสินค้าที่  $i \in Z$  แยกกรณีตามข้อกำหนดกรอบของเวลา

9.2.4.4 กำหนดค่าของบัพก่อนหน้าเป็นบัพที่  $i \in Z$  ( $Q_j = i$ )

9.2.5 เปรียบเทียบค่าประจำบัพที่  $j \in \overline{N_s}$  ในข้อ 9.2.4 กับค่าจากป้ายที่  $l \in L_j$

9.2.5.1 ถ้าค่าในลำดับย่อยที่ 1-3 ในข้อ 9.2.4 มีค่าไม่น้อยกว่าค่าจากป้ายที่  $l \in L_j$  ให้เปรียบเทียบกับค่าจากป้ายถัดไป

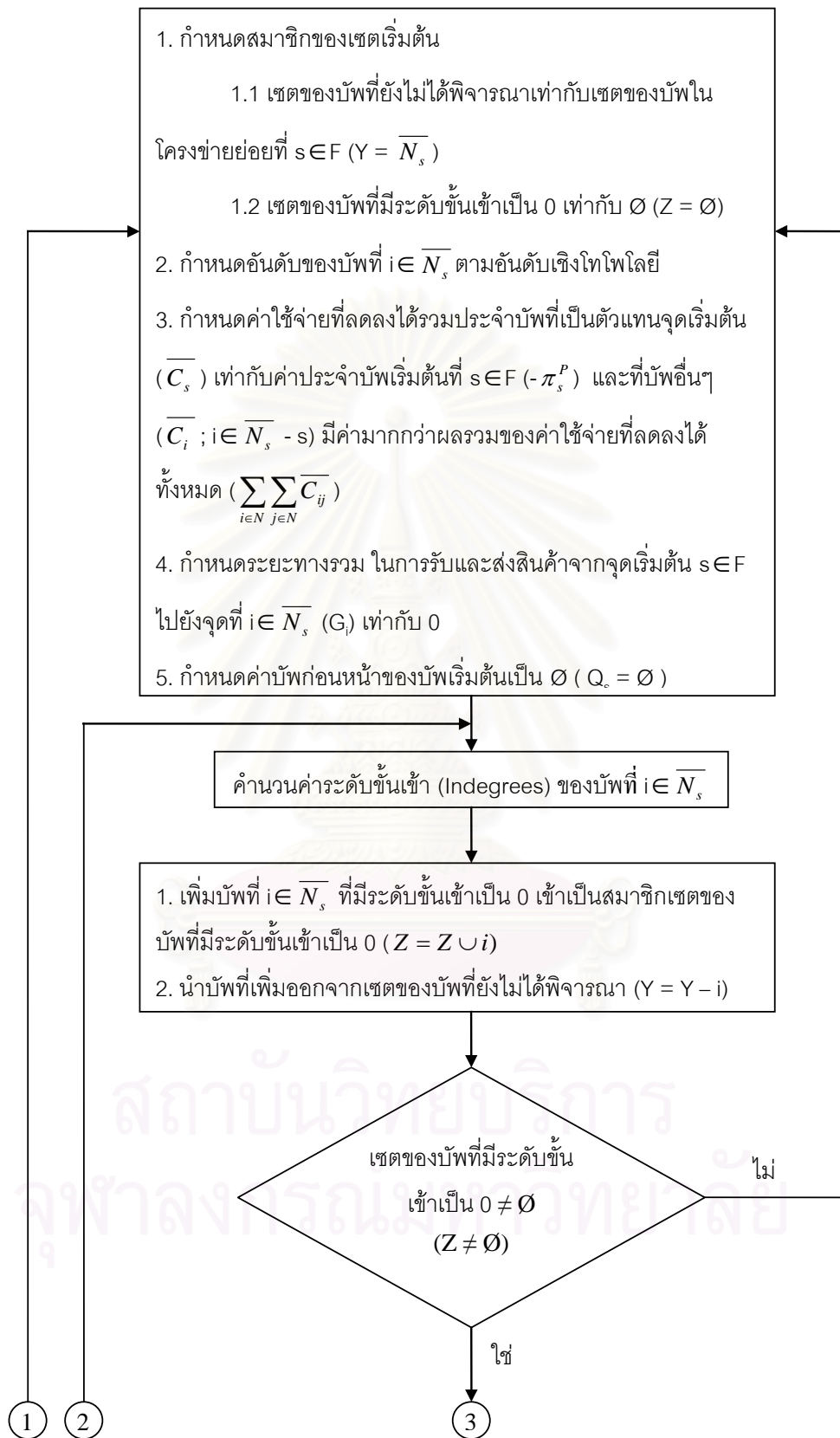
9.2.5.2 ถ้าค่าในลำดับย่อยที่ 1-3 ในข้อ 9.2.4 มีค่าน้อยกว่าค่าจากป้ายที่  $l \in L_j$  แล้วให้ลบป้ายที่กำลังพิจารณาออกจากบัพที่  $j \in \overline{N_s}$

9.2.6 เก็บค่าประจำบัพที่  $j \in \overline{N_s}$  ในรูปของป้าย ณ บัพที่  $j \in \overline{N_s}$

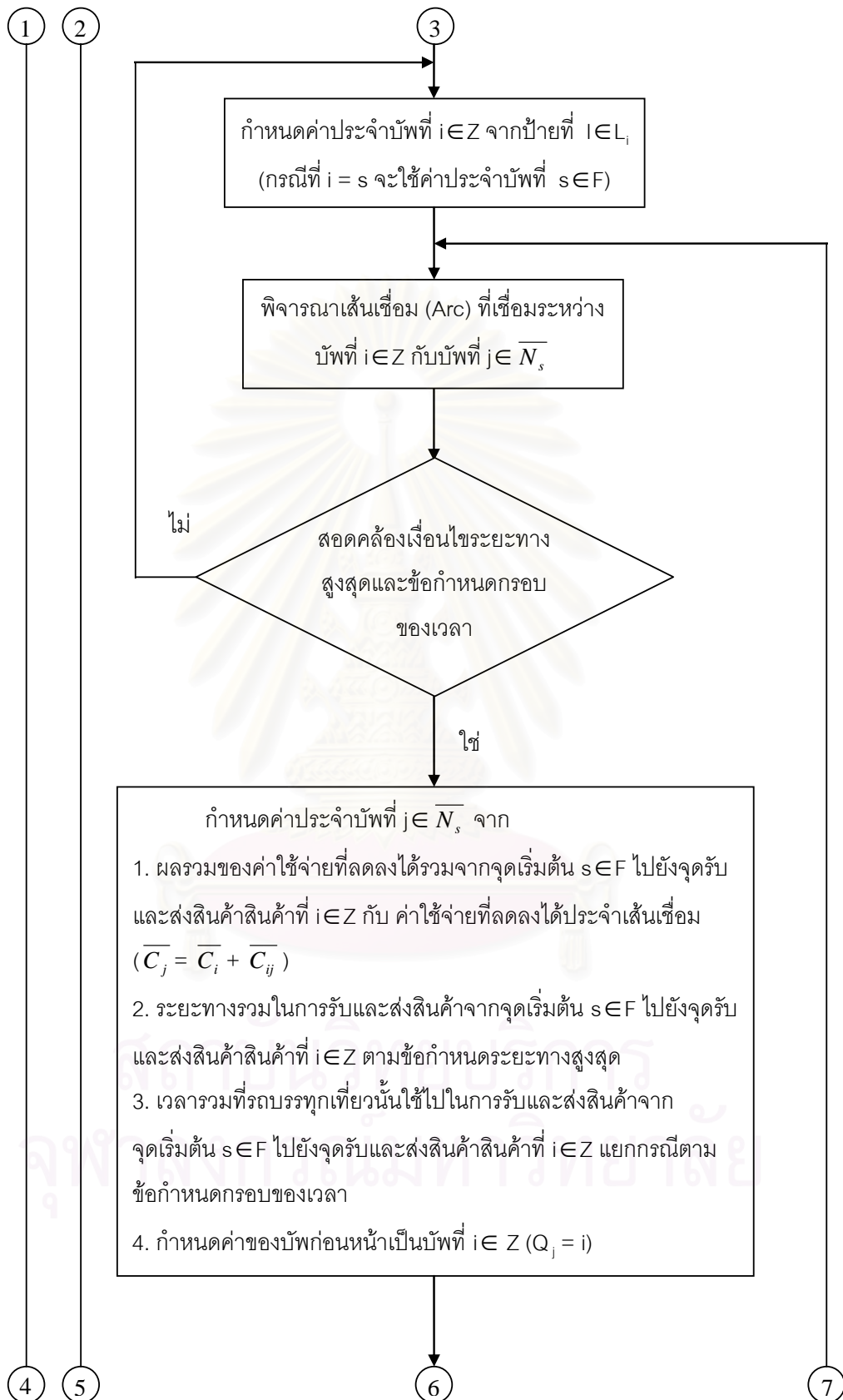
9.3 ลบเส้นเชื่อมที่พิจารณาแล้ว และกลับไปข้อ 9.2 เพื่อพิจารณาเส้นเชื่อมถัดไปจนครบทุกเส้น

10. ถ้าเซตของบัพที่ยังไม่ได้พิจารณาไม่เท่ากับเซตว่างให้ย้อนกลับไปข้อที่ 7
11. กลับไปข้อที่ 1 และพิจารณาโครงข่ายย่อยถัดไปจนครบทุกโครงข่ายย่อย
12. เปรียบเทียบเส้นทางที่ได้จากทั้ง  $|F|$  โครงข่ายย่อย เพื่อหาเส้นทางเส้นทางที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าได้มากที่สุด

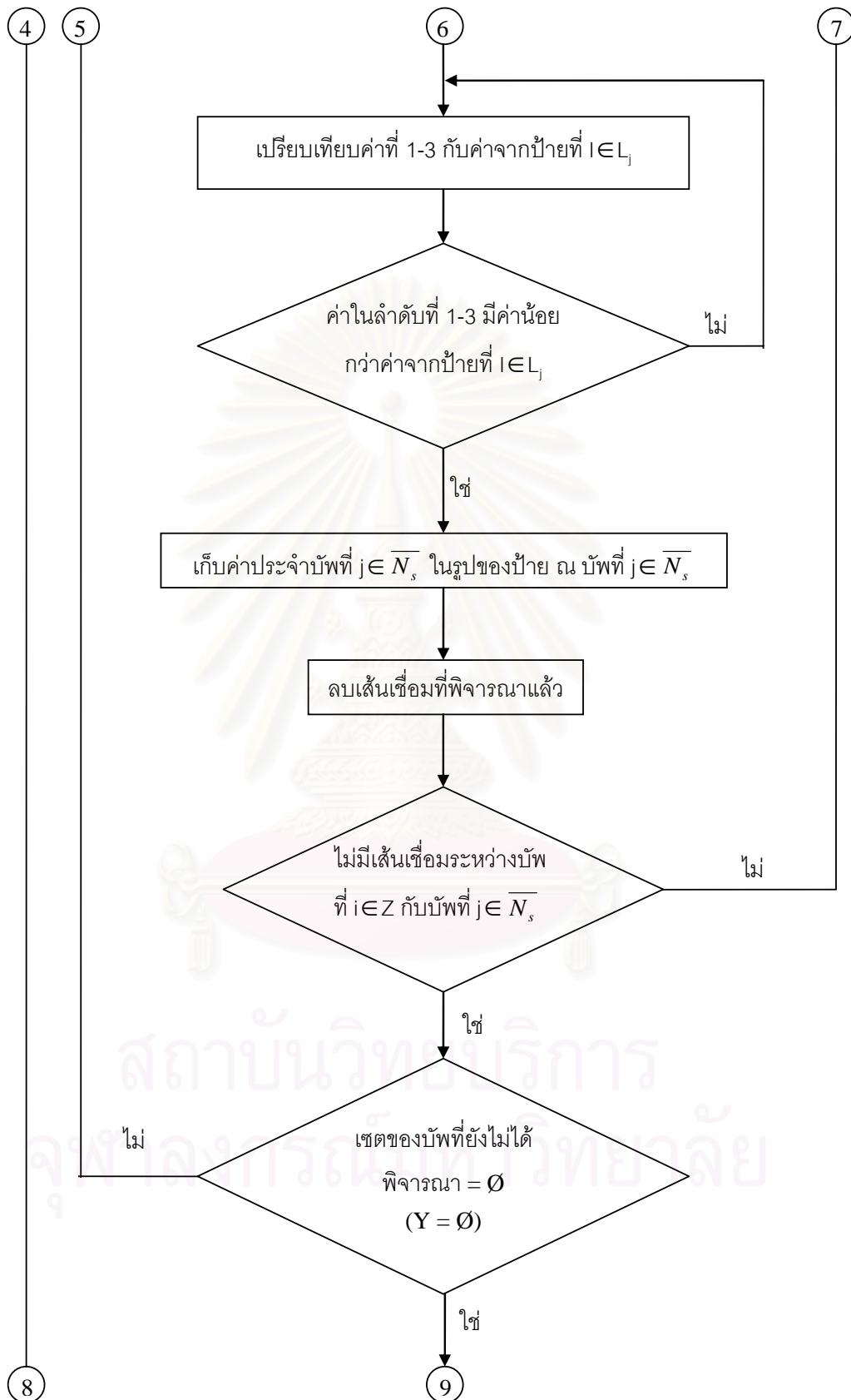
เพื่อความเข้าใจที่ดียิ่งขึ้น จึงได้นำเสนอแผนภูมิการไหลแสดงขั้นตอนวิธีในการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้ายมา ณ ที่นี้ด้วย



รูปที่ 4.8 แผนภูมิการไหลแสดงขั้นตอนวิธีในการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย

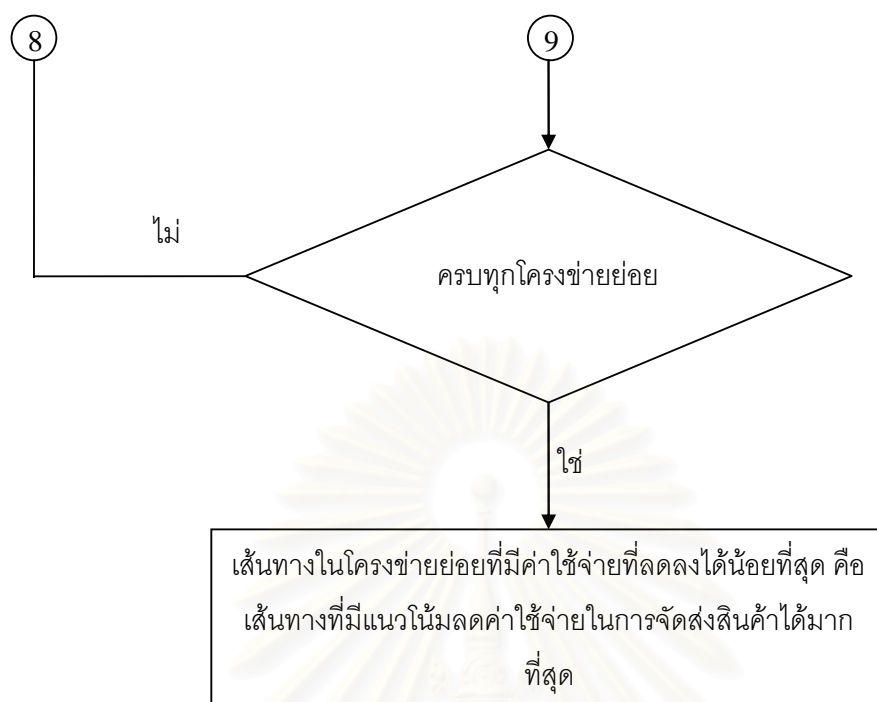


รูปที่ 4.9 แผนภูมิการไหลแสดงขั้นตอนวิธีในการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายบัพ (ต่อ)



รูปที่ 4.10 แผนภูมิการไหลแสดงขั้นตอนวิธีในการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย(ต่อ)





รูปที่ 4.11 แผนภูมิการไหลแสดงขั้นตอนวิธีในการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย(ต่อ)

#### 4.4 เครื่องมือที่ใช้ในงานวิจัย

โดยเครื่องมือที่ใช้ในการพัฒนาขั้นตอนวิธีสำหรับปัญหาการรับและจัดส่งสินค้าแบบเต็มความจุที่มีจุดรับสินค้าหลายแห่ง ผู้วิจัยได้เลือกใช้ภาษาจาวา (JAVA Computer Language) ในการสร้างขั้นตอนวิธีในการหาเส้นทางที่สั้นที่สุด ตัวควบคุมการก่อกำเนิดสดมภ์ และสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ ภายใต้ระบบปฏิบัติการวินโดวส์ (Windows) และเรียกใช้ไลบรารี (Callable Library) จากชุดคำสั่งของเอ็กซ์เพรส-เอ็มพี (Xpress-MP) ในการแก้ปัญหาแบบจำลองคณิตศาสตร์ ซึ่งชุดคำสั่งนี้ได้ใช้ ขั้นตอนวิธี ซิมเพล็กซ์ดูอัล (Simplex Dual) ในการหาคำตอบของกำหนดการเชิงเส้น และใช้ขั้นตอนวิธีกิ่งและก้าน (Branch-and-Bound) ในการหาคำตอบของกำหนดการเชิงจำนวนเต็ม

## บทที่ 5

### ผลการดำเนินงานวิจัย

ทำการทดสอบขั้นตอนวิธีในการหาคำตอบของงานวิจัยที่พัฒนาขึ้น โดยทำการเปลี่ยนแปลงวิธีการแก้ปัญหาและจำนวนตัวแปรที่เพิ่มเข้าสู่ปัญหาหลักในแต่ละรอบของการแก้ปัญหา เพื่อเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดในรูปแบบปัญหาที่แตกต่างกัน

ในการแก้ปัญหาทั่วไปนั้น โดยปกติแล้วจะมีวัตถุประสงค์ในการแก้ปัญหาเพื่อหาเส้นทางที่มีระยะทางวงเวียนที่น้อยที่สุด ซึ่งการที่เส้นทางที่ได้มีระยะทางวงเวียนที่น้อยที่สุดนี้ จะส่งผลคำตอบที่ได้นั้น ที่มีค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าที่ต่ำที่สุดเช่นกัน แต่ในกรณีที่ทราบค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าของแต่ละจุดรับและจุดส่งสินค้าที่แน่นอน จะสามารถเปลี่ยนวัตถุประสงค์ของการแก้ปัญหาเป็นการหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุดได้เช่นกัน

จึงทำการทดสอบโดยการกำหนดให้แต่ละวิธีการแก้ปัญหา มีวัตถุประสงค์ของการแก้ปัญหา 2 แบบดังนี้

1. เพื่อหาเส้นทางที่มีระยะทางวงเวียนน้อยที่สุด
2. เพื่อหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุด

โดยกำหนดโครงสร้างของการคิดค่าใช้จ่ายของเส้นทางดังนี้

- 2.1 ค่าใช้จ่ายเต็มราคาเมื่อเส้นทางนั้นมีการจัดส่งสินค้าเพียง 1 เทียบ
- 2.2 ค่าใช้จ่ายลดลงทุก 3 % เมื่อเส้นทางนั้นมีการจัดส่งสินค้าตั้งแต่ 2 เทียบขึ้นไป

ซึ่งข้อมูลที่นำมาใช้ในการทดสอบนั้นเกิดจากการสังเคราะห์ขึ้น ซึ่งมีรายละเอียดของแต่ละชุดข้อมูลอธิบายได้ดังตาราง

ตารางที่ 5.1 รายละเอียดของแต่ละชุดข้อมูล

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนจุดรับสินค้า	9	9	9	9	9	9
จำนวนจุดส่งสินค้า	51	129	77	183	166	166
จำนวนคู่จุดรับและจุดส่ง สินค้า	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนคำสั่งส่งสินค้า	326	803	1,278	2,132	3,368	8,045
จำนวนรถบรรทุกที่แต่ละ จุดเริ่มต้น	60	130	180	280	450	970

โดยจะแบ่งปัญหาที่สนใจออกได้เป็น 2 รูปแบบ คือ

1. เมื่อไม่พิจารณาข้อกำหนดกรอบเวลา มีข้อกำหนดที่พิจารณา คือ
  - ตำแหน่งที่ตั้งของจุดรับและจุดส่งสินค้าได้ถูกสร้างขึ้นแบบสุ่มซึ่งมีการกระจายของจุดรับและจุดส่งสินค้าแบบยูนิฟอร์ม (Uniform Distribution) ภายในพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีขนาดพื้นที่ 100 x 100 กิโลเมตร
  - ระยะห่างระหว่างจุดรับและจุดส่งสินค้าแทนด้วยความยาวของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดรับและจุดส่งสินค้านั้น
  - กำหนดระยะทางสูงสุดที่รถบรรทุกสามารถดำเนินการส่งสินค้าได้มีระยะทางไม่เกิน 400 กิโลเมตร

แบ่งวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้ในการหาคำตอบออกได้เป็น 3 วิธี คือ

- 1.1 แก้ปัญหารองโดยวิธีหาเส้นทางการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมด และเพิ่มเฉพาะตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าได้มากที่สุดเป็นหนึ่งในรอบของการแก้ปัญหารอง (วิธีแก้ปัญหาคำที่ 1)
- 1.2 แก้ปัญหารองโดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย และเพิ่มเฉพาะตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าได้มากที่สุดเป็นหนึ่งในรอบของการแก้ปัญหารอง (วิธีแก้ปัญหาคำที่ 2)

1.3 แก้ปัญหาของโดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย และเพิ่มตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าลงได้ทั้งหมดในหนึ่งรอบของการแก้ปัญหาของ (วิธีแก้ปัญหาที่ 3)

2. เมื่อพิจารณาข้อกำหนดกรอบเวลา มีข้อกำหนดที่พิจารณา คือ

- ตำแหน่งที่ตั้งของจุดรับและจุดส่งสินค้าได้ถูกสร้างขึ้นแบบสุ่มซึ่งมีการกระจายของจุดรับและจุดส่งสินค้าแบบยูนิฟอร์ม (Uniform Distribution) ภายในพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีขนาดพื้นที่ 160 x 160 กิโลเมตร
- ระยะห่างระหว่างจุดรับและจุดส่งสินค้าแทนด้วยความยาวของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดรับและจุดส่งสินค้านั้น
- กำหนดระยะทางสูงสุดที่รถบรรทุกสามารถดำเนินการส่งสินค้าได้มีระยะทางไม่เกิน 600 กิโลเมตร
- ความกว้างของช่วงเวลาเฉลี่ยเท่ากับ 300 นาที
- พนักงานขับรถบรรทุกมีระยะเวลาการทำงานสูงสุด 8 ชั่วโมง
- รถบรรทุกวิ่งส่งสินค้าด้วยความเร็วเฉลี่ย 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
- แต่ละจุดรับสินค้าและจุดส่งสินค้า ใช้เวลาในการขนสินค้าขึ้นหรือลงจากรถบรรทุกเป็นระยะเวลา 30 นาทีโดยประมาณ

แบ่งวิธีการแก้ปัญหาของที่ใช้ในการหาคำตอบออกได้เป็น 2 วิธี คือ

2.1 แก้ปัญหาของโดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย และเพิ่มเฉพาะตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าได้มากที่สุดเป็นหนึ่งในรอบของการแก้ปัญหาของ (วิธีแก้ปัญหาที่ 2)

2.2 แก้ปัญหาของโดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย และเพิ่มตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าลงได้ทั้งหมดในหนึ่งรอบของการแก้ปัญหาของ (วิธีแก้ปัญหาที่ 3)

โดยในแต่ละรูปแบบของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาที่พิจารณานั้น จะทำการทดสอบขั้นตอนวิธีในการหาคำตอบของงานวิจัยที่พัฒนาขึ้น แยกออกเป็น 2 กรณีตามจำนวนเที่ยวสูงสุดที่สามารถไปรับและส่งได้ในแต่ละเส้นทางได้ ดังนี้

1. จัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียว
2. จัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียว

ซึ่งในแต่ละชุดข้อมูลที่ทำการทดสอบนั้นจะนำมาพิจารณาเฉพาะกรณีที่สามารถหาคำตอบได้ภายในเวลา 300 นาที่อันเป็นขอบเขตของเวลาสูงสุดที่ได้กำหนดขึ้น และได้ใช้คอมพิวเตอร์ Pentium M ความเร็ว 1.6 GHz หน่วยความจำ 1280 MB ในการหาคำตอบ

โดยจะใช้เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบเป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้เวลาในการหาคำตอบที่น้อยที่สุดในแต่ละรูปแบบของปัญหาที่สนใจ โดยจะแสดงผลการเปรียบเทียบในรูปของตาราง ซึ่งในรายละเอียดของการแก้ปัญหของแต่ละรูปแบบปัญหาที่ได้ทำการทดลองนั้นจะแสดงไว้ในภาคผนวก ก



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## 5.1 เมื่อไม่พิจารณาข้อกำหนดกรอบเวลา

### 5.1.1 จัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียว

#### 5.1.1.1 เพื่อหาเส้นทางที่มีระยะทางวิ่งเบาที่น้อยที่สุด

ตารางที่ 5.2 ผลการเปรียบเทียบของรูปแบบปัญหาในหัวข้อ 5.1.1.1

วิธี แก้ปัญหา	ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
1	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหาหรง	113	382	512	1,144	N/A	N/A
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหาหรง (วินาที)	0.03	0.58	1.52	9.87	N/A	N/A
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที่)	0.07	3.66	12.98	188.20	>300	>300
2	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหาหรง	119	351	517	1,160	1,887	4,821
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหาหรง (วินาที)	0.02	0.09	0.10	0.40	0.78	3.06
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที่)	0.04	0.55	0.85	7.64	24.49	246.27
3	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหาหรง	7	8	8	10	12	15
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหาหรง (วินาที)	0.10	0.25	0.34	2.08	4.20	39.20
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที่)	0.01	0.03	0.05	0.36	0.86	12.05

จากตารางที่ 5.2 เมื่อทำการหาเส้นทางที่มีระยะทางวิ่งเบาที่น้อยที่สุด โดยการ  
จัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียว พบว่าในวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 1 ไม่สามารถแก้ปัญหาชุด  
ข้อมูลที่ 5 และ 6 ซึ่งเป็นชุดข้อมูลที่มีขนาดใหญ่ได้ ภายในระยะเวลา 300 นาที และเมื่อทำการ  
ทดลองแก้ปัญหาด้วยวิธีที่ 2 และ 3 พบว่าสามารถแก้ปัญหาที่มีขนาดใหญ่ได้ โดยวิธีการแก้ปัญหา  
ที่ 3 นั้น ใช้เวลาในการแก้ปัญหาน้อยกว่าวิธีที่ 1 และ 2 มาก โดยข้อมูลที่มีขนาดใหญ่ที่สุด ชุด  
ข้อมูลที่ 6 วิธีแก้ปัญหาที่ 3 สามารถหาคำตอบได้รวดเร็วกว่าวิธีการที่ 2 ถึง 234 นาที หรือน้อยกว่า  
ถึง 4 ชั่วโมงโดยประมาณ ซึ่งคำตอบที่ได้จากวิธีการแก้ปัญหาทั้ง 3 วิธี ดังแสดงในภาคผนวก ก มี  
ความแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ

## 5.1.1.2 เพื่อหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุด

ตารางที่ 5.3 ผลการเปรียบเทียบของรูปแบบปัญหาในหัวข้อ 5.1.1.2

วิธี แก้ปัญหา	ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
1	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง	119	256	361	676	N/A	N/A
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง (วินาที)	0.04	0.58	1.52	9.87	N/A	N/A
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.08	2.46	9.16	111.26	>300	>300
2	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง	126	283	419	842	1,296	N/A
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง (วินาที)	0.03	0.40	0.63	4.41	11.43	N/A
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.07	1.88	4.50	62.08	247.56	>300
3	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง	4	5	5	5	6	7
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง (วินาที)	0.13	0.99	1.86	11.87	22.35	223.57
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.01	0.14	0.17	1.01	2.45	33.33

จากตารางที่ 5.3 เมื่อทำการหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุด โดยการจัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียว พบว่าวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 1 ไม่สามารถหาคำตอบของกลุ่มข้อมูลที่ 5 และ 6 ซึ่งเป็นชุดข้อมูลที่มีขนาดใหญ่ได้เช่นเดียวกับการหาเส้นทางที่มีระยะทางวิ่งเบา น้อยที่สุด ส่วนวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 2 ไม่สามารถหาคำตอบของกลุ่มข้อมูลที่มีขนาดใหญ่ที่สุดได้ ภายในระยะเวลาที่กำหนด และวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 3 สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ ในทุกขนาดชุดข้อมูล ซึ่งในชุดข้อมูลที่มีขนาดใหญ่ที่สุด สามารถหาคำตอบได้ในระยะเวลา 33 นาที เท่านั้น

เมื่อทำการเปรียบเทียบผลการทดลองที่ได้จากตารางที่ 5.2 และ 5.3 พบว่าในวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 1 ทั้งการหาเส้นทางที่มีระยะทางวิ่งเบา น้อยที่สุด และการหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ไม่สามารถหาคำตอบของกลุ่มข้อมูลที่มีขนาดใหญ่ (ชุดที่ 5 และ 6) ได้ โดย

เมื่อทำการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาของทั้งสองแบบนี้ การหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดสามารถหาคำตอบได้เร็วกว่าการหาเส้นทางที่มีระยะทางวงเวียนน้อยที่สุด เนื่องจากจำนวนรอบในการแก้ปัญหาของเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดนั้นมีจำนวนน้อยกว่าซึ่งระยะเวลาเฉลี่ยต่อรอบที่ใช้ในการแก้ปัญหาของทั้งสองแบบ ไม่แตกต่างกันมากนัก เนื่องจากการหาตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าได้มากที่สุด จากเส้นทางที่เป็นไปได้ทั้งหมดซึ่งมีจำนวนเท่ากัน

ส่วนวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 2 จากเดิมที่สามารถหาเส้นทางที่มีระยะทางวงเวียนที่น้อยที่สุดได้ในทุกชุดข้อมูล เมื่อทำการหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด จะไม่สามารถหาคำตอบในชุดข้อมูลที่มีขนาดใหญ่ที่สุดได้ภายในระยะเวลาที่กำหนด แม้ว่าจำนวนรอบในการแก้ปัญหารองจะน้อยกว่า และวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 3 สามารถหาคำตอบของปัญหาที่มีขนาดใหญ่ที่สุดได้ทั้งสองกรณี โดยใช้เวล แต่การหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ใช้เวลาในการหาคำตอบมากกว่าการหาเส้นทางที่มีระยะทางวงเวียนที่น้อยที่สุด ซึ่งเมื่อพิจารณาระยะเวลาเฉลี่ยต่อรอบที่ใช้ในการแก้ปัญหารองของวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้ายทั้งวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 2 และ 3 พบว่าใช้เวลาเฉลี่ยต่อรอบมากกว่าการหาเส้นทางที่มีระยะทางวงเวียนที่น้อยที่สุด เนื่องจากจำนวนป้ายที่ไม่ถูกรอบงำของการหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุด มีจำนวนมากกว่าการหาเส้นทางที่มีระยะทางวงเวียนที่น้อยที่สุด



## 5.1.2 จัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียว

### 5.1.2.1 เพื่อหาเส้นทางที่มีระยะทางวิ่งเบาที่น้อยที่สุด

ตารางที่ 5.4 ผลการเปรียบเทียบของรูปแบบปัญหาในหัวข้อ 5.1.2.1

วิธี แก้ปัญหา	ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
1	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง	124	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง (วินาที)	1.87	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	3.86	> 300	>300	>300	>300	>300
2	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง	131	456	579	N/A	N/A	N/A
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง (วินาที)	0.13	2.58	4.49	N/A	N/A	N/A
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.29	19.84	43.29	>300	>300	>300
3	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง	5	8	9	10	13	N/A
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง (วินาที)	0.29	7.45	19.84	242.66	632.53	N/A
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.02	1.09	4.53	46.14	160.31	>300

จากตารางที่ 5.4 เมื่อทำการหาเส้นทางที่มีระยะทางวิ่งเบาที่น้อยที่สุด โดยการจัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียว พบว่าภายในระยะเวลา 300 นาที วิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 1 สามารถแก้ปัญหาชุดข้อมูลที่ 1 ซึ่งมีขนาดเล็กที่สุด ได้เพียงชุดเดียวเท่านั้น และเมื่อทำการทดลองแก้ปัญหาด้วยวิธีที่ 2 สามารถแก้ปัญหาชุดข้อมูลที่ 1 ถึงชุดข้อมูลที่ 3 ได้ และวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 3 สามารถแก้ปัญหาที่มีขนาดใหญ่ได้ถึงชุดข้อมูลที่ 5 โดยเมื่อพิจารณาชุดข้อมูลที่ 1 ซึ่งเป็นข้อมูลที่มีขนาดใหญ่ที่สุด ที่สามารถแก้ปัญหาได้ทั้ง 3 วิธีนั้น พบว่าวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 3 ใช้เวลาในการแก้ปัญหาน้อยกว่าวิธีที่ 1 และ 2 มาก โดยสามารถหาคำตอบได้รวดเร็วกว่าวิธีการที่ 2 0.27 นาที และเร็วกว่าวิธีที่ 1 ถึง 3.84 นาที ซึ่งคำตอบที่ได้จากวิธีการแก้ปัญหาทั้ง 3 วิธี ดังแสดงในภาคผนวก ก มีความแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ

## 5.1.2.2 เพื่อหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุด

ตารางที่ 5.5 ผลการเปรียบเทียบของรูปแบบปัญหาในหัวข้อ 5.1.2.2

วิธี แก้ปัญหา	ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
1	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง	81	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง (วินาที)	1.99	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาทีก)	2.69	>300	>300	>300	>300	>300
2	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง	80	278	N/A	N/A	N/A	N/A
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง (วินาที)	0.84	38.13	N/A	N/A	N/A	N/A
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาทีก)	1.13	177.42	>300	>300	>300	>300
3	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง	4	4	5	6	N/A	N/A
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง (วินาที)	1.70	57.63	153.78	2,178.81	N/A	N/A
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาทีก)	0.12	4.24	14.94	238.11	>300	>300

จากตารางที่ 5.5 เมื่อทำการหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุด โดยการจัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียว พบว่าภายในระยะเวลา 300 นาที วิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 1 สามารถแก้ปัญหาชุดข้อมูลที่ 1 ซึ่งมีขนาดเล็กที่สุด ได้เพียงชุดเดียวเท่านั้น และเมื่อทำการทดลองแก้ปัญหาด้วยวิธีที่ 2 สามารถแก้ปัญหาชุดข้อมูลที่ 1 ถึงชุดข้อมูลที่ 2 ได้ และวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 3 สามารถแก้ปัญหาที่มีขนาดใหญ่ได้ถึงชุดข้อมูลที่ 4 โดยเมื่อพิจารณาชุดข้อมูลที่ 1 ซึ่งเป็นข้อมูลที่มีขนาดใหญ่ที่สุด ที่สามารถแก้ปัญหาได้ทั้ง 3 วิธีนั้น พบว่าวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 3 ใช้เวลาในการแก้ปัญหาน้อยกว่าวิธีที่ 1 และ 2 มาก โดยสามารถหาคำตอบได้รวดเร็วกว่าวิธีการที่ 2 1.01 นาที และเร็วกว่าวิธีที่ 1 ถึง 2.57 นาที ซึ่งคำตอบที่ได้จากวิธีการแก้ปัญหาทั้ง 3 วิธี ดังแสดงในภาคผนวก ก มีความแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ

เมื่อทำการเปรียบเทียบผลการทดลองที่ได้จากตารางที่ 5.4 และ 5.5 พบว่าในวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 1 ทั้งการหาเส้นทางที่มีระยะทางวงเวียนน้อยที่สุด และการหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด สามารถหาคำตอบได้ในชุดข้อมูลที่เล็กที่สุด (ชุดที่ 1) เท่านั้น โดยเมื่อทำการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาของทั้งสองแบบนี้ การหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดสามารถหาคำตอบได้รวดเร็วกว่าการหาเส้นทางที่มีระยะทางวงเวียนน้อยที่สุด เนื่องจากจำนวนรอบในการแก้ปัญหารองของการหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดนั้นมีจำนวนน้อยกว่า ซึ่งระยะเวลาเฉลี่ยต่อรอบที่ใช้ในการแก้ปัญหารองของทั้งสองแบบ ไม่แตกต่างกันมากนัก เนื่องจากการหาตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าได้มากที่สุด จากเส้นทางที่เป็นไปได้ทั้งหมดซึ่งมีจำนวนเท่ากัน

ส่วนวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 2 จากเดิมที่สามารถหาเส้นทางที่มีระยะทางวงเวียนที่น้อยที่สุดได้ถึงชุดข้อมูลที่ 3 เมื่อทำการหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด สามารถหาคำตอบได้ถึงชุดข้อมูลที่ 2 เท่านั้น และวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 3 เมื่อทำการหาเส้นทางที่มีระยะทางวงเวียนที่น้อยที่สุดได้ถึงชุดข้อมูลที่ 5 ส่วนการหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด สามารถหาคำตอบได้ถึงชุดข้อมูลที่ 4 เท่านั้น แต่การหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ใช้เวลาในการหาคำตอบมากกว่าการหาเส้นทางที่มีระยะทางวงเวียนที่น้อยที่สุดแม้ว่าจำนวนรอบในการแก้ปัญหารองจะน้อยกว่า ซึ่งเมื่อพิจารณาระยะเวลาเฉลี่ยต่อรอบที่ใช้ในการแก้ปัญหารองของวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้ายทั้งวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 2 และ 3 พบว่าใช้เวลาเฉลี่ยต่อรอบมากกว่าการหาเส้นทางที่มีระยะทางวงเวียนที่น้อยที่สุด เนื่องจากจำนวนป้ายที่ไม่ถูกรอบงำของการหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุด มีจำนวนมากกว่าการหาเส้นทางที่มีระยะทางวงเวียนที่น้อยที่สุด

## 5.2 เมื่อพิจารณาข้อกำหนดกรอบเวลา

### 5.2.1 จัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียว

#### 5.2.1.1 เพื่อหาเส้นทางที่มีระยะทางวิ่งเบาหน้่อยที่สุด

ตารางที่ 5.6 ผลการเปรียบเทียบของรูปแบบปัญหาในหัวข้อ 5.2.1.1

วิธี แก้ปัญหา	ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
2	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหา	81	206	309	668	1,082	2,786
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหา (วินาที)	0.02	0.06	0.06	0.22	0.36	1.23
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาทึ)	0.03	0.21	0.30	2.39	6.46	57.25
3	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหา	9	8	10	13	14	20
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหา (วินาที)	0.06	0.12	0.15	0.83	2.47	19.09
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาทึ)	0.01	0.02	0.03	0.19	0.68	6.48

จากตารางที่ 5.6 เมื่อทำการหาเส้นทางที่มีระยะทางวิ่งเบาหน้่อยที่สุด โดยการ  
จัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียว โดยพิจารณาข้อกำหนดกรอบเวลา พบว่าภายในระยะเวลา  
300 นาที วิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 2 และ 3 สามารถหาคำตอบได้ในทุกชุดข้อมูล โดยวิธีการ  
แก้ปัญหาแบบที่ 3 สามารถหาคำตอบได้เร็วกว่าวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 2 โดยชุดข้อมูลที่ใหญ่ที่สุด  
(ชุดข้อมูลที่ 6) ใช้เวลาในการแก้ปัญหาได้เร็วกว่าถึง 51 นาที ซึ่งคำตอบที่ได้จากวิธีการแก้ปัญหา  
ทั้ง 2 วิธี ดังแสดงในภาคผนวก ก มีความแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ

## 5.2.1.2 เพื่อหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

ตารางที่ 5.7 ผลการเปรียบเทียบของรูปแบบปัญหาในหัวข้อ 5.2.1.2

วิธี แก้ปัญหา	ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
2	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง	155	299	396	814	1,271	N/A
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง (วินาที)	0.03	0.09	0.10	0.83	1.79	N/A
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาทีก)	0.07	0.46	0.69	11.24	37.97	>300
3	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง	5	7	6	9	9	12
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง (วินาที)	0.08	0.25	0.45	1.89	4.70	45.01
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาทีก)	0.01	0.03	0.05	0.29	0.72	10.52

จากตารางที่ 5.7 เมื่อทำการหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุด โดยการจัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียว โดยพิจารณาข้อกำหนดกรอบเวลา พบว่าวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 2 สามารถหาคำตอบได้ถึงชุดข้อมูลที่ 5 ส่วนวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 3 สามารถหาคำตอบได้ทุกชุดข้อมูล โดยเมื่อพิจารณาชุดข้อมูลที่ 5 พบว่าวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 3 สามารถหาคำตอบได้เร็วกว่าวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 2 ถึง 37 นาที

เมื่อทำการเปรียบเทียบผลการทดลองที่ได้จากตารางที่ 5.6 และ 5.7 พบว่าในวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 2 จากเดิมที่สามารถหาเส้นทางที่มีระยะทางวิ่งเบาที่น้อยที่สุดได้ในทุกชุดข้อมูล เมื่อทำการหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด จะไม่สามารถหาคำตอบในชุดข้อมูลที่มีขนาดใหญ่ที่สุดได้ภายในระยะเวลาที่กำหนด และวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 3 สามารถหาคำตอบของปัญหาที่มีขนาดใหญ่ที่สุดได้ทั้งสองกรณี แต่การหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ใช้เวลาในการหาคำตอบมากกว่าการหาเส้นทางที่มีระยะทางวิ่งเบาที่น้อยที่สุด ซึ่งเมื่อพิจารณาระยะเวลาเฉลี่ยต่อรอบที่ใช้ในการแก้ปัญหาหรรองของวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้ายทั้งวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 2 และ 3 พบว่าใช้เวลาเฉลี่ยต่อรอบมากกว่าการหาเส้นทางที่มีระยะทางวิ่งเบาที่น้อยที่สุด เนื่องจากจำนวนป้ายที่ไม่ถูกรอบงำของการหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุด มีจำนวนมากกว่าการหาเส้นทางที่มีระยะทางวิ่งเบาที่น้อยที่สุด

## 5.2.2 จัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียว

### 5.2.2.1 เพื่อหาเส้นทางที่มีระยะทางวิ่งเบาหน้่อยที่สุด

ตารางที่ 5.8 ผลการเปรียบเทียบของรูปแบบปัญหาในหัวข้อ 5.2.2.1

วิธี แก้ปัญหา	ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
2	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหาหรง	120	581	806	1,994	N/A	N/A
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหาหรง (วินาที)	0.04	0.26	0.36	3.46	N/A	N/A
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.09	2.57	4.82	115.10	>300	>300
3	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหาหรง	7	13	14	19	22	N/A
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหาหรง (วินาที)	0.09	0.60	1.00	8.51	38.09	N/A
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.01	0.15	0.30	4.07	14.15	N/A

จากตารางที่ 5.8 เมื่อทำการหาเส้นทางที่มีระยะทางวิ่งเบาหน้่อยที่สุด โดยการ  
จัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียว โดยพิจารณาข้อกำหนดกรอบเวลา พบว่าภายในระยะเวลา  
300 นาที วิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 2 ไม่สามารถหาคำตอบชุดข้อมูลที่ 5 และ 6 ได้ ส่วนวิธีการ  
แก้ปัญหาแบบที่ 3 ไม่สามารถหาคำตอบชุดข้อมูลที่ 6 ได้ โดยเมื่อทำการเปรียบเทียบชุดข้อมูลที่  
ใหญ่ที่สุดที่สามารถหาคำตอบได้ (ชุดที่ 4) พบว่าวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 3 สามารถหาคำตอบได้  
เร็วกว่าวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 2 ถึง 111 นาที ซึ่งคำตอบที่ได้จากวิธีการแก้ปัญหาทั้ง 2 วิธี ดัง  
แสดงในภาคผนวก ก มีความแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ

### 5.2.2.2 เพื่อหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

ตารางที่ 5.9 ผลการเปรียบเทียบของรูปแบบปัญหาในหัวข้อ 5.2.2.2

วิธี แก้ปัญหา	ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
2	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง	109	331	463	N/A	N/A	N/A
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง (วินาที)	0.08	0.87	1.77	N/A	N/A	N/A
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาทีก)	0.15	4.84	13.77	>300	>300	>300
3	จำนวนรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง	4	6	6	6	7	N/A
	เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการ แก้ปัญหาหรรอง (วินาที)	0.37	1.69	4.87	68.73	292.76	N/A
	เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาทีก)	0.03	0.23	1.06	290.42	88.02	N/A

จากตารางที่ 5.9 เมื่อทำการหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุด โดยการจัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียว โดยพิจารณาข้อกำหนดกรอบเวลา พบว่าวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 2 สามารถหาคำตอบได้ถึงชุดข้อมูลที่ 3 ส่วนวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 3 สามารถหาคำตอบถึงชุดข้อมูลที่ 5 โดยเมื่อพิจารณาชุดข้อมูลที่ 3 พบว่าวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 3 สามารถหาคำตอบได้เร็วกว่าวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 2 ถึง 12 นาที

เมื่อทำการเปรียบเทียบผลการทดลองที่ได้จากตารางที่ 5.8 และ 5.9 พบว่าในวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 2 พบว่าการหาเส้นทางที่มีระยะทางวิ่งเบาที่น้อยที่สุด สามารถหาคำตอบได้ในชุดข้อมูลที่มีขนาดใหญ่ ได้ดีกว่าการหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ภายในระยะเวลาที่กำหนด และวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 3 สามารถหาคำตอบของปัญหาที่มีขนาดใหญ่ที่สุดได้ถึงชุดข้อมูลที่ 5 ทั้งสองกรณี แต่การหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ใช้เวลาในการหาคำตอบมากกว่าการหาเส้นทางที่มีระยะทางวิ่งเบาที่น้อยที่สุด ซึ่งเมื่อพิจารณาระยะเวลาเฉลี่ยต่อรอบที่ใช้ในการแก้ปัญหาหรรองของวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้ายทั้งวิธีการแก้ปัญหาแบบที่ 2 และ 3 พบว่าใช้เวลาเฉลี่ยต่อรอบมากกว่าการหาเส้นทางที่มีระยะทางวิ่งเบาที่น้อยที่สุด เนื่องจากจำนวนป้ายที่ไม่ถูกรอบงำของการหาเส้นทางที่มีค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุด มีจำนวนมากกว่าการหาเส้นทางที่มีระยะทางวิ่งเบาที่น้อยที่สุด

## บทที่ 6

### การวิเคราะห์ความไวของแบบจำลอง

เนื่องจากเส้นทางที่ได้จากการแก้ปัญหานี้ เป็นเส้นทางที่เกิดจากข้อมูลคำสั่งส่งสินค้าที่แน่นอนในช่วงระยะเวลาหนึ่ง แต่คำสั่งส่งสินค้าเหล่านี้ อาจมีการเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นได้ เนื่องจากมีการยกเลิกหรือเพิ่มคำสั่งส่งสินค้าอย่างกะทันหัน ดังนั้นจึงทำการทดสอบค่าความไวของคำตอบที่ดีที่สุดที่ได้จากแบบจำลองที่สร้างขึ้น เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงคำสั่งส่งสินค้า เพื่อเป็นการตรวจสอบว่าเส้นทางที่ได้จากการแก้ปัญหานี้ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงคำสั่งส่งสินค้าขึ้น คำตอบที่ดีที่สุดจะมีการเปลี่ยนแปลงไปจากเดิมอย่างไร และตรวจสอบว่าวิธีการแก้ปัญหานั้น ทำให้คำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหามีการเปลี่ยนแปลงไปน้อยที่สุด โดยทำการทดลองกับกลุ่มข้อมูลชุดที่ 1 ซึ่งมีจุดรับสินค้า 9 จุด จุดส่งสินค้า 51 จุด จำนวนคู่จุดรับและจุดส่งสินค้า 76 คู่ จำนวนคำสั่งส่งสินค้า 326 คำสั่ง โดยเปลี่ยนแปลงคำสั่งส่งสินค้าดังนี้

ตารางที่ 6.1 รายละเอียดของข้อมูลที่ทำให้การเปลี่ยนแปลงคำสั่งส่งสินค้า

การเปลี่ยนแปลงคำสั่งส่งสินค้า	ลดลงร้อยละ	เพิ่มขึ้นร้อยละ	ลดลงร้อยละ	เพิ่มขึ้นร้อยละ
	ละ 5	ละ 5	ละ 10	ละ 10
จำนวนคู่จุดรับและจุดส่งสินค้า	76	76	75	78
จำนวนคำสั่งส่งสินค้า	310	343	293	359

ได้ทำการแก้ปัญหโดยกำหนดฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาหลักเพื่อหาเส้นทางการจัดส่งสินค้าที่มีระยะทางรวมน้อยที่สุด สามารถแสดงผลการวิเคราะห์ความไวของคำตอบที่ดีที่สุดแยกออกเป็น 2 กรณี ตามจำนวนเที่ยวสูงสุดในแต่ละเส้นทางได้ดังตาราง โดยจะแทนชื่อวิธีการแก้ปัญหานั้นที่เพิ่มเข้าสู่ปัญหาหลักในตารางด้วยลำดับเลข ดังนี้

1. แก้ปัญหโดยวิธีหาเส้นทางการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมด และเพิ่มเฉพาะตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าได้มากที่สุดเป็นหนึ่งในรอบของการแก้ปัญห



2. แก้ปัญหาโดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้ายและเพิ่มตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าลงได้ทั้งหมดในหนึ่งรอบของการแก้ปัญหา
3. แก้ปัญหาโดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้ายและเพิ่มตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าลงได้ทั้งหมดในหนึ่งรอบของการแก้ปัญหา

## 6.1 จัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียว

คำตอบที่ดีที่สุดก่อนที่จะเปลี่ยนแปลงจำนวนคำสั่งส่งสินค้ามีจำนวนเส้นทางและคำสั่งส่งสินค้าแสดงได้ดังตาราง

ตารางที่ 6.2 รายละเอียดของคำตอบที่ดีที่สุดในกรณีนี้ที่ 6.1

วิธีแก้ปัญหา	ก่อนเปลี่ยนแปลง	
	จำนวนเส้นทาง	คำสั่งส่งสินค้า
1	182	326
2	182	326
3	182	326

### 6.1.2 คำสั่งส่งสินค้าลดลงร้อยละ 5

ตารางที่ 6.3 รายละเอียดของคำตอบเมื่อคำสั่งส่งสินค้าลดลงร้อยละ 5

วิธีแก้ปัญหา	หลังเปลี่ยนแปลง		คงเดิม		คิดเป็นร้อยละ	
	จำนวนเส้นทาง	คำสั่งส่งสินค้า	จำนวนเส้นทาง	คำสั่งส่งสินค้า	จำนวนเส้นทาง	คำสั่งส่งสินค้า
1	175	310	147	256	80.77	78.53
2	175	310	130	222	71.43	68.10
3	175	310	110	182	60.44	55.83

### 6.1.3 คำสั่งส่งสินค้าเพิ่มขึ้นร้อยละ 5

ตารางที่ 6.4 รายละเอียดของคำตอบเมื่อคำสั่งส่งสินค้าเพิ่มขึ้นร้อยละ 5

วิธี แก้ปัญหา	หลังเปลี่ยนแปลง		คงเดิม		คิดเป็นร้อยละ	
	จำนวน เส้นทาง	คำสั่งส่ง สินค้า	จำนวน เส้นทาง	คำสั่งส่ง สินค้า	จำนวน เส้นทาง	คำสั่งส่ง สินค้า
1	192	343	150	262	82.42	80.37
2	192	343	144	250	79.12	76.69
3	192	343	129	220	70.88	67.48

### 6.1.4 คำสั่งส่งสินค้าลดลงร้อยละ 10

ตารางที่ 6.5 รายละเอียดของคำตอบเมื่อคำสั่งส่งสินค้าลดลงร้อยละ 10

วิธี แก้ปัญหา	หลังเปลี่ยนแปลง		คงเดิม		คิดเป็นร้อยละ	
	จำนวน เส้นทาง	คำสั่งส่ง สินค้า	จำนวน เส้นทาง	คำสั่งส่ง สินค้า	จำนวน เส้นทาง	คำสั่งส่ง สินค้า
1	166	293	110	183	60.44	56.13
2	166	293	115	193	63.19	59.20
3	164	293	108	182	59.34	55.83

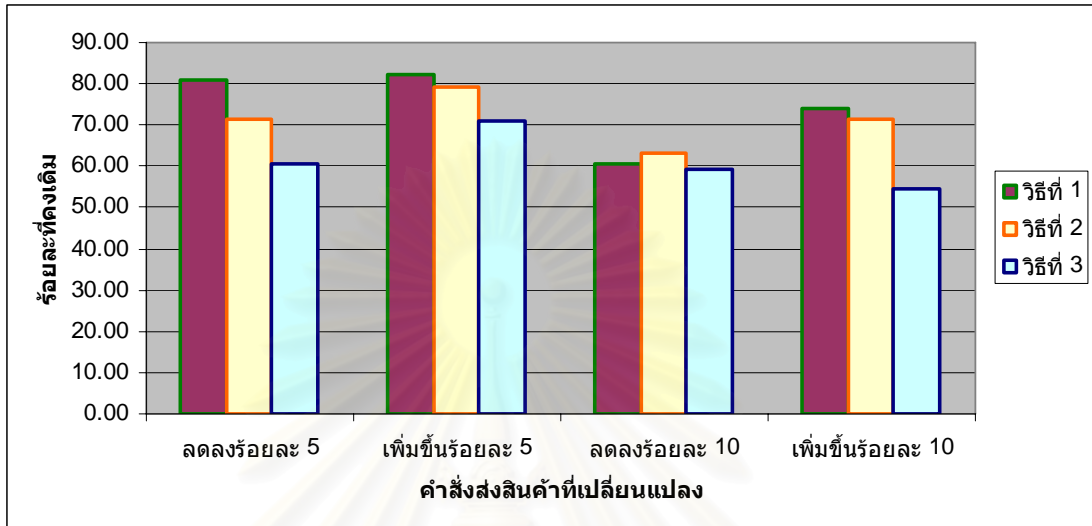
### 6.1.5 คำสั่งส่งสินค้าเพิ่มขึ้นร้อยละ 10

ตารางที่ 6.6 รายละเอียดของคำตอบเมื่อคำสั่งส่งสินค้าเพิ่มขึ้นร้อยละ 10

วิธี แก้ปัญหา	หลังเปลี่ยนแปลง		คงเดิม		คิดเป็นร้อยละ	
	จำนวน เส้นทาง	คำสั่งส่ง สินค้า	จำนวน เส้นทาง	คำสั่งส่ง สินค้า	จำนวน เส้นทาง	คำสั่งส่ง สินค้า
1	201	359	135	239	74.18	73.31
2	201	359	130	229	71.43	70.25
3	198	359	99	173	54.40	53.07

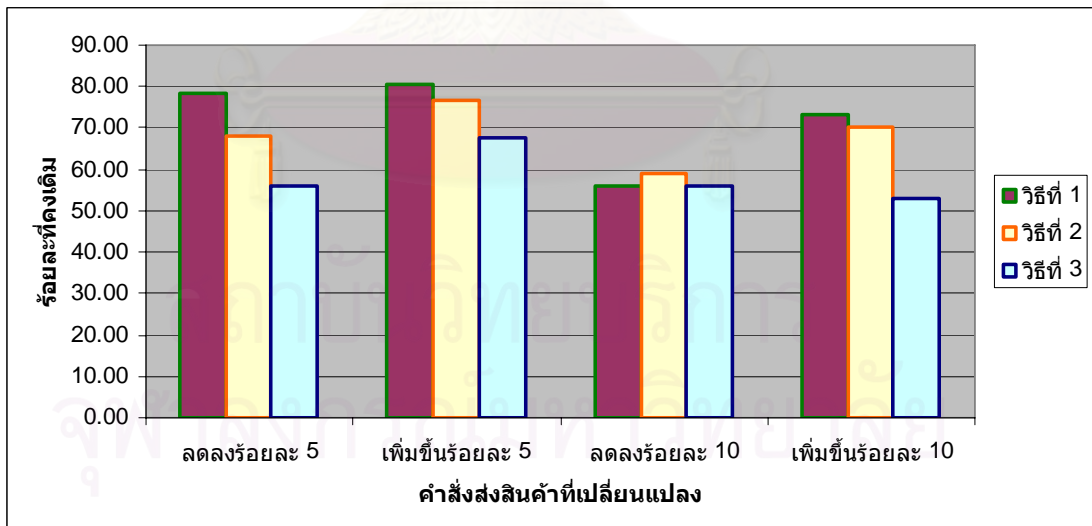
เมื่อนำมาสร้างกราฟเพื่อเปรียบเทียบร้อยละที่คงเดิมของเส้นทางจัดส่งสินค้า และคำสั่งส่งสินค้า กับวิธีการแก้ปัญหาที่เลือกใช้จะแสดงได้ดังนี้

### 1. เส้นทางจัดส่งสินค้าที่คงเดิม



รูปที่ 6.1 กราฟเปรียบเทียบร้อยละที่คงเดิมของเส้นทางจัดส่งสินค้ากรณีจัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียว

### 2. คำสั่งส่งสินค้าที่คงเดิม



รูปที่ 6.2 กราฟเปรียบเทียบร้อยละที่คงเดิมของคำสั่งส่งสินค้ากรณีจัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียว

## 6.2 จัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียว

คำตอบที่ดีที่สุดก่อนที่จะเปลี่ยนแปลงจำนวนคำสั่งส่งสินค้ามีจำนวนเส้นทางและคำสั่งส่งสินค้าแสดงได้ดังตาราง

ตารางที่ 6.7 รายละเอียดของคำตอบที่ดีที่สุดในกรณีนี้ที่ 6.2

วิธีแก้ปัญหา	ก่อนเปลี่ยนแปลง	
	จำนวนเส้นทาง	คำสั่งส่งสินค้า
1	135	326
2	142	326
3	147	326

### 6.2.2 คำสั่งส่งสินค้าลดลงร้อยละ 5

ตารางที่ 6.8 รายละเอียดของคำตอบเมื่อคำสั่งส่งสินค้าลดลงร้อยละ 5

วิธีแก้ปัญหา	หลังเปลี่ยนแปลง		คงเดิม		คิดเป็นร้อยละ	
	จำนวนเส้นทาง	คำสั่งส่งสินค้า	จำนวนเส้นทาง	คำสั่งส่งสินค้า	จำนวนเส้นทาง	คำสั่งส่งสินค้า
1	138	310	67	107	45.58	32.82
2	140	310	71	119	50.00	36.50
3	133	310	60	113	44.44	34.66

### 6.2.3 คำสั่งส่งสินค้าเพิ่มขึ้นร้อยละ 5

ตารางที่ 6.9 รายละเอียดของคำตอบเมื่อคำสั่งส่งสินค้าเพิ่มขึ้นร้อยละ 5

วิธีแก้ปัญหา	หลังเปลี่ยนแปลง		คงเดิม		คิดเป็นร้อยละ	
	จำนวนเส้นทาง	คำสั่งส่งสินค้า	จำนวนเส้นทาง	คำสั่งส่งสินค้า	จำนวนเส้นทาง	คำสั่งส่งสินค้า
1	155	343	62	94	42.18	28.83
2	149	343	68	116	47.89	35.58
3	150	343	61	115	45.19	35.28

#### 6.2.4 คำสั่งส่งสินค้าลดลงร้อยละ 10

ตารางที่ 6.10 รายละเอียดของคำตอบเมื่อคำสั่งส่งสินค้าลดลงร้อยละ 10

วิธี แก้ปัญหา	หลังเปลี่ยนแปลง		คงเดิม		คิดเป็นร้อยละ	
	จำนวน เส้นทาง	คำสั่งส่ง สินค้า	จำนวน เส้นทาง	คำสั่งส่ง สินค้า	จำนวน เส้นทาง	คำสั่งส่ง สินค้า
1	134	293	58	85	39.46	26.07
2	132	293	55	83	38.73	25.46
3	119	293	37	66	27.41	20.25

#### 6.2.5 คำสั่งส่งสินค้าเพิ่มขึ้นร้อยละ 10

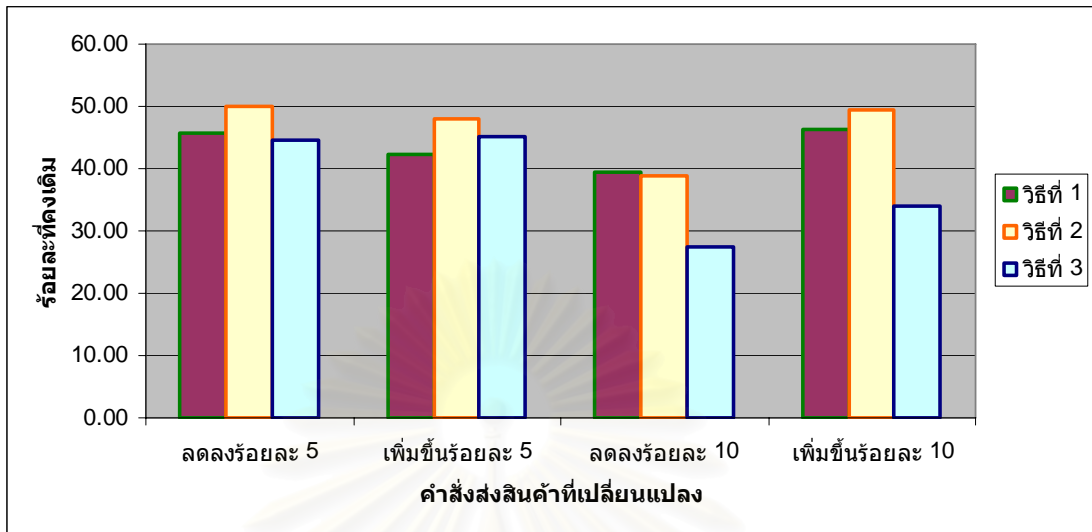
ตารางที่ 6.11 รายละเอียดของคำตอบเมื่อคำสั่งส่งสินค้าเพิ่มขึ้นร้อยละ 10

วิธี แก้ปัญหา	หลังเปลี่ยนแปลง		คงเดิม		คิดเป็นร้อยละ	
	จำนวน เส้นทาง	คำสั่งส่ง สินค้า	จำนวน เส้นทาง	คำสั่งส่ง สินค้า	จำนวน เส้นทาง	คำสั่งส่ง สินค้า
1	160	359	68	112	46.26	34.36
2	156	359	70	122	49.30	37.42
3	154	359	46	82	34.07	25.15

เมื่อนำมาสร้างกราฟเพื่อเปรียบเทียบร้อยละที่คงเดิมของเส้นทางจัดส่งสินค้า และคำสั่งส่งสินค้า กับวิธีการแก้ปัญหาที่เลือกใช้จะแสดงได้ดังนี้

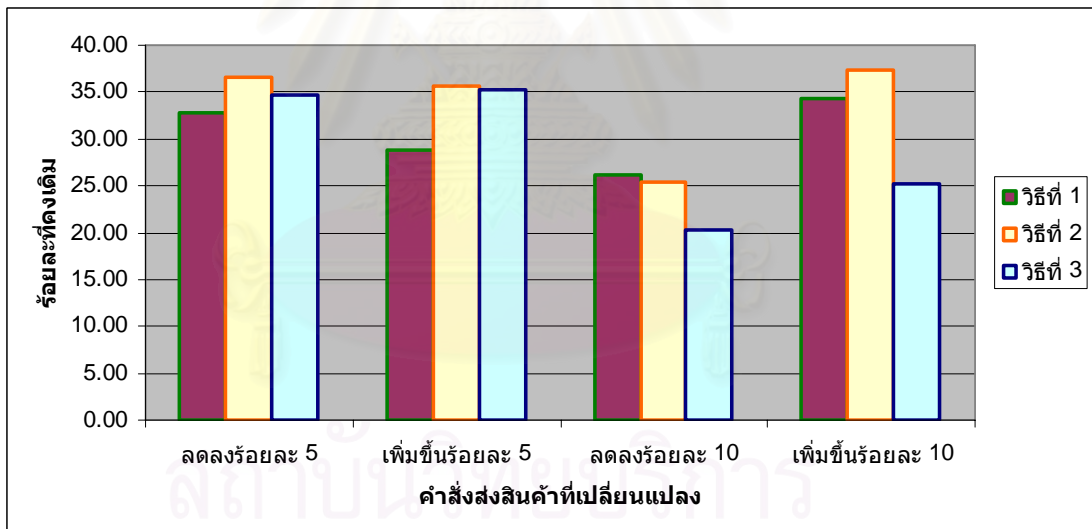
สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### 1. เส้นทางจัดส่งสินค้าที่คงเดิม



รูปที่ 6.3 กราฟเปรียบเทียบร้อยละที่คงเดิมของเส้นทางจัดส่งสินค้ากรณีจัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียว

### 2. ค่าส่งสินค้าที่คงเดิม



รูปที่ 6.4 กราฟเปรียบเทียบร้อยละที่คงเดิมของค่าส่งสินค้ากรณีจัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียว

เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบแนวโน้มของคำตอบที่เกิดขึ้นระหว่างกรณีที่มีการจัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียวและ 3 เทียวพบว่าวิธีหาคำตอบทั้ง 3 วิธีจะให้แนวโน้มของคำตอบไปในแนวทางเดียวกัน กล่าวคือ ในกรณีที่มีการจัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 2 เทียวจะให้คำตอบที่เปลี่ยนแปลงไปจากเมื่อไม่มีการเปลี่ยนแปลงค่าส่งสินค้าน้อยกว่ากรณีที่มีการจัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 3 เทียว

ซึ่งจากกราฟทั้ง 4 แสดงให้เห็นว่าเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงคำสั่งส่งสินค้าไปจากเดิม ทั้งเพิ่มขึ้นและลดลง คำตอบที่ดีที่สุดที่ได้จากการหาคำตอบด้วยวิธีที่ 3 (แก้ปัญหารองโดยใช้ ขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย และเพิ่มตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าลงได้ทั้งหมดในหนึ่งรอบของการแก้ปัญหารอง) มีแนวโน้มที่จะให้คำตอบที่เปลี่ยนแปลงไปจากเดิมมากกว่าวิธีที่ 1 (แก้ปัญหารองโดยวิธีหาเส้นทางจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมด และเพิ่มเฉพาะตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าได้มากที่สุดเป็นหนึ่งในรอบของการแก้ปัญหารอง) และวิธีที่ 2 (แก้ปัญหารองโดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย และเพิ่มตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าลงได้ทั้งหมดในหนึ่งรอบของการแก้ปัญหารอง) ทั้งกรณีจัดส่งสินค้าได้ต่อเนื่องไม่เกิน 2 เที่ยว และ 3 เที่ยว

อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์ค่าความไวที่ได้นำเสนอในงานวิจัยนี้เป็นเพียงแนวทางหนึ่งในการทดสอบแบบจำลองที่ได้จัดสร้างขึ้น โดยได้ทำการทดลองกับข้อมูลเพียง 1 ชุด และได้จัดสร้างชุดข้อมูลที่มีการเปลี่ยนแปลงคำสั่งส่งสินค้าเพียง 1 ชุดข้อมูลต่อ 1 การเปลี่ยนแปลงคำสั่งส่งสินค้าที่เกิดขึ้น ทำให้ไม่สามารถสรุปได้อย่างชัดเจนว่าวิธีการใดเป็นวิธีการแก้ปัญหที่เหมาะสมที่สุดเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงคำสั่งส่งสินค้าเกิดขึ้น ซึ่งในการยืนยันผลลัพธ์ที่ได้ว่าเป็นไปตามข้อสรุปที่ได้นำเสนอหรือไม่นั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องทำการทดลองเพิ่มเติมจากที่ได้นำเสนอในงานวิจัยนี้

## บทที่ 7

### สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

#### 7.1 สรุปผลการวิจัย

ในงานวิจัยนี้พิจารณาปัญหาการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุ โดยได้พัฒนาขั้นตอนวิธีในการหาคำตอบที่ดีที่สุดภายใต้ขอบเขตของงานวิจัย และข้อกำหนดที่สนใจขึ้นมาใหม่ โดยขั้นตอนวิธีที่พัฒนาขึ้นมาคล้ายคลึงกับเทคนิคการแก้ปัญหาที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย (จำลองปัญหาให้อยู่ในรูปแบบจำลองคณิตศาสตร์ชนิดกำหนดการเชิงเส้นแบบผ่อนคลาย ในรูปแบบการแบ่งห้องกับสมการข้างเคียง และทำการแก้ปัญหาโดยใช้อัลกอริทึมการก่อกำเนิดสตมภ์ และแก้ปัญหาโดยใช้อัลกอริทึมกึ่งและก้าน) แต่มีความแตกต่างกันในรายละเอียดของขั้นตอนวิธี และสามารถยืนยันได้ว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ดีที่สุด

วิธีดำเนินงานวิจัยประกอบด้วยขั้นตอนหลักๆ 3 ขั้นตอน โดยเริ่มจากศึกษาปัญหาการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุจากบริษัทที่ดำเนินการด้านการจัดส่งสินค้า จากนั้นจึงค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด แล้วจึงพัฒนาระบบการหาคำตอบที่เหมาะสมกับลักษณะปัญหาที่เราสนใจ ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้นั้นจะต้องไม่ผิดไปจากข้อกำหนดที่พิจารณาในรูปแบบปัญหานั้น (ไม่ผิดไปจากข้อกำหนดระยะทางสูงสุด และ/หรือข้อกำหนดกรอบเวลา)

ขั้นตอนวิธีในการหาคำตอบที่นำเสนอขึ้น ได้แบ่งปัญหาที่เราสนใจออกเป็นปัญหาหลักและปัญหารอง โดยการหาคำตอบของปัญหาหลักนั้นได้ใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ชนิดกำหนดการเชิงจำนวนเต็มในรูปแบบการแบ่งห้องกับสมการข้างเคียง ส่วนปัญหารองนั้นในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอวิธีการหาคำตอบที่แตกต่างกัน 2 วิธีการ คือ การหาเส้นทางการจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมด และขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย

สามารถสรุปผลการทดสอบแบ่งเป็นหัวข้อได้ดังนี้

1. การหาคำตอบโดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย และเพิ่มตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าลงได้ทั้งหมดใน



หนึ่งรอบของการแก้ปัญหาจะให้คุณภาพของคำตอบที่ดีที่สุดทั้งในแง่ของเวลาที่ใช้ในการคำนวณ และร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนจริงกับคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม ทั้งกรณีที่กำหนดฟังก์ชันจุดประสงค์เป็นระยะทางวิ่งเบาหน้อยที่สุด และมีค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าน้อยที่สุด

2. การหาคำตอบโดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย และเพิ่มตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าลงได้ทั้งหมดในหนึ่งรอบของการแก้ปัญหา จะสามารถรองรับขนาดปัญหาที่ใหญ่ที่สุดภายใต้ข้อกำหนดเวลาที่กำหนดขึ้น
3. ความไวของคำตอบที่ดีที่สุด ที่ได้จากวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย และเพิ่มตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าลงได้ทั้งหมดในหนึ่งรอบของการแก้ปัญหา (วิธีที่ 3) จะไวกว่าคำตอบที่ได้จากแก้ปัญหาโดยวิธีการหาเส้นทางจัดส่งสินค้าที่เป็นไปได้ทั้งหมด และเพิ่มเฉพาะตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าได้มากที่สุด ในหนึ่งรอบของการแก้ปัญหา (วิธีที่ 1) และแก้ปัญหาโดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย และเพิ่มเฉพาะตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าได้มากที่สุด ในหนึ่งรอบของการแก้ปัญหา (วิธีที่ 2)
4. ในกรณีที่คำสั่งส่งสินค้ามีความไม่แน่นอน วิธีแก้ปัญหาโดยใช้ขั้นตอนวิธีการหาเส้นทางที่สั้นที่สุดแบบหลายป้าย และเพิ่มเฉพาะตัวแปรที่มีแนวโน้มลดค่าใช้จ่ายในการจัดส่งสินค้าได้มากที่สุด ในหนึ่งรอบของการแก้ปัญหา (วิธีที่ 2) จะเป็นวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด เนื่องจากสามารถรองรับขนาดปัญหาที่ใหญ่กว่าวิธีที่ 1 อีกทั้งมีความไวของคำตอบใกล้เคียงกับวิธีที่ 1
5. อย่างไรก็ตามคำตอบที่ได้จากวิธีการแก้ปัญหาวิธีที่ 2 มีแนวโน้มที่จะให้คำตอบที่มีร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนจริงกับคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มมากที่สุด (พิจารณาจากกรณีที่มีกรอบของเวลา)

งานวิจัยฉบับนี้เหมาะเป็นอย่างยิ่งต่อผู้ประกอบการด้านการจัดส่งสินค้าที่ดำเนินการรับและส่งสินค้าแบบเต็มความจุ ซึ่งวิธีการแก้ปัญหาที่ได้นำเสนอนี้สามารถรองรับ

ปัญหาขนาดใหญ่ ที่มีคำสั่งส่งสินค้าได้สูงสุดถึงกว่า 8000 คำสั่งส่งสินค้า ที่มีจำนวนคู่จุดรับและจุดส่งสินค้ากว่า 1900 คู่ ในกรณีที่มีการจัดส่งสินค้าได้ 2 เทียบใน 1 เส้นทาง และสามารถรองรับคำสั่งส่งสินค้าได้มากกว่า 3300 คำสั่งส่งสินค้า ที่มีจำนวนคู่จุดรับและจุดส่งสินค้ากว่า 900 คู่ในกรณีที่มีการจัดส่งสินค้าได้ 3 เทียบใน 1 เส้นทาง รวมทั้งยังสามารถพิจารณาข้อกำหนดกรอบเวลาในการส่งสินค้าได้อีกด้วย

ขนาดปัญหาที่รองรับได้ในการแก้ปัญหาที่พิจารณาจากเวลาสูงสุดที่ยอมรับได้ในการหาคำตอบของคอมพิวเตอร์ซึ่งได้กำหนดไว้ที่ 300 นาที ซึ่งได้ทำการทดสอบกับข้อมูลที่ได้จำลองขึ้นโดยอิงจากข้อมูลการจัดส่งสินค้าของบริษัทจัดส่งสินค้าแห่งหนึ่ง ซึ่งขนาดของปัญหาที่สามารถรองรับได้อาจจะแตกต่างกันไปตามรูปแบบปัญหาที่แตกต่างกัน และเวลาสูงสุดที่ยอมรับได้ในการหาคำตอบ กล่าวคือถ้าอนุญาตให้เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบมากกว่า 300 นาที ขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหาที่ได้นำเสนอในงานวิจัยนี้จะสามารถรองรับขนาดปัญหาที่ใหญ่กว่าขนาดปัญหาที่นำมาทดสอบได้

## 7.2 ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยเพิ่มเติม

1. ขั้นตอนวิธีการหาคำตอบที่ได้นำเสนอในงานวิจัยนี้ สามารถปรับเปลี่ยนเงื่อนไขให้เป็นไปตามข้อกำหนดอื่นๆ ได้ เช่น การกำหนดระยะทางวิ่งเปล่าสูงสุด (Maximum Deadhead) การปรับเปลี่ยนให้การส่งสินค้า สามารถทำการส่งสินค้านอกกรอบเวลาที่กำหนดได้ แต่ต้องมีการเสียค่าปรับชดเชยต่างที่เกิดขึ้น รวมทั้งสามารถเปลี่ยนเงื่อนไข ให้ทำการพิจารณาเวลาสูงสุดของแต่ละเส้นทาง แทนการพิจารณาระยะทางสูงสุด เนื่องจากในแต่ละเขตการขนส่งสินค้า ความเร็วโดยเฉลี่ยรถที่ใช้ในการขนส่งมีความแตกต่างกัน
2. แนวทางการพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาที่เราสนใจภายใต้แนวคิดการก่อกำเนิดสดมภ์คือ การพัฒนาวิธีการแก้ปัญหารองที่สามารถหาคำตอบที่มีขนาดใหญ่ขึ้น และใช้เวลาในการแก้ปัญหาที่รวดเร็วกว่าวิธีการที่ได้นำเสนอในงานวิจัยนี้ โดยอาจจะนำขั้นตอนวิธีในการหาคำตอบที่เป็นที่รู้จักกันอย่างแพร่หลายมาทดลองใช้ หรืออาจจะพัฒนาขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหารองขึ้นมาใหม่ โดยคำตอบที่ได้ยังคงเป็นไปตามข้อกำหนดที่เราพิจารณา
3. นอกจากนี้แนวทางการหาคำตอบที่นิยมกันเป็นอย่างมากในการแก้ปัญหาที่เราสนใจคือการใช้วิธีศึกษาสำนึกในการหาคำตอบโดยไม่ต้องใช้แนวคิด

ของการก่อกำเนิดสดมภ์ ซึ่งสามารถทำได้ในลักษณะการพัฒนาขั้นตอนวิธีการหาคำตอบขึ้นมาใหม่เพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุดภายใต้ขนาดปัญหาที่ใหญ่ขึ้นและใช้เวลาในการหาคำตอบที่น้อยลง

4. ในงานวิจัยนี้จะพิจารณาจัดเส้นทางรอดจากข้อมูลที่มีคำสั่งการส่งสินค้าที่แน่นอนในช่วงเวลาหนึ่งเท่านั้น ไม่ได้พิจารณาไปถึง เทียบที่อาจเกิดขึ้นในอนาคต ซึ่งหากมีการวางแผนการจัดส่งโดยพยากรณ์ที่จะเกิดขึ้นจากข้อมูลการจัดส่งในอดีต จะทำให้เส้นทางที่ถูกจัดขึ้นมีความเหมาะสมกับการทำงานจริงมากยิ่งขึ้น



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## รายการอ้างอิง

- [1.] Bertossi et al. On Some Matching Problems Arising in Vehicle Scheduling Models. Networks 17 1987: 271-281.
- [2.] M. Savelsbergh et al. The General Pickup and Delivery Problem. Transportation Science 29 1995: 17-29.
- [3.] L. Bodin et al. "Routing and Scheduling of Vehicles and Crews – The State of the Art". Comput. Oper. Res. 10 1983: 63-211.
- [4.] C. Ribeiro et al. A Column Generation Approach to the Multiple-Depot Vehicle Scheduling Problem. Operations Research 42 1994: 41-52.
- [5.] Carpentier et al. New Lower Bounds for the Symmetric Travelling Salesman Problem. Math. Prog. 45 1989: 233-254.
- [6.] A. Lobel. Vehicle Scheduling in Public Transit and Lagrangean Pricing. Management Science 44 1998: 1637-1649.
- [7.] S. Arunapuram et al. Vehicle Routing and Scheduling with Full Truckloads. Transportation Science 37 2003: 170-182.
- [8.] M. Savelsbergh et al. DRIVE: Dynamic Routing of Independent Vehicles. Operations Research 46 1998: 474-490.
- [9.] M. Desrochers et al. A Generalized Permanent Labelling Algorithms for the Shortest Path Problem with Time Windows. INFOR 26, 191-212.
- [10.] R. K. Ahuja et al. NETWORK FLOWS: Theory, Algorithms, and Applications New Jersey : Prentice-Hall International, 1993
- [11.] S. P. Bradley et al. Applied Mathematical Programming Massachusetts : Addison- Wesley, 1997.



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก  
รายละเอียดการแก้ปัญหา

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ก.1 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.1.1.1 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 1

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	187	605	825	1,736	N/A	N/A
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	56	197	280	512	N/A	N/A
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหาค่า	113	382	512	1,144	N/A	N/A
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหาค่า (วินาที)	0.03	0.58	1.52	9.87	N/A	N/A
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.03	0.10	0.10	0.16	N/A	N/A
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาฬิกา)	0.07	3.66	12.98	188.20	>300	>300
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	7,192	18,544	27,905	49,575	N/A	N/A
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุด	7,192	18,544	27,905	49,575	N/A	N/A
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็น จำนวนเต็มที่ดีทีสุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.00	0.00	0.00	0.00	N/A	N/A

ตารางที่ ก.2 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.1.1.1 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 2

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	193	574	830	1,752	2,785	6,817
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	57	195	272	509	785	1,752
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหอง	119	351	517	1,160	1,887	4,821
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหอง (วินาที)	0.02	0.09	0.10	0.40	0.78	3.06
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.04	0.10	0.03	0.10	0.29	0.08
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.04	0.55	0.85	7.64	24.49	246.27
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	7,192	18,544	27,905	49,575	81,980	185,989
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดที่สุด	7,192	18,544	27,905	49,575	81,980	185,989
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็น จำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00



ตารางที่ ก.3 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.1.1.1 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 3

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	457	1,947	2,653	6,048	9,116	23,583
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	56	191	285	510	798	1,738
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหอง	7	8	8	10	12	15
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหอง (วินาที)	0.10	0.25	0.34	2.08	4.20	39.20
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.05	0.03	0.20	0.47	1.39	134.91
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.01	0.03	0.05	0.36	0.86	12.05
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	7,192	18,544	27,909	49,583	81,970	186,006
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุด	7,192	18,544	27,909	49,583	81,970	186,006
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

ตารางที่ ก.4 แสดงรายละเอียดจำนวนตัวแปรที่เพิ่มตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.1.1.1 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 3

ชุดข้อมูล	1		2		3		4		5		6		
	รอบที่	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่เพิ่ม
1		0.08	212	0.20	541	0.22	673	0.88	1,282	2.72	1,400	8.95	2,378
2		0.14	112	0.42	536	0.55	731	2.98	1,438	5.75	1,476	35.97	2,811
3		0.03	26	0.47	358	0.78	538	3.25	1,008	13.81	1,404	50.56	2,816
4		0.06	23	0.31	192	0.49	265	8.39	903	5.70	1,178	48.80	2,888
5		0.34	8	0.17	55	0.22	115	2.02	418	3.78	831	70.69	2,542
6		0.03	0	0.17	40	0.30	16	1.45	309	3.13	782	66.80	1,999
7		0.03	0	0.14	0	0.09	0	0.59	84	5.70	510	69.02	1,657
8				0.14	0	0.09	0	0.75	12	4.99	415	68.05	1,240
9								0.27	0	1.39	99	38.81	1,158
10								0.27	0	2.09	121	41.09	791
11										0.67	0	30.08	702
12										0.67	0	33.19	515
13												18.47	88
14												3.80	0
15												3.80	0
เฉลี่ย		0.10		0.25		0.34		2.08		4.20		39.20	
จำนวนเต็ม		0.05		0.03		0.20		0.47		1.39		134.91	
ทั้งหมด		0.77	381	2.06	1,722	2.94	2,338	21.31	5,454	51.80	8,216	722.97	21,585

ตารางที่ ก.5 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.1.1.2 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 1

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	193	479	674	1,268	N/A	N/A
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	76	249	340	587	N/A	N/A
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหอง	119	256	361	676	N/A	N/A
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหอง (วินาที)	0.04	0.58	1.52	9.87	N/A	N/A
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.02	0.30	0.46	0.92	N/A	N/A
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.08	2.46	9.16	111.26	>300	>300
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	71,277	202,805	303,227	524,580	N/A	N/A
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุด	71,277	203,165	303,734	525,441	N/A	N/A
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.00	0.18	0.17	0.16	N/A	N/A

ตารางที่ ก.6 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.1.1.2 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 2

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	200	506	732	1,434	2,194	N/A
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	76	267	367	610	908	N/A
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหอง	126	283	419	842	1296	N/A
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหอง (วินาที)	0.03	0.40	0.63	4.41	11.43	N/A
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.03	0.10	5.02	8.56	45.25	N/A
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.07	1.88	4.50	62.08	247.56	>300
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	71,213	202,894	303,227	524,642	821,948	N/A
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุด	71,277	203,278	303,797	525,456	822,868	N/A
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.09	0.19	0.19	0.16	0.11	N/A

ตารางที่ ก.7 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.1.1.2 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 3

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	831	2,971	4,443	10,024	14,168	36,708
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	63	254	284	538	822	1738
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหอง	4	5	5	5	6	7
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหอง (วินาที)	0.13	0.99	1.86	11.87	22.35	223.57
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.16	3.44	0.73	1.00	12.75	434.66
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.01	0.14	0.17	1.01	2.45	33.33
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	71,208	202,749	303,227	524,566	821,920	1,947,959
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุด	71,208	202,756	303,227	524,566	821,920	1,947,962
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

ตารางที่ ก.8 แสดงรายละเอียดจำนวนตัวแปรที่เพิ่มตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.1.1.2 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาค.3

ชุดข้อมูล	1		2		3		4		5		6	
	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม
1	0.08	615	1.05	1,792	1.66	2,025	14.17	4,212	37.13	4,965	337.98	9,581
2	0.25	140	1.11	884	2.03	1,804	15.56	3,805	44.22	4,468	314.45	9,957
3	0.09	0	2.13	70	4.77	299	5.98	891	22.88	2,983	262.89	8,934
4	0.09	0	0.34	0	0.42	0	11.81	0	16.72	852	321.81	4,842
5			0.34	0	0.42	0	11.81	0	6.59	0	202.11	1,396
6									6.59	0	62.86	0
7											62.86	0
เฉลี่ย	0.13		0.99		1.86		11.87		22.35		223.57	
จำนวนเต็ม	0.16		3.44		0.73		1.00		12.75		434.66	
ทั้งหมด	0.67	755	8.41	2,746	10.03	4,128	60.34	8,908	146.88	13,268	1,999.63	34,710

ตารางที่ ก.9 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.1.2.1 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 1

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	198	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	62	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหอง	124	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหอง (วินาที)	1.87	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.09	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	3.86	> 300	> 300	> 300	> 300	> 300
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	6907	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุด	6908	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.01	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A

ตารางที่ ก.10 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.1.2.1 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 2

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	205	679	892	N/A	N/A	N/A
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	63	197	272	N/A	N/A	N/A
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหาค่า	131	456	579	N/A	N/A	N/A
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหาค่า (วินาที)	0.13	2.58	4.49	N/A	N/A	N/A
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.12	12.82	1.00	N/A	N/A	N/A
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาฬิกา)	0.29	19.84	43.29	> 300	> 300	> 300
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	6,907	17,857	27,110	N/A	N/A	N/A
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุด	6,920	17,943	27,226	N/A	N/A	N/A
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.19	0.48	0.43	N/A	N/A	N/A



ตารางที่ ก.11 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.1.2.1 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 3

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	1,663	8,668	13,963	32,982	53,489	N/A
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	62	191	274	502	746	N/A
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหอง	5	8	9	10	13	N/A
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหอง (วินาที)	0.29	7.45	19.84	242.66	632.53	N/A
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.05	5.75	93.13	341.78	1,396.00	N/A
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.02	1.09	4.53	46.14	160.31	> 300
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	6,907	17,857	27,091	49,254	81,799	N/A
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุด	6,907	17,857	27,091	49,254	81,799	N/A
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	N/A

ตารางที่ ก.12 แสดงรายละเอียดจำนวนตัวแปรที่เพิ่มตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.1.2.1 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาค่าที่ 3

ชุดข้อมูล	1		2		3		4		5		6	
	รอบที่	เวลาที่ใช้ (วินาที)	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่เพิ่ม
1	0.39	867	7.99	2,653	14.98	3,562	114.20	6,437	274.80	7,807	N/A	N/A
2	0.38	412	15.97	2,493	38.23	3,995	448.75	7,597	899.42	8,715	N/A	N/A
3	0.27	308	9.92	1,676	20.08	2,040	327.69	6,400	979.61	7,834	N/A	N/A
4	0.20	0	7.92	994	29.66	2,190	402.61	5,874	774.17	6,032	N/A	N/A
5	0.20	0	5.73	579	17.53	1,584	163.19	2,799	1,108.33	6,545	N/A	N/A
6			3.80	48	13.86	176	142.84	2,573	1,247.87	5,707	N/A	N/A
7			4.13	0	11.19	101	160.41	467	570.27	3,603	N/A	N/A
8			4.13	0	16.53	0	627.13	241	805.21	4,430	N/A	N/A
9					16.53	0	19.89	0	242.72	1,184	N/A	N/A
10							19.89	0	234.27	342	N/A	N/A
11									386.98	390	N/A	N/A
12									349.63	0	N/A	N/A
13									349.63	0		
เฉลี่ย	0.29		7.45		19.84		242.66		632.53		N/A	
จำนวนเต็ม	0.05		5.75		93.13		341.78		1,396.00		N/A	
ทั้งหมด	1.48	1,587	65.33	8,443	271.72	13,648	2,768.38	32,388	9,618.89	52,589	N/A	N/A

ตารางที่ ก.13 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.1.2.2 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 1

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	155	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	106	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหอง	81	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหอง (วินาที)	1.99	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.18	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	2.69	>300	>300	>300	>300	>300
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	71,630	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดที่สุด	71,630	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A

ตารางที่ ก.14 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.1.2.2 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 2

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	154	501	N/A	N/A	N/A	N/A
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	108	259	N/A	N/A	N/A	N/A
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหาค่า	80	278	N/A	N/A	N/A	N/A
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหาค่า (วินาที)	0.84	38.13	N/A	N/A	N/A	N/A
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.90	44.49	N/A	N/A	N/A	N/A
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	1.13	177.42	>300	>300	>300	>300
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	71,302	202,881	N/A	N/A	N/A	N/A
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุด	71,555	203,552	N/A	N/A	N/A	N/A
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.35	0.33	N/A	N/A	N/A	N/A

ตารางที่ ก.15 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.1.2.2 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 3

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	3,790	15,407	30,905	69,268	N/A	N/A
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	71	199	311	493	N/A	N/A
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหอง	4	4	5	6	N/A	N/A
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหอง (วินาที)	1.70	57.63	153.78	2,178.81	N/A	N/A
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.36	24.06	127.42	1,213.44	N/A	N/A
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.12	4.24	14.94	238.11	>300	>300
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	71,208	202,749	303,227	524,566	N/A	N/A
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุด	71,208	202,749	303,227	524,566	N/A	N/A
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.00	0.00	0.00	0.00	N/A	N/A

ตารางที่ ก.16 แสดงรายละเอียดจำนวนตัวแปรที่เพิ่มตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.1.2.2 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาค่าที่ 3

ชุดข้อมูล	1		2		3		4		5		6	
	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม
1	2.75	2,568	122.38	8,318	187.25	9,419	2,952.42	17,601	N/A	N/A	N/A	N/A
2	1.34	1,146	77.95	6,864	447.86	14,280	5,003.27	23,403	N/A	N/A	N/A	N/A
3	1.36	0	15.09	0	108.94	6,891	4,422.17	24,689	N/A	N/A	N/A	N/A
4	1.36	0	15.09	0	12.42	0	483.42	2,981	N/A	N/A	N/A	N/A
5					12.42	0	105.80	0	N/A	N/A	N/A	N/A
6							105.80	0				
เฉลี่ย	1.70		57.63		153.78		2,178.81		N/A		N/A	
จำนวนเต็ม	0.36		24.06		127.42		1,213.44		N/A		N/A	
ทั้งหมด	7.17	3,714	254.58	15,182	896.31	30,590	14,286.32	68,674	N/A	N/A	N/A	N/A

ตารางที่ ก.17 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.2.1.1 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 2

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	155	429	622	1,260	1,980	4,782
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	64	210	299	540	829	1,811
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหอง	81	206	309	668	1,082	2,786
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหอง (วินาที)	0.02	0.06	0.06	0.22	0.36	1.23
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.03	0.05	0.07	0.03	0.03	1.88
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.03	0.21	0.30	2.39	6.46	57.25
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	15,850	39,779	63,339	96,453	156,453	354,643
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุด	15,850	39,779	63,339	96,453	156,453	354,643
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

ตารางที่ ก.18 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.2.1.1 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 3

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	264	899	1,284	3,149	4,924	12,519
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	64	207	297	531	820	1,828
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหาค่า	9	8	10	13	14	20
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหาค่า (วินาที)	0.06	0.12	0.15	0.83	2.47	19.09
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.03	0.14	0.12	0.42	5.91	6.80
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาทีก)	0.01	0.02	0.03	0.19	0.68	6.48
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	15,848	39,779	63,562	96,458	156,663	354,785
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุด	15,848	39,779	63,562	96,458	156,663	354,785
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00



ตารางที่ ก.19 แสดงรายละเอียดจำนวนตัวแปรที่เพิ่มตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.2.1.1 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาค่าที่ 3

ชุดข้อมูล	1		2		3		4		5		6	
	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม
1	0.06	108	0.13	288	0.13	350	0.67	700	3.52	731	6.72	1,560
2	0.06	40	0.25	231	0.27	254	1.06	620	1.94	835	24.34	1,554
3	0.02	15	0.19	87	0.28	196	1.09	463	6.20	819	100.23	1,221
4	0.06	8	0.09	45	0.25	95	0.88	311	4.56	471	9.55	1,558
5	0.03	4	0.13	16	0.11	50	4.50	169	4.22	474	28.91	1,225
6	0.02	11	0.08	7	0.08	21	0.38	141	4.16	264	15.88	794
7	0.03	2	0.06	0	0.17	2	0.33	81	3.33	168	19.94	500
8	0.22	0	0.06	0	0.06	1	0.69	32	2.56	116	7.88	495
9	0.02	0			0.06	0	0.22	17	1.17	66	7.19	475
10					0.06	0	0.20	18	0.59	40	7.88	564
11							0.45	3	1.06	30	10.33	258
12							0.19	0	0.55	10	5.08	156
13							0.19	0	0.39	0	128.52	68
14									0.39	0	1.47	34
15											1.19	39

ตารางที่ ก.20 แสดงรายละเอียดจำนวนตัวแปรที่เพิ่มตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.2.1.1 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาค่าที่ 3 (ต่อ)

ชุดข้อมูล	1		2		3		4		5		6	
	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม
16											2.64	10
17											1.09	3
18											1.01	7
19											0.95	0
20											0.95	0
เฉลี่ย	0.06		0.12		0.15		0.83		2.47		19.09	
จำนวนเต็ม	0.03		0.14		0.12		0.42		5.91		6.80	
ทั้งหมด	0.55	188	1.13	674	1.59	969	11.27	2,555	40.55	4,024	388.53	10,521

ตารางที่ ก.21 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.2.1.2 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 2

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	229	522	709	1,406	2,169	N/A
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	57	200	283	511	810	N/A
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหาค่า	155	299	396	814	1,271	N/A
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหาค่า (วินาที)	0.03	0.09	0.10	0.83	1.79	N/A
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.05	0.10	0.05	0.69	1.27	N/A
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาทีก)	0.07	0.46	0.69	11.24	37.97	>300
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	129,063	330,258	537,614	894,186	1,421,869	N/A
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุด	129,063	330,258	537,614	894,186	1,421,869	N/A
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	N/A

ตารางที่ ก.22 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.2.1.2 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 3

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	516	1,833	2,477	6,500	10,013	23,060
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	57	202	288	527	808	1,803
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหอง	5	7	6	9	9	12
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหอง (วินาที)	0.08	0.25	0.45	1.89	4.70	45.01
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.03	0.06	0.12	0.19	0.86	91.25
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.01	0.03	0.05	0.29	0.72	10.52
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	129,063	330,258	538,524	894,186	1,421,869	3,373,462
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุด	129,063	330,258	538,524	894,186	1,421,869	3,373,462
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

ตารางที่ ก.23 แสดงรายละเอียดจำนวนตัวแปรที่เพิ่มตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.2.1.2 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาค่าที่ 3

ชุดข้อมูล	1		2		3		4		5		6	
	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม
1	0.14	314	0.16	765	0.49	1,045	2.13	1,996	7.28	2,533	40.39	5,237
2	0.13	117	0.45	477	0.84	623	2.91	1,144	6.17	2,204	136.94	4,092
3	0.06	9	0.27	272	0.48	355	5.89	1,387	15.20	1,388	60.88	3,006
4	0.03	0	0.41	77	0.38	139	2.09	897	4.17	1,326	40.94	2,693
5	0.03	0	0.17	17	0.27	0	1.69	278	3.31	1,378	46.80	2,864
6			0.14	0	0.27	0	0.56	138	3.55	229	57.72	2,113
7			0.14	0			0.81	66	1.27	55	48.53	1,760
8							0.45	0	0.67	0	65.34	1,028
9							0.45	0	0.67	0	25.37	198
10											6.98	69
11											5.09	0
12											5.09	0
เฉลี่ย	0.13		0.99		1.86		11.87		22.35		223.57	
จำนวนเต็ม	0.16		3.44		0.73		1.00		12.75		434.66	
ทั้งหมด	0.67	755	8.41	2,746	10.03	4,128	60.34	8,908	146.88	13,268	1,999.63	34,710

ตารางที่ ก.24 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.2.2.1 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 2

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	194	804	1,119	2,586	N/A	N/A
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	63	186	258	481	N/A	N/A
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหอง	120	581	806	1,994	N/A	N/A
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหอง (วินาที)	0.04	0.26	0.36	3.46	N/A	N/A
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.05	0.36	1.56	5.77	N/A	N/A
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.09	2.57	4.82	115.10	> 300	> 300
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	14,131	32,010	51,305	81,774	N/A	N/A
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุด	14,132	32,012	51,311	81,774	N/A	N/A
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.01	0.01	0.01	0.00	N/A	N/A

ตารางที่ ก.25 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.2.2.1 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 3

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	640	3,201	4,303	14,299	21,837	N/A
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	59	180	255	474	714	N/A
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหอง	7	13	14	19	22	N/A
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหอง (วินาที)	0.09	0.60	1.00	8.51	38.09	N/A
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.05	1.11	4.31	82.45	10.89	N/A
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาทีก)	0.01	0.15	0.30	4.07	14.15	> 300
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	14,131	32,017	51,426	81,754	128,487	N/A
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุด	14,131	32,018	51,430	81,755	128,487	N/A
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	N/A

ตารางที่ ก.26 แสดงรายละเอียดจำนวนตัวแปรที่เพิ่มตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.2.2.1 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาค่าที่ 3

ชุดข้อมูล	1		2		3		4		5		6	
	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม
1	0.14	327	0.52	1,242	0.97	1,519	14.89	3,812	35.28	3,933	N/A	N/A
2	0.13	168	1.19	925	2.11	1,233	26.59	3,447	66.55	3,875	N/A	N/A
3	0.09	53	2.23	318	1.59	575	14.74	1,955	96.25	4,153	N/A	N/A
4	0.08	13	0.58	202	1.11	381	10.50	1,575	179.73	3,082	N/A	N/A
5	0.05	3	0.55	112	3.88	122	20.03	1,026	35.09	1,556	N/A	N/A
6	0.06	0	0.48	96	0.61	57	7.30	753	25.02	1,079	N/A	N/A
7	0.06	0	0.44	47	0.75	61	6.72	333	27.00	948	N/A	N/A
8			0.36	20	0.58	16	5.83	240	30.34	660	N/A	N/A
9			0.33	11	0.45	16	6.23	202	30.27	370	N/A	N/A
10			0.28	2	0.45	4	6.41	132	30.23	290	N/A	N/A
11			0.28	1	0.38	3	6.92	78	31.36	326	N/A	N/A
12			0.27	0	0.39	1	5.22	81	26.48	151	N/A	N/A
13			0.27	0	0.34	0	4.94	37	25.95	158	N/A	N/A
14					0.34	0	5.02	6	26.09	75	N/A	N/A
15							4.44	6	29.14	115	N/A	N/A



ตารางที่ ก.27 แสดงรายละเอียดจำนวนตัวแปรที่เพิ่มตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.2.2.1 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาค่าที่ 3 (ต่อ)

ชุดข้อมูล	1		2		3		4		5		6	
	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม
16							4.16	5	16.69	16	N/A	N/A
17							3.84	17	25.66	40	N/A	N/A
18							4.00	0	30.47	63	N/A	N/A
19							4.00	0	20.00	7	N/A	N/A
20									16.66	40	N/A	N/A
21									16.81	0	N/A	N/A
21									16.81	0	N/A	N/A
เฉลี่ย	0.09		0.60		1.00		8.51		38.09			N/A
จำนวนเต็ม	0.05		1.11		4.31		82.45		10.89			N/A
ทั้งหมด	0.66	564	8.88	2,976	18.27	3,988	244.22	13,705	848.78	20,937	N/A	N/A

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ก.28 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.2.2.2 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 2

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	183	554	776	N/A	N/A	N/A
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	71	189	267	N/A	N/A	N/A
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหอง	109	331	463	N/A	N/A	N/A
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหอง (วินาที)	0.08	0.87	1.77	N/A	N/A	N/A
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.33	3.04	6.10	N/A	N/A	N/A
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.15	4.84	13.77	>300	>300	>300
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	128,761	327,950	534,348	N/A	N/A	N/A
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุด	128,920	328,060	534,561	N/A	N/A	N/A
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.12	0.03	0.04	N/A	N/A	N/A

ตารางที่ ก.29 แสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.2.2.2 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาที่ 3

ชุดข้อมูล	1	2	3	4	5	6
จำนวนสมการขอบเขต	85	234	324	603	909	2,007
จำนวนตัวแปรปัญหาหลักที่ถูกจำกัดตัวแปร (ตัวแปรเบื้องต้น)	76	225	315	594	900	1,998
จำนวนตัวแปรหลังจากผ่านการเพิ่มตัวแปร	1,530	5,616	10,478	26,341	42,314	N/A
จำนวนตัวแปรที่ไม่เป็นศูนย์	71	180	275	494	737	N/A
จำนวนรอบในการแก้ปัญหาหอง	4	6	6	6	7	N/A
เวลาเฉลี่ยต่อรอบในการแก้ปัญหาหอง (วินาที)	0.37	1.69	4.87	68.73	292.76	N/A
เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็ม (วินาที)	0.11	3.55	34.38	17,012.84	3,231.52	N/A
เวลาที่ใช้ทั้งหมด (นาที)	0.03	0.23	1.06	290.42	88.02	>300
คำตอบที่เป็นจำนวนจริงที่ดีที่สุด	128,761	327,950	534,682	889,219	1,413,508	N/A
คำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุด	128,761	327,950	534,682	889,219	1,413,529	N/A
ร้อยละของผลต่างระหว่างคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มที่ดีที่สุดกับคำตอบที่ดีที่สุด	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	N/A

ตารางที่ ก.30 แสดงรายละเอียดจำนวนตัวแปรที่เพิ่มตามรูปแบบปัญหาในหัวข้อที่ 5.2.2.2 โดยใช้วิธีแก้ปัญหาค่าที่ 3

ชุดข้อมูล	1		2		3		4		5		6	
	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม	เวลาที่ใช้ (วินาที)	จำนวนที่ เพิ่ม
1	0.17	882	1.97	2,771	5.69	3,861	130.77	9,039	557.52	10,881	N/A	N/A
2	0.28	572	3.78	1,789	8.77	2,795	101.62	7,813	661.58	12,204	N/A	N/A
3	0.52	0	1.91	821	5.05	2,324	99.61	6,319	213.73	8,140	N/A	N/A
4	0.52	0	1.19	10	4.61	1,183	52.40	2,576	208.05	4,744	N/A	N/A
5			0.66	0	2.55	0	13.99	0	180.94	5,445	N/A	N/A
6			0.66	0	2.55	0	13.99	0	113.77	0	N/A	N/A
7									113.77	0		
เฉลี่ย	0.37		1.69		4.87		68.73		292.76		N/A	
จำนวนเต็ม	0.11		3.55		34.38		17,012.84		3,231.52		N/A	
ทั้งหมด	1.59	1,454	13.70	5,391	63.58	10,163	17,425.20	25,747	5,280.86	41,414	N/A	N/A

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายวันชนะ วชิรวัฒน์ธำรง เกิดเมื่อวันที่ 8 ธันวาคม พ.ศ. 2526 ที่โรงพยาบาล จุฬาลงกรณ์ จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาระดับชั้นมัธยมศึกษาจากโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา เมื่อปีการศึกษา 2543 และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาบัณฑิต ในหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2547 และเข้ารับการศึกษาคือต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยในปีการศึกษา 2548



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย