

วรรณคดีที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้แบ่งวรรณคดีที่เกี่ยวข้องออกเป็น 3 ตอนคือ ตอนที่ 1 ว่าด้วยความรู้เกี่ยวกับทักษะขั้นพื้นฐานและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ตอนที่ 2 ว่าด้วยความรู้เกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ขั้นประถมศึกษา และตอนที่ 3 ว่าด้วยงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ตอนที่ 1 ความรู้เกี่ยวกับทักษะขั้นพื้นฐานและความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

การสอนคณิตศาสตร์ในระดับศึกษามัธยมเป็นการวางรากฐานที่สำคัญเพื่อมุ่งไปสู่จุดหมายในการพัฒนาความเข้าใจ และพัฒนาทักษะที่สัมพันธ์กับแนวความคิดรวบยอด (Concept) หลักการ (Principle) และการปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ (Operation) ตลอดจนความสามารถที่จะนำพื้นฐานเหล่านี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี ดังนั้นถ้าจะส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ และมีทักษะต่าง ๆ ดังเป้าหมาย ควรวางแผนการสอนให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ทั่วไป ซึ่งในการวางแผนการสอนนั้น บอยส์แคลร์ (Bois-clair 1970 : 19 - 26) ได้กล่าวไว้ว่า "แผนการสอนที่ดีควรคำนึงถึงการใช้วิธีการสอนแบบแก้ปัญหา และการฝึกทักษะให้คิด ทำจากตัวอย่างสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวันโดยให้สัมพันธ์กับแนวความคิดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ทั้งสามารถเข้าใจความหมาย และใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง"

สำหรับแนวการสอนคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการฝึกทักษะ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองนั้น บัจจุบันในระดับประถมศึกษาได้มีการส่งเสริมและพัฒนาวิธีการเรียนการสอนให้ดีขึ้นเป็นลำดับ อันเป็นผลมาจากหลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 และผลงานของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ที่ได้จัดทำคู่มือครูคณิตศาสตร์ขึ้นใช้ ซึ่งประกอบด้วยแผนการสอน แบบฝึกหัด และการแนะนำอุปกรณ์ที่ใช้ประกอบการเรียนการสอนอันเป็นแนวทางการช่วยให้นักผู้สอนของกระทรวงศึกษาธิการดังกล่าวมีผลในทางปฏิบัติอย่างสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ทักษะขั้นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาคู่มือครุฑคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับวิธีการฝึกทักษะเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ แล้วสรุปเป็นทักษะขั้นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถมศึกษาได้ดังนี้

1. การเปรียบเทียบ (Comparison) เป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักเปรียบเทียบขนาด รูปร่าง น้ำหนัก ระยะทาง จำนวนของมากน้อย และรู้ความหมายของการใช้คำในการเปรียบเทียบเช่น ใหญ่ เล็ก สั้น ยาว หนัก เบา ฯลฯ โดยหาเกณฑ์ (Criteria) หรือ สร้างเกณฑ์ในการแบ่งชั้น (ลู่วิ่ง นียมค่า 2517 : 43)

2. การใช้ตัวเลข (Using Number) คือความสามารถในการกระทำสิ่งต่อไปนี้

2.1 บอกชื่อจุดบนเส้นจำนวน (Numberline) โดยใช้เลขจำนวนเต็ม บวก ลบ ศูนย์ และเลขทศนิยม

2.2 อ่านตัวเลขตามค่าประจำหลักได้ และสามารถเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าตัวเลขในแต่ละหลักได้

2.3 สามารถกระจายค่าตัวเลขตามค่าประจำหลักได้

2.4 สามารถรวมจำนวนเลขจากการกระจายตามค่าประจำหลักได้

3. การคำนวณ (Skills in Addition, Subtraction Multiplication and Division) คือความสามารถในการคิดคำนวณเพื่อการวิเคราะห์ข้อมูลให้ได้มาซึ่งคำตอบหรือแก้ปัญหาได้ ภายใต้สัญลักษณ์ $+$ $-$ \times และ \div ดังนี้

$+$ หมายความว่า บวก รวม ทั้งหมด

$-$ หมายความว่า ลบ ต่างกัน หักออกจากกัน ลดลง

\times หมายความว่า คูณ เพิ่มขึ้นอย่างทวีจำนวน

\div หมายความว่า หาร แบ่งออกเป็นส่วนเท่า ๆ กัน

4. การวัด (Measuring) เป็นการบอกผลการสังเกตออกมาเป็นตัวเลข การสังเกตอย่างเดี๋ยวมักไม่อาจให้ปริมาณหรือค่าที่ถูกต้องแน่นอนได้ ดังนั้นการวัดจะต้องควบคู่ไปกับการสังเกต

ในการวัดนี้มีจุดมุ่งหมายที่จะให้ได้มีความสามารถในการกระทำสิ่งต่อไปนี้

4.1 ใช้เครื่องมือธรรมดาเพื่อวัดความยาว มวล เวลา ฯลฯ ได้อย่างถูกต้อง ด้วยเครื่องมือที่เหมาะสม ค่าที่วัดได้เรียกว่า จำนวนหลักมูล

4.2 สามารถใช้กฎเกณฑ์เพื่อคำนวณหาจำนวนอนุพันธ์ (Derived Quantities) จำนวนอนุพันธ์โดยปกติแล้วไม่สามารถวัดได้โดยตรงต้องใช้การวัดในข้อ 4.1 หลาย ๆ อย่าง ประกอบกัน แล้วจึงคำนวณหาค่าออกมาได้ ตัวอย่างของจำนวนอนุพันธ์เช่น ความเร็ว ความหนาแน่น พื้นที่ ฯลฯ การวัดแบบนี้เราเรียกว่า "การวัดทางอ้อม" (Indirect Measurements)

4.3 คาดคะเนหรือประมาณค่าของการวัดได้ใกล้เคียงค่าจริง

ในการวัดหาค่าปริมาณของสิ่งต่าง ๆ มีความจำเป็นต้องฝึกฝนให้ได้หาค่าตอบอย่างน้อย 4 คำถาม คือ

- ก. วัดอะไร ทำให้รู้สิ่งที่จะวัด
- ข. วัดทำไม ทำให้รู้จุดมุ่งหมายที่จะวัดว่าต้องการทราบอะไร
- ค. วัดด้วยอะไร ทำให้สามารถเลือกเครื่องมือที่จะใช้วัดได้เหมาะสมกับสิ่งที่จะวัดได้
- ง. วัดอย่างไร ทำให้รู้วิธีการวัดเป็นอย่างไร เช่น จะวัดโดยการนับ หรือวัดเพื่อหาค่ามวลต่อ

5. การสร้างรูปเรขาคณิต (Geometric Figures) คือความสามารถในการกระทำสิ่งต่อไปนี้

5.1 บ่งชี้ บอกชื่อ และสำริด (Demonstrate) ถึงสมมาตรของเส้น (Line Symmetry) ของวัตถุ 2 มิติ และสมมาตรของระนาบ (Plane Symmetry) ของวัตถุ 3 มิติ ได้

5.2 บอกความหมายและสามารถแสดงวิธีสร้างรูปทรงของมุม วงกลม รูปสามเหลี่ยม และสี่เหลี่ยมทุกชนิดได้

5.3 แสดงวิธีคิดคำนวณเกี่ยวกับขนาดของมุมชนิดต่าง ๆ ความยาวของเส้นตรง เส้นรอบรูป พื้นที่ของวงกลม สามเหลี่ยม และสี่เหลี่ยมทุกชนิด ปริมาตรของรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

6. การเขียนและอ่านกราฟ (Graph) เป็นลัทธิเบื้องต้นในการนำเสนอสิ่งต่างๆ ที่ได้จากการสำรวจ สังเกตหรือการจดบันทึก ซึ่งต้องใช้ความละเอียดรอบคอบ และมีความเป็นระเบียบ แล้วนำมาจัดบันทึก ส่วนใหญ่จะบันทึกเป็นจำนวน ได้แก่ตัวเลขหรือข้อความบางอย่าง เพื่อแสดงให้เห็นจำนวนของสิ่งต่าง ๆ ที่น่าสนใจ แล้วนำเสนอข้อมูลในรูปของกราฟสถิติได้

4 ชนิด ดังนี้

6.1 กราฟรูปภาพ คือกราฟที่ใช้รูปภาพแทนปริมาณที่เท่ากันตามมาตราส่วนที่กำหนดให้

6.2 กราฟแท่งคือ กราฟที่ใช้เส้นหนาหรือรูปสี่เหลี่ยมยาว แสดงสถิติหรือปริมาณของสิ่งของตามมาตราส่วนที่กำหนดขึ้น ซึ่งจะเขียนได้ทั้งในแนวตั้งและแนวนอน

6.3 กราฟเส้นตรงคือ กราฟที่ใช้เส้นตรงแสดงสถิติปริมาณของข้อมูลต่าง ๆ ตามปริมาณที่กำหนดให้

6.4 กราฟวงกลม คือการแบ่งพื้นที่ของวงกลมออกเป็นส่วน ๆ ตามความมากน้อยของข้อมูลย่อย และแบ่งได้โดยลากรัศมีวงกลมออกเป็นรูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง

ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

อาดัมส์ (Adams 1977 : 176) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า

ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ซึ่งเกี่ยวข้องกับปริมาณ และคำตอบที่ต้องการจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ปัญหาคณิตศาสตร์หมายถึงรวมถึงปัญหาที่เป็นภาษา (word problem) ปัญหาที่เป็นเรื่องราว และปัญหาที่เป็นคำพูด (verbal problem) นอกจากนี้ยังมีความแตกต่างระหว่างปัญหาและแบบฝึกหัดคือ ในการแก้ปัญหาคือต้องการตัดสินใจและลงมือทำ ส่วนแบบฝึกหัดไม่จำเป็นต้องมีการตัดสินใจเช่น $23 \times 37 = \square$ การที่จะหาคำตอบหรือไม่จำเป็นต้องใช้การตัดสินใจ ซึ่งถือว่าเป็นแบบฝึกหัด

ในการแก้ปัญหโดยทั่วไปนั้น ออซูเบล (Ausubel 1968 : 538) ได้กล่าวไว้ว่า "ต้องใช้องค์ประกอบหลายอย่างเช่น เชวามันปัญญาและองค์ประกอบทางการคิด สถิติปัญญา จะเป็นตัวบ่งชี้ถึงความสามารถในการแก้ปัญหา และยังเห็นว่า แนวทางการเชวามันปัญญาจะมีผลกระทบต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา"

ในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ จะต้องใช้ความสามารถเฉพาะหลายประการ ซึ่งความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นี้ ตวงเต็อน อ่อนน่วม (2514 : 12) ได้กล่าวไว้

ว่า หมายถึง การที่นักเรียนรู้จักใช้ความรู้ ความเข้าใจ ทักษะ และประสบการณ์ที่พิจารณาหา คำตอบที่ถูกต้อง

สำหรับความสามารถเฉพาะที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา นั้น เทราท์แมนและไลเคนเบอร์ก (Troutman and Lichtenberg 1974 : 590 - 594) ได้เสนอไว้ในบทความเรื่อง การแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์โดยทั่วไปในห้องเรียน (Problem Solving in the General Mathematic Classroom) โดยได้เสนอลักษณะความสามารถเฉพาะดังกล่าวไว้ 7 ประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการหาลักษณะคุณสมบัติของวัตถุทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการแปลงภาษาคณิตศาสตร์เป็นรูปต่าง ๆ วิธีการซึ่งเน้นมากที่สุดในห้องเรียนคณิตศาสตร์ทั่วไปคือ การแปลงโจทย์ปัญหาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ วิธีการนี้มีความจำเป็นสำหรับผู้แก้ปัญหามาก
3. ความสามารถในการหาลักษณะที่เหมือนและต่างกัน
4. ความสามารถในการหาลักษณะหรือเงื่อนไข ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นเพียงพอและเท่ากัน เมื่อนักเรียนใช้ความสามารถนี้ เขาจะต้องอธิบายถึงเกณฑ์ซึ่งเป็นองค์ประกอบของความจำเป็นให้เพียงพอ
5. ความสามารถในการวางหลักเกณฑ์ทั่วไป ซึ่งมีพื้นฐานจากการสังเกตลักษณะเด่นเฉพาะ
6. ความสามารถในการหาวิธีการแก้ปัญหาทางอื่นหรือวิธีการอื่น ๆ
7. ความสามารถในการประมาณคำตอบตามข้อเท็จจริงไม่ว่าจะตั้งใจหรือไม่ก็ตาม นักเรียนมักทำการตัดสินใจโดยมีพื้นฐานของการประมาณคำตอบมากกว่าการหาคำตอบ โดยการคำนวณอย่างถูกต้อง

จะเห็นได้ว่าการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น นักเรียนจะต้องมีความสามารถหลายด้าน การสอนให้นักเรียนรู้จักแก้ปัญหา โจทย์คณิตศาสตร์ เป็นวิธีการหนึ่งที่จะช่วยเสริมสร้างให้นักเรียน ได้มีความสามารถเหล่านั้น ซึ่ง โสภณ บำรุงสังข์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520 : 15) ได้ให้ความเห็นไว้ว่าในการสอนแก้ปัญหา โจทย์คณิตศาสตร์ จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องสอนนักเรียนไป ตามลำดับขั้นดังนี้

1. สอนจากปัญหาจริงที่นักเรียนประสบอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน เพื่อให้สอดคล้อง

กันระหว่างบทเรียนกับปัญหาส่วนตัวเด็ก

2. ให้นักเรียนได้อภิปราย แสดงความคิดเห็นในโจทย์ปัญหาต่าง ๆ แล้วแปลงเป็นประโยคคณิตศาสตร์
3. ให้นักเรียนแสดงเหตุผลต่าง ๆ ก่อน แล้วจึงสรุปเป็นหลักการหรือที่เรียกว่า วิธีอุปมาน (Inductive)
4. ไม่จำกัดวิธีคิดคำนวณของนักเรียน แต่ครูแนะวิธีที่รวดเร็วและดีที่สุดให้
5. ให้นักเรียนรู้จักการตรวจสอบคำตอบด้วยตัวเอง ไม่ว่าจะคำตอบที่คิดออกมาได้นั้นมีค่าเท่าใด และเพื่อพิสูจน์ว่าคำตอบนั้นถูกต้องแน่นอนหรือไม่
6. ให้นักเรียนได้ฝึกหัดเพื่อความแม่นยำโดยอาศัยความรู้ต่าง ๆ ที่ได้เรียนแล้วทั้งทางส่ง เสริมให้นักเรียนนำเอาความรู้และหลักการไปใช้หรือที่เรียกว่า วิธีอนุมาน (Deductive)

สำหรับลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหานั้น วิชัย พาณิชยัลช่วย (2523 : 13 - 14) กล่าวไว้ว่าประกอบด้วย

1. ความเข้าใจปัญหา (Understanding and Problem)
2. การวางแผนเพื่อแก้ปัญหา (Planning to solve the Problem) โดยผู้แก้ปัญหามองถึงลักษณะของปัญหาให้อยู่ในลักษณะที่สามารถจะกระทำได้ รู้จักรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา
3. การแก้ปัญหา (Solving the Problem) มีความสำคัญอยู่ที่ผู้แก้ปัญหาสามารถแก้ปัญหาได้ตามแผนที่วางไว้มากน้อยเพียงใด ถ้าพบอุปสรรคจะต้องย้อนกลับไปทบทวนในขั้นที่ 2 ใหม่ทันที
4. การทบทวนปัญหาและคำตอบ (Reviewing the Problem and the Solution)

ในการสอนให้นักเรียนแก้ปัญหานั้น ไม่ควรใช้วิธีสังเกตหรือตั้งคำถามวิธีแก้ปัญหาจากข้ออื่น ๆ แต่ควรให้นักเรียนคำนึงถึง เหตุผลและความจริงเป็นสำคัญ โดยวิธีการตัดกิจกรรมที่เหมาะสมพร้อมกับใช้เทคนิคการใช้คำถามต่าง ๆ จะสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี

ตอนที่ 2 ความรู้เกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ขั้นประถมศึกษา

เนื่องจากความมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์ระดับขั้นประถมศึกษา ได้เน้นความคิด ความเข้าใจจากประสบการณ์จริง หรืออุปกรณ์ที่เกี่ยวข้องกับพื้นฐานของจำนวนพีชคณิต การวัด เรขาคณิต และสถิติ (ดังปรากฏในแผนภูมิที่ 1) ดังนั้นสิ่งสำคัญที่จะทำให้การเรียนการสอนบรรลุจุดมุ่งหมายคือ กระบวนการเรียนการสอน ซึ่ง ลูร์ชัย ขวัญเมือง (2522 : 12) ได้กล่าวไว้ว่า "กระบวนการเรียนการสอนควรส่งเสริมให้นักเรียนให้เรียนโดยการค้นพบด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนมีโอกาสได้เรียนตามวิธีการทางวิทยาศาสตร์ การพัฒนาการสอนควรให้สอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้"

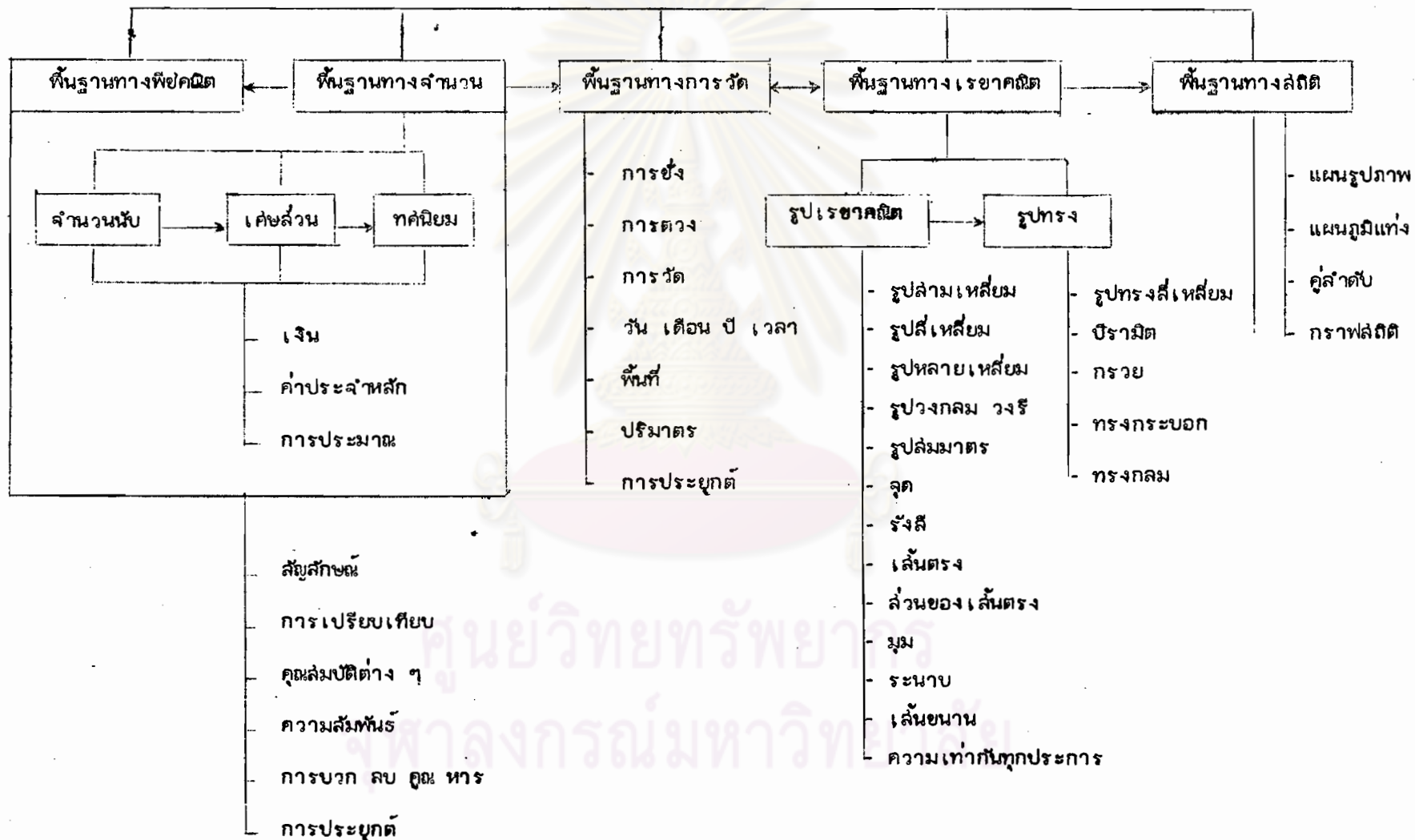
ด้วยเหตุนี้ในการสอนคณิตศาสตร์ให้ได้ผลดีจึงต้องคำนึงถึง

1. การจัดลำดับขั้นในการสอนคณิตศาสตร์ (ดังปรากฏในแผนภูมิที่ 2)
2. ฉัตรวิทยาในการสอนคณิตศาสตร์ เช่นให้นักเรียนมีความพร้อมก่อนที่จะสอน สอนจากง่ายไปยาก ให้เรียนรู้จากรูปธรรมไปสู่นามธรรม และมีการให้กำลังใจ เป็นต้น
3. การใช้สื่อการสอน

ในการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา เฟร์และฟิลลิป (Fehr and Phillips 1967 : 17) ได้ให้ความเห็นไว้ว่า "นักเรียนควรได้เรียนรู้ด้วยตัวของเขาเอง ซึ่งต้องอาศัยกิจกรรมหลักคือ ต้องรู้สึก สังเกต รู้สึกเลือก และสามารถเชื่อมโยงข้อสรุปต่าง ๆ ในรูปของนามธรรมเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ขั้นในที่สุด" ความเห็นนี้สอดคล้องกับความคิดของสไปท์เชอร์ (Spitzer 1963 : 19) ที่ว่า "วิธีสอนคณิตศาสตร์ที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจเหตุผลและนำไปใช้ได้ นั้น ควรเน้นในเรื่องของมโนทัศน์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ให้เข้าใจดีก่อนที่จะทำแบบฝึกหัด"

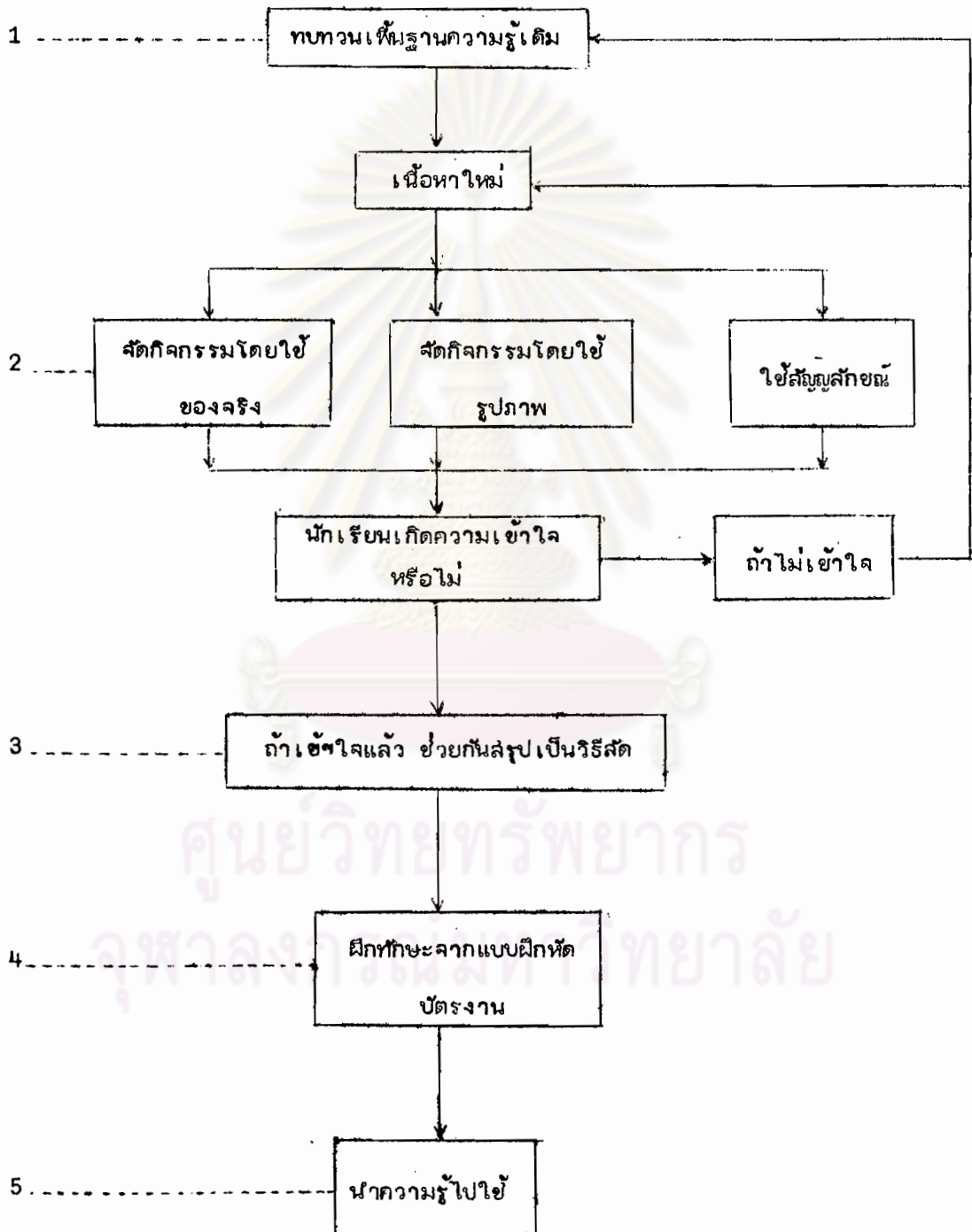
สำหรับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ลูร์ชัย ขวัญเมือง (2522 : 3) ได้ให้ความหมายไว้ว่า "เป็นการสร้างความคิดอันหนึ่งให้เกิดขึ้น เป็นการสรุปความคิดหรือข้อคิดที่เหมือนกันอันเกิดจากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น"

แผนภูมิที่ 1 แผนภูมิโครงสร้างของคณิตศาสตร์ประถมศึกษา



007727

แผนภูมิที่ 2 แผนภูมิลำดับขั้นในการสอนคณิตศาสตร์



การเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์นี้จะต้องประกอบไปด้วยสภาพความพร้อมหลายประการ เช่น นักเรียนจะต้องมีความรู้ ทักษะ ประสบการณ์ พร้อมทั้งจะเรียนเรื่องใหม่จากความรู้เดิม นักเรียนจะต้องอยากที่จะเรียนและอยากที่จะร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ เพราะได้ฟัง ได้คิด ได้แสดงความเห็น หรือได้ลงมือปฏิบัติจากวัสดุอุปกรณ์ กิจกรรม และระยะเวลาที่เหมาะสม จะทำให้เกิดมโนทัศน์ได้เป็นอย่างดี

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นเมื่อ

1. สังเกตแล้วจัดประเภทเหตุการณ์ความคิดให้เป็นหมวดหมู่
2. แยกแยะให้เห็นความแตกต่างของสิ่งที่เกี่ยวข้อง
3. เกิดความคิดอันเป็นแนวทางที่จะเห็นโครงสร้าง
4. รวมข้อคิดที่เหมือนกัน
5. นำไปสู่รูปเพื่อการอนุมาน

ความเห็นที่เป็นแนวทางในการที่จะทำให้กระบวนการเรียนการสอนบรรลุจุดมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาของ คีน (Kean 1969 : 2) กล่าวว่า

ในการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ควรเน้นที่ความเข้าใจ การคำนวณเป็นส่วนสำคัญที่ครูจะต้องสอน แต่ควรสอนภายหลังจากที่เด็กได้รับแนวความคิดพื้นฐานแล้ว เด็กควรจะได้ใช้วิธีอนุมานและอุปมาหาความเข้าใจ เพื่อนำไปสู่แนวคิดที่เป็นนามธรรม การสอนจึงควรจัดให้เด็กได้มีโอกาสค้นพบแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยตัวของเขาเอง การสอนจะต้องเป็นไปอย่างมีความหมาย โดยใช้หลักจิตวิทยามาช่วย เนื้อหาที่นำมาสอนก็ควรจัดอันดับและทำให้เข้าใจง่าย

ความเห็นข้างต้นของคีนสอดคล้องกับแนวความคิดของ ลูเทฟ จันทรลัมศักดิ์ (2517 : 15) ที่ได้ให้ข้อคิดเห็นเกี่ยวกับวิธีสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาไว้ดังนี้

1. ควรเริ่มจากวัตถุสิ่งของที่จับต้องได้และประสบการณ์จริง ๆ เพื่อเป็นพื้นฐานให้นักเรียนสามารถเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
2. ควรจะเน้นทั้งความเข้าใจและทักษะ
3. ควรสอนแบบบันไดเวียนคือ ไม่สอนเนื้อหาใดแล้วทิ้งไปเลย
4. ไม่ควรเน้นในเรื่องการให้เหตุผลอย่างมีลำดับขั้นมากเกินไป

5. ควรใช้คำถามชนิดที่ให้เด็กได้ใช้ความคิด เพื่อส่งเสริมความคิดริเริ่ม และสร้างสรรค์

จากแนวความเห็นและข้อเสนอแนะต่าง ๆ ในการสอนคณิตศาสตร์ ดังที่ได้กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่าผู้ที่ทำหน้าที่เป็นครูคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาจำเป็นที่จะต้องมีความรู้เกี่ยวกับลักษณะที่สำคัญหลายประการ ซึ่งคริตเทนเดน (Crittenden 1974 : 428) ได้กล่าวไว้ว่า "คุณลักษณะสำคัญของครูคณิตศาสตร์คือ มีความรู้ในเนื้อหาวิชาดี มีเทคนิคการสอนดี ใช้สื่อการสอนได้เหมาะสม สดกิจกรรมการเรียนการสอนได้เหมาะสม และเป็นผู้ที่มีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับที่ดี"

ตอนที่ 3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยเกี่ยวกับพฤติกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

คาร์ไลน์ (Carline 1970 : 103 - 105) ได้ศึกษาพฤติกรรมของครูระดับประถมศึกษาซึ่งสอนนักเรียนเกรด 1 ถึงเกรด 5 วิชาคณิตศาสตร์ โดยเลือกโรงเรียนที่มีหลักสูตร อุปกรณ์ ทรัพยากรการศึกษา และสภาพทางสังคมของโรงเรียนใกล้เคียงกัน โดยแบ่งครูออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มทดลอง 23 คน ได้รับการฝึกเทคนิคและทักษะ เพื่อจะช่วยให้ครูสามารถสร้างบรรยากาศในห้องเรียนแบบทางอ้อมในการปฏิบัติ เน้นทักษะการใช้พฤติกรรมการสอนด้านต่าง ๆ และการประเมินผลพฤติกรรมของตนเองในห้องเรียนพบว่า การวิเคราะห์พฤติกรรมอย่างจริงจัง สามารถช่วยให้ครูเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมได้ ครูในกลุ่มทดลองแสดงพฤติกรรมต่างจากครูในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญ

กรมวิชาการ (2523: 25) ได้ศึกษาพฤติกรรมการเรียนการสอนของครูและนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนตามหลักสูตรประถมศึกษา (ฉบับทดลอง) พุทธศักราช 2521 และที่เรียนตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2503 พบว่าพฤติกรรมการเรียนการสอนของครูและนักเรียนตามหลักสูตรใหม่ และหลักสูตรเก่าเป็นไปในลักษณะใกล้เคียงกันมากมีเฉพาะพฤติกรรมของนักเรียน 3 พฤติกรรม เท่านั้นที่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญได้แก่ การพูดริเริ่มขึ้นก่อนหรือแสดงความคิดเห็น การพูดริเริ่มขึ้นก่อนเปรียบเทียบกับ การพูดเพื่อตอบสนองการพูด

ของครู และการใช้เวลาในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ที่ไม่มีการพูด ซึ่งทั้ง 3 พฤติกรรมนี้ นัก -
เรียนหลักสูตรใหม่แสดงมากกว่านักเรียนหลักสูตรเก่า

งานวิจัยเกี่ยวกับทักษะขั้นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

เพย์ (Pace 1966 : 107 - 120) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบความเข้าใจพื้นฐานทางเลขคณิตของนักเรียนในประเทศอังกฤษกับนักเรียนในประเทศสหรัฐอเมริกา โดยใช้แบบสอบถามที่สร้างขึ้นตามโครงสร้างที่ได้กำหนดความเข้าใจเบื้องต้นทางเลขคณิต โดยหาจากนักเรียนปีสุดท้ายในโรงเรียนประถมศึกษาของประเทศอังกฤษและอเมริกา เกี่ยวกับความเข้าใจเบื้องต้นในเรื่อง จำนวนเต็ม เศษส่วน การวัด และการบวก ลบ คูณ หาร มาสร้างเป็นข้อกระทง ซึ่งเป็นแบบสอบถาม 4 ตัวเลือก จำนวน 63 ข้อ ใช้เวลา 45 นาที โดยนำไปใช้กับนักเรียนเกรด 5 และ 6 จำนวน 2,692 คน ปรากฏว่า นักเรียนที่มีจำนวนปีการศึกษาเท่ากัน อายุเท่ากัน ผลการทดสอบทั้งสองประเทศไม่แตกต่างกัน

สำหรับงานวิจัยในประเทศไทยได้มีผู้ศึกษาไว้ดังนี้

อุทุมพร ทองอุไทย (2511 : 65) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบความเข้าใจหลักคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และ 6 จำนวน 1,017 คน ปรากฏว่า

1. นักเรียนชายมีความเข้าใจหลักคณิตศาสตร์ขั้นมูลฐานสูงกว่านักเรียนหญิง
2. นักเรียนโรงเรียนรัฐบาลส่วนกลางมีความเข้าใจหลักคณิตศาสตร์ขั้นมูลฐานสูงกว่านักเรียนโรงเรียนเทศบาล

3. นักเรียนไทยมีความเข้าใจหลักคณิตศาสตร์ขั้นมูลฐานอยู่ในเกณฑ์ต่ำ

พิทักษ์ อัจฉิมวงศ์ (2516 : 53) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจพื้นฐานทางเลขคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 ในโรงเรียนโครงการปรับปรุงและขยายการศึกษาภาคบังคับจำนวน 1,044 คน สรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. นักเรียนในโรงเรียนนอกโครงการมีความเข้าใจพื้นฐานทางเลขคณิตรวมสูงกว่านักเรียนในโรงเรียนในโครงการ
2. นักเรียนทั้งในและนอกโครงการมีความเข้าใจพื้นฐานด้านจำนวนเต็มและการบวก ลบ คูณ หาร จำนวนเต็ม ไม่แตกต่างกัน

3. นักเรียนในและนอกโครงการมีความเข้าใจพื้นฐานด้านการวัดและมาตรฐานการวัดไม่แตกต่างกัน

4. นักเรียนนอกโครงการ มีความเข้าใจพื้นฐานด้านเศษส่วนสูงกว่านักเรียนในโครงการ

5. นักเรียนนอกโครงการมีความเข้าใจพื้นฐานด้านทศนิยมสูงกว่านักเรียนในโครงการ
กรรมวิธีการ (2524 : ย - ฉ) ได้ทำการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และปีที่ 4 ที่เรียนตามหลักสูตรประถมศึกษาฉบับทดลอง และที่เรียนตามหลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2503 พบว่าในชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มทดลองในภาคกลางมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่าง เชื่อถือได้ที่ระดับความเชื่อมั่น 99 เปอร์เซ็นต์ สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า กลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ความเข้าใจและโจทย์ปัญหา) สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่าง เชื่อถือได้ที่ระดับความเชื่อมั่น 99 เปอร์เซ็นต์ ส่วนวิชาคณิตศาสตร์ (ทักษะ) ทั้งสองกลุ่มมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกันทางสถิติ

งานวิจัยเกี่ยวกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

เคลอบาน (Kliebhan 1955 : 95 - 105) ได้ทำการทดลองเพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชาย ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยปรากฏว่า ความแตกต่างของกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อนเห็นได้ชัดที่สุดจากความสามารถในการประมาณค่าตอบ นักเรียนที่มีความสามารถและทักษะในทางคณิตศาสตร์น้อย มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้น้อยด้วย

บุลเวลล์ และ เคอร์ช (Buswell and Kersh 1956 : 63 - 148) ศึกษาเกี่ยวกับแบบแผนการคิดแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการคิดแยกแยะสิ่งที่จะใช้ในการแก้ปัญหา 4 ชนิด ได้แก่ ข้อเท็จจริงที่เกี่ยวข้อง ข้อเท็จจริงที่ไม่เกี่ยวข้อง และรายละเอียดที่จำเป็น โดยกลุ่มตัวอย่างประชากรที่ไปศึกษา เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่นิสิตมหาวิทยาลัย ทำการทดสอบโดยแจกโจทย์ปัญหาให้นักเรียนแต่ละคน ผลปรากฏว่ามีนักเรียนประมาณครึ่งหนึ่งที่สามารถแยกแยะสิ่งซึ่งจะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ มีนักเรียนจำนวนน้อยมากที่มองเห็นสิ่งจำเป็นที่โจทย์ไม่ได้กำหนดให้

สรุปได้ว่า นักเรียนยังขาดความสามารถในการแยกแยะ เนื่องจากได้รับการฝึกฝนการแก้ปัญหา โดยเน้นด้านทักษะ

พุท (Putt 1979 : 5382 - A) ได้ศึกษาถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เมื่อมีขบวนการแก้ปัญหาต่างกัน โดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นปีที่ 5 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องแรกได้รับการสอนกลวิธีการแก้ปัญหา อีกห้องหนึ่งให้นักเรียนได้รับประสบการณ์โดยตรงจากการพยายามให้แก้ปัญหาต่าง ๆ เอง ใช้เวลาทำการทดลอง 4 สัปดาห์ แล้ววัดสัมฤทธิ์ผลในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์พบว่า ไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญของสัมฤทธิ์ผลในการแก้ปัญหานักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม

สำหรับงานวิจัยในประเทศไทยที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้มีผู้ศึกษาไว้ ดังนี้

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2514 : 45) และ บุหงา วัฒนะ (2515 : 28) ได้ทำการวิจัยเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่ กับนักเรียนที่ไม่ได้เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่ โดยทำการวิจัยต่อเนื่องกัน ในปี พ.ศ. 2514 และ 2515 ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 และ 3 ของโรงเรียนในสังกัดกรมสามัญศึกษา ใช้แบบทดสอบความพร้อมทางคณิตศาสตร์ และความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวน ทดสอบกับนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างเพื่อแยกเป็นกลุ่มทดลอง 142 คน เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่และกลุ่มควบคุม 140 คน ไม่ได้เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่ สैตถะครูผู้สอนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองโดยคำนึงถึงความเหมือนกันในเรื่องเพศ วุฒิทางครู และประสบการณ์ พบผลการวิจัยที่สอดคล้องตรงกันอยู่ข้อหนึ่งว่า นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่มีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนที่ไม่ได้เรียนคณิตศาสตร์แนวใหม่

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ 2519 : 36) ได้ทำการวิเคราะห์จุดอ่อนด้านทักษะเบื้องต้นทางการเรียนของนักเรียนประถมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จาก 52 จังหวัด จำนวน 27,897 คน ผลการวิจัยและข้อเสนอแนะสรุปได้ว่า การที่นักเรียนตอบข้อสอบเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาผิดกันมาก น่าจะเนื่องมาจากนักเรียนยังแปลโจทย์ปัญหาออกมาเป็นเครื่องหมายไม่เป็นที่ ซึ่งไม่รู้ว่าโจทย์ว่าอย่างไร หมายถึง การบวก ลบ คูณ หรือหาร ส่วนความสามารถในการบวก ลบ คูณ

หาร นั้นน่าจะ เป็นเพียงส่วนหนึ่งที่ทำให้คิดค่าตบออกมามีค ึ่งเรื่องนี้จึงควรแก้ไขโดยให้ นักเรียนฝึกทำ โจทย์ปัญหาซึ่งต้องอาศัยการตีความหมาย โจทย์ประกอบกัน ความคิดรวบยอดใน เรื่องนั้น ๆ ด้วย

งานวิจัยเกี่ยวกับเขาวนั้ปัญหา กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

งานวิจัยที่ศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างเขาวนั้ปัญหา กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ได้ ศึกษาค้นคว้าไว้หลายท่าน ผู้วิจัยจะนำมากล่าวเพียงบางท่าน เช่น

ฉิฟและสเตรด (Knief and Stroud 1959 : 117 - 120) ได้ทำการศึกษา ถึงความสัมพันธ์ระหว่างเขาวนั้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบสอบที่ใช้วัดเขาวนั้ปัญหา คือแบบสอบแมตริซส์ก้าวหน้ามาตรฐาน และแบบสอบสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนคือ แบบสอบ ITBS (Iowa Tests of Basic Skills) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนอเมริกันระดับ 5 จำนวน 164 คน ผลปรากฏว่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเขาวนั้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีค่า .45

แดลี และคานันโก (Dash and Kanango 1968 : 393) ได้หาความสัมพันธ์ ระหว่างเขาวนั้ปัญหาและสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย 100 คน ปรากฏว่า คะแนนเขาวนั้ปัญหา มีความสัมพันธ์กับสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิชาภาษาอังกฤษ ความรู้ทั่วไป ภาษา และคะแนนรวมในระดับค่อนข้างสูง ยกเว้นวิชาประวัติศาสตร์

สำหรับการวิจัยในประเทศไทย ได้มีผู้ศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างเขาวนั้ปัญหา กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เช่น จากการศึกษาของ สุวิมล ว่องวาณิช (2523 : 59 - 60) ซึ่งได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบเขาวนั้ปัญหา กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แบบสอบที่ใช้วัดเขาวนั้ปัญหาคือ แบบวัดเขาวนั้ปัญหาแมตริซส์ ก้าวหน้ามาตรฐานของราเวน ผลปรากฏว่า องค์ประกอบด้านเขาวนั้ปัญหา มีความสัมพันธ์กับ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .48

จากผลงานวิจัยดังกล่าวจะพบว่า องค์ประกอบด้านเขาวนั้ปัญหา จะมีความสัมพันธ์กับ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนั้นผู้วิจัยจึงเลือกตัวแปรต้นเขาวนั้ปัญหา เป็นตัวแปรร่วมในการ วิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม