การจำลองตัวแบบความถดถอยเชิงลำดับชั้น เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ไม่เท่ากัน

นาย รวิช วงศ์สวัสดิ์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2550

A SIMULATION OF HIERARCHICAL REGRESSION MODEL WITH UNEQUAL VARIANCE OF RANDOM ERROR AT LEVEL ONE

Mr. Rawich Wongsawad

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Statistic Program in Statistics
Department of Statistics
Faculty of Commerce and Accountancy
Chulalongkorn University
Academic Year 2007

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การจำลองตัวแบบถดถอยเชิงลำดับชั้น เมื่อความแปรปรวน ของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ไม่เท่ากัน
โดย	นายรวิช วงศ์สวัสดิ์
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

....คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี
(รองศาสตราจารย์ ดร.อรรณพ ต้นละมัย)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

....ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.กัลยา วานิชย์บัญชา)

....อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา)

....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์)

รวิช วงศ์สวัสดิ์ : การจำลองตัวแบบความถดถอยเชิงลำดับชั้น เมื่อความแปรปรวนของคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ไม่เท่ากัน.(A SIMULATION OF HIERARCHICAL LINEAR MODEL WITH UNEQUAL VARIANCE OF RANDOM ERROR AT LEVEL ONE) อ.ที่ปรึกษา: รศ. ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา, 110 หน้า .

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อการจำลองตัวแบบความถดถอยเชิงลำดับชั้น กรณีที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ไม่เท่ากัน และศึกษาการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ และพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวน ระหว่างวิธี Iterative Generalized Least Square (IGLS) และ วิธี Restricted Iterative Generalized Least Square (RIGLS) โดยที่ทำศึกษาภายใต้สถานการณ์ทดลองต่างๆ ดังนี้ 1) ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (Intra Class Correlation) มีค่าเท่ากับ 0.05, 0.20 และ 0.35 2) ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 หรือ จำนวนกลุ่มของหน่วยตัวอย่าง มีค่าเท่ากับ 15 30 และ 50 3) ค่าสัดส่วนของความผันแปรในระดับที่ 1 เท่ากับ 0.05 0.25 0.50 0.75 และ 1.00 สำหรับงานวิจัยนี้ทำการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล กระทำซ้ำ 500 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ ด้วยโปรแกรมภาษาคอมพิวเตอร์ ส่วนเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบคือ ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของการประมาณแต่ละพารามิเตอร์ (Mean Square Error ; MSE) ซึ่งสามารถสรุปผลงานวิจัย ได้ดังนี้

1) สำหรับวิธี IGLS และ วิธี RIGLS ประสิทธิภาพของการประมาณค่าทุกพารามิเตอร์ จะเพิ่มขึ้น เมื่อขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 เพิ่มขึ้น และ จะลดลง เมื่อค่าสัดส่วนความแปรปรวนในระดับที่ 1 เพิ่มขึ้น แต่เมื่อค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่มเพิ่มขึ้น ประสิทธิภาพของการประมาณค่าพารามิเตอร์เฉพาะพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ และพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 เท่านั้น จะลดลง

2) วิธี IGLS จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี RIGLS เมื่อจำนวนกลุ่มของหน่วยตัวอย่าง เท่ากับ 15 และ 30 กลุ่ม กรณีมีความผันแปรระหว่างกลุ่มในระดับต่ำ และความผันแปรระหว่างหน่วยตัวอย่างในระดับปานกลางขึ้นไป และกรณีมีความผันแปรระหว่างกลุ่มในระดับปานกลางขึ้นไป

วิธี RIGLS จะมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี IGLS เมื่อจำนวนกลุ่มของหน่วยตัวอย่าง เท่ากับ 15 กลุ่ม กรณีมีความผันแปรระหว่างกลุ่ม และระหว่างหน่วยตัวอย่างในระดับต่ำ

ทั้งสองวิธีจะมีประสิทธิภาพไม่แตกต่างกัน เมื่อจำนวนกลุ่มของหน่วยตัวอย่าง เท่ากับ 30 กลุ่ม กรณีมีความผันแปรระหว่างกลุ่ม และระหว่างหน่วยตัวอย่างในระดับต่ำ และเมื่อจำนวนกลุ่มของหน่วยตัวอย่างเท่ากับ 50 กลุ่ม

ภาควิชา สถิติ ลายมือชื่อนิสิต........รวิช วงศ์สวัสดิ์..........

สาขาวิชา สถิติ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา..........

ปีการศึกษา 2550

4882244126 : MAJORS STATISTICS

KEY WORD: HIERARCHICAL REGRESSION MODEL/ HETEROSCEDASTICITY/ COMPLEX VARIANCE / IGLS/ RIGLS

RAWICH WONGSAWAD : A SIMULATION OF HIERARCHICAL LINEAR MODEL WITH UNEQUAL VARIANCE OF RANDOM ERROR AT LEVEL ONE. THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. SUPOL DURONGWATANA,Ph.D.,110 pp.

The objective of this thesis is to study a simulation of hierarchical linear model with unequal variance of random error at level one and the efficiency of estimating method for fix parameter and variance components between Iterative Generalized Least Square (IGLS) and Restricted Iterative Generalized Least Square (RIGLS). In this study, the data were generates as the following 1) Intraclass correlation is specified at 0.05,0.20 and 0.35 2) The level two sample size (or Number of group) is specified at 15, 30 and 50 3)The ratio of variation at level one (K) is specified at 0.05 0.25 0.50 0.75 and 1.00. The data was generated through the Monte Carlo simulation technique and repeating 500 times for each case. The criteria used in comparising the estimation method is mean square error (MSE). The results of this thesis are as followed:

1. For IGLS and RIGLS method, efficiency of estimating all parameter gives high efficiency when number of groups is increasing and low efficiency when the ratio of variation at level one (K) is increasing. Moreover, when Intraclass correlation (ICC) is increasing, efficiency of estimating only fix parameter and level two variance components give low efficiency.

2. IGLS method gives higher efficiency than RIGLS method when number of groups equal to 15 and 30 groups with low level of variation between groups and more moderate level of variation between sample units and with more moderate level of variation between groups

RIGLS method gives higher efficiency than IGLS when number of groups equal to 15 groups with low level of variation between groups and between sample units.

Both methods give the same efficiency when number of groups equal to 30 groups with low level of variation between groups and between sample units and when number of groups equal to 50 groups.

Department : Statistics

Field of Study: Statistics

Academic Year : 2007

Student's Signature : Rawich Chaykaew

Advisor's Signature : Supol Durongwatana

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ รองศาสตราจารย์ ดร. สุพล ดุรงค์วัฒนา อาจารญที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ เป็นอย่างดีมาโดยตลอด ผู้วิจัยใคร่ของกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ซึ่งประกอบด้วย รองศาสตราจารย์ ดร.กัลยา วานิชย์บัญชา และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์ ที่ได้กรุณาช่วยตรวจและแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ผู้เขียนขอขอบคุณเจ้าหน้าที่ห้องสมุด คณะพานิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ได้อำนวยความสะดวกในด้านตำราซึ่งใช้ในการค้นคว้าประกอบการทำวิทยานิพนธ์

สุดท้ายนี้ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ คุณป้า คุณน้า พี่น้องของผู้เขียน เพื่อนที่รักทุกคน และรุ่นน้องทุกคน ที่ให้กำลังใจและส่งเสริมสนับสนุนด้านการเรียนของผู้เขียนตลอดมา

สารบัญ

สารบัญตาราง

สารบัญตาราง

ตาราง หน้า

สารบัญตาราง

สารบัญตาราง

ตาราง หน้า

สารบัญตาราง

ตาราง หน้า

สารบัญตาราง

สารบัญตาราง

ตาราง หน้า

สารบัญภาพ

สารบัญภาพ

สารบัญภาพ

แผนผัง หน้า

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบัน งานวิจัยด้านต่างๆ เช่น สังคมศาสตร์ พฤติกรรมศาสตร์ หรือ ทางการแพทย์ ส่วนใหญ่ ข้อมูลจะมีลักษณะการสอดแทรก (Nested) หรือระดับชั้นลดหลั่นกัน (Hierarchy) เช่น ข้อมูลของคนไข้ในแต่ละโรงพยาบาล ข้อมูลของพนักงานในแต่ละองค์กร ข้อมูลของนักศึกษาในแต่ละคณะ เป็นต้น การวิเคราะห์ข้อมูลเพียงระดับเดียว อาจทำให้เกิดปัญหา เกี่ยวกับความเที่ยงตรงทางสถิติ เนื่องจาก อาจละเลยโครงสร้างของระดับข้อมูล ทำให้ไม่สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างระดับกันได้ และเกิดความผิดพลาดในการสรุปผลระหว่างระดับ (Aggregation Bias) ดังนั้น การเลือกเทคนิคการวิเคราะห์ข้อมูล จึงต้องคำนึงถึงความเหมาะสมกับ ธรรมชาติของข้อมูล จึงเป็นสิ่งที่จำเป็น ซึ่งจะทำให้ผลงานวิจัย มีความถูกต้อง และน่าเชื่อถือยิ่งขึ้น (ศิริชัย กาญจนวาสี,2532)

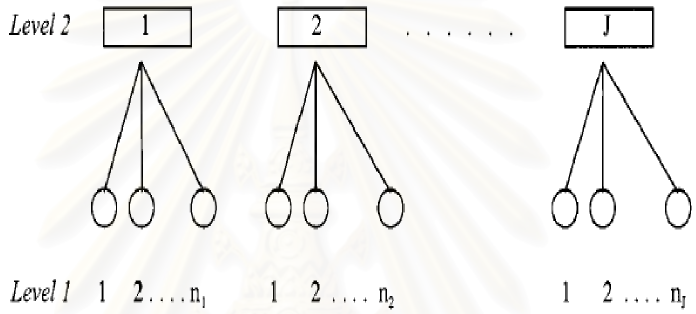
โดยทั่วไปการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ จะเป็นการวิเคราะห์แบบระดับเดียว (Single-Level Analysis) เช่น การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance) การวิเคราะห์การถดถอย (regression analysis) และการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Analysis of Covariance) เป็นต้น เมื่อข้อมูลมีลักษณะระดับชั้นลดหลั่นกัน จำเป็นต้องจัดให้ข้อมูลอยู่ในระดับเดียวกันก่อน แล้วจึงทำการวิเคราะห์ข้อมูลได้ ซึ่งส่วนใหญ่สามารถปฏิบัติได้ 2 วิธี คือ วิธี Aggregation และ วิธี Disaggregation ซึ่งเสนอโดย Snijder และ Bosker (1999) ดังนี้

วิธีแรก Aggregation เป็นการรวมข้อมูลระดับ Micro-level ไปเป็นข้อมูลระดับ Macro-Level แล้วทำการวิเคราะห์ข้อมูลในระดับ Macro-Level ซึ่งผลการวิเคราะห์พบว่า ไม่สามารถนำไปเป็นข้อสรุปของระดับ Micro-Level ได้ และ มีความแตกต่างกัน เมื่อใช้หน่วยตัวอย่างที่มีความแตกต่างกันสำหรับการวิเคราะห์

วิธีสอง Disaggregation เป็นการกระจายข้อมูลระดับ Macro-Level ให้เป็นข้อมูลระดับ Micro-Level และทำการวิเคราะห์ข้อมูลในระดับ Micro-Level ซึ่งผลวิเคราะห์พบว่า เพิ่มโอกาสการเกิดความผิดพลาดประเภทที่หนึ่ง (Type I error) และการประมาณค่า ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการประมาณพารามิเตอร์ ผิดพลาด เนื่องจาก ส่วนใหญ่ข้อมูลที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน จะมีความสัมพันธ์กัน ดังนั้นการกระจายข้อมูล จึงคล้ายกับเป็นการทำลายโครงสร้างของข้อมูล

การวิเคราะห์ตัวแบบเชิงเส้นแบบเชิงลำดับชั้น (Hierarchical Linear Model Analysis) เป็นการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ ที่ถูกพัฒนาขึ้นสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลที่มีลักษณะสอดแทรก หรือระดับชั้นลดหลั่นกัน โดยให้ความสำคัญกับระดับชั้นของข้อมูล และแยกความผันแปรที่เกิดขึ้นแต่ละระดับ จึงสามารถแก้ปัญหาจากการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสองวิธีดังกล่าวข้างต้นได้

ในการวิจัยครั้งนี้ จะกล่าวถึงเฉพาะกรณีที่ข้อมูลมีโครงสร้างแบบเป็นลำดับชั้น 2 ระดับเท่านั้น โดยข้อมูลในระดับที่ 1 เรียกว่า " Micro-level Unit " และข้อมูลในระดับที่ 2 เรียกว่า " Macro-level Unit " เช่น โรงเรียนจำนวน J โรงเรียน แต่ละโรงเรียน มีนักเรียนจำนวน n_j คน โดยที่ j = 1,2,…,J



ภาพประกอบที่ 1.1 แสดงลักษณะโครงสร้างข้อมูลของตัวแบบถดถอยเชิงเส้นเชิงลำดับชั้น (Hierarchical Linear Model) 2 ระดับ

จากภาพประกอบที่ 1.1 ตัวแบบเชิงเส้นแบบเชิงลำดับชั้น (Hierarchical Linear Model) สำหรับโครงสร้างข้อมูลที่มี 2 ระดับชั้น และ 1 ตัวแปรอิสระ มีรูปแบบดังนี้

ตัวแบบระดับที่ 1 (Level-1 Model)

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} x_{1ij} + \varepsilon_{ij} \qquad i = 1,2,3,..., n_j \quad j = 1,2,3,..., J \qquad (1.1)$$

ตัวแบบระดับที่ 2 (Level-2 Model)

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + u_{qj} \qquad j = 1,2,3,..., J, \quad q = 0,1 \qquad (1.2)$$

จาก สมการ (1.1) และ (1.2) สามารถเขียนตัวแบบรวม (Combined Model) ได้ดังนี้

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}x_{ij} + u_{0j} + u_{1j}x_{ij} + \varepsilon_{ij} \qquad i = 1,2,3,\ldots,n_j \;,\; j = 1,2,3,\ldots,J \qquad (1.3)$$

หรือสามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ ได้ดังนี้

ตัวแบบระดับที่ 1 (Level-1 Model)

$$\underset{\sim}{Y}_j = X_j \underset{\sim}{\beta}_j + \underset{\sim}{\varepsilon}_j \qquad (1.4)$$

ตัวแบบระดับที่ 2 (Level-2 Model)

$$\underset{\sim}{\beta}_j = \underset{\sim}{\gamma} + \underset{\sim}{u}_j \qquad (1.5)$$

ตัวแบบรวม (Combined Model)

$$\underset{\sim}{Y}_j = X_j \underset{\sim}{\gamma} + X_j \underset{\sim}{u}_j + \underset{\sim}{\varepsilon}_j \qquad (1.6)$$

เมื่อ

$\underset{\sim}{Y}_j$ แทนเวกเตอร์ของตัวแปรตามของกลุ่มที่ j ที่มีขนาด $(n_j \times 1)$

X_j แทนเมตริกซ์ของตัวแปรอิสระในระดับที่ 1 ของกลุ่มที่ j ที่มีขนาด $(n_j \times 2)$

$\underset{\sim}{\beta}_j$ แทนเวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ถดถอยของกลุ่มที่ j ที่มีขนาด (2×1)

$\underset{\sim}{\varepsilon}_j$ แทนเวกเตอร์ความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 (Level-1 Random Errors) ของกลุ่มที่ j ที่มีขนาด $(n_j \times 1)$

$\underset{\sim}{\gamma}$ แทนเวกเตอร์ของอิทธิพลคงที่ (Fixed Effects) ที่มีขนาด (2×1)

และ $\underset{\sim}{u}_j$ แทนเวกเตอร์ของอิทธิพลสุ่มหรือความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 2 (Level-2 Random Effects or Level-2 Random Errors) ของกลุ่มที่ j ที่มีขนาด (2×1)

สำหรับตัวแบบถดถอยเชิงลำดับชั้น พารามิเตอร์สามารถแบ่งออกเป็นสองส่วน คือ พารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ (Fixed Effects Parameters) คือ สัมประสิทธิ์การถดถอย ($\underline{\gamma}$) และ พารามิเตอร์ของอิทธิพลสุ่ม (Random Effects Parameters) คือ ความแปรปรวนในระดับที่ 1 (σ^2) ความแปรปรวน และความแปรปรวนร่วมในระดับที่ 2 (τ_{00} , τ_{11}) โดยที่ σ^2 , τ_{00} , τ_{11} และ τ_{01} เรียกว่า " ส่วนประกอบความแปรปรวน " นอกจากนี้ อาจเรียก ตัวแบบดังกล่าวข้างต้นว่า " ตัวแบบสัมประสิทธิ์การถดถอยสุ่ม (Random Coefficients Model) "

เงื่อนไขเบื้องต้นของตัวแบบสัมประสิทธิ์การถดถอยสุ่ม (Random Coefficients Model)

1. เวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ($\underset{\sim}{\varepsilon}_j$) มีการแจกแจงแบบปกติหลายตัวแปร ที่มีค่าเฉลี่ย $\underset{\sim}{0}$ และความแปรปรวน $\sigma^2 \cdot I_{n_j}$ กล่าวคือ $\underset{\sim}{\varepsilon}_j \overset{iid}{\sim} N_{n_j}(\underset{\sim}{0}, \sigma^2 \cdot I)$

2. เวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 2 ($\underset{\sim}{u}_j$) มีการแจกแจงแบบปกติหลายตัวแปร ที่มีค่าเฉลี่ย $\underset{\sim}{0}$ และ เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม $T = \begin{bmatrix} \tau_{00} & \tau_{01} \\ \tau_{01} & \tau_{11} \end{bmatrix}$ กล่าวคือ

$\underset{\sim}{u}_j \overset{iid}{\sim} N(\underset{\sim}{0}, \begin{bmatrix} \tau_{00} & \tau_{01} \\ \tau_{01} & \tau_{11} \end{bmatrix})$ ซึ่ง τ_{00} เป็นความแปรปรวนของ u_{0j} , τ_{11} เป็นความแปรปรวนของ u_{1j} และ τ_{01} ซึ่งเป็นความแปรปรวนร่วมระหว่าง u_{0j} กับ u_{1j}

3. ความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ($\underset{\sim}{\varepsilon}_j$) และระดับที่ 2 ($\underset{\sim}{u}_j$) เป็นอิสระต่อกัน กล่าวคือ $\mathrm{cov}(\underset{\sim}{\varepsilon}_j, \underset{\sim}{u}_j) = 0$

4. ความความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1($\underset{\sim}{\varepsilon}_j$) และระดับที่ 2 ($\underset{\sim}{u}_j$) เป็นอิสระกับตัวแปร อิสระในระดับที่ 1 (X_j) กล่าวคือ $\mathrm{cov}(\underset{\sim}{\varepsilon}_j, X_j) = 0$ และ $\mathrm{cov}(\underset{\sim}{u}_j, X_j) = 0$

ในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยกำหนดให้ แปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับ 1 ($\underset{\sim}{\varepsilon}_j$) ไม่เป็นไปตามเงื่อนไขเบื้องต้นของตัวแบบ โดยที่ ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่ม ในระดับที่ 1 ไม่คงที่ และขึ้นกับตัวแปรอิสระ ดังนี้

ε_{ij} เป็น ความผันแปรรวม (Total Variation) ในระดับ 1 คือ $\varepsilon_{ij} = e_{0ij} + e_{1ij} \cdot x_{ij}$

โดยที่

$$\begin{bmatrix} e_{0ij} \\ e_{1ij} \end{bmatrix} \overset{iid}{\sim} N(\underset{\sim}{0}, \begin{bmatrix} {\sigma_{e0}}^2 & 0 \\ 0 & {\sigma_{e1}}^2 \end{bmatrix})$$

จะสามารถเขียนตัวแบบได้ใหม่ ดังนี้

ตัวแบบระดับที่ 1 (Level-1 Model)

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} x_{1ij} + e_{0ij} + e_{1ij} \cdot x_{ij} \qquad ; i = 1,2,3,..., n_j \ , \ j = 1,2,3,..., J \quad (1.7)$$

ตัวแบบระดับที่ 2 (Level-2 Model)

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + u_{qj} \qquad ; j = 1,2,3,..., J \ , \ q = 0,1 \quad (1.8)$$

ตัวแบบรวม (Combined Model)

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10} x_{ij} + u_{0j} + u_{1j} x_{ij} + e_{0ij} + e_{1ij} \cdot x_{ij} \quad (1.9)$$

$$i = 1,2,3,..., n_j \ \ j = 1,2,3,..., J$$

หรือสามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ ได้ดังนี้

ตัวแบบระดับที่ 1 (Level-1 Model)

$$\underset{\sim}{Y}_j = X_j \underset{\sim}{\beta}_j + Z_j \underset{\sim}{\varepsilon}_j \quad (1.10)$$

ตัวแบบระดับที่ 2 (Level-2 Model)

$$\underset{\sim}{\beta}_j = \underset{\sim}{\gamma} + \underset{\sim}{u}_j \quad (1.11)$$

ตัวแบบรวม (Combined Model)

$$\underset{\sim}{Y}_j = X_j \underset{\sim}{\gamma} + X_j \underset{\sim}{u}_j + Z_j \underset{\sim}{\varepsilon}_j \quad (1.12)$$

โดยที่

$$\underset{\sim}{Y}_j = \begin{bmatrix} y_{1j} \\ y_{2j} \\ \vdots \\ y_{n_j j} \end{bmatrix}$$ แทน เวกเตอร์ของตัวแปรตามของกลุ่มที่ j ขนาด $(n_j \times 1)$

$$X_j = \begin{bmatrix} 1 & x_{1j} \\ 1 & x_{2j} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n_j j} \end{bmatrix}$$ แทน เมตริกซ์ของตัวแปรอิสระในระดับที่ 1 ของกลุ่มที่ j ขนาด $(n_j \times 2)$

$$Z_j = \begin{bmatrix} 1 & x_{1j} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & x_{2j} & \cdots & 0 & 0 \\ & & & & \ddots & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & x_{n_j j} \end{bmatrix}$$ แทน เมตริกซ์ของตัวแปรอิสระในระดับที่ 1 ในแนว

ทแยงมุมของกลุ่มที่ j ขนาด $(n_j \times 2n_j)$

$$\underset{\sim}{\beta}_j = \begin{bmatrix} \beta_{0j} \\ \beta_{1j} \end{bmatrix}$$ แทน เวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ถดถอยของกลุ่มที่ j ขนาด (2×1)

$$\underset{\sim}{\varepsilon}_j = \begin{bmatrix} e_{01j} \\ e_{11j} \\ \vdots \\ e_{0n_j j} \\ e_{1n_j j} \end{bmatrix}$$ แทน เวกเตอร์ความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 (Level-1 Random Errors)

ของ กลุ่มที่ j ขนาด $(2n_j \times 1)$

$$\gamma = \begin{bmatrix} \gamma_{00} \\ \gamma_{10} \end{bmatrix}$$ แทนเวกเตอร์ของอิทธิพลคงที่ (Fixed Effects) ที่มีขนาด (2×1)

และ $\underset{\sim}{u}_j = \begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{1j} \end{bmatrix}$ แทนเวกเตอร์ของอิทธิพลสุ่มหรือความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 2 (Level-2 Random Effects or Level-2 Random Errors) ของกลุ่มที่ j ขนาด (2×1)

วิธีการประมาณพารามิเตอร์ในตัวแบบที่เป็นที่นิยมใช้กันคือ การประมาณด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Method or Full Maximum Likelihood Method : FML) โดยเป็นวิธีประมาณที่หาตัวประมาณภายใต้เงื่อนไขที่ความคลาดเคลื่อนสุ่มในทั้งสองระดับมีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งตัวประมาณที่ได้จากวิธีนี้จะเป็นตัวประมาณที่เอนเอียง (Biased) แต่มีคุณสมบัติที่ดีคือเป็นตัวประมาณที่มีความไม่เอนเอียงเมื่อใกล้อนันต์ (Asymptotic Unbiased) มีความคงเส้นคงวา (Consistent) และมีประสิทธิภาพ (Efficient)

ตัวประมาณที่ได้จากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเป็นตัวประมาณที่มีความเอนเอียงโดยเฉพาะเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก จึงได้มีการพัฒนาวิธีการประมาณ เรียกว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบมีข้อจำกัด (Restricted Maximum Likelihood Method : REML) ซึ่งเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง (Unbiased Estimator)

ในการหาค่าประมาณของพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดดังกล่าว จะใช้การประมาณ (Approximation) โดยที่อัลกอริทึม (Algorithm) ที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับตัวแบบเชิงเส้นพหุระดับมีอยู่ด้วยกันหลายวิธีเช่น วิธี Expectation-Maximization (EM) วิธี Fisher Scoring วิธี Iterative Generalized Least Square (IGLS) วิธี Restricted Iterative Generalized Least Square (RIGLS) ตัวประมาณที่ได้จากอัลกอริทึมในข้างต้นสุดท้ายแล้วจะลู่เข้า (converge) สู่ค่าประมาณที่เหมาะสม โดยทั่วไปแล้วเมื่อข้อสมมติเบื้องต้นของตัวแบบเป็นจริงทุกอัลกอริทึมจะได้ค่าประมาณที่ใกล้เคียงกัน แต่ถ้าตัวแบบมีความซับซ้อนมากขึ้นแต่ละอัลกอริทึมจะแตกต่างกันทั้งความเร็วในการลู่เข้าสู่ค่าประมาณ ความยากง่ายในการคำนวณ และในบางกรณีบางอัลกอริทึมอาจไม่ได้ค่าประมาณที่เหมาะสมโดยอาจมีค่าเป็นศูนย์หรือมีค่าติดลบ (Snijder and Bosker ,1999: 82-83)

ในปี ค.ศ. 1994 ,1995 แวน เดอ ลีเดน และ บูชชิ่ง (Van der Leeden and Busing ,1994) อฟราทอส (Afshatous, 1995) ได้ทำการศึกษาพบว่า จำนวนของกลุ่ม (Number of Groups) ควรมากกว่า 100 กลุ่ม จึงจะส่งผลให้ ตัวประมาณที่ได้ถูกต้องมากขึ้น และ สำหรับการประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอย หรือพารามิเตอร์ของอิทธิพลคงที่ (fixed effects parameter or fixed parameters) และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน จำนวนของ กลุ่ม มีความสำคัญ มากกว่า ขนาดของกลุ่ม

ในปี ค.ศ. 1986 โกลสเตน (Goldstein) ได้เสนอวิธี iterative generalized least squares (IGLS) โกลสเตนได้แสดงให้เห็นว่าตัวประมาณที่ได้จากวิธีนี้จะเป็นตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบเต็ม แต่จะตัวประมาณที่ได้จะเป็นตัวประมาณที่เอนเอียงเมื่อขนาดตัวอย่างเล็กและในปี ค.ศ. 1989 โกลสเตน ได้เสนอวิธี restricted unbiased iterative generalized least squares (RIGLS or REIGLS) ซึ่งเป็นตัวประมาณเป็นตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบจำกัด ทำให้ตัวประมาณที่ได้เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง

ในปี ค.ศ. 2000 บราวน์ และ แดรบเปอร์ (Browne and Draper, 2000) ทำการศึกษาพบว่าเมื่อ จำนวนของกลุ่มตัวอย่าง (Number of Groups) มีขนาดตั้งแต่ 6 ถึง 12 หน่วย ตัวประมาณที่ได้จากวิธี REML จะให้ค่าประมาณที่ดีกว่าตัวประมาณที่ได้จากวิธี FML และเมื่อจำนวนของกลุ่มตัวอย่าง (Number of Groups) มีขนาดตั้งแต่ 48 หน่วยขึ้นไปตัวประมาณที่ได้จากทั้งสองวิธีจะให้ค่าประมาณที่ไม่แตกต่างกัน

จากที่กล่าวมาในข้างต้นจะพบว่า แล้ว จำนวนของกลุ่มตัวอย่าง (Number of Groups) เป็นปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อคุณภาพของตัวประมาณ เมื่อข้อสมมติเบื้องต้นของตัวแบบเป็นจริง วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด กับวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบมีข้อจำกัด จะให้ค่าประมาณของสัมประสิทธิ์ถดถอย และค่าประมาณของความแปรปรวนในระดับที่ 1 (Level-1 Variance) ในตัวแบบที่แตกต่างกันเล็กน้อย แต่ค่าประมาณของส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 (Level-2 Variance Components) จะมีความแตกต่างกันเมื่อขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 มีขนาดเล็ก โดยที่ค่าประมาณของส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 ที่ได้จากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดข้อจำกัด จะให้ค่าประมาณผิดพลาดน้อยกว่าค่าประมาณที่ได้จากวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด แต่ถ้าขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 มีขนาดใหญ่ ค่าประมาณที่ได้จากทั้งสองวิธีก็จะมีค่าไม่แตกต่างกัน (Snijder and Bosker, 1999: 82-83; Raudenbush and Bryk, 2002 : 51-55, 436-438)

ดังนั้น จึงเป็นที่น่าสนใจว่า กรณีปัญหาความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ขึ้นกับตัวแปรอิสระ และขนาดตัวอย่างเล็ก การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วย วิธี Iterative Generalized Least Square (IGLS) และวิธี Restricted Iterative Generalized Least Square (RIGLS) ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้กับอัลกอริทึมของซอฟแวร์ในปัจจุบัน สำหรับประมาณค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลเชิงลำดับชั้น จะได้รับผลกระทบดังกล่าวเช่นใด

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาการจำลองตัวแบบเชิงลำดับชั้น และการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ไม่เท่ากัน และขึ้นกับตัวแปรอิสระ โดยมีวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ศึกษา 2 วิธี ดังนี้

1) วิธี Iterative generalized least square (IGLS)

2) วิธี Restricted iterative generalized least square (RIGLS)

1.3 สมมติฐานของการวิจัย

จาการศึกษาการวิจัยครั้งนี้ เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ไม่เท่ากัน และขึ้นกับตัวแปรอิสระ ส่วนใหญ่ การประมาณแต่ละพารามิเตอร์ด้วย วิธี IGLS และ วิธี RIGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน MSE (Mean Square Error) ไม่แตกต่างกัน

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ตัวแบบรวม (Combined Model) ที่ใช้ศึกษาเป็นตัวแบบสัมประสิทธิ์ถดถอยสุ่ม ที่มี 2 ระดับ ซึ่งในตัวแบบระดับที่ 1 มีตัวแปรอิสระ 1 ตัว อยู่ในรูปแบบดังนี้

ตัวแบบระดับที่ 1 (Level-1 Model)

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} x_{1ij} + e_{0ij} + e_{1ij} \cdot x_{ij} \qquad ; i = 1,2,3,\ldots, n_j \;,\; j = 1,2,3,\ldots, J$$

ตัวแบบระดับที่ 2 (Level-2 Model)

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + u_{qj} \qquad ; j = 1,2,3,\ldots, J \;,\; q = 0,1$$

ตัวแบบรวม (Combined Model)

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10} x_{ij} + u_{0j} + u_{1j} x_{ij} + e_{0ij} + e_{1ij} \cdot x_{ij} \qquad ; i = 1,2,3,\ldots, n_j \;\; j = 1,2,3,\ldots, J$$

ค่าคลาดเคลื่อนสุ่มในแต่ละระดับที่ 1 ($\varepsilon_j = (e_{0ij}, e_{1ij})^T$) และ ค่าคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 2 ($u_j = (u_{0j}, u_{1j})^T$) จะกำหนดให้มีการแจกแจงแบบปกติ หลายตัวแปร (Multivariate Normal Distribution) โดยที่ e_{0ij} , e_{1ij} เป็นอิสระกัน $\forall i \; \forall j$ และ u_{0j} , u_{1j} เป็นอิสระกัน $\forall j$

ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 1 ที่ติดกลุ่มอยู่ในระดับที่ 2 จะกำหนดให้มีขนาดตัวอย่างเท่ากันทุกกลุ่ม กล่าวคือ $n_j = n \quad \forall j$ เมื่อ n_j คือขนาดตัวอย่างในระดับที่ 1 ในกลุ่มที่ j

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

1. ตัวแบบเชิงเส้นแบบเชิงลำดับชั้น (Hierarchical Linear Model) ที่ใช้ศึกษาเป็นตัวแบบสัมประสิทธิ์ถดถอยสุ่ม ที่มี 2 ระดับ ซึ่งในตัวแบบระดับที่ 1 มีตัวแปรอิสระ 1 ตัว อยู่ในรูปแบบดังนี้

ตัวแบบระดับที่ 1 (Level-1 Model)

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}x_{1ij} + e_{0ij} + e_{1ij} \cdot x_{ij} \qquad ; i = 1,2,3,...,n_j \;\; j = 1,2,3,...,J \qquad (1.13)$$

ตัวแบบระดับที่ 2 (Level-2 Model)

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + u_{qj} \qquad ; j = 1,2,3,...,J \;\; q = 0,1 \qquad (1.14)$$

ตัวแบบรวม (Combined Model)

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}x_{ij} + u_{0j} + u_{1j}x_{ij} + e_{0ij} + e_{1ij} \cdot x_{ij} \qquad (1.15)$$

$; i = 1,2,3,...,n_j \; , \; j = 1,2,3,...,J$

2. ข้อมูลที่นำมาใช้ในงานวิจัยในครั้งนี้จะเป็นข้อมูลจากสมการ โดยสร้าง X เป็นค่าใดๆ ในที่นี้กำหนด X เป็น $X_{ij} \sim N(2,1)$ ส่วนค่า Y สร้างมาจากสมการ

3. กำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (Intraclass Correlation : ICC)[1] มีค่าเท่ากับ 0.05 0.20 และ 0.35

4. กำหนดให้พารามิเตอร์ในตัวแบบ มีค่า ดังนี้

4.1) พารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ หรือสัมประสิทธิ์ความถดถอย (Fixed Effects Parameter or Fixed Parameters) $\gamma_{00} = 1$ และ $\gamma_{01} = 2$

4.2) พารามิเตอร์ของอิทธิพลสุ่ม หรือส่วนประกอบความแปรปรวน (Random Effects Parameter or Random Parameters)

4.2.1) ส่วนประกอบความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 2 คำนวณจากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม $ICC = \frac{\tau_{00}}{\tau_{00} + \sigma_{e0}^{2}}$ (กำหนดให้ $\tau_{00} = \tau_{11}$) ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.05 0.20 และ 0.35

ตารางที่ 1.1 แสดงขนาดของกลุ่ม จำนวนกลุ่มตัวอย่าง และขนาดตัวอย่างรวมที่ใช้ในการวิจัย

ICC	0.05	0.20	0.35
Level 2 - Variance $\tau_{00} = \tau_{11}$	0.5263	2.5000	5.3846

4.2.2) ส่วนประกอบความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 จะกำหนดให้ $\sigma_{e0}^{2} = 10$ และ $\sigma_{e1}^{2} = K \cdot \sigma_{e0}^{2}$ โดยที่ ค่าสัดส่วนของ $\frac{\sigma_{e1}^{2}}{\sigma_{e0}^{2}}$ หรือ ค่าคงที่ K มีค่าเท่ากับ 0.05 0.25 0.50 0.75 และ 1.00 (ในทางปฏิบัติ ค่า K อาจมีค่ามากกว่า 1 ก็ได้)

---

[1] ในกรณีตัวแบบสัมประสิทธิ์ถดถอยสุ่มนี้ โดยทั่วไปในการวิเคราะห์นั้นจะไม่สามารถหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่มได้ เนื่องจาก สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่มคำนวณมาจากสัดส่วนของความผันแปรระหว่างกลุ่ม (Between group Variance)กับความผันแปรรวม(Total variance) ดังนั้นความผันแปรรวมจะมีค่าไม่คงที่โดยขึ้นกับตัวแปรอิสระ x ดังนั้นในงานวิจัยนี้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่มจึงกำหนดไว้ในกรณีที่ค่า x=0

5. ขนาดตัวอย่างที่ใช้ทำการศึกษาแบ่งเป็นขนาดตัวอย่าง

   ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 1 หรือขนาดของกลุ่ม (level-1 sample sizes or sample group sizes) คือ 10

   ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 หรือจำนวนกลุ่มตัวอย่าง (level-2 sample sizes or number of groups) คือ 15 30 และ 50

ตารางที่ 1.2 แสดงขนาดของกลุ่ม จำนวนกลุ่มตัวอย่าง และขนาดตัวอย่างรวมที่ใช้ในการวิจัย

ขนาดของกลุ่ม	จำนวนกลุ่มตัวอย่าง	ขนาดตัวอย่างรวม
10	15	150
10	30	300
10	50	500

6. ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์จำลองด้วยเทคนิคมอนติ-คาร์โล กระทำซ้ำ 500 รอบ[2] ในแต่ละสถานการณ์

1.6 เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจ

เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจว่า วิธีการประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบเชิงลำดับชั้น ทั้งสองวิธี ทำให้ได้ค่าประมาณพารามิเตอร์ที่ใกล้เคียงกับค่าจริงมากที่สุด จะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยกำลังสองของคลาดเคลื่อนของพารามิเตอร์ ซึ่งมีวิธีในการคำนวณดังนี้

$$MSE = \frac{1}{p} \cdot \sum_{i=1}^{p} (\hat{\theta}_i - \theta)^2$$

เมื่อ θ แทน ค่าจริงของพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณ

$\hat{\theta}_i$ แทน ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ได้จากการจำลอง i ครั้ง

p แทน จำนวนรอบที่ใช้ในการจำลอง

[2] พิจารณากำหนดจำนวนรอบในการจำลองจากการทดลองจำลองสถานการณ์เบื้องต้นจำนวน 1500 รอบ ในกรณีที่มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในเท่ากับ 0.05 ขนาดของกลุ่มเท่ากับ 10 และจำนวนกลุ่มตัวอย่างเท่ากับ 20 พบว่าค่าเกณฑ์การพิจารณาของค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐานแบบมอนติคาร์โลจะเริ่มมีค่าคงที่เมื่อทำการจำลองประมาณ 500 รอบ

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อศึกษาผลกระทบที่มีต่อตัวประมาณพารามิเตอร์ในตัวแบบ เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ไม่เท่ากัน และขึ้นกับตัวแปรอิสระ
2. เพื่อศึกษาขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 และสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ไม่เท่ากัน และขึ้นกับตัวแปรอิสระ

บทที่ 2

ทฤษฎีและสถิติที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสนใจศึกษาเกี่ยวกับการจำลองตัวแบบความถดถอยเชิงลำดับชั้น เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ไม่เท่ากัน และขึ้นกับตัวแปรอิสระ วิธีการประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบ ในบทนี้จะกล่าวถึงการประมาณค่าพารามิเตอร์โดยวิธี Iterative Generalized Least Square (IGLS) และ วิธี Restricted Iterative Generalized Least Square (RIGLS) และเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแต่ละพารามิเตอร์ ด้วย ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของแต่ละพารามิเตอร์

2.1 ตัวแบบความถดถอยเชิงลำดับชั้น (Hierarchical Regression Model)

พิจารณา ตัวแบบความถดถอยเชิงลำดับชั้น สำหรับข้อมูลที่มีโครงสร้าง 2 ระดับชั้น และ 1 ตัวแปรอิสระ ในตัวแบบระดับที่ 1 ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

ตัวแบบระดับที่ 1 (Level-1 Model)

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}x_{1ij} + e_{0ij} + e_{1ij} \cdot x_{ij} \qquad ; i = 1,2,3,\ldots, n_j \ , \ j = 1,2,3,\ldots, J \qquad (2.1)$$

ตัวแบบระดับที่ 2 (Level-2 Model)

$$\beta_{qj} = \gamma_{q0} + u_{qj} \qquad ; j = 1,2,3,\ldots, J \ , \ q = 0,1 \qquad (2.2)$$

จาก สมการ (1.1) และ (1.2) เขียนตัวแบบรวม (Combined Model) ได้ดังนี้

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}x_{ij} + u_{0j} + u_{1j}x_{ij} + e_{0ij} + e_{1ij} \cdot x_{ij} \qquad (2.3)$$

$; i = 1,2,3,\ldots, n_j \ , \ j = 1,2,3,\ldots, J$

หรือสามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ ได้ดังนี้

ตัวแบบระดับที่ 1 (Level-1 Model)

$$\underset{\sim}{Y}_j = X_j \underset{\sim}{\beta}_j + Z_j \underset{\sim}{\varepsilon}_j \tag{2.4}$$

ตัวแบบระดับที่ 2 (Level-2 Model)

$$\underset{\sim}{\beta}_j = \underset{\sim}{\gamma} + \underset{\sim}{u}_j \tag{2.5}$$

ตัวแบบรวม (Combined Model)

$$\underset{\sim}{Y}_j = X_j \underset{\sim}{\gamma} + X_j \underset{\sim}{u}_j + Z_j \underset{\sim}{\varepsilon}_j \tag{2.6}$$

โดยที่

$\underset{\sim}{Y}_j = \begin{bmatrix} y_{1j} \\ y_{2j} \\ \vdots \\ y_{n_j j} \end{bmatrix}$ แทน เวกเตอร์ของตัวแปรตามของกลุ่มที่ j ขนาด $(n_j \times 1)$

$X_j = \begin{bmatrix} 1 & x_{1j} \\ 1 & x_{2j} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n_j j} \end{bmatrix}$ แทน เมตริกซ์ของตัวแปรอิสระในระดับที่ 1 ของกลุ่มที่ j ขนาด $(n_j \times 2)$

$Z_j = \begin{bmatrix} 1 & x_{1j} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & x_{2j} & \cdots & 0 & 0 \\ & & & & \ddots & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & x_{n_j j} \end{bmatrix}$ แทน เมตริกซ์ของตัวแปรอิสระในระดับที่ 1 ในแนวทแยงมุมของกลุ่มที่ j ขนาด $(n_j \times 2n_j)$

$\underset{\sim}{\beta}_j = \begin{bmatrix} \beta_{0j} \\ \beta_{1j} \end{bmatrix}$ แทน เวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์ถดถอยของกลุ่มที่ j ขนาด (2×1)

$\underset{\sim}{\varepsilon}_j = \begin{bmatrix} e_{01j} \\ e_{11j} \\ \vdots \\ e_{0n_j j} \\ e_{1n_j j} \end{bmatrix}$ แทน เวกเตอร์ความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 (Level-1 Random Errors) ของ กลุ่มที่ j ขนาด $(2n_j \times 1)$

$\gamma = \begin{bmatrix} \gamma_{00} \\ \gamma_{10} \end{bmatrix}$ แทนเวกเตอร์ของอิทธิพลคงที่ (Fixed Effects) ที่มีขนาด (2×1)

และ $\underset{\sim}{u}_j = \begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{1j} \end{bmatrix}$ แทนเวกเตอร์ของอิทธิพลสุ่มหรือความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 2 (Level-2 Random Effects or Level-2 Random Errors) ของกลุ่มที่ j ขนาด (2×1)

จากตัวแบบ (2.3) เรียกส่วน $\gamma_{00} + \gamma_{01}x_{ij}$ ว่า ส่วนอิทธิพลคงที่ (Fixed Part) และเรียกส่วน $u_{0j} + u_{1j}x_{ij} + e_{0ij} + e_{1ij} \cdot x_{ij}$ ว่า ส่วนอิทธิพลสุ่ม (Random part) พิจารณา ค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของตัวแปรตาม (y_{ij}) จะได้

$$\begin{aligned} E(y_{ij} \mid x_{ij}) &= E(\gamma_{00} + \gamma_{10}x_{ij} + u_{0j} + u_{1j}x_{ij} + e_{0ij} + e_{1ij} \cdot x_{ij}) \\ &= \gamma_{00} + \gamma_{10}x_{ij} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Var(y_{ij} \mid x_{ij}) &= Var(u_{0j} + u_{1j}x_{ij} + e_{0ij} + e_{1ij} \cdot x_{ij}) \\ &= \tau_{00} + \tau_{11}(x_{ij})^2 + {\sigma_{e0}}^2 + {\sigma_{e1}}^2 (x_{ij})^2 \\ &= (\tau_{00} + {\sigma_{e0}}^2) + (\tau_{11} + {\sigma_{e1}}^2) \cdot (x_{ij})^2 \end{aligned}$$

และสำหรับค่าสังเกตที่แตกต่างกัน 2 ค่าภายในกลุ่มเดียวกัน

$$Cov(y_{ij}, y_{i'j} \mid x_{ij}, x_{i'j}) = \tau_{00} + \tau_{11}x_{ij}x_{i'j} \qquad ; i \neq i'$$

วิธีการประมาณที่นิยมใช้กันในการประมาณพารามิเตอร์ คือ การประมาณด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ในงานวิจัยนี้จะใช้วิธี Iterative Generalized Least Square และวิธี Restricted Iterative Generalized Least Square ในการหาค่าประมาณพารามิเตอร์

2.2 **การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบด้วยวิธี** Iterative Generalized Least Square (IGLS)

พิจารณาตัวแบบความถดถอยเชิงลำดับชั้น

$$\underset{\sim}{Y} = X \cdot \underset{\sim}{\gamma} + Z \cdot \underset{\sim}{u} + Z^{*} \cdot \underset{\sim}{\varepsilon}$$

สามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \underset{\sim}{Y}_1 \\ \underset{\sim}{Y}_2 \\ \vdots \\ \underset{\sim}{Y}_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_J \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_{00} \\ \gamma_{10} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & X_2 & \cdots & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & X_J \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underset{\sim}{U}_1 \\ \underset{\sim}{U}_2 \\ \vdots \\ \underset{\sim}{U}_J \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_1^{*} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & X_2^{*} & \cdots & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & X_J^{*} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underset{\sim}{\varepsilon}_1 \\ \underset{\sim}{\varepsilon}_2 \\ \vdots \\ \underset{\sim}{\varepsilon}_J \end{bmatrix}$$

โดยที่

$$\underset{\sim}{Y}_j = \begin{bmatrix} y_{1j} \\ y_{2j} \\ \vdots \\ y_{nj} \end{bmatrix}, \quad X_j = \begin{bmatrix} 1 & x_{1j} \\ 1 & x_{2j} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_{nj} \end{bmatrix}, \quad X_j^{*} = \begin{bmatrix} 1 & x_{1j} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & x_{2j} & \cdots & 0 & 0 \\ & & & & \ddots & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & x_{nj} \end{bmatrix},$$

$$\underset{\sim}{U}_j = \begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{1j} \end{bmatrix} \text{ และ } \underset{\sim}{\varepsilon}_j = \begin{bmatrix} e_{01j} \\ e_{11j} \\ \vdots \\ e_{0nj} \\ e_{1nj} \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_u = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{00} & 0 \\ 0 & \tau_{11} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \tau_{00} & 0 \\ 0 & \tau_{11} \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} \tau_{00} & 0 \\ 0 & \tau_{11} \end{bmatrix} \end{bmatrix}_{2J \times 2J}$$

$$\Sigma_{e_j} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{e0}^{\ 2} & 0 \\ 0 & \sigma_{e1}^{\ 2} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \sigma_{e0}^{\ 2} & 0 \\ 0 & \sigma_{e1}^{\ 2} \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} \sigma_{e0}^{\ 2} & 0 \\ 0 & \sigma_{e1}^{\ 2} \end{bmatrix} \end{bmatrix}_{2n \times 2n}$$

$$\Sigma_e = \begin{bmatrix} \Sigma_{e_1} & \underset{\sim}{0} & \cdots & \underset{\sim}{0} \\ \underset{\sim}{0} & \Sigma_{e_1} & \cdots & \underset{\sim}{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underset{\sim}{0} & \underset{\sim}{0} & \cdots & \Sigma_{e_J} \end{bmatrix}_{2nJ \times 2nJ}$$

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม ของตัวแปรตาม คือ

$$Cov(\underset{\sim}{Y} \mid X \cdot \underset{\sim}{\gamma}) = Cov(Z \cdot \underset{\sim}{u} + Z^{*} \cdot \underset{\sim}{\varepsilon}) = Z \cdot \Sigma_u \cdot Z^{T} + Z^{*} \cdot \Sigma_e \cdot Z^{*T} = V_{nJ \times nJ}$$

2.2.1 **ขั้นตอนการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบด้วยวิธี** Iterative Generalized Least Square (IGLS)

1) เริ่มต้นด้วยตัวประมาณกำลังสองน้อยสุดแบบสามัญ (Ordinary Least Square Estimator) นั่นคือ $\underset{\sim 0}{\hat{\gamma}} = (X^T X)^{-1} X^T \underset{\sim}{Y}$ และกำหนดให้ $\hat{V}_0 = \hat{\sigma}^2 \cdot I_{nJ \times nJ}$ เพื่อประมาณพารามิเตอร์ของอิทธิพลคงที่ โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยสุดนัยทั่วไป (Generalized Least Squares) ดังนี้

$$\underset{\sim 1}{\hat{\gamma}} = (X^T \hat{V}_0^{-1} X)^{-1} X^T \hat{V}_0^{-1} \underset{\sim}{Y}$$

และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของ $\underset{\sim 1}{\hat{\gamma}}$ คือ

$$Cov(\underset{\sim 1}{\hat{\gamma}}) = (X^T \hat{V}_0^{-1} X)^{-1} X^T \hat{V}_0^{-1} \cdot Cov(\underset{\sim}{Y}) \cdot \hat{V}_0^{-1} X (X^T \hat{V}_0^{-1} X)^{-1} = (X^T \hat{V}_0^{-1} X)^{-1}$$

2) คำนวณ $\underset{\sim}{R} = \underset{\sim}{Y} - X \cdot \underset{\sim 1}{\hat{\gamma}}$

3) คำนวณ $\underset{\sim}{R} \cdot \underset{\sim}{R}^T$ และเรียงเมตริกซ์ $\underset{\sim}{R} \cdot \underset{\sim}{R}^T$ ให้อยู่ในรูปเวกเตอร์โดยเรียงคอลัมม์ทุกคอลัมม์ให้อยู่ในคอลัมม์แรกเพียงคอลัมม์เดียว ใช้สัญลักษณ์เป็น $vec(\underset{\sim}{R} \cdot \underset{\sim}{R}^T)$ เนื่องจาก $E(\underset{\sim}{R} \cdot \underset{\sim}{R}^T) = V$

4) สร้างตัวแบบถดถอยเชิงเส้น ของ $vec(\underset{\sim}{R} \cdot \underset{\sim}{R}^T)$ ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$vec(\underset{\sim}{R} \cdot \underset{\sim}{R}^T) = W \underset{\sim}{\theta} + \underset{\sim}{R}^*$$

เมื่อ

W เป็น Design Matrix ของพารามิเตอร์ผลกระทบสุ่ม $\underset{\sim}{\theta}$

$\underset{\sim}{\theta}$ เป็นพารามิเตอร์ผลกระทบสุ่ม หรือส่วนประกอบความแปรปรวน

นั่นคือ $\underset{\sim}{\theta} = (\tau_{00}, \tau_{11}, \sigma_{e0}^2, \sigma_{e1}^2)'$

และ สามารถประมาณส่วนประกอบความแปรปรวน ของเมตริกซ์ V โดยวิธีกำลังสองน้อยสุดนัยทั่วไป(Generalized Least Squares) ดังนี้

$$\hat{\underset{\sim}{\theta}} = (W^{*T}V^{*-1}W^{*})^{-1}W^{*T}V^{*-1}vec(\underset{\sim}{R}\cdot\underset{\sim}{R}^{T})$$

โดยที่

$V^{*} = V \otimes V$ เมื่อ $\otimes$ คือ Kronecker Product หรือ Direct Product

และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของ $\hat{\underset{\sim}{\theta}}$ คือ

$$\begin{aligned} Cov(\hat{\underset{\sim}{\theta}}) &= (W^{*T}V^{*-1}W^{*})^{-1}W^{*T}V^{*-1}Cov(vec(\underset{\sim}{R}\cdot\underset{\sim}{R}^{T}))V^{*-1}W^{*}(W^{*T}V^{*-1}W^{*})^{-1} \\ &= 2(W^{*T}V^{*-1}W^{*})^{-1} \end{aligned}$$

โดยที่ $Cov(vec(\underset{\sim}{R}\cdot\underset{\sim}{R}^{T})) = (V \otimes V)(I + S_N)$ เมื่อ S_N คือ Vector Operatorบน Permutation Matrix

5) ค่าประมาณของส่วนประกอบความแปรปรวน $\hat{\underset{\sim}{\theta}}$ ซึ่งเป็นสมาชิกของเมตริกซ์ Σ_u และ Σ_e สร้างเมตริกซ์ $\hat{V}_1 = Z\cdot\hat{\Sigma}_u\cdot Z^{T} + Z^{*}\cdot\hat{\Sigma}_e\cdot Z^{*T}$

6) กลับไปข้อ 1 แล้วใช้เมตริกซ์ $\hat{V}_1$ ประมาณพารามิเตอร์ของอิทธิพลคงที่ $\hat{\underset{\sim}{\gamma}}_2$ และใช้ $\hat{\underset{\sim}{\gamma}}_2$ ประมาณเมตริกซ์ $\hat{V}_2$ ซึ่งมีลักษณะเป็นการส่งค่าประมาณพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ และค่าประมาณส่วนประกอบความแปรปรวน ของเมตริกซ์ V กลับไปกลับมา จนทุกๆ ค่าประมาณลู่เข้าสู่ค่าที่เหมาะสม

2.3 **การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบด้วยวิธี** Restricted Iterative Generalized Least Square (RIGLS)

จากที่กล่าวไว้ในข้างต้นว่า ตัวประมาณที่ได้จากวิธี Iterative Generalized Least Square จะเป็นตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ดังนั้นจึงเป็นตัวประมาณที่มีความเอนเอียงซึ่งตัวประมาณจะไม่เหมาะสมเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก ในปีค.ศ.1989 โกลสเตน จึงได้พัฒนาอัลกอริทึมที่ใช้ในการประมาณพารามิเตอร์ในตัวแบบเรียกว่า " วิธี Restricted Iterative Generalized Least Square " ซึ่งตัวประมาณที่ได้จากวิธีนี้จะเป็นตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบมีข้อจำกัด (Restricted Maximum Likelihood) ซึ่งมีปรับสูตรการประมาณ โดยที่อัลกอริทึมในการประมาณยังเหมือนกับวิธี Iterative Generalized Least Square ดังนี้

เนื่องจาก $\underline{\hat{\gamma}}$ ซึ่งเป็นตัวประมาณกำลังสองน้อยสุดนัยทั่วไปของ $\underline{\gamma}$ และถ้าทราบค่าส่วนประกอบความแปรปรวน V ดังนั้นจะได้

$$E(\underset{\sim}{R} \cdot \underset{\sim}{R}^T) = V - X(X^T V^{-1} X)^{-1} X^T$$

เรียก $X(X^T V^{-1} X)^{-1} X^T$ ว่าเป็น "ค่าปรับความเอนเอียง (Bias Correction)"

โดยในการประมาณค่าในแต่ละรอบจะใช้

$$(Y - X\hat{\gamma})(Y - X\hat{\gamma})^T + X(X^T \hat{V}^{-1} X)^{-1} X^T$$

ในการประมาณส่วนประกอบความแปรปรวน V ซึ่งพัฒนามาจากค่าประมาณของส่วนประกอบความแปรปรวนในรอบที่แล้ว $\hat{V}$

เนื่องจากเมตริกซ์ $(X^T \hat{V}^{-1} X)^{-1}$ สามารถเขียนได้ในรูป $U^{-1}(U^{-1})^T$ เมื่อ $(X^T \hat{V}^{-1} X) = U^T U$ และ U เป็นเมตริกซ์สามเหลี่ยมบน
กำหนดให้ $Z = XU^{-1}$ ดังนั้น (1.27) จะสามารถเขียนได้เป็น $R \cdot R^T + ZZ^T$

2.4 **ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม** (Intraclass Correlation: ICC)

จากที่กล่าวมาในข้างต้นจะพบว่า การวิเคราะห์ตัวแบบความถดถอยเชิงลำดับชั้น มีความจำเป็น เมื่อข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์มีความสัมพันธ์กันเองภายในกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้วัดระดับความสัมพันธ์ดังกล่าวเรียกว่า สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (Intraclass Correlation: ρ) ในการวิเคราะห์พหุระดับเราสามารถประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่มได้จากตัวแบบเริ่มต้น

$$y_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + \varepsilon_{ij}$$

จากตัวแบบ ข้างต้น จะสามารถประมาณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่มได้จากสูตร

$$ICC = \frac{\tau_{00}}{\tau_{00} + \sigma^2}$$

2.5 **การคำนวณหาค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของพารามิเตอร์** (Mean Square Error ; MSE)

หาค่าประมาณของพารามิเตอร์ จากทั้งสองวิธี และนำมาคำนวณค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของพารามิเตอร์ (MSE) ตัวประมาณแต่ละวิธี

$$MSE = \frac{1}{p} \cdot \sum_{i=1}^{p} (\hat{\theta}_i - \theta)^2$$

เมื่อ θ แทน ค่าจริงของพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณ

$\hat{\theta}_i$ แทน ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ได้จากการจำลอง i ครั้ง

p แทน จำนวนรอบที่ใช้ในการจำลอง

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง เพื่อศึกษาการจำลองตัวแบบความถดถอยเชิงลำดับชั้น และการประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบ เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ไม่เท่ากัน และขึ้นกับตัวแปรอิสระ โดยข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้จากการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique) และทำการเขียนโปรแกรมภาษาคอมพิวเตอร์ กับเครื่อง PC ในการประมวลผลและวิเคราะห์ข้อมูล ด้วยวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ คือ วิธี Iterative Generalized Least Square (IGLS) และวิธี Restricted Iterative Generalized Least Square (RIGLS)

3.1 แผนการดำเนินงานวิจัย

ในวิจัยครั้งนี้ ได้กำหนดสถานการณ์ต่างๆ สำหรับการจำลองตัวแบบความถดถอยเชิงลำดับชั้น การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ และเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาทั้งสองของวิธีประมาณพารามิเตอร์ดังที่ได้กล่าวมา ดังนี้

1. ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 1 (n) มีขนาด 10 และขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีขนาด 15, 30 และ50
2. ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (Intra-class Correlation : ICC) มีค่าเท่ากับ 0.05, 0.20 และ 0.35
3. ค่าความคลาดเคลื่อนในระดับที่ 2 (u_j) มีการแจกแจงแบบปกติหลายตัวแปรด้วยค่าเฉลี่ย $\underline{0}$ และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม $\Sigma_{u\,j} = \begin{bmatrix} \tau_{00} & 0 \\ 0 & \tau_{11} \end{bmatrix}_{2\times 2}$ โดยกำหนดให้ค่าส่วนประกอบความแปรปรวน τ_{00} และ τ_{00} มีค่าเท่ากัน โดยที่ กำหนดค่าขึ้นกับ ค่า ICC
4. ค่าความคลาดเคลื่อนในระดับที่ 1 (ε_j) มีการแจกแจงแบบปกติหลายด้วยค่าเฉลี่ย $\underline{0}$ และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมดังนี้

$$\Sigma_{e_j} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{e0}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{e1}^2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \sigma_{e0}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{e1}^2 \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} \sigma_{e0}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{e1}^2 \end{bmatrix} \end{bmatrix}_{2n \times 2n}$$

โดยกำหนดค่า $\sigma_{e0}{}^2$ มีค่าเท่ากับ 10 และสัดส่วนความแปรปรวนระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.05 0.25 0.50 0.75 และ 1

3.2 ขั้นตอนการวิจัย

ขั้นตอนในการวิจัยมีดังต่อไปนี้

1. สร้างข้อมูลของความคลาดเคลื่อนทั้งสองระดับ มีการแจกแจงปกติ โดยมีพารามิเตอร์ตามที่กำหนด

2. สร้างข้อมูลของตัวแปรอิสระ (X) ให้มีการแจกแจงตามที่กำหนด และสร้างข้อมูลตัวแปรตาม (y) ที่ใช้สำหรับหาค่าประมาณพารามิเตอร์ จากตัวแปรอิสระ และความคลาดเคลื่อนที่มีลักษณะตามการแจกแจงตามที่ต้องการศึกษา

3. ประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบเชิงลำดับชั้น ด้วยวิธี Iterative Generalized Least Square (IGLS) และ วิธี Restricted Iterative Generalized Least Square (RIGLS) และประมาณค่าประมาณความคลาดเคลื่อนมาตรฐานโดยใช้วิธีการประมาณค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐาน

4. คำนวณหาค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของแต่ละพารามิเตอร์ MSE (Mean Square Error) และสรุปผลที่ได้จากการทดลอง

3.3 วิธีการจำลองโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล

เทคนิคที่ใช้ในการแก้ปัญหาในการคำนวณทางคณิตศาสตร์นั้นมีอยู่หลายวิธี วิธีการจำลองโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลเป็นวิธีหนึ่งที่นิยมนำมาแก้ปัญหากันอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน ซึ่งหลักการของการจำลองโดยใช้เทคนิคดังกล่าวจะใช้เลขสุ่ม (Random Number) มาช่วยในการหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการศึกษา ขั้นตอนของวิธีการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลแบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอนใหญ่ ดังต่อไปนี้

3.1.1 การสร้างเลขสุ่ม การใช้ตัวเลขสุ่มเป็นสิ่งสำคัญมากในเทคนิคนี้ ทั้งนี้เป็นเพราะว่าหลักการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลนั้นจะใช้เลขสุ่มมาช่วยในการหาคำตอบของปัญหา โดยลักษณะของตัวเลขสุ่มนำมาใช้จะมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอในช่วง (0,1) สำหรับวิธีการสร้างเลขสุ่มมีผู้เสนอไว้หลายวิธี แต่วิธีที่ดีนั้นลักษณะของเลขสุ่มที่ถูกสร้างขึ้นมาจะต้องมีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอในช่วง (0,1) ตัวเลขสุ่มแต่ละตัวเป็นอิสระต่อกันละมีช่วงยาวก่อนจะเกิดเลขสุ่มซ้ำ (มีวัฏจักรยาว)

3.1.2 การนำตัวเลขสุ่มมาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่ต้องการศึกษา ขั้นตอนนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะของปัญหา บางปัญหาอาจจะไม่ได้ใช้เลขสุ่มโดยตรงแต่ใช้ในการผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบอื่นต่อไป

3.2.3 การทดลองกระทำซ้ำ เมื่อนำตัวเลขสุ่มมาประยุกต์ให้เข้ากับปัญหาที่ต้องการศึกษาได้แล้ว ขั้นต่อไปคือการทดลองโดยใช้กระบวนการของการสุ่ม (Random Process) มากระทำในลักษณะซ้ำๆ กัน หลายๆ ครั้ง เพื่อหาคำตอบของปัญหาที่ต้องการ

3.4 การสร้างตัวเลขสุ่มและการจำลองตัวแปรสุ่ม

3.4.1 การสร้างตัวเลขสุ่มโดยใช้ตัวแบบจำลองสมภาคการคูณ

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการสร้างเลขสุ่มโดยใช้ตัวแบบจำลองสมภาคการคูณ (Multiplicative Congruential Simulation) ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

(3.1) $$X_i = (aX_i) mod\ m \qquad ; i = 1,2,\dots,n$$

โดย a และ m เป็นค่าคงที่ซึ่งเป็นจำนวนเต็มบวก คำว่า mod หรือ modulus หมายถึงการหารเอาเศษ และ X_i เป็นค่าจำนวนเต็มที่เกิดจากการหารเอาเศษด้วย m ทำให้ X_i มีค่าไม่เกิน m เมื่อ

คำนวณค่า X_i ได้ก็จำนำมาหาเลขสุ่มเทียม (Pseudo-Random Number: R_i) ซึ่ง R_i จะมีค่าอยู่ในช่วง (0,1) ดังนี้

$$R_i = \frac{X_i}{m}m \qquad ; i = 1,2, ...,$$

ในการสร้างเลขสุ่มนั้นต้องทำการกำหนดค่าให้กับ a และ m และ X_0 เป็นค่าเริ่มต้นเสียก่อน โดนเรียก X_0 ว่า ตัวเลขซีด (Seed Number) มีค่าไม่เกิน m ซึ่งค่า X_0 นี้เป็นเลขจำนวนเต็มบวกใดๆ ที่ต้องกำหนดเองให้มีค่าไม่เกิน *m* เมื่อทำการกำหนดค่าเริ่มต้นแล้ว ค่า X_i ตัวต่อไปก็จะเป็นไปตามตัวแบบในสมการ (3.1) และทุกครั้งที่เริ่มต้นด้วย X_0 ค่าเดิม (โดยที่ *a* และ *m* ไม่เปลี่ยนแปลง) จะได้ X_i เป็นเลขชุดเดิม

ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดให้ a = 7^5= 16807 และ m = $2^{31} - 1$ ซึ่งเป็นตัวแบบจำลองสมภาคการคูณที่ใช้กันมากตัวแบบหนึ่งที่ได้ผ่านการตรวจสอบคุณบัติแล้วอย่างกว้างขวาง

3.5 การสร้างข้อมูลความคลาดเคลื่อน

การสร้างความคลาดเคลื่อนที่ใช้ในงานวิจัยแบ่งออกเป็น 2 ส่วนดังนี้

3.5.1 ความคลาดเคลื่อนในระดับที่ 2 (u_j) สร้างให้มีการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ย $\underline{0}$ และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม $\Sigma_{u\ j}$ โดยมีสูตรการสร้างดังต่อไปนี้

$$NORMAL = C^T \cdot Z \qquad \text{เมื่อ } C = chol(\Sigma_{uj})$$

3.5.2 ความคลาดเคลื่อนในระดับที่ 2 (ε_j) สร้างให้มีการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ย $\underline{0}$ และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม Σ_{e_j} โดยมีสูตรการสร้างดังต่อไปนี้

$$NORMAL = C^T \cdot Z \qquad \text{เมื่อ } C = chol(\Sigma_{ej})$$

3.6 การสร้างข้อมูลตัวแปรตัวแปรตาม (y)และตัวแปรอิสระ (X)

1) สร้างตัวแปรอิสระ(x_{ij}) ให้มีการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ย 2 และมีความแปรปรวน 1
2) สร้างตัวแปรตาม (y_{ij}) จากตัวแบบความถดถอยเชิงลำดับชั้นซึ่งอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}x_{ij} + u_{0j} + u_{1j}x_{ij} + e_{0ij} + e_{1ij} \cdot x_{ij} \qquad ; i = 1,2,3,..., n_j \ , \ j = 1,2,3,..., J$$

3.7 การประมาณค่าพารามิเตอร์ ด้วยวิธีประมาณแต่ละวิธี

เมื่อสร้างข้อมูลดังในข้างต้นได้แล้ว ขั้นตอนต่อไปคือการนำข้อมูลไปประมาณค่าพารามิเตอร์ ซึ่งในการวิจัยนี้ได้ทำการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีประมาณ 2 วิธี

3.8 การคำนวณหาค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของพารามิเตอร์ (Mean Square Error ; MSE)

หาค่าประมาณของพารามิเตอร์ จากทั้งสองวิธี และนำมาคำนวณค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของพารามิเตอร์ (MSE) ตัวประมาณแต่ละวิธี

$$MSE = \frac{1}{p} \cdot \sum_{i=1}^{p} (\hat{\theta}_i - \theta)^2$$

เมื่อ θ แทน ค่าจริงของพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณ

$\hat{\theta}_i$ แทน ตัวประมาณพารามิเตอร์ที่ได้จากการจำลอง i ครั้ง

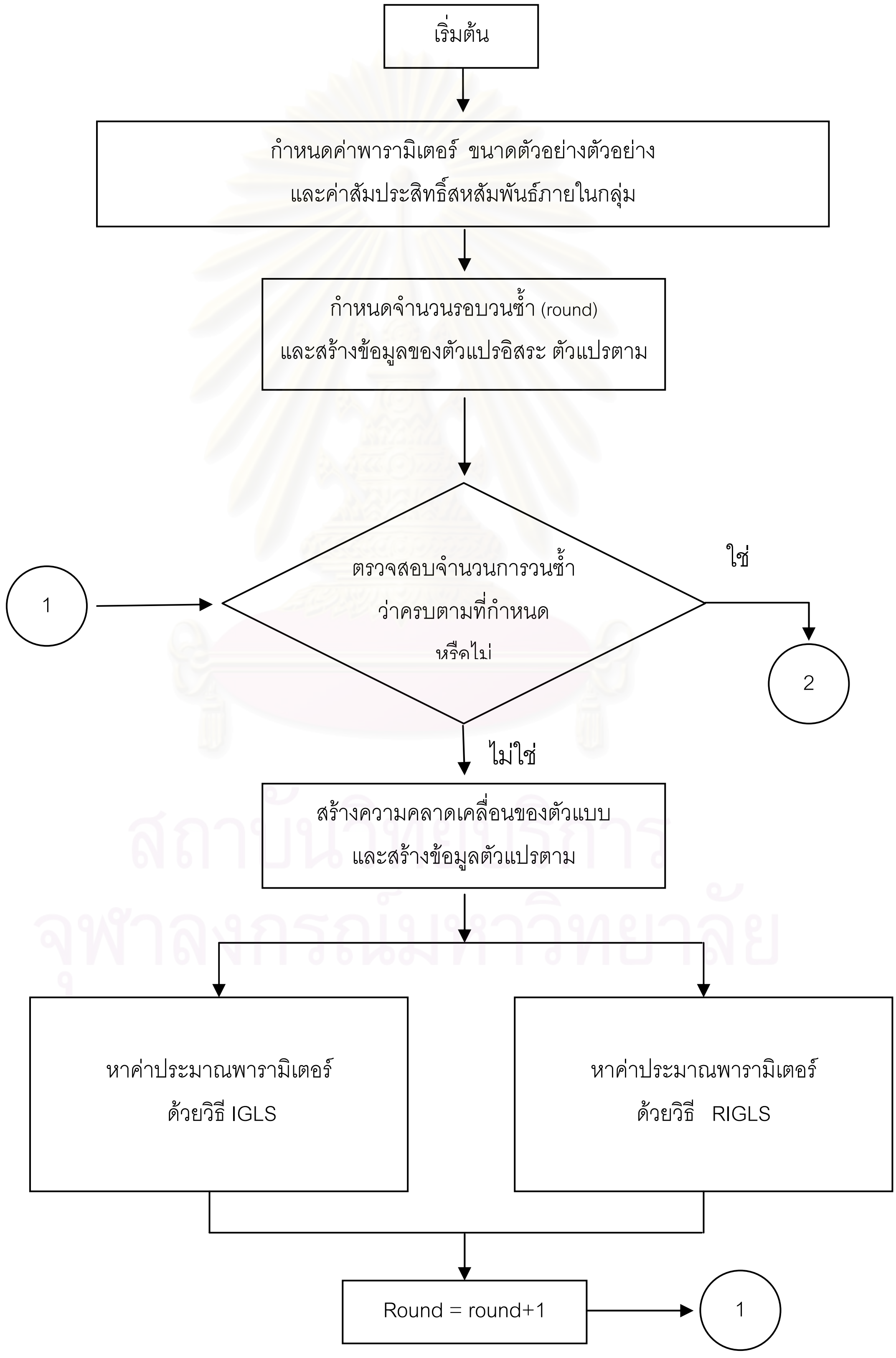
p แทน จำนวนรอบที่ใช้ในการจำลอง

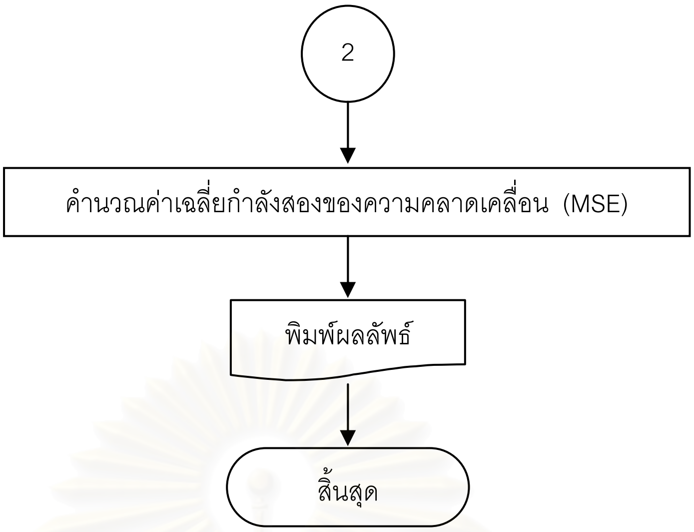
ดังนั้นวิธีการใดให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของพารามิเตอร์ (MSE) ต่ำกว่าเป็นวิธีที่ดีกว่า นั่นแสดงว่า ค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่ได้มีค่าใกล้เคียงกับพารามิเตอร์ค่าจริงมากกว่า ในงานวิจัยครั้งนี้ ศึกษาการจำลองตัวแบบเชิงลำดับชั้น และประสิทธิภาพในการประมาณค่าพารามิเตอร์ เมื่อความแปรปรวนในระดับที่ 1 ไม่เท่ากัน ขึ้นกับตัวแปรอิสระ โดยทำการทดลองเปลี่ยนค่าสัดส่วนความแปรปรวนในระดับที่ 1 ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 1 และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม จนกระทั่งครบทุกรูปแบบของสถานการณ์ที่ต้องการศึกษา

และเพื่อง่ายแก่การเข้าใจจึงได้แสดงผังงานซึ่งแสดงขั้นตอนการวิจัยทั้งหมดในรูปที่ 3.1

3.9 ขั้นตอนการดำเนินงานของโปรแกรม

แสดงผังงานสำหรับการหาค่าเกณฑ์การพิจารณาของวิธีประมาณพารามิเตอร์ในตัวแบบความถดถอยเชิงลำดับชั้น




2
คำนวณค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (MSE)
พิมพ์ผลลัพธ์
สิ้นสุด

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการจำลองข้อมูลเชิงลำดับชั้น และ วิธีประมาณค่าแต่ละพารามิเตอร์จากตัวแบบความถดถอยเชิงลำดับชั้น เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ไม่เท่ากัน และขึ้นกับตัวแปรอิสระ โดยผู้วิจัยจะทำการศึกษาประสิทธิภาพของวิธีประมาณ Iterative Generalized Least Square และวิธีประมาณ Restricted Iterative Generalized Least Square โดยพิจารณาจาก ค่าเฉลี่ยกำลังสองของคลาดเคลื่อนของพารามิเตอร์ภายใต้สถานการณ์ที่กำหนด ซึ่งจะอาศัยวิธีการจำลองข้อมูลและประมาณค่าพารามิเตอร์ ด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลโดยการทดลองซ้ำ 500 ครั้งในแต่ละสถานการณ์

ผู้วิจัยเห็นว่าเพื่อความรวดเร็วในการนำเสนอผลการวิจัยจึงขอใช้สัญลักษณ์แทนความหมายต่างๆ ดังนี้

IGLS	หมายถึง วิธีประมาณ Iterative Generalized Least Square
RIGLS	หมายถึง วิธีประมาณ Restricted Iterative Generalized Least Square
ICC	หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม
J	หมายถึง ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 หรือจำนวนกลุ่มของหน่วยตัวอย่าง
K	หมายถึง ค่าสัดส่วนของความผันแปรในระดับที่ 1 (K = $\frac{\sigma_{e1}^{2}}{\sigma_{e0}^{2}}$)
MSE	หมายถึง ค่าเฉลี่ยกำลังสองของคลาดเคลื่อนของการประมาณค่าพารามิเตอร์

สำหรับการนำเสนอผลการวิจัยจะนำเสนอในรูปของตารางและกราฟ แบ่งเป็น สองส่วน คือ ส่วนแรก เป็นการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของแต่ละพารามิเตอร์ที่คำนวณได้จากวิธี IGLS และ RIGLS ภายใต้สถานการณ์ของงานวิจัย (ตารางที่ 4.1 – 4.15) ส่วนที่สอง เป็นการพิจารณาค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของแต่ละพารามิเตอร์ ที่คำนวณได้จากวิธี IGLS และ RIGLS เมื่อค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเพิ่มขึ้น และระดับปัจจัยอื่นๆ คงที่(ตารางที่ 4.16 – 4.24 และภาพที่ 4.25 – 4.30)

ตารางที่ 4.1 แสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ ที่คำนวณได้จากวิธีการประมาณทั้งสองวิธี กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.05 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC) มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

		γ_{00}			γ_{10}		
ICC	J	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง
0.05	15	0.1233	0.1222	0.0011	0.1798	0.1734	0.0064
	30	0.0522	0.0522	0.0000	0.0548	0.0547	0.0001
	50	0.0176	0.0176	0.0000	0.0207	0.0207	0.0000
0.2	15	0.2967	0.2929	0.0038	0.3184	0.3052	0.0132
	30	0.1684	0.1684	0.0000	0.1435	0.1435	0.0000
	50	0.0421	0.0421	0.0000	0.0682	0.0682	0.0000
0.35	15	0.4155	0.4135	0.0020	0.4425	0.4407	0.0018
	30	0.2234	0.2234	0.0000	0.2420	0.2419	0.0001
	50	0.1039	0.1039	0.0000	0.0885	0.0885	0.0000

หมายเหตุ * ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่มีค่าน้อยกว่าอย่างมีนัยสำคัญ $(\alpha = 0.05)$

ตารางที่ 4.2 แสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 ที่คำนวณได้จากวิธี การประมาณทั้งสองวิธี ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.05 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC) มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

		σ^2_{e0}			σ^2_{e1}		
ICC	J	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง
0.05	15	4.5106	2.9472*	1.5634	6.0121	4.6539*	1.3582
	30	1.3622	1.3613	0.0009	0.6147	0.6139	0.0008
	50	0.4804	0.4802	0.0002	0.2047	0.2044	0.0003
0.2	15	2.9346	2.6972	0.2374	2.0527	2.0071	0.0456
	30	1.4651	1.4625	0.0026	0.9118	0.9093	0.0025
	50	0.6909	0.6892	0.0017	0.4691	0.4688	0.0003
0.35	15	2.1507	2.1507	0.0000	2.9953	2.7634	0.2319
	30	1.3487	1.3457	0.0030	0.7764	0.7742	0.0022
	50	0.5855	0.5846	0.0009	0.1553	0.1536	0.0017

หมายเหตุ * ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่มีค่าน้อยกว่าอย่างมีนัยสำคัญ $(\alpha = 0.05)$

ตารางที่ 4.3 แสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 ที่คำนวณได้จากวิธีการประมาณทั้งสองวิธี ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.05 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC) มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

		τ_{00}			τ_{11}		
ICC	J	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง
0.05	15	0.4447	0.4775	0.0328	1.0937	1.1304	0.0367
	30	0.2016	0.2114	0.0098	0.1937	0.2072	0.0135
	50	0.0455	0.0462	0.0007	0.0879	0.0899	0.0020
0.2	15	2.5687*	2.8099	0.2412	2.8385*	3.2152	0.3767
	30	1.2191*	1.2538	0.0347	1.4580*	1.5196	0.0616
	50	0.5185	0.531	0.0125	0.6361	0.6515	0.0154
0.35	15	5.3604*	5.9243	0.5639	5.9675*	6.7127	0.7452
	30	2.7633*	2.9355	0.1722	3.1110*	3.354	0.2430
	50	0.8934	0.9114	0.0180	0.8391	0.8525	0.0134

หมายเหตุ * ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่มีค่าน้อยกว่าอย่างมีนัยสำคัญ $(\alpha = 0.05)$

ตารางที่ 4.4 แสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ ที่คำนวณได้จากวิธีการประมาณทั้งสองวิธี กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.25 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC) มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

		γ_{00}			γ_{10}		
ICC	J	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง
0.05	15	0.1223	0.1133	0.0090	0.2129	0.1700	0.0429
	30	0.0584	0.0584	0.0000	0.0832	0.0831	0.0001
	50	0.0194	0.0194	0.0000	0.0226	0.0226	0.0000
0.2	15	0.3225	0.3222	0.0003	0.3912	0.3797	0.0115
	30	0.1446	0.1446	0.0000	0.1776	0.1775	0.0001
	50	0.0505	0.0505	0.0000	0.0722	0.0722	0.0000
0.35	15	0.4665	0.4662	0.0003	0.5366	0.5354	0.0012
	30	0.2100	0.2100	0.0000	0.2536	0.2535	0.0001
	50	0.1247	0.1247	0.0000	0.0974	0.0974	0.0000

หมายเหตุ * ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่มีค่าน้อยกว่าอย่างมีนัยสำคัญ $(\alpha = 0.05)$

ตารางที่ 4.5 แสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 ที่คำนวณได้จากวิธี การประมาณทั้งสองวิธี ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.25 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC) มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

		σ^2_{e0}			σ^2_{e1}		
ICC	J	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง
0.05	15	4.0224	2.4794*	1.5430	6.8054	3.9377*	2.8677
	30	1.2608	1.2547	0.0061	1.8287	1.8207	0.0080
	50	0.4358	0.4337	0.0021	0.5967	0.5941	0.0026
0.2	15	5.2898	3.5330	1.7568	5.0809	3.9521	1.1288
	30	1.5611	1.5576	0.0035	1.6099	1.6061	0.0038
	50	0.6114	0.6101	0.0013	0.8118	0.8116	0.0002
0.35	15	3.6663	3.6525	0.0138	4.1811	4.1668	0.0143
	30	1.4710	1.4696	0.0014	1.8209	1.8177	0.0032
	50	0.7384	0.7376	0.0008	0.3569	0.3535	0.0034

หมายเหตุ * ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่มีค่าน้อยกว่าอย่างมีนัยสำคัญ ($\alpha = 0.05$)

ตารางที่ 4.6 แสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 ที่คำนวณได้จากวิธี การประมาณทั้งสองวิธี ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.25 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC) มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

		τ_{00}			τ_{11}		
ICC	J	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง
0.05	15	0.4776	0.5063	0.0287	0.9461	0.9886	0.0425
	30	0.1797	0.1921	0.0124	0.4607	0.4863	0.0256
	50	0.0397	0.0411	0.0014	0.2049	0.2248	0.0199
0.2	15	2.9051*	2.9073	0.0022	4.1829*	4.2641	0.0812
	30	1.3964*	1.4621	0.0657	1.9612*	2.0908	0.1296
	50	0.5821	0.6068	0.0247	0.8385	0.8785	0.0400
0.35	15	5.3277*	6.0086	0.6809	7.3767*	8.2998	0.9231
	30	2.9505*	3.1247	0.1742	3.9621*	4.2297	0.2676
	50	0.9348	0.9508	0.0160	1.0473	1.0536	0.0063

หมายเหตุ * ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่มีค่าน้อยกว่าอย่างมีนัยสำคัญ ($\alpha = 0.05$)

ตารางที่ 4.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ ที่คำนวณได้จากวิธีการประมาณทั้งสองวิธี กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.50 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC) มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

		γ_{00}			γ_{10}		
ICC	J	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง
0.05	15	0.1379	0.1375	0.0004	0.1534	0.1523	0.0011
	30	0.0595	0.0594	0.0001	0.0913	0.0912	0.0001
	50	0.0231	0.0231	0.0000	0.0246	0.0246	0.0000
0.2	15	0.3139	0.3138	0.0001	0.4010	0.4000	0.0010
	30	0.1680	0.1679	0.0001	0.2037	0.2037	0.0000
	50	0.0661	0.0661	0.0000	0.0842	0.0842	0.0000
0.35	15	0.4581	0.4578	0.0003	0.5343	0.5337	0.0006
	30	0.2481	0.2481	0.0000	0.2567	0.2567	0.0000
	50	0.1945	0.1945	0.0000	0.1381	0.1381	0.0000

หมายเหตุ * ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่มีค่าน้อยกว่าอย่างมีนัยสำคัญ $(\alpha = 0.05)$

ตารางที่ 4.8 แสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 ที่คำนวณได้จากวิธี การประมาณทั้งสองวิธี ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.50 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC) มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

		σ^2_{e0}			σ^2_{e1}		
ICC	J	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง
0.05	15	3.4688	3.4261	0.0427	4.7327	4.6535	0.0792
	30	1.8534	1.8470	0.0064	3.4709	3.4649	0.0060
	50	0.6340	0.6320	0.0020	1.1209	1.1191	0.0018
0.2	15	3.0249	2.7052	0.3197	4.7724	4.2069*	0.5655
	30	1.8431	1.8425	0.0006	3.3783	3.3754	0.0029
	50	0.7144	0.7144	0.0000	1.6882	1.6861	0.0021
0.35	15	3.6780	3.6703	0.0077	6.1740	6.1582*	0.0158
	30	2.0410	2.0387	0.0023	3.2453	3.2416	0.0037
	50	1.0141	1.0128	0.0013	0.6296	0.6239	0.0057

หมายเหตุ * ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่มีค่าน้อยกว่าอย่างมีนัยสำคัญ $(\alpha = 0.05)$

ตารางที่ 4.9 แสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 ที่คำนวณได้จากวิธี การประมาณทั้งสองวิธี ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.50 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC) มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

		τ_{00}			τ_{11}		
ICC	J	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง
0.05	15	0.5468*	0.6107	0.0639	0.9685*	1.0526	0.0841
	30	0.2408*	0.2544	0.0136	0.5197*	0.5433	0.0236
	50	0.0527	0.0539	0.0012	0.2288	0.2313	0.0025
0.2	15	4.0276*	4.0559	0.0283	7.9416*	8.0026	0.0610
	30	1.3839*	1.4516	0.0677	2.2469*	2.3700	0.1231
	50	0.5710	0.5963	0.0253	0.9508	0.9857	0.0349
0.35	15	6.1047*	6.8262	0.7215	8.1815*	9.2851	1.1036
	30	3.0233*	3.1717	0.1484	3.4400*	3.6548	0.2148
	50	0.9481	0.9552	0.0071	0.9000	0.9011	0.0011

หมายเหตุ * ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่มีค่าน้อยกว่าอย่างมีนัยสำคัญ $(\alpha = 0.05)$

ตารางที่ 4.10 แสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ ที่คำนวณได้จากวิธีการประมาณทั้งสองวิธี กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.75 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC) มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

		γ_{00}			γ_{10}		
ICC	J	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง
0.05	15	0.1147	0.1145	0.0002	0.2210	0.2173	0.0037
	30	0.0631	0.0630	0.0001	0.1004	0.1003	0.0001
	50	0.0277	0.0277	0.0000	0.0295	0.0295	0.0000
0.2	15	0.3311	0.3310	0.0001	0.4033	0.4029	0.0004
	30	0.1738	0.1738	0.0000	0.2141	0.2140	0.0001
	50	0.0760	0.0760	0.0000	0.0969	0.0969	0.0000
0.35	15	0.4676	0.4674	0.0002	0.5982	0.5978	0.0004
	30	0.2363	0.2363	0.0000	0.3080	0.3080	0.0000
	50	0.2100	0.2100	0.0000	0.1492	0.1492	0.0000

หมายเหตุ * ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่มีค่าน้อยกว่าอย่างมีนัยสำคัญ $(\alpha = 0.05)$

ตารางที่ 4.11 แสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 ที่คำนวณได้จากวิธี การประมาณทั้งสองวิธี ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.75 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC) มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

		σ^2_{e0}			σ^2_{e1}		
ICC	J	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง
0.05	15	5.7126	3.9061	1.8065	10.3831	9.7599	0.6232
	30	2.0017	1.9948	0.0069	4.352	4.3486	0.0034
	50	0.6707	0.6684	0.0023	1.3765	1.3756	0.0009
0.2	15	4.7532	4.4016	0.3516	9.5247	9.4266*	0.0981
	30	2.0100	2.0065	0.0035	4.1171	4.1083	0.0088
	50	0.7631	0.7619	0.0012	2.0124	2.0123	0.0001
0.35	15	4.4523	4.4404	0.0119	8.7665	8.6961*	0.0704
	30	2.0614	2.0591	0.0023	4.5434	4.5210	0.0224
	50	1.0031	1.0019	0.0012	0.8633	0.8522	0.0111

หมายเหตุ * ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่มีค่าน้อยกว่าอย่างมีนัยสำคัญ $(\alpha = 0.05)$

ตารางที่ 4.12 แสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 ที่คำนวณได้จากวิธี การประมาณทั้งสองวิธี ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.75 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC) มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

		τ_{00}			τ_{11}		
ICC	J	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง
0.05	15	0.5173*	0.5210	0.0037	1.0983*	1.0251	0.0732
	30	0.2278*	0.2215	0.0063	0.5894*	0.5758	0.0136
	50	0.0488	0.046	0.0028	0.2541	0.2558	0.0017
0.2	15	3.1731*	3.4825	0.3094	4.2554*	4.7024	0.4470
	30	1.4929*	1.5381	0.0452	2.5696*	2.6809	0.1113
	50	0.6032	0.6188	0.0156	1.0650	1.0920	0.0270
0.35	15	6.1446*	6.8767	0.7321	9.2050*	10.4111	1.2061
	30	3.1125*	3.0874	0.0251	4.3260*	4.9652	0.6392
	50	0.9560	0.9107	0.0453	1.1085	1.1989	0.0904

หมายเหตุ * ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่มีค่าน้อยกว่าอย่างมีนัยสำคัญ $(\alpha = 0.05)$

ตารางที่ 4.13 แสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ ที่คำนวณได้จากวิธีการประมาณทั้งสองวิธี กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 1.00 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC)มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

		γ_{00}			γ_{10}		
ICC	J	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง
0.05	15	0.1447	0.1446	0.0001	0.2322	0.2319	0.0003
	30	0.0693	0.0692	0.0001	0.1289	0.1288	0.0001
	50	0.0290	0.0290	0.0000	0.0310	0.0310	0.0000
0.2	15	0.3311	0.3303	0.0008	0.4235	0.4225	0.0010
	30	0.1551	0.1551	0.0000	0.2317	0.2316	0.0001
	50	0.0783	0.0783	0.0000	0.0998	0.0998	0.0000
0.35	15	0.4600	0.4597	0.0003	0.6043	0.6037	0.0006
	30	0.2505	0.2505	0.0000	0.3258	0.3258	0.0000
	50	0.2184	0.2184	0.0000	0.1552	0.1552	0.0000

หมายเหตุ * ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่มีค่าน้อยกว่าอย่างมีนัยสำคัญ $(\alpha = 0.05)$

ตารางที่ 4.14 แสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 ที่คำนวณได้จากวิธี การประมาณทั้งสองวิธี ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 1.00 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC) มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

		σ^2_{e0}			σ^2_{e1}		
ICC	J	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง
0.05	15	3.8466	3.8135	0.0331	11.0764	11.0207	0.0557
	30	2.0773	2.0721	0.0052	5.7947	5.7824	0.0123
	50	0.7253	0.7236	0.0017	1.91	1.9062	0.0038
0.2	15	5.1596	5.1047	0.0549	14.864	14.7875*	0.0765
	30	2.0281	2.0245	0.0036	7.5387	7.5239	0.0148
	50	0.8024	0.8011	0.0013	3.8406	3.8400	0.0006
0.35	15	5.2255	5.2221	0.0034	11.7132	11.6808*	0.0324
	30	2.0046	2.0013	0.0033	6.1356	6.1152	0.0204
	50	1.0166	1.0147	0.0019	1.2129	1.2013	0.0116

หมายเหตุ * ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่มีค่าน้อยกว่าอย่างมีนัยสำคัญ $(\alpha = 0.05)$

ตารางที่ 4.15 แสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 ที่คำนวณได้จากวิธี การประมาณทั้งสองวิธี ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 1.00 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC) มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

		τ_{00}			τ_{11}		
ICC	J	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง	วิธี IGLS	วิธี RIGLS	ความแตกต่าง
0.05	15	0.5990*	0.6665	0.0675	1.8335*	1.9565	0.1230
	30	0.3014*	0.3198	0.0184	1.0093*	1.0703	0.0610
	50	0.0673	0.0692	0.0019	0.4534	0.7666	0.3132
0.2	15	3.0295*	3.4028	0.3733	5.1740*	5.6705	0.4965
	30	1.5870*	1.6631	0.0761	2.9030*	3.0613	0.1583
	50	0.6682	0.6973	0.0291	1.2538	1.2994	0.0456
0.35	15	6.1179*	6.723	0.6051	10.2554*	11.4097	1.1543
	30	3.1521*	3.3074	0.1553	5.8170*	6.1230	0.3060
	50	1.0089	1.0166	0.0077	1.5533	1.5407	0.0126

หมายเหตุ * ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่มีค่าน้อยกว่าอย่างมีนัยสำคัญ $(\alpha = 0.05)$

ตารางที่ 4.16 แสดงวิธีการประมาณค่า พารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ (γ_{00}) ที่ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ต่ำกว่า

พารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ (γ_{00})

	ICC		
J	0.05	0.20	0.35
15	EQ	EQ	EQ
30	EQ	EQ	EQ
50	EQ	EQ	EQ

หมายเหตุ

I(K) คือ วิธี IGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี RIGLS ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เท่ากับ K

I คือ วิธี IGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี RIGLS ในทุกกรณี

R(K) คือ วิธี RIGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี RIGLS ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เท่ากับ K

R คือ วิธี RIGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี IGLS ในทุกกรณี

EQ คือ วิธีการประมาณทั้งสอง ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ไม่แตกต่างกัน

ตารางที่ 4.17 แสดงวิธีการประมาณค่า พารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ (γ_{10}) ที่ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ต่ำกว่า

พารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ (γ_{10})

	ICC		
J	0.05	0.20	0.35
15	EQ	EQ	EQ
30	EQ	EQ	EQ
50	EQ	EQ	EQ

หมายเหตุ

I(K) คือ วิธี IGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี RIGLS ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เท่ากับ K

I คือ วิธี IGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี RIGLS ในทุกกรณี

R(K) คือ วิธี RIGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี RIGLS ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เท่ากับ K

R คือ วิธี RIGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี IGLS ในทุกกรณี

EQ คือ วิธีการประมาณทั้งสอง ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ไม่แตกต่างกัน

ตารางที่ 4.18 แสดงวิธีการประมาณค่า พารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 (σ^2_{e0}) ที่ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ต่ำกว่า

พารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 (σ^2_{e0})

	ICC		
J	0.05	0.20	0.35
15	R(0.05,0.25)	EQ	EQ
30	EQ	EQ	EQ
50	EQ	EQ	EQ

หมายเหตุ

I(K) คือ วิธี IGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี RIGLS ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เท่ากับ K

I คือ วิธี IGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี RIGLS ในทุกกรณี

R(K) คือ วิธี RIGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี RIGLS ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เท่ากับ K

R คือ วิธี RIGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี IGLS ในทุกกรณี

EQ คือ วิธีการประมาณทั้งสอง ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ไม่แตกต่างกัน

ตารางที่ 4.19 แสดงวิธีการประมาณค่า พารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 (σ^2_{e1}) ที่ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ต่ำกว่า

พารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 (σ^2_{e1})

	ICC		
J	0.05	0.20	0.35
15	R(0.05,0.25)	R(0.50,0.75,1.00)	R(0.50,0.75,1.00)
30	EQ	EQ	EQ
50	EQ	EQ	EQ

หมายเหตุ

I(K) คือ วิธี IGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี RIGLS ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เท่ากับ K

I คือ วิธี IGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี RIGLS ในทุกกรณี

R(K) คือ วิธี RIGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี RIGLS ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เท่ากับ K

R คือ วิธี RIGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี IGLS ในทุกกรณี

EQ คือ วิธีการประมาณทั้งสอง ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ไม่แตกต่างกัน

ตารางที่ 4.20 แสดงวิธีการประมาณค่า พารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 (τ_{00}) ที่ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ต่ำกว่า

พารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 (τ_{00})

	ICC		
J	0.05	0.20	0.35
15	I(0.50,0.75,1.00)	I	I
30	I(0.50,0.75,1.00)	I	I
50	EQ	EQ	EQ

หมายเหตุ

I(K) คือ วิธี IGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี RIGLS ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เท่ากับ K

I คือ วิธี IGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี RIGLS ในทุกกรณี

R(K) คือ วิธี RIGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี RIGLS ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เท่ากับ K

R คือ วิธี RIGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี IGLS ในทุกกรณี

EQ คือ วิธีการประมาณทั้งสอง ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ไม่แตกต่างกัน

ตารางที่ 4.21 แสดงวิธีการประมาณค่า พารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 (τ_{11}) ที่ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ต่ำกว่า

พารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 (τ_{11})

	ICC		
J	0.05	0.20	0.35
15	I(0.50,0.75,1.00)	I	I
30	I(0.50,0.75,1.00)	I	I
50	EQ	EQ	EQ

หมายเหตุ

I(K) คือ วิธี IGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี RIGLS ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เท่ากับ K

I คือ วิธี IGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี RIGLS ในทุกกรณี

R(K) คือ วิธี RIGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี RIGLS ในกรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เท่ากับ K

R คือ วิธี RIGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน น้อยกว่า วิธี IGLS ในทุกกรณี

EQ คือ วิธีการประมาณทั้งสอง ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ไม่แตกต่างกัน

ตารางที่ 4.22 แสดงค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของค่าประมาณพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ (MSE) เมื่อขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15, 30 และ 50 ค่าสัดส่วนของความผันแปรในระดับที่ 1 (K) มีค่าเท่ากับ 0.05 0.25 0.50 0.75 และ 1.00 และ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายใน กลุ่ม (ICC) มีค่าเท่ากับ 0.20

	K									
γ_{00}	0.05		0.25		0.50		0.75		1.00	
J	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS
15	0.2967	0.2929	0.3225	0.3222	0.3139	0.3138	0.3311	0.3310	0.3311	0.3303
30	0.1684	0.1684	0.1446	0.1446	0.1680	0.1679	0.1738	0.1738	0.1551	0.1551
50	0.0421	0.0421	0.0505	0.0505	0.0661	0.0661	0.0760	0.0760	0.0783	0.0783

	K									
γ_{10}	0.05		0.25		0.50		0.75		1.00	
J	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS
15	0.3184	0.3052	0.3912	0.3797	0.4010	0.4000	0.4033	0.4029	0.4235	0.4225
30	0.1435	0.1435	0.1776	0.1775	0.2037	0.2037	0.2141	0.2140	0.2317	0.2316
50	0.0682	0.0682	0.0722	0.0722	0.0842	0.0842	0.0969	0.0969	0.0998	0.0998

ตารางที่ 4.23 แสดงค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของค่าประมาณพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 (MSE) เมื่อขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัดส่วนของความผันแปรในระดับที่ 1 (K) มีค่าเท่ากับ 0.05 0.25 0.50 0.75 และ 1.00 และ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม(ICC) มีค่าเท่ากับ 0.20

σ^2_{e0}	K									
	0.05		0.25		0.50		0.75		1.00	
J	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS
15	2.9346	2.6972	5.2898	3.5330	3.0249	2.7052	4.7532	4.4016	5.1596	5.1047
30	1.4651	1.4625	1.5611	1.5576	1.8431	1.8425	2.0100	2.0065	2.0281	2.0245
50	0.5855	0.5846	0.6114	0.6101	0.7144	0.7144	0.7631	0.7619	0.8024	0.8011

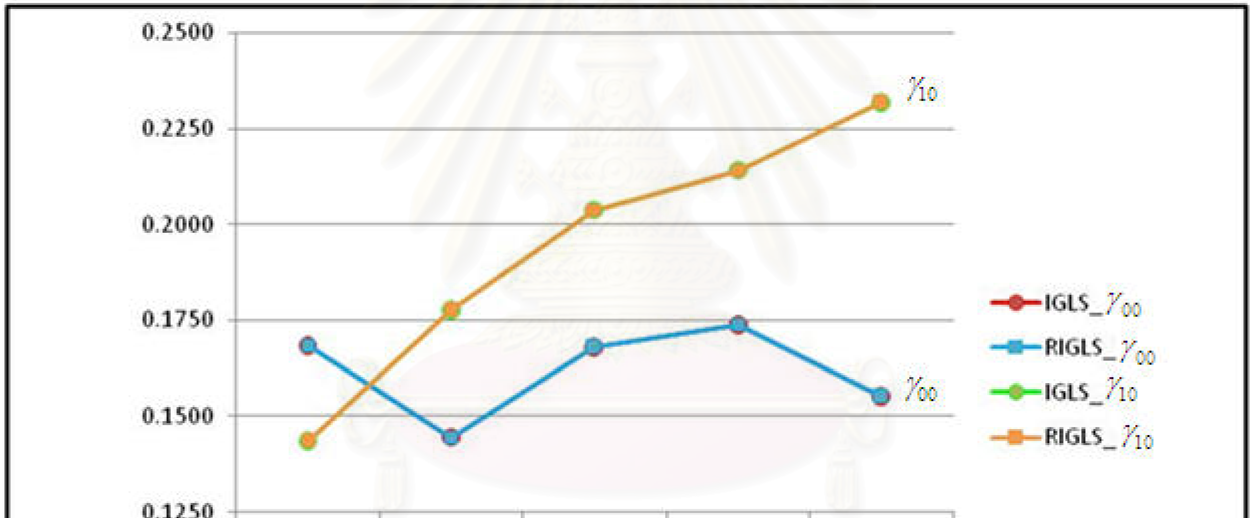
σ^2_{e1}	K									
	0.05		0.25		0.50		0.75		1.00	
J	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS
15	2.0527	2.0071	5.0809	3.9521	4.7724	4.2069	9.5247	9.4266	14.8640	14.7875
30	0.9118	0.9093	1.6099	1.6061	3.3783	3.3754	4.1171	4.1083	7.5387	7.5239
50	0.4691	0.4688	0.8118	0.8116	1.6861	1.6882	2.0124	2.0123	3.8400	3.8406

ตารางที่ 4.24 แสดงค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของค่าประมาณพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 (MSE) เมื่อขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัดส่วนของความผันแปรในระดับที่ 1 (K) มีค่าเท่ากับ 0.05 0.25 0.50 0.75 และ 1.00 และ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม(ICC) มีค่าเท่ากับ 0.20

τ_{00}	K									
	0.05		0.25		0.50		0.75		1.00	
J	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS
15	2.5687	2.8099	2.9051	2.9073	4.0276	4.0559	3.1731	3.4825	3.0295	3.4028
30	1.2191	1.2538	1.3964	1.4621	1.3839	1.4516	1.4929	1.5381	1.5870	1.6631
50	0.5185	0.5310	0.5821	0.6068	0.5710	0.5963	0.6032	0.6188	0.6682	0.6973

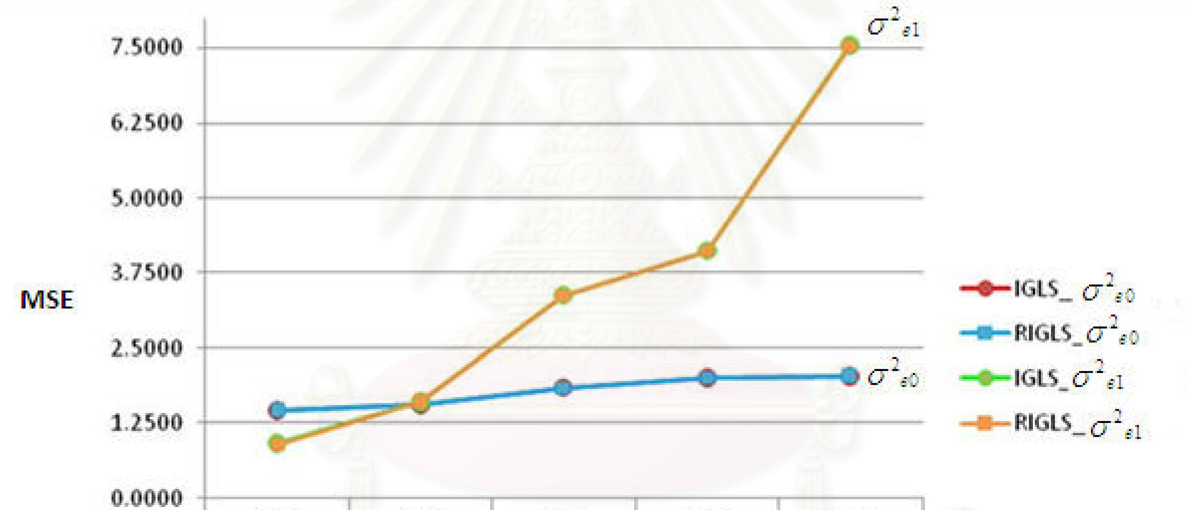
τ_{11}	K									
	0.05		0.25		0.50		0.75		1.00	
J	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS	IGLS	RIGLS
15	2.8385	3.2152	4.1829	4.2641	7.9416	8.0026	4.2554	4.7024	5.1740	5.6705
30	1.4580	1.5196	1.9612	2.0908	2.2469	2.3700	2.5696	2.6809	2.9030	3.0613
50	0.6361	0.6515	0.8385	0.8785	0.9508	0.9857	1.0650	1.0920	1.2538	1.2994

ภาพที่ 4.25 แสดงค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ กรณีขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 มีขนาดเท่ากับ 30 และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม มีค่าเท่ากับ 0.20 เมื่อค่าสัดส่วนของความผันแปรในระดับที่ 1 (K) มีค่าเท่ากับ 0.05 0.25 0.50 0.75 และ 1.00



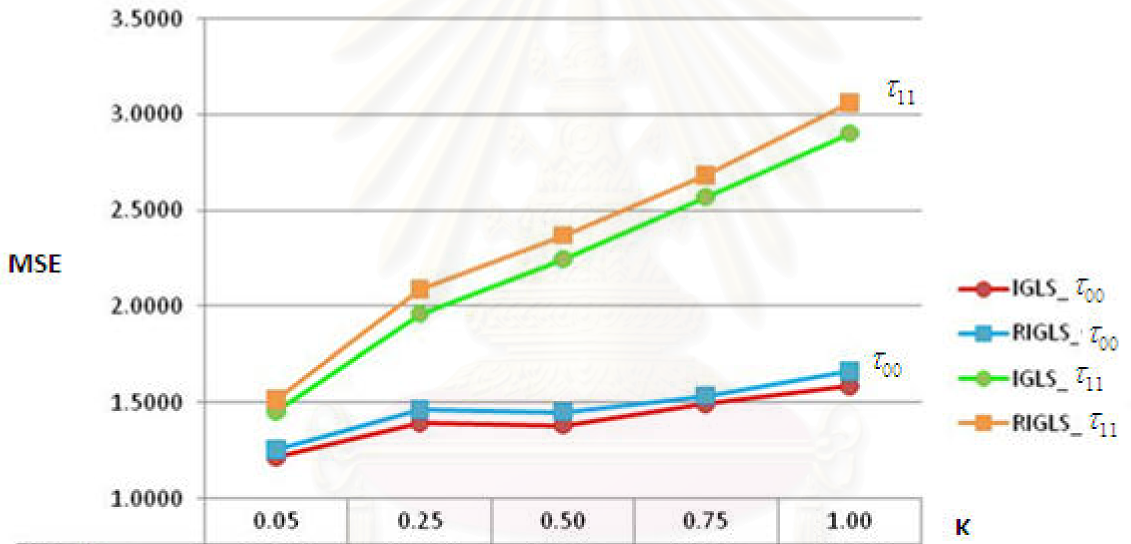
	0.05	0.25	0.50	0.75	1.00
IGLS_ γ_{00}	0.1684	0.1446	0.1680	0.1738	0.1551
RIGLS_ γ_{00}	0.1684	0.1446	0.1679	0.1738	0.1551
IGLS_ γ_{10}	0.1435	0.1776	0.2037	0.2141	0.2317
RIGLS_γ_{10}	0.1435	0.1775	0.2037	0.2140	0.2316

ภาพที่ 4.26 แสดงค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 กรณีขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 มีขนาดเท่ากับ 30 และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม มีค่าเท่ากับ 0.20 เมื่อค่าสัดส่วนของความผันแปรในระดับที่ 1 (K) มีค่าเท่ากับ 0.05 0.25 0.50 0.75 และ 1.00



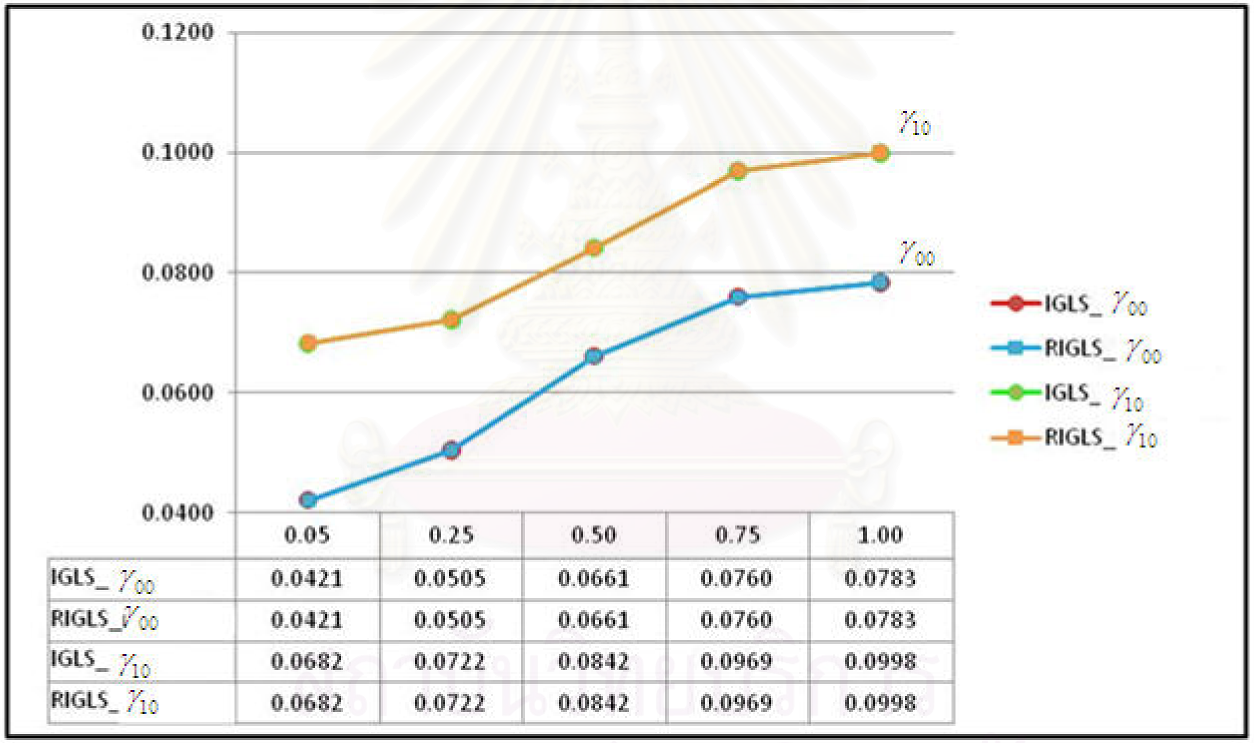
	0.05	0.25	0.50	0.75	1.00
IGLS_ $\sigma^2_{\varepsilon 0}$	1.4651	1.5611	1.8431	2.0100	2.0281
RIGLS_ $\sigma^2_{\varepsilon 0}$	1.4625	1.5576	1.8425	2.0065	2.0245
IGLS_ $\sigma^2_{\varepsilon 1}$	0.9118	1.6099	3.3783	4.1171	7.5387
RIGLS_ $\sigma^2_{\varepsilon 1}$	0.9093	1.6061	3.3754	4.1083	7.5239

ภาพที่ 4.27 แสดงค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 เมื่อขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 มีขนาดเท่ากับ 30 และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม มีค่าเท่ากับ 0.20 เมื่อค่าสัดส่วนของความผันแปรในระดับที่ 1 (K) มีค่าเท่ากับ 0.05 0.25 0.50 0.75 และ 1.00



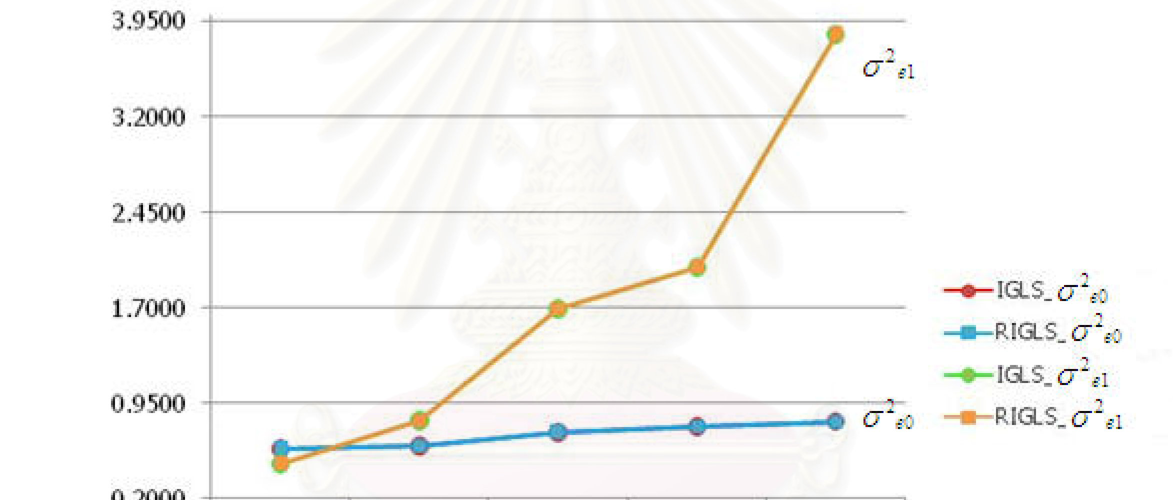
	0.05	0.25	0.50	0.75	1.00
IGLS_ τ_{00}	1.2191	1.3964	1.3839	1.4929	1.5870
RIGLS_ τ_{00}	1.2538	1.4621	1.4516	1.5381	1.6631
IGLS_ τ_{11}	1.4580	1.9612	2.2469	2.5696	2.9030
RIGLS_ τ_{11}	1.5196	2.0908	2.3700	2.6809	3.0613

ภาพที่ 4.28 แสดงค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ เมื่อขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 มีขนาดเท่ากับ 50 และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม มีค่าเท่ากับ 0.20 เมื่อค่าสัดส่วนของความผันแปรในระดับที่ 1 (K) มีค่าเท่ากับ 0.05 0.25 0.50 0.75 และ 1.00



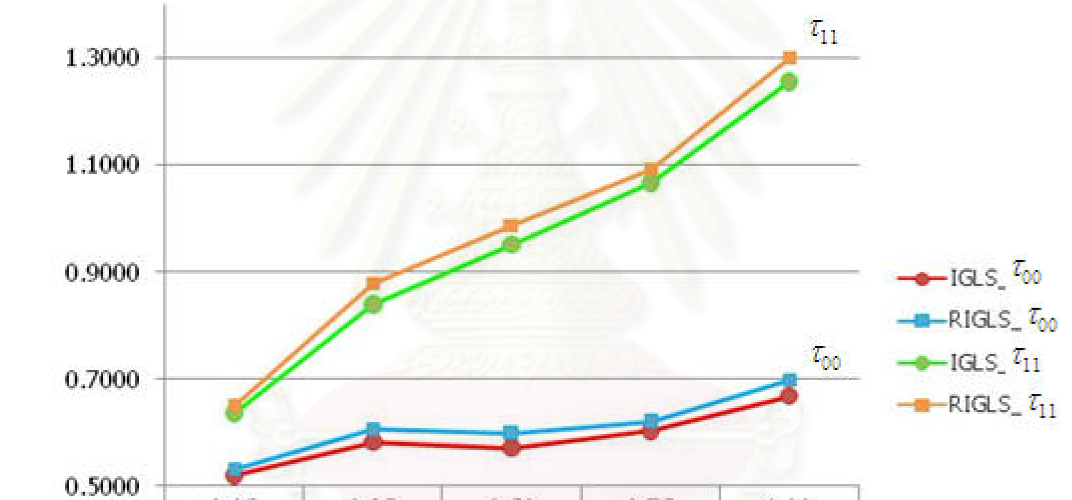
	0.05	0.25	0.50	0.75	1.00
IGLS_ γ_{00}	0.0421	0.0505	0.0661	0.0760	0.0783
RIGLS_ γ_{00}	0.0421	0.0505	0.0661	0.0760	0.0783
IGLS_ γ_{10}	0.0682	0.0722	0.0842	0.0969	0.0998
RIGLS_ γ_{10}	0.0682	0.0722	0.0842	0.0969	0.0998

ภาพที่ 4.29 แสดงค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 มีขนาดเท่ากับ 50 และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม มีค่าเท่ากับ 0.20 เมื่อค่าสัดส่วนของความผันแปรในระดับที่ 1 (K) มีค่าเท่ากับ 0.05 0.25 0.50 0.75 และ 1.00



	0.05	0.25	0.50	0.75	1.00
IGLS_$\sigma^2_{\varepsilon 0}$	0.5855	0.6114	0.7144	0.7631	0.8024
RIGLS_$\sigma^2_{\varepsilon 0}$	0.5846	0.6101	0.7144	0.7619	0.8011
IGLS_$\sigma^2_{\varepsilon 1}$	0.4691	0.8118	1.6861	2.0124	3.8400
RIGLS_$\sigma^2_{\varepsilon 1}$	0.4688	0.8116	1.6882	2.0123	3.8406

ภาพที่ 4.30 แสดงค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 เมื่อขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 มีขนาดเท่ากับ 50 และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม มีค่าเท่ากับ 0.20 เมื่อค่าสัดส่วนของความผันแปรในระดับที่ 1 (K) มีค่าเท่ากับ 0.05 0.25 0.50 0.75 และ 1.00



	0.05	0.25	0.50	0.75	1.00
IGLS_ τ_{00}	0.5185	0.5821	0.5710	0.6032	0.6682
RIGLS_ τ_{00}	0.5310	0.6068	0.5963	0.6188	0.6973
IGLS_ τ_{11}	0.6361	0.8385	0.9508	1.0650	1.2538
RIGLS_ τ_{11}	0.6515	0.8785	0.9857	1.0920	1.2994

จาก ตารางที่ 4.1 - 4.15 พิจารณาค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี สรุปแยกตามแต่ละปัจจัย ดังนี้

ปัจจัยขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J)

เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 เพิ่มขึ้น (ระดับปัจจัยอื่นๆคงที่) สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ และพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนทั้งสองระดับ ด้วยวิธี IGLS และ RIGLS จะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน มีค่าลดลง นั่นคือ การเพิ่มขึ้นของขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 เป็นการลดความผันแปรของค่าประมาณพารามิเตอร์กับค่าจริงของพารามิเตอร์ ทำให้การประมาณค่าพารามิเตอร์ใกล้เคียงกับค่าจริงของพารามิเตอร์ มากขึ้น

ปัจจัยค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC)

เมื่อ ค่าสัมประสิทธิสหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม เพิ่มขึ้น (ระดับปัจจัยอื่นๆคงที่) สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ และพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 ด้วยวิธี IGLS และ RIGLS จะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน มีค่าเพิ่มขึ้น นั่นคือ การเพิ่มขึ้นของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม เป็นการเพิ่มความผันแปรระหว่างกลุ่ม ทำให้การประมาณค่าพารามิเตอร์ในระดับที่ 2 ประกอบด้วยพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ และพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 ใกล้เคียงกับค่าจริงของพารามิเตอร์ น้อยลง

ปัจจัยค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 (K)

เมื่อ ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เพิ่มขึ้น (ระดับปัจจัยอื่นๆคงที่) สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ และพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนทั้งสองระดับ ด้วยวิธี IGLS และ RIGLS จะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน มีค่าเพิ่มขึ้น นั่นคือ การเพิ่มขึ้นของค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เป็นการเพิ่มความผันแปรระหว่างหน่วยตัวอย่าง และปัญหาความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่ม ในระดับที่ 1 ไม่เท่ากัน ทำให้การประมาณค่าพารามิเตอร์ใกล้เคียงกับค่าจริงของพารามิเตอร์ น้อยลง

จาก ตารางที่ 4.16 - 4.21 พิจารณาการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี สรุปแยกตามแต่ละพารามิเตอร์ ดังนี้ (ค่าสถิติแสดงในภาคผนวก ข)

สำหรับพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่

การประมาณค่าพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ ด้วยวิธี IGLS และวิธี RGLS ทั้งสองวิธีจะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนไม่แตกต่างกัน

สำหรับพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1

การประมาณค่าพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 ด้วยวิธี IGLS และวิธี RGLS โดยส่วนใหญ่ ทั้งสองวิธีให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนไม่แตกต่างกัน ยกเว้น กรณีที่ ขนาดของตัวอย่างในระดับที่ 2 มีขนาดเท่ากับ 15 วิธี RIGLS จะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนต่ำกว่า วิธี IGLS

สำหรับพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2

การประมาณค่าพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 ด้วยวิธี IGLS และวิธี RGLS โดยส่วนใหญ่ วิธี IGLS ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนต่ำกว่า วิธี RIGLS ยกเว้น กรณีที่ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 มีขนาดเท่ากับ 50 ทั้งสองวิธี จะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนไม่แตกต่างกัน

จาก ตารางที่ 4.22 - 4.24 และ ภาพที่ 4.25 -4.30 พิจารณาจาก ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ เมื่อค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเพิ่มขึ้น กำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC) มีค่าเท่ากับ 0.20 และ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15, 30 และ 50 (ภายใต้สถานการณ์อื่น ที่ทำการศึกษา มีผลการวิจัยลักษณะเดียวกัน) สามารถสรุปแยกแต่ละพารามิเตอร์ ดังนี้

สำหรับพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่

เมื่อค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เพิ่มขึ้น การประมาณค่าพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ ทั้งส่วนระยะตัดแกน และความชัน ด้วยวิธี IGLS และ RIGLS จะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้นเล็กน้อย เมื่อเทียบกับ พารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนทั้งสองระดับ

สำหรับพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1

เมื่อค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เพิ่มขึ้น การประมาณค่าพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 ด้วยวิธี IGLS และ RIGLS จะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น โดยที่การประมาณค่าพารามิเตอร์ ${\sigma_{e1}}^2$ จะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้นมาก เมื่อเทียบกับพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวน ${\sigma_{e0}}^2$ ในกรณีค่าสัดส่วนของความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป

สำหรับพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2

เมื่อค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เพิ่มขึ้น การประมาณค่าพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 ด้วยวิธี IGLS และ RIGLS จะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น โดยที่การประมาณค่าพารามิเตอร์ τ_{11} จะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้นมาก เมื่อเทียบกับพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวน τ_{00}

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นการวิจัยเพื่อศึกษาการจำลองตัวแบบความถดถอยเชิงลำดับชั้น เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ขึ้นกับตัวแปรอิสระ และวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ 2 วิธี คือ วิธี Iterative Generalized Least Square (IGLS) และ วิธี Restricted Iterative Generalized Least Square (RIGLS) โดยการวิจัยจะศึกษาในสถานการณ์ต่างๆ ที่กำหนดขึ้นดังนี้

1. ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50
2. ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่มมีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35
3. ค่าสัดส่วนของความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.05,0.25,0.50,0.75 และ 1.00

วิธีการดำเนินการวิจัยในครั้งนี้ ใช้วิธีการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo technique) และทำการเขียนโปรแกรมภาษาคอมพิวเตอร์ เพื่อสร้างข้อมูลเชิงลำดับชั้นตามสถานการณ์ที่กำหนดโดยการกระทำซ้ำ 500 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ เกณฑ์ที่นำมาใช้ในศึกษาวิธีการประมาณทั้ง 2 วิธี คือ ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของแต่ละพารามิเตอร์ โดยที่แบ่งการสรุปผลการวิจัย ออกเป็น 2 ส่วน ดังนี้

1. ปัจจัยที่มีผลต่อ ประสิทธิภาพของการประมาณค่าแต่ละพารามิเตอร์ ด้วยวิธี IGLS และวิธี RIGLS (แผนผังที่ 5.1)
2. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธี IGLS และวิธี RIGLS สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งหมด (แผนผังที่ 5.2)

5.1 สรุปผลการวิจัย

5.1.1 ปัจจัยที่มีผลต่อ ประสิทธิภาพของการประมาณค่าแต่ละพารามิเตอร์ ด้วยวิธี IGLS และวิธี RIGLS

จากแผนผังที่ 5.1 พบว่า

ปัจจัยขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J)

เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 เพิ่มขึ้น (ระดับปัจจัยอื่นๆคงที่) สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ และพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนทั้งสองระดับ ประสิทธิภาพของการประมาณพารามิเตอร์ ด้วยวิธี IGLS และ RIGLS เพิ่มขึ้น นั่นคือ การเพิ่มขึ้นของขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 เป็นการลดความผันแปรของค่าประมาณพารามิเตอร์กับค่าจริงของพารามิเตอร์ ทำให้การประมาณค่าพารามิเตอร์ใกล้เคียงกับค่าจริงของพารามิเตอร์ มากขึ้น

ปัจจัยค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC)

เมื่อ ค่าสัมประสิทธิสหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม เพิ่มขึ้น (ระดับปัจจัยอื่นๆคงที่) สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ และพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 ประสิทธิภาพของการประมาณพารามิเตอร์ ด้วยวิธี IGLS และ RIGLS ลดลง นั่นคือ การเพิ่มขึ้นของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม เป็นการเพิ่มความผันแปรระหว่างกลุ่ม ทำให้การประมาณค่าพารามิเตอร์ในระดับที่ 2 ประกอบด้วยพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ และพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 ใกล้เคียงกับค่าจริงของพารามิเตอร์ น้อยลง

ปัจจัยค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 (K)

เมื่อ ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เพิ่มขึ้น (ระดับปัจจัยอื่นๆคงที่) สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ และพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนทั้งสองระดับ ประสิทธิภาพของการประมาณพารามิเตอร์ ด้วยวิธี IGLS และ RIGLS ลดลง นั่นคือ การเพิ่มขึ้นของค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 เป็นการเพิ่มความผันแปรระหว่างหน่วยตัวอย่าง และปัญหาความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่ม ในระดับที่ 1 ไม่เท่ากัน ทำให้การประมาณค่าพารามิเตอร์ใกล้เคียงกับค่าจริงของพารามิเตอร์ น้อยลง โดยเฉพาะ พารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1

5.1.2. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของ วิธี IGLS และวิธี RIGLS สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งหมด

จากแผนผังที่ 5.2 พบว่า

1. วิธี IGLS จะมีประสิทธิภาพสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งหมด ดีกว่า วิธี RIGLS สำหรับกรณีดังต่อไปนี้

<u>กรณี 1</u> ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ 15 และ 30
ค่าสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม มีค่าเท่ากับ 0.05
ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.50, 0.75 และ 1.00

<u>กรณี 2</u> ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ 15 และ 30
ค่าสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม มีค่าเท่ากับ 0.20 และ 0.35
ทุกค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1

กล่าวคือ ข้อมูลที่มีจำนวนกลุ่มของหน่วยตัวอย่าง 15 และ 30 กลุ่ม ในกรณีความผันแปรระหว่างกลุ่ม อยู่ในระดับปานกลางขึ้นไป และ ในกรณีความผันแปรระหว่างกลุ่ม อยู่ในระดับต่ำ แต่มีความผันแปรระหว่างหน่วยตัวอย่างอยู่ในระดับปานกลางขึ้นไป สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ ควรเลือกวิธี IGLS

2. วิธี RIGLS จะมีประสิทธิภาพสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งหมด ดีกว่า วิธี IGLS สำหรับกรณีดังต่อไปนี้

<u>กรณี</u> ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ 15
ค่าสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม มีค่าเท่ากับ 0.05
ค่าสัดส่วนความฝันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.05 และ 0.25

กล่าวคือ ข้อมูลที่มีจำนวนกลุ่มของหน่วยตัวอย่าง 15 กลุ่ม ในกรณีความผันแปรระหว่างกลุ่ม และระหว่างหน่วยตัวอย่าง อยู่ในระดับต่ำ สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ ควรเลือกวิธี RIGLS

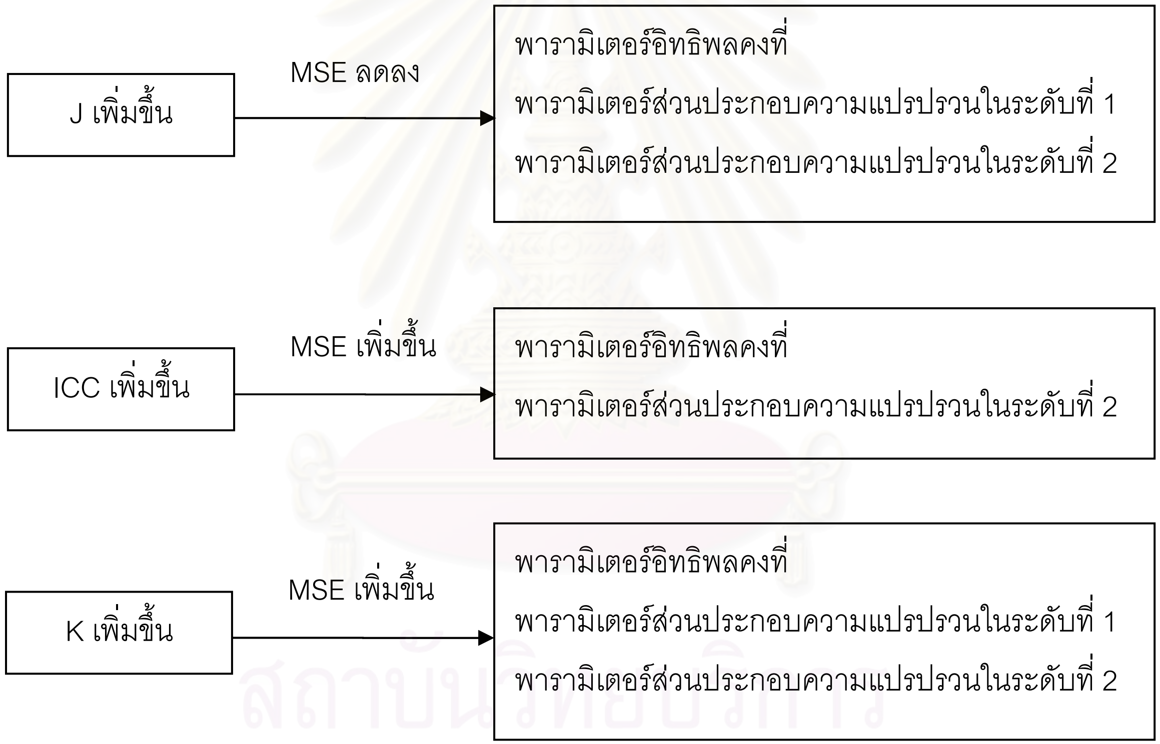
3. วิธี RIGLS และ วิธี IGLS จะมีประสิทธิภาพสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดไม่แตกต่างกัน สำหรับกรณีดังต่อไปนี้

<u>กรณี 1</u> ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ 30
ค่าสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม มีค่าเท่ากับ 0.05
ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.05 และ 0.25

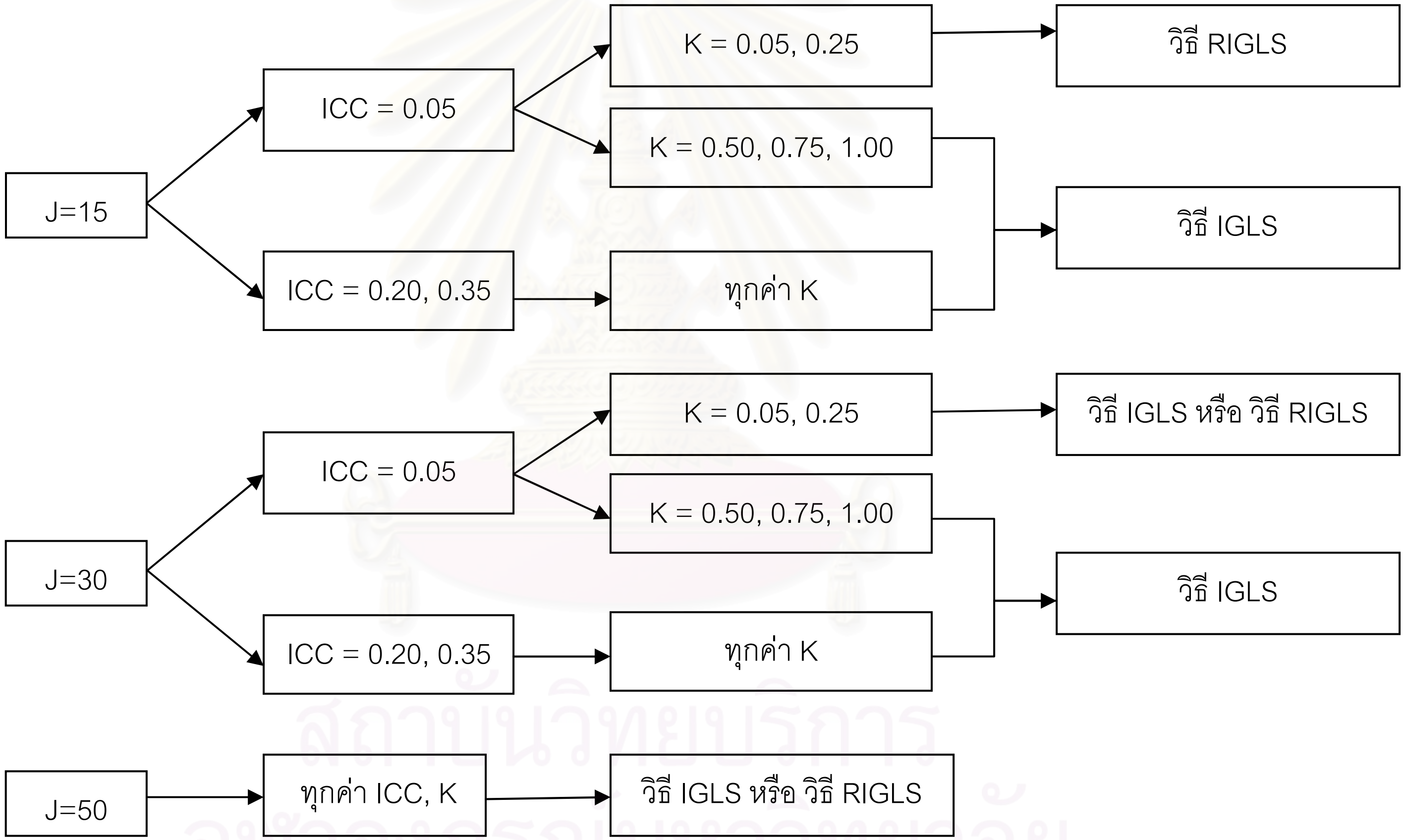
<u>กรณี 2</u> ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 มีค่าเท่ากับ 50
ทุกค่าสัมประสิทธ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม
ทุกค่าค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1

กล่าวคือ ข้อมูลที่มีจำนวนกลุ่มของหน่วยตัวอย่าง 30 กลุ่ม ในกรณีความผันแปรระหว่างกลุ่ม และระหว่างหน่วยตัวอย่างอยู่ในระดับต่ำ และข้อมูลที่มีจำนวนกลุ่มของหน่วยตัวอย่าง 50 กลุ่ม สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ จะเลือกวิธี IGLS หรือวิธี RIGLS ก็ได้ มีประสิทธิภาพไม่แตกต่างกัน

แผนผังที่ 5.1 แสดงปัจจัยที่มีผลต่อ ค่ากำลังสองเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อน สำหรับการประมาณค่าแต่ละพารามิเตอร์



แผนผังที่ 5.2 แสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน สำหรับการประมาณพารามิเตอร์ทั้งหมด ด้วยวิธี IGLS และวิธี RIGLS



5.2 ข้อเสนอแนะ

สามารถแบ่งข้อเสนอแนะ ออกเป็น 2 ส่วนดังนี้

5.2.1 การนำไปใช้ประยุกต์

1. ตรวจสอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ไม่เท่ากัน

สำหรับแต่ละกลุ่ม สร้างตัวแบบถดถอย (Ordinary Least Square regression) ของ ตัวแปรตาม และตัวแปรอิสระในระดับที่ 1

ทดสอบสมมติฐาน

H_0 : ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 เท่ากัน

H_1 : ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ไม่เท่ากัน

ตัวสถิติทดสอบ

$$H = \sum_{j=1}^{J} \left(d_j \right)^2$$

คำนวณค่า d_j

$$d_j = \sqrt{\frac{df_j}{2}} \cdot \left(\ln\left(s_j^{\,2}\right) - \frac{\sum_{j=1}^{J} df_j \cdot \ln\left(s_j^{\,2}\right)}{\sum_{j=1}^{J} df_j} \right)$$

โดยที่

J คือ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 หรือ จำนวนกลุ่มของหน่วยตัวอย่าง

s_j^2 คือ ค่าประมาณ ของความแปรปรวนของเศษเหลือ สำหรับแต่ละกลุ่ม j

df_j คือ องศาความเป็นอิสระของแต่ละกลุ่ม มีค่าเท่ากับ $n_j - r - 1$

เมื่อ n_j คือ จำนวนหน่วยตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม

r คือ จำนวนตัวแปรอิสระในตัวแบบระดับที่ 1

บริเวณวิกฤติ

$H > \chi^2_{\alpha, J-1}$ องศาความเป็นอิสระมีค่าเท่ากับ $J-1$

<u>ตัวอย่าง</u> กรณี จำนวนหน่วยตัวอย่าง มีค่าเท่ากับ 12 จำนวนกลุ่มของหน่วยตัวอย่าง มีค่าเท่ากับ 30 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม มีค่าเท่ากับ 0.20 และค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.50

J	s_j^2	d_j	d_j^2
1	5.2199	1.2165	1.4798
2	2.7527	-1.6453	2.7070
3	4.7189	0.7652	0.5855
4	3.3078	-0.8237	0.6784
5	2.6170	-1.8714	3.5021
6	4.9473	0.9766	0.9537
7	2.4752	-2.1205	4.4966
8	3.5688	-0.4841	0.2344
9	5.6874	1.6000	2.5600
10	3.9998	0.0258	0.0007
11	2.3131	-2.4234	5.8729
12	5.3018	1.2861	1.6539
13	3.5620	-0.4926	0.2427
14	4.7095	0.7562	0.5719
15	5.6106	1.5392	2.3693
16	4.8531	0.8906	0.7932
17	6.6912	2.3270	5.4147
18	3.3322	-0.7908	0.6254
19	3.5579	-0.4977	0.2477
20	2.4097	-2.2405	5.0198
21	7.3659	2.7566	7.5987
22	3.8732	-0.1180	0.0139
23	3.7022	-0.3200	0.1024
24	3.8479	-0.1473	0.0217
25	3.8090	-0.1928	0.0372
26	4.1822	0.2252	0.0507
27	2.2970	-2.4547	6.0255
28	5.8088	1.6945	2.8712
29	3.6956	-0.3280	0.1076
30	4.8540	0.8914	0.7947

จากข้อมูลข้างต้น ค่าสถิติ H มีค่าเท่ากับ 57.6333 และสูงกว่า ค่าไคสแควร์จากตาราง สถิติ (42.5600) จะสรุปได้ว่า ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ไม่เท่ากัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

2. ตรวจสอบรูปแบบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1

2.1 พิจารณา ความสัมพันธ์ของ ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 ว่า มีความสัมพันธ์กับ ตัวแปรอิสระในระดับที่ 1 หรือไม่

เช่น ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 สำหรับแต่ละกลุ่มของหน่วยตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อตัวแปรอิสระในระดับที่ 1 มีค่าเพิ่มขึ้น แสดงให้เห็นว่า ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มขึ้นกับตัวแปรอิสระ ผู้วิจัยสามารถสังเกตได้จากข้อมูล หรือเขียนแผนภาพการกระจาย (scatter plot) ของเศษเหลือแต่ละกลุ่ม กับตัวแปรอิสระ

2.2 พิจารณาค่า deviance ของตัวแบบอย่างง่าย และตัวแบบที่ซับซ้อน

ตัวแบบรวมอย่างง่าย $y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}x_{ij} + u_{0j} + u_{1j}x_{ij} + \varepsilon_{ij}$

ตัวแบบรวมแบบซับซ้อน $y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}x_{ij} + u_{0j} + u_{1j}x_{ij} + e_{0ij} + e_{1ij} \cdot x_{ij}$

2.2.1 จำนวนพารามิเตอร์ ของตัวแบบรวมอย่างง่าย คือ 5 ตัว และจำนวนพารามิเตอร์ ของตัวแบบรวมแบบซับซ้อน คือ 6 ตัว ดังนั้น องศาความเป็นอิสระ มีค่าเท่ากับ 6 - 5 = 1

2.2.2 ค่าไคสแควร์จากตารางสถิติ ที่องศาความเป็นอิสระ เท่ากับ 1 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 มีค่าเท่ากับ 3.84

2.2.3 พิจารณาค่า ผลต่างของ deviance สำหรับตัวแบบทั้งสอง ถ้าผลต่างของ deviance มีค่าสูงกว่า ค่าไคสแควร์จากตารางสถิติ สรุปได้ว่า ตัวแบบรวมแบบซับซ้อน มีความสอดคล้องกับข้อมูล มากกว่า ตัวแบบรวมอย่างง่าย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

3. การศึกษาเพิ่มเติม

5.2.1 ในการศึกษาครั้งนี้ ได้เลือกจำลองตัวแบบถดถอยเชิงลำดับชั้น ในลักษณะสัมประสิทธิ์การถดถอย เมื่อความแปรปรวนในระดับที่ 1 ไม่เท่ากัน และขึ้นกับตัวแปรอิสระ ดังนั้น ในการศึกษาครั้งต่อไป อาจจะศึกษาการจำลองตัวแบบเชิงลำดับชั้น ในลักษณะอื่นๆ เช่น การจำลองตัวแบบถดถอยโลจิสติกซ์เชิงลำดับชั้น

5.2.2 ในการศึกษาครั้งนี้ ได้เลือกศึกษาอัลกอริทึมเพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ เพียง 2 วิธี ดังนั้น ในการศึกษาครั้งต่อไป อาจจะศึกษาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอื่นๆ เช่น วิธีอัลกอริทึม EM และ วิธี MCMC เป็นต้น

5.3.3 ในการศึกษาครั้งนี้ ได้ควรมีการศึกษาเพิ่มเติมในกรณีที่ขนาดตัวอย่างภายในกลุ่มมีไม่สมดุล (Unbalance)

5.3.4 ในการศึกษาครั้งนี้ เลือกค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ0.05, 0.25, 0.50, 0.75 และ 1.00 ซึ่งในทางปฏิบัติ ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 อาจมีค่ามากกว่า 1.00 ก็ได้

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ธีระพร วีระถาวร. ความน่าจะเป็นกับการประยุกต์. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: วิทยพัฒน์, 2539.

ธีระพร วีระถาวร. ตัวแบบเชิงเส้นและการประยุกต์. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: วิทยพัฒน์, 2541.

ศิริชัย กาญจนวาสี. การวิเคราะห์พหุระดับ. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548.

ภาษาอังกฤษ

Goldstein H. Multilevel Statistical Models. 2nd ed. Newyork-Toronto: John Wiley & Sons, 1995.

Snijders, T., & Bosker, R. Multilevel Analysis. London: Sage Publications, 1999.

Raudenbush, S. W., Bryk, A. S. Hierarchical Linear Models Applications and Data Analysis Methods. 2nd ed. London: Sage Publications, 2002.

Goldstein H. Multilevel mixed linear model analysis using iterative generalized least squares. Biometrika 73(1986): 43-56.

Goldstein H. Restricted unbiased iterative generalized least squares. Biometrika 76(1989): 622-623.

Van der Leeden, R., F. Busing and E. Meijer, Bootstrap method for two-level models. Department of Psychometrics and Research Methodology. Leiden University, 1997.

Maas, C.J.M. and Hox, J.J. Robustness of multilevel parameter estimates against small sample sizes. Department of Methodology and Statistics. Utrecht University, 2001.

Mass, C.J.M. and Hox, J.J. Sufficient sample sizes for multilevel modeling. Department of Methodology and Statistics. Utrecht University, 2003.

Ayebo, A. and Kozubowski, T.J. An asymmetric generalized of Gaussian and Laplace laws. Department of Mathematics, JPSS 1(2)(2003): 187-210.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ตารางแสดงลักษณะการทำงานของโปรแกรมทั้งหมดที่ใช้ในการวิจัย

อันดับที่	ชื่อโปรแกรม	การทำงานของโปรแกรม	ชื่อโปรแกรมย่อยที่เรียกใช้
โปรแกรมหลัก	EST	- สร้างข้อมูลตัวแปรอิสระ ค่าคลาดเคลื่อนสุ่มในระดับที่ 1 และระดับที่ 2 และตัวแปรตาม - คำนวณค่า RB ของวิธี IGLS และ RIGLS - คำนวณค่า RRADASE ของวิธี IGLS และ RIGLS	ind, value_y, IGLS, RIGLS, MSE
โปรแกรมย่อย			
1	randmcg	- การสร้างเลขสุ่มให้มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอในช่วง (0,1) ด้วยวิธี MCG	randmcg
2	normal	- การสร้างเลขสุ่มให้มีการแจกแจงแบบปกติ	
3	ind	- การสร้างข้อมูลตัวแปรอิสระ	normal
4	mvn_e	- การสร้างค่าคลาดเคลื่อนในระดับที่ 1	randmcg
5	mvn_u	- การสร้างค่าคลาดเคลื่อน ในระดับที่ 2	randmcg

6	value_y	- การสร้างตัวแปรตาม	
7	F	- การประมาณส่วนอิทธิพลคงที่ ของ วิธี IGLS	
8	F2	- การประมาณส่วนอิทธิพลคงที่ ของ วิธี RIGLS	
9	R	- การประมาณส่วนอิทธิพลสุ่มของ วิธี IGLS	
10	R2	- การประมาณส่วนอิทธิพลสุ่มของ วิธี RIGLS	
11	TuTe	- การสร้างเมตริกซ์ความแปรปรวนของค่าประมาณอิทธิพลสุ่ม วิธี IGLS	
12	TuTe_R	- การสร้างเมตริกซ์ความแปรปรวนของค่าประมาณอิทธิพลสุ่ม วิธี RGLS	
13	IGLS	- การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี IGLS	F,R,TuTe
14	RIGLS	- การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธี RIGLS	F2,R2,TuTe_2
15	MSE	- คำนวณค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของแต่ละพารามิเตอร์	

โปรแกรมทั้งหมดในงานวิจัย

```
function r = randmcg(p,q)
%RANDMCG   Multiplicative congruential uniform random number generator.
%  The statement
%     r = randmcg
%  generates a single uniformly distributed random number.
%  The statement
%     r = randmcg(m,n)
%  generates an m-by-n random matrix.
%  The statement
%     clear randmcg
%  will cause the generator to reinitialize itself.
%  The function can not accept any other starting seed.
%
%  See also RANDGUI, RANDSSP.
persistent m a c x
if isempty(x)
   m  = 2^31-1;
   a = 7^5;
   c = 0;
   x = 1;
end
if nargin < 1, p = 1; end
if nargin < 2, q = p; end
r = zeros(p,q);
for k = 1:p*q
   x = rem(a*x + c, m);
   r(k) = x/m;
end
```

```
function [X,xj,vec_x,Xstar]=ind(GS,NG)
xj=ones(GS,NG);
for j=1:NG
for i=1:GS
   x=normal(2,1);
   xj(i,j)=x;
end
end
vec_x=xj(:);
X=ones(NG*GS,2);
for i=1:NG*GS
X(i,2)=vec_x(i,1);
end
Xstar=zeros(GS*NG,2*GS*NG);
for i=1:GS*NG
   Xstar(i,2*i-1)=1;
   Xstar(i,2*i)=vec_x(i,1);
end
```

```
function norm =normal(mean1,stdev1)
%สร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ normal โดยที่ input argument 2 ตัวคือ mean1 และ stdev1
ตามลำดับ
r1=randmcg(1);
r2=randmcg(1);
znorm=sqrt(-2*log(r1))*cos(2*pi*r2);
norm=(znorm*stdev1)+mean1;
```

```
function Uj = mvn_u(NG,var_u0,var_u1)
% สร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงหลายตัวปกติ โดยที่ input argument 2 ตัวคือ var_u0 และ cov_u01
ตามลำดับ
Uj=zeros(2,NG);
for j=1:NG
Tuj_set=zeros(2,2);
Tuj_set(1,1)=var_u0;
Tuj_set(1,2)=0;
Tuj_set(2,1)=0;
Tuj_set(2,2)=var_u1;
u=zeros(2,1);
len=ceil(2/2);
for i=1:len
r1=randmcg(1);
r2=randmcg(1);
u(i)=sqrt(-2*log(r1))*cos(2*pi*r2);
if (i+len<=2)
u(i+len)=sqrt(-2*log(r1))*sin(2*pi*r2);
end
end
C=chol(Tuj_set);
Uj(:,j)=C'*u;
end
```

```
function Ej = mvn_e(GS,NG,var_e0,var_e1)
% สร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงหลายตัวปกติ โดยที่ input argument 3 ตัวคือ var_e0,var_e1 และ
cov_e01 ตามลำดับ
Ej=zeros(2*GS,NG);
for j=1:NG
Tej_set=zeros(2*GS,2*GS);
for i=1:GS
   Tej_set(2*i-1,2*i-1)=var_e0;
   Tej_set(2*i,2*i)=var_e1;
   Tej_set(2*i-1,2*i)=0;
   Tej_set(2*i,2*i-1)=0;
end
e=zeros((2*GS),1);
len=ceil((2*GS)/2);
for i=1:len
r1=randmcg(1);
r2=randmcg(1);
e(i)=sqrt(-2*log(r1))*cos(2*pi*r2);
if (i+len<=2*GS)
e(i+len)=sqrt(-2*log(r1))*sin(2*pi*r2);
end
end
for k=1:GS
e_1((2*k)-1,1)=e(k);
e_1(2*k,1)=e(k+10);
end
e_1;
C=chol(Tej_set);
Ej(:,j)=C'*e;
End
```

```
function [y]=value_y(GS,NG,xj,Xstar,Uj,Ej)
yj=zeros(GS,NG);
for j=1:NG
gamma=[1;2];
x=[ones(GS,1) xj(:,j)];
yj(1:GS,j)=(x*gamma)+(x*Uj(:,j))+(Xstar(((j-1)*GS)+1:j*GS,(2*(j-1)*GS)+1:2*j*GS)*Ej(:,j));
end
y=yj(:);

function [fix,Cov_fix,invV]=F(y,X,GS,NG,xj,vec_x,Xstar,Tu,Te,mse)
for j=1:NG
   W(1+(GS)*(j-1):j*GS,2*j-1)=1;
   W(1+(GS)*(j-1):j*GS,2*j)=xj(:,j);
end
V=W*Tu*W'+Xstar*Te*(Xstar)'+mse*eye(GS*NG,GS*NG);
invV=bbinv(V);
%ประมาณ fix effect
fix=(X'*invV*X)\(X'*invV*y);
Cov_fix=inv(X'*invV*X)

function [fix_R,Cov_fix_R,invV_R]=F2(y,X,GS,NG,xj,vec_x,Xstar,Tu_R,Te_R,mse_R)
for j=1:NG
   W(1+(GS)*(j-1):j*GS,2*j-1)=1;
   W(1+(GS)*(j-1):j*GS,2*j)=xj(:,j);
end
V_R=W*Tu_R*W'+Xstar*Te_R*(Xstar)'+mse_R*eye(GS*NG,GS*NG);
invV_R=bbinv(V_R);
%ประมาณ fix effect
fix_R=(X'*invV_R*X)\(X'*invV_R*y);
Cov_fix_R=inv(X'*invV_R*X);
```

```
function [randp,Cov_randp]=R(y,X,GS,NG,xj,vec_x,Xstar,fix,invV)
%ประมาณ random parameter
A=fix;
B=invV;
E=y-X*A;
E=E*E';
E=E(:);
%สร้าง design matrix ของ พารามิเตอร์สุ่ม  W=[W1 W2 ... W6]
col1_W=zeros(GS*NG,GS*NG);
col2_W=zeros(GS*NG,GS*NG);
col3_W=zeros(GS*NG,GS*NG);
col4_W=zeros(GS*NG,GS*NG);
for j=1:NG
O=ones(GS,GS);
col1_W((j-1)*(GS)+1:j*GS,(j-1)*(GS)+1:j*GS)=O;
col2_W((j-1)*(GS)+1:j*GS,(j-1)*(GS)+1:j*GS)=xj(:,j)*xj(:,j)';

O=eye(GS,GS);
col3_W((j-1)*(GS)+1:j*GS,(j-1)*(GS)+1:j*GS)=O;
O=diag(xj(:,j))^2;
col4_W((j-1)*(GS)+1:j*GS,(j-1)*(GS)+1:j*GS)=O;
end
W=[col1_W(:) col2_W(:) col3_W(:)  col4_W(:)];
kronVV=bbkron(B,B); %kron ของ inverse V กับ V
part1=W'*kronVV*W;
part2=W'*kronVV*E;
randp=(part1)\(part2);
Cov_randp=2*inv(part1);
```

```
function [randp_R,Cov_randp_R]=R2(y,X,GS,NG,xj,vec_x,Xstar,fix_R,invV_R,Cov_fix_R)
%ประมาณ random parameter
A=fix_R;
B=invV_R;
E=y-X*A;
E=E*E'+(X*(Cov_fix_R)*X');
E=E(:);
%สร้าง design matrix ของ พารามิเตอร์สุ่ม W=[W1 W2 ... W6]
col1_W=zeros(GS*NG,GS*NG);
col2_W=zeros(GS*NG,GS*NG);
col3_W=zeros(GS*NG,GS*NG);
col4_W=zeros(GS*NG,GS*NG);
for j=1:NG
O=ones(GS,GS);
col1_W((j-1)*(GS)+1:j*GS,(j-1)*(GS)+1:j*GS)=O;

col2_W((j-1)*(GS)+1:j*GS,(j-1)*(GS)+1:j*GS)=xj(:,j)*xj(:,j)';
O=eye(GS,GS);
col3_W((j-1)*(GS)+1:j*GS,(j-1)*(GS)+1:j*GS)=O;
O=diag(xj(:,j))^2;
col4_W((j-1)*(GS)+1:j*GS,(j-1)*(GS)+1:j*GS)=O;
end
W=[col1_W(:) col2_W(:) col3_W(:) col4_W(:)];
kronVV=bbkron(B,B); %kron ของ inverse V กับ V
part1=W'*kronVV*W;
part2=W'*kronVV*E;
randp_R=(part1)\(part2);
Cov_randp_R=2*inv(part1);
```

```
function [Tu,Te]=TuTe(randp,GS,NG)
Tuj=zeros(2,2);
Tu=zeros(2*NG,2*NG);
Tej=zeros(2*GS,2*GS);
Te=zeros(2*GS*NG,2*GS*NG);
D=randp;
Tuj(1,1)=D(1,1);
Tuj(1,2)=0;
Tuj(2,1)=0;
Tuj(2,2)=D(2,1);
for i=1:GS
   Tej(2*i-1,2*i-1)=D(3,1);
   Tej(2*i,2*i)=D(4,1);
   Tej(2*i-1,2*i)=0;
   Tej(2*i,2*i-1)=0;
end

for j=1:NG
   Tu((2*j)-1:(j*2),((2*j)-1):(2*j))=Tuj;
   Te((2*j-2)*GS+1:(2*j)*GS,(2*j-2)*GS+1:(2*j)*GS)=Tej;
End

function [Tu_R,Te_R]=TuTe_R(randp_R,GS,NG)
Tuj_R=zeros(2,2);
Tu_R=zeros(2*NG,2*NG);
Tej_R=zeros(2*GS,2*GS);
Te_R=zeros(2*GS*NG,2*GS*NG);
D=randp_R;
Tuj_R(1,1)=D(1,1);
Tuj_R(1,2)=0;
```

```
Tuj_R(2,1)=0;
Tuj_R(2,2)=D(2,1);
for i=1:GS
   Tej_R(2*i-1,2*i-1)=D(3,1);
   Tej_R(2*i,2*i)=D(4,1);
   Tej_R(2*i-1,2*i)=0;
   Tej_R(2*i,2*i-1)=0;
end
for j=1:NG
   Tu_R((2*j)-1:(j*2),((2*j)-1):(2*j))=Tuj_R;
   Te_R((2*j-2)*GS+1:(2*j)*GS,(2*j-2)*GS+1:(2*j)*GS)=Tej_R;
End

function [fix,Cov_fix,randp,Cov_randp,round]=IGLS(y,X,xj,vec_x,Xstar,GS,NG)
Tu=zeros(2*NG,2*NG);
Te=zeros(2*GS*NG,2*GS*NG);
randp=ones(4,1);
%รอบแรกจะใช้ตัวประมาณ ols เป็นตัวเริ่มก่อน
fix0=inv(X'*X)*(X'*y);
mse=(y'*y-(fix0)'*X'*y)/((GS*NG)-2);
Cov_fix0=mse*inv(X'*X);
start=fix0;
fixseq=start;
start1=randp;
randpseq=start1;
diff_fix=10*ones(2,1);
diff_randp=10*ones(4,1);
round=0;
%ตรวจสอบเงื่อนไขเกี่ยวกับการลู่เข้าของตัวประมาณ
```

```
while (diff_fix(1,1)>10^(-8) || diff_fix(2,1)>10^(-8) || diff_randp(1,1)>10^(-8) || diff_randp(2,1)>10^(-
8) || diff_randp(3,1)>10^(-8) || diff_randp(4,1)>10^(-8))&&(round<70)
[fix,Cov_fix,invV]=F(y,X,GS,NG,xj,vec_x,Xstar,Tu,Te,mse);
[randp,Cov_randp]=R(y,X,GS,NG,xj,vec_x,Xstar,fix,invV);
[Tu,Te]=TuTe(randp,GS,NG);
mse=0;
diff_fix=abs(fix-start);
start=fix;
fixseq=[fixseq start];
diff_randp=abs(randp-start1);
start1=randp;
randpseq=[randpseq start1];

round=round+1;
end
fixseq(:,1)=[];
randpseq(:,1)=[];
%เก็บค่าตัวประมาณที่ลู่เข้า ตามเงื่อนไขเกี่ยวกับการลู่เข้า
fix=fixseq(:,round);
randp=randpseq(:,round);

function [fix_R,Cov_fix_R,randp_R,Cov_randp_R,round_R]=RIGLS(y,X,xj,vec_x,Xstar,GS,NG)
Tu_R=zeros(2*NG,2*NG);
Te_R=zeros(2*GS*NG,2*GS*NG);
randp_R=ones(4,1);
%รอบแรกจะใช้ตัวประมาณ ols เป็นตัวเริ่มก่อน
fix0_R=inv(X'*X)*(X'*y);
mse_R=(y'*y-(fix0_R)'*X'*y)/((GS*NG)-2);
Cov_fix0_R=mse_R*inv(X'*X);
start_R=fix0_R;
```

```
fixseq_R=start_R;
start1_R=randp_R;
randpseq_R=start1_R;
diff_fix_R=10*ones(2,1);
diff_randp_R=10*ones(4,1);
round_R=0;

%ตรวจสอบเงื่อนไขเกี่ยวกับการลู่เข้าของตัวประมาณ
while (diff_fix_R(1,1)>10^(-8) || diff_fix_R(2,1)>10^(-8) || diff_randp_R(1,1)>10^(-8) ||
diff_randp_R(2,1)>10^(-8) || diff_randp_R(3,1)>10^(-8) || diff_randp_R(4,1)>10^(-
8))&&(round_R<70)
[fix_R,Cov_fix_R,invV_R]=F2(y,X,GS,NG,xj,vec_x,Xstar,Tu_R,Te_R,mse_R);
[randp_R,Cov_randp_R]=R2(y,X,GS,NG,xj,vec_x,Xstar,fix_R,invV_R,Cov_fix_R);
[Tu_R,Te_R]=TuTe_R(randp_R,GS,NG);
mse_R=0;
diff_fix_R=abs(fix_R-start_R);
start_R=fix_R;
fixseq_R=[fixseq_R start_R];
diff_randp_R=abs(randp_R-start1_R);
start1_R=randp_R;
randpseq_R=[randpseq_R start1_R];
round_R=round_R+1;
end
fixseq_R(:,1)=[];
randpseq_R(:,1)=[];
%เก็บค่าตัวประมาณที่ลู่เข้า ตามเงื่อนไขเกี่ยวกับการลู่เข้า
fix_R=fixseq_R(:,round_R);
randp_R=randpseq_R(:,round_R);
```

```
function
[MSE_yhat,MSE_yhat_R,MSE_gam00_I_R,MSE_gam11_I_R,MSE_t00_I_R,MSE_t11_I_R,MSE
_sig_e0_I_R,MSE_sig_e1_I_R]=EST(GS,NG,var_u0,var_u1,var_e0,var_e1,rep)

tic
[X,xj,vec_x,Xstar]=ind(GS,NG);

round=90;
round_R=90;

C1=ones(GS*NG,1);
C2=ones(GS*NG,1);
C3=ones(GS*NG,1);
C4=ones(2,1);
C5=ones(2,1);
C6=ones(4,1);
C7=ones(4,1);

y_seq=C1;
yhat_seq=C2;
yhat_R_seq=C3;
fix_seq=C4;
fix_R_seq=C5;
randp_seq=C6;
randp_R_seq=C7;

total_round=0;

for k=1:rep

  while round+1>90 || round_R+1>90
```

```
  [Ej] = mvn_e(GS,NG,var_e0,var_e1);

  [Uj] = mvn_u(NG,var_u0,var_u1);

  [y]=value_y(GS,NG,xj,Xstar,Uj,Ej);

  [yhat,fix,randp,round]=IGLS(y,X,xj,vec_x,Xstar,GS,NG);

  if round==90
     RIGLS_value='fail';
     round_R=0;
  else
     [yhat_R,fix_R,randp_R,round_R]=RIGLS(y,X,xj,vec_x,Xstar,GS,NG);
  end
end
C1=y;
C2=yhat;
C3=yhat_R;
C4=fix;
C5=fix_R;
C6=randp;
C7=randp_R;

y_seq=[y_seq C1];
yhat_seq=[yhat_seq C2];
yhat_R_seq=[yhat_R_seq C3];
fix_seq=[fix_seq C4];
fix_R_seq=[fix_R_seq C5];
randp_seq=[randp_seq C6];
randp_R_seq=[randp_R_seq C7]
```

```
    round=90;
    round_R=90;

    total_round=total_round+1
end

y_seq(:,1)=[];
yhat_seq(:,1)=[];
yhat_R_seq(:,1)=[];
fix_seq(:,1)=[];
fix_R_seq(:,1)=[];
randp_seq(:,1)=[];
randp_R_seq(:,1)=[];

%ตรวจสอบเกณฑ์ในการตัดสินใจ

[MSE_yhat,MSE_yhat_R,MSE_gam00_I_R,MSE_gam11_I_R,MSE_t00_I_R,MSE_t11_I_R,MSE_sig_e0_I_R,MSE_sig_e1_I_R]=AMSE(y_seq,yhat_seq,yhat_R_seq,fix_seq,fix_R_seq,randp_seq,randp_R_seq,var_u0,var_u1,var_e0,var_e1,rep);

toc


function
[MSE_yhat,MSE_yhat_R,MSE_gam00_I_R,MSE_gam11_I_R,MSE_t00_I_R,MSE_t11_I_R,MSE_sig_e0_I_R,MSE_sig_e1_I_R]=AMSE(y_seq,yhat_seq,yhat_R_seq,fix_seq,fix_R_seq,randp_seq,randp_R_seq,var_u0,var_u1,var_e0,var_e1,rep)

diff_y_yhat=y_seq-yhat_seq;
diff_y_yhat_R=y_seq-yhat_R_seq;
```

```
S_diff_y_yhat=diff_y_yhat.^2;
S_diff_y_yhat_R=diff_y_yhat_R.^2;

SS=sum(sum(S_diff_y_yhat,1),2);
SS_R=sum(sum(S_diff_y_yhat_R,1),2);

MSE_yhat=sqrt(SS/rep);
MSE_yhat_R=sqrt(SS_R/rep);

ff1=((fix_seq(1,:)-1).^2);
ff2=((fix_seq(2,:)-2).^2);
rr1=((randp_seq(1,:)-var_u0).^2);
rr2=((randp_seq(2,:)-var_u1).^2);
rr3=((randp_seq(3,:)-var_e0).^2);
rr4=((randp_seq(4,:)-var_e1).^2);

ff1_R=((fix_R_seq(1,:)-1).^2);
ff2_R=((fix_R_seq(2,:)-2).^2);
rr1_R=((randp_R_seq(1,:)-var_u0).^2);
rr2_R=((randp_R_seq(2,:)-var_u1).^2);
rr3_R=((randp_R_seq(3,:)-var_e0).^2);
rr4_R=((randp_R_seq(4,:)-var_e1).^2);

MSE_gam00=sum((fix_seq(1,:)-1).^2)/rep;
MSE_gam11=sum((fix_seq(2,:)-2).^2)/rep;
MSE_t00=sum((randp_seq(1,:)-var_u0).^2)/rep;
MSE_t11=sum((randp_seq(2,:)-var_u1).^2)/rep;
MSE_sig_e0=sum((randp_seq(3,:)-var_e0).^2)/rep;
MSE_sig_e1=sum((randp_seq(4,:)-var_e1).^2)/rep;

MSE_gam00_R=sum((fix_R_seq(1,:)-1).^2)/rep;
```

```
MSE_gam11_R=sum((fix_R_seq(2,:)-2).^2)/rep;
MSE_t00_R=sum((randp_R_seq(1,:)-var_u0).^2)/rep;
MSE_t11_R=sum((randp_R_seq(2,:)-var_u1).^2)/rep;
MSE_sig_e0_R=sum((randp_R_seq(3,:)-var_e0).^2)/rep;
MSE_sig_e1_R=sum((randp_R_seq(4,:)-var_e1).^2)/rep;

MSE_gam00_I_R=[MSE_gam00 MSE_gam00_R]
MSE_gam11_I_R=[MSE_gam11 MSE_gam11_R]
MSE_t00_I_R=[MSE_t00 MSE_t00_R]
MSE_t11_I_R=[MSE_t11 MSE_t11_R]
MSE_sig_e0_I_R=[MSE_sig_e0 MSE_sig_e0_R]
MSE_sig_e1_I_R=[MSE_sig_e1 MSE_sig_e1_R]
```

ภาคผนวก ข

ตารางที่ ข.1 แสดงค่าสถิติทดสอบ ของพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.05 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC)มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

ICC	J	γ_{00}	γ_{10}
0.05	15	0.011	0.420
	30	1.003	1.013
	50	1.261	1.305
0.2	15	1.617	1.328
	30	0.786	1.173
	50	0.324	0.415
0.35	15	-0.010	1.007
	30	1.244	1.440
	50	1.056	1.137

หมายเหตุ * หมายถึงมีนัยสำคัญที่ $\alpha = 0.05$

ตารางที่ ข.2 แสดงค่าสถิติทดสอบ ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.05 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC)มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

ICC	J	σ^2_{e0}	σ^2_{e1}
0.05	15	1.736 *	1.683 *
	30	1.209	1.026
	50	1.120	0.985
0.2	15	1.471	1.429
	30	1.529	1.566
	50	1.025	1.232
0.35	15	1.128	-0.470
	30	1.295	1.142
	50	0.963	0.826

หมายเหตุ * หมายถึงมีนัยสำคัญที่ $\alpha = 0.05$

ตารางที่ ข.3 แสดงค่าสถิติทดสอบ ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.05 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC)มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

ICC	J	τ_{00}	τ_{11}
0.05	15	-0.412	0.554
	30	0.985	0.706
	50	1.109	1.025
0.2	15	-3.728 *	-5.218 *
	30	-3.353 *	-3.452 *
	50	1.067	0.984
0.35	15	-5.479 *	-4.953 *
	30	-7.901 *	-6.946 *
	50	1.131	0.916

หมายเหตุ * หมายถึงมีนัยสำคัญที่ $\alpha = 0.05$

ตารางที่ ข.4 แสดงค่าสถิติทดสอบ ของพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.25 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC)มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

ICC	J	γ_{00}	γ_{10}
0.05	15	1.137	1.620
	30	-0.091	-0.434
	50	1.052	1.114
0.2	15	0.026	1.325
	30	0.325	0.885
	50	0.523	0.754
0.35	15	-0.743	0.940
	30	-0.696	-0.740
	50	1.134	1.219

หมายเหตุ * หมายถึงมีนัยสำคัญที่ $\alpha = 0.05$

ตารางที่ ข.5 แสดงค่าสถิติทดสอบ ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.25 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC)มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

ICC	J	σ^2_{e0}	σ^2_{e1}
0.05	15	1.693 *	2.035 *
	30	0.617	0.824
	50	0.531	0.648
0.2	15	1.130	1.094
	30	0.823	0.985
	50	0.621	0.734
0.35	15	-0.307	-0.728
	30	-0.105	0.046
	50	0.083	0.029

หมายเหตุ * หมายถึงมีนัยสำคัญที่ $\alpha = 0.05$

ตารางที่ ข.6 แสดงค่าสถิติทดสอบ ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.25 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC)มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

ICC	J	τ_{00}	τ_{11}
0.05	15	-1.457	0.449
	30	-0.983	-0.861
	50	-0.535	-0.482
0.2	15	-3.919 *	-5.943 *
	30	-3.596 *	-4.948 *
	50	-1.265	-0.794
0.35	15	-3.836 *	-5.114 *
	30	-3.960 *	-3.926 *
	50	-1.162	-0.982

หมายเหตุ * หมายถึงมีนัยสำคัญที่ $\alpha = 0.05$

ตารางที่ ข.7 แสดงค่าสถิติทดสอบ ของพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.50 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC)มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

ICC	J	γ_{00}	γ_{10}
0.05	15	1.614	1.089
	30	1.365	1.437
	50	1.024	1.345
0.2	15	1.197	0.513
	30	-0.156	-0.224
	50	0.064	0.105
0.35	15	-0.421	-0.851
	30	1.081	-0.230
	50	0.823	-0.674

หมายเหตุ * หมายถึงมีนัยสำคัญที่ $\alpha = 0.05$

ตารางที่ ข.8 แสดงค่าสถิติทดสอบ ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.50 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC)มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

ICC	J	σ^2_{e0}	σ^2_{e1}
0.05	15	1.384	1.203
	30	1.001	1.045
	50	0.874	0.942
0.2	15	1.012	2.382 *
	30	0.458	0.726
	50	0.321	0.693
0.35	15	1.164	2.071*
	30	0.889	1.085
	50	0.971	1.123

หมายเหตุ * หมายถึงมีนัยสำคัญที่ $\alpha = 0.05$

ตารางที่ ข.9 แสดงค่าสถิติทดสอบ ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.50 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC)มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

ICC	J	τ_{00}	τ_{11}
0.05	15	-4.033 *	-3.579 *
	30	-4.654 *	-2.569 *
	50	-0.821	-1.268
0.2	15	-4.858 *	-3.228 *
	30	-2.736 *	-4.372 *
	50	-0.714	-1.124
0.35	15	-5.182 *	-2.891 *
	30	-2.918 *	-2.346 *
	50	-0.624	-1.312

หมายเหตุ * หมายถึงมีนัยสำคัญที่ $\alpha = 0.05$

ตารางที่ ข.10 แสดงค่าสถิติทดสอบ ของพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปร ในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.75 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC)มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

ICC	J	γ_{00}	γ_{10}
0.05	15	0.765	0.449
	30	0.544	-0.299
	50	0.274	-0.598
0.2	15	1.110	-0.679
	30	-1.413	0.599
	50	-0.846	0.371
0.35	15	1.544	1.931
	30	1.402	0.727
	50	1.518	1.168

หมายเหตุ * หมายถึงมีนัยสำคัญที่ $\alpha = 0.05$

ตารางที่ ข.11 แสดงค่าสถิติทดสอบ ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.75 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC)มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

ICC	J	σ^2_{e0}	σ^2_{e1}
0.05	15	0.457	0.934
	30	0.672	0.792
	50	0.385	0.541
0.2	15	1.157	1.906 *
	30	1.036	1.23
	50	0.945	1.082
0.35	15	1.325	2.214 *
	30	0.448	0.845
	50	0.296	0.581

หมายเหตุ * หมายถึงมีนัยสำคัญที่ $\alpha = 0.05$

ตารางที่ ข.12 แสดงค่าสถิติทดสอบ ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.75 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC)มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

ICC	J	τ_{00}	τ_{11}
0.05	15	-5.629 *	-3.393 *
	30	-3.712 *	-3.516 *
	50	-1.063	-0.842
0.2	15	-3.171 *	-4.215 *
	30	-2.424 *	-2.723 *
	50	-1.253	-0.957
0.35	15	-5.820 *	-5.326 *
	30	-3.544 *	-3.444 *
	50	-1.420	-1.034

หมายเหตุ * หมายถึงมีนัยสำคัญที่ $\alpha = 0.05$

ตารางที่ ข.13 แสดงค่าสถิติทดสอบ ของพารามิเตอร์อิทธิพลคงที่ กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปร ในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 1.00 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC)มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

ICC	J	γ_{00}	γ_{10}
0.05	15	0.747	1.386
	30	-0.235	-0.217
	50	-0.176	-0.204
0.2	15	-0.230	-0.399
	30	0.421	0.087
	50	0.734	0.106
0.35	15	1.070	1.466
	30	1.248	1.135
	50	1.186	0.845

หมายเหตุ * หมายถึงมีนัยสำคัญที่ $\alpha = 0.05$

ตารางที่ ข.14 แสดงค่าสถิติทดสอบ ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 1 กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 1.00 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC)มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

ICC	J	σ^2_{e0}	σ^2_{e1}
0.05	15	1.049	1.327
	30	1.156	1.289
	50	1.375	1.208
0.2	15	1.416	2.431 *
	30	0.563	0.752
	50	0.257	0.479
0.35	15	0.830	1.879 *
	30	0.657	1.214
	50	0.213	0.474

หมายเหตุ * หมายถึงมีนัยสำคัญที่ $\alpha = 0.05$

ตารางที่ ข.15 แสดงค่าสถิติทดสอบ ของพารามิเตอร์ส่วนประกอบความแปรปรวนในระดับที่ 2 กรณี ค่าสัดส่วนความผันแปรในระดับที่ 1 มีค่าเท่ากับ 1.00 เมื่อ ขนาดตัวอย่างในระดับที่ 2 (J) มีค่าเท่ากับ 15,30 และ 50 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ภายในกลุ่ม (ICC)มีค่าเท่ากับ 0.05,0.20 และ 0.35

ICC	J	τ_{00}	τ_{11}
0.05	15	-5.831 *	-3.400 *
	30	-4.971 *	-3.222 *
	50	1.104	1.215
0.2	15	-3.384 *	-4.324 *
	30	-3.809 *	-4.604 *
	50	1.224	1.283
0.35	15	-4.668 *	-3.803
	30	-2.358 *	-3.423 *
	50	0.954	1.169

หมายเหตุ * หมายถึงมีนัยสำคัญที่ $\alpha = 0.05$

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายรวิช วงศ์สวัสดิ์ เกิดเมื่อวันที่ 14 พฤษภาคม พ.ศ. 2526 ที่กรุงเทพฯ สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กรุงเทพฯ ในปีการศึกษา 2547และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรสถิติศาสตร์มหาบัณฑิตที่ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2548