

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์และขั้นตอนสำหรับแก้ปัญหาการจัดเส้นทาง  
โดยประยุกต์การจำลองเชิงกายภาพ



นายพรเทพ ตรีช่อวิทยา

ศูนย์วิจัยทรัพยากร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

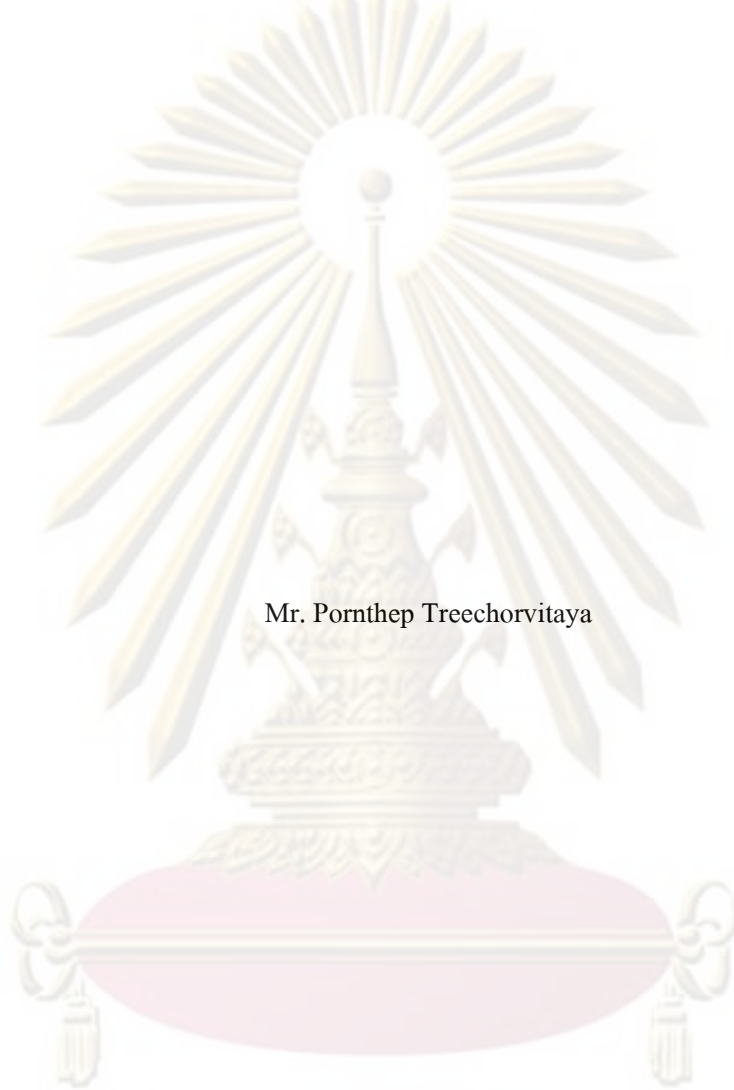
สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2551

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

MATHEMATICAL MODEL AND ALGORITHM FOR ROUTING PROBLEM  
BASED ON SELF-ORGANIZING NETWORK



Mr. Pornthep Treechorvitaya

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Engineering Program in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2008

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์และขั้นตอนสำหรับ

แก้ปัญหาการจัดเส้นทาง โดยประยุกต์การจำลองเชิงซ้ำ

โดย

นายพรเทพ ศรีช่อวิทยา


สาขาวิชา

วิศวกรรมโยธา


อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. มาโนช โลหเตปานนท์

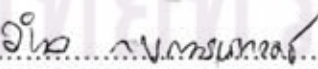
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยานิพนธ์ฉบับนี้  
เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโท

  
..... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์  
(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญสม เลิศหิรัญวงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

  
..... ประธานกรรมการ  
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมพงษ์ สิริโสภณศิลป์)

  
..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. มาโนช โลหเตปานนท์)

  
..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย  
(อาจารย์ ดร. อัมพล การณสุนทรวงษ์)

ศูนย์วิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พรเทพ ศรีช่อวิทยา: แบบจำลองทางคณิตศาสตร์และขั้นตอนสำหรับแก้ปัญหาการจัดเส้นทางโดยประยุกต์การจัดวางโครงข่าย. (MATHEMATICAL MODEL AND ALGORITHM FOR ROUTING PROBLEM BASED ON SELF-ORGANIZING NETWORK) อ. ที่ปรึกษา: ผศ. ดร. มาโนช โลหเตปานนท์, 67 หน้า

ปัญหาการจัดเส้นทางเป็นปัญหาที่สำคัญในกิจกรรมขนส่งสินค้าเพราะการจัดเส้นทางเป็นตัวเลือกที่ส่งผลถึงต้นทุนในกิจกรรมขนส่งโดยตรง การจัดเส้นทางที่มีประสิทธิภาพสามารถลดต้นทุนการขนส่งได้อย่างมาก แต่ปัญหาในการจัดเส้นทางเป็นปัญหาที่มีขนาดใหญ่และมีความซับซ้อนมาก ดังนั้นการแก้ปัญหาการจัดเส้นทางโดยอาศัยประสบการณ์และความชำนาญอาจส่งผลให้เส้นทางขนส่งสินค้าไม่มีประสิทธิภาพ จึงมีแนวคิดประยุกต์ใช้การวิจัยดำเนินงาน (Operations Research) เข้ามาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา โดยการสร้างและวิเคราะห์เปรียบเทียบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาการจัดเส้นทาง งานวิจัยนี้ได้นำเสนอรูปแบบของแบบจำลองคณิตศาสตร์ (Mathematical Formulation) และแนวทางการแก้ปัญหา (Solution Approach) โดยทำการประยุกต์การจัดวางโครงข่าย (Self-Organizing Network) ในการแก้ปัญหา

แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นสามารถจัดอยู่ในกลุ่มแบบจำลองที่ใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวเลือกตัดสินใจ (Arc-based Formulation) แต่มีข้อดีที่สำคัญคือมีขนาดแบบจำลองที่เล็กกว่าแบบจำลองการจัดเส้นทางมาตรฐานประเภทอื่น นั่นคือเมื่อเทียบกับแบบจำลองที่ใช้ระยะรอบการเดินทางเป็นตัวเลือกตัดสินใจ (Path based formulation) เช่น แบบจำลองการแบ่งเซต (Set partitioning model) แล้วแบบจำลองที่เสนอมีจำนวนตัวแปรน้อยกว่ากันมาก จึงทำให้ไม่จำเป็นต้องใช้เทคนิคการแก้ปัญหาขั้นสูง เช่น เทคนิคการก่อกำเนิดสดคมภ์ (Column Generation) และเมื่อเทียบกับแบบจำลองที่ใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวเลือกตัดสินใจ (Arc based formulation) ประเภทที่ใช้การกำจัดรอบการเดินทางที่ไม่สมบูรณ์ จะพบว่าแบบจำลองที่เสนอมีจำนวนเงื่อนไขน้อยกว่ามาก ทำให้ไม่จำเป็นต้องใช้เทคนิคการก่อกำเนิดแถว (Row Generation) ซึ่งเป็นเทคนิคขั้นสูงเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการทำงาน

ภาควิชา วิศวกรรมโยธา.....ลายมือชื่อนิสิต.....  
 สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา.....ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....  
 ปีการศึกษา 2551.....

## 5070364321: MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEYWORDS: SELF-ORGANIZING NETWORK / OPERATIONS RESEARCH

PORNTHAP TREECHORVITAYA: MATHEMATICAL MODEL AND ALGORITHM  
FOR ROUTING PROBLEM BASED ON SELF-ORGANIZING NETWORK.

ADVISOR: ASST. PROF. MANOJ LOHATEPANONT, Ph.D. 67 pp.

Vehicle routing is a major problem in commercial delivery because routing decision can affect the cost of the operation significantly. Effective routing decision can lead to significant cost savings but the decision is highly complex and difficult to analyze manually. Decisions based on experience often seek feasibility of the solution rather than optimality. Mathematical models and algorithms are applied to the problem and significant savings have been shown. This thesis outlines a new approach in using mathematical programming model to tackle the vehicle routing problem.

The model developed is an arc-based model with self-organizing network. The author presents mathematical formulation and solution approach and tests the model with a number of test data sets. The model shows applicability comparable to existing models in the literature but with two significant advantages. Compared to traditional arc-based model with sub-tour elimination, the proposed model is smaller in the number of rows. Compared to traditional path-based model with routings as variables, the proposed model is smaller in term of the number of variables. Thus, the proposed model is significantly smaller than traditional models and hence does not require advanced solution techniques such as row- or column-generation like the traditional models. In summary, the proposed model is easier to implement and require smaller memory unit. The computational test shows satisfactory results compared to the traditional models.

Department: ...Civil Engineering..

Field of Study: Civil Engineering..

Academic Year: 2008.....

Student's Signature.....

Advisor's Signature.....

## กิตติกรรมประกาศ

เหนือสิ่งอื่นใดขอขอบพระคุณบิดามารดา พี่ชาย และญาติพี่น้องที่ทำให้ข้าพเจ้ามีศักยภาพ และกำลังเพียงพอที่จะพัฒนาจิตใจและความรู้ และคอยอุปการะเลี้ยงดูและคอยส่งสอนข้าพเจ้าให้เป็นเช่นปัจจุบันนี้ได้

ขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. มาโนช โลหเตปานนท์อาจารย์ที่ปรึกษา สำหรับคำชี้แนะ ส่งสอน ตลอดจนการตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่อการจัดทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. สมพงษ์ ศิริ โสภณศิลป์และดร. อำพล การณสุนทวงษ์ สำหรับคำปรึกษาวิทยานิพนธ์อันมีค่ายิ่งและความกรุณาที่สละเวลามาเป็นคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และขอพระคุณคณาจารย์ สาขาวิชาวิศวกรรมการขนส่ง ภาควิศวกรรมโยธา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยทุกท่าน ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้อันเป็นประโยชน์ทั้งในการทำงานวิจัยและการประกอบอาชีพในอนาคตแก่ข้าพเจ้า

ขอขอบคุณ โครงการเพิ่มศักยภาพเพื่อก้าวสู่ความเป็นเลิศด้านวิศวกรรมศาสตร์สาขา โครงสร้างพื้นฐานเพื่อส่งเสริมระบบการขนส่ง โลจิสติกส์และ โซ่อุปทาน คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยสำหรับให้ ความอนุเคราะห์ของงานวิจัยครั้งนี้ ซึ่งทำให้งานวิจัยนี้สามารถสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอขอบคุณนิสิตสาขาวิศวกรรมการขนส่ง จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยทุกท่าน ที่ให้ความช่วยเหลือรวมทั้งให้กำลังใจแก่ข้าพเจ้าเสมอมา

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฅ
สารบัญภาพ.....	ญ
บทที่ 1 บทนำ .....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย.....	2
1.3 ขอบเขตของการศึกษาและ โจทย์ปัญหา .....	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	3
1.5 องค์ความรู้ที่ได้รับ .....	3
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	4
2.1 แนวคิดที่ใช้ระยะของรอบการเดินทางเป็นตัวแปรตัดสินใจ .....	5
2.2 แนวคิดการใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวแปรในการตัดสินใจ .....	9
2.3 แนวคิดทางฮิวริสติกในการแก้ปัญหาการจัดเส้นทาง .....	19
2.4 ผลลัพธ์จากการศึกษา.....	23
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย .....	24
3.1 ขั้นตอนการวิจัย.....	24
บทที่ 4 ผลการศึกษา.....	36
4.1 รายละเอียดข้อมูลที่ทำการทดสอบ.....	36
4.2 ผลการทำงานของแบบจำลองในการแก้ปัญหา TSP .....	37
4.3 ผลการทำงานของแบบจำลองในการแก้ปัญหา mTSP .....	39
4.4 ผลการทำงานของแบบจำลองในการแก้ปัญหา VRP .....	43

บทที่ 5 บทการวิเคราะห์การทำงาน.....	58
5.1 วิเคราะห์การทำงานของแบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหา TSP .....	58
5.2 วิเคราะห์การทำงานของแบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหา <i>m</i> TSP .....	58
5.3 วิเคราะห์การทำงานของแบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหา VRP .....	59
บทที่ 6 สรุปผลการศึกษา .....	62
6.1 สรุปการทำงานของแบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหา TSP และ <i>m</i> TSP .....	62
6.2 สรุปการทำงานของแบบจำลอง AM with SON และแบบจำลองการแบ่งเขตในการ แก้ปัญหา VRP.....	63
รายการอ้างอิง.....	65
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.....	67

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 4.1 สรุปข้อมูลที่นำมาทดสอบ.....	37
ตารางที่ 6.1 สรุปผลกระทบในการทำงานของแบบจำลอง AM with SON.....	63



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## สารบัญรูป

หน้า

รูปที่ 2.1 แนวทางการพัฒนาของลักษณะปัญหาการจัดเส้นทาง.....	4
รูปที่ 2.2 แสดงความสัมพันธ์ของแนวคิดในการแก้ปัญหาการจัดเส้นทาง .....	5
รูปที่ 2.3 แสดงขั้นตอนการทำงานของวิธีก่อกำเนิดตัวแปร .....	9
รูปที่ 2.4 แสดงขั้นตอนการทำงานของวิธีก่อกำเนิดแถว .....	19
รูปที่ 2.5 แสดงโครงข่ายทางประสาที่สร้างเพื่อแก้ปัญหาการเดินทางของพนักงานขาย.....	20
รูปที่ 2.6 ขั้นตอนการทำงานด้วยวิธีประยุกต์หลักการเดินทางของมด.....	21
รูปที่ 2.7 แสดงความสัมพันธ์ของแนวคิดในการแก้ปัญหาการจัดเส้นทางที่เพิ่มขึ้น .....	23
รูปที่ 3.1 ขั้นตอนการทำงานในการสร้างตัวแปรของแบบจำลอง PM.....	26
รูปที่ 3.2 ขั้นตอนการเปลี่ยนโครงข่ายเดิมเป็นโครงข่ายจำลองการเดินทางต่อเนื่องในขั้นที่ 1.....	28
รูปที่ 3.3 ขั้นตอนการพัฒนาโครงข่ายการเดินทางต่อเนื่อง.....	28
รูปที่ 3.4 ขั้นตอนการสร้างโครงข่ายการเดินทางต่อเนื่องให้สมบูรณ์.....	29
รูปที่ 3.5 ขั้นตอนแปลงโครงข่ายให้รองรับเงื่อนไขด้านความสามารถในการเดินทางต่อเนื่อง .....	31
รูปที่ 3.6 ขั้นตอนเพิ่มโครงข่ายให้รองรับเงื่อนไขเงื่อนไขด้านความจุ.....	33
รูปที่ 4.1 โครงข่ายที่ทำการจัดวางเพื่อแก้ปัญหา TSP.....	38
รูปที่ 4.2 ผลเฉลยในการทำงานของแบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหา TSP.....	38
รูปที่ 4.3 เวลาในการทำงานของแบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหา TSP .....	39
รูปที่ 4.4 ขนาดของแบบจำลองในการทำงานของวิธี AM with SON ในการแก้ปัญหา TSP.....	39
รูปที่ 4.5 โครงข่ายที่ทำการจัดวางเพื่อแก้ปัญหา mTSP .....	40
รูปที่ 4.6 ผลเฉลยในการทำงานของวิธี AM with SON ในการแก้ปัญหา mTSP.....	40
รูปที่ 4.7 เวลาในการทำงานของวิธี AM with SON ในการแก้ปัญหา mTSP.....	41
รูปที่ 4.8 ขนาดของแบบจำลองในการทำงานของวิธี AM with SON ในการแก้ปัญหา mTSP.....	42
รูปที่ 4.9 โครงข่ายที่ทำการจัดวางเพื่อแก้ปัญหา VRP .....	43

รูปที่ 4.10 การแก้ปัญหาด้วยเทคนิคการก่อกำเนิดโครงข่ายซ้อน (Graph Generation).....	45
รูปที่ 4.11 ผลเฉลยของแบบจำลอง Set partition model (LC) .....	46
รูปที่ 4.12 ผลเฉลยของแบบจำลอง AM with SON (LC) .....	46
รูปที่ 4.13 ผลเฉลยของแบบจำลอง Set partition model (HC).....	47
รูปที่ 4.14 ผลเฉลยของแบบจำลอง AM with SON (HC).....	47
รูปที่ 4.15 เปรียบเทียบผลเฉลยเมื่อรถบรรทุกมีความจุน้อย .....	48
รูปที่ 4.16 เปรียบเทียบผลเฉลยเมื่อรถบรรทุกมีความจุมาก.....	48
รูปที่ 4.17 เวลาในขั้นตอนสร้างและคัดเลือกตัวแปรของแบบจำลองการแบ่งเขต (LC).....	49
รูปที่ 4.18 เวลาในขั้นตอนสร้างและคัดเลือกตัวแปรของแบบจำลองการแบ่งเขต (HC) .....	50
รูปที่ 4.19 เวลาในขั้นตอนคำนวณของแบบจำลองการแบ่งเขต (LC) .....	50
รูปที่ 4.20 เวลาในขั้นตอนคำนวณของแบบจำลองการแบ่งเขต (HC).....	51
รูปที่ 4.21 เวลาในขั้นตอนคำนวณของแบบจำลอง AM with SON (LC) .....	51
รูปที่ 4.22 เวลาในขั้นตอนคำนวณของแบบจำลอง AM with SON (HC).....	52
รูปที่ 4.23 จำนวนของตัวแปรแบบจำลองการแบ่งเขต (LC) .....	53
รูปที่ 4.24 จำนวนของตัวแปรแบบจำลองการแบ่งเขต (HC).....	53
รูปที่ 4.25 จำนวนของตัวแปรแบบจำลอง AM with SON (LC).....	54
รูปที่ 4.26 จำนวนของตัวแปรแบบจำลอง AM with SON (HC).....	54
รูปที่ 4.27 เปรียบเทียบผลเฉลยต่อการเปลี่ยนแปลงปริมาณสินค้า .....	55
รูปที่ 4.28 เปรียบเทียบเวลาในการทำงานต่อการเปลี่ยนแปลงปริมาณสินค้า .....	55
รูปที่ 4.29 ลักษณะปัญหาและผลลัพธ์เมื่อประยุกต์เทคนิคการก่อกำเนิดโครงข่ายซ้อน .....	56
รูปที่ 4.30 ลักษณะผลเฉลยเมื่อเพิ่มจำนวนโครงข่าย .....	57
รูปที่ 4.31 เวลาในการทำงานเมื่อเพิ่มจำนวนโครงข่าย.....	57

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การขนส่งสินค้า เป็นกิจกรรมที่สำคัญทางด้านโลจิสติกส์ที่ก่อให้เกิดต้นทุนการผลิต ในสถานะที่น้ำมันเชื้อเพลิงมีราคาสูง บริษัทต่างๆ ได้พยายามบริหารจัดการการขนส่งให้มีประสิทธิภาพเพื่อลดต้นทุนการขนส่งให้ได้มากที่สุด ซึ่งสถิติผู้ประกอบการบริการด้านกิจกรรมทางโลจิสติกส์ (Logistics Service Provider) ในปี 2548 เป็น พบว่าจำนวนของผู้ประกอบที่จัดการระบบขนส่งถึงร้อยละ 43.11 ผู้ประกอบการเพื่อสนับสนุนกิจกรรมด้านคลังสินค้าถึงร้อยละ 5.07 ผู้ประกอบการเพื่อจัดสรรอุปกรณ์ในกิจกรรมขนส่งถึงร้อยละ 12.81 และผู้ประกอบการด้านอื่นๆ ในกิจกรรมโลจิสติกส์ถึงร้อยละ 39 เห็นได้ชัดว่ากิจกรรมด้านการขนส่ง นั้นมีความสำคัญมากใน ดังนั้น การวางแผนเพื่อลดต้นทุนทางการขนส่งสินค้าทางบกจึงมีความสำคัญในการลดต้นทุนทางด้านโลจิสติกส์ภายในประเทศในส่วนกิจกรรมขนส่ง

ปัญหาการจัดเส้นทางเป็นปัญหาที่สำคัญที่สุดในกิจกรรมขนส่งสินค้าเพราะการจัดเส้นทางเป็นตัวแปรที่ส่งผลถึงต้นทุนในกิจกรรมขนส่งโดยตรง การจัดเส้นทางที่มีประสิทธิภาพสามารถลดต้นทุนการขนส่งได้อย่างมาก แต่ปัญหาในการจัดเส้นทางเป็นปัญหาที่มีขนาดใหญ่และมีความซับซ้อนมาก ดังนั้นการแก้ปัญหาการจัดเส้นทางโดยอาศัยประสบการณ์และความชำนาญ อาจส่งผลให้เส้นทางขนส่งสินค้าไม่มีประสิทธิภาพ จึงมีแนวคิดประยุกต์ใช้การวิจัยดำเนินงาน (Operations Research) เข้ามาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อที่จะหาค่าคำตอบที่ดีที่สุด (Optimization) มาใช้โดยผู้ดำเนินการจะต้องหารูปแบบที่เหมาะสมที่สุด ทั้งในการทำงานนั้นยังมีกำหนดเงื่อนไขในการแก้ปัญหาเพื่อสอดคล้องกับตัวปัญหา อีกทั้งในบางส่วนของขั้นตอนการทำงาน

1. วิธีฮิวริสติก (Heuristic Method) เป็นวิธีการหาผลเฉลยโดยการใช้หลักความคิดเพื่อประมาณผลเฉลยที่มีคุณภาพที่ยอมรับได้ จุดเด่นของการหาผลเฉลยประเภทนี้อยู่ที่ความสะดวกในการทำงานทั้งนี้วิธีมีความสามารถที่จะหาผลเฉลยได้ รวดเร็วกว่า เข้าใจง่าย และสามารถทำได้ง่าย แต่วิธีนี้ผลเฉลยที่ได้นั้นอาจไม่ใช่ผลเฉลยที่ดีที่สุดทั้งนี้ดังนั้นในการแก้ปัญหา ผู้พัฒนารูปแบบการแก้ปัญหาเป็นหลัก ในแบบจำลองหนึ่งๆ อาจมีรูปแบบการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติก ที่แตกต่างกันได้มากมาย

2. วิธีการหาผลเฉลยที่ดีที่สุด (Exact Solution Method) เป็นการหาผลเฉลยด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลเฉลยที่ดีที่สุด (Optimal Solution) ซึ่งผลเฉลยที่ได้จะเป็นผลเฉลยที่ดีที่สุดของการแก้ปัญหานั้น และมักจะมีคุณภาพของผลเฉลยดีกว่าวิธีฮิวริสติก การแก้ปัญหารูปแบบนี้จำเป็นต้องใช้คอมพิวเตอร์เพื่อช่วยในการประมวลผลเพื่อหาผลเฉลย และเวลาที่ใช้ในการหาผลเฉลยอาจมากกว่าวิธีการแบบฮิวริสติก

แต่อย่างไรก็ตามปัญหาที่สำคัญในการประยุกต์ใช้การวิจัยดำเนินงานเข้าช่วยในการแก้ปัญหา คือ ลักษณะปัญหาของซึ่งปัญหาในแต่ละกรณี ยังมีรูปแบบรายละเอียดปลีกย่อยที่แตกต่างกันและข้อจำกัดในการทำงานที่ต่างกันด้วย ทำให้ผู้วิจัยจะต้องหารูปแบบที่เหมาะสมที่สุดกับลักษณะปัญหา

### 1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1. ศึกษาปัญหาการจัดเส้นทางโดยประยุกต์ใช้ปัญหาการเดินทางของพนักงานขาย (Traveling Salesman Problem) โดยนำเสนอรูปแบบของแบบจำลองคณิตศาสตร์ (Mathematical Formulation) และแนวทางการแก้ปัญหา (Solution Approach) แบบใหม่
2. เปรียบเทียบและวิเคราะห์ประสิทธิภาพของแนวทางการแก้ปัญหาที่นำเสนอ กับแนวทางการแก้ปัญหามีอยู่ในปัจจุบัน

### 1.3 ขอบเขตของการศึกษาและโจทย์ปัญหา

การวิจัยครั้งนี้จะทำการศึกษาการจัดเส้นทางโดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ประยุกต์ใช้ปัญหาการเดินทางของพนักงานขาย (Traveling Salesman Problem) เป็นฐาน และนำเสนอรูปแบบของแบบจำลองคณิตศาสตร์ (Mathematical Formulation) และแนวทางการแก้ปัญหา (Solution Approach) แบบใหม่ โดยทำการประยุกต์การจัดวางโครงข่ายด้วยตนเอง (Self-Organizing Network) เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการแก้ปัญหการจัดเส้นทาง

#### 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาการหาค่าที่ดีที่สุดในรูปแบบจำนวนเต็ม (Integer Program) เพื่อการจัดเส้นทาง โดยอาศัยปัญหาการเดินทางของพนักงานขายเป็นฐาน
2. สามารถเห็นถึงประสิทธิภาพ ข้อดีและข้อเสียของของแบบจำลองที่สร้างขึ้น

#### 1.5 องค์ความรู้ที่ได้รับ

1. การพัฒนาแบบจำลองและแนวทางการแก้ปัญหาใหม่สำหรับปัญหาการจัดเส้นทางจากปัญหาการเดินทางของพนักงานขาย
2. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบจำลองและแนวทางการแก้ปัญหาใหม่ที่สร้างขึ้น กับการแก้ปัญหาที่มีอยู่ในปัจจุบัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

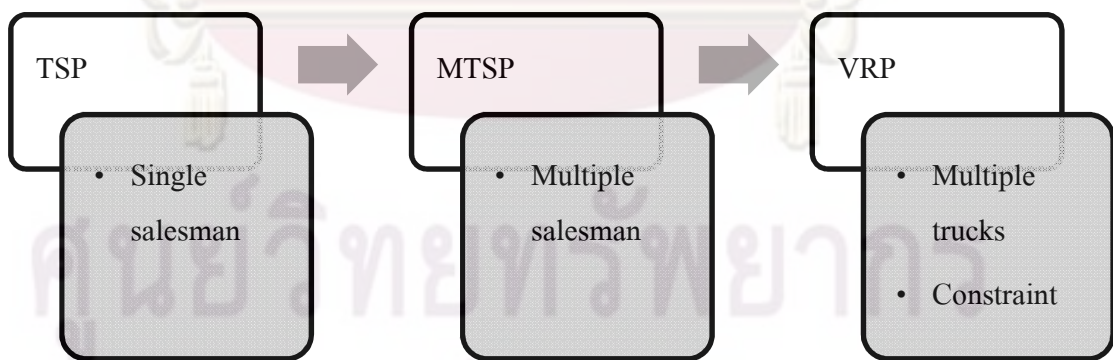
## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินทางเป็นปัญหาที่เป็นที่รู้จักอย่างมาก โดยที่ปัญหาการจัดเส้นทางเดินทาง มีหลายรูปแบบ โดยสามารถแบ่งลักษณะปัญหาการจัดเส้นทางเดินทางได้ 3 ลักษณะตามรูปที่ 2.1

- ปัญหาการจัดเส้นทางเดินทางของพนักงานขาย (Traveling Salesman Problem)
- ปัญหาการจัดเส้นทางเดินทางของพนักงานขายหลายคน (Multiple-Traveling salesman Problem)
- ปัญหาการจัดเส้นทางเดินทางของรถขนส่ง (Vehicle Routing)

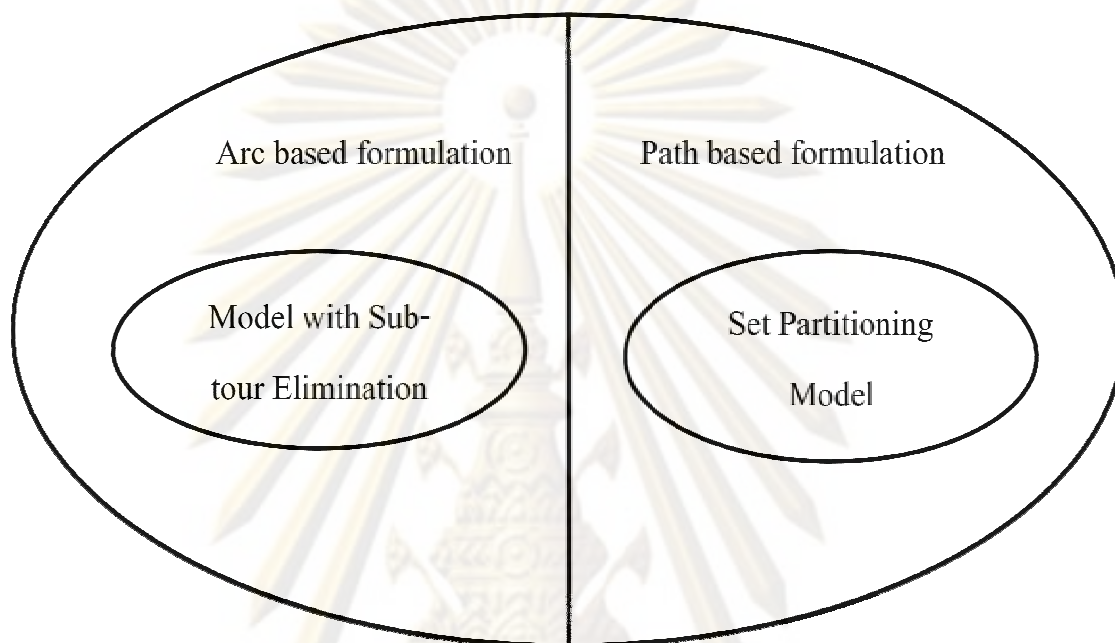
ปัญหาการจัดเส้นทางเดินทางของพนักงานขายเป็นรูปแบบปัญหาของการหาเส้นทางเดินทางต่อเนื่องของพนักงานขายสินค้าไปยังลูกค้าหลายราย โดยให้มีระยะทางในการเดินทางที่สั้นที่สุด ส่วนปัญหาการจัดเส้นทางเดินทางของพนักงานขายหลายคน เป็นปัญหาที่มีลักษณะคล้ายปัญหาการเดินทางของพนักงานขายแต่มีพนักงานขายได้หลายคน ส่วนปัญหาการจัดเส้นทางเดินทางของรถขนส่ง นั้นมีลักษณะใกล้เคียงกับปัญหาการจัดเส้นทางเดินทางของพนักงานขายหลายคน แต่มีข้อจำกัดเพิ่มเติมเช่นความจุของรถขนส่ง ข้อจำกัดด้านเวลา ฯลฯ



รูปที่ 2.1 แนวทางการพัฒนาของลักษณะปัญหาการจัดเส้นทาง

แนวทางการแก้ปัญหาแบบหาค่าคำตอบที่ดีที่สุด ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการประยุกต์แนวคิดในการแก้ปัญหาทั้งสามมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องโดยแบ่งแนวคิดในการแก้ปัญหาที่

สำคัญได้ 2 แบบ คือแนวคิดใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวแปรในการตัดสินใจ (Arc based formulation) และ แนวคิดที่ใช้ระยะของรอบการเดินทางเป็นตัวแปรตัดสินใจ (Path based formulation) แสดงให้เห็นในรูปที่ 2.2



-Traveling Salesman Problem (TSP)

- multi-Traveling Salesman Problem (*m*TSP)

-Vehicle Routing Problem (VRP)

รูปที่ 2.2 แสดงความสัมพันธ์ของแนวคิดในการแก้ปัญหาการจัดเส้นทาง

## 2.1 แนวคิดที่ใช้ระยะของรอบการเดินทางเป็นตัวแปรตัดสินใจ

แนวคิดที่ใช้ระยะของรอบการเดินทางเป็นตัวแปรตัดสินใจ มีแบบจำลองที่สำคัญคือแบบจำลองการแบ่งเซต (Set Partitioning) แบบจำลองนี้ที่ถูกใช้ในการแก้ปัญหาการขนส่งและเส้นทาง การขนส่ง (Delivery and routing problems) ปัญหาการจัดตารางเวลา (Scheduling problems) และปัญหาด้านตำแหน่งที่ตั้งที่เหมาะสม (Location problems) มีข้อดีคือสามารถจำลองสถานการณ์ที่ซับซ้อนได้ดี แต่ข้อเสียคือมีจำนวนตัวแปรเป็นจำนวนมาก โดยรายละเอียดของแบบจำลองการแบ่งเซตในการแก้ปัญหาการจัดเส้นทาง (Karla และ Manfred, 2003) มีรายละเอียดดังนี้



Objective function                      Minimize  $\sum_j c_j x_j$                       (2.1)

Subject to                                       $\sum_j a_{rj} x_j = 1$                        $\forall r$                       (2.2)

$$\sum_j x_j \leq m \quad (2.3)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j \quad (2.4)$$

$x_j$       คือตัวแปรแทนการเดินทางของรอบการเดินทาง

$R$       คือเซตของเงื่อนไขบังคับ

$J$       คือเซตของรอบการเดินทาง

$m$       คือจำนวนของผู้เดินทางในโครงข่าย

$c_j$       คือต้นทุนของรอบการเดินทาง  $j$

$a_{rj}$       มีค่าเท่ากับ 1 เมื่อรอบการเดินทาง  $j$  ตอบสนองเงื่อนไขบังคับ  $r$

จุดประสงค์ของแบบจำลองคือทำให้ต้นทุนในการเดินทางมีค่าน้อยที่สุด โดยเงื่อนไขที่ (2.2) เป็นการกำหนดให้การเลือกรอบของการเดินทางต่อเนื่องนั้นเป็นไปตามเงื่อนไขการทำงานเงื่อนไขที่ (2.3) เป็นการควบคุมจำนวนของคนที่เดินทางในโครงข่าย และเงื่อนไขที่ (2.4) เป็นการกำหนดให้ตัวแปรต่างนั้นสามารถเกิดได้สองกรณีคือเลือกกับไม่เลือก

โดยแบบจำลองนี้สามารถประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินทางได้ทั้ง 3 ลักษณะที่กล่าวข้างต้น ทั้งในปัญหา TSP โดยจะมีตัวแปรในการคำนวณจำนวนมาก และมีจำนวนเงื่อนไขทั้งหมดเท่ากับจำนวนลูกค้าและกำหนดจำนวนผู้เดินทางในโครงข่ายเท่ากับ 1 แต่ทั้งนี้การใช้แบบจำลองการแบ่งเซตประยุกต์แก้ปัญหา TSP พบว่าเป็นการเลือกรอบการเดินทางที่ดีที่สุดเพียงรอบเดียว เพราะในแต่ละตัวแปรที่อยู่ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นั้นจะแตกต่างกันเพียงสัมประสิทธิ์ในสมการจุดประสงค์ ดังนั้นการใช้แบบจำลองการแบ่งเซตในการแก้ปัญหา TSP จึงเป็นแนวทางที่ไม่เหมาะสม เนื่องจากการใช้แบบจำลองในการเลือกรอบการเดินทางที่ดีที่สุดเพียงอัน

เดียวนั้นเป็นกระบวนการที่ไม่มีประสิทธิภาพ เพราะหากสามารถสร้างวิธีในการแก้ปัญหาที่สามารถสร้างรอบการเดินทางที่ดีที่สุดได้ การสร้างรอบการเดินทางอื่นก็ไม่มีมีความจำเป็น

ส่วนการประยุกต์ใช้แบบจำลองนี้ในการแก้ปัญหา  $mTSP$  นั้นก็เป็นการเลือกรอบการเดินทางของพนักงานขายหลายคน เพื่อไปถึงลูกค้าทุกรายและมีต้นทุนการทำงานที่น้อยที่สุด ทั้งนี้การที่ปัญหาเป็นการจัดเส้นทางการเดินทางของพนักงานขายหลายคนเกิดเนื่องจากเงื่อนไขด้านข้อจำกัดในการเดินทางต่อเนื่องโดยจะมีตัวแปรในการคำนวณตามสมการดังนี้

$$\left[ \left( \frac{n!}{1!(n-1)!} \right) + \left( \frac{n!}{2!(n-2)!} \right) + \left( \frac{n!}{3!(n-3)!} \right) + \dots + \left( \frac{n!}{x!(x-3)!} \right) \right] \quad (2.5)$$

$n$  จำนวนจุดสินค้า

$x$  จำนวนของความสามารถในการเดินทางต่อเนื่องสูงสุด

จำนวนตัวแปรของปัญหา  $mTSP$  นั้นมีจำนวนมากจนยากแก่การคำนวณ ทำให้แนวคิดที่ใช้ระยะของรอบการเดินทางเป็นตัวแปรตัดสินใจจึงไม่เป็นที่นิยมในการนำไปใช้ ส่วนการประยุกต์ใช้แบบจำลองนี้ในการแก้ปัญหา  $VRP$  นั้นมีเงื่อนไขที่เพิ่มเติมขึ้นเช่นเงื่อนไขด้านเวลา ความจุ ฯลฯ โดยจะมีตัวแปรในการคำนวณตามสมการดังนี้

$$\left[ \left( \frac{n!}{1!(n-1)!} \right) + \left( \frac{n!}{2!(n-2)!} \right) + \left( \frac{n!}{3!(n-3)!} \right) + \dots + \left( \frac{n!}{x!(x-3)!} \right) \right] - \text{Failed Variable} \quad (2.6)$$

$n$  จำนวนจุดสินค้า

$x$  จำนวนของความสามารถในการเดินทางต่อเนื่องสูงสุด

Failed Variable ตัวแปรที่ไม่ผ่านเงื่อนไข

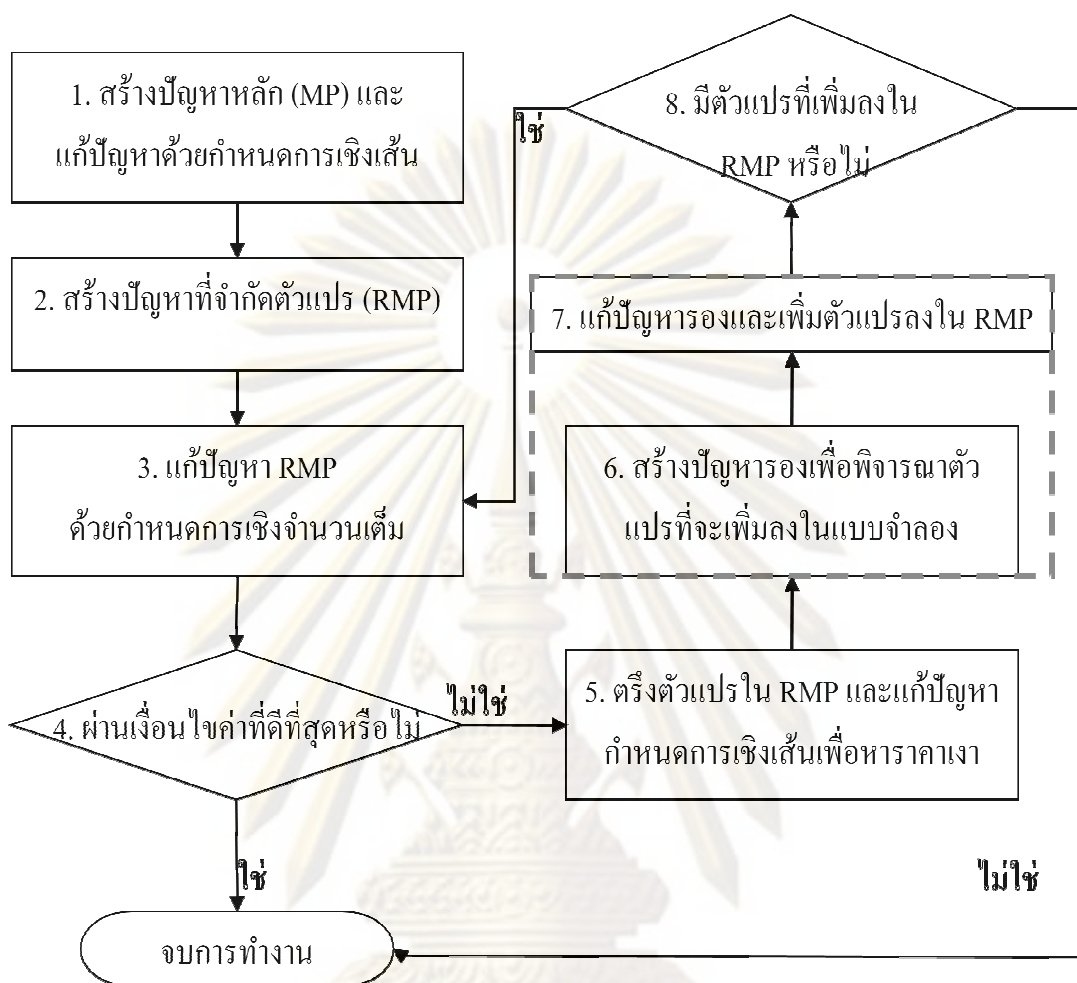
จำนวนตัวแปรของปัญหา  $VRP$  นั้นก็มีจำนวนมากเช่นกันแต่เมื่อเงื่อนไขต่างที่เพิ่มขึ้นมาทั้งในด้าน ความจุ กรอบของเวลา สามารถที่จะลดตัวแปรในการคำนวณได้ลงมาก แนวคิดที่ใช้ระยะของรอบการเดินทางเป็นตัวแปรตัดสินใจ จึงได้รับความนิยมในการนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา  $VRP$

แนวคิดที่ใช้ระยะของรอบการเดินทางเป็นตัวแปรตัดสินใจใช้แบบจำลองการแบ่งเขตในการแก้ปัญหานั้นมีข้อเสียที่สำคัญคือจำนวนตัวแปรที่มากจนส่งผลต่อการคำนวณ ในปัจจุบันได้มีการประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหาคolumn generation (Column Generation) ให้ค่าผลเฉลยที่ดีที่สุดมีค่าใกล้เคียงกันอย่างมาก (ยศศิริ, 2007) ซึ่งมีกระบวนการดังนี้ และสามารถเขียนเป็นแผนผังการทำงานได้ดังรูปที่ 2.3

1. ทำการสร้างปัญหาหลัก (MP) ซึ่งมีตัวแปรทั้งหมดด้วยกำหนดการเชิงเส้น
2. สร้างปัญหาที่จำกัดจำนวนตัวแปร (RMP)
3. แก้ปัญหาจำกัดตัวแปรด้วยกำหนดการเชิงจำนวนเต็ม
4. นำไปตรวจสอบว่าผ่านเงื่อนไขการทำงานหรือไม่ (ในกรณีที่ศึกษาเป็นจำนวนรอบการทำงาน)
  - ผ่าน จบการทำงาน
  - ไม่ผ่าน ดำเนินการในขั้นตอนที่ 5
5. สร้างตัวแปรของปัญหาจำกัดตัวแปรเพื่อคำนวณราคาเงา
6. สร้างปัญหารองเพื่อพิจารณาตัวแปรที่จะเพิ่มเติมลงในปัญหาจำกัดตัวแปร (RMP) จากราคาเงา
7. แก้ปัญหารอง
8. ตรวจสอบว่ามีตัวแปรที่สามารถเพิ่มเติมลงไปปัญหาจำกัดตัวแปร (RMP) ที่สามารถเพิ่มประสิทธิภาพของผลเฉลยหรือไม่
  - หากมี ทำการเพิ่มตัวแปรลงในปัญหาจำกัดแล้วดำเนินการต่อในขั้นตอนที่ 3
  - หากไม่มี สามารถสรุปได้ว่าไม่มีตัวแปรใดสามารถเพิ่มประสิทธิภาพของผลเฉลยได้ และจบการทำงาน

ศูนย์วิจัยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2.3 แสดงขั้นตอนการทำงานของวิธีก่อสร้างตัวแปร

## 2.2 แนวคิดการใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวแปรในการตัดสินใจ

แนวคิดการใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวแปรในการตัดสินใจมีแบบจำลองการแก้ปัญหาที่พัฒนาไปตามลักษณะของปัญหาการจัดเส้นทาง สำหรับปัญหา TSP เป็นรูปแบบปัญหาของการหาเส้นทางการเดินทางต่อเนื่องของพนักงานขายสินค้าหนึ่งคนไปยังจุดที่กำหนด เพื่อให้มีระยะทางการเดินทางที่สั้นที่สุดในการเดินทาง โดยรูปแบบของปัญหานี้มีลักษณะเป็น NP-Hard Problem (Applegate et al., 2007) ในการหาคำตอบที่ดีที่สุดของปัญหานี้มีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาตรฐานคือ

Objective function                      Minimize  $\sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}$                       (2.7)

Subject to                                       $\sum_i x_{ij} = 1 \quad \forall j \in O$                       (2.8)

$$\sum_j x_{ij} = 1 \quad \forall i \in O \quad (2.9)$$

$$\sum_{i,j \in S_V} x_{ij} \leq |S_V| - 1 \quad (S_V \subset V; 2 \leq |S_V| \leq N - 2) \quad (2.10)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in O \quad (2.11)$$

$x_{ij}$  คือตัวแปรของการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$

$O$  คือเซตของบัพในโครงข่าย

$S_V$  คือเซตของรอบการเดินทางที่ไม่สมบูรณ์

$V$  คือเซตของรอบการเดินทางทั้งหมด

$c_{ij}$  คือต้นทุนของการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$

จุดประสงค์ของแบบจำลองคือทำให้ต้นทุนในการเดินทางมีค่าน้อยที่สุด โดยเงื่อนไขที่ (2.7) และ (2.8) เป็นการกำหนดให้เกิดการเดินทางเข้าและออกในแต่ละบัพ เงื่อนไขที่ (2.9) เป็นการป้องกันการเกิดรอบการเดินทางที่ไม่สมบูรณ์ และเงื่อนไขที่ (2.10) เป็นการกำหนดให้ตัวแปรต่างนั้นสามารถเกิดได้สองกรณีคือเลือกกับไม่เลือก

โดยเมื่อปัญหา TSP ได้พัฒนาไปเป็นปัญหา  $m$ TSP ก็ได้มีการพัฒนาแบบจำลองได้หลายรูปแบบดังนี้ (Jonker, 1988)

Objective function                      Minimize  $\sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij}$                       (2.12)

Subject to                                       $\sum_i x_{ij} = 1 \quad \forall j \in O - \{1\}$                       (2.13)

$$\sum_j x_{ij} = 1 \quad \forall i \in O - \{1\} \quad (2.14)$$

$$\sum_i x_{i1} = m \quad (2.15)$$

$$\sum_j x_{1j} = m \quad (2.16)$$

$$\text{Sub-tour Elimination Constraint} \quad (2.17)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in J \quad (2.18)$$

$x_{ij}$  คือตัวแปรของการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$

$O$  คือเซตของบัพในโครงข่าย

$i, j$  คือสมาชิกของบัพในโครงข่าย

$m$  คือจำนวนของผู้เดินทางในโครงข่าย

$c_{ij}$  คือระยะของการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$

จุดประสงค์ของแบบจำลองทำให้ต้นทุนในการเดินทางมีค่าน้อยที่สุดโดยเงื่อนไขที่ (2.13) และ (2.14) เป็นการกำหนดให้เกิดการเดินทางเข้าและออกในแต่ละบัพ เงื่อนไขที่ (2.15) และ (2.16) เป็นการกำหนดให้มีจำนวนของพนักงานขายตามที่กำหนดให้เดินทางภายในแผนที่ เงื่อนไขที่ (2.17) เป็นการกำจัดรอบการเดินทางที่ไม่สมบูรณ์และ เงื่อนไขที่ (2.18) เป็นการกำหนดให้ตัวแปรต่างนั้นสามารถเกิดได้สองกรณีคือเลือกกับไม่เลือก

การทำงานของแบบจำลองนี้ต่างจากแบบจำลอง TSP โดยการเพิ่มเงื่อนไขของจำนวนผู้เดินทางขึ้น แต่แบบจำลองนี้ไม่สามารถกำหนดเงื่อนไขในส่วนความสามารถในการบรรทุก และจำนวนการเดินทางสูงสุด แต่สามารถพัฒนาได้ในช่วงของการกำจัดรอบการทำงานที่ไม่สมบูรณ์

จากการศึกษาของ (Laporte, 1992) ได้สร้างแบบจำลองสองอย่างขึ้นมาเพื่อแก้ปัญหา  $m$ TSP ของลักษณะปัญหาที่ไม่มีสมมูลด้านต้นทุนการเดินทางหรือพูดอีกอย่างคือต้นทุนขาไปจากกลับไม่เท่ากัน และลักษณะปัญหาที่มีสมมูลด้านต้นทุนการเดินทาง

แบบจำลองสำหรับแก้ปัญหา  $m$ TSP แบบไม่มีสมมูลด้านต้นทุนการเดินทาง

$$\text{Objective function} \quad \text{Minimize} \quad \sum_{i \neq j} c_{ij} x_{ij} + fm \quad (2.19)$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{j=2}^n (x_{1j} + x_{j1}) = 2m \quad (2.20)$$

$$\sum_{i \neq k} x_{ik} = 1 \quad k = 2, \dots, n \quad (2.21)$$

$$\sum_{j \neq k} x_{kj} = 1 \quad k = 2, \dots, n \quad (2.22)$$

$$\text{Sub-tour Elimination Constraint} \quad (2.23)$$

$$m \geq 1 \text{ and integer} \quad (2.24)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \neq j \quad (2.25)$$

$x_{ij}$  คือตัวแปรของการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$

$f$  คือต้นทุนการให้บริการของผู้เดินทาง

$m$  คือจำนวนของพนักงานเดินทางที่เดินทางในโครงข่าย

$N$  คือจำนวนของบัพ

$i, j, k$  คือสมาชิกของบัพในโครงข่าย

$c_{ij}$  คือระยะของการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$

จุดประสงค์ของแบบจำลองคือทำให้ต้นทุนการเดินทางทั้งหมดมีค่าน้อยที่สุดโดย เงื่อนไขที่ (2.20) เป็นการควบคุมจำนวนของพนักงานเดินทาง เงื่อนไขที่ (2.21), (2.22) เป็นการควบคุมให้แต่ละบัพมีการเดินทางเข้าและออก เงื่อนไขที่ (2.23) เป็นการกำจัดการรอบการเดินทางที่ไม่สมบูรณ์ เงื่อนไขที่ (2.24) เป็นการกำหนดให้มีพนักงานเดินทางในโครงข่าย และมีค่าเป็นจำนวนเต็ม และเงื่อนไขที่ (2.25) เป็นการกำหนดให้ตัวแปรต่างนั้นสามารถเกิดได้สองกรณีคือเลือกกับไม่เลือก

แบบจำลองสำหรับแก้ปัญหา  $m$ TSP แบบมีสมมูลด้านต้นทุนการเดินทาง

$$\text{Objective function} \quad \text{Minimize} \quad \sum_{i < j} c_{ij} x_{ij} + fm \quad (2.26)$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{j=2}^n x_{1j} = 2m \quad (2.27)$$

$$\sum_{i < k} x_{ik} + \sum_{j > k} x_{kj} = 2 \quad k = 2, \dots, n \quad (2.28)$$

$$\text{Sub-tour Elimination Constraint} \quad (2.29)$$

$$m \geq 1 \text{ and integer} \quad (2.30)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad 1 < i < j \quad (2.31)$$

$$x_{1j} \in \{0,1,2\} \quad j = 2, \dots, n \quad (2.32)$$

$x_{ij}$  คือตัวแปรของการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$

$f$  คือต้นทุนการให้บริการของผู้เดินทาง

$N$  คือจำนวนของบัพ

$m$  คือจำนวนของพนักงานเดินทางที่เดินทางในโครงข่าย

$i, j, k$  คือสมาชิกของบัพในโครงข่าย

$c_{ij}$  คือระยะของการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$



จุดประสงค์ของแบบจำลองคือทำให้ต้นทุนการเดินทางทั้งหมดมีค่าน้อยที่สุด โดยเงื่อนไขที่ (2.27) เป็นการควบคุมจำนวนของพนักงานเดินทาง เงื่อนไขที่ (2.28) เป็นการควบคุมให้แต่ละบัพมีการเดินทางเข้าและออก เงื่อนไขที่ (2.29) เป็นการกำจัดการอบเดินทางที่ไม่สมบูรณ์ เงื่อนไขที่ (2.30) เป็นการกำหนดให้มีพนักงานเดินทางในโครงข่าย และมีค่าเป็นจำนวนเต็ม เงื่อนไขที่ (2.31) เป็นการกำหนดให้ตัวแปรต่างนั้นสามารถเกิดได้สองกรณีคือเลือกกับไม่เลือก และเงื่อนไขที่ (2.32) เป็นการกำหนดให้ตัวแปรต่างนั้นสามารถเกิดได้สองกรณีคือเลือกกับไม่เลือก ทั้งนี้ตัวแปรนี้อาจมีค่าเป็น 2 ได้เพื่อตอบสนองการไปกลับของบัพนั้นๆ ทั้งนี้เนื่องจากมีความสมดุลทางด้านต้นทุนการเดินทาง จำนวนตัวแปรของสมการนี้จึงมีจำนวนน้อยกว่า

จากการศึกษาของ (Christofides et al., 1981) ได้นำเสนอแบบจำลองการแก้ปัญหา  $mTSP$  แบบใช้สมดุลการเดินทางในการทำงาน โดยประยุกต์จากแบบจำลองการจัดเส้นทางของรถโดยสาร โดยมีตัวแปรแสดงการเดินทาง  $x_{ijk} \in \{0,1\}$  เพื่อแสดงการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$  ของรถคันที่  $k$  โดยมีรายละเอียดของสมการดังนี้

$$\text{Objective function} \quad \text{Minimize} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \sum_{k=1}^m x_{ijk} \quad (2.33)$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m x_{ijk} = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (2.34)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ipk} - \sum_{j=1}^n x_{pjk} = 0 \quad k = 1, \dots, m, p = 1, \dots, n \quad (2.35)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{1jk} = 1 \quad k = 1, \dots, m \quad (2.36)$$

$$\text{Sub-tour Elimination Constraint} \quad (2.37)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i, j, k \quad (2.38)$$

$x_{ijk}$  คือตัวแปรของการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$  ของรถ  $k$

$f$  คือต้นทุนการให้บริการของผู้เดินทาง

$k$  คือสมาชิกในเซตของผู้เดินทาง

$m$	คือจำนวนของพนักงานเดินทางที่เดินทางในโครงข่าย
$n$	คือจำนวนของบัพ
$i, j$	คือสมาชิกของบัพในโครงข่าย
$c_{ij}$	คือระยะของการเดินทางจากบัพ $i$ ไปยังบัพ $j$

โดยสมการนี้ได้ประยุกต์ใช้การเดินทางเข้าออกมาใช้ในการแก้ปัญหา  $m$ TSP จุดประสงค์ของแบบจำลองคือทำให้ต้นทุนการเดินทางทั้งหมดมีค่าน้อยที่สุด โดยเงื่อนไขที่ (2.34) เป็นการกำหนดให้ทุกบัพได้รับการเข้าถึง เงื่อนไขที่ (2.35) เป็นการสร้างสมดุลการเดินทางในแต่ละบัพ เงื่อนไขที่ (2.36) เป็นการกำหนดให้มีการใช้รถแต่ละคันเพียงครั้งเดียว เงื่อนไขที่ (2.37) เป็นการกำจัดการเดินทางครบรอบแบบไม่สมบูรณ์ และเงื่อนไขที่ (2.38) เป็นการกำหนดให้ตัวแปรต่างนั้นสามารถเกิดได้สองกรณีคือเลือกกับไม่เลือกโดยผลจากการนำแบบจำลองนี้ไปประยุกต์ใช้จริงพบว่าขนาดของปัญหามีขนาดใหญ่และยากต่อการนำไปใช้

สำหรับปัญหา VRP มีการพัฒนามาจากแบบจำลองที่ใช้ในการแก้ปัญหา  $m$ TSP โดยการเพิ่มเต็มเงื่อนไขในการทำงาน และมีตัวอย่างของแบบจำลองที่พัฒนาดังนี้

จากการศึกษาของ (Christofides et al., 1981) ได้นำเสนอแบบจำลองการแก้ปัญหา  $m$ TSP แบบใช้สมดุลการเดินทางในการทำงาน โดยประยุกต์จากแบบจำลอง VRP มาสร้างโดยมีตัวแปรแสดงการเดินทาง  $x_{ijk} \in \{0,1\}$  เพื่อแสดงการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$  ของรถคันที่  $k$  โดยมีรายละเอียด และได้เพิ่มเงื่อนไขด้านข้อจำกัดความจุ และต้นทุนการทำงานของรถแต่ละคัน โดยมีรายละเอียดของแบบจำลองดังนี้

$$\text{Objective function} \quad \text{Minimize} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \sum_{k=1}^m x_{ijk} \quad (2.39)$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m x_{ijk} = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (2.40)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ipk} - \sum_{j=1}^n x_{pjk} = 0 \quad k = 1, \dots, m, p = 1, \dots, n \quad (2.41)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{1jk} = 1 \quad k = 1, \dots, m \quad (2.42)$$

$$\sum_{i=1}^n \left( q_i \sum_{j=0}^n x_{ijk} \right) \leq Q \quad k = 1, \dots, m \quad (2.43)$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} + \sum_{i=1}^n \left( t_i \sum_{j=0}^n x_{ijk} \right) \leq T \quad k = 1, \dots, m \quad (2.44)$$

$$\text{Sub-tour Elimination Constraint} \quad (2.45)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i, j, k \quad (2.46)$$

$x_{ijk}$  คือตัวแปรของการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$  ของรถ  $k$

$f$  คือต้นทุนการให้บริการของผู้เดินทาง

$i, j$  คือสมาชิกของบัพในโครงข่าย

$m$  คือจำนวนของพนักงานเดินทางที่เดินทางในโครงข่าย

$N$  คือจำนวนของบัพ

$k$  คือสมาชิกในเซตของผู้เดินทาง

$c_{ij}$  คือระยะของการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$

$q_i$  คือปริมาณสินค้าที่ต้องที่จุด  $i$

$t_i$  คือต้นทุนการเข้าทำงานที่จุด  $i$

จุดประสงค์ของแบบจำลองคือทำให้ต้นทุนการเดินทางทั้งหมดมีค่าน้อยที่สุด โดยเงื่อนไขที่ (2.40) เป็นการกำหนดให้ทุกบัพได้รับการเข้าถึง เงื่อนไขที่ (2.41) เป็นการสร้างสมดุลการเดินทางในแต่ละบัพ เงื่อนไขที่ (2.42) เป็นการกำหนดให้มีการใช้รถแต่ละคันเพียงครั้งเดียว เงื่อนไขที่ (2.43) เป็นการควบคุมปริมาณความจุของรถแต่ละคัน เงื่อนไขที่ (2.44) เป็นการควบคุม

ต้นทุนการทำงานของรถแต่ละคัน เงื่อนไขที่ (2.45) เป็นการกำจัดการเดินทางครบรอบแบบไม่สมบูรณ์ และเงื่อนไขที่ (2.46) เป็นการกำหนดให้ตัวแปรต่างนั้นสามารถเกิดได้สองกรณีคือเลือกกับไม่เลือก โดยผลจากการนำแบบจำลองนี้ไปประยุกต์ใช้จริงพบว่าขนาดของปัญหามีขนาดใหญ่และยากต่อการนำไปใช้

จากการศึกษาของ (Laporte, 1992) ได้ประยุกต์ใช้แบบจำลองแบบจำลองการแก้ปัญหา  $m$ TSP โดยเพิ่มเติมเงื่อนไขด้านความจุ ในส่วนของเงื่อนไขการกำจัดการรอบการทำงานที่ไม่สมบูรณ์ แสดงให้เห็นได้ดังนี้

$$\text{Objective function} \quad \text{Minimize} \quad \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} \quad (2.47)$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_i x_{ij} = 1 \quad \forall j \in O - \{1\} \quad (2.48)$$

$$\sum_j x_{ij} = 1 \quad \forall i \in O - \{1\} \quad (2.49)$$

$$\sum_j x_{1j} \leq k \quad (2.50)$$

$$\text{Sub-tour Elimination Constraint} \quad (2.51)$$

$$\text{Infeasible-tour Elimination Constraint} \quad (2.52)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in O \quad (2.53)$$

$x_{ij}$  คือตัวแปรของการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$

$i, j$  คือสมาชิกของบัพในโครงข่าย

$k$  คือจำนวนของรถบรรทุก

$O$  คือเซตของบัพในโครงข่าย

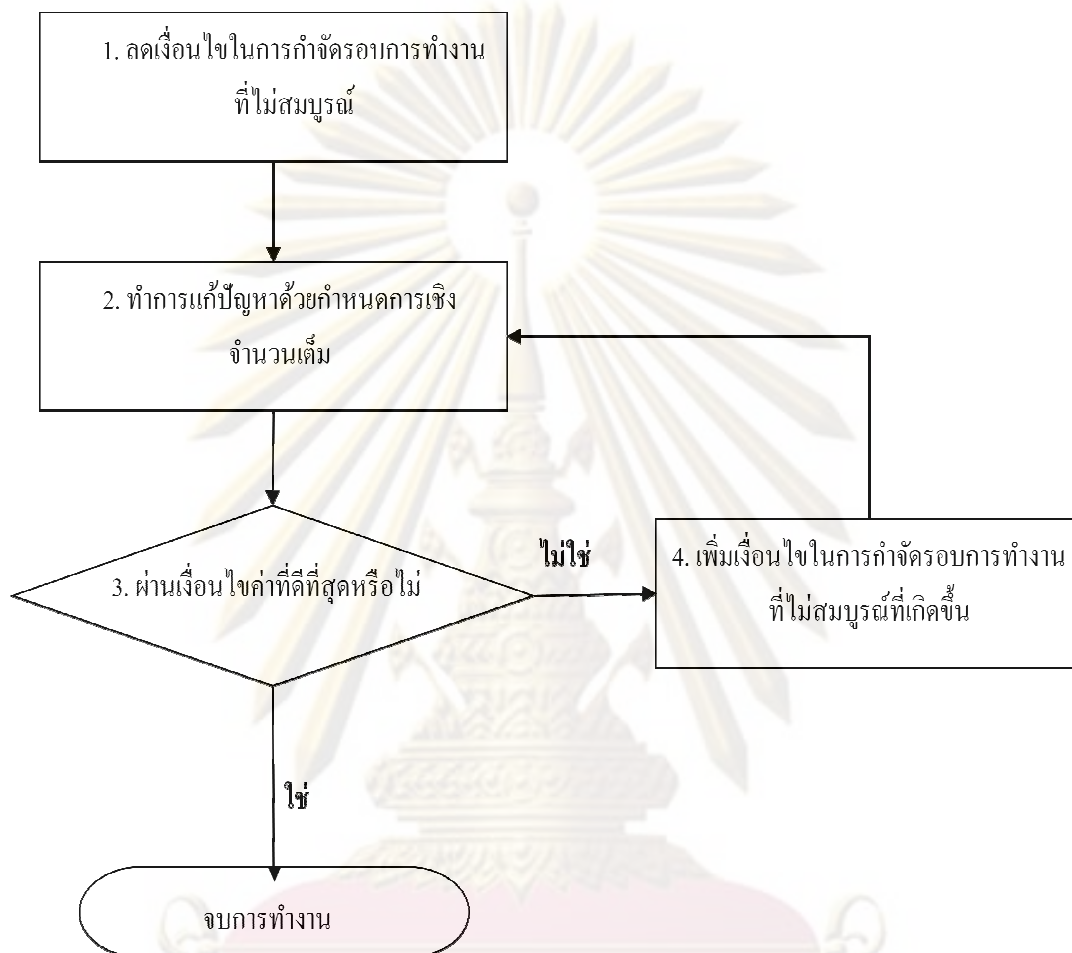
$c_{ij}$  คือระยะของการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$

จุดประสงค์ของแบบจำลองคือทำให้ต้นทุนการเดินทางทั้งหมดมีค่าน้อยที่สุด โดยเงื่อนไขที่ (2.48) และ (2.49) เป็นการกำหนดให้เกิดการเดินทางเข้าและออกในแต่ละบัพ เงื่อนไขที่ (2.50) เป็นการควบคุมจำนวนของรถตามที่กำหนดให้เดินทางภายในแผนที่ เงื่อนไขที่ (2.51) เป็นการกำจัดการรอบการเดินทางที่ไม่สมบูรณ์ เงื่อนไขที่ (2.52) เป็นการกำจัดการรอบการเดินทางที่ผิดเงื่อนไขในการทำงาน และเงื่อนไขที่ (2.53) เป็นการกำหนดให้ตัวแปรต่างนั้นสามารถเกิดได้สองกรณีคือเลือกกับไม่เลือก

แนวคิดการใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวแปรในการตัดสินใจที่ใช้แบบจำลองการแก้ปัญหาที่ใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวแปร นั้นมีข้อเสียที่สำคัญคือเงื่อนไขที่ใช้สำหรับกำจัดการรอบการเดินทางที่ไม่สมบูรณ์ ในการศึกษาพบว่าได้มีการประยุกต์ใช้เทคนิคการก่อกำเนิดแถว (Row Generation) ในการทำงานเพื่อช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการคำนวณ โดยมีรายละเอียดการทำงานดังนี้

1. ลดเงื่อนไขการกำจัดการรอบการเดินทางที่ไม่สมบูรณ์
2. ทำการแก้ปัญหาด้วยกำหนดการเชิงจำนวนเต็ม
3. ตรวจสอบผลลัพธ์จากการแก้ปัญหา
  - ผลการทำงานเกิดรอบการทำงานที่ไม่สมบูรณ์ สร้างเงื่อนไขเพิ่มเติมเพื่อป้องกันมิให้เกิดรอบการทำงานที่ไม่สมบูรณ์นั้น ดำเนินการในขั้นตอนที่ 2
  - ผลการทำงานไม่เกิดรอบการทำงานที่ไม่สมบูรณ์ แสดงว่าผลลัพธ์ที่ได้นั้นเป็นค่าที่ดีที่สุด ภายใต้เงื่อนไขการทำงานแล้ว จบการทำงาน

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

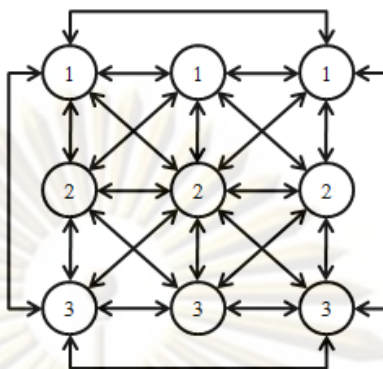


รูปที่ 2.4 แสดงขั้นตอนการทำงานของวิธีก่อกำเนิดแถว

### 2.3 แนวคิดทางฮิวริสติกในการแก้ปัญหาการจัดเส้นทาง

#### แนวคิดทางฮิวริสติกในการแก้ปัญหา TSP

การประยุกต์โครงข่ายทางประสาท (Neural Network) จากการศึกษาของ (Gandhi, 2001) ที่ประยุกต์สร้างโครงข่ายทางประสาทดังรูปที่ 2.5 และประยุกต์สมการทางพลังงานเพื่อใช้คำนวณการเดินทางต่อเนื่องในการแก้ปัญหา TSP โดยมีลักษณะการทำงานดังนี้



รูปที่ 2.5 แสดงโครงข่ายทางประสาทที่สร้างเพื่อแก้ปัญหา TSP

โดยสร้างสมการพลังงานเพื่อใช้กำหนดการเดินทางต่อเนื่อง โดยรายละเอียดของสมการมีดังนี้

$$E = A_1 \sum_i \sum_k \sum_{j \neq k} X_{ik} X_{ij} + A_2 \sum_i \sum_k \sum_{j \neq k} X_{ki} X_{ji} + A_3 \left[ \left( \sum_i \sum_k X_{ik} \right) - n \right]^2 + A_4 \sum_k \sum_{j \neq k} \sum_i d_{kj} X_{ki} (X_{j,i+1} + X_{j,i-1}) \quad (2.54)$$

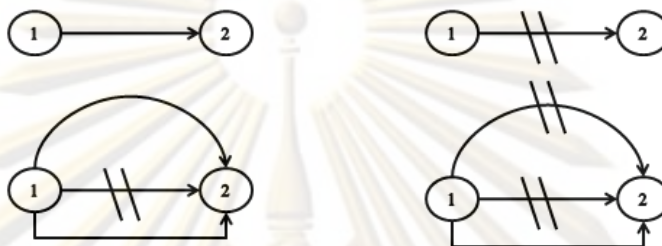
$X_{ij}$  คือตัวแปรของการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$

$d_{ij}$  คือระยะของการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$

$n$  คือจำนวนบัพ

โดยค่า  $A_1, A_2, A_3$  และ  $A_4$  เป็นจำนวนเต็มบวกที่กำหนดเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาโดยค่าเหล่านี้จะส่งผลถึงประสิทธิภาพการทำงาน โดยในขั้นตอนจะทำการแทนค่าลงในสมการเพื่อให้ผลลัพธ์มีค่าที่น้อยที่สุด หรือจนกว่าไม่เกิดการพัฒนาของผลลัพธ์ สามารถอธิบายเพิ่มเติมถึงสมการพลังงานได้คือในพจน์แรกมีจุดประสงค์เพื่อป้องกันการเกิดการเดินทางไปยังบัพสองบัพพร้อมกัน พจน์ที่สองมีจุดประสงค์เพื่อให้แต่ละบัพมีการเข้าถึงเพียงครั้งเดียว พจน์ที่สามมีจุดประสงค์เพื่อกำหนดจำนวนการเดินทางที่เกิดขึ้นในโครงข่าย ซึ่งทั้งสามพจน์จะมีค่าเป็นศูนย์เมื่อสอดคล้องตามจุดประสงค์ และพจน์สุดท้ายเพื่อให้ต้นทุนการเดินทางมีค่าน้อยที่สุดต่อมเงินไขการทำงาน

วิธีการประยุกต์หลักการเดินทางของมด (Ant colony) (Dorigo, 1997) ประยุกต์ใช้หลักการเดินทางทางธรรมชาติของมดที่จะเลือกเดินเส้นทางที่สั้นที่สุดจากเหตุผลฟีโรโมนของมดดังรูปที่ 2.5 โดยประยุกต์วิธีทางฮิวริสติกในการสร้างฟังก์ชันความน่าจะเป็นที่จะมีความน่าจะเป็นที่มากที่สุดหากเส้นทางการเดินทางนั้นเป็นขอบของการเดินทางต่อเนื่องของปัญหาการเดินทางของพนักงานขาย



รูปที่ 2.6 ขั้นตอนการทำงานด้วยวิธีประยุกต์หลักการเดินทางของมด

สมการที่สร้างขึ้นจะนำไปประยุกต์โดยในการเดินทางระหว่างสองจุดเมื่อมีการรบกวนทำให้มดต้องสร้างเส้นทางเดินทางใหม่ และด้วยระบบทางธรรมชาติของมดจะปล่อยสารฟีโรโมนขึ้นในเส้นทางเดินทาง โดยสมมุติว่าในการเลือกการเดินทางครั้งแรกมดแยกเดินทางออกเป็นสองเส้นทางในจำนวนที่เท่ากัน แต่เมื่อเวลาผ่านไปเส้นทางที่สั้นกว่าจะมีความหนาแน่นของสารฟีโรโมนมากกว่า ทำให้มดเลือกเดินทางในเส้นทางที่สั้นกว่าด้วยตนเอง

#### แนวคิดทางฮิวริสติกในการแก้ปัญหา mTSP และ VRP

วิธีประหยัด (Savings Method) (Gillett, 1974) หลักการประหยัดวิธีนี้เริ่มต้นโดยการคำนวณต้นทุนการเดินทางไปกลับระหว่างศูนย์กระจายสินค้ากับลูกค้า แล้วทำการคำนวณระยะทางที่ประหยัดได้สำหรับทุกคู่แล้วจึงเริ่มทำการรวมลูกค้าแต่ละคู่ให้อยู่ในเส้นทางเดินทางเดียวกัน โดยเริ่มรวมจากคู่ที่สามารถประหยัดได้มากที่สุดเรียงลำดับไปจนถึงน้อยที่สุด อย่างไรก็ตามต้องคำนึงถึงความจุของยานพาหนะอีกด้วย โดยสมการคำนวณระยะทางที่ประหยัดดังนี้

$$S(i, j) = d(D, i) + d(D, j) - d(i, j) \quad (2.55)$$

$S(i, j)$  คือ ระยะทางที่สามารถประหยัดได้ในการรวมลูกค้าคนที่  $i$  และ  $j$

$D(i, j)$  คือ ระยะทางจากจุด  $i$  ไปยังจุด  $j$

$D$  คือ จุดกระจายสินค้า (Distribution Centre: DC)



วิธีแทรก (Insertion Heuristic) (Gendreau, 1992) วิธีแทรกมีความคล้ายคลึงกับ Saving Method โดยวิธีนี้คือการพยายามแทรกลูกค้าใหม่เข้าไประหว่างลูกค้าในเส้นทางการเดินทาง ซึ่งการแทรกนี้จะทำการเลือกแทรกลูกค้าที่มีค่าใช้จ่ายที่เพิ่มขึ้นในการแทรกน้อยที่สุดก่อนเมื่อเส้นทางการเดินทางในปัจจุบันไม่สามารถเพิ่มลูกค้าในเส้นทางการเดินทางได้อีก กระบวนการทำงานจะสร้างเส้นทางการเดินทางใหม่และกระทำเช่นเดิมจนกระทั่งส่งสินค้าไปยังลูกค้าครบทุกราย

วิธีการค้นหาเฉพาะแห่ง (Neighbourhood Search: NS) หรืออีกชื่อหนึ่งที่เป็นที่รู้จักคือ local Search (Laporte, 1992) คือวิธีฮิวริสติกอีกวิธีหนึ่งในการแก้ปัญหาของศาสตร์การวิจัยดำเนินงานที่มีการวิจัยซึ่งได้รับความนิยมอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เนื่องจากมีกระบวนการทำงานเริ่มต้นด้วยเส้นทางการเดินทางเบื้องต้น (Initial Solution) จากนั้นทำการวนรอบทำตามหลักการในการเพิ่มประสิทธิภาพของค่าคำตอบเช่น Internal Swap, External Swap เพื่อหาเส้นทางการเดินทางที่ดีขึ้นจนกระทั่งได้เส้นทางการเดินทางที่ต้องการจึงหยุด ในบางกรณีเพื่อหลีกเลี่ยงผลเฉลยเฉพาะแห่ง จึงมีการใช้เทคนิคในการเพิ่มประสิทธิภาพด้วยการใช้หลักการในการเพิ่มประสิทธิภาพของค่าคำตอบหลายวิธีมาใช้ในขบวนการวนรอบ และนำมาเปรียบเทียบในแต่ละรอบการทำงานเพื่อให้ได้ค่าคำตอบที่ดีที่สุดเรียกว่า วิธีการค้นหาเฉพาะแห่งขนาดใหญ่ (Large Scale Neighborhood Search: LNS) ซึ่งวิธีเหล่านี้นับว่าเป็น กระบวนการทำงานวนรอบ (Genetic Algorithm) อย่างหนึ่งเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของผลเฉลย

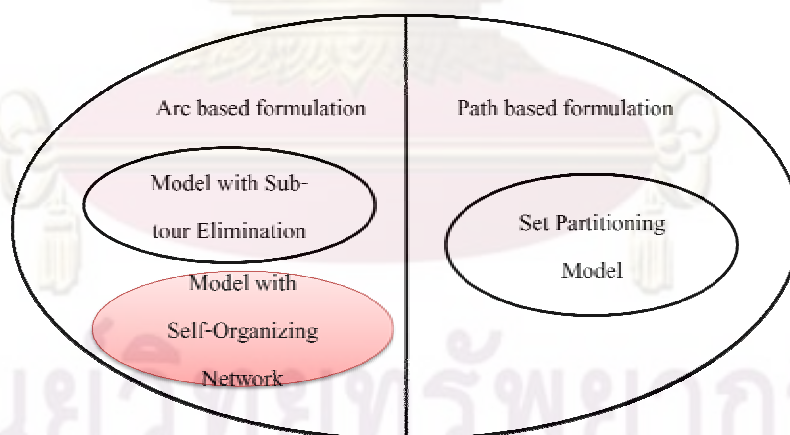
วิธีกวาด (Sweep Method) (Laporte, 1992) หลักการโดยการกวาดวิธีนี้เริ่มต้น โดยการกำหนดเส้นตรงออกจากศูนย์กระจายสินค้าให้หมุนไปในทิศตามเข็มนาฬิกา แล้วเพิ่มเติมลูกค้าเข้าสู่กลุ่มการเดินทางจนสามารถเพิ่มเติมได้ ก็ทำการสร้างกลุ่มใหม่แล้วหมุนต่อไปจนครบทุกจุด หลักการนี้เป็นการสร้างรอบการเดินทางต่างๆ ที่ผลรวมของรอบการเดินทางเหล่านั้นเกิดการเดินทางไปสู่ทุกจุด โดยหลักการนี้การเปลี่ยนองศาเริ่มต้นของเส้นตรงที่ออกจากศูนย์กระจายสินค้าก็อาจส่งผลถึงค่าคำตอบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## 2.4 ผลลัพธ์จากการศึกษา

จากการศึกษาปัญหาของทั้งสองแนวคิดนั้นมีปัญหาในแนวทางเดียวกันนั่นคือแบบจำลองมีขนาดใหญ่ ทำให้ต้องใช้วิธีในการกำเนิดศดมภ์หรือวิธีการก่อกำเนิดแถวเพื่อลดขนาดของปัญหา ทั้งนี้จึงมีแนวคิดในการสร้างรูปแบบสมการที่สามารถนำไปประยุกต์แก้ปัญหที่สามารถสร้างแบบจำลองที่มีขนาดเล็ก และสามารถหลีกเลี่ยงกระบวนการแก้ปัญหที่ต้องใช้เทคนิคขั้นสูง (Advance solution Technique) เพื่อความสะดวกในการแก้ปัญห

จากการศึกษาที่ผ่านมาสำหรับแนวคิดการใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวแปรในการตัดสินใจนั้นมีแนวทางการแก้ปัญห โดยคิดเงื่อนไขที่สำคัญคือเงื่อนไขในการกำจัตรอบการเดินทางที่ไม่สมบูรณ์ โดยในการศึกษาของ (Christofides et al., 1981) ได้ทำการสร้างโครงข่ายซ้อนขึ้นในการแก้ปัญห การเดินทางของ  $mTSP$  และวิธีอีวิริสติกการประยุกต์โครงข่ายทางประสาท (Neural Network) จากการศึกษาของ (Gandhi, 2001) ที่ได้มีการประยุกต์การจัดวงโครงข่าย (Self-Organizing Network) เพื่อแก้ปัญห TSP จึงได้เกิดแนวคิดการประยุกต์การจัดวงโครงข่ายด้วยตนเองและใช้แนวคิดการใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวแปร โดยแนวคิดที่พัฒนานั้นเป็นส่วนหนึ่งของการแก้ปัญหการจัดเส้นทางมีใช้ระยะทางระหว่างจุดเป็นตัวแปร ดังรูปที่ 2.7



-Traveling Salesman Problem (TSP)

- multi-Traveling Salesman Problem ( $mTSP$ )

-Vehicle Routing Problem (VRP)

รูปที่ 2.7 แสดงความสัมพันธ์ของแนวคิดในการแก้ปัญหการจัดเส้นทางที่เพิ่มขึ้น

## บทที่ 3

### วิธีการดำเนินการวิจัย

#### 3.1 ขั้นตอนการวิจัย

1. ศึกษาลักษณะของปัญหา และศึกษางานวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง ดังที่ได้กล่าวในบทที่ 1 และ 2
2. เก็บรวบรวมข้อมูล
3. ทำการสร้างแบบจำลองจัดเส้นทางการเดินทาง โดยมีแบบจำลองการแก้ปัญหาที่ใช้ระยะทางของรอบการเดินทางเป็นตัวแปร (Path based Model: PM) และแบบจำลองที่ทำการจัดวางโครงข่ายด้วยตนเอง และใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวแปรในการตัดสินใจ (Arc based Model with Self-Organizing Network: AM with SON) โดยขั้นตอนและรายละเอียดของทั้งสองแบบจำลองมีดังนี้

#### ขั้นตอนและแบบจำลองจัดเส้นทาง โดยมีระยะทางของรอบการเดินทางเป็นตัวแปร

นำคำสั่งในการเดินทางไปหาลูกค้าทั้งหมดมาสร้างเป็นตัวแปรของการขนส่งต่อเนื่องที่เป็นไปได้ทั้งหมดเช่นเดินทางไปยังลูกค้า {1, 2, 3, 4} สามารถสร้างเป็นตัวแปรการขนส่งต่อเนื่องได้ดังนี้ {1}, {2}, {3}, {4}, {1, 2}, {1, 3}, {1, 4}, {2, 3}, {2, 4}, {3, 4}, {1, 2, 3}, {1, 2, 4}, {1, 3, 4}, {2, 3, 4}, {1, 2, 3, 4} และตรวจสอบว่ารอบเดินทางต่อเนื่องนั้นมีได้เกินความจุของรถขนส่ง ภายหลังการตรวจสอบถ้าพบรอบการเดินทางใด ไม่สามารถทำงานได้ภายใต้เงื่อนไขของรถขนส่งก็จะนำออกจากกระบวนการคิด ส่วนรอบการเดินทางที่สามารถทำงานได้จะทำการคิดระยะทางที่สั้นที่สุดในรอบการเดินทาง โดยสามารถสร้างเป็นแผนผังการทำงานได้ดังรูปที่ 3.1 แล้วจึงนำไปคิดในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยรายละเอียดของแบบจำลองมีดังนี้

$$\text{Objective function} \quad \text{Minimize} \quad \sum_j c_j x_j \quad (3.1)$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_j a_{rj} x_j = 1 \quad \forall r \in R \quad (3.2)$$

$$\sum_j x_j = m \quad (3.3)$$

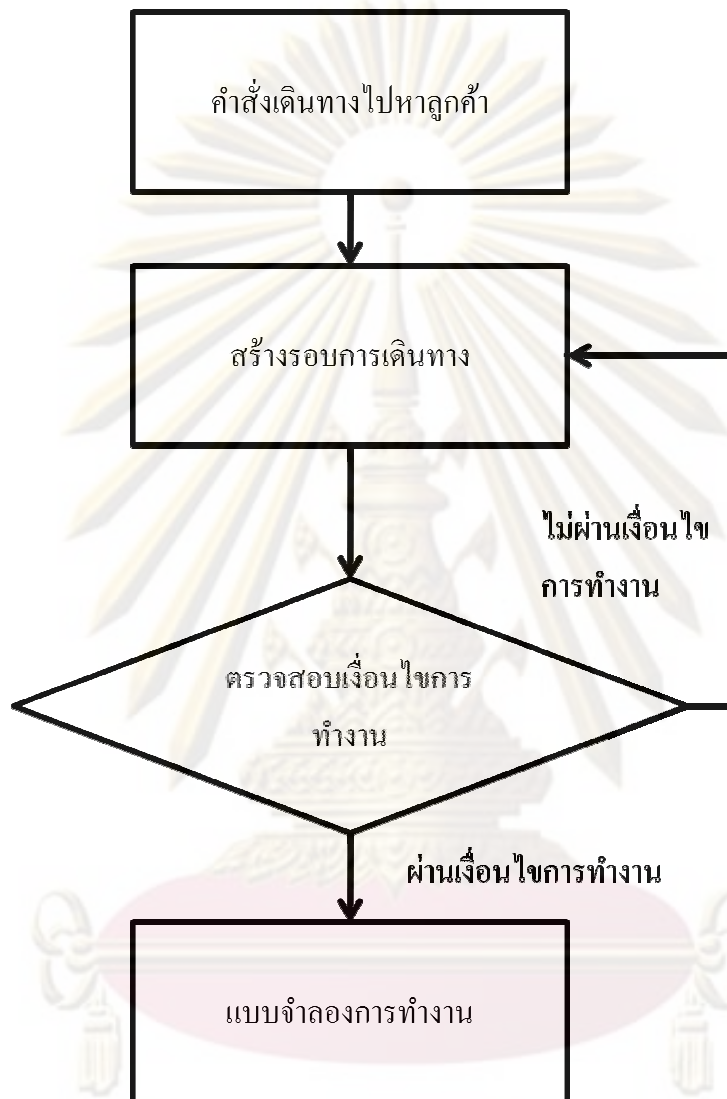
$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in J \quad (3.4)$$

$x_j$	คือตัวแปรแทนการเดินทางของรอบการเดินทาง
$R$	คือ Set ของเงื่อนไขบังคับ (Constraints) ต่างๆ
$J$	คือ Set ของสดมภ์ (Column) ต่างๆ
$m$	คือจำนวนของพนักงานเดินทางที่เดินทางในโครงข่าย
$c_j$	คือ Cost ของ Column $j$
$a_{rj}$	มีค่าเท่ากับ 1 เมื่อ Column $j$ ถูกบรรจุใน Row $r$

จุดประสงค์ของสมการคือการทำให้ต้นทุนในการเดินทางมีค่าน้อยที่สุดโดยเงื่อนไขที่ (3.2) เป็นการกำหนดให้การเลือกรอบของการเดินทางต่อเนื่องนั้นเป็นไปตามเงื่อนไขของการสินค้า เงื่อนไขที่ (3.3) เป็นการควบคุมจำนวนของผู้เดินทางในโครงข่าย และเงื่อนไขที่ (3.4) เป็นการกำหนดให้ตัวแปรต่างนั้นสามารถเกิดได้สองกรณีคือเลือกกับไม่เลือก

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนผังของการทำงานแบบจำลองจัดเส้นทาง โดยมีระยะทางของรอบการสินค้าเป็นตัวแปร



รูปที่ 3.1 ขั้นตอนการทำงานในการสร้างตัวแปรของแบบจำลอง PM

ศูนย์วิจัยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ขั้นตอนและแบบจำลองที่ทำการจัดวางโครงข่ายด้วยตนเอง และใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวแปรในการตัดสินใจ

ปัญหา TSP เป็นรูปแบบปัญหาในการหาเส้นทางการเดินทางต่อเนื่องของพนักงานขายสินค้าไปยังจุดที่กำหนดหลายจุด ที่มีระยะทางในการเดินทางที่สั้นที่สุดการหาค่าคำตอบที่ดีที่สุดของปัญหานี้มีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาตรฐานคือ

$$\text{Objective function} \quad \text{Minimize} \quad \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} \quad (3.5)$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_i x_{ij} = 1 \quad \forall j \in J \quad (3.6)$$

$$\sum_j x_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (3.7)$$

$$\sum_{i,j \in S_V} x_{ij} \leq |S_V| - 1 \quad (S_V \subset V; 2 \leq |S_V| \leq N - 2) \quad (3.8)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in J \quad (3.9)$$

$x_{ij}$  คือตัวแปรของการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$

$I, J$  คือ Set ของบัพในโครงข่าย

$S_V$  คือเซตของรอบการเดินทางที่ไม่สมบูรณ์

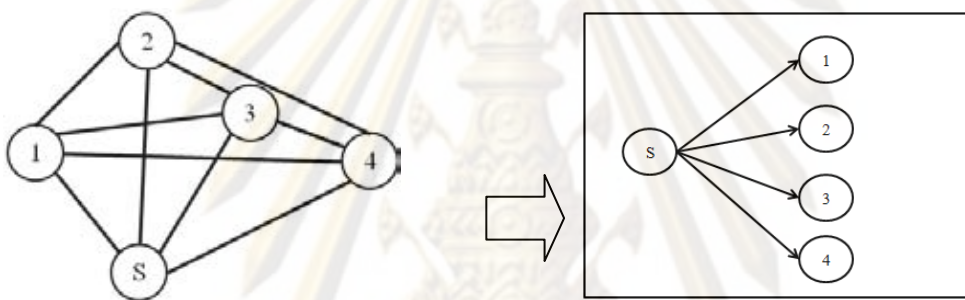
$V$  คือเซตของรอบการเดินทางทั้งหมด

$c_{ij}$  คือระยะของการเดินทางจากบัพ  $i$  ไปยังบัพ  $j$

จุดประสงค์ของสมการคือการทำให้ต้นทุนในการเดินทางมีค่าน้อยที่สุด โดยเงื่อนไขที่ (3.6) และ (3.7) เป็นการกำหนดให้เกิดการเดินทางเข้าและออกในแต่ละบัพ เงื่อนไขที่ (3.8) เป็นการจำกัดรอบการเดินทางที่ไม่สมบูรณ์ และเงื่อนไขที่ (3.9) เป็นการกำหนดให้ตัวแปรต่างนั้นสามารถเกิดได้สองกรณีคือเลือกกับไม่เลือก

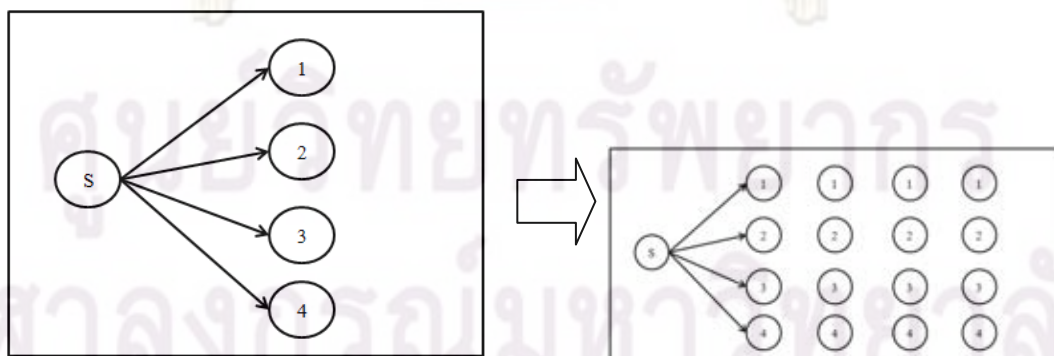
ในงานวิจัยนี้จะทำการนำเสนอแนวทางในการแก้ปัญหาในรูปแบบใหม่โดยการประยุกต์การจัดวางโครงข่ายด้วยตนเอง (Self-Organizing Network) เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาโดยมีขั้นตอนในการทำงานดังนี้

นำคำสั่งในการเดินทางไปหาลูกค้านำมาสร้างเป็นโครงข่ายเพื่อแก้ปัญหาการเดินทาง โดยมีตัวอย่างรายละเอียดการทำดังนี้กำหนดคำสั่งในการเดินทางไปหาลูกค้า {1, 2, 3, 4} ทำการกำหนดให้จุดลูกค้าเป็นบัพ (Node) และการเดินทางระหว่างบัพเป็นเส้นเชื่อม (Arc) ทำการปรับโครงข่ายเดิมเพื่อให้เหมาะสมแก่การนำไปใช้โดยสร้างโครงข่ายจำลองการเดินทางจากจุดเริ่มต้นการทำงานไปยังจุดลูกค้าตามคำสั่งดังรูปที่ 3.2



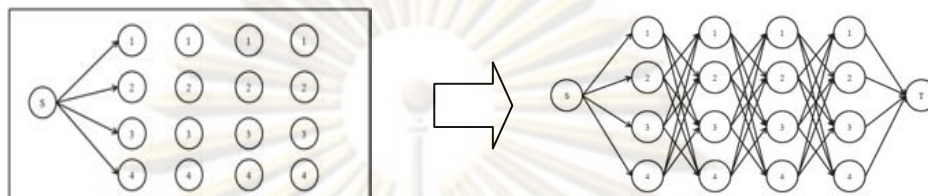
รูปที่ 3.2 ขั้นตอนการเปลี่ยนโครงข่ายเดิมเป็นโครงข่ายจำลองการเดินทางต่อเนื่องในขั้นที่ 1

ทำการพัฒนาโครงข่ายจำลองการเดินทางจากจุดเริ่มต้นการทำงานไปยังจุดลูกค้าตามคำสั่งให้เป็นโครงข่ายการเดินทางต่อเนื่องโดยการสร้างชุดของลูกค้านำมาเพิ่มลงไป ในโครงข่ายเพื่อแทนขั้นตอนการเดินทางต่อเนื่องดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 ขั้นตอนการพัฒนาโครงข่ายการเดินทางต่อเนื่อง

สร้างเส้นเชื่อมระหว่างลูกค้า โดยเส้นเชื่อมที่สร้างขึ้นจะ ไม่มีการเชื่อมระหว่างลูกค้าที่ซ้ำกัน เช่นจะ ไม่มีเส้นเชื่อมระหว่างลูกค้าที่ 1 ของชุดลูกค้าที่ 1 ไปสู่ลูกค้าที่ 1 ของชุดลูกค้าที่ 2 และสร้างบัพ เพื่อเป็นจุดสิ้นสุดของการเดินทางตามรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 ขั้นตอนการสร้างโครงข่ายการเดินทางต่อเนื่องให้สมบูรณ์

ผลลัพธ์จากขั้นตอนนี้ สามารถประยุกต์สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สามารถ แก้ปัญหา TSP โดยมีรายละเอียดของแบบจำลองดังนี้

$$\text{Objective function} \quad \text{Minimize} \quad \sum_{i \in O} CS_i x_i + \sum_{q_n \in Q - \{q_r\}} \sum_{i \in O} \sum_{j \in O - \{i\}} CC_{ij} y_{ij}^{q_n} + \sum_{j \in O} CT_j z_j \quad (3.10)$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{i \in O} x_i = 1 \quad (3.11)$$

$$x_i - \sum_{j \in O - \{i\}} y_{ij}^{q_n} = 0 \quad \forall i \in O \quad (3.12)$$

$$\sum_{i \in O - \{j\}} y_{ij}^{q_n} - \sum_{i \in O - \{j\}} y_{ji}^{q_{n+1}} = 0 \quad \forall j \in O, \forall q_n \in Q - \{q_r\} \quad (3.13)$$

$$\sum_{i \in O - \{j\}} y_{ij}^{q_{r-1}} - z_j = 0 \quad \forall j \in O \quad (3.14)$$

$$\sum_{j \in O} z_j = 1 \quad (3.15)$$

$$x_i + \sum_{q \in Q - \{q_r\}} \sum_{j \in O - \{i\}} y_{ji}^{q_n} = 1 \quad \forall i \in O \quad (3.16)$$

$$x_i, y_{ij}^{q_n}, z_j \in \{0,1\} \quad \forall i \in O, \forall j \in O, \forall q_n \in Q - \{q_r\} \quad (3.17)$$

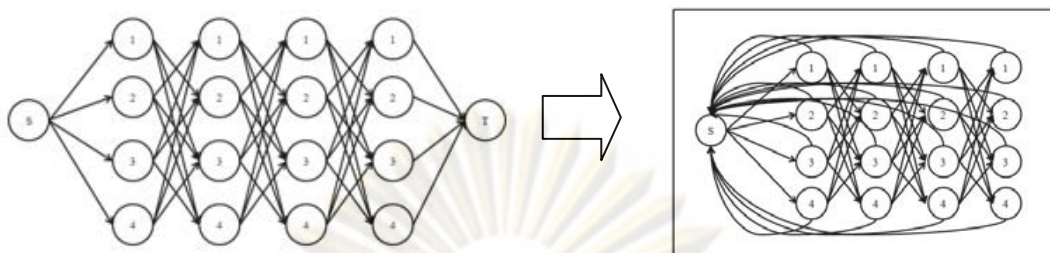
$x_i$  การเดินทางจากจุดเริ่มไปยังจุดลูกค้าที่  $i$



$y_{ij}^{q_n}$	การเดินทางจากลูกค้ำที่ $i$ ไปสู่ลูกค้ำที่ $j$ ของชุดลูกค้ำที่ $n$
$z_j$	การเดินทางจากลูกค้ำที่ $j$ ไปจุดสุดท้ายของการทำงาน
$O$	เซตของกลุ่มลูกค้ำ
$ O $	มีขนาดเท่ากับจำนวนของลูกค้ำ
$Q$	เซตของชุดลูกค้ำ $\{q_1, q_2, q_3, \dots, q_r\}$
$q_n$	ชุดลูกค้ำที่ $n$
$ Q $	มีขนาดเท่ากับจำนวนชุดลูกค้ำ
$r$	ลำดับของชุดลูกค้ำ
$CS_i$	ต้นทุนการเดินทางจากจุดเริ่มไปลูกค้ำที่ $i$
$CC_{ij}$	ต้นทุนการเดินทางจากลูกค้ำที่ $i$ ไปลูกค้ำที่ $j$
$CT_i$	ต้นทุนการเดินทางจากลูกค้ำ $j$ ไปจุดสุดท้ายของการทำงาน

จุดประสงค์ของสมการคือทำให้ต้นทุนในการเดินทางมีค่าน้อยที่สุด โดยเงื่อนไขที่ (3.11) เป็นการกำหนดให้เริ่มมีการเดินทางออกจากจุดเริ่มต้นการทำงานเงื่อนไข (3.12), (3.13) และ (3.14) เป็นการควบคุมการเดินทางเข้าออกของบัพแต่ละบัพ เงื่อนไขที่ (3.15) เป็นการควบคุมจำนวนผู้เดินทาง เงื่อนไขที่ (3.16) เป็นการกำหนดให้ต้องมีการเดินทางไปหาลูกค้ำแต่ละราย และเงื่อนไขที่ (3.17) เป็นการกำหนดให้ตัวแปรเกิดได้สองกรณีคือเลือกกับไม่เลือก

โครงข่ายการเดินทางต่อเนื่องที่สร้างขึ้นนั้นสามารถแก้ปัญหา TSP ได้แต่ไม่สามารถนำไปใช้กับปัญหา  $m$ TSP ได้เนื่องจากข้อจำกัดในการเดินทาง ดังนั้นเพื่อนำแนวทางที่พัฒนาขึ้นในการแก้ปัญหาการเดินทาง จึงต้องทำการสร้างเงื่อนไขด้านความสามารถในการเดินทางต่อเนื่อง และพัฒนาเส้นทางในโครงข่ายเพื่อให้สอดคล้องต่อเงื่อนไขที่เพิ่มโดยการสร้างเส้นเชื่อมจากลูกค้ำแต่ละราย ทุกชุดลูกค้ำให้สามารถนำกลับไปส่งที่จุดเริ่มของการเดินทางได้ ดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 ขั้นตอนแปลงโครงข่ายให้รองรับเงื่อนไขด้านความสามารถในการเดินทางต่อเนื่อง

ผลลัพธ์จากขั้นตอนนี้ สามารถประยุกต์สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สามารถแก้ปัญหา  $m$ TSP โดยมีรายละเอียดของแบบจำลองดังนี้

$$\text{Objective function} \quad \text{Minimize} \quad \sum_{i \in O} CS_i x_i + \sum_{q_n \in Q - \{q_r\}} \sum_{i \in O} \sum_{j \in O - \{i\}} CC_{ij} y_{ij}^{q_n} + \sum_{j \in O} CT_j z_j^{q_n} \quad (3.18)$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{i \in O} x_i \leq m \quad (3.19)$$

$$x_i - \sum_{j \in O - \{i\}} y_{ij}^{q_1} - z_j^{q_1} = 0 \quad \forall i \in O \quad (3.20)$$

$$\sum_{i \in O - \{j\}} y_{ij}^{q_r} - \sum_{i \in O - \{j\}} y_{ij}^{q_{n+1}} - z_j^{q_{n+1}} = 0 \quad \forall j \in O, \forall q_n \in Q - \{q_r\} \quad (3.21)$$

$$\sum_{i \in O - \{j\}} y_{ij}^{q_{r-1}} - z_j^{q_r} = 0 \quad \forall j \in O \quad (3.22)$$

$$x_i + \sum_{q \in Q - \{q_r\}} \sum_{j \in O - \{i\}} y_{ji}^{q_n} = 1 \quad \forall i \in O \quad (3.23)$$

$$x_i, y_{ij}^{q_n}, z_j^{q_n} \in \{0,1\} \quad \forall i \in O, \forall j \in O, \forall q_n \in Q - \{q_r\} \quad (3.24)$$

$x_i$  การเดินทางจากจุดเริ่มไปยังลูกค้าที่  $i$

$y_{ij}^{q_n}$  การเดินทางจากลูกค้าที่  $i$  ไปลูกค้าที่  $j$  ชุดที่  $n$

$z_j^{q_n}$  การเดินทางจากลูกค้าที่  $j$  ชุดที่  $n$  ไปจุดส่งสินค้าสินค้า

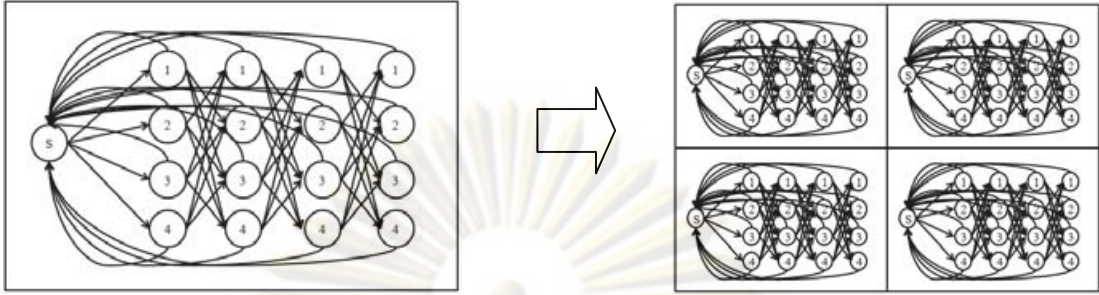
$O$  เซตของกลุ่มลูกค้า

$ O $	มีขนาดเท่ากับจำนวนของลูกค้า
$Q$	เซตของชุดลูกค้า $\{q_1, q_2, q_3, \dots, q_r\}$
$q_n$	ชุดลูกค้าที่ $n$
$ Q $	มีขนาดเท่ากับจำนวนชุดลูกค้า
$r$	ลำดับของชุดลูกค้า
$m$	จำนวนผู้เดินทางในโครงข่ายสูงสุด
$CS_i$	ต้นทุนการเดินทางจากจุดเริ่มไปลูกค้าที่ $i$
$CC_{ij}$	ต้นทุนการเดินทางจากลูกค้าที่ $i$ ไปลูกค้าที่ $j$
$CT_i$	ต้นทุนการเดินทางจากลูกค้า $j$ ไปสุดท้ายของการทำงาน

จุดประสงค์ของสมการคือทำให้ต้นทุนในการเดินทางมีค่าน้อยที่สุด โดยเงื่อนไขที่ (3.19) เป็นการควบคุมจำนวนผู้เดินทาง เงื่อนไข (3.20), (3.21) และ (3.22) เป็นการควบคุมการเดินทางเข้าออกของบัพแต่ละบัพ เงื่อนไขที่ (3.23) เป็นการกำหนดให้ต้องมีการเดินทางไปหาลูกค้าแต่ละรายและเงื่อนไขที่ (3.24) เป็นการกำหนดให้ตัวแปรเกิดได้สองกรณีคือเลือกกับไม่เลือก

โครงข่ายสำหรับแก้ปัญหา  $mTSP$  ไม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหา VRP ได้เนื่องจากเงื่อนไขด้านความจุ จึงทำการเพิ่มจำนวนของโครงข่ายเพื่อให้ผลรวมของทุกโครงข่ายตอบสนองเงื่อนไขในการเดินทางไปหาลูกค้าแต่ละราย โดยแต่ละโครงข่ายแสดงถึงการเดินทางต่อเนื่องของรถคันหนึ่งแต่ละคันจึงสามารถควบคุมปริมาณสินค้าไม่ให้เกินความจุของรถได้ ผลลัพธ์การเพิ่มจำนวนโครงข่ายสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.6

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.6 ขั้นตอนเพิ่มโครงข่ายให้รองรับเงื่อนไขเงื่อนไขด้านความจุ

ผลลัพธ์จากขั้นตอนนี้ สามารถประยุกต์สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สามารถแก้ปัญหา VRP โดยมีรายละเอียดของแบบจำลองดังนี้

$$\text{Minimize } \sum_{k \in K} \sum_{i \in O} CS_i x_i^k + \sum_{k \in K} \sum_{q_n \in Q - \{q_r\}} \sum_{i \in O} \sum_{j \in O - \{i\}} CC_{ij} y_{ij}^{kq_n} + \sum_{k \in K} \sum_{q_n \in Q} \sum_{j \in O} CT_j z_j^{kq_n} \quad (3.25)$$

$$\text{Subject to } \sum_{i \in O} x_i^k \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (3.26)$$

$$x_i^k - \sum_{j \in O - \{i\}} y_{ij}^{kq_1} - z_j^{kq_1} = 0 \quad \forall i \in O, \forall k \in K \quad (3.27)$$

$$\sum_{i \in O - \{j\}} y_{ij}^{kq_r} - \sum_{i \in O - \{j\}} y_{ij}^{kq_{n+1}} - z_j^{kq_{n+1}} = 0 \quad \forall j \in O, \forall q_n \in Q - \{q_r\}, \forall k \in K \quad (3.28)$$

$$\sum_{i \in O - \{j\}} y_{ij}^{kq_{r-1}} - z_j^{kq_r} = 0 \quad \forall j \in O, \forall k \in K \quad (3.29)$$

$$\sum_{q_n \in Q} \sum_{i \in O} z_j^{kq_n} \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (3.30)$$

$$\sum_{j \in O} W_j x_j^k + \sum_{q_n \in Q - \{q_r\}} \sum_{i \in O} \sum_{j \in O - \{i\}} W_j y_{ij}^{kq_n} \leq \text{Capacity}^k \quad \forall k \in K \quad (3.31)$$

$$\sum_{k \in K} x_i^k + \sum_{k \in K} \sum_{q_n \in Q - \{q_r\}} \sum_{j \in O - \{i\}} y_{ji}^{kq_n} = 1 \quad \forall i \in O \quad (3.32)$$

$$x_i, y_{ij}^{q_n}, z_j^{q_n} \in \{0,1\} \quad \forall i \in O, \forall j \in O, \forall q_n \in Q - \{q_r\} \quad (3.33)$$

$x_i^k$  การเดินทางจากจุดเริ่มไปยังลูกค้าที่  $i$  ของรถขนส่งที่  $k$

$y_{ij}^{kq_n}$  การเดินทางจากลูกค้ำที่  $i$  ไปลูกค้ำที่  $j$  ของชุดลูกค้ำที่  $n$  ของรถที่  $k$

$z_j^{kq_n}$  การเดินทางจากลูกค้ำที่  $j$  ของชุดลูกค้ำที่  $n$  ของรถขนส่งที่  $k$

$O$  เซตของกลุ่มลูกค้ำ

$|O|$  มีขนาดเท่ากับจำนวนของลูกค้ำ

$Q$  เซตของชุดลูกค้ำ  $\{q_1, q_2, q_3, \dots, q_r\}$

$q_n$  ชุดลูกค้ำที่  $n$

$|Q|$  มีขนาดเท่ากับจำนวนชุดลูกค้ำ

$r$  ลำดับของชุดลูกค้ำ

$K$  เซตของโครงข่ายย่อยแสดงการทำงานของรถขนส่งแต่ละคัน

$|K|$  มีขนาดเท่ากับจำนวนรถขนส่ง

$CS_i$  ต้นทุนการเดินทางจากจุดเริ่มไปลูกค้ำที่  $i$

$CC_{ij}$  ต้นทุนการเดินทางจากลูกค้ำที่  $i$  ไปลูกค้ำที่  $j$

$CT_i$  ต้นทุนการเดินทางจากลูกค้ำ  $j$  ไปสุดท้ายของการทำงาน

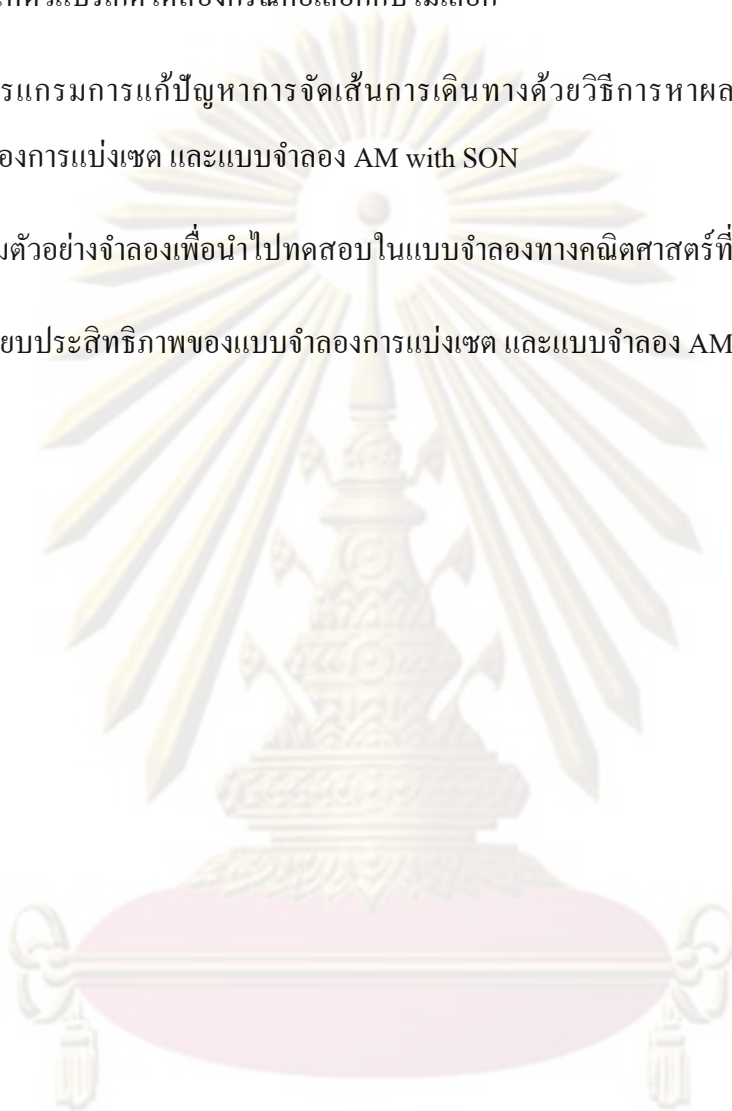
$W_j$  ปริมาณที่รถขนส่งต้องบรรทุกตามคำสั่งของลูกค้ำ  $j$

$Capacity^k$  ความสามารถในการบรรทุกของรถขนส่ง  $k$

จุดประสงค์ของสมการคือการทำให้ต้นทุนในการเดินทางมีค่าน้อยที่สุดโดยเงื่อนไขที่ (3.26) เป็นการกำหนดให้เริ่มมีการเดินทางออกจากจุดเริ่มต้นเดินทางโดยไม่เกินหนึ่งคันของแต่ละโครงข่ายย่อย เงื่อนไขที่ (3.27), (3.28) และ (3.29) เป็นการควบคุมการเดินทางเข้าออกของบัพแต่ละบัพ ของทุกโครงข่ายย่อย เงื่อนไขที่ (3.30) เป็นการกำหนดให้มีการเดินทางไปกลับยังจุดเริ่มการเดินทางของทุกโครงข่ายย่อย เงื่อนไขที่ (3.31) เป็นการควบคุมปริมาณบรรทุกของรถขนส่งแต่ละคัน และ

เงื่อนไขที่ (3.32) เป็นการกำหนดให้ต้องมีการเดินทางไปหาลูกค้าแต่ละรายและเงื่อนไขที่ (3.33) เป็นการกำหนดให้ตัวแปรเกิดได้สองกรณีคือเลือกกับไม่เลือก

4. สร้างโปรแกรมการแก้ปัญหาการจัดเส้นการเดินทางด้วยวิธีการหาผลเฉลยที่ดีที่สุดโดยใช้แบบจำลองการแบ่งเขต และแบบจำลอง AM with SON
5. สร้างกลุ่มตัวอย่างจำลองเพื่อนำไปทดสอบในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น
6. เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบจำลองการแบ่งเขต และแบบจำลอง AM with SON



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## บทที่ 4

### ผลการศึกษา

เนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึงผลลัพธ์จากการศึกษาแนวคิดการใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวแปร (Arc Based formulation) ในการแก้ปัญหาการจัดเส้นทางที่ประยุกต์ใช้การจัดวางโครงข่ายด้วยตนเอง (Self-Organizing Network) ในปัญหาดังนี้

- ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินทางของพนักงานขาย (Traveling Salesman Problem)
- ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินทางของพนักงานขายหลายคน (Multiple-Traveling salesman Problem)
- ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินทางของรถขนส่ง (Vehicle Routing)

โดยทำการทดสอบในแต่ละปัญหาด้วยแบบจำลองที่เหมาะสมสำหรับปัญหานั้น ในส่วนของปัญหา VRP ได้ทำการเปรียบเทียบผลการทำงานระหว่างแบบจำลองที่ใช้ระยะของรอบการเดินทางเป็นตัวแปรตัดสินใจ (Path based Model: PM) ในที่นี้คือแบบจำลองการแบ่งเซต (Set partitioning Model) กับแบบจำลองที่ทำการจัดวางโครงข่ายด้วยตนเอง และใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวแปรในการตัดสินใจ (Arc based Model with Self-Organizing Network: AM with SON)

#### 4.1 รายละเอียดข้อมูลที่ใช้ทดสอบ

สำหรับปัญหา TSP ใช้ชุดทำการทดสอบที่มีจำนวนของลูกค้า 20 จุด, 25 จุด, 30 จุด, 35 จุด และ 40 จุด แล้วทดสอบด้วยแบบจำลอง AM with SON แล้วทำการเก็บข้อมูลในส่วน ผลเฉลย เวลาในการทำงาน และขนาดของแบบจำลอง

สำหรับปัญหา  $m$ TSP ใช้ชุดทำการทดสอบที่มีจำนวนของลูกค้า 20 จุด, 25 จุด, 30 จุด, 35 จุด, 40 จุด และ 50 จุด โดยกำหนดความสามารถในการเดินทางต่อเนื่องเท่ากับ 3-7 ครั้ง แล้วทดสอบด้วยแบบจำลอง AM with SON แล้วทำการเก็บข้อมูลในส่วน ผลเฉลย เวลาในการทำงาน และขนาดของแบบจำลอง

สำหรับปัญหา VRP ใช้ชุดข้อมูล 2 ชุดซึ่งมีความจุของรถขนส่งไม่เท่ากัน ในชุดข้อมูลที่นำมาทดสอบแต่ละชุดนั้น มีจำนวนของลูกค้า 10 จุด, 20 จุด, 30 จุด และ 40 จุด โดยกำหนดความสามารถในการเดินทางต่อเนื่องเท่ากับ 3-7 ครั้ง แล้วทดสอบด้วยแบบจำลอง AM with SON และแบบจำลอง Set partitioning Model แล้วทำการเก็บข้อมูลในส่วน ผลเฉลย เวลาในการทำงาน และ

ขนาดของแบบจำลอง โดยสามารถสรุปข้อมูลปัญหาการจัดเส้นทางทั้งหมดที่นำมาทดสอบได้ดังตารางที่ 4.1

	TSP	<i>m</i> TSP	VRP
Test data	20, 25, 30, 35 and 40 nodes	20, 25, 30, 35, 40 and 50 nodes	10, 20, 30 and 40 nodes
Continuous move		3 – 7 times	3 – 7 times
Test model	AM with SON	AM with SON	AM with SON & Set partitioning model
Data set			Low capacity & High capacity
Result	Objective function value , Solution times & Size of models	Objective function value , Solution times & Size of models	Objective function value , Solution times & Size of models

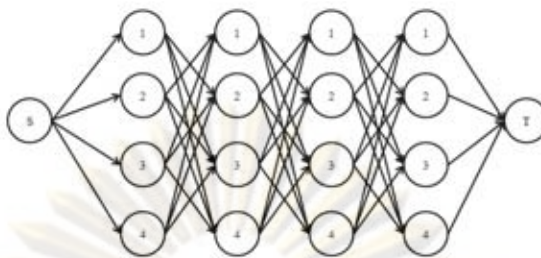
ตารางที่ 4.1 สรุปข้อมูลที่นำมาทดสอบ

หมายเหตุ: สำหรับปัญหา *m*TSP รหัส C-3 หมายความว่าความสามารถการเดินทางต่อเนื่องเท่ากับ 3  
: สำหรับปัญหา VRP รหัส LC-3 หมายความว่าความสามารถการเดินทางต่อเนื่องเท่ากับ 3  
โดยใช้ชุดข้อมูลที่รถขนส่งสินค้ามีความจุต่ำ  
: สำหรับปัญหา VRP รหัส HC-3 หมายความว่าความสามารถการเดินทางต่อเนื่องเท่ากับ 3  
โดยใช้ชุดข้อมูลที่รถขนส่งสินค้ามีความจุสูง

#### 4.2 ผลการทำงานของแบบจำลองในการแก้ปัญหา TSP

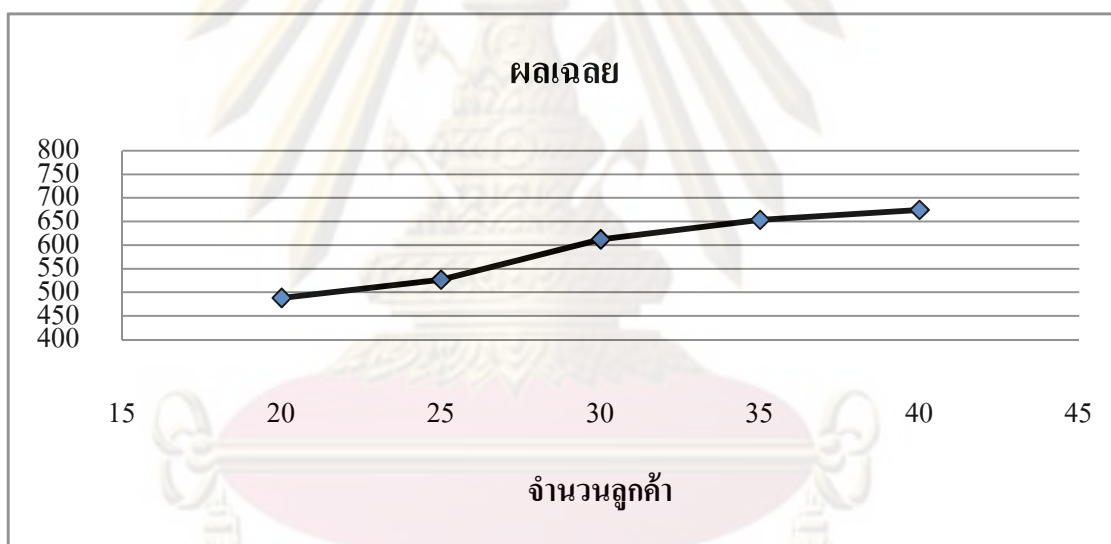
ปัญหา TSP มีจุดประสงค์เพื่อสร้างเส้นทางการเดินทางต่อเนื่องเพื่อเดินทางไปยังทุกบัพ (Node) บนโครงข่าย (Network) และเดินทางกลับมาที่จุดเริ่ม โดยมีต้นทุนการเดินทางที่น้อยที่สุด โดยวิธีทำการประยุกต์โครงข่ายจากเดิม โดยผลลัพธ์จากการประยุกต์โครงข่ายสามารถสร้างโครงข่ายใหม่ได้ดังรูปที่ 4.1





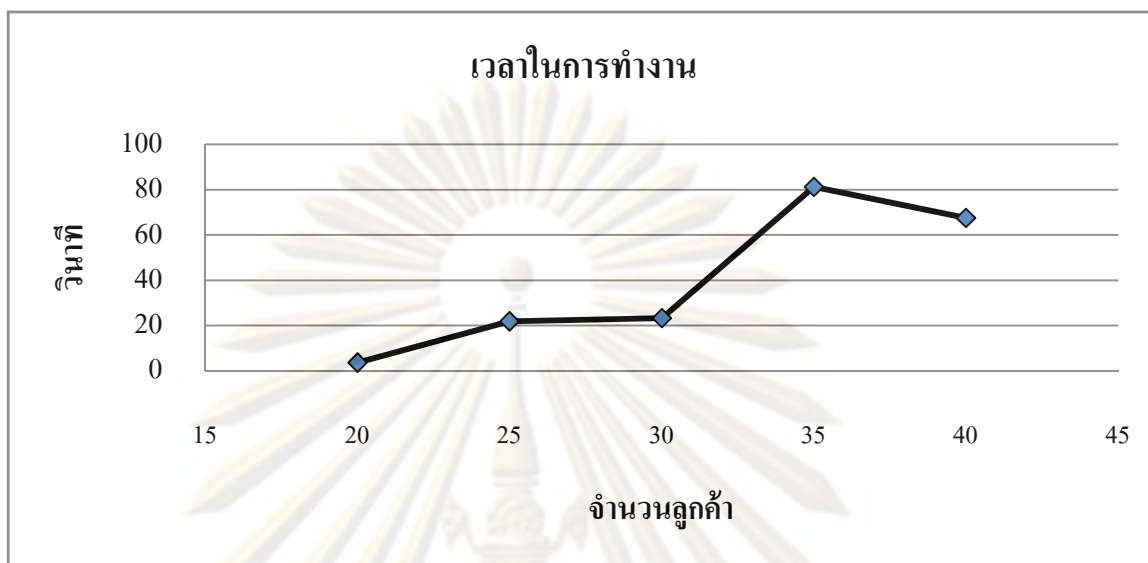
รูปที่ 4.1 โครงข่ายที่ทำการจัดวางเพื่อแก้ปัญหา TSP

ผลลัพธ์ของผลเฉลยที่คำนวณด้วยแบบจำลอง AM with SON จากรูปที่ 4.2 นั้นสอดคล้องไปตามหลักของปัญหา TSP คือการเพิ่มจำนวนลูกค้าส่งผลให้เกิดการเดินทางมากขึ้น ทำให้ผลให้ผลเฉลยนั้นมีค่าเพิ่มขึ้น

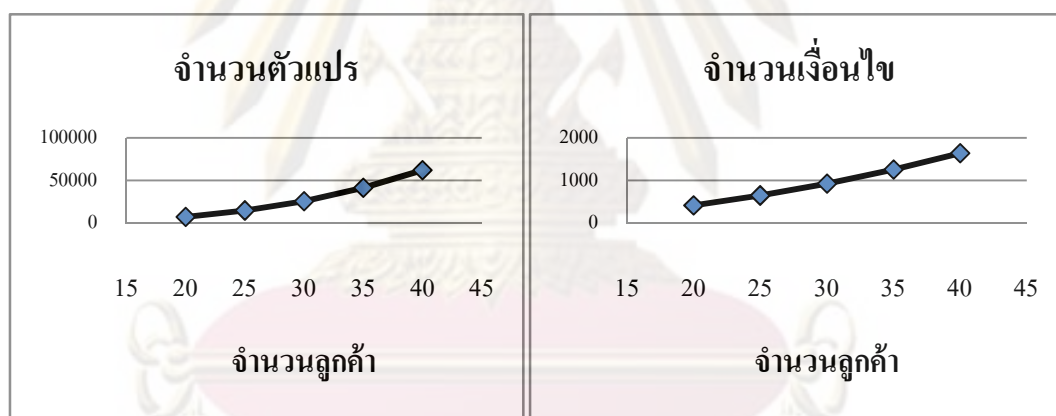


รูปที่ 4.2 ผลเฉลยในการทำงานของแบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหา TSP

ผลลัพธ์ในการแก้ปัญหา TSP ด้วยแบบจำลอง AM with SON พบว่าแบบจำลองมีขนาดใหญ่และมีอัตราการเพิ่มของขนาดที่สูงต่อการเพิ่มของจำนวนลูกค้า สามารถแสดงการเปลี่ยนแปลงของเวลาในการทำงานที่สูงขึ้นต่อการเพิ่มขึ้นของจำนวนลูกค้าดังรูปที่ 4.3 และขนาดของแบบจำลองต่อการเพิ่มขึ้นของลูกค้าลักษณะดังรูปที่ 4.4



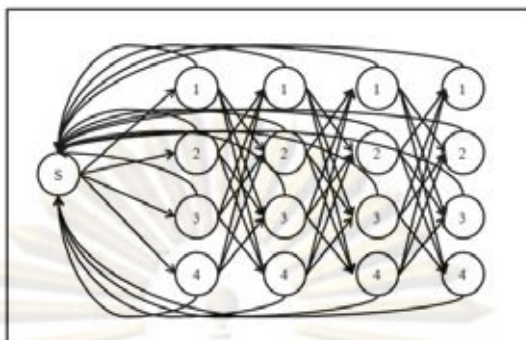
รูปที่ 4.3 เวลาในการทำงานของแบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหา TSP



รูปที่ 4.4 ขนาดของแบบจำลองในการทำงานของวิธี AM with SON ในการแก้ปัญหา TSP

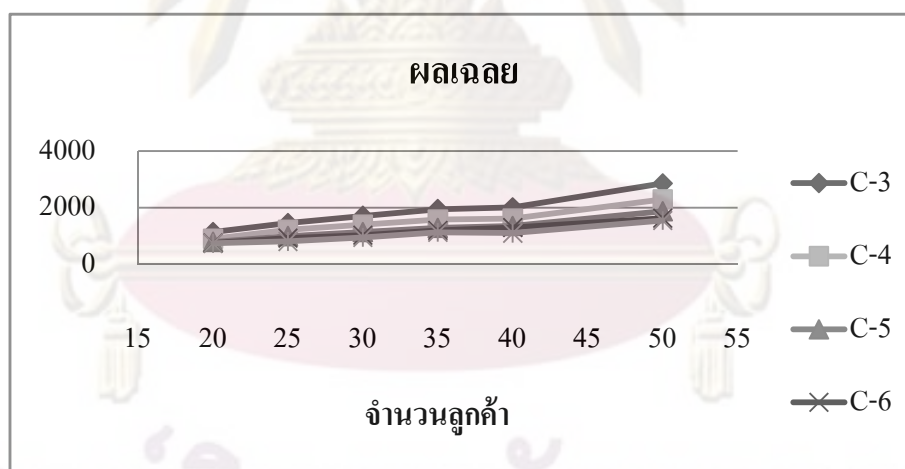
#### 4.3 ผลการทำงานของแบบจำลองในการแก้ปัญหา *m*TSP

สำหรับปัญหา *m*TSP มีจุดประสงค์เพื่อสร้างเส้นทางการเดินทางต่อเนื่องของพนักงานขายหลายคน เพื่อไปถึงลูกค้าทุกรายและมีต้นทุนการทำงานที่น้อยที่สุด สามารถทำการจัดวางโครงข่ายด้วยตนเองโดยโครงข่ายใหม่มีลักษณะดังรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 โครงข่ายที่ทำการจัดวางเพื่อแก้ปัญหา  $mTSP$

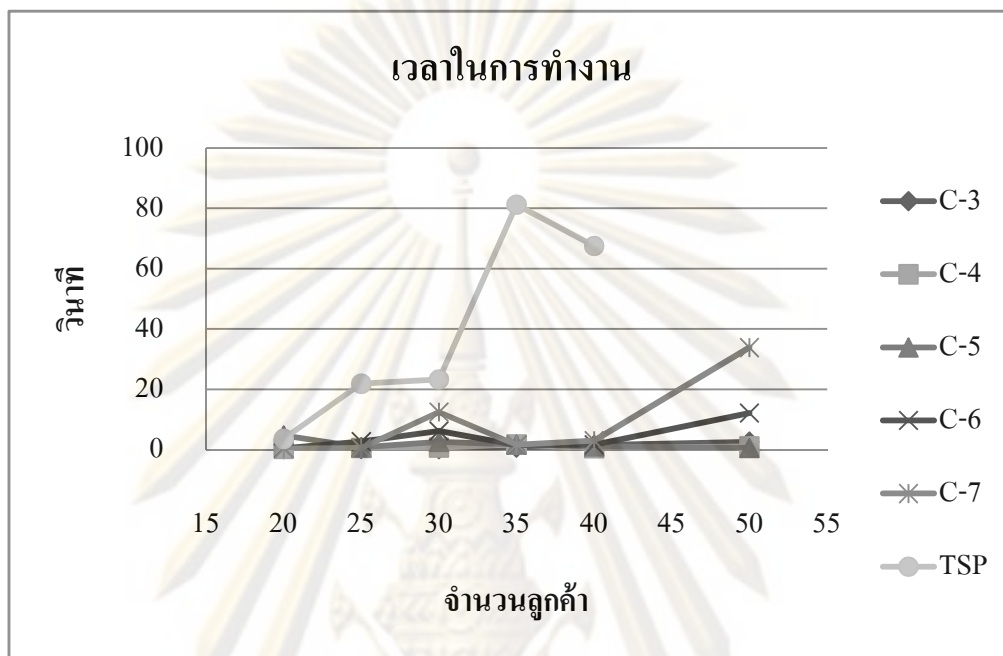
ผลลัพธ์ในการแก้ปัญหา  $mTSP$  ด้วยแบบจำลอง AM with SON พบว่าผลเฉลยมีค่าสูงขึ้นเมื่อเพิ่มจำนวนลูกค้า แต่การเพิ่มความสามารถในการเดินทางต่อเนื่องส่งผลให้ผลเฉลยมีค่าน้อยลง สรุปได้ว่าการจัดเส้นทางที่รถขนส่งมีความสามารถในการเดินทางต่อเนื่องที่สูงสามารถที่จะลดต้นทุนการทำงานได้ โดยได้แสดงการเปลี่ยนแปลงของผลเฉลย ต่อการเปลี่ยนแปลงจำนวนลูกค้าและความสามารถในการเดินทางต่อเนื่อง ดังรูปที่ 4.6



รูปที่ 4.6 ผลเฉลยในการทำงานของวิธี AM with SON ในการแก้ปัญหา  $mTSP$

ผลการทำงานของแบบจำลองแสดงให้เห็นว่าการเพิ่มจำนวนลูกค้าส่งผลให้เวลาในการคำนวณเพิ่มขึ้น และการเพิ่มความสามารถในการเดินทางต่อเนื่องก็ส่งผลให้เวลาในการทำงานเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกัน ทั้งนี้ในการแก้ปัญหา  $mTSP$  ด้วยแบบจำลอง AM with SON ใช้เวลาในการทำงานที่น้อยเมื่อเทียบกับการปัญหา TSP ดังรูปที่ 4.7 เนื่องจากข้อจำกัดด้านความสามารถในการเดินทาง

ต่อเนื่องในปัญหา *mTSP* จึงสามารถลดขนาดของโครงข่ายได้ ส่งผลให้ขนาดของแบบจำลองมีขนาดเล็ก แสดงให้เห็นดังรูปที่ 4.8 (แสดงเป็นค่าสื่อการที่เพิ่มความชัดเจน)



รูปที่ 4.7 เวลาในการทำงานของวิธี AM with SON ในการแก้ปัญหา *mTSP*

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



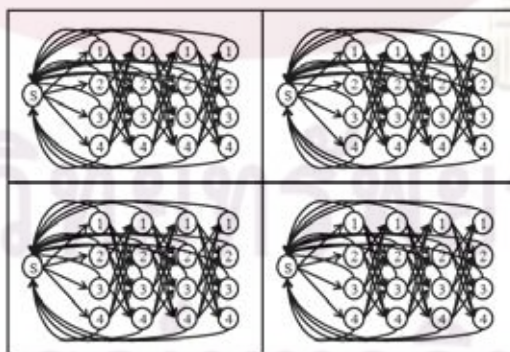
รูปที่ 4.8 ขนาดของแบบจำลองในการทำงานของวิธี AM with SON ในการแก้ปัญหา *m*TSP

#### 4.4 ผลการทำงานของแบบจำลองในการแก้ปัญหา VRP

เนื้อหาในส่วนนี้จะกล่าวถึงผลลัพธ์จากการศึกษาในการแก้ปัญหา VRP ด้วยแบบจำลองการแบ่งเซต (Set partitioning model) กับแบบจำลองที่ทำการจัดวางโครงข่ายด้วยตนเอง และใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวแปรในการตัดสินใจ (Arc based Model with Self-Organizing Network: AM with SON) โดยแก้ปัญหาโดยใช้ซอฟต์แวร์ CPLEX 11.2 ด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ CPU 2.4 MHz Core 2 Quad, RAM 3 GHz โดยมีข้อจำกัดด้านเวลาในการทำงานรวม 2 ชั่วโมงเพื่อความเหมาะสมในการทำงาน ซึ่งจะนำผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหามาทั้งสองแบบจำลองแสดงโดยจะแยกผลลัพธ์ที่ได้ออกเป็น 4 ส่วนดังนี้

- ผลเฉลยของแบบจำลองการแบ่งเซตเทียบกับแบบจำลอง AM with SON
- เวลาในการแก้ปัญหามาของแบบจำลองการแบ่งเซตเทียบกับแบบจำลอง AM with SON
- ขนาดของแบบจำลองทางการแบ่งเซตเทียบกับแบบจำลอง AM with SON
- ผลกระทบจากปริมาณสินค้าต่อประสิทธิภาพของแบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหา VRP

เนื่องจากข้อจำกัดด้านความจุของปัญหา VRP ส่งผลให้จำเป็นต้องสร้างโครงข่ายสำหรับการเดินทางของรถแต่ละคันเพื่อควบคุมปริมาณสินค้าไม่ให้เกินความจุของรถแต่ละคัน ได้ผลลัพธ์ดังรูปที่ 4.9



รูปที่ 4.9 โครงข่ายที่ทำการจัดวางเพื่อแก้ปัญหา VRP

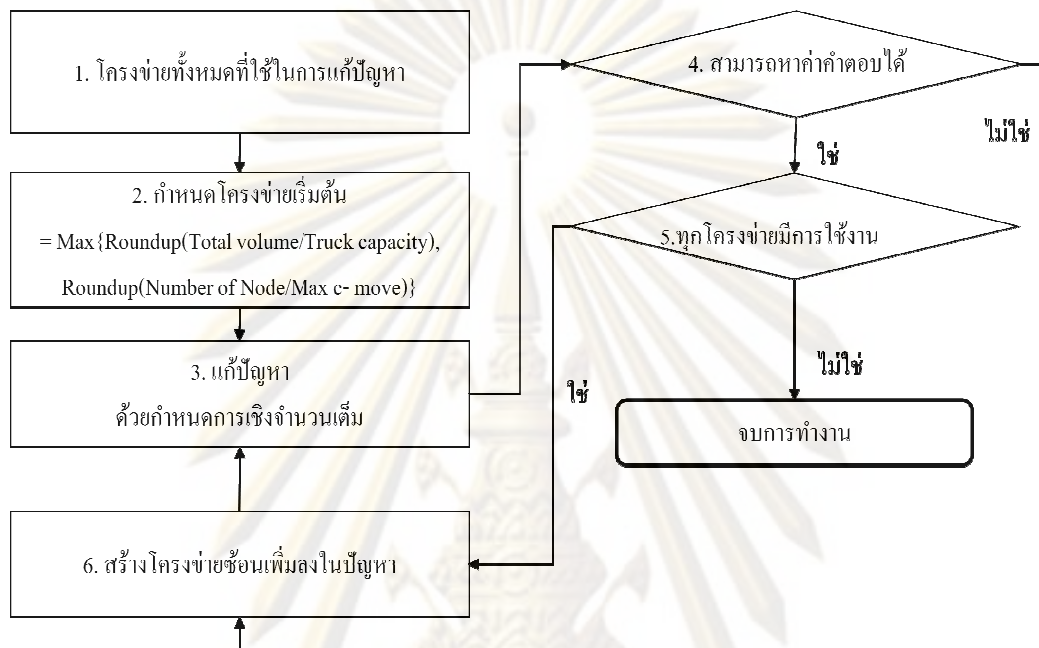
โครงข่ายที่สร้างขึ้นมีลักษณะเป็นโครงข่ายซ้อนมีจำนวนเท่ากับจำนวนของรถที่ใช้ในโครงข่ายในการแก้ปัญหา เช่นปัญหาที่มีจำนวนลูกค้า 20 ร้านต้องทำการสร้างโครงข่ายซ้อน 20 โครงข่าย พบว่าการสร้างโครงข่ายทั้งหมดไว้ก่อนเป็นขบวนการที่ไม่เหมาะสม ดังนั้นจึงสร้างเทคนิคการก่อสร้างโครงข่ายซ้อน (Graph Generation) ซึ่งมีกระบวนการทำงานดังนี้

1. จำนวนโครงข่ายทั้งหมดในการแก้ปัญหา  

$$\text{Number of maximum graph} = \text{Number of node}$$
2. กำหนดจำนวนการสร้างโครงข่ายซ้อนดังนี้  

$$\text{Number of initial graph} = \text{Max} \{ \text{Roundup} (\text{Total volume}/\text{Truck capacity}), \text{Roundup} (\text{Number of Node}/\text{Number of Continuous-move}) \}$$
3. ทำการแก้ปัญหาด้วยกำหนดการเชิงจำนวนเต็ม
4. ตรวจสอบว่าแบบจำลองสามารถหาผลเฉลยได้หรือไม่
  - ได้ ดำเนินการต่อในขั้นตอนที่ 4
  - ไม่ได้ ดำเนินการต่อในขั้นตอนที่ 6
5. ตรวจสอบผลลัพธ์ของแบบจำลองว่าโครงข่ายซ้อนที่สร้างขึ้นทุกโครงข่ายเกิดการเดินทางภายในโครงข่ายใช่หรือไม่
  - ใช่ ดำเนินการต่อในขั้นตอนที่ 6
  - ไม่ใช่ จบการทำงาน
6. ทำการเพิ่มจำนวนโครงข่ายซ้อนแล้วดำเนินการต่อในขั้นตอนที่ 3

แสดงกระบวนการของเทคนิคการก่อสร้างโครงข่ายซ้อน (Graph Generation) ดังรูปที่ 4.10



รูปที่ 4.10 การแก้ปัญหาด้วยเทคนิคการก่อสร้างโครงข่ายซ้อน (Graph Generation)

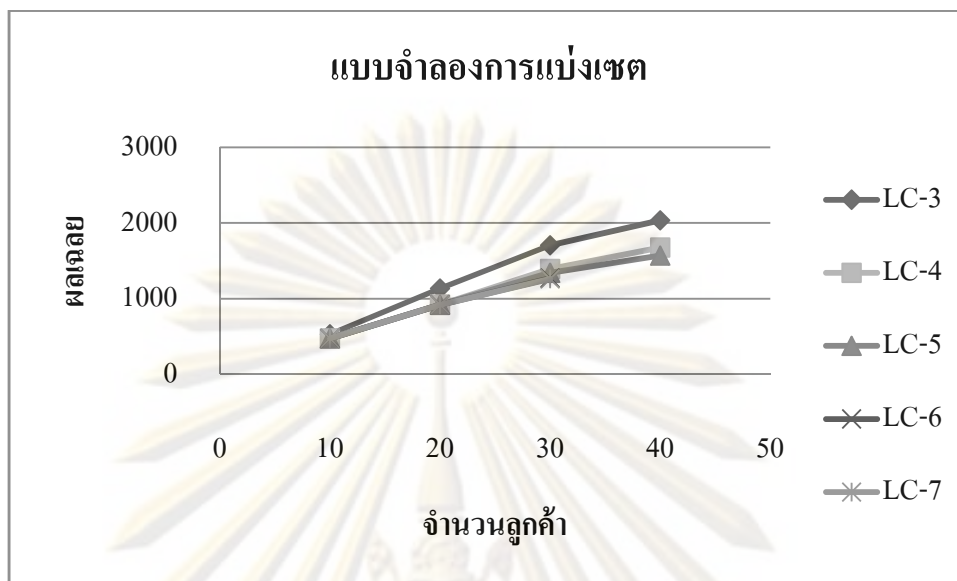
#### ผลเฉลยของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

การนำเสนอผลเฉลยของแบบจำลองการแบ่งเขตเปรียบเทียบกับผลเฉลยของแบบจำลองทาง AM with SON จะแบ่งออกดังนี้

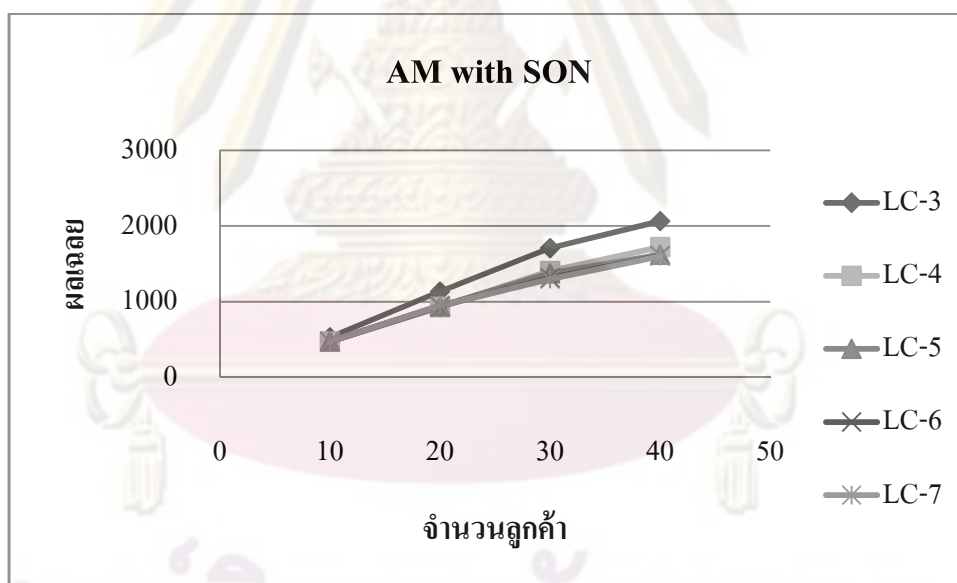
- ผลเฉลยของแบบจำลองการแบ่งเขต
- ผลเฉลยของแบบจำลอง AM with SON
- ผลการเปรียบเทียบผลเฉลยของแบบจำลองการแบ่งเขตกับแบบจำลอง AM with SON

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

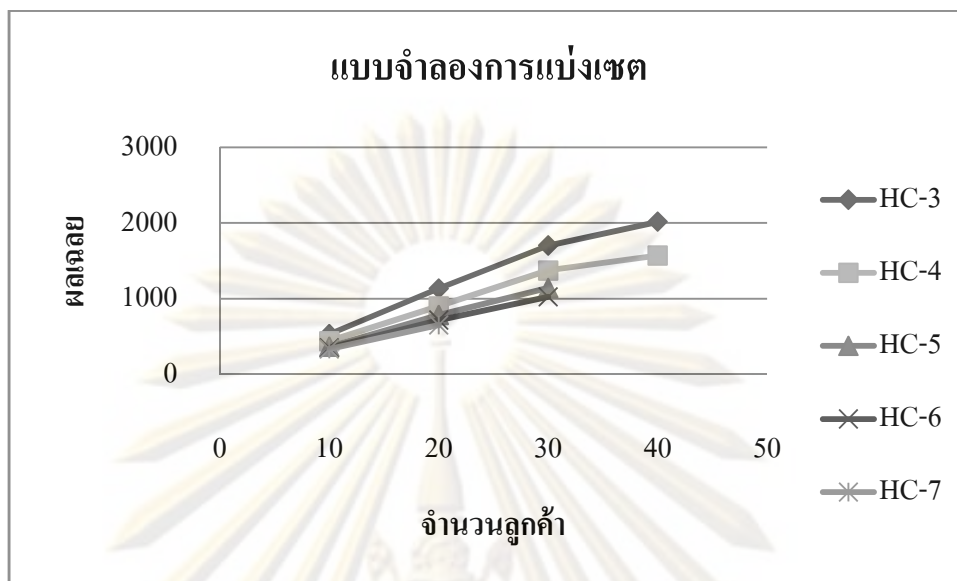




รูปที่ 4.11 ผลเฉลี่ยของแบบจำลองการแบ่งเขต (LC)



รูปที่ 4.12 ผลเฉลี่ยของแบบจำลอง AM with SON (LC)



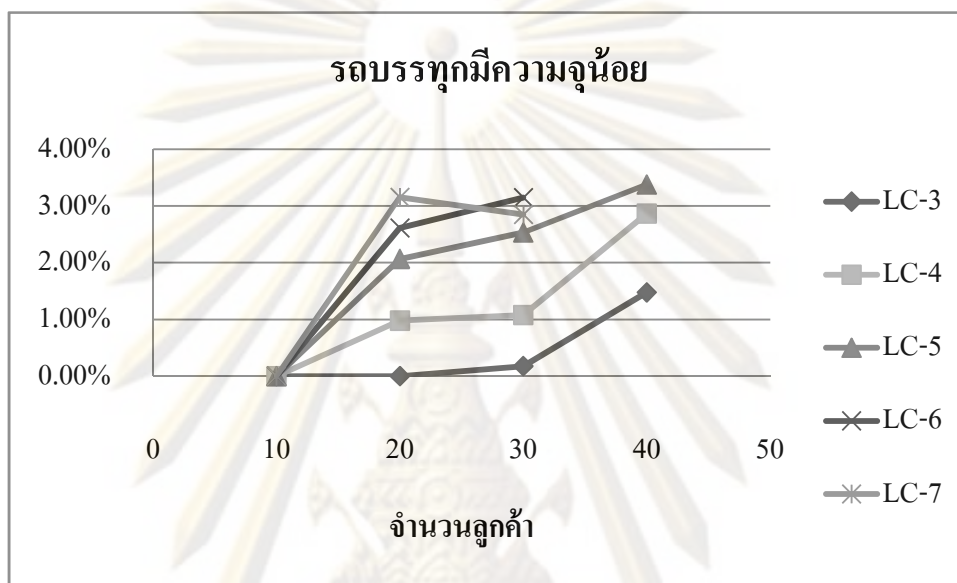
รูปที่ 4.13 ผลเฉลี่ยของแบบจำลองการแบ่งเขต (HC)



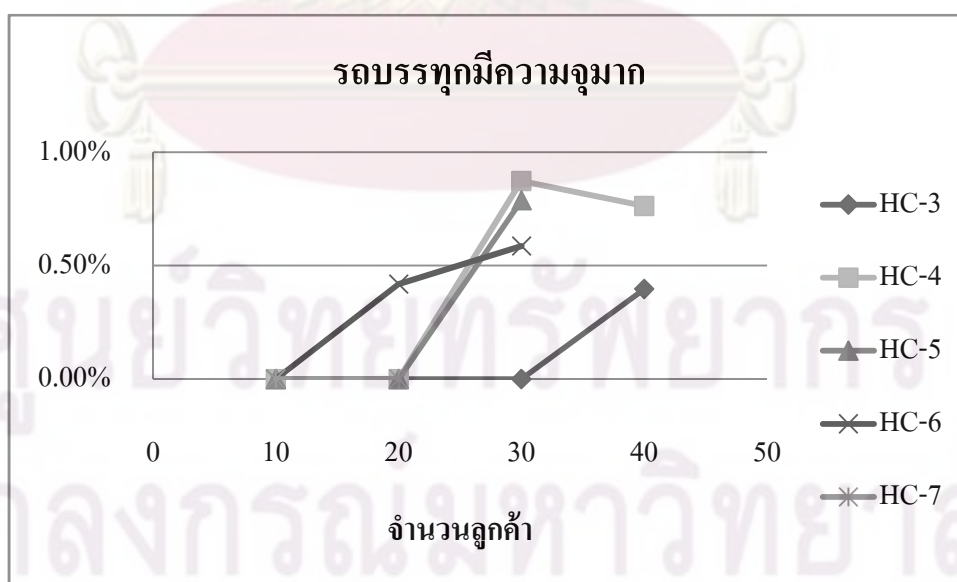
รูปที่ 4.14 ผลเฉลี่ยของแบบจำลอง AM with SON (HC)

จากผลการศึกษาพบว่าแบบจำลองการแบ่งเขตสามารถหาผลเฉลี่ยได้ดีและมีประสิทธิภาพสูง แต่เมื่อปัญหาที่มีขนาดใหญ่ ทำให้แบบจำลองการแบ่งเขตมีจำนวนตัวแปรที่มาก และใช้เวลาในการทำงานสูง แต่สำหรับแบบจำลอง AM with SON สามารถหาผลเฉลี่ยที่เหมาะสมได้ในปัญหาขนาดใหญ่ โดยใช้เวลาในการทำงานที่น้อยกว่า

โดยผลต่างของค่าคำตอบระหว่างแบบจำลองการแบ่งเขตและแบบจำลองAM with SON เกิดเนื่องมาจากลักษณะของแบบจำลองAM with SON มีผลลัพธ์ของการแก้ปัญหาแบบลดเงื่อนไขจำนวนเต็มที่ไม่มีประสิทธิภาพ (Weak LP Relaxtion) โดยเมื่อเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าคำตอบระหว่างทั้งสองแบบจำลอง ได้ผลลัพธ์ดังนี้



รูปที่ 4.15 เปรียบเทียบผลเฉลยเมื่อรถบรรทุกมีความจุน้อย



รูปที่ 4.16 เปรียบเทียบผลเฉลยเมื่อรถบรรทุกมีความจุมาก

จากข้อมูลข้างต้นพบว่า ความแตกต่างของผลเฉลยระหว่างแบบจำลองทั้งสองที่นำมาทดสอบเพิ่มขึ้นเมื่อปัญหามีขนาดใหญ่ขึ้น และความจุของรถมีผลต่อประสิทธิภาพของผลเฉลยคือ เมื่อรถขนส่งมีความจุน้อย ผลเฉลยของแบบจำลอง AM with SON มีความแตกต่างจากผลเฉลยของแบบจำลองการแบ่งเขตที่สูงกว่าปัญหาที่รถขนส่งมีความจุมาก

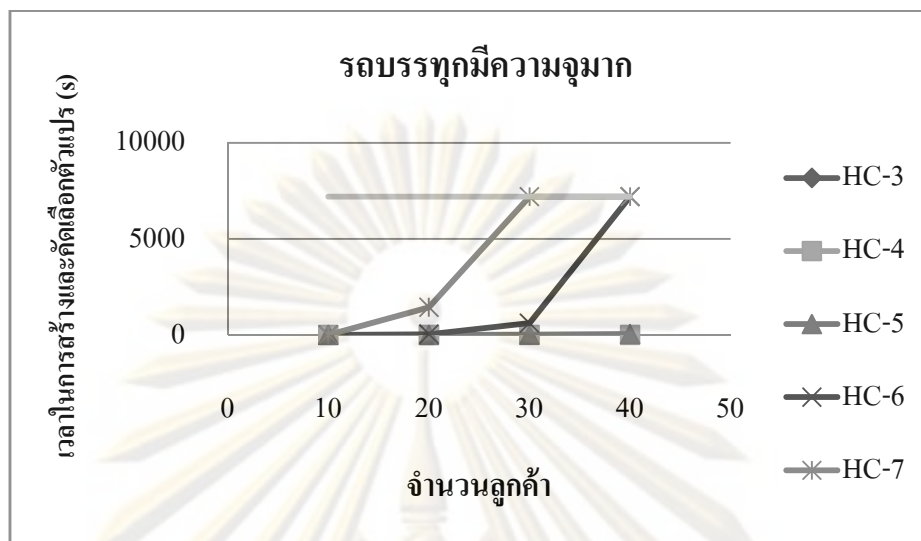
#### เวลาในการแก้ปัญหาของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

การนำเสนอเวลาในการแก้ปัญหา VRP ด้วยแบบจำลองการแบ่งเขต กับแบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหาจะแบ่งออกเป็น 3 กลุ่มดังนี้

- เวลาในสร้างและคัดเลือกตัวแปรของแบบจำลองการแบ่งเขต
- เวลาในการแก้ปัญหาของแบบจำลองการแบ่งเขต
- เวลาในการแก้ปัญหาของแบบจำลอง AM with SON

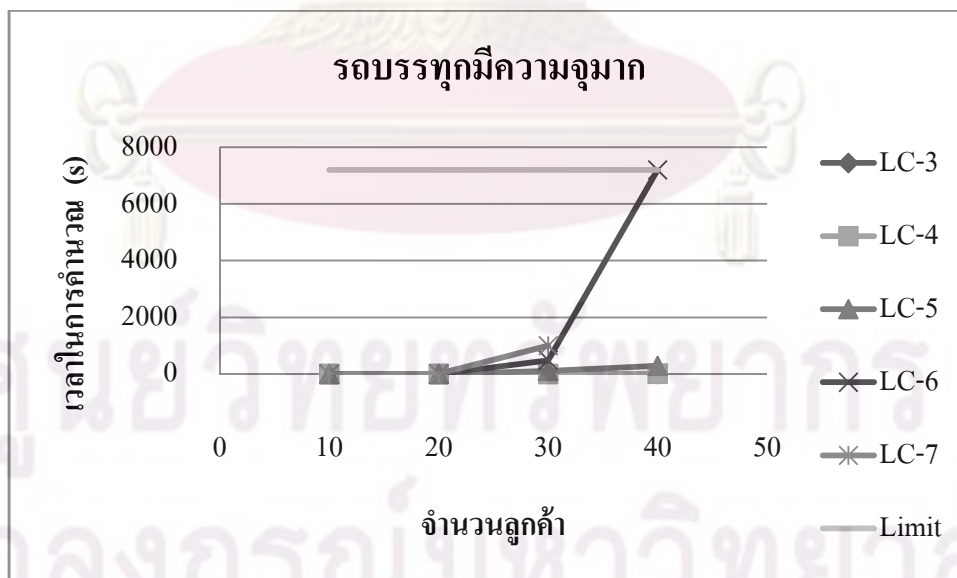


รูปที่ 4.17 เวลาในขั้นตอนสร้างและคัดเลือกตัวแปรของแบบจำลองการแบ่งเขต (LC)

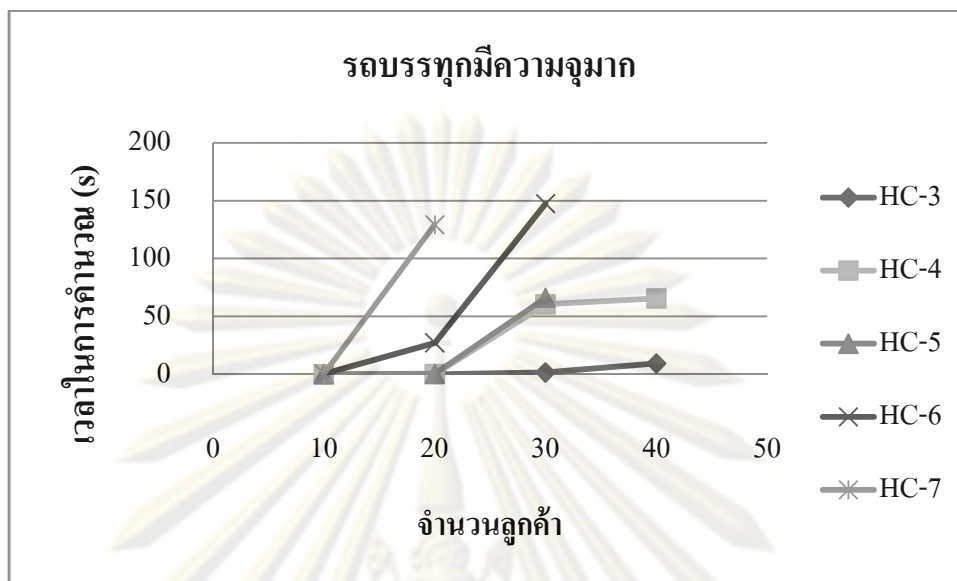


รูปที่ 4.18 เวลาในขั้นตอนสร้างและคัดเลือกตัวแปรของแบบจำลองการแบ่งเขต (HC)

จากข้อมูลข้างต้นพบว่า แบบจำลองการแบ่งเขตใช้เวลาขั้นตอนสร้างและคัดเลือกตัวแปรที่สูง เนื่องจากเวลาในขั้นตอนสร้างและคัดเลือกตัวแปรนั้นแปรผันกับจำนวนตัวแปร ซึ่งจำนวนตัวแปรของแบบจำลองการแบ่งเขตมีอัตราการเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มจำนวนลูกค้าและเพิ่มความสามารถในการเดินทางต่อเนื่อง



รูปที่ 4.19 เวลาในขั้นตอนคำนวณของแบบจำลองการแบ่งเขต (LC)

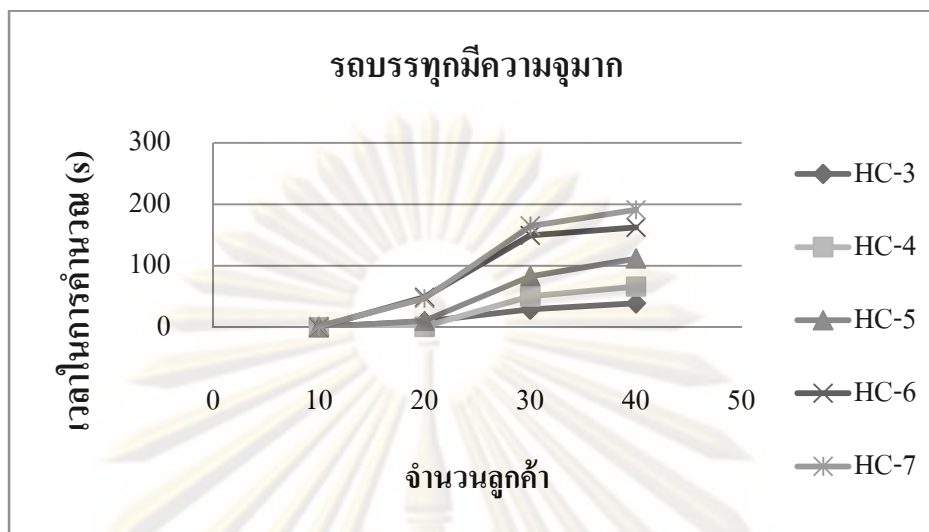


รูปที่ 4.20 เวลาในขั้นตอนคำนวณของแบบจำลองการแบ่งเขต (HC)

เวลาในการคำนวณด้วยแบบจำลองการแบ่งเขต มีอัตราการเพิ่มของเวลาในการทำงานที่สูงมาก เมื่อเพิ่มจำนวนรถบรรทุก และเมื่อเพิ่มความสามารถในการเดินทางต่อเนื่อง โดยที่เห็นได้ชัดว่าเมื่อรถบรรทุกสามารถเดินทางต่อเนื่องได้มาก เวลาในการคำนวณของแบบจำลองการแบ่งเขตใช้เวลาในการทำงานที่มาก



รูปที่ 4.21 เวลาในขั้นตอนคำนวณของแบบจำลอง AM with SON (LC)



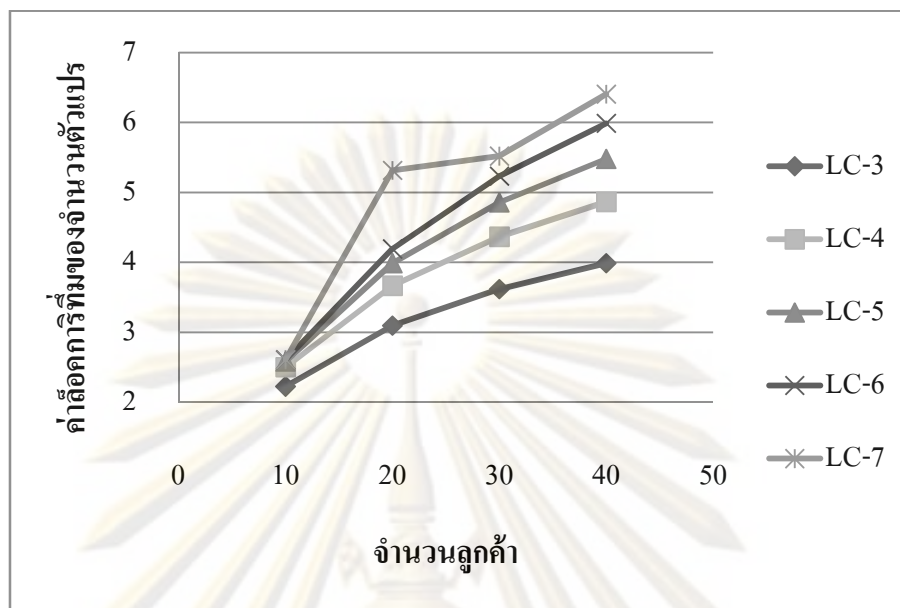
รูปที่ 4.22 เวลาในขั้นตอนคำนวณของแบบจำลอง AM with SON (HC)

สำหรับแบบจำลอง AM with SON ในขั้นตอนการสร้างและคัดเลือกตัวแปรมีผลต่อเวลาในการทำงานน้อยมาก (0.02-0.05 วินาที) แต่เวลาในการคำนวณของแบบจำลอง AM with SON เพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มจำนวนรถบรรทุกและเพิ่มความสามารถในการเดินทางต่อเนื่อง ทั้งนี้อัตราการเพิ่มของเวลาในการคำนวณนั้นน้อยกว่าแบบจำลองการแบ่งเซตอย่างเห็นได้ชัด และเมื่อเปรียบเทียบเวลาในการทำงานในการแก้ปัญหาที่กำหนดความจุของรถที่ไม่เท่ากันของแบบจำลอง AM with SON พบว่าความจุของรถที่ต่ำจะส่งผลให้ใช้เวลาในการคำนวณมากขึ้น

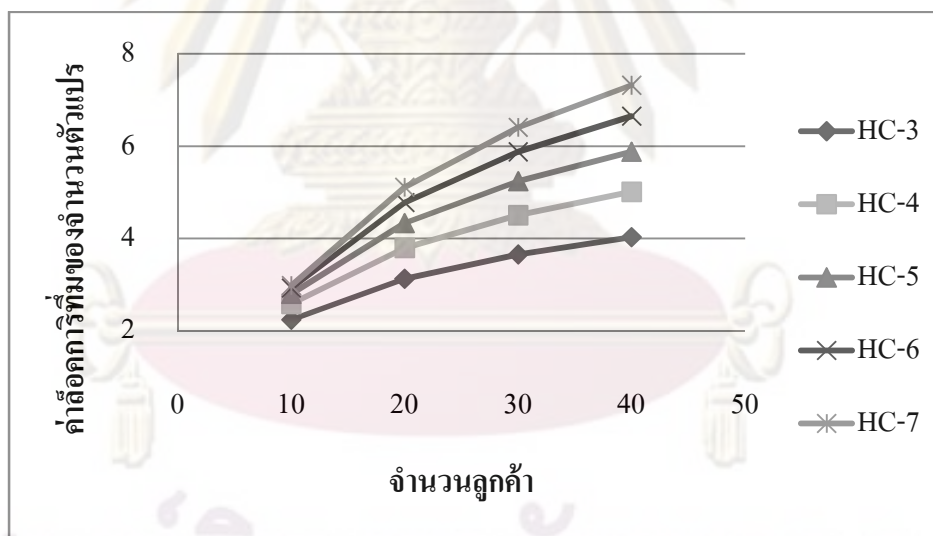
#### ขนาดของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

การนำเสนอจำนวนตัวแปรในการแก้ปัญหา VRP ด้วยแบบจำลองการแบ่งเซต กับแบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหาจะแบ่งออกเป็น 3 กลุ่มดังนี้ (แสดงเป็นค่าสื่อการที่เข้มเพื่อความชัดเจน)

- จำนวนตัวแปรของแบบจำลองการแบ่งเซต
- จำนวนตัวแปรของแบบจำลอง AM with SON



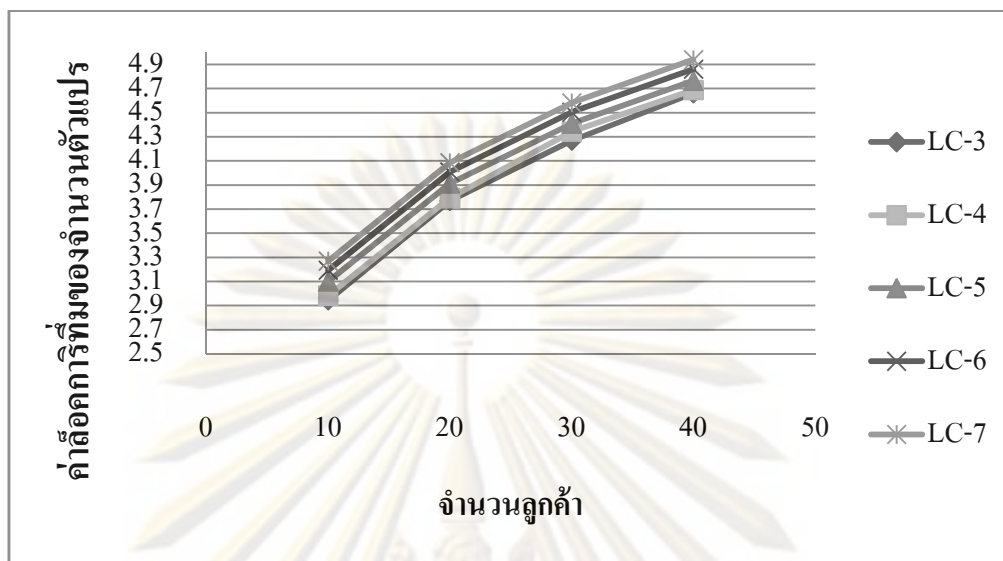
รูปที่ 4.23 จำนวนของตัวแปรแบบจำลองการแบ่งเซต (LC)



รูปที่ 4.24 จำนวนของตัวแปรแบบจำลองการแบ่งเซต (HC)

สำหรับแบบจำลองการแบ่งเซต มีอัตราการเพิ่มของจำนวนตัวแปรที่สูงมากทั้งต่อการเพิ่มจำนวนลูกค้า และต่อการเพิ่มความสามารถในการเดินทางต่อเนื่อง แต่ผลจากเงื่อนไขด้านความสามารถลดจำนวนของตัวแปรในแบบจำลองการแบ่งเซตได้ คือหากรถขนส่งมีความจุน้อยส่งผลให้มีรอบการเดินทางที่เกินความจุของรถ ตัวแปรนั้นจะถูกนำออกจากแบบจำลองในขั้นตอนการคัดเลือกตัวแปร ก่อนนำมาคำนวณ





รูปที่ 4.25 จำนวนของตัวแปรแบบจำลอง AM with SON (LC)

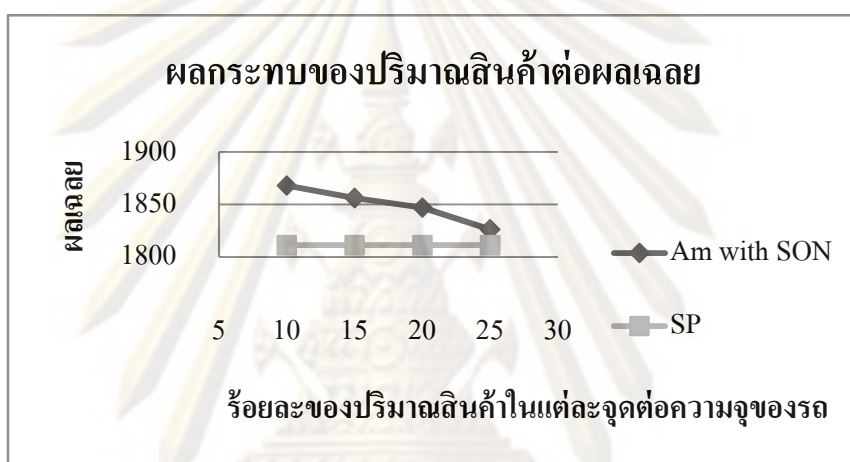


รูปที่ 4.26 จำนวนของตัวแปรแบบจำลอง AM with SON (HC)

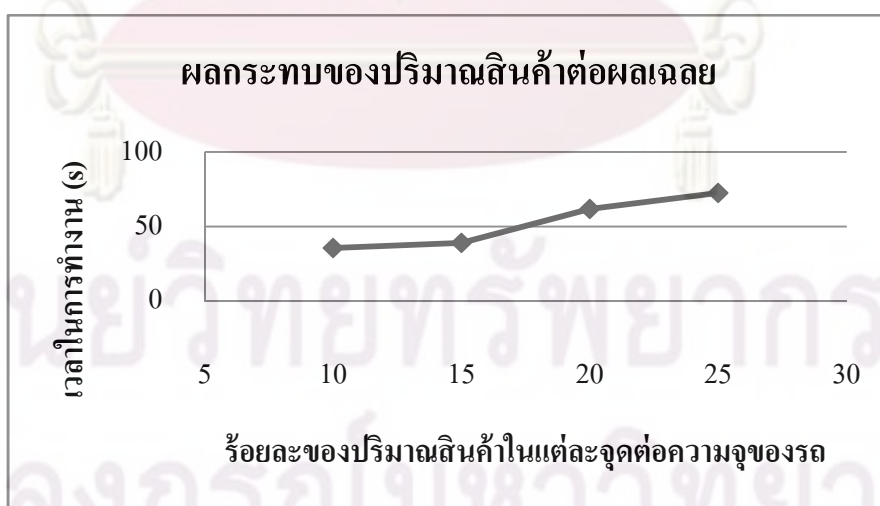
สำหรับแบบจำลอง AM with SON มีอัตราการเพิ่มของจำนวนตัวแปร ทั้งต่อการเพิ่มจำนวนลูกค้า และต่อการเพิ่มความสามารถในการเดินทางต่อเนื่อง และพบว่าผลจากเงื่อนไขด้านความจุไม่มีผลต่อขนาดของแบบจำลอง AM with SON เลย

ผลกระทบจากปริมาณสินค้าต่อประสิทธิภาพของแบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหา VRP

เนื่องจากเงื่อนไขด้านความจุของรถขนส่งมีผลต่อประสิทธิภาพการทำงานของแบบจำลอง AM with SON จึงได้ทำการจำลองปัญหา โดยลักษณะปัญหาที่มีจำนวนลูกค้า 30 จุดและจำกัดความสามารถในการเดินทางต่อเนื่องเท่ากับ 4 เพื่อให้แบบจำลองมีขนาดที่เหมาะสมกับการทำงาน และกำหนดความจุของรถเท่ากัน แล้วทดสอบผลกระทบจากปริมาณสินค้าต่อประสิทธิภาพของแบบจำลอง



รูปที่ 4.27 เปรียบเทียบผลเฉลยต่อการเปลี่ยนแปลงปริมาณสินค้า

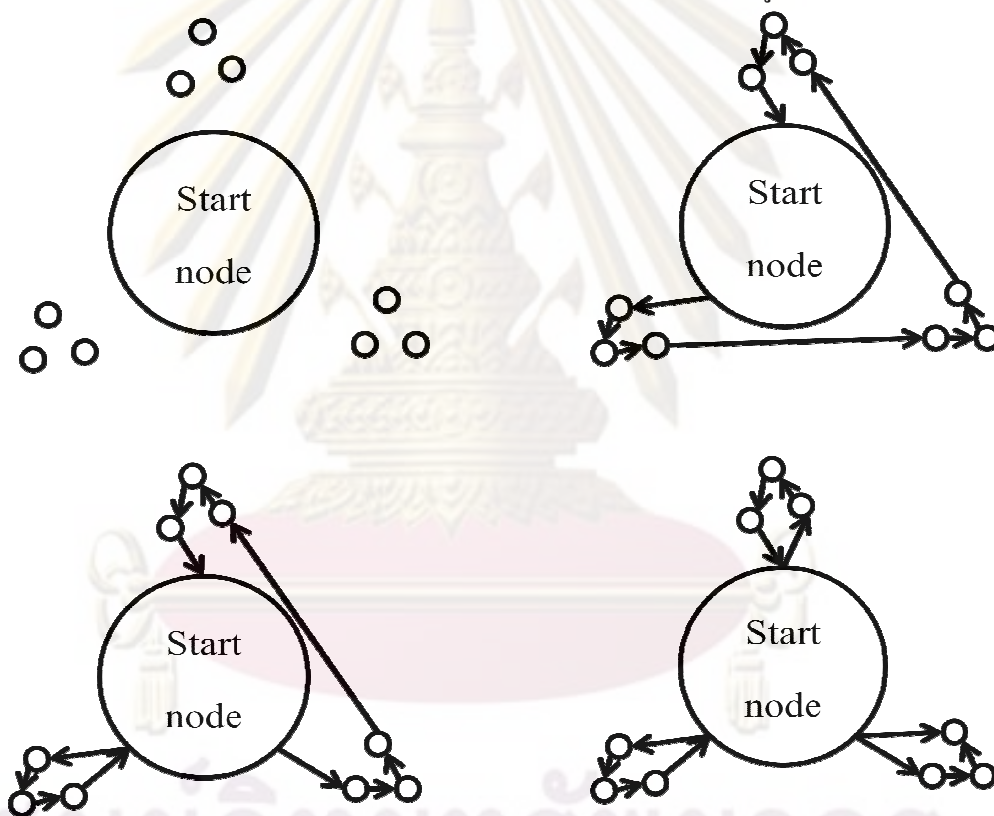


รูปที่ 4.28 เปรียบเทียบเวลาในการทำงานต่อการเปลี่ยนแปลงปริมาณสินค้า

พบว่าแบบจำลอง AM with SON เมื่อเพิ่มปริมาณสินค้าในแต่ละจุดส่งผลให้ความแตกต่างระหว่างผลเฉลยของแบบจำลอง AM with SON กับแบบจำลองการแบ่งเขตลดลง แต่ส่งผลให้ใช้เวลาในการทำงานสูงขึ้น

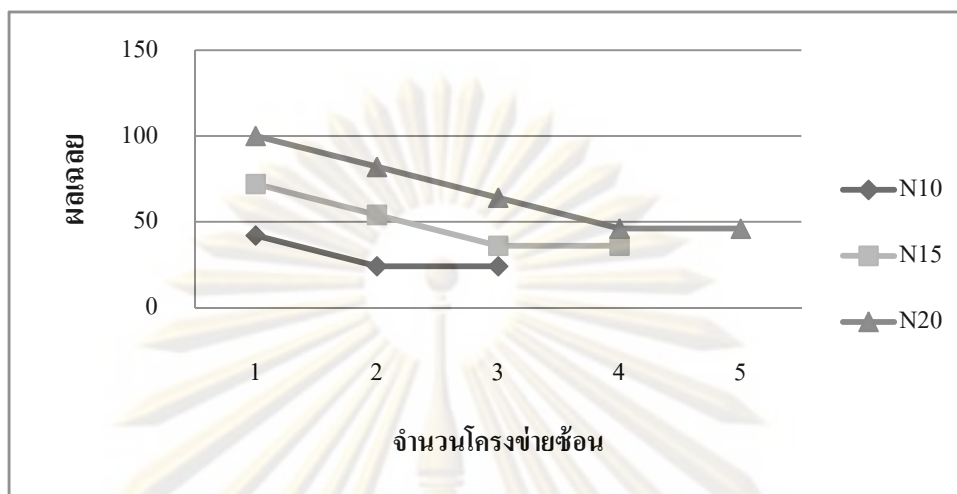
#### ผลการทำงานของเทคนิคก่อกำเนิดโครงข่ายซ้อน

เทคนิคก่อกำเนิดโครงข่ายซ้อน (Graph Generation) สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับแบบจำลอง AM with SON เพื่อลดขนาดของแบบจำลองและ ลดเวลาในการทำงานได้ซึ่งลักษณะปัญหาที่สามารถใช้เทคนิคการก่อกำเนิดโครงข่ายซ้อน ได้นั้นมีลักษณะดังรูปที่ 4.29

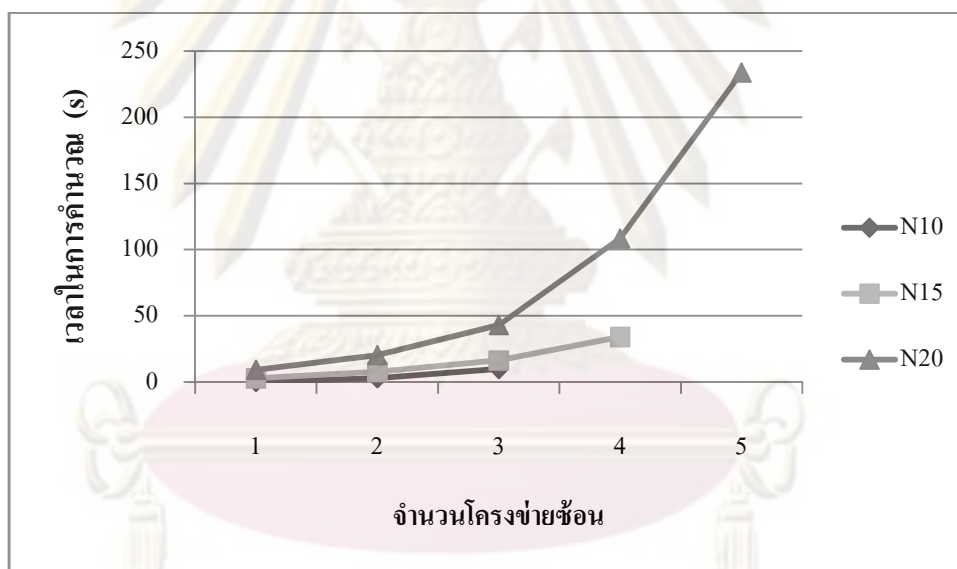


รูปที่ 4.29 ลักษณะปัญหาและผลลัพธ์เมื่อประยุกต์เทคนิคก่อกำเนิดโครงข่ายซ้อน

ในงานวิจัยได้สร้างกลุ่มตัวอย่างที่มีจำนวนลูกค้า 10 ร้าน (N-10), 15 ร้าน (N-15) และ 20 ร้าน (N-20) ที่มีลักษณะปัญหาที่เหมาะสมกับการทำงานของเทคนิคการสร้างโครงข่ายซ้อนและทำการทดสอบด้วยแบบจำลอง AM with SON ผลการทำงานของเทคนิคก่อกำเนิดโครงข่ายซ้อนได้ผลดังนี้



รูปที่ 4.30 ลักษณะผลเฉลี่ยเมื่อเพิ่มจำนวนโครงข่าย



รูปที่ 4.31 เวลาในการทำงานเมื่อเพิ่มจำนวนโครงข่าย

พบว่าการทำงานของเทคนิคการสร้างโครงข่ายชั้นสามารถเพิ่มประสิทธิภาพของผลเฉลี่ยได้ และการประยุกต์เทคนิคการก่อสร้างโครงข่ายชั้นจะใช้เวลาในการทำงานเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มจำนวนโครงข่ายในการคำนวณในแบบจำลอง

## บทที่ 5

### บทการวิเคราะห์การทำงาน

เนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึงการวิเคราะห์การทำงานของแบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหาการจัดเส้นทางทั้ง TSP, *m*TSP และ VRP ทั้งในส่วนของเวลาในการทำงาน ขนาดของแบบจำลอง และวิเคราะห์เปรียบเทียบกับแบบจำลองการแบ่งเขตในส่วนของปัญหา VRP

#### 5.1 วิเคราะห์การทำงานของแบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหา TSP

การประยุกต์ใช้การจัดวางโครงข่าย และใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวแปรในการตัดสินใจ (Arc based Model with Self-Organizing Network: AM with SON) สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินทางของพนักงานขาย (Traveling Salesman Problem) แต่ทั้งนี้การประยุกต์ใช้แบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหา TSP พบว่าแบบจำลองมีขนาดใหญ่มากเมื่อเทียบกับขนาดของปัญหา เพราะการ จัดวางโครงข่ายเพื่อแก้ปัญหา TSP นั้นจะได้รับผลกระทบต่อการเพิ่มของจำนวนลูกข่ายเป็นอย่างมาก

การเพิ่มจำนวนลูกข่ายส่งผลให้ต้องเพิ่มความสามารถในเดินทางต่อเนื่องด้วย เพราะปัญหา TSP นั้น เป็นการเดินทางของพนักงานขายคนเดียว และจำเป็นต้องมีความสามารถในการเดินทางต่อเนื่องสูงสูงเท่ากับจำนวนบัพในโครงข่าย ส่งผลให้ขนาดของแบบจำลองมีขนาดใหญ่เป็นเหตุให้ส่งผลถึงเวลาในการทำงานไม่เหมาะสมในการนำไปประยุกต์แก้ปัญหา

#### 5.2 วิเคราะห์การทำงานของแบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหา *m*TSP

การประยุกต์ใช้การจัดวางโครงข่าย และใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวแปรในการตัดสินใจ (Arc based Model with Self-Organizing Network: AM with SON) สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการปัญหาการจัดเส้นทางการเดินทางของพนักงานขายหลายคน (Multiple-Traveling salesman Problem) และมีประสิทธิภาพที่สูง เนื่องจากการจำกัดความสามารถในการเดินทางต่อเนื่องส่งผลให้ขนาดของโครงข่ายมีขนาดเล็กเมื่อเทียบกับโครงข่ายในการแก้ปัญหา TSP และการที่ไม่มีข้อจำกัดด้านความจุของพนักงานขายแต่ละคน จึงไม่มีความจำเป็นต้องสร้างโครงข่ายซ้อนเพื่อควบคุมข้อจำกัดด้านความจุ ส่งผลให้แบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหา *m*TSP มีขนาดเล็กมีความซับซ้อนในการทำงานที่น้อย และเหมาะสมในการนำไปประยุกต์แก้ปัญหา

### 5.3 วิเคราะห์การทำงานของแบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหา VRP

ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินทางของรถขนส่ง (Vehicle routing problem) ในส่วนนี้กล่าวถึงการวิเคราะห์ข้อมูลทั้งในด้าน เวลาในการทำงาน ขนาดของแบบจำลองและผลเฉลย มาวิเคราะห์เปรียบเทียบ เมื่อเพิ่มจำนวนลูกค้า การเพิ่มความสามารถในการเดินทางต่อเนื่อง และผลต่างของเงื่อนไขด้านความจุ ต่อการทำงานของแบบจำลองแบบจำลองการแบ่งเขต และแบบจำลอง AM with SON โดยจะกล่าวตามหัวข้อดังนี้

- การวิเคราะห์ด้านผลเฉลย
- การวิเคราะห์ด้านเวลาในการทำงาน
- การวิเคราะห์ด้านขนาดของแบบจำลองในการแก้ปัญหา

#### การวิเคราะห์ด้านผลเฉลย

ลักษณะของแบบจำลองการแก้ปัญหา VRP เป็นการเลือกเส้นทางการเดินทาง ดังนั้นจึงต้องใช้กำหนดการเชิงจำนวนเต็ม (Integer Programming – IP) ในการแก้ปัญหา สำหรับแบบจำลองการแบ่งเขตนั้น ได้มีการค้นคว้าวิจัยเป็นจำนวนมากและทราบได้แน่ชัดว่าคำตอบที่ได้จากแบบจำลองนี้เป็นผลเฉลยที่ดีที่สุดแต่เนื่องด้วยเวลาในการทำงานที่มาก จึงมีการค้นคว้าวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ สำหรับแบบจำลอง AM with SON ในการทำงานจริงคำตอบที่ได้จากแบบจำลองจะมีประสิทธิภาพต่ำกว่าเป็นเหตุเนื่องมาจากลักษณะของปัญหาที่มีผลลัพธ์ของการแก้ปัญหาแบบลดเงื่อนไขจำนวนเต็มที่ไม่มีประสิทธิภาพ (Weak LP Relaxtion) ทำให้มีความแตกต่างของผลเฉลยอยู่ โดยความแตกต่างของผลเฉลยมีมากขึ้นขนาดของปัญหาใหญ่ขึ้น และเงื่อนไขด้านความจุมีผลกระทบต่อประสิทธิภาพของผลเฉลย ทั้งนี้จากการวิเคราะห์กระบวนการทำงานของแบบจำลองพบว่าในแบบจำลองการแบ่งเขต เงื่อนไขด้านความจุ สามารถลดตัวแปรในการคำนวณได้ ส่วนแบบจำลอง AM with SON มีหน้าที่จัดเส้นทางโดยไม่ให้ผิดเงื่อนไขของความจุ ดังนั้นเงื่อนไขของความจุที่จำกัดส่งผลให้ประสิทธิภาพของผลเฉลยของแบบจำลอง AM with SON ลดลง

#### การวิเคราะห์ด้านเวลาในการทำงาน

จากการวิเคราะห์การทำงานของแบบจำลองการแบ่งเขต ในการทำงานต้องทำการสร้างรอบการเดินทางก่อนแล้วตรวจสอบว่ารอบการทำงานนั้นไม่ผิดเกินความจุของรถ และทำการหาต้นทุนการเดินทางที่น้อยที่สุดของรอบการเดินทางนั้น ก่อนนำรอบการเดินทางนั้นมาเป็นตัวแปรในการคำนวณ ในส่วนขั้นตอนการคำนวณจะเป็นการเลือกรูปแบบของการเดินทางที่มีต้นทุนรวมที่

น้อยที่สุด จากกระบวนการทำงานที่กล่าวมาพบว่าเมื่อเพิ่มจำนวนลูกค้าหรือการเพิ่มความสามารถในการเดินทางต่อเนื่องสูงสูงจะเป็นการเพิ่มรอบการเดินทางที่เป็นไปได้ส่งผลถึงเวลาในการทำงาน ทั้งการคัดเลือก สร้างตัวแปร และกระบวนการคำนวณ แต่การเพิ่มเงื่อนไขด้านความจุจะเป็นการลดรอบการเดินทางที่เป็นไปได้ในกระบวนการตรวจสอบว่ารอบการทำงานนั้นๆ ไม่ผิดเงื่อนไขจึงส่งผลให้เวลาในการทำงานนั้นน้อยลง

จากผลการทดสอบของแบบจำลองการแบ่งเขต ความจุของรถขนส่งที่จำกัดส่งผลให้เกิดการเดินทางต่อเนื่องได้น้อยแบบหรือมีตัวแปรในการคำนวณน้อย ทำให้สามารถคำนวณหาผลเฉลยในปัญหาการจัดเส้นทางขนาดใหญ่ได้ แต่ถึงกระนั้นเมื่อปัญหามีขนาดที่ใหญ่มาก พบว่าแบบจำลองการแบ่งเขตใช้เวลาในการคำนวณสูง มาก และเมื่อเพิ่มความจุของรถขนส่งทำให้มีจำนวนตัวแปรในการคำนวณที่สูง ทำให้เวลาในการแก้ปัญหาเมื่อปัญหามีขนาดที่ใหญ่ขึ้น สูงขึ้นอย่างชัดเจน

สำหรับแบบจำลอง AM with SON มีกระบวนการในการทำงานคือการสร้างโครงข่ายในการเดินทางต่อเนื่องของรถแต่ละคัน แล้วทำการคำนวณการเดินทางต่อเนื่องภายในโครงข่ายย่อยของรถแต่ละคันเพื่อให้ผลของต้นทุนการเดินทางน้อยที่สุด และรถแต่ละคันไม่บรรทุกของเกินเงื่อนไขด้านความจุ ในส่วนกระบวนการสร้างโครงข่ายในการเดินทางใช้เวลาประมาณ 0.02 – 0.05 วินาที ถึงแม้ว่าปัญหาจะมีขนาดใหญ่ แต่ในขั้นตอนการคำนวณใช้เวลาในการคำนวณที่สูง เพราะต้องแก้ปัญหาโดยคำนึงว่ารถแต่ละคันต้องทำงานโดยไม่เกินเงื่อนไขด้านความจุของรถ และหาแบบการรวมของรอบการเดินทางที่เหมาะสมที่ก่อให้เกิดผลรวมของต้นทุนการเดินทางที่น้อยที่สุดพร้อมกัน ส่งผลให้กระบวนการคำนวณเป็นส่วนสำคัญที่ใช้เวลาในการทำงานสูงซึ่งเวลาในการแก้ปัญหา VRP ด้วยแบบจำลอง AM with SON นั้นแปรผันกับขนาดของปัญหา และผลกระทบจากข้อจำกัดในการทำงาน

เวลาในการทำงานของแบบจำลอง AM with SON นั้นใช้เวลาในการทำงานที่น้อยและสามารถแก้ปัญหาที่มีขนาดใหญ่ได้ แต่เวลาในการทำงานเพิ่มขึ้นเมื่อปัญหามีขนาดใหญ่ขึ้น และเวลาในการทำงานของแบบจำลอง AM with SON เมื่อเพิ่มความจุของรถกลับส่งผลให้แบบจำลอง AM with SON สามารถทำงานได้รวดเร็วขึ้น ตรงกันข้ามกับแบบจำลองการแบ่งเขต

### การวิเคราะห์ด้านขนาดของแบบจำลอง

ขนาดของแบบจำลองเป็นตัวแปรสำคัญที่ทำให้เกิดแนวคิดในการสร้างแบบจำลอง AM with SON เพราะแบบจำลองการแบ่งเซต (Set partitioning model) ที่เป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหาการจัดเส้นทางรถโดยสาร มีจำนวนการรอบการเดินที่เพิ่มขึ้นจำนวนมากส่งผลให้มีจำนวนตัวแปรที่มาก แสดงให้เห็นจากสมการการคำนวณจำนวนตัวแปร ได้ดังนี้

$$\left[ \left( \frac{n!}{1!*(n-1)!} \right) + \left( \frac{n!}{2!*(n-2)!} \right) + \left( \frac{n!}{3!*(n-3)!} \right) + \dots + \left( \frac{n!}{x!*(x-3)!} \right) \right] - \text{Failed Variable} \quad (5.1)$$

$n$  จำนวนลูกค้า

$x$  จำนวนของความสามารถในการเดินทางต่อเนื่องสูงสุด

Failed Variable ตัวแปรที่ไม่ผ่านเงื่อนไข

แบบจำลองการแบ่งเซตมีขนาดใหญ่มีอัตราการเพิ่มขึ้นของจำนวนตัวแปรแบบ Exponential ทำให้ไม่เหมาะสมในการนำไปประยุกต์แก้ปัญหาขนาดใหญ่ ภายใต้เงื่อนไขของเวลาที่จำกัดเพราะอัตราการเพิ่มของตัวแปรในการคำนวณ เมื่อจำนวนลูกค้าเพิ่มหรือ ความสามารถในการเดินทางต่อเนื่องสูงขึ้นทำให้แบบจำลองมีขนาดใหญ่มาก แต่สำหรับแบบจำลอง AM with SON มีอัตราการเพิ่มของตัวแปรและการเพิ่มของเงื่อนไขเป็น Polynomial ซึ่งสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\text{Variables} \quad ((x-1) * t * n^2) + (2 * t * n) \quad (5.2)$$

$$\text{Conditions} \quad (t * n * x) + (3 * t) + n \quad (5.3)$$

$n$  จำนวนลูกค้า

$x$  จำนวนของความสามารถในการเดินทางต่อเนื่องสูงสุด

$t$  จำนวนของรถ

จากสมการพบว่าจำนวนตัวแปรของแบบจำลอง AM with SON นั้นมีอัตราการเพิ่มที่น้อยกว่าแบบจำลองการแบ่งเซต อย่างเห็นได้ชัดทั้งต่อการเพิ่มจำนวนลูกค้าและการเพิ่มความสามารถในการเดินทางต่อเนื่อง แต่ผลของเงื่อนไขความสามารถลดจำนวนตัวแปรของแบบจำลองการแบ่งเซต ในทางกลับกันไม่ว่าเงื่อนไขของความจุจะเป็นเช่นไรจะไม่มีผลกระทบต่อจำนวนตัวแปรของแบบจำลอง AM with SON



## บทที่ 6

### สรุปผลการศึกษา

เนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึงเนื้อหาสรุปการทำงานจากการศึกษาแนวคิดการประยุกต์การจัดวางโครงข่ายด้วยตนเอง (Self-Organizing Network) และใช้แนวคิดการใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวแปร (Arc Based formulation) การจัดเส้นทางการเดินทางในหัวข้อดังนี้

- สรุปแบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหา TSP และ  $m$ TSP
- สรุปของแบบจำลอง AM with SON และแบบจำลองการแบ่งเขตในการแก้ปัญหา VRP

#### 6.1 สรุปการทำงานของแบบจำลอง AM with SON ในการแก้ปัญหา TSP และ $m$ TSP

การทำงานของ AM with SON มีหลักการในการประยุกต์ใช้การจัดวางโครงข่ายด้วยตนเองแล้วสร้างแบบจำลองในลักษณะการเดินทางหาระยะทางที่สั้นที่สุดแบบมีเงื่อนไข เพื่อกำจัดเงื่อนไขในแบบจำลองที่ใช้ระยะระหว่างจุดเป็นตัวแปรในการตัดสินใจ (Arc based Model: AM) ซึ่งเงื่อนไขที่กำจัดคือเงื่อนไขกำจัดรอบการทำงานที่ไม่สมบูรณ์ (Sub-Tour Elimination) โดยหลักการทำงานเงื่อนไขกำจัดรอบการทำงานที่ไม่สมบูรณ์ในการแก้ปัญหา TSP และปัญหา  $m$ TSP มีหลักในการทำงานคือเป็นเงื่อนไขกำจัดผลลัพธ์ที่ผิดเงื่อนไขการทำงาน เช่น ในปัญหา TSP เงื่อนไขกำจัดรอบการทำงานที่ไม่สมบูรณ์มีหน้าที่กำจัดรอบการเดินทางที่เดินทางไม่ครบทุกบัพในโครงข่ายหรือในปัญหา  $m$ TSP เงื่อนไขกำจัดรอบการทำงานที่ไม่สมบูรณ์มีหน้าที่กำจัดรอบการเดินทางที่ไม่ผ่านจุดเริ่มต้นของการทำงาน ซึ่งจำนวนของเงื่อนไขกำจัดรอบการทำงานที่ไม่สมบูรณ์นี้มีจำนวนมาก ทำให้ยากแก่การแก้ปัญหา

โดยหลักในการทำงานของการจัดวางโครงข่ายด้วยตนเอง คือการสร้างโครงข่ายที่สามารถเดินทางไปได้ทุกบัพในโครงข่ายจริงตลอดการเดินทางต่อเนื่อง และด้วยหลักการทำงานนี้ในการแก้ปัญหา TSP จึงต้องสร้างโครงข่ายที่สามารถเดินทางได้ต่อเนื่องสูงสุดเท่ากับจำนวนบัพบนโครงข่ายทำให้โครงข่ายจำลองมีขนาดใหญ่ ไม่เหมาะสมแก่การนำไปใช้งาน แต่เมื่อเทียบกับปัญหา  $m$ TSP ที่กำหนดความสามารถในการเดินทางต่อเนื่องให้โครงข่ายมีขนาดเล็กสามารถทำงานได้รวดเร็วและมีความเหมาะสมแก่การนำไปใช้งาน

## 6.2 สรุปการทำงานของแบบจำลอง AM with SON และแบบจำลองการแบ่งเซตในการแก้ปัญหา VRP

เวลาในการทำงานแบบจำลองการแบ่งเซต (Set partitioning Model) มีการใช้เวลาในการทำงานที่สูงเมื่อขนาดของปัญหามีขนาดใหญ่ขึ้น ทั้งการเพิ่มของจุดสินค้า และการเพิ่มของความสามารถในการสินค้าต่อเนื่องสูงสุด อัตราการเพิ่มของเวลาในการทำงานมีอัตราการเพิ่มแบบก้าวกระโดด ทำให้เวลาในการทำงานมีอัตราการเพิ่มที่มากยากแก่การนำไปใช้ แบบจำลองการแบ่งเซตจะมีความเหมาะสมหากนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่มีขนาดเล็ก หรือปัญหา VRP ที่มีเงื่อนไขในการทำงานที่สูง

สำหรับแบบจำลอง AM with SON ถึงแม้ว่าจะสามารถทำงานได้เร็วกว่าแบบจำลองการแบ่งเซตในปัญหาขนาดใหญ่ แต่ผลเฉลยของแบบจำลองการ AM with SON จะมีประสิทธิภาพที่ต่ำกว่าเนื่องจากลักษณะของปัญหาที่มีผลลัพธ์ของการแก้ปัญหาแบบลดเงื่อนไขจำนวนเต็มที่ไม่ใช่ประสิทธิภาพ (Weak LP Relaxtion) แต่มีความแตกต่างที่ยอมรับได้เมื่อเทียบกับการใช้เวลาในการทำงาน โดยในการทำงานของแบบจำลอง AM with SON สามารถสรุปตัวแปรที่มีผลกระทบต่อการทำงานได้ดังนี้

	Size of problem		Truck capacity		Picking volume	
	↑	↓	↑	↓	↑	↓
Solution Times	↑	↓	↓	↑	↑	↓
Size of model	↑	↓	—	—	—	—
Objective function value performance	↓	↑	↑	↓	↓	↑

ตารางที่ 6.1 สรุปผลกระทบในการทำงานของแบบจำลอง AM with SON

โดยรวมการแก้ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินทางของรถขนาดใหญ่ การใช้แบบจำลองการแบ่งเซต ที่มีจำนวนตัวแปรมาก ต้องประยุกต์เทคนิคการก่อกำเนิดสมรรถเพื่อแก้ปัญหา หรือใช้แบบจำลอง AM (Arc based formulation) ที่มีจำนวนเงื่อนไขของแบบจำลองที่มาก ต้องประยุกต์เทคนิคการก่อกำเนิดแถวเพื่อแก้ปัญหา ซึ่งเทคนิคทั้งสองเป็นเทคนิคขั้นสูงในการแก้ปัญหา (Advance Solution Technique) ในงานวิจัยครั้งนี้ได้นำเสนอแนวทางในการแก้ปัญหาที่หลีกเลี่ยง

การใช้เทคนิคขั้นสูงในการแก้ปัญหาแต่อาศัยการประยุกต์การจัดวางโครงข่ายด้วยตนเอง (Self-Organizing Network) และแก้ปัญหาด้วยวิธีแก้ปัญหาคำหนดการเชิงจำนวนเต็ม (Integer Programming – IP) ได้โดยสามารถแก้ปัญหาได้ในเวลาที่เหมาะสม และได้ผลเฉลยที่เหมาะสม



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## รายการอ้างอิง

ยศศิริ อุดลยศักดิ์. แบบจำลองและขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหาการจัดเส้นทางรถขนส่งแบบเต็มคันรถอย่างต่อเนื่อง. วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาวิศวกรรมขนส่ง ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. 2549.

Applegate, D.L., R.E. Bixby, V. Chvatal and W.J. Cook. The Traveling Salesman Problem. United States America: Princeton, 2007.

Bektas, T. The multiple traveling salesman problem: An overview of formulations and solution procedures. The international journal of management science (Omega) 34 (2006): 209–219.

Christofides, N., A. Mingozzi and P. Toth. Exact algorithms for the vehicle routing problem, based on spanning tree and shortest path relaxations. Mathematical Programming 20 (1981): 255–82.

Dorigo, M., and L.M. Gambardella. Ant colonies for the traveling salesman problem. BioSystem (1997): 1-10.

Onwubolu, G.C., and M. Clerc. Optimal Path for Automated Drilling Operations by a New Heuristic Approach Using Particle Swarm Optimization. International Journal of Production Research 42 (2004): 473-491.

Gandhi, R. Approximate solution for the Traveling Salesman's Problem Using Continuous Hopfield Network. ECE 559 (2001): 1-9.

Gendreau, M., A. Hertz, and G. Laporte. New insertion and postoptimization procedures for the traveling salesman problem. Operations Research 40 (1992): 1086-1094.

Gillett, BE., and L.R. Miller. A heuristic algorithm for the vehicle-dispatch problem. Operations Research 22 (1974): 340-349.

Hoffman, K., and P. Manfred. Set Covering, Packing and Partitioning Problems[Online].

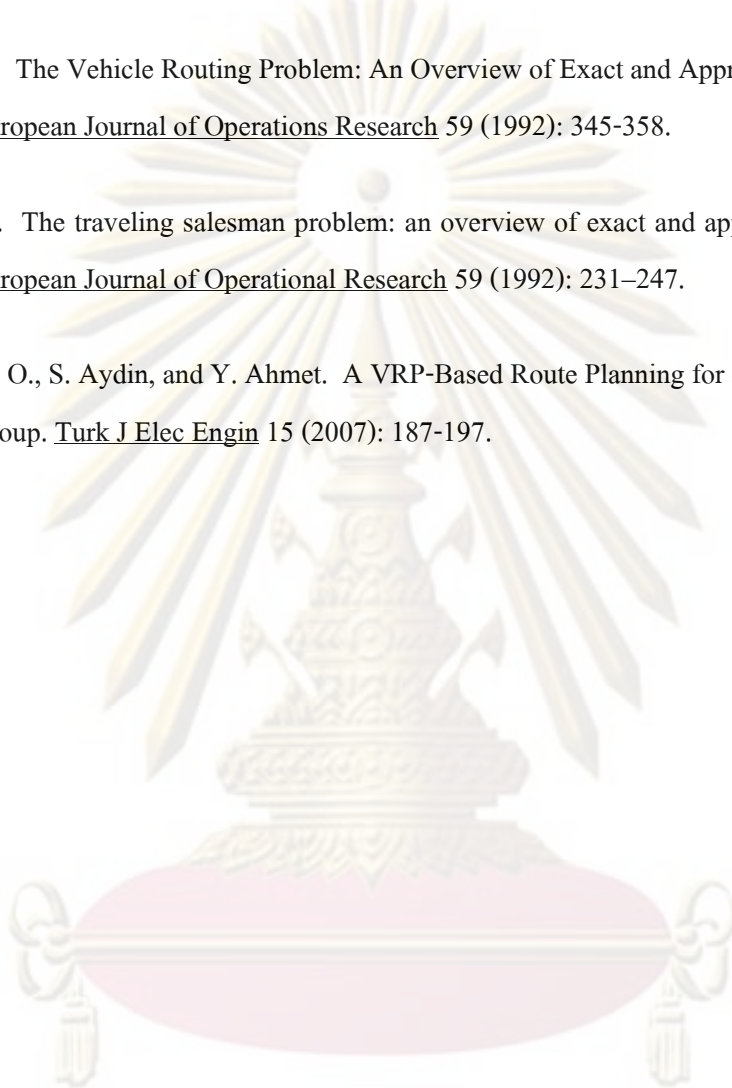
Available from: [http://iris.gmu.edu/~khoffman/papers/set\\_covering.html](http://iris.gmu.edu/~khoffman/papers/set_covering.html). [2007, April 2]

Jonker, R., T. Volgenant. An improved transformation of the symmetric multiple traveling salesman problem. Operations Research 36 (1988): 163–167.

Laporte, G. The Vehicle Routing Problem: An Overview of Exact and Approximate Algorithms. European Journal of Operations Research 59 (1992): 345-358.

Laporte, G. The traveling salesman problem: an overview of exact and approximate algorithms. European Journal of Operational Research 59 (1992): 231–247.

Parlaktuna, O., S. Aydin, and Y. Ahmet. A VRP-Based Route Planning for a Mobile Robot Group. Turk J Elec Engin 15 (2007): 187-197.



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายพรเทพ ตรีช่อวิทยา เป็นบุตรของนายสมบุรณ์ ตรีช่อวิทยา และนางสุภัค ตรีช่อวิทยามีพี่น้อง 3 คน เป็นบุตรชายคนรอง เกิดเมื่อวันที่ 3 ธันวาคม พ.ศ. 2528 ที่กรุงเทพมหานคร ได้สำเร็จการศึกษาระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายหลักสูตร 3 ปี จากโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการ และสำเร็จการศึกษาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมโยธา จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2549 จากนั้นได้เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา (วิศวกรรมการขนส่ง) ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2550

ขณะศึกษาอยู่ที่จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย บทความของผู้เขียนวิทยานิพนธ์ได้ถูกตีพิมพ์ในเอกสารรวมการประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติครั้งที่ 14 ดังนี้

นายพรเทพ ตรีช่อวิทยา, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. มาโนช โลหเตปานนท์. 2552. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับปัญหาการหีบเก็บสินค้าในคลังสินค้า. เอกสารการประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติครั้งที่ 14. นครราชสีมา.

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย