การหาแรงในค้ำยันนอกระนาบของโครงข้อหมุนด้วยการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น

นางสาว ศศิธร บรรจงกุลลิขิต

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2553

DETERMINATION OF FORCE IN LATERAL BRACING OF PLANAR TRUSS

BY NONLINEAR ANALYSIS

Miss Sasithorn Bunjongkullikit

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Engineering Program in Civil Engineering

Department of Civil Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2010

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การหาแรงในค้ำยันนอกระนาบของโครงข้อหมุนด้วยการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น
โดย	นางสาว ศศิธร บรรจงกุลลิขิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมโยธา
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วัฒนชัย สมิทธากร

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญสม เลิศหิรัญวงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

....ประธานกรรมการ

(ศาสตราจารย์ ดร.ธีรพงศ์ เสนจันทร์ฒิไชย)

.... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วัฒนชัย สมิทธากร)

.... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จรูญ รุ่งอมรรัตน์)

.... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์.ดร.พฤทธา ณ นคร)

ศศิธร บรรจงกุลลิขิต : การหาแรงในค้ำยันนอกระนาบของโครงข้อหมุนด้วยการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น. (DETERMINATION OF FORCE IN LATERAL BRACING OF PLANAR TRUSS BY NONLINEAR ANALYSIS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: ผศ.ดร.วัฒนชัย สมิทธากร, 63 หน้า.

วิทยานิพนธ์นี้ ศึกษาการคำนวณหาแรงในค้ำยันนอกระนาบของโครงข้อหมุน ด้วยการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นสามมิติ ร่วมกับการพิจารณาผลของความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่จุดต่อ ทั้งนี้ การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นจะคำนึงถึงผลของการเปลี่ยนรูปของโครงสร้าง และความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดที่ไม่เป็นเชิงเส้น ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้ใกล้เคียงกับพฤติกรรมจริงของโครงสร้างมากกว่าการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น งานวิจัยนี้ได้แบ่งการวิเคราะห์ออกเป็นสามกรณีคือ การวิเคราะห์แบบเชิงเส้น การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต และการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทั้งทางเรขาคณิตและทางวัสดุ โดยทำการพัฒนาโปรแกรมด้วยภาษาจาวาเพื่อใช้วิเคราะห์ปัญหาดังกล่าว และใช้วิธีการของนิวตันราฟสันในการคำนวณหาคำตอบ

ความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นของโครงสร้างเป็นสิ่งที่หลีกเลี่ยงได้ยากและไม่สามารถกำหนดได้ล่วงหน้า เพราะอาจเกิดขึ้นระหว่างการเตรียมชิ้นส่วนโครงสร้างที่โรงงานหรือระหว่างการก่อสร้าง ส่งผลให้อัตราส่วนปลอดภัยของโครงสร้างลดลง ด้วยเหตุนี้ จึงอาศัยวิธีทางสถิติเข้ามาช่วยสุ่มหารูปแบบความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่จุดต่อที่ทำให้เกิดแรงในค้ำยันมากที่สุด ขนาดความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นกำหนดให้มีค่าสูงสุดไม่เกิน L/500 ตามมาตรฐาน AISC ผลจากกรณีศึกษาชี้ให้เห็นว่า ถ้าโครงสร้างปราศจากความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น การคำนวณหาแรงในค้ำยัน ไม่ว่าด้วยวิธีการวิเคราะห์แบบเชิงเส้นหรือไร้เชิงเส้นจะให้ผลลัพธ์ที่แตกต่างกันน้อยมาก ในทางตรงกันข้ามหากพิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น แรงในค้ำยันจะเพิ่มขึ้นอีกประมาณ 20% และ 49% เมื่อวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีเชิงเส้นและไร้เชิงเส้น ตามลำดับ ดังนั้นค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นถือเป็นปัจจัยสำคัญที่ควรจะพิจารณาร่วมด้วยในการออกแบบโครงสร้างและการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีไร้เชิงเส้นจะให้ผลลัพธ์ที่ถูกต้องมากกว่า

ภาควิชา.......วิศวกรรมโยธา...	ลายมือชื่อนิสิต ศศิธร บรรจงกุลลิขิต
สาขาวิชา.....วิศวกรรมโยธา....	ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
ปีการศึกษา.....2553..............	

5070465021: MAJOR CIVIL ENGINEERING

KEYWORDS : LATERAL BRACING / PLANAR TRUSS / NONLINEAR ANALYSIS / INITIAL IMPERFECTION / JAVA

SASITHORN BUNJONGKULLIKIT: DETERMINATION OF FORCE IN LATERAL BRACING OF PLANAR TRUSS BY NONLINEAR ANALYSIS. THESIS ADVISOR: ASST.PROF. WATANACHAI SMITTAKORN, Ph.D., 63 pp.

This thesis studies the determination of force in lateral bracing of planar truss by nonlinear analysis in three dimensions. Also, effects of initial imperfection at the connections are investigated. Providing a more accurate result to structural behavior than linear analysis, the nonlinear analysis takes into account the effects of deformed geometry and nonlinear stress-strain relation. Here, three types of analyses are considered: linear, geometric nonlinear and combined geometric and material nonlinear. Employing Newton-Raphson technique in the iteration process, a computer program is developed using Java language.

Initial imperfection of a structure, occurring during pre-fabrication and installation processes, is usually unavoidable and unpredictable in normal practice. As a result, structural safety factor is reduced. In order to find the maximum force in lateral bracing, a random process is employed for initial imperfection pattern of the structure with the magnitude capped within L/500, according to AISC Specification. Results from case studies indicate that in the absence of initial imperfection, forces in lateral bracing computed by linear and nonlinear analyses have only little difference. In contrast, if initial imperfection is taken into account, the force in lateral bracing will increase approximately 20% and 49% when using linear and nonlinear analyses, respectively. Therefore, initial imperfection is a significant factor to be considered in the design process and the method of nonlinear analysis is necessary.

Department :	CIVIL ENGINEERING	Student's Signature	
Field of Study :	CIVIL ENGINEERING	Advisor's Signature	
Academic Year :	2010		

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้รับความกรุณาและความอนุเคราะห์จาก ผศ.ดร.วัฒนชัย สมิทธากร อาจารย์ที่ปรึกษางานวิจัย ตลอดระยะเวลาของการศึกษา โดยท่านได้ให้คำปรึกษาและการสั่งสอนที่เป็นประโยชน์อย่างยิ่งในการดำเนินงานวิจัย พร้อมทั้งประสบการณ์นอกเหนือจากเนื้อหาที่ทำการศึกษา ขอกล่าวขอบพระคุณ ผศ.ดร.วัฒนชัย สมิทธากร

และวิทยานิพนธ์นี้จะไม่สามารถลุล่วงไปได้หากปราศจากบุคคลดังต่อไปนี้ ขอขอบคุณคณาจารย์ทุกท่านที่มอบวิชาความรู้ทั้งภาคทฤษฎีและภาคปฏิบัติ ขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ทุกท่าน ศ.ดร.ธีรพงศ์ เสนจันทร์ฒิไชย ผศ.ดร.จรูญ รุ่งอมรรัตน์ และรศ.ดร.พฤทธา ณ นคร ที่ได้เสียสละเวลาอันมีค่าในการตรวจสอบแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอขอบพระคุณ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และ International School of Engineering (ISE) ที่เอื้อเฟื้อโปรแกรม ANSYS version 12.1 ขอขอบคุณ หน่วยงานบัณฑิตวิทยาลัยและหน่วยงานบัณฑิตภาควิศวกรรมโยธา และคุณ วรรณา ช้างเกิด ธุรการภาคส่วนประสานงานบัณฑิตศึกษา ในการติดต่อประสานงานระเบียบการจนจบการศึกษา ขอขอบคุณนาย ณัฐวัช บุญมา และ นางสาว สิริลักษณ์ บรรจงกุลลิขิต ที่คอยช่วยเหลือและให้กำลังใจจนวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ ตลอดจนเพื่อนและพี่น้องนิสิตปริญญาโท/เอก สาขาวิศวกรรมโครงสร้างทุกคนที่ร่วมศึกษาเล่าเรียนกันมาจนจบ

สุดท้ายนี้ผู้แต่ง ขอขอบพระคุณ บิดามารดาที่ให้กำเนิดชีวิต ความรัก เลี้ยงดู อบรมสั่งสอนและให้การศึกษาที่ดี ตั้งแต่เล็กจนโต และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จะก่อประโยชน์ให้แก่ผู้ที่สนใจหรือผู้ทำวิจัยไม่มากก็น้อยในการจุดประกายความคิดและเป็นรากฐานของวิจัยอื่นต่อไป

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง	ญ
สารบัญภาพ	ฎ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย	2
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย	2
1.4 ขั้นตอนและวิธีการดำเนินงานวิจัย	3
บทที่ 2 ปริทัศน์วรรณกรรม	4
2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับค้ำยัน	4
2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลศาสตร์การคำนวณ	9
บทที่ 3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	11
3.1 การวิเคราะห์โครงถักสามมิติแบบเชิงเส้น	11
3.1.1 การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีเมตริกซ์	11
3.1.2 การหาเมตริกซ์การแปลงพิกัด	13
3.1.3 การหาอิลาสติกสติฟเนสเมตริกซ์ขององค์อาคารโครงถักสามมิติ	14
3.1.4 การรวมอีลาสติกสติฟเนสเมตริกซ์ขององค์อาคารเป็นอีลาสติกสติฟเนสเมตริกซ์ของโครงสร้าง	15
3.2 การวิเคราะห์โครงถักสามมิติแบบไร้เชิงเส้น	16
3.2.1 การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต	16
3.2.2 การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุ	17
3.2.3 การวิเคราะห์แบบไร้แบบผสม	18
3.3 การวิเคราะห์เสถียรภาพของโครงสร้าง	19

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.3.1 การวิเคราะห์เสถียรภาพแบบเชิงเส้น.. 19

3.3.2 การวิเคราะห์เสถียรภาพแบบไร้เชิงเส้น.. 20

บทที่ 4 ระเบียบวิธีการเชิงตัวเลข………….…………………………………………… 21

4.1เทคนิคการแก้ระบบสมการแบบไร้เชิงเส้น.. 21

4.2 วิธีการกระทำซ้ำ……………………………………………………………………. 21

4.3 การตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบของการแก้ระบบสมการแบบไร้เชิงเส้น........... 22

4.4 ตัวคูณการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักบรรทุกอัตโนมัติ.. 23

4.5 เทคนิคการแก้ปัญหาการวิเคราะห์เสถียรภาพแบบไร้เชิงเส้น……………………… 23

4.6 ระเบียบวิธีการแบ่งครึ่งช่วง……………………………………………………… 23

4.7 เทคนิคการแก้ปัญหาการหาค่าไอเก้นเจาะจงวิกฤต... 24

บทที่ 5 การพัฒนาโปรแกรม…………………….………………………………… 26

5.1 บทนำ...……………………………………... 26

5.2 ส่วนประกอบและขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม... 27

5.2.1 ส่วนป้อนข้อมูล... 27

5.2.2 ส่วนประมวลผล... 27

5.2.2.1 แผนภูมิสายงานการวิเคราะห์โครงข้อหมุนสามมิติ…………………. 28

5.2.2.2 แผนภูมิสายงานการวิเคราะห์เสถียรภาพของโครงสร้าง.................. 33

5.2.2.3 แผนภูมิสายงานการสุ่มค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นของโครงข้อหมุน... 36

บทที่ 6 ผลการศึกษา…………….………………………………………………… 37

6.1โครงข้อหมุนทรงโดม.. 37

6.2 โครงข้อหมุนทรงพีรามิด…………..….…………………………………………... 39

6.3 สะพานลอยโครงข้อหมุน.. 41

6.4 ผลของความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นต่อแรงในค้ำยัน.. 47

6.4.1 ผลการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น.. 48

6.4.2 ผลการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น.. 51

6.4.3 ผลการวิเคราะห์ทางสถิติ.. 53

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่7 สรุปผลและข้อเสนอแนะ... 54

7.1 สรุปผลการวิจัย... 54

7.2 ข้อเสนอแนะ.. 56

รายการอ้างอิง... 57

ภาคผนวก.. 59

ภาคผนวก ก... 60

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์.. 63

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
2.1	ค่าแรงอัดวิกฤตที่วัดได้จากการทดลอง..	7
6.1	การเปรียบเทียบน้ำหนักบรรทุกวิกฤต..	40
6.2	ผลการวิเคราะห์การกระจัดที่โหนด 5 ณ น้ำหนักบรรทุกวิกฤต.........................	40
6.3	ผลการวิเคราะห์แรงภายในชิ้นส่วน ณ น้ำหนักบรรทุกวิกฤต............................	40
6.4	ขนาดหน้าตัดของชิ้นส่วนสะพานลอยโครงข้อหมุน……………………………..	41
6.5	ขนาดหน้าตัดค้ำยันที่ปลายชิ้นส่วนต่อน้ำหนักบรรทุกวิกฤต.…………………..	42
6.6	ผลการวิเคราะห์สะพานลอยโครงข้อหมุนที่น้ำหนักบรรทุกใช้งาน…………….....	43
6.7	ความน่าจะเป็นที่แรงในค้ำยันจากการคิดผลความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นจะมีค่ามากกว่าการวิเคราะห์แบบปกติ..	53
6.8	การเปรียบเทียบค่าแรงดึงและแรงอัดในค้ำยันจากวิธีการวิเคราะห์แบบต่างๆ....	55

สารบัญภาพ

รูปที่		หน้า
2.1	ความสัมพันธ์ระหว่างแรงอัดวิกฤติกับค่าสติฟเนสของค้ำยัน…………………...	4
2.2	ความสัมพันธ์ระหว่างแรงอัดวิกฤติกับค่าการเสียรูปและแรงในค้ำยัน...............	5
2.3	เสาที่ถูกค้ำยัน 3 ตำแหน่ง..	5
2.4	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างวิธีการของวินเตอร์กับค่าผลเฉลยแม่นตรง......	5
2.5	รหัสที่ใช้บอกชนิดของคานสำเร็จรูปที่มีการผลิต..	6
2.6	แบบจำลองการทดสอบด้านข้าง..	6
2.7	การติดตั้งค้ำยัน..	6
2.8	ความสัมพันธ์ระหว่างแรงอัดวิกฤตกับแรงในค้ำยันที่สติฟเนส 16 Ib/in ,32 Ib/in	7
2.9	ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนค้ำยันของเสากับค่าความแข็งแกร่งในอุดมคติของค้ำยัน...	8
2.10	แบบจำลองการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นสามมิติ และ แบบจำลองของวินเตอร์....	8
2.11	ผลการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นสามมิติกับแบบจำลองของวินเตอร์..................	8
2.12	วิธีการ นิวตัน-ราฟสัน..	9
2.13	วิธีการ Arc-length method……………………………………………..	9
2.14	วิธี Incremental method..	10
2.15	วิธี Standard Newton–Raphson method………………………………..	10
2.16	วิธี Modified Newton-Raphson method…………………………………	10
3.1	แผนภาพวิธีการสติฟเนสโดยตรง..	13
3.2	การแปลงพิกัดชิ้นส่วนเป็นระบบพิกัดรวม...	13
3.3	โครงสร้างตัวอย่างเพื่อแสดงการรวมอิลาสติกสติฟเนสของโครงสร้าง...............	15
3.4	ความสัมพันธ์ระหว่างค่าความเค้นกับความเครียดแบบ Bi-linear……………...	18
3.5	การเปรียบเทียบพฤติกรรมไร้เสถียรภาพแบบเชิงเส้นและไร้เชิงเส้น..................	20
4.1	วิธีแบ่งครึ่งช่วง...	24
5.1	องค์ประกอบของโปรแกรม..	26
5.2	ส่วนประกอบของโปรแกรม...	27
5.3	แผนภูมิสายงานการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น...	28
5.4	แผนภูมิสายงานการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น..	39

สารบัญภาพ (ต่อ)

รูปที่		หน้า
5.5	แผนภูมิแสดงขั้นตอนย่อย(A),(B)ของการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต	30
5.6	แผนภูมิแสดงขั้นตอนย่อย (A), (B) ของการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุ.....	31
5.7	แผนภูมิแสดงขั้นตอนย่อย (A), (B) ของการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นผสม..........	32
5.8	แผนภูมิแสดงการวิเคราะห์เสถียรภาพแบบเชิงเส้น.......................................	33
5.9	แผนภูมิแสดงการวิเคราะห์เสถียรภาพแบบไร้เชิงเส้น....................................	34
5.10	แผนภูมิสายงานการสุ่มค่าความไม่สมบรูณ์ตั้งต้น………………………………	36
6.1	รายละเอียดโครงข้อหมุนทรงโดม...	37
6.2	ผลการวิเคราะห์โครงข้อหมุนทรงโดมด้วยวิธีการแบบเชิงเส้น ไร้เชิงเส้นทาง เรขาคณิต และไร้เชิงเส้นแบบผสม..	38
6.3	รายละเอียดโครงข้อหมุนทรงพีรามิด..	39
6.4	รายละเอียดสะพานลอยโครงข้อหมุน...	41
6.5	การจำลองค้ำยันที่ปลายชิ้นส่วน..	42
6.6	กราฟความสัมพันธ์ระหว่างหน้าตัดของค้ำยันที่ปลายต่อน้ำหนักบรรทุกวิกฤต...	43
6.7	กราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกภายนอกกับการกระจัดสูงสุดที่จุดต่อ	44
6.8	กราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกภายนอกกับแรงอัดในค้ำยัน............	44
6.9	กราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกภายนอกกับแรงดึงในค้ำยัน............	45
6.10	กราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกภายนอกกับแรงอัดในโครงถักหลัก...	45
6.11	กราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกภายนอกกับแรงดึงในโครงถักหลัก....	45
6.12	รูปร่างการโก่งเดาะแบบเชิงเส้น..	46
6.13	รูปร่างการโก่งเดาะแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต...	46
6.14	รูปร่างการโก่งเดาะแบบไร้เชิงเส้นผสม..	46
6.15	กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงในค้ำยันกับจำนวนตัวอย่างการสุ่มค่า ความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น………………………………………………………..	48
6.16	กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงอัดในค้ำยันกับจำนวนตัวอย่างการสุ่ม ค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น……………………………………………………..	48
6.17	ค่าแรงดึงในค้ำยันจากการสุ่มค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น 20,000 ตัวอย่าง ด้วย การวิเคราะห์แบบเชิงเส้น...	49

สารบัญภาพ (ต่อ)

รูปที่		หน้า
6.18	ค่าแรงอัดในค้ำยันจากการสุ่มค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น 20,000 ตัวอย่าง ด้วยการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น..	50
6.19	ค่าแรงดึงในค้ำยันจากการสุ่มค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น 20,000 ตัวอย่าง ด้วยการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น..	51
6.20	ค่าแรงอัดในค้ำยันจากการสุ่มค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น 20,000 ตัวอย่าง ด้วยการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น..	52

สัญลักษณ์

[..] คือสัญลักษณ์ของเมตริกซ์

{..} คือสัญลักษณ์ของเวกเตอร์

$[..]^T$ คือสัญลักษณ์ของทรานสโพส

$||..||_2$ คือค่ายูคลีเดียนนอร์ม

A คือพื้นที่หน้าตัดขององค์อาคาร

{P} คือเวกเตอร์น้ำหนักบรรทุกภายนอก

[N] คือเมตริกซ์แปลงการเปลี่ยนตำแหน่ง

$[N_0^T]$ คือเมตริกซ์การเปลี่ยนตำแหน่งที่สภาวะตั้งต้น

$[N_j^T]$ คือเมตริกซ์การเปลี่ยนตำแหน่งที่สภาวะอ้างอิง j ใดๆ

{F} คือเวกเตอร์แรงภายในองค์อาคาร

$\{F_j\}$ คือเวกเตอร์แรงภายในองค์อาคารที่สภาวะอ้างอิง j ใดๆ

$[K_E]$ คือเมตริกซ์สติฟเนสยืดหยุ่นเชิงเส้นของระบบพิกัดหลัก

$[K_T(\epsilon)_j]$ คือสติฟเนสสัมผัสของโครงสร้างที่เป็นฟังก์ชั่นของค่าความเครียดที่สภาวะอ้างอิง j ใดๆ

$[K_E(\epsilon)_j]$ คือสติฟเนสยืดหยุ่นของโครงสร้างที่เป็นฟังก์ชั่นของค่าความเครียดที่สภาวะอ้างอิง j ใดๆ

[K] คือเมตริกซ์สติฟเนสยืดหยุ่นเชิงเส้นขององค์อาคาร

$\{\Delta\}$ คือเวกเตอร์การกระจัดขององค์อาคาร

$\{\delta\}$ คือเวกเตอร์การกระจัดที่จุดต่อของโครงสร้าง

l,m,n คือค่าโคไซน์มุมระหว่างระบบพิกัดรวมกับระบบพิกัดเฉพาะแกน x,y,z ตามลำดับ

L คือค่าความยาวขององค์อาคาร

สัญลักษณ์ (ต่อ)

L_0 คือค่าความยาวเริ่มต้นขององค์อาคาร

$\{dP\}$ คือเวกเตอร์การเปลี่ยนแปลงน้ำหนักบรรทุกที่จุดต่อ

$[K_T]$ คือเมตริกซ์สติฟเนสสัมผัส

$\{d\delta\}$ คือเวกเตอร์การเปลี่ยนแปลงการกระจัดที่จุดต่อ

$\{\Delta\delta_j\}$ คือเวกเตอร์การกระจัดที่สภาวะอ้างอิง j ใดๆ

$[K_G]$ คือจีโอเมตริกซ์สติฟเนสขององค์อาคารระบบพิกัดหลัก

$[K_G]_j$ คือจีโอเมตริกซ์สติฟเนสขององค์อาคารระบบพิกัดหลักที่สภาวะอ้างอิง j ใดๆ

E_1 คือค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุ

E_2 คือค่าอินอิลาสติกโมดูลัสของวัสดุ

ϵ คือค่าความเครียดขององค์อาคาร

ϵ_y คือค่าความเครียดขององค์อาคารที่จุดคราก

λ คือตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต

ψ คือโหมดการโก่งเดาะ

$\{P_{cr}\}$ คือเวกเตอร์น้ำหนักบรรทุกวิกฤตแบบยืดหยุ่น

$\{P_0\}$ คือเวกเตอร์น้ำหนักบรรทุกภายนอกเริ่มต้น

$\{R\}$ คือพิกัดของโหนด

$\{P'\}$ คือเวกเตอร์น้ำหนักบรรทุกไม่สมดุล

ϵ คือค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้

x_i,y_i,z_i คือพิกัดของโหนด i แกน x,y,z ตามลำดับ

ศัพท์วิทยาการ

การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต	Geometrically nonlinear analysis
การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุ	Material nonlinear analysis
การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นผสม	Combination of nonlinear analysis
เมตริกซ์การแปลงพิกัด	Transformation matrix
จุดขีดจำกัด	Limit point
น้ำหนักบรรทุกวิกฤต	Critical load
การวิเคราะห์เสถียรภาพแบบเชิงเส้น	Linear bucking analysis
การวิเคราะห์เสถียรภาพแบบไร้เชิงเส้น	Nonlinear buckling analysis
ระดับขั้นความเสรี	Degree of freedom
วัสดุเชิงเส้นคู่	Bilinear material
เสถียรภาพ	Stability

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมา

ในประเทศไทยมีการก่อสร้างมากมาย และโครงสร้างประเภทโครงข้อหมุนเป็นส่วนประกอบอย่างนึงของการก่อสร้างหลากหลายประเภท อาทิ โครงหลังคา โครงสะพาน สนามกีฬา หรือป้ายโฆษณา เป็นต้น เนื่องจากโครงข้อหมุนมีข้อดีหลายประการ เช่น สามารถเตรียมการประกอบ (Pre-fabrication) ที่โรงงานแล้วนำมาติดตั้ง (Installation) ที่หน้างานได้ มีน้ำหนักเบา รวมทั้งง่ายต่อการซ่อมบำรุงอีกด้วย ในการวิเคราะห์และการออกแบบโครงข้อหมุนนั้น ต้องพึงระวังอย่างมากในเรื่องความมีเสถียรภาพ และความแข็งแรงของระบบโครงสร้าง ชิ้นส่วนสำคัญสำหรับช่วยเสริมสภาพดังกล่าวคือ ระบบค้ำยัน (Bracing System)

ระบบค้ำยันเป็นส่วนของโครงสร้างที่มีหน้าที่เพิ่มความแข็งแรง (Strength) และความมีเสถียรภาพ (Stability) ให้แก่โครงสร้างหลัก เพื่อให้สามารถรับน้ำหนักบรรทุกได้ตามที่ออกแบบ ระบบค้ำยันสามารถนำมาใช้งานได้หลายลักษณะ เช่น ใช้ในการรับแรงลมหรือแรงทางด้านข้าง ใช้ป้องกันการบิดตัวของคานหรือโครงถัก ใช้ป้องกันการโก่งเดาะ (Buckling) ของชิ้นส่วนรับแรงอัด รวมทั้งช่วยในการต้านทานแรงแผ่นดินไหว เป็นต้น

จากเหตุผลข้างต้น งานวิจัยนี้จึงเล็งเห็นถึงความสำคัญของระบบค้ำยัน โดยจะศึกษาหาแรงในค้ำยันนอกระนาบของโครงถักแบบพิจารณาผลของความไม่เชิงเส้น (Nonlinearity) และความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่จุดต่อ (Initial imperfection) ทั้งนี้เนื่องจาก การวิเคราะห์โครงถักแบบเชิงเส้น มีข้อจำกัดว่า โครงสร้างเกิดการเสียรูปน้อย วัสดุมีพฤติกรรมแบบอิลาสติกเชิงเส้นและสมการสมดุลพิจารณาที่ตำแหน่งก่อนการเปลี่ยนรูปของโครงสร้าง (Undeformed configuration) ซึ่งการใช้วิธีการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น ที่คำนึงถึงเรขาคณิตของโครงสร้าง และความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดที่ไม่เป็นเชิงเส้น จะให้ผลลัพธ์ใกล้เคียงกับพฤติกรรมจริงของโครงสร้างมากกว่า ส่วนค่าความไม่สมบรูณ์ตั้งต้น จะส่งผลให้แรงในค้ำยันเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงมุมของจุดต่อ ซึ่งอาจส่งผลต่อค่าสัมประสิทธิ์ความปลอดภัย (Safety factor) ในการออกแบบลดลง

อย่างไรก็ตาม การกำหนดรูปแบบความไม่สมบรูณ์ตั้งต้นที่จุดต่อเพื่อใช้ในการคำนวณแทบเป็นไปไม่ได้ในทางปฏิบัติ สิ่งเหล่านี้เป็นสิ่งที่ไม่สามารถคาดเดาได้ล่วงหน้า เช่น ความไม่สมบูรณ์ที่เกิดจากการก่อสร้างที่หน้างาน หรือความไม่สมบูรณ์อันเนื่องมาจากการเตรียมการประกอบในโรงงาน เป็นต้น งานวิจัยนี้จึงอาศัยวิธีทางสถิติเข้ามาช่วยสุ่มรูปแบบความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่จุดต่อเพื่อหาแรงในค้ำยันมากที่สุด โดยทำการสุ่มตัวอย่างทั้งหมด 20,000 ตัวอย่าง ผลจากการศึกษาจะแสดงให้เห็นถึง ความแตกต่างของค่าแรงในค้ำยันที่ได้จากวิธีการวิเคราะห์โครงสร้างแบบต่างๆ และอิทธิพลของความไม่สมบรูณ์ตั้งต้นที่มีต่อแรงในค้ำยัน

1.2 <u>วัตถุประสงค์ของงานวิจัย</u>

1. ศึกษาทฤษฎีและวิธีการวิเคราะห์โครงถักสามมิติแบบเชิงเส้นและไร้เชิงเส้น
2. พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับวิเคราะห์โครงถักสามมิติที่มีพฤติกรรมแบบเชิงเส้นและไร้เชิงเส้น และนำไปประยุกต์ใช้วิเคราะห์หาแรงในค้ำยันทางด้านข้างของโครงถักในระนาบ
3. ศึกษาผลของวิธีการวิเคราะห์โครงสร้างแบบต่างๆต่อแรงในค้ำยัน
4. ศึกษาผลของความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นต่อแรงในค้ำยัน

1.3 <u>ขอบเขตของงานวิจัย</u>

1. การวิเคราะห์โครงสร้างแบบไร้เชิงเส้น ประกอบด้วย แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต แบบไร้เชิงเส้น ทางวัสดุ และแบบไร้เชิงเส้นผสม
2. วัสดุทุกชิ้นมีคุณสมบัติแบบไบลีเนีย (Bi-linear material)
3. ขนาดความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นมีค่ามากที่สุดเท่ากับ L/500 ตามข้อกำหนด AISC 2005
4. ไม่พิจารณาพฤติกรรมหลังการโก่งเดาะของโครงสร้าง (Post buckling) การโก่งเดาะเนื่องจากการดัดของชิ้นส่วน (flexural buckling) และ การโก่งเดาะเฉพาะแห่ง (Local buckling)
5. น้ำหนักบรรทุกภายนอกกระทำที่จุดต่อในแนวดิ่งเท่านั้น
6. จุดต่อทั้งหมดเป็นแบบยึดหมุน

1.4 <u>ขั้นตอนและวิธีการดำเนินงานวิจัย</u>

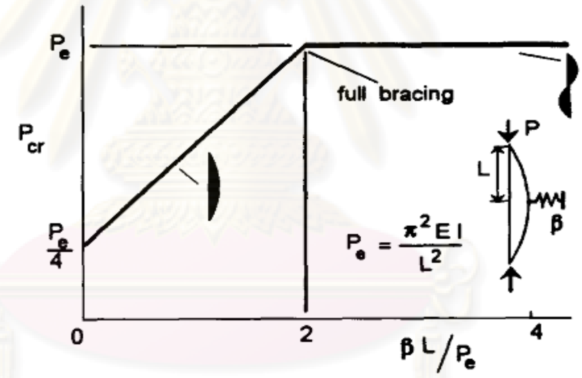
1. ศึกษางานวิจัยในอดีต
2. ศึกษาทฤษฎีการวิเคราะห์โครงสร้างแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต ทางวัสดุ และแบบผสม ศึกษาทฤษฎีเสถียรภาพ และศึกษาวิธีการสุ่มความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น
3. ศึกษาระเบียบวิธีการเชิงตัวเลขและภาษาจาวาเพื่อใช้ในการเขียนโปรแกรม
4. พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้วิเคราะห์โครงสร้าง
5. ตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมกับงานวิจัยในอดีต
6. วิเคราะห์ปัญหาตัวอย่าง (Case studies)
7. รวบรวมและสรุปผลการวิจัย
8. จัดทำวิทยานิพนธ์

บทที่ 2
ปริทัศน์วรรณกรรม

เนื้อหาบทนี้กล่าวถึงงานวิจัยในอดีต โดยจำแนกออกเป็น 2 กลุ่มใหญ่ คือ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับค้ำยัน และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลศาสตร์การคำนวณ

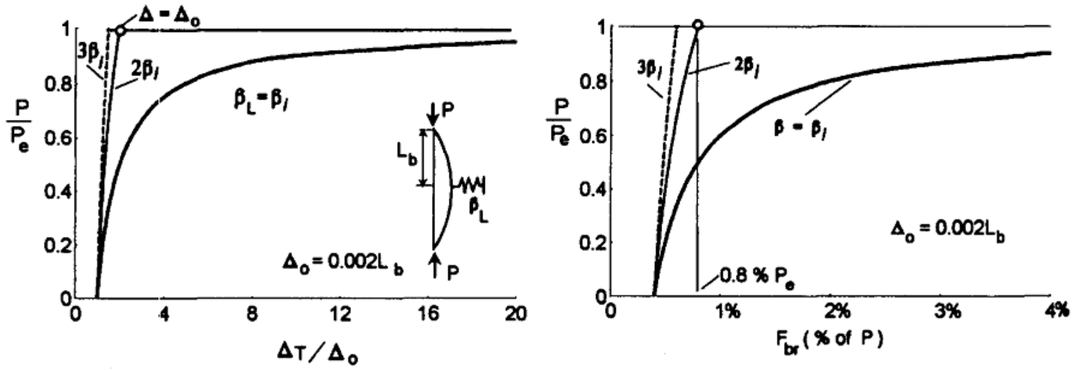
2.1 <u>งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับค้ำยัน</u>

Winter G. [9] ศึกษาหาค่าสติฟเนสของค้ำยันที่สภาวะค้ำยันเต็มที่ (Full bracing) คือสภาวะที่ทำให้เสาเกิดการโก่งเดาะระหว่างช่วงค้ำยันและเกิดค่าแรงอัดวิกฤตสูงสุด พบว่าความสัมพันธ์ระหว่างแรงอัดวิกฤตกับค่าสติฟเนสค้ำยันในช่วงก่อนเกิดพฤติกรรมแบบค้ำยันเต็มที่จะมีความสัมพันธ์กันแบบเชิงเส้น และค่าสติฟเนสของค้ำยันที่ทำให้เกิดสภาวะค้ำยันเต็มที่พิจารณาจากเสาสมบรูณ์ คือ 2Pe/L ดังรูปที่ 2.1



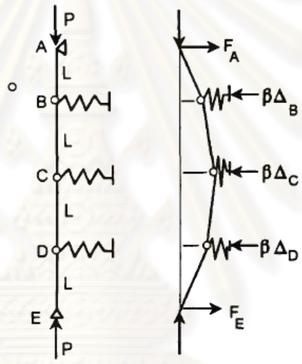
รูปที่ 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงอัดวิกฤติกับค่าสติฟเนสของค้ำยัน [9]

ต่อมาเขาทำการทดลองวัดแรงในค้ำยันทางด้านข้างเพื่อเปรียบเทียบกับผลทางทฤษฎีพบว่าค่าสติฟเนสที่ทำให้เกิดสภาวะค้ำยันเต็มที่ตามทฤษฎีนั้น ไม่เพียงพอที่จะทำให้เกิดสภาวะค้ำยันเต็มที่ในความเป็นจริง เนื่องจากเสามีความไม่สมบรูณ์ตั้งต้น (Initial imperfection) เกิดอยู่ เขาจึงพัฒนาสมการขึ้นใหม่โดยพิจารณาผลของความไม่สมบรูณ์ตั้งต้น พบว่าค่าสติฟเนสของค้ำยันที่เพียงพอจะทำให้เสาเกิดการโก่งเดาะระหว่างค้ำยันนั้นควรมีค่าไม่น้อยกว่า 2 เท่าของกรณีเสาสมบรูณ์ และให้ค่าแรงในค้ำยันมากที่สุดเท่ากับ 0.8% ของแรงอัดวิกฤติ ดังรูปที่ 2.2

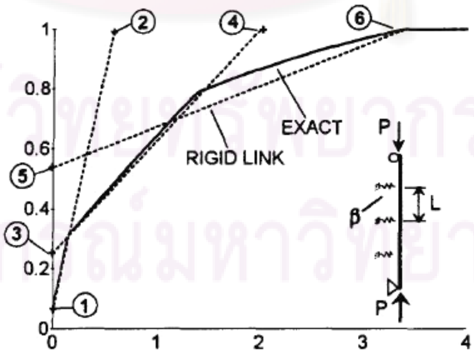


รูปที่ 2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงอัดวิกฤติกับค่าการเสียรูปและแรงในค้ำยัน [9]

Yura J.A. [11] ศึกษาพฤติกรรมของค้ำยันก่อนถึงสภาวะค้ำยันเต็มที่ โดยใช้แบบจำลองของวินเตอร์ในการทำนาย กรณีศึกษาเป็นเสาที่ถูกค้ำยัน 3 ตำแหน่ง ดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 เสาที่ถูกค้ำยัน 3 ตำแหน่ง [11]

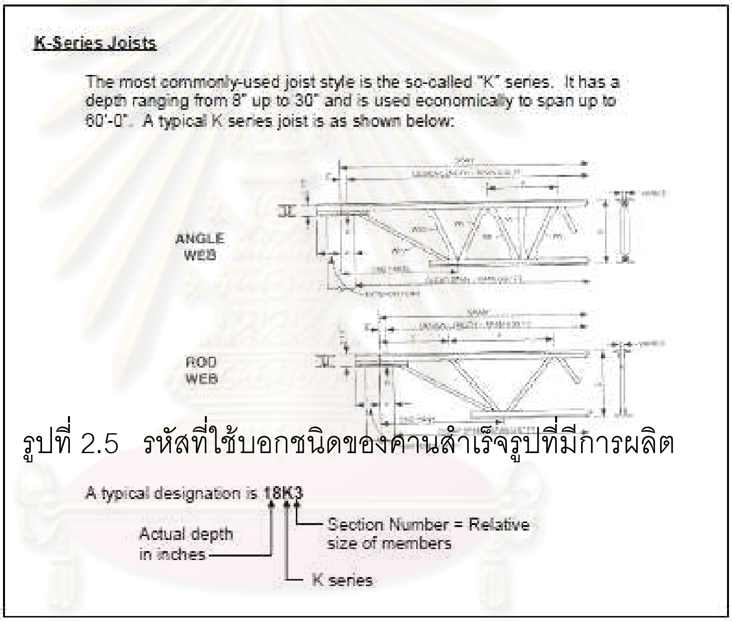


รูปที่ 2.4 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างวิธีการของวินเตอร์กับค่าผลเฉลยแม่นตรง [11]

รูปที่ 2.4 เส้นประคือเส้นจากแบบจำลองวินเตอร์ โดยการหาความสัมพันธ์ของแรงอัดวิกฤติกับสติฟเนสของค้ำยันทางด้านข้างทีละโหมด แล้วลากเส้นของแต่ละคำตอบเชื่อมกันจะสามารถประมาณพฤติกรรมก่อนค้ำยันเต็มที่ได้ เส้นประจากจุดที่ 1ถึงจุดที่ 2 คือความสัมพันธ์ของ

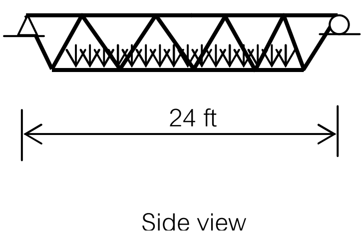
แรงอัดวิกฤตกับสติฟเนสของค้ำยันทางด้านข้างในโหมดที่ 1 เส้นปะจากจุดที่ 3 ถึงจุดที่ 4 และเส้นปะจากจุดที่ 5 ถึงจุดที่ 6 คือความสัมพันธ์ของโหมดที่ 2 และ 3 ตามลำดับ ในขณะที่เส้นทึบคือเส้นจากผลเฉลยแม่นตรง (Exact solution) เมื่อเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์พบว่าให้ค่าที่ใกล้เคียงกัน

พรรณนภา เหราบัตย์ และ ประกิจ เปรมธรรมกร [2] ศึกษาพฤติกรรมการโก่งเดาะทางด้านข้างของคานเหล็กสำเร็จรูปแบบเอวเปิด (Open web steel joist) โดยคานเหล็กสำเร็จรูปแบบเอวเปิดที่ใช้ในการทดลอง คือ ชนิด 12K1 (เป็นรหัสที่ใช้บอกชนิดของคานสำเร็จรูปที่มีการผลิตกันในปัจจุบัน ดูรายละเอียดตามรูปที่ 2.5)

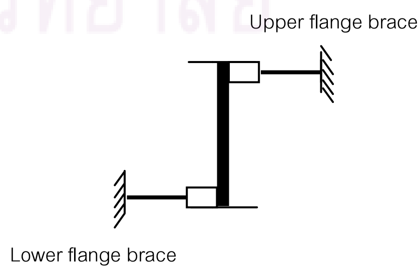


รูปที่ 2.5 รหัสที่ใช้บอกชนิดของคานสำเร็จรูปที่มีการผลิต

แบบจำลองการทดสอบเป็นฐานรองรับแบบยึดหมุนอย่างง่าย (Simple support) ที่ปลายทั้งสองด้าน ซึ่งมีแรงกระทำกระจายตลอดปีกล่าง และถูกค้ำยันที่กึ่งกลางคานทั้งปีกบนและปีกล่าง ดังรูปที่ 2.6 และ รูปที่ 2.7 ตามลำดับ



รูปที่ 2.6 แบบจำลองการทดสอบด้านข้าง [2]

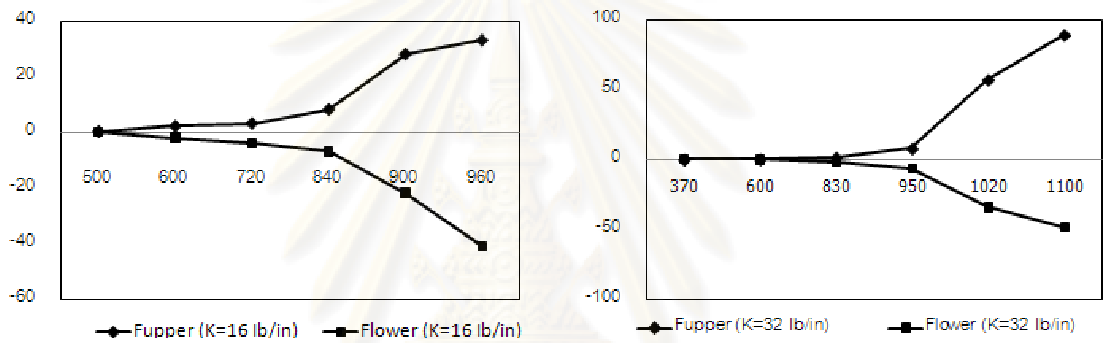


รูปที่ 2.7 การติดตั้งค้ำยัน [2]

กรณีศึกษาแบ่งออกเป็น 3 กรณี คือ กรณีที่ไม่มีค้ำยัน กรณีที่ค้ำยันมีค่าความแข็งแกร่ง (Stiffness) เท่ากับ16 lb/in, 32 lb/in ตามลำดับ โดยทำการวัดแรง 2 ชนิด คือ แรงอัดวิกฤต และแรงในค้ำยัน ดังตารางที่ 2.1 และรูปที่ 2.8 ตามลำดับ

ตารางที่ 2.1 ค่าแรงอัดวิกฤตที่วัดจากการทดลอง

Critical Load (Uniform load ,lb/ft)				
First Mode	Test1(Unbraced)	Test2(k=16lb/in)	Test3(k=32lb/in)	Second Mode
600	500	820	950	1810

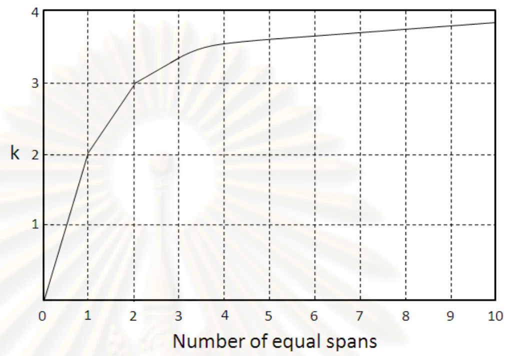


รูปที่ 2.8 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงอัดวิกฤตกับแรงในค้ำยันที่สติฟเนส 16 lb/in, 32 lb/in [2]

จากตารางที่ 2.1 พบว่า คานเหล็กสำเร็จรูปกรณีไม่มีค้ำยัน ค่าแรงอัดวิกฤตที่วัดได้มีค่าน้อยกว่าแรงอัดวิกฤตตามทฤษฎีแบบการโก่งเดาะในโหมดที่ 1 (โก่งเดาะรูปครึ่งลูกคลื่น) ส่วนการทดลองที่ 2 และ 3 ค่าแรงอัดวิกฤตที่วัดได้มีค่าระหว่างช่วงการโก่งเดาะในโหมดที่ 1 และ 2 แสดงว่าค่าความแข็งแกร่งของค้ำยันนั้นน้อยกว่าค่าความแข็งแกร่งในอุดมคติตามทฤษฎีของวินเตอร์ ส่วนแรงภายในค้ำยันที่วัดจากการทดลองจะมีค่าต่ำกว่าวินเตอร์ ที่สภาวะ $P \leq P_{cr}$ แต่หากพิจารณาที่สภาวะหลังการโก่งเดาะของโครงสร้างจะมีค่ามากกว่าทฤษฎีของวินเตอร์ ดังรูปที่ 2.8 ดังนั้นหากต้องการออกแบบแรงในค้ำยันให้คลอบคลุมถึงพฤติกรรมหลังการโก่งเดาะแล้วควรให้แรงในค้ำยัน เท่ากับ 2เท่าของทฤษฎีวินเตอร์

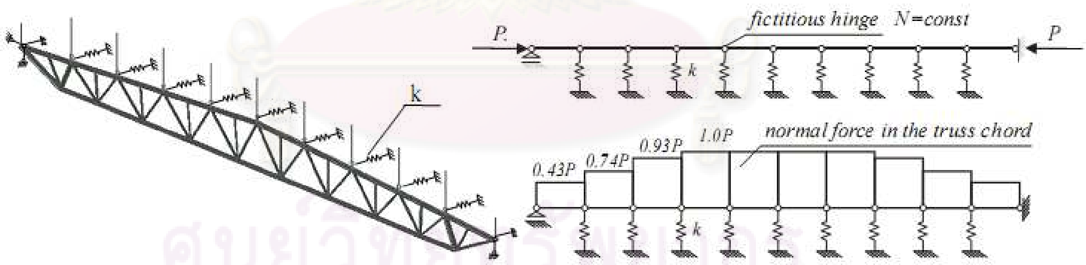
AISC [5] คือมาตรฐานที่กำหนดการหาค่าแรงในค้ำยัน ว่ามีค่าเท่ากับ 1% แรงอัดตามแนวแกน เริ่มจากศึกษาหาค่าสติฟเนสของค้ำยันในอุดมคติ (Ideal stiffness) ที่มากสุด โดยหลักการพื้นฐานของวินเตอร์ พบว่า เมื่อทำการเพิ่มจำนวนค้ำยันขึ้นเรื่อยๆ ค่าความแข็งแกร่งของ

ค้ำยันในอุดมคติ จะมีค่าลู่เข้า 4Pcr/L ดังรูปที่ 2.9 ค่าดังกล่าวสามารถนำมาคำนวณหาแรงในค้ำยันได้โดยสมการ F = 2Ki x D เมื่อ Ki คือ ค่าความแข็งแกร่งในอุดมคติของค้ำยัน และ D คือค่าการเสียรูปที่มากที่สุด ณ จุดค้ำยัน ซึ่งค่าการเสียรูปดังกล่าวจะมีค่ามากสุดไม่เกิน L/500 หากออกแบบค้ำยันให้มีค่าสติฟเนสมากกว่าหรือเท่ากับ 2Ki [10] ด้วยเหตุนี้ค่าแรงที่มากที่สุดที่สามารถเกิดขึ้นได้ในค้ำยันจึงมีค่าไม่เกิน 1.6% ของแรงอัดตามแนวแกน

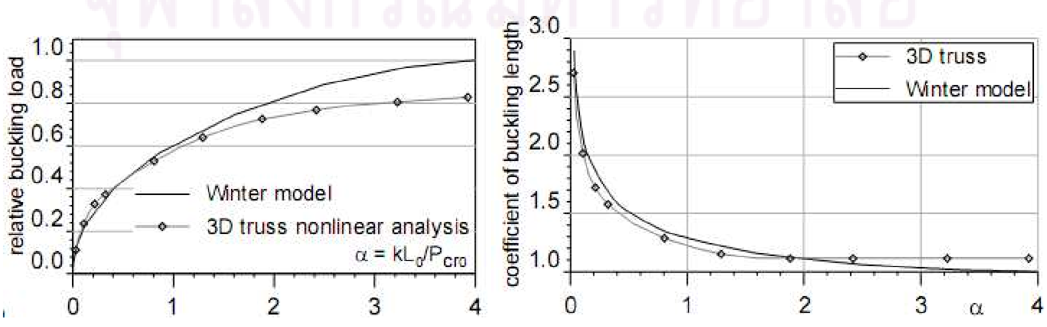


รูปที่ 2.9 ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนค้ำยันกับค่าความแข็งแกร่งในอุดมคติของค้ำยัน

Iwicki P. [16] งานวิจัยนี้ทำการเปรียบเทียบเสถียรภาพคอร์ดบนของโครงถักที่ถูกค้ำยันทางข้างระหว่างแบบจำลองของวินเตอร์ กับ การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นสามมิติ ดังรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 แบบจำลองการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นสามมิติ และ แบบจำลองของวินเตอร์ [16]



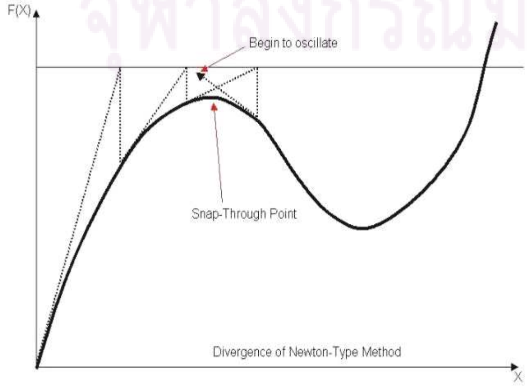
รูปที่ 2.11 ผลการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นสามมิติกับแบบจำลองของวินเตอร์ [16]

ผลการศึกษาแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่ 1 กล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกวิกฤตกับค่าสติฟเนสของค้ำยัน พบว่า การวิเคราะห์ทั้งสองแบบให้ผลลัพธ์ที่แตกต่างกันเมื่อค่าสติฟเนสสูงขึ้น การวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองของวินเตอร์จะให้ค่าหน่วยแรงอัดวิกฤติในคอร์ดบนของโครงถักสูงกว่าการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นสามมิติ เนื่องจากการโก่งเดาะบางชิ้นส่วนของโครงถักหลัก ส่วนที่ 2 กล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างค่า effective length กับค่าสติฟเนสของค้ำยัน พบว่า ค่าสติฟเนสเท่ากับ $4P_{cro}/L_o$ไม่สามารถทำให้การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นสามมิติเกิดการโก่งเดาะระหว่างช่วงค้ำยัน ดังรูปที่ 2.11

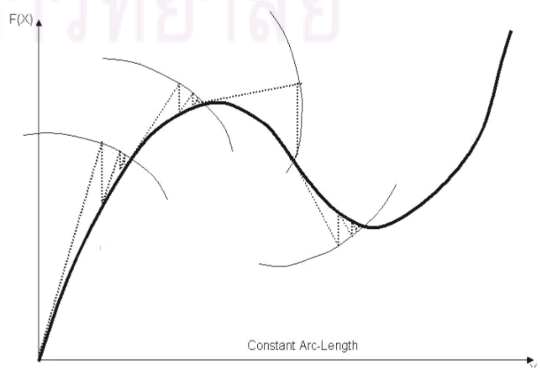
2.2 <u>งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลศาสตร์การคำนวณ</u>

ยศ มีอนันต์ และคณะ [3] งานวิจัยนี้ได้ทำการพัฒนาโปรแกรมวิเคราะห์โครงข้อหมุนสามมิติแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตด้วยภาษาฟอร์แทรน (Fortan) โดยใช้วิธีการของนิวตันราฟสันในการคำนวณหาการลู่เข้าของคำตอบ ผลลัพธ์ที่ได้เปรียบเทียบกับการวิเคราะห์ด้วยวิธีพลังงาน (Energy Method)

Ahmed B. [6] กล่าวถึงการเปรียบเทียบระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical method) ที่ใช้วิเคราะห์ปัญหาแบบไร้เชิงเส้น ระหว่าง วิธีนิวตัน-ราฟสัน กับ วิธี arc-length ดังรูปที่ 2.12 และ 2.13 ตามลำดับ วิธีนิวตัน-ราฟสัน เหมาะแก่การนำมาใช้หาการลู่เข้าของคำตอบเพราะมีความง่ายในการคำนวณมากกว่า แต่มีข้อจำกัดคือ หากคำตอบของระบบสมการ อยู่ใกล้กับจุดวิกฤต (Critical point)หรือมีค่ามากกว่าจุดวิกฤติ การหาคำตอบจะเป็นไปได้ยาก เช่น การวิเคราะห์พฤติกรรมหลังการโก่งเดาะ (Post buckling) ของโครงสร้าง เป็นต้น จะต้องใช้ระเบียบวิธี Arc-length แทน ดังรูปที่ 2.12 และ 2.13 ตามลำดับ

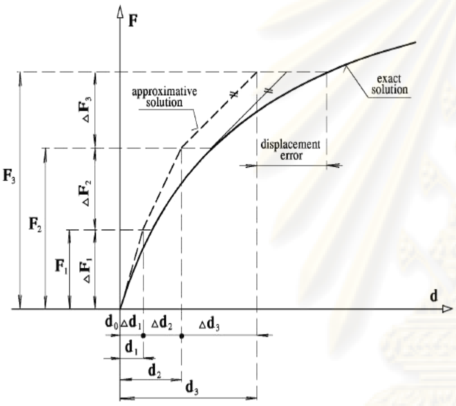


รูปที่ 2.12 วิธีการ นิวตัน-ราฟสัน [6]

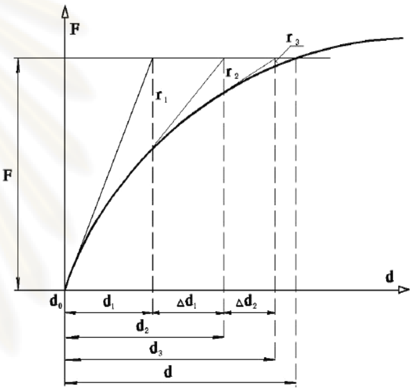


รูปที่ 2.13 วิธีการ arc-length method [6]

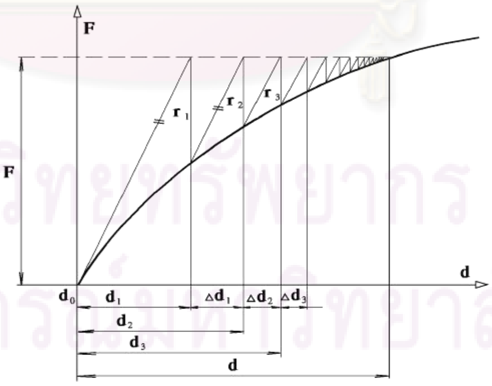
Ivanco V. [19] ทบทวนระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสำหรับแก้ระบบสมการแบบไร้เชิงเส้น 3 วิธี คือ 1. วิธีเพิ่มทีละขั้น วิธีนี้จะแบ่งน้ำหนักบรรทุกภายนอกออกเป็นช่วงย่อย แล้วใช้สมการเชิงเส้นแก้หาคำตอบในแต่ละช่วง ซึ่งคำนวณง่ายแต่เสียเวลามากกว่าวิธีอื่น เนื่องจากต้องแบ่งช่วงน้ำหนักบรรทุกภายนอกให้เล็กพอเพื่อให้เกิดค่าความคลาดเคลื่อนสะสมน้อยที่สุด 2. วิธีนิวตัน-ราฟสันแบบทั่วไป จะใช้สติฟเนสสัมผัสกระทำซ้ำในแต่ละช่วงการคำนวณ เป็นวิธีที่นิยมมากเนื่องจากใช้จำนวนรอบกระทำซ้ำน้อย สุดท้ายคือ วิธีนิวตัน-ราฟสันแบบดัดแปลง วิธีนี้มีขั้นตอนในการหาคำตอบคล้ายกับวิธีนิวตัน-ราฟสันแบบทั่วไป ต่างกันตรงค่าสติฟเนสสัมผัสที่ใช้คำนวณจะกำหนดเป็นค่าคงที่ ซึ่งจะช่วยประหยัดเวลาในการคำนวณ แต่จำนวนรอบกระทำซ้ำ (Iteration) จะมากกว่า แสดงดังรูปที่ 2.14, 2.15, 2.16 ตามลำดับ



รูปที่ 2.14 วิธีIncremental method [19]



รูปที่ 2.15 วิธี Standard Newton–Raphson [19]



รูปที่ 2.16 วิธี Modified Newton-Raphson method [19]

วัฒนชัย สมิทธากร [20] งานวิจัยนี้ได้เสนอซอฟแวร์สำหรับวิเคราะห์โครงสร้างที่พัฒนาขึ้นเองด้วยภาษาจาวาและหลักการไฟไนต์อิลิเมนต์ เพื่อเป็นอีกทางเลือกหนึ่งสำหรับผู้ออกแบบหรือผู้พัฒนาโปรแกรม เช่น นักวิจัย นักศึกษาหรือวิศวกร เป็นต้น โดยโปรแกรมดังกล่าวถูกพัฒนาเพื่อแก้ปัญหาการวิเคราะห์โครงข้อหมุนและโครงข้อแข็งสองมิติแบบเชิงเส้นสถิตย์

บทที่ 3
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

3.1 การวิเคราะห์โครงถัก 3 มิติแบบเชิงเส้น (Linear analysis)

การวิเคราะห์โครงถัก 3 มิติแบบเชิงเส้น จะอาศัยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง เนื่องจากสามารถใช้แก้ปัญหาโครงสร้างทั้งชนิดดีเทอร์มิเนตและอินดีเทอร์มิเนตได้อย่างเป็นระบบและมีขั้นตอนที่แน่นอนจึงเป็นวิธีที่เหมาะอย่างยิ่งสำหรับการวิเคราะห์โครงสร้างขนาดใหญ่โดยอาศัยคอมพิวเตอร์ [21]

3.1.1 การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีเมตริกซ์ (Matrix analysis)

1) สมการสมดุลของจุดต่อ (Node equilibrium equation) เป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงภายนอก กับแรงภายในชิ้นส่วนในโครงสร้าง

$$\{P\} = [N]^T \{F\} \qquad (3.1)$$

เมื่อ

$[N]^T$ คือ เมตริกซ์การเปลี่ยนตำแหน่ง

$\{F\}$ คือ เวกเตอร์แรงภายในของชิ้นส่วน

2) ความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับการเคลื่อนที่ของแต่ละชิ้นส่วน (Constitutive Equation)

$$\{F\} = [K]\{\Delta\} \qquad (3.2)$$

เมื่อ

$[K]$ คือ เมตริกซ์อิลาสติกสติฟเนส (Elastic Stiffness Matrix)

$\{\Delta\}$ คือ เวกเตอร์การกระจัดของชิ้นส่วน

3) ลักษณะความสัมพันธ์ของโครงสร้าง (Compatibility Equation)

$$\{\Delta\} = [N]\{\delta\} \qquad (3.3)$$

ความสัมพันธ์ดังกล่าวสามารถนำมาเขียนอยู่ในรูปเมตริกซ์ คือ

$$\begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \vdots \\ \Delta_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & \cdots & n_{1j} \\ n_{21} & n_{22} & \cdots & n_{1j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{i1} & n_{i1} & \cdots & n_{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \end{Bmatrix} \tag{3.4}$$

เมื่อ

$$[N] = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & \cdots & n_{1j} \\ n_{21} & n_{22} & \cdots & n_{1j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{i1} & n_{i1} & \cdots & n_{ij} \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

โดยที่ $\boldsymbol{\Delta_i}$ คือ การกระจัดที่จุดต่อ

$\boldsymbol{\delta_i}$ คือ การยืดหดตัวในแนวแกนของชิ้นส่วน

[N] คือ เมตริกซ์การแปลงพิกัด (Transformation matrix) ดูในหัวข้อ 3.1.2

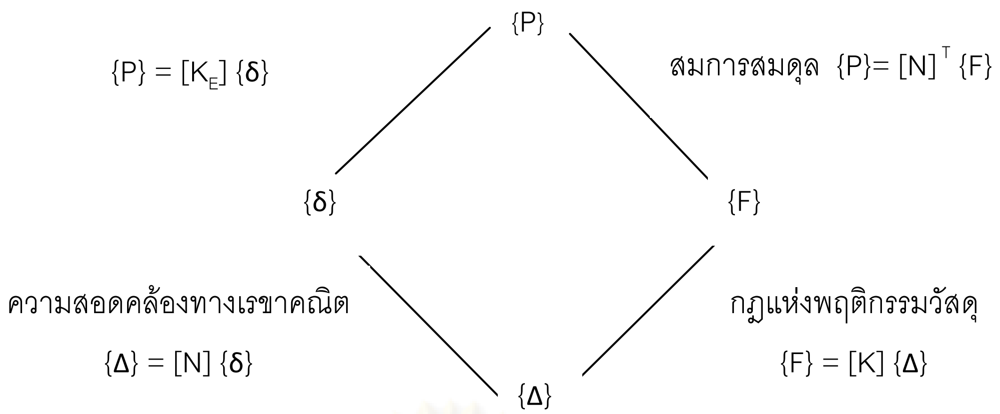
สมการที่ (3.3) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการยืดหดในแนวแกนของชิ้นส่วน กับการกระจัดที่จุดต่อของโครงสร้าง ซึ่งจะให้ค่าที่ถูกต้องเมื่อโครงสร้างเกิดการเสียรูปน้อย และหากนำสมการนี้แทนในสมการ (3.2) จะสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์ของน้ำหนักบรรทุกภายนอก {P} กับเวกเตอร์การกระจัดที่จุดต่อ $\{\delta\}$ ได้ดังนี้

$$\{P\} = [N]^T\,[K]\,[N]\,\{\boldsymbol{\delta}\} \tag{3.6}$$

หรือ

$$\{P\} = [K_E]\,\{\boldsymbol{\delta}\} \tag{3.7}$$

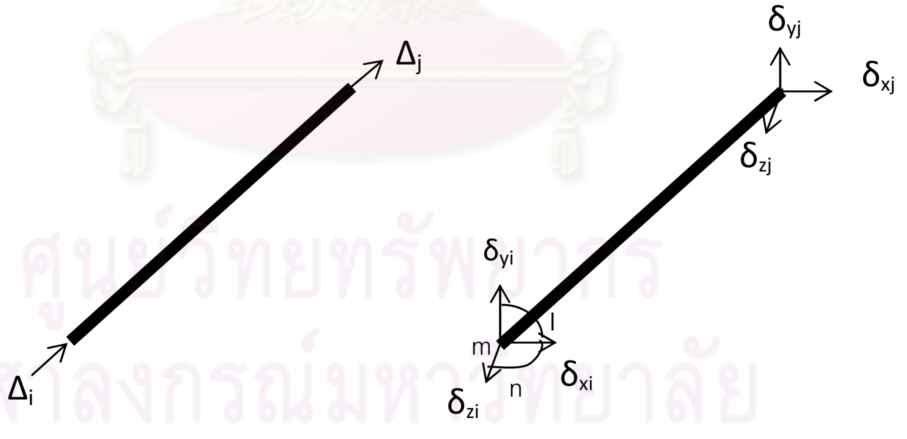
ความสัมพันธ์ของสมการต่างๆ ระหว่างน้ำหนักบรรทุกภายนอก การกระจัดที่จุดต่อ แรงภายในชิ้นส่วนของโครงสร้าง และการยืดหดตามแนวแกนของชิ้นส่วนโครงสร้าง สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แผนภาพวิธีการสติฟเนสโดยตรง [1]

3.1.2 <u>การหาเมตริกซ์การแปลงพิกัด (Transformation matrix)</u>

เนื่องจากระบบพิกัดชิ้นส่วนของโครงสร้างอยู่ในทิศทางต่างๆกัน จึงไม่สามารถทำการรวมเวกเตอร์ของแรงที่ปลายชิ้นส่วนแต่ละอัน(แรงตามแนวแกนของระบบพิกัดชิ้นส่วน)ได้โดยตรง ฉะนั้นเพื่อให้สามารถรวมแรงและการเปลี่ยนตำแหน่งของแต่ละชิ้นส่วนได้โดยตรงแล้ว จึงต้องมีการเปลี่ยนระบบพิกัดชิ้นส่วน(Local coordinate system) ให้เป็นระบบพิกัดรวมก่อน ซึ่งความสัมพันธ์ของระบบพิกัดทั้งสองแสดงดังรูปที่ 3.2



ก. ระบบพิกัดของชิ้นส่วน ข.ระบบพิกัดรวม

รูปที่ 3.2 การแปลงพิกัดชิ้นส่วนเป็นระบบพิกัดรวม

จากรูปจะเห็นว่า

$$\begin{aligned}\Delta_i &= \delta_{xi}\cos\theta_x + \delta_{yi}\cos\theta_y + \delta_{zi}\cos\theta_z \\ \Delta_j &= \delta_{xj}\cos\theta_x + \delta_{yj}\cos\theta_y + \delta_{zj}\cos\theta_z\end{aligned} \tag{3.8}$$

ดังนั้น เมตริกซ์แปลงพิกัด จากระบบพิกัดรวมเป็นระบบพิกัดเฉพาะ สามารถเขียนอยู่ในรูป

$$[N] = \begin{bmatrix} l & m & n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & m & n \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

เมื่อ

$l = \cos\theta_x = (x_j\text{-}x_i)/L_{ij}$, $m = \cos\theta_y = (y_j\text{-}y_i)/L_{ij}$, $n = \cos\theta_z = (z_j\text{-}z_i)/L_{ij}$ คือโคไซน์ทิศทางของมุมระหว่างระบบพิกัดหลักกับระบบพิกัดชิ้นส่วน และ $L_{ij} = ((x_j\text{-}x_i)^2 + (y_j\text{-}y_i)^2 + (z_j\text{-}z_i)^2)^{0.5}$ คือความยาวชิ้นส่วนของโครงสร้าง

3.1.3 <u>การหาอิลาสติกสติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนโครงข้อหมุนสามมิติ</u>

สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนโครงข้อหมุนที่วางตัวในระบบสามมิติและต่อด้วยจุดยึดหมุน

$$[K_E] = [N]^T\,[K]\,[N] \tag{3.10}$$

สามารถเขียนในรูปของ

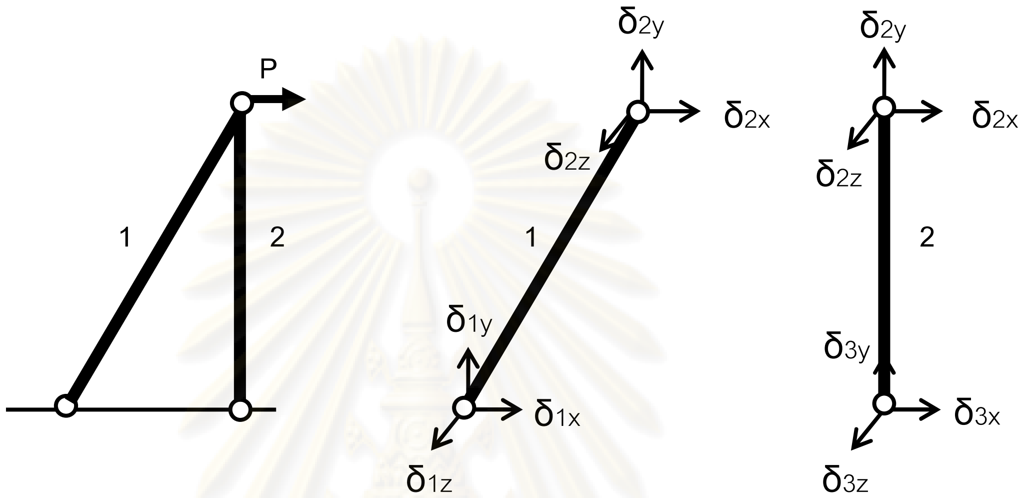
$$[K_E] = \begin{bmatrix} \left[K_E\right]^{AA} & -\left[K_E\right]^{AA} \\ -\left[K_E\right]^{AA} & \left[K_E\right]^{AA} \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

เมื่อ

$$\left[K_E\right]^{AA} = \begin{bmatrix} l^2 & lm & ln \\ lm & m^2 & mn \\ ln & mn & n^2 \end{bmatrix}$$

จะเห็นได้ว่าอีลาสติกสติฟเนสเมตริกซ์ของหนึ่งชิ้นส่วน มีขนาด 6x6 ซึ่งเท่ากับจำนวนระดับขั้นเสรี (Degree of freedom) ของชิ้นส่วนนั้น

3.1.4 <u>การรวมอีลาสติกสติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนเป็นอีลาสติกสติฟเนสเมตริกซ์ของโครงสร้าง</u>



รูปที่ 3.3. โครงสร้างตัวอย่างเพื่อแสดงการรวมอิลาสติกสติฟเนสของโครงสร้าง

จากรูปที่ 3.3. สามารถเขียนการรวมอิลาสติกสติฟเนสของโครงสร้าง ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \left[K_E^1\right]^{AA} & -\left[K_E^1\right]^{AA} & 0 \\ -\left[K_E^1\right]^{AA} & \left[K_E^1\right]^{AA}+\left[K_E^2\right]^{AA} & -\left[K_E^2\right]^{AA} \\ 0 & -\left[K_E^2\right]^{AA} & \left[K_E^2\right]^{AA} \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

เงื่อนไขขอบเขต : จุดต่อ 1 และ 3 ไม่มีการเคลื่อน สามารถลดรูปสมการได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} P_2(x) \\ P_2(y) \\ P_2(z) \end{bmatrix} = \left[\left[K_E^1\right]^{AA} + \left[K_E^1\right]^{AA}\right] \begin{bmatrix} \delta_2(x) \\ \delta_2(y) \\ \delta_2(z) \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

3.2 การวิเคราะห์โครงถัก 3 มิติแบบไร้เชิงเส้น (Nonlinear analysis)

การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีแบบเชิงเส้นนั้นถูกนำมาใช้อย่างกว้างขวาง ทั้งนี้เนื่องจากสามารถหาคำตอบได้ง่ายและค่าความถูกต้องอยู่ในระดับที่ยอมรับได้ ภายใต้สมมุติฐานว่า 1) พิจารณาสมการสมดุลก่อนการเปลี่ยนรูปของโครงสร้าง 2) พฤติกรรมของวัสดุเป็นแบบเชิงเส้น 3) ความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนรูปและการกระจัดที่จุดต่อเป็นเชิงเส้น แต่ภายใต้ข้อจำกัดเหล่านี้ ทำให้ไม่สามารถวิเคราะห์ปัญหาเสถียรภาพของโครงสร้าง ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างขนาดใหญ่ ปัญหาโครงข้อหมุนที่มีลักษณะใกล้จุดกลไกวิบัติ หรือ ปัญหาโครงข้อหมุนแบบตื้นได้ ดังนั้นการใช้วิธีการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นจึงมีนัยสำคัญ

ในทางปฏิบัติ การวิเคราะห์โครงสร้างที่มีพฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์ (Analytical Method) นั้นแทบเป็นไปไม่ได้ เนื่องจากโครงสร้างที่มีขนาดใหญ่จะเกี่ยวข้องกับสมการทางคณิตศาสตร์ที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมาก จึงจำเป็นต้องใช้วิธีการคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical Method) เข้ามาช่วยในการวิเคราะห์ ซึ่งวิธีหนึ่งที่เป็นที่นิยมใช้มากคือ วิธีของนิวตัน-ราฟสัน (ดูหัวข้อ 4.1)

การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น จะใช้วิธีระเบียบสติฟเนสทางตรงซึ่งอาศัยความสอดคล้องสภาวะสมดุลแลค่าสติฟเนสสัมผัสของแต่ละชิ้นส่วนเพื่อสร้างระบบสมการสติฟเนสสัมผัสของทั้งโครงสร้างดังสมการที่ (3.14) [12]

$$\{dP\} = [K_T]\,\{d\delta\} \tag{3.14}$$

เมื่อ $\{dP\}$ คือ เวกเตอร์การเปลี่ยนแปลงน้ำบรรทุกที่จุดต่อ

$[K_T]$ คือ เมตริกซ์สติฟเนสสัมผัสของโครงสร้างในระบบพิกัดรวม

$\{d\delta\}$ คือ เวกเตอร์การเปลี่ยนแปลงการกระจัดที่จุดต่อ

3.2.1 การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต (Geometric nonlinear analysis)

ในการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีแบบไร้เชิงเชิงเส้นทางเรขาคณิตนั้น พบว่าเมื่อโครงสร้างเกิดการเคลื่อนที่ จะทำให้พิกัดของโครงสร้างเปลี่ยนไป ส่งผลให้ $N_{ใหม่} \neq N_{เดิม}$ (เมตริกซ์ [N] เป็น

ฟังก์ชันพิกัดของโครงสร้าง) ดังนั้นสมมุติฐานของการวิเคราะห์แบบเชิงเส้นที่ว่า Nใหม่ ≈ Nเดิม ใน สมการ $\{P\} = [N]^T \{F\}$ และสมการ $\{\Delta\} = [N] \{\delta\}$ จะเกิดความคลาดเคลื่อนมาก [3] สำหรับการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต จะเขียนสมการที่ (3.14) ใหม่ให้อยู่ในรูป

$$\{P_0\} - [N_j^T]\{F_j\} = [K_{Ej} + K_{Gj}]\{\Delta\delta_j\} \tag{3.15}$$

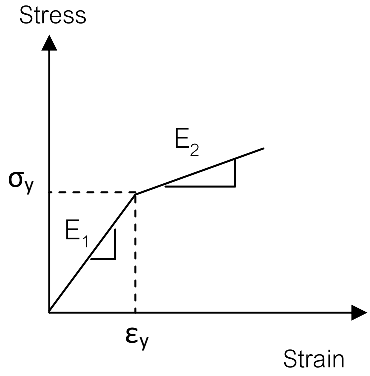
เมื่อ	$\{P_0\}$	คือ	เวกเตอร์น้ำหนักบรรทุกภายนอก
	$[N_j^T]$	คือ	เมตริกซ์การเปลี่ยนตำแหน่งที่สภาวะอ้างอิง j ใดๆ
	$\{F_j\}$	คือ	เวกเตอร์แรงภายในชิ้นส่วนที่สภาวะอ้างอิง j ใดๆ มีค่าเท่ากับ $EA\,(L_i - L_0)/L_0$
	$\{\Delta\delta_j\}$	คือ	เวกเตอร์การกระจัดที่สภาวะอ้างอิง j ใดๆ
	$[K_G]$	คือ	จีโอเมตริกซ์สติฟเนสของชิ้นส่วนโครงสร้างระบบพิกัดหลัก

มีค่าเท่ากับ $\begin{bmatrix} [K_G]^{AA} & -[K_G]^{AA} \\ -[K_G]^{AA} & [K_G]^{AA} \end{bmatrix}$

เมื่อ $[K_G]^{AA} = \dfrac{F}{L}\begin{bmatrix} 1-(n)_x^2 & -(n)_x(n)_y & -(n)_x(n)_z \\ -(n)_y(n)_x & 1-(n)_y^2 & -(n)_y(n)_z \\ -(n)_z(n)_x & -(n)_z(n_i)_y & 1-(n)_z^2 \end{bmatrix}$ (รายละเอียดแสดงภาคผนวก ก.)

3.2.2 <u>การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุ (Material nonlinear analysis)</u>

ความไร้เชิงเส้นทางวัสดุเกิดเนื่องจากวัสดุที่ประกอบขึ้นเป็นส่วนโครงสร้างแต่ละชิ้นส่วนนั้น มีขีดจำกัดในการรับแรงที่มีพฤติกรรมแบบเชิงเส้นเพียงช่วงหนึ่งเท่านั้น ซึ่งเรียกว่าช่วงอิลาสติก หลังจากนั้นหากโครงสร้างยังรับแรงเพิ่มต่อ วัสดุดังกล่าวจะเกิดคราก ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งเรียกว่าช่วงอินอิลาสติก โดยในงานวิจัยชิ้นนี้ใช้ความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นแบบเชิงเส้นคู่ (Bilinear material) ดังแสดงในรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าความเค้นกับความเครียดแบบ bi-linear

จากสมการที่ (3.14) สามารถเขียนสมดุลที่จุดต่อของการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุได้ดังสมการที่ (3.16) [4]

$$\{P_0\} - [N_0^T]\{F_j\} = [K^T(\varepsilon)_j]\{\Delta\delta_j\} \tag{3.16}$$

เมื่อ

$[N_0^T]$ คือ เมตริกซ์การเปลี่ยนตำแหน่งที่สภาวะตั้งต้น

$\{F_j\}$ คือ เวกเตอร์ของแรงภายในที่สภาวะอ้างอิง j ใดๆ ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$= AE_1\varepsilon$ ถ้า $\varepsilon \le \varepsilon_y$

$= A[E_1\varepsilon_y + E_2(\varepsilon - \varepsilon_y)]$ ถ้า $\varepsilon > \varepsilon_y$

$[K^T(\varepsilon)_j]$ คือ สติฟเนสสัมผัสโครงสร้างที่เป็นฟังก์ชั่นของค่าความเครียด ณ สภาวะอ้างอิง j ใดๆ

$= \frac{E_2 A}{L_0}\left[N_0^T\right]\left[N_0\right]$ ถ้า $\varepsilon \le \varepsilon_y$

$= \frac{E_2 A}{L_0}\left[N_0^T\right]\left[N_0\right]$ ถ้า $\varepsilon > \varepsilon_y$

3.2.3 <u>การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นผสม (Geometric and material nonlinear analysis)</u>

การไร้เชิงเส้นแบบผสม เกิดจากความไร้เชิงเส้นทั้งสองชนิด คือ ความไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต กับความไร้เชิงเส้นทางวัสดุ ที่พิจารณาทั้งผลการเปลี่ยนรูปมากของโครงสร้างและ

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดที่ไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งสามารถเขียนสมการ (3.14) ใหม่ให้อยู่รูปสมการ [14]

$$\{P_0\} - [N_j^T]\{F_j\} = [K_{Ej}(\varepsilon) + K_{Gj}]\{\Delta\delta_j\} \tag{3.17}$$

ขั้นตอนการคำนวณการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทั้งสามชนิด จะกล่าวในบทที่ 5

3.3 <u>การวิเคราะห์เสถียรภาพของโครงสร้าง (Structural stability)</u>

การคำนวณเสถียรภาพของโครงสร้าง สามารถแบ่งการวิเคราะห์ออกเป็น 2 ชนิดคือ การวิเคราะห์เสถียรภาพแบบเชิงเส้น และการวิเคราะห์เสถียรภาพแบบไร้เชิงเส้น

3.3.1 <u>การวิเคราะห์เสถียรภาพแบบเชิงเส้น (Eigen Buckling)</u>

การวิเคราะห์เสถียรภาพแบบเชิงเส้น ใช้วิธีการหาค่าเจาะจง (Eigenvalue problem) ซึ่งค่าไอเกนแวลูดังกล่าวเป็นสัมประสิทธิ์ที่บ่งชี้สัดส่วนค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติต่อน้ำหนักบรรทุกที กระทำจริงบนโครงสร้าง

สมการสมดุลที่ใช้ในการวิเคราะห์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\lambda\{P\} = \left[K_E + \lambda K_G\right]\psi \tag{3.18}$$

ซึ่งสามารถหาจุดที่ทำให้โครงสร้างไร้เสถียรภาพ หรือโครงสร้างไม่มีสติฟเนส จากดีเทอมิแนนท์ (Determinant) ของ $\left[K_E + \lambda K_G\right]$ มีค่าเป็นศูนย์ ดังสมการที่ 3.19

$$\det\left[K_E + \lambda K_G\right] = 0 \tag{3.19}$$

เมื่อ λ คือ ตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤต คือค่าไอเกนแวลู (Critical elastic load factor)

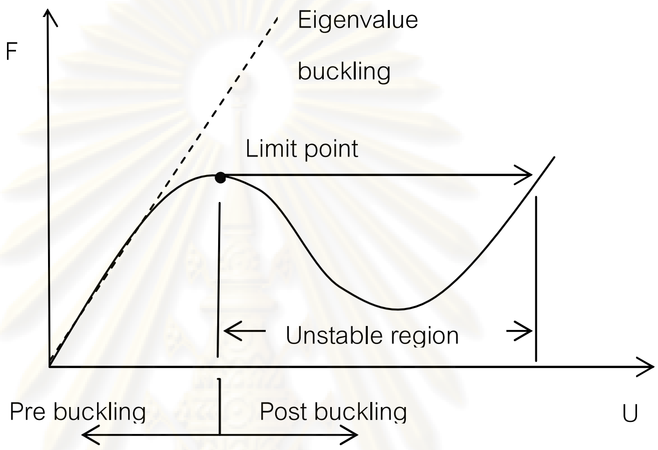
ψ คือ โหมดการโก่งเดาะ (Mode shape) ซึ่งคือค่าเวกเตอร์เจาะจง

ดังนั้นค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตแบบยืดหยุ่น (Critical elastic load) คือ

$$\left\{P_{cr}\right\} = \lambda\left\{P_0\right\}$$

3.3.2 การวิเคราะห์เสถียรภาพแบบไร้เชิงเส้น (Nonlinear buckling analysis)

การวิเคราะห์เสถียรภาพแบบไร้เชิงเส้น นั้นจะใช้วิธีการเพิ่มขั้นน้ำหนักบรรทุกภายนอกจนกระทั่งโครงสร้างถึงจุดขีดจำกัด (Limit point) ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นที่โครงสร้างสูญเสียเสถียรภาพ สามารถสังเกตได้จากค่าแนวทแยงของเมตริกซ์สติฟเนสสัมผัส (Tangent stiffness) อย่างน้อยหนึ่งตัวมีค่าเป็นลบหรือศูนย์ แสดงในรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 การเปรียบเทียบพฤติกรรมไร้เสถียรภาพแบบเชิงเส้นและไร้เชิงเส้น

บทที่ 4
ระเบียบวิธีการเชิงตัวเลข

4.1 <u>เทคนิคการแก้ระบบสมการแบบไร้เชิงเส้น</u>

ในปัจจุบันการแก้ระบบสมการแบบไร้เชิงเส้นด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขมีหลากหลายวิธี ดังแสดงในเอกสารอ้างอิง [6,8,19,22] ซึ่งแต่ละวิธีมีทั้งข้อดีข้อเสียและรูปแบบสมการแตกต่างกันไป เช่น วิธีเพิ่มทีละขั้น (Incremental method) วิธีนี้แบ่งช่วงน้ำหนักบรรทุกภายนอก (Load increment) ออกเป็นช่วงเล็กๆ และใช้สมการแบบเชิงเส้นแก้สมการหาคำตอบในแต่ละช่วง ซึ่งเป็นวิธีที่สะดวกรวดเร็ว แต่มีข้อเสียคือการแบ่งน้ำหนักบรรทุกนั้นต้องแบ่งช่วงให้เล็กพอเพื่อไม่ให้คำตอบออกนอกเส้นทางสมดุล (Equilibrium path) จึงทำให้เสียเวลาในการคำนวณมากกว่าวิธีอื่น อีกวิธีหนึ่งคือวิธีการกระทำซ้ำของนิวตัน-ราฟสัน วิธีนี้ใช้น้ำหนักบรรทุกเป็นตัวควบคุม ซึ่งแบ่งย่อยเป็น วิธีนิวตัน-ราฟสันทั่วไป คือใช้สติฟเนสสัมผัสกระทำซ้ำในแต่ละช่วงเพื่อลู่เข้าสู่เส้นทางสมดุล ส่วนวิธีนิวตัน-ราฟสันแบบดัดแปลง จะใช้ค่าสติฟสัมผัสเริ่มต้นตลอดการกระทำซ้ำการลู่เข้าสู่เส้นทางสมดุล โดยวิธีนี้ใช้จำนวนรอบกระทำซ้ำมากกว่ากรณีแรก เป็นต้น

4.2 <u>วิธีการกระทำซ้ำ</u>

ในที่นี้กำหนดให้ i = จำนวนนับจำนวนช่วง j = จำนวนนับการกระทำซ้ำจนถึงแต่ละช่วง i และ k = ระบุหมายเลขชิ้นส่วนโครงสร้าง ซึ่งมีขั้นตอนการคำนวณดังนี้ [18]

1. คำนวณหาค่าน้ำหนักไม่สมดุล (Unbalance Load) จากสมการ

$$\{P'_j\}_i = \{P_i\}-[N_j]_i^T\{F_j\}$$

2. คำนวณหาค่าเวกเตอร์การกระจัดที่จุดต่อของโครงสร้าง

$$[K_{Ej}+K_{Gj}]_i\{\Delta\delta_j\}_i = \{P'_j\}_i$$

3. เปลี่ยนพิกัดของโครงสร้างใหม่จากค่าการเคลื่อนที่ δ ที่ได้จากขั้นที่ 2 โดยที่

$$\{R_j\}_i = \{R_{j-1}\}_i + \{\Delta\delta_j\}_i$$

4. คำนวณหาเวกเตอร์การกระจัดทั้งหมด

$$\{\delta_j\}_i = \{\delta_{j-1}\}_i + \{\Delta\delta_{j-1}\}_i$$

5. คำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วน ซึ่งหาได้จากการเปลี่ยนแปลงความยาวที่แท้จริงจากพิกัดใหม่ ของโครงสร้าง

$$\{F_j\}_k = EA_k \frac{\Delta L_k}{L_k}$$

6. คำนวณตั้งแต่ข้อ 1 ใหม่ จนกระทั่งค่าลู่เข้าสู่คำตอบ นั่นคือ ค่าเวกเตอร์น้ำหนักไม่สมดุล (Unbalance force)จะลดลงเรื่อยๆ จนกระทั่งมีค่าใกล้เคียงศูนย์ ซึ่งจะทำให้สมการ

$$\{P\} = [N]^T \{F\}$$

เป็นจริง สำหรับกระบวนการกระทำซ้ำหยุดเมื่อใดนั้นจะพิจารณาจากการตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ ดังแสดงในหัวข้อถัดไป แต่ถ้าพบว่าคำตอบนั้นไม่สามารถลู่เข้าสู่เส้นทางสมดุลได้ เช่น มีสาเหตุมาจากการแบ่งน้ำหนักบรรทุกที่หยาบเกินไป หรือ คำตอบอยู่ใกล้กับจุดวิบัติ เป็นต้น จะใช้วิธีตัวคูณเปลี่ยนแปลงการแบ่งน้ำหนักบรรทุกอัตโนมัติ (Auto time stepping) เพื่อช่วยแก้ปัญหาดังกล่าว

4.3 <u>การตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบของการแก้ระบบสมการแบบไร้เชิงเส้น</u>

วิธีการลู่เข้าของคำตอบไว้หลากหลายวิธี ได้แก่ วิธียูคลีเดียนนอร์มของเวกเตอร์ของแรงคงค้าง วิธียูคลีเดียนนอร์มของการกระจัดส่วนที่เปลี่ยน เป็นต้น โดยงานวิจัยนี้จะใช้วิธียูคลีเดียนนอร์มของเวกเตอร์ของแรงคงค้างในการตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบ

วิธีที่1 วิธียูคลีเดียนนอร์มของเวกเตอร์ของแรงคงค้าง (Euclidian residual norm)

$$\frac{\|P'\|_2}{\|P\|_2} * 100\% \leq \varepsilon_R$$

วิธีที่2 วิธียูคลีเดียนนอร์มของการกระจัดส่วนที่เปลี่ยน

$$\frac{\|\Delta\delta\|_2}{\|\delta\|_2} * 100\% \leq \varepsilon_U$$

งานวิจัยนี้กำหนดค่า ε_R เท่ากับ 0.01% หากอยากให้คำตอบถูกต้องมากขึ้น สามารถกำหนดค่าให้น้อยกว่านี้ได้ แต่อาจเกิดความสิ้นเปลืองได้

4.4 ตัวคูณการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักบรรทุกอัตโนมัติ (Automatic Time Stepping)

กรณีการแบ่งช่วงน้ำหนักบรรทุกภายนอกที่กำหนดไม่สามารถหาการลู่เข้าคำตอบได้ โปรแกรมไม่จำเป็นต้องหยุดการทำงานทันที แต่จะใช้วิธีดังกล่าวเพื่อปรับลดการแบ่งช่วงน้ำหนักบรรทุกภายนอก แล้วลองทำซ้ำใหม่ หากยังไม่สามารถลู่เข้าคำตอบได้อีก จะทำการลดตัวคูณการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักต่อ และทำซ้ำอย่างนี้ไปเรื่อย กระทั่งถึงตัวคูณการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักอัตโนมัติสูงสุดที่ตั้งไว้จึงหยุดทำงาน [13] โปรแกรมที่พัฒนาขึ้น ตั้งค่าตัวคูณการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักอัตโนมัติ เท่ากับ 0.5 และกำหนดค่าสูงสุดการใช้ตัวคูณการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักอัตโนมัติเท่ากับ 6 รอบ

ตัวอย่างเช่น หากการกระทำซ้ำรอบที่ i ไม่สามารถลู่เข้าคำตอบได้ ตัวคูณการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักอัตโนมัติ (=0.5) จะถูกนำมาคูณกับน้ำหนักบรรทุก แล้วลองทำซ้ำใหม่ หากยังไม่สามารถลู่เข้าสู่คำตอบได้ ก็จะลดตัวคูณลงอีก (=0.25) ทำเช่นนี้ต่อไปเรื่อยๆ โดยจะทำการหยุดโปรแกรมเมื่อถึงจำนวนสูงสุดการใช้ตัวคูณแล้วยังไม่สามารถลู่เข้าคำตอบได้

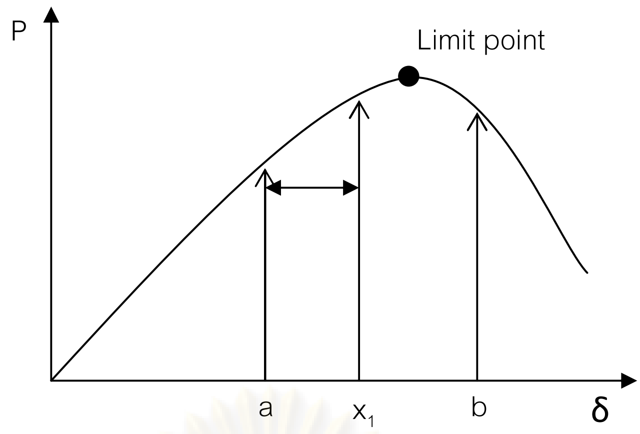
4.5 เทคนิคการแก้ปัญหาการวิเคราะห์เสถียรภาพแบบไร้เชิงเส้น

ค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตสามารถหาได้จากการเพิ่มขั้นน้ำหนักบรรทุกภายนอกพร้อมใช้วิธีการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น ทำไปเรื่อยจนถึงจุดขีดจำกัด (Limit point) ซึ่งในบางครั้งการวิเคราะห์ดังกล่าวไม่สามารถหาน้ำหนักบรรทุกวิกฤตได้ถูกต้อง ทั้งนี้เพราะการแบ่งค่าน้ำหนักบรรทุกภายนอกที่หยาบเกินไป เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาดังกล่าว จึงแนะนำให้ใช้วิธีตัวคูณการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักบรรทุกอัตโนมัติ (Automatic Time Stepping) ร่วมกับ วิธีการแบ่งครึ่งช่วง (Bisection method) สามารถอ่านจากหัวข้อ 4.4. และ 4.6. ตามลำดับ

4.6 ระเบียบวิธีการแบ่งครึ่งช่วง (Bisection method)

ระเบียบวิธีการแบ่งครึ่งช่วง ดังรูปที่ 4.1 ถูกนำมาประยุกต์ใช้เพื่อหาค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤต เนื่องจากเป็นวิธีที่ง่าย และลู่เข้าหาคำตอบแน่นอน โดยอาศัยทฤษฎีบทดังนี้

กำหนด f คือ ฟังก์ชันระหว่างน้ำหนักบรรทุกภายนอกกับการกระจัดที่ต่อเนื่องในช่วง [a, b] a คือ ขอบเขตต่ำสุด และ b คือ ขอบเขตสูงสุด จะสามารถหาค่าขีดจำกัดได้ตามขั้นตอนดังนี้ [18]



รูปที่ 4.1 วิธีแบ่งครึ่งช่วง [19]

1. พิจารณาช่วง [a,b] บนฟังก์ชันความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับการกระจัดที่ต่อเนื่อง โดยที่ f (a).f(b) < 0 แสดงว่าค่าคำตอบอยู่ในช่วงดังกล่าว
2. แบ่งครึ่งช่วง [a,b] ได้ค่า x_1 โดย x_1 = (a+b)/2 จากนั้นใช้เงื่อนไขดังกล่าวข้างล่างในการตรวจสอบการหาค่าคำตอบดังนี้

   -กรณี f (a).f(x_1) < 0 หมายความว่าค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตนั้นอยู่ในช่วง a และ x_1 ซึ่งจะแทน ค่า b เดิมด้วย x_1 แล้วทำซ้ำหาค่าใหม่ จาก (a+ x_1)/2 แล้วตรวจสอบว่าเข้าเงื่อนไขกรณีใด

   -กรณี f (b).f(x_1) < 0 หมายความว่าค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตนั้นอยู่ในช่วง b และ x_1 ซึ่งจะแทนค่า a เดิมด้วย x_1 แล้วทำซ้ำหาค่าใหม่ จาก (b+ x_1)/2 แล้วตรวจสอบว่าเข้าเงื่อนไขกรณีใด
3. หยุดการคำนวณเมื่อ $|\mathbf{x_r}-\mathbf{x_{r+1}}| < \varepsilon$

จากขั้นตอนการคำนวณพบว่าช่วงคลอบคลุมการหาค่าขีดจำกัดจะแคบลง จนสุดท้ายได้ค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤต

4.7 เทคนิคการแก้ปัญหาการหาค่าไอเก้นเจาะจงวิกฤต

ปัญหาค่าไอเก้น ถูกนำมาใช้ในงานทางด้านวิศวกรรมอย่างมากมาย เช่น การหาโหมดการสั่นตัว (modes of vibration) ของโครงสร้าง การหาโหมดการโก่งเดาะ (Buckling) ของโครงสร้าง เป็นต้น โดยการแก้ปัญหาค่าไอเก้นนั้นมีหลากหลายวิธี เช่น วิธีการหาโดยตรง (Direct Method)

วิธีกำลัง (Power method) วิธีส่วนกลับกำลัง (Inverse Power Method) เป็นต้น ซึ่งงานวิจัยนี้ใช้วิธีส่วนกลับกำลัง (Inverse Power Method) ในการแก้ปัญหา รายละเอียดเพิ่มเติมอ่านได้จากเอกสารอ้างอิง [18]

วิธีกำลังเป็นวิธีการกระทำซ้ำเพื่อหาค่าไอเก้นแวลูที่มากสุด จากสมการ $(-K_G^{-1}K_E)\,x = \lambda x$ ซึ่งสามารถสรุปเป็นขั้นตอนการคำนวณได้ดังนี้

1. สมมุติค่าไอเก้นเวกเตอร์เริ่มต้น $x^{(0)}$ ให้มีค่าหนึ่งหน่วย
2. สร้างเมตริกซ์การคูณ $(-K_G^{-1}K_E)\,x^{(0)}=y^{(1)}$
3. ดึงค่าขนาดสูงสุด $y^{(1)}$ ทำไอเก้นเวกเตอร์ให้มีค่าสูงสุดเท่ากับหนึ่งหน่วย $y^{(1)} = \lambda^{(1)}x^{(1)}$
4. ทำการคำนวณซ้ำตั้งแต่ขั้นตอนที่ 2 ใหม่ จนลู่เข้าสู่คำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้คือค่าไอเก้นแวลูสูงสุด และค่าไอเก้นเวกเตอร์ที่สอดคล้องกับค่าไอเก้นแวลูนั้นๆ

แต่วิธีส่วนกลับกำลัง เป็นวิธีการหาค่าไอเก้นแวลูต่ำสุด ซึ่งขั้นตอนการคำนวณเหมือนกับวิธีกำลัง แต่ต่างกันที่ค่า $(-K_G^{-1}K_E)$ ต้องเป็น $(-K_G^{-1}K_E)^{-1}$ และค่าไอเก้นแวลูที่หาได้ต้องนำมาหาส่วนกลับ ดูได้จากบทพิสูจน์

<u>บทพิสูจน์</u>

พิจารณาปัญหาค่าไอเก้นแบบทั่วไป ให้ $Ax = \lambda x$

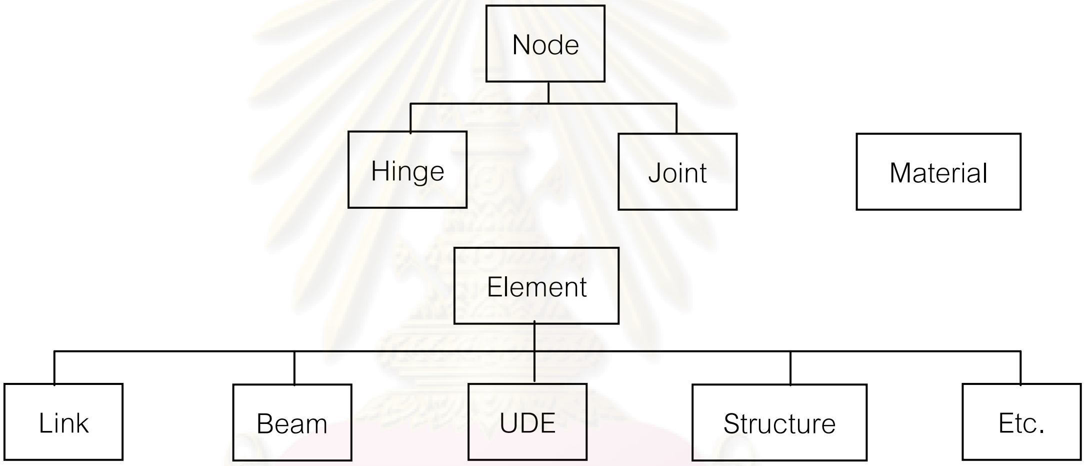
คูณค่า A^{-1} ทั้งสมการ จะได้ว่า $A^{-1}Ax\ (= Ix=x) = \lambda\ A^{-1}x$

จัดรูปแบบสมการใหม่ ให้อยู่ในรูปแบบปัญหาไอเก้น $A^{-1}x = \lambda^{-1}x\left(=\dfrac{1}{\lambda}x\right)$

บทที่ 5
การพัฒนาโปรแกรม

5.1 <u>บทนำ</u>

โปรแกรมวิเคราะห์โครงสร้างที่พัฒนาขึ้นในงานวิจัยนี้มีพื้นฐานมาจากภาษาจาวาและซอฟแวร์ JSM [20] ซึ่งใช้หลักการเขียนโปรแกรมแบบเชิงวัตถุ (Object-oriented programming) แต่เดิมโปรแกรม JSM ถูกพัฒนาขึ้นสำหรับวิเคราะห์โครงข้อหมุนและโครงข้อแข็งสองมิติแบบเชิงเส้นสถิตย์ ที่ประกอบด้วยคลาสต่างๆ ดังแสดงในรูปที่ 5.1

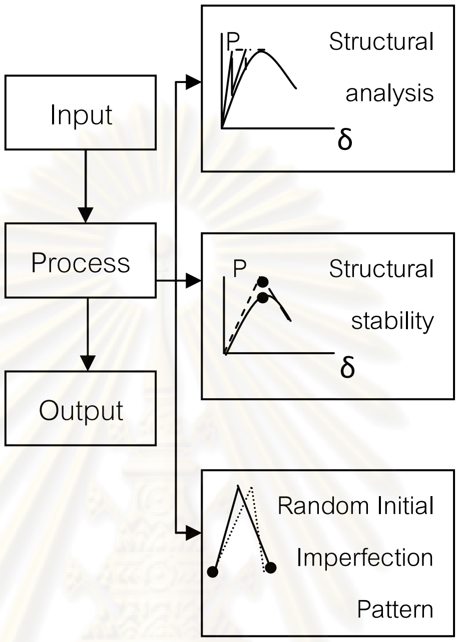


รูปที่ 5.1 องค์ประกอบของโปรแกรม [20]

คลาส Hinge และ คลาส Joint เป็นคลาสย่อยของคลาส Node ทำหน้าที่จำลองจุดต่อของโครงข้อหมุน และโครงข้อแข็งตามลำดับ ส่วนคลาส Link ทำหน้าที่จำลองชิ้นส่วนของโครงข้อหมุน และคลาส Beam มีหน้าที่จำลองชิ้นส่วนของโครงข้อแข็ง งานวิจัยนี้ทำการพัฒนาต่อจากโปรแกรม JSM เพื่อวิเคราะห์โครงข้อหมุนสามมิติทั้งแบบเชิงเส้นและไร้เชิงเส้นแบบต่างๆ ได้แก่ แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต(Geometric nonlinear) แบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุ (Material nonlinear) และแบบไร้เชิงเส้นผสม (Combination of material and geometric nonlinear) วิเคราะห์เสถียรภาพของโครงสร้างทั้งแบบเชิงเส้นและไร้เชิงเส้น รวมถึงคำนวณหาค่าความไม่สมบรูณ์ตั้งต้นของโครงสร้าง

5.2 ส่วนประกอบและขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วย 3 ส่วนหลัก คือ ส่วนการรับข้อมูล (Input) ส่วนประมวลผล (Process) และส่วนแสดงผลลัพธ์ (Output) ดังแสดงในรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.2 ส่วนประกอบของโปรแกรม

5.2.1 ส่วนป้อนข้อมูล

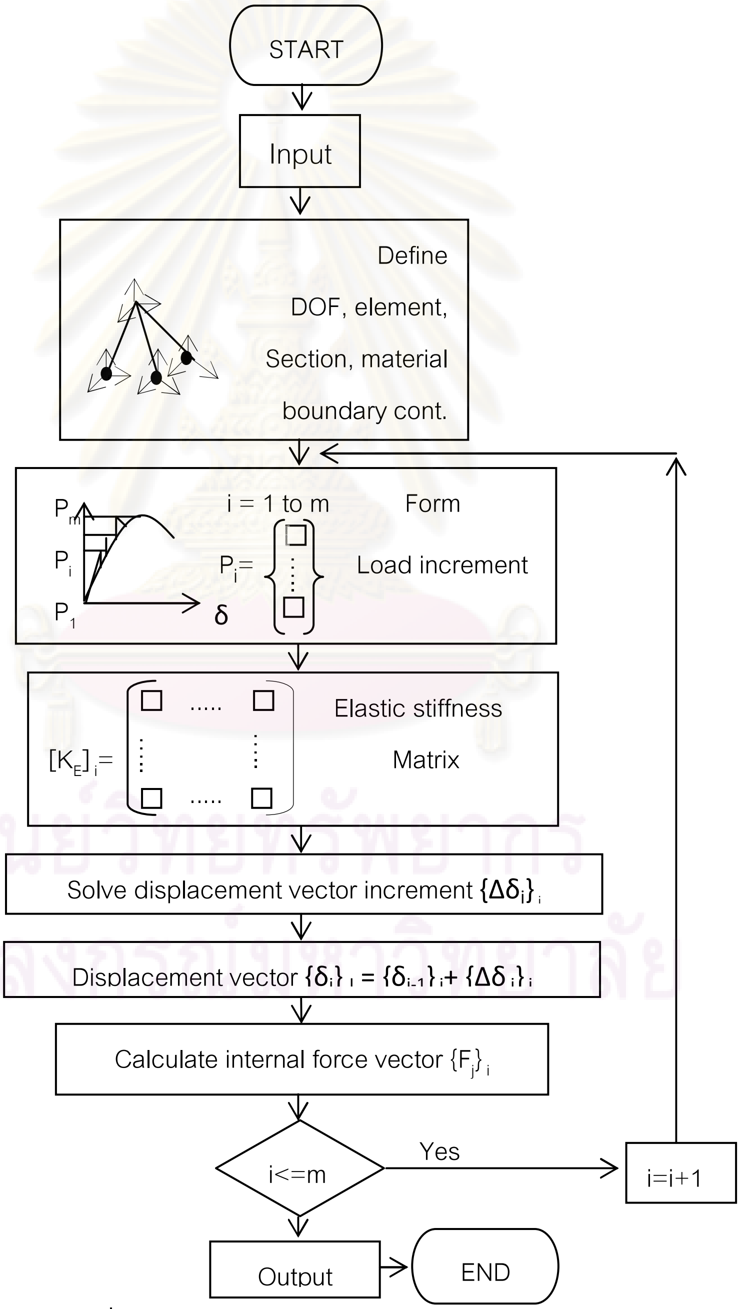
ส่วนป้อนข้อมูลทำหน้าที่รับข้อมูลจากผู้ใช้ในรูปแบบไฟล์อักษร (ภาษาจาวา) ซึ่งผู้ใช้ต้องกำหนด ลักษณะรูปร่างทั้งจุดต่อและชิ้นส่วนของโครงสร้าง คุณสมบัติของวัสดุ น้ำหนักบรรทุกภายนอกที่กระทำกับโครงสร้าง เงื่อนไขขอบเขต จำนวนขั้นการแบ่งน้ำหนักบรรทุกภายนอก และประเภทการวิเคราะห์โครงสร้าง เช่น วิเคราะห์แบบเชิงเส้น วิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุ เป็นต้น

5.2.2 ส่วนประมวลผล

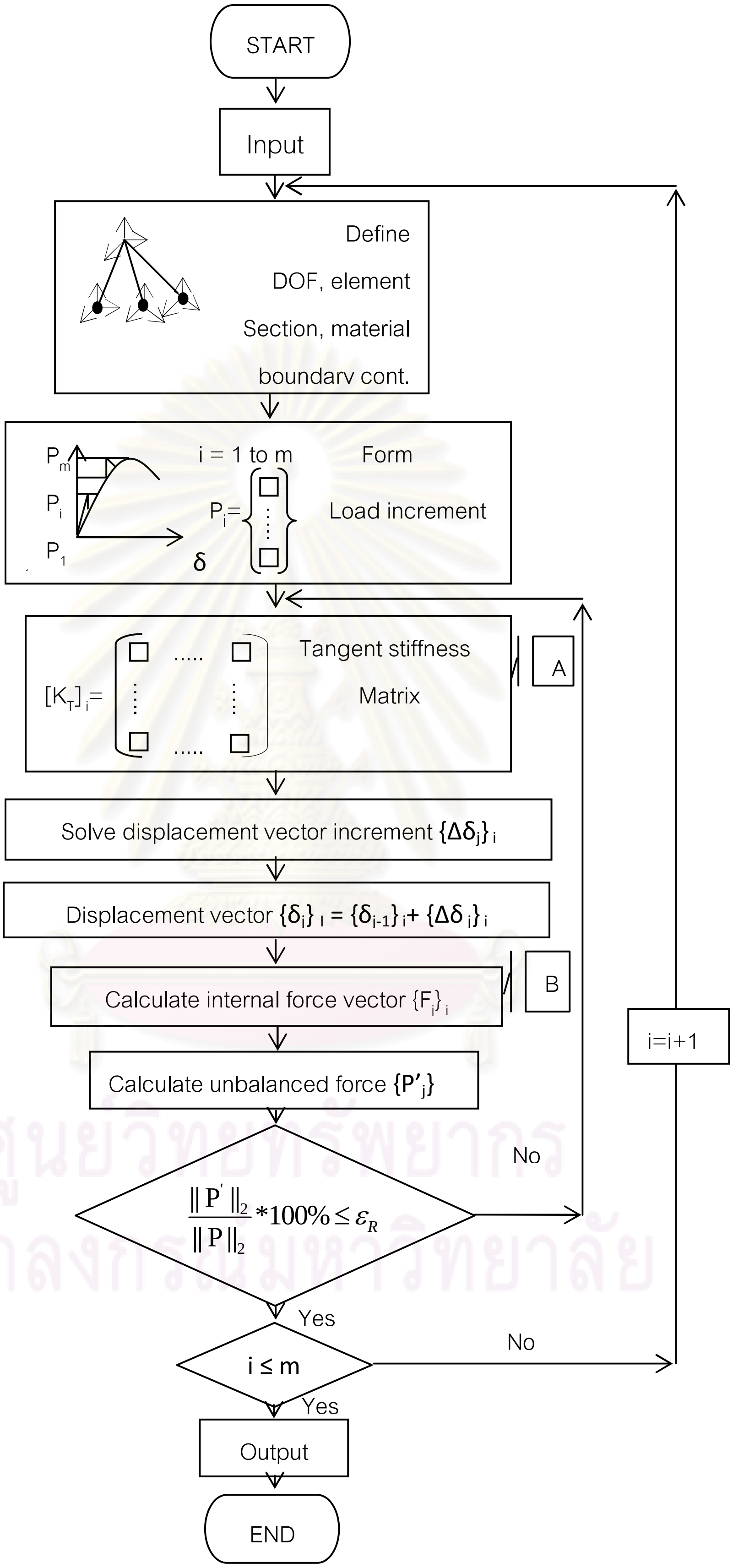
ส่วนประมวลผลทำหน้าที่วิเคราะห์ผลลัพธ์ ซึ่งแบ่งการคำนวณเป็น 3 ส่วนหลัก คือ การวิเคราะห์โครงข้อหมุนสามมิติแบบเชิงเส้นและไร้เชิงเส้น การวิเคราะห์เสถียรภาพของโครงสร้างแบบเชิงเส้นและไร้เชิงเส้น และการสุ่มค่าความไม่สมบรูณ์ตั้งต้นของโครงข้อหมุน โดยขั้นตอนการคำนวณทั้งหมดแสดงอยู่ในรูปของแผนภูมิสายงาน (Flow chart) ต่อไปนี้

5.2.2.1 แผนภูมิสายงานการวิเคราะห์โครงข้อหมุนสามมิติ

การวิเคราะห์โครงข้อหมุนสามมิติ แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ การวิเคราะห์แบบเชิงเส้น และไร้เชิงเส้น ดังแสดงในรูปที่ 5.3-5.4 ตามลำดับ ซึ่งความไร้เชิงเส้นดังกล่าวมีขั้นตอนหลักในการทำงานเหมือนกัน แต่มีขั้นตอนการสร้างสติฟเนสสัมผัสและการหาแรงภายในชิ้นส่วนต่างกัน (สามารถอ่านรายละเอียดในบทที่ 3) ขึ้นอยู่กับชนิดของความไร้เชิงเส้น ตามขั้นตอนย่อย A และ B ดังแสดงในรูปที่ 5.5-5.7



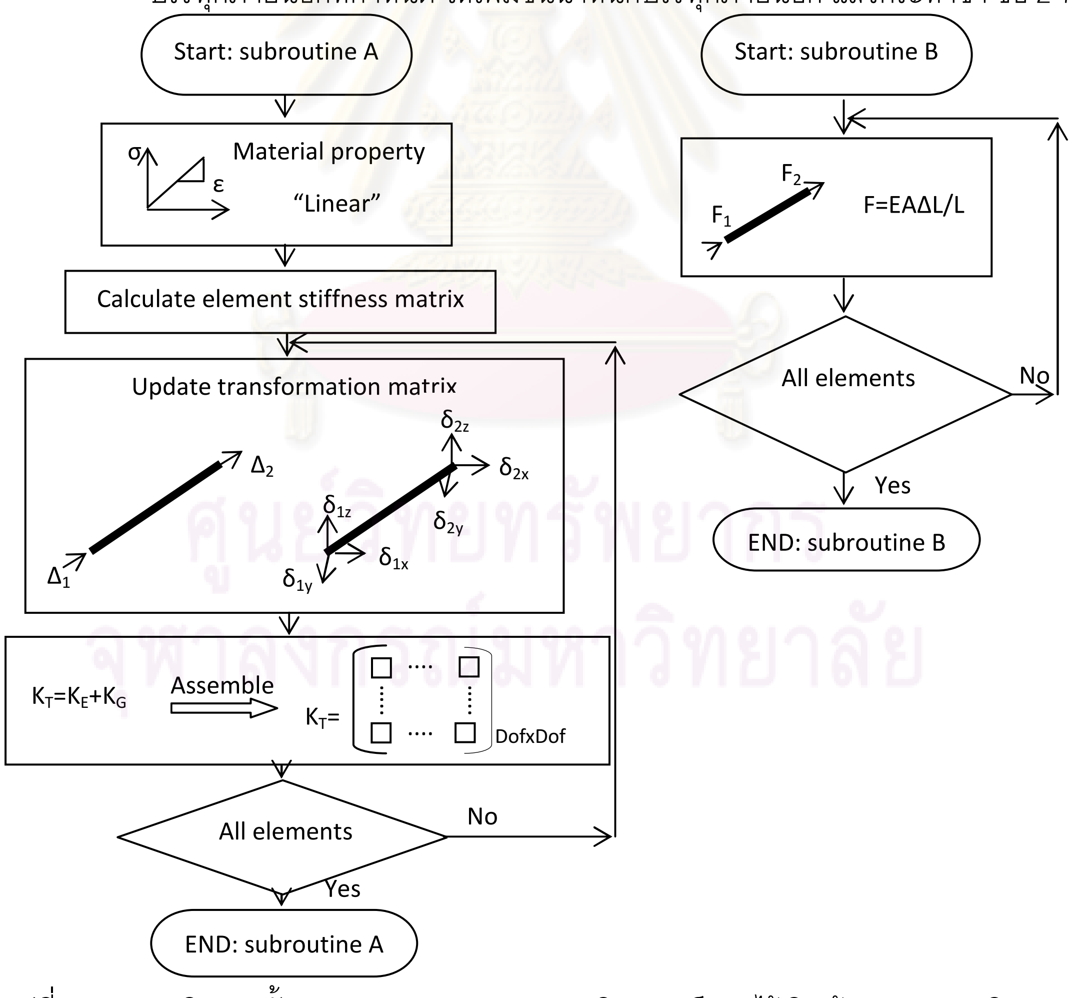
รูปที่ 5.3 แผนภูมิสายงานการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น



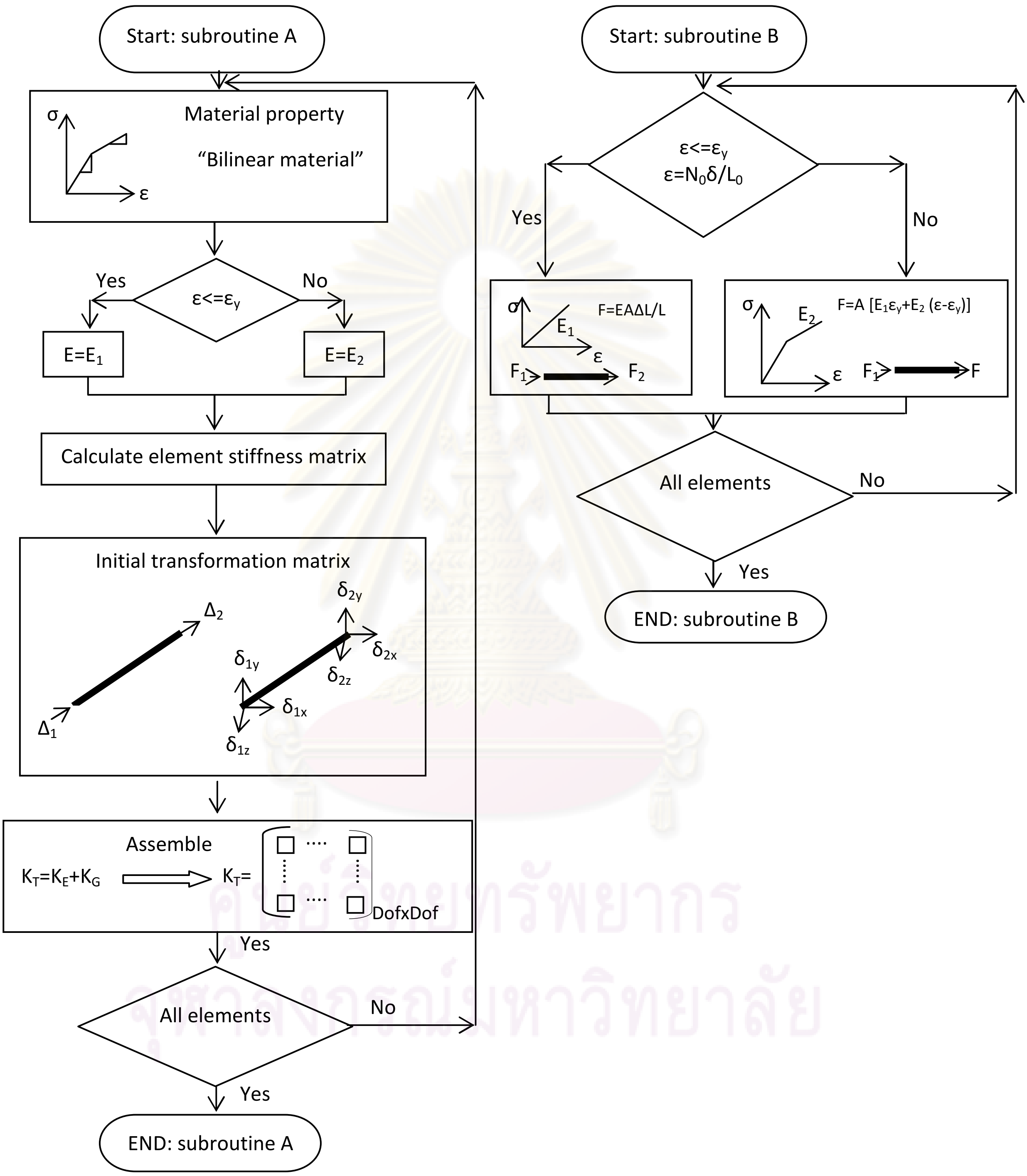
รูปที่ 5.4 แผนภูมิสายงานการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น

รูปที่ 5.4 แสดงขั้นตอนการทำงานหลักของการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นตามระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสัน ซึ่งการวิเคราะห์ไร้เชิงเส้นแบบต่างๆ จะมีขั้นตอนการคำนวณในส่วนนี้เหมือนกัน ประกอบด้วยขั้นตอนย่อย ดังนี้

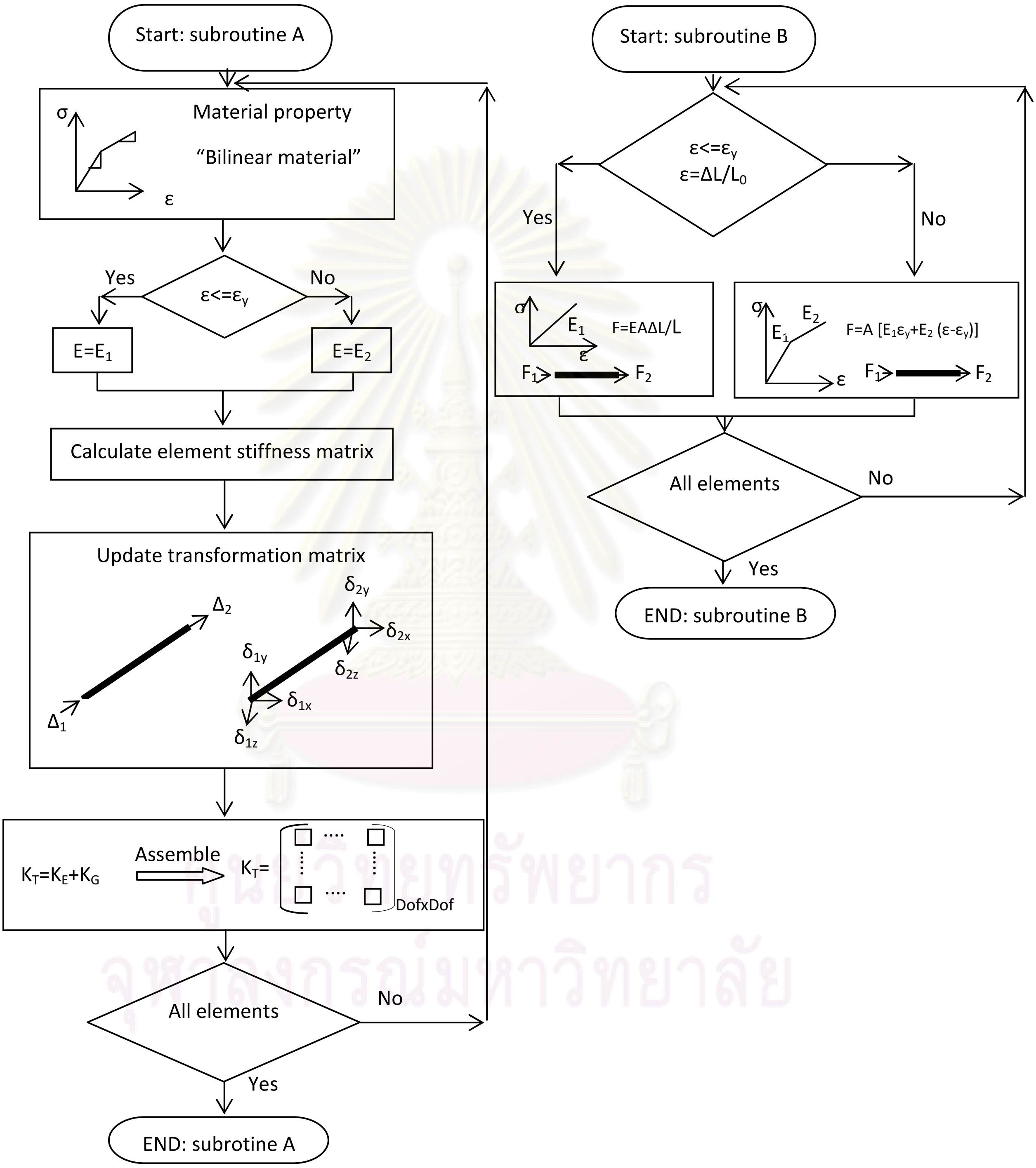
1. แบ่งขั้นน้ำหนักบรรทุกภายนอก (Load step) ที่กระทำต่อโครงสร้าง
2. คำนวณหาค่าเมตริกซ์สติฟเนสสัมผัสของโครงสร้าง
3. คำนวณหาการกระจัดส่วนเพิ่มและหาการกระจัดที่จุดต่อของโครงสร้าง
4. คำนวณหาแรงภายในชิ้นส่วนโครงสร้าง และน้ำหนักบรรทุกไม่สมดุล
5. ตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนจากยูคลีเดียนนอร์มของหน่วยแรงคงค้าง
6. ถ้าค่าคลาดเคลื่อนมากกว่าค่าที่ยอมให้ ทำซ้ำตั้งแต่ข้อ 2 ถึง 6 แต่ถ้าน้อยกว่าไปข้อ8
7. ตรวจสอบจำนวนการเพิ่มขั้นน้ำหนักบรรทุกภายนอก หากมีค่าน้อยกว่าขั้นน้ำหนักบรรทุกภายนอกที่กำหนด ให้เพิ่มขั้นน้ำหนักบรรทุกภายนอก แล้วกระทำซ้ำ ข้อ 2-7



รูปที่ 5.5 แผนภูมิแสดงขั้นตอนย่อย (A), (B) ของการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต



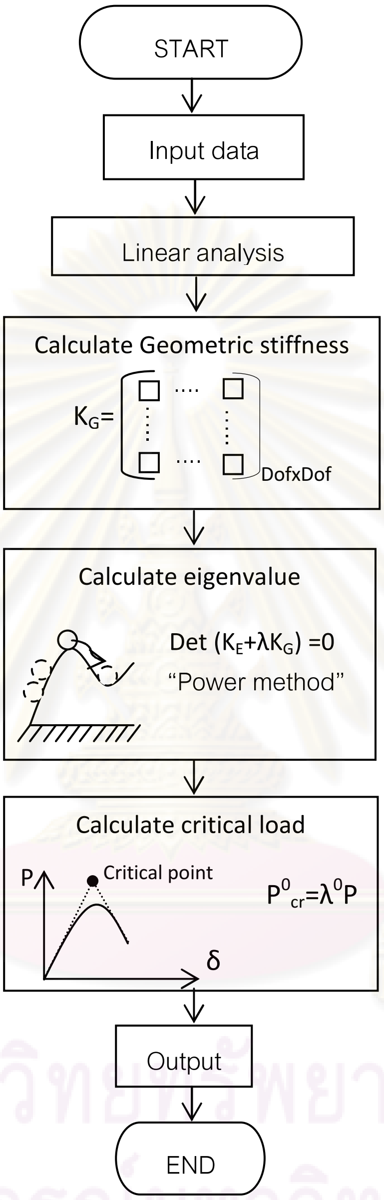
รูปที่ 5.6 แผนภูมิแสดงขั้นตอนย่อย (A), (B) ของการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางวัสดุ



รูปที่ 5.7 แผนภูมิแสดงขั้นตอนย่อย (A), (B) ของการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นผสม

5.2.2.2 แผนภูมิสายงานการวิเคราะห์เสถียรภาพของโครงสร้าง (Structural stability)

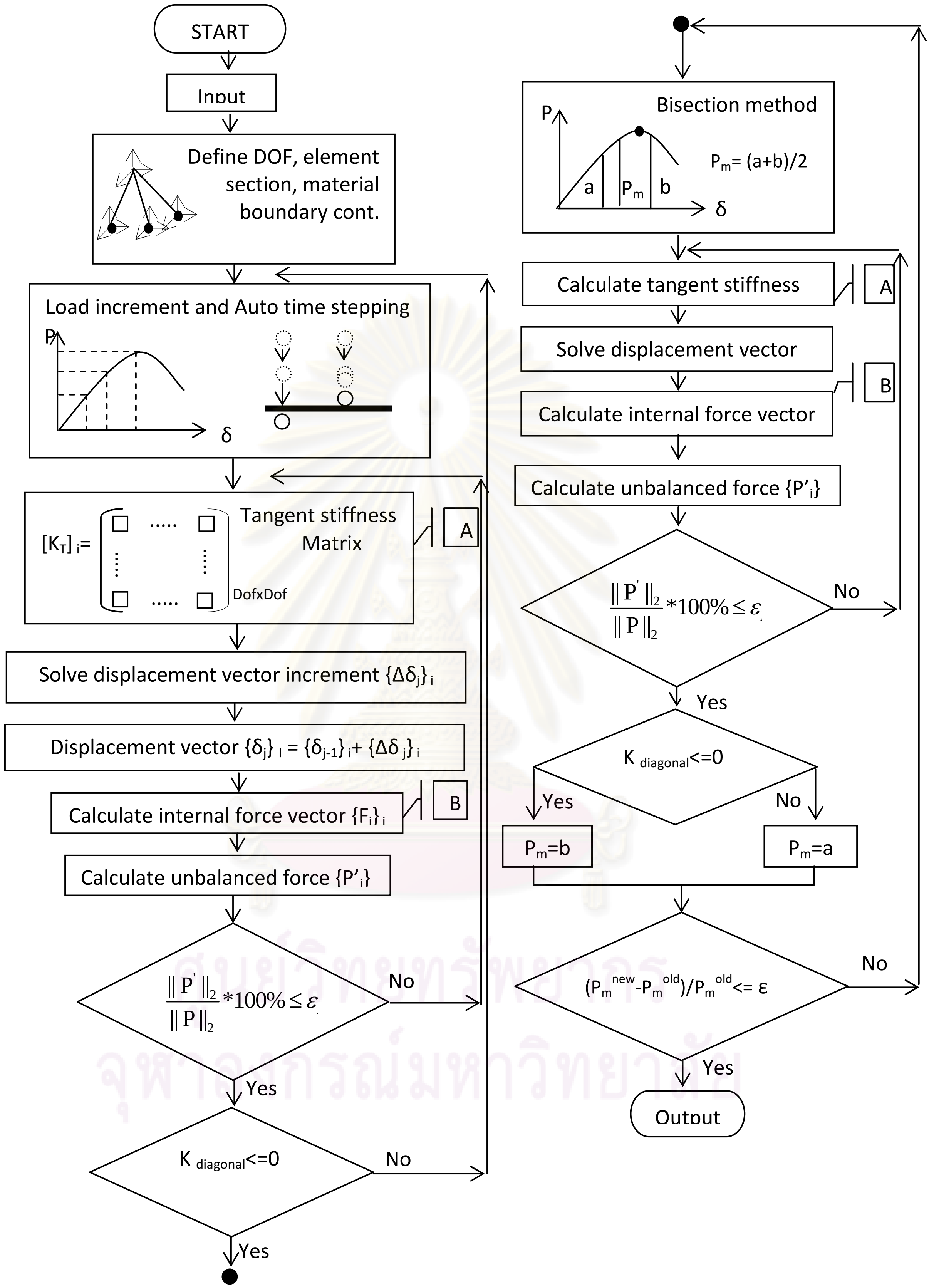
การวิเคราะห์เสถียรภาพของโครงสร้าง แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ การวิเคราะห์เสถียรภาพแบบเชิงเส้นและแบบไร้เชิงเส้น ดังแสดงในรูปที่ 5.8 และ 5.9 ตามลำดับ



รูปที่ 5.8 แผนภูมิแสดงการวิเคราะห์เสถียรภาพแบบเชิงเส้น

รูปที่ 5.8 แสดงการคำนวณหาน้ำหนักบรรทุกวิกฤต ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอนย่อย คือ

1. วิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีการแบบเชิงเส้น
2. นำค่าแรงภายในชิ้นส่วนและการกระจัดที่จุดต่อ จากข้อ 1 หาค่าจีโอเมทริกซ์สติฟเนส
3. คำนวณหาค่าตัวคูณน้ำหนักบรรทุกวิกฤตโดยใช้ระเบียบวิธีส่วนกลับกำลัง



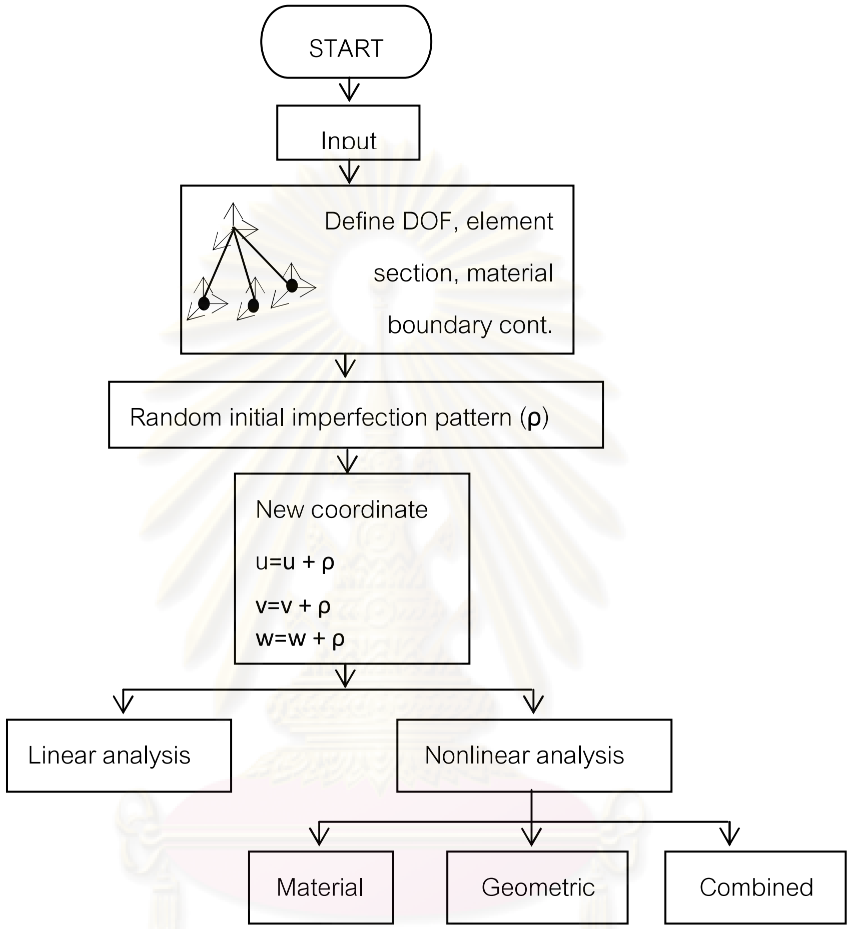
รูปที่ 5.9 แผนภูมิแสดงการวิเคราะห์เสถียรภาพแบบไร้เชิงเส้น

รูปที่ 5.9 แสดงการคำนวณหาน้ำหนักบรรทุกวิกฤต จากการวิเคราะห์เสถียรภาพแบบไร้เชิงเส้น ซึ่งประกอบด้วย 13 ขั้นตอนย่อย คือ

1. เพิ่มน้ำหนักบรรทุกภายนอกเป็นขั้นๆ
2. คำนวณหาค่าเมตริกซ์สติฟเนสสัมผัสของโครงสร้าง
3. คำนวณหาการกระจัดส่วนเพิ่มและหาการกระจัดที่จุดต่อของโครงสร้าง
4. คำนวณหาค่าแรงภายในชิ้นส่วนโครงสร้าง
5. คำนวณหาน้ำหนักบรรทุกไม่สมดุล (Unbalanced force)
6. ตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนจากยูคลีเดียนนอร์มของหน่วยแรงคงค้าง
7. ถ้าค่าคลาดเคลื่อนมากกว่าค่าที่ยอมให้ ทำซ้ำตั้งแต่ข้อ 2 ถึง 6 แต่ถ้าน้อยกว่าไปข้อ8
8. ตรวจสอบค่าแนวทแยงของสติฟเนสสัมผัส หากมีค่าเป็นบวก ให้กลับไปทำซ้ำข้อ 1 แต่ถ้ามีอย่างน้อย 1 ค่าติดลบหรือเป็นศูนย์ไปข้อ 9
9. ใช้วิธีแบ่งครึ่งช่วง คือ การนำน้ำหนักบรรทุกภายนอก ที่ขอบเขตล่างกับขอบเขตบนมาเฉลี่ยกันเพื่อบีบช่วงคำตอบ (ขั้นตอนนี้จะได้น้ำหนักบรรทุกภายนอกใหม่)
10. ทำซ้ำขั้นตอนที่ 2-6
11. หากค่าคลาดเคลื่อนมากกว่าค่าที่ยอมให้ กลับไปข้อ 10 ถ้าน้อยกว่าให้ตรวจสอบค่าแนวทแยงของสติฟเนสสัมผัส หากมีค่าเป็นบวก กำหนดให้น้ำหนักบรรทุกภายนอกดังกล่าวเป็นค่าขอบเขตล่าง แต่ถ้าติดลบให้กำหนดเป็นขอบเขตบน
12. ตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนจากน้ำหนักบรรทุกภายนอกก่อนหน้ากับปัจจุบัน หากมีค่ามากกว่าค่าที่ยอมให้ ไปข้อ 9 แต่ถ้าน้อยกว่าไปข้อ 13
13. ค่าน้ำหนักบรรทุกภายนอกสุดท้ายที่ได้ คือค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตแบบไร้เชิงเส้น

5.2.2.3 <u>แผนภูมิสายงานการสุ่มค่าความไม่สมบรูณ์ตั้งต้นของโครงข้อหมุน</u>

ค่าความไม่สมบรูณ์ตั้งต้นในที่นี้เป็นค่าความไม่สมบรูณ์ตั้งต้นที่จุดต่อ โดยใช้การสุ่มแบบกระจายสม่ำเสมอ แสดงขั้นตอนการทำงาน ดังรูปที่ 5.10



รูปที่ 5.10 แผนภูมิสายงานการสุ่มค่าความไม่สมบรูณ์ตั้งต้น

จากรูปที่ 5.10 ประกอบด้วย 3 ขั้นตอนย่อย คือ

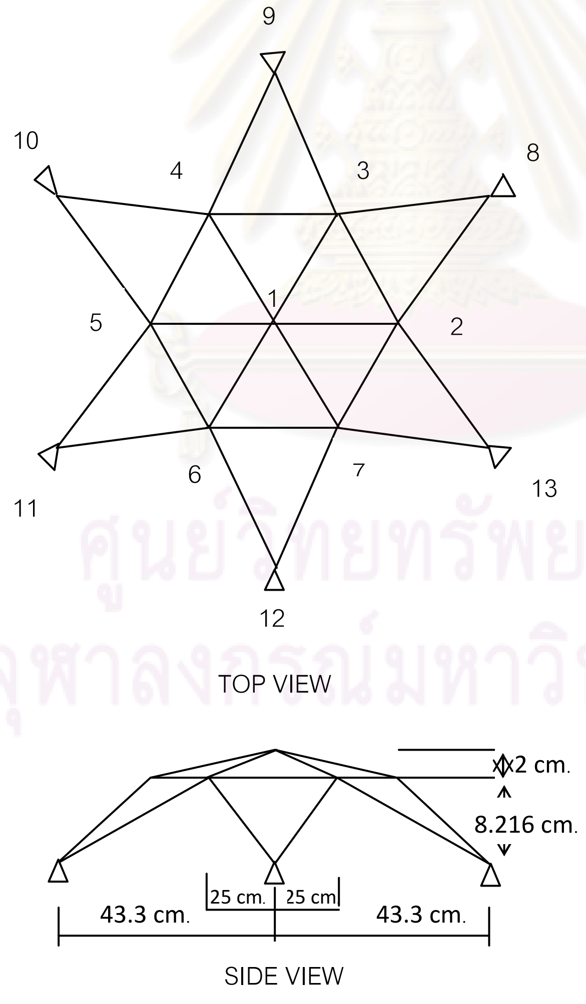
1. สุ่มค่าความไม่สมบรูณ์ตั้งต้นที่จุดต่อทุกจุด โดยสุ่มค่าระหว่าง L/500 ถึง –L/500
2. นำค่าที่ได้จากข้อ 1 ไปบวกกับพิกัดตั้งต้น จะได้เรขาคณิตของโครงสร้างใหม่
3. เลือกวิธีการวิเคราะห์โครงสร้าง

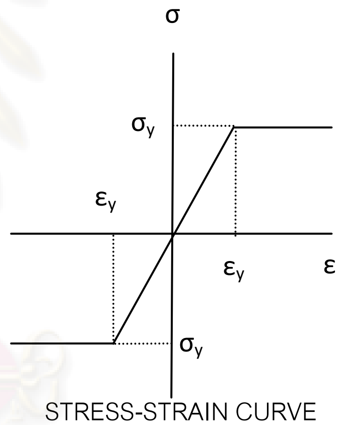
บทที่ 6
ผลการศึกษา

วิทยานิพนธ์นี้ ทำการวิเคราะห์ปัญหาตัวอย่างทั้งหมด 4 ตัวอย่าง สองตัวอย่างแรกเป็นการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้น ตัวอย่างที่เหลือเป็นกรณีศึกษาการวิเคราะห์หาแรงในค้ำยันของสะพานลอยโครงถัก

6.1 <u>โครงข้อหมุนทรงโดม (Reticulated truss dome)</u>

ตัวอย่างนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้น โดยเปรียบเทียบผลลัพธ์กับงานวิจัยในอดีตของ Grecoa M. [15] ซึ่งเป็นโครงข้อหมุนทรงโดม 13 ชิ้นส่วน ที่มีคุณสมบัติทางวัสดุแบบอิลาสโตพลาสติก ดังรูปที่ 6.1





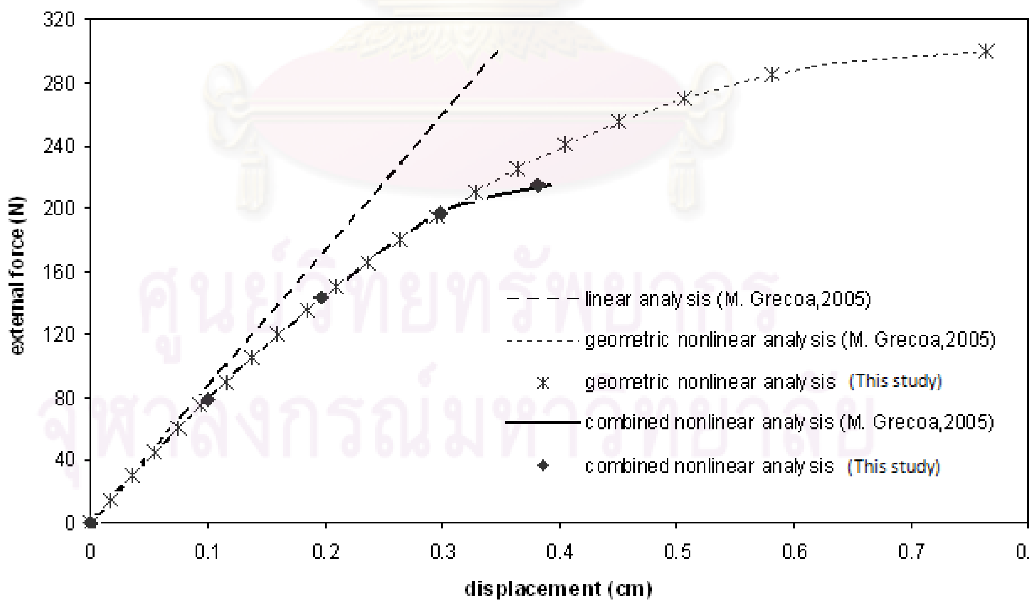
Node	coordinate (cm.)		
	x	y	z
1	0	0	0
2	0	25	2
3	-21.7	12.5	2
4	-21.7	-12.5	2
5	0	2	2
6	21.65	-12.5	2
7	21.65	12.5	2
8	-25	43.3	8.216
9	-50	0	8.216
10	-2	-43.3	8.216
11	25	-43.3	8.216
12	50	0	8.216
13	25	43.3	8.216

รูปที่ 6.1 รายละเอียดโครงข้อหมุนทรงโดม

กำหนดให้

1. ขนาดหน้าตัดของชิ้นส่วนทั้งหมดมีค่าเท่ากับ 3.17 ซม^2
2. ค่ากำลังรับแรงดึงที่จุดครากเท่ากับ 200 นิวตัน/ซม^2
3. คุณสมบัติวัสดุเป็นแบบอิลาสโตพลาสติก มีค่าอิลาสติกโมดูลัส (E1) และค่าอินอิลาสติกโมดูลัส (E2) เท่ากับ 300,000 และ 0 นิวตัน/ซม^2 ตามลำดับ
4. ฐานรองรับทั้งหมดเป็นแบบยึดหมุน
5. วิเคราะห์โครงสร้างจนถึงสภาวะการโก่งเดาะด้วยวิธีการแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตและไร้เชิงเส้นแบบผสม
6. ค่าความคลาดเคลื่อนของการทำซ้ำ(Iteration) เท่ากับ 0.01 %

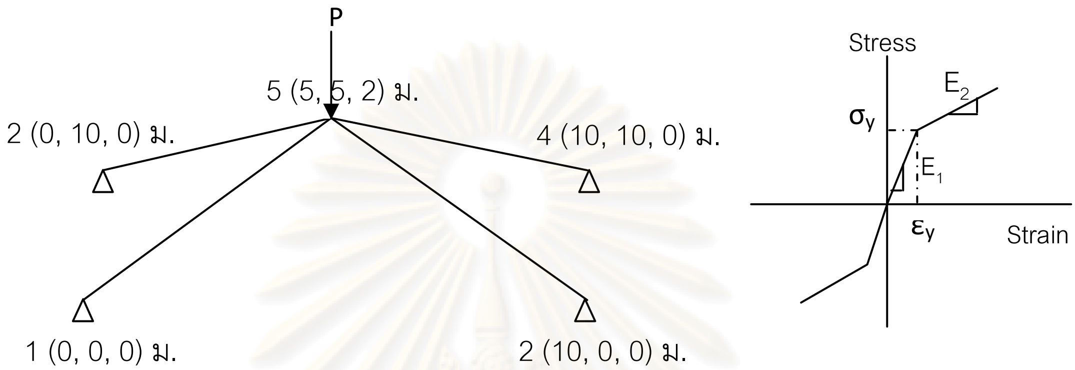
จากผลการวิเคราะห์พบว่าค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตด้วยวิธีการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตและไร้เชิงเส้นแบบผสมจากโปรแกรมที่พัฒนาขึ้น มีค่าเท่ากับ 300.2 นิวตันและ 239.18 นิวตัน ตามลำดับ และเมื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์ดังกล่าวกับงานวิจัยในอดีต พบว่ามีค่าที่ใกล้เคียงกันมาก ดังรูปที่ 6.2



รูปที่ 6.2 ผลการวิเคราะห์โครงข้อหมุนทรงโดมด้วยวิธีการแบบเชิงเส้น ไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตและไร้เชิงเส้นแบบผสม

6.2 <u>โครงข้อหมุนทรงพีรามิด</u>

ตัวอย่างนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเทียบกับโปรแกรม ANSYS โครงสร้างตัวอย่างกำหนดให้เป็นโครงข้อหมุนทรงพีรามิดที่มีคุณสมบัติทางวัสดุแบบไบลิเนีย ดังรูปที่ 6.3



รูปที่ 6.3 รายละเอียดโครงข้อหมุนทรงพีรามิด

กำหนดให้

1. ขนาดหน้าตัดของชิ้นส่วนทั้งหมดมีค่าเท่ากับ 0.001 ม^2
2. ค่ากำลังรับแรงดึงที่จุดครากเท่ากับ 240 MPa
3. คุณสมบัติวัสดุเป็นแบบไบลิเนีย มีค่าอิลาสติกโมดูลัส(E1) และค่าอินอิลาสติกโมดูลัส (E2) เท่ากับ 205 GPa และ 10.25 GPa ตามลำดับ
4. ฐานรองรับทั้งหมดเป็นแบบยึดหมุน
5. วิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีการแบบเชิงเส้น แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต และแบบไร้เชิงเส้นแบบผสม จนถึงน้ำหนักบรรทุกวิกฤต
6. ค่าความคลาดเคลื่อนของการทำซ้ำ(Iteration) เท่ากับ 0.01 %

ผลการวิเคราะห์แสดงไว้ในตารางที่ 6.1-6.3 พบว่าค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤต การกระจัดที่โหนด 5 และแรงภายในชิ้นส่วนของโครงสร้าง จากโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเทียบกับโปรแกรม ANSYS นั้น ผลลัพธ์ที่ได้ต่างกันไม่เกิน 0.2% ซึ่งถือว่าเกิดความคลาดเคลื่อนน้อยมาก

ตารางที่6.1 การเปรียบเทียบน้ำหนักบรรทุกวิกฤต

วิธีการวิเคราะห์	น้ำหนักบรรทุกวิกฤต (นิวตัน)		
	ANSYS	งานวิจัยนี้	ค่าคลาดเคลื่อน (%)
เชิงเส้น	17,853,984	17,854,059	0.0004
ไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต	3,304,000	3,305,223	0.0370
ไร้เชิงเส้นแบบผสม	329,005	329,259.1	0.0772

ตารางที่ 6.2 ผลการวิเคราะห์การกระจัดโหนดที่ 5 ณ น้ำหนักบรรทุกวิกฤต

วิธีการวิเคราะห์	การกระจัด (ม.)		
	ANSYS	งานวิจัยนี้	ค่าคลาดเคลื่อน (%)
เชิงเส้น	2.1590	2.1600	0.0463
ไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต	0.8596	0.8598	0.0226
ไร้เชิงเส้นแบบผสม	0.5760	0.5749	0.1862

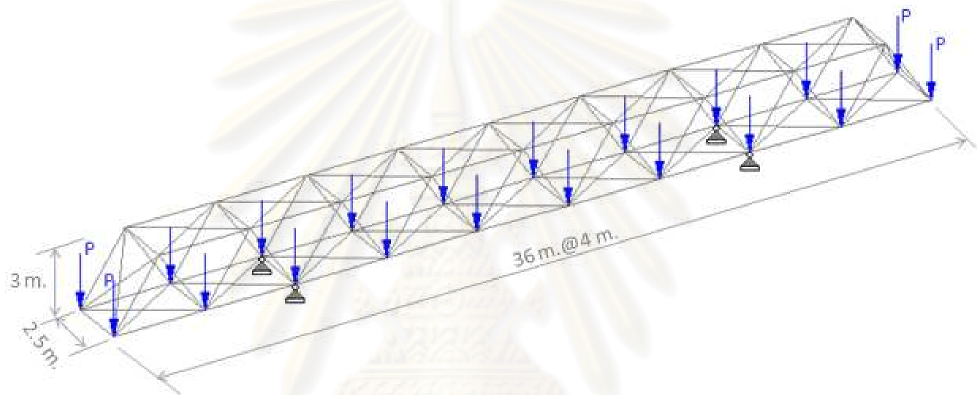
ตารางที่ 6.3 ผลการวิเคราะห์แรงภายในชิ้นส่วน ณ น้ำหนักบรรทุกวิกฤต

วิธีการวิเคราะห์	แรงภายใน (นิวตัน)		
	ANSYS	งานวิจัยนี้	ค่าคลาดเคลื่อน (%)
เชิงเส้น	16,399,949	16,400,000	0.0003
ไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต	5,189,599	5,190,462	0.0166
ไร้เชิงเส้นแบบผสม	416,800	416,624.2	0.0422

ผลจากการศึกษาตัวอย่างที่ 6.1 และ 6.2 ที่มีคุณสมบัติทางวัสดุ ลักษณะทางเรขาคณิต และการเปรียบเทียบวิธีที่ต่างกัน คือ การเทียบกับงานวิจัยในอดีต [15] และโปรแกรม ANSYS พบว่าผลลัพธ์ที่คำนวณได้จากโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นในงานวิจัยนี้ มีค่าสอดคล้อง และมีความถูกต้องเป็นที่น่าพอใจ

6.3 <u>สะพานลอยโครงข้อหมุน</u>

ตัวอย่างนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลของวิธีการวิเคราะห์โครงสร้างแบบต่างๆต่อแรงในค้ำยัน กรณีศึกษาเป็นสะพานลอยโครงข้อหมุนที่มีความสูง 3 เมตร กว้าง 2.5 เมตร และความยาวทั้งหมด 36 เมตร น้ำหนักบรรทุกภายนอก กระทำที่จุดต่อของคอร์ดล่าง และคุณสมบัติของวัสดุเป็นแบบไบลิเนีย ดังรูปที่ 6.4 การวิเคราะห์โครงสร้างแบ่งเป็น 2 สภาวะ คือ สภาวะใช้งาน (P=50,000 N) และสภาวะน้ำหนักบรรทุกวิกฤต ด้วยวิธีการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น ไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต และไร้เชิงเส้นแบบผสม



รูปที่ 6.4 รายละเอียดสะพานลอยโครงข้อหมุน

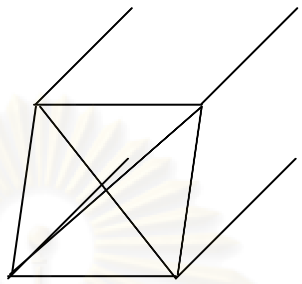
กำหนดให้

1. กำลังรับแรงดึงที่จุดคราก เท่ากับ 240 MPa
2. ค่าอิลาสติกโมดูลัส เท่ากับ 205 GPa และค่าอินอิลาสติกโมดูลัส เท่ากับ 10.25 GPa
3. ฐานรองรับทั้งหมดเป็นแบบยึดหมุน
4. วิเคราะห์โครงสร้างที่สภาวะโครงสร้างสมบูรณ์ (Perfect system) ด้วยวิธีการวิเคราะห์ทั้งแบบเชิงเส้น ไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต และไร้เชิงเส้นแบบผสม
5. ขนาดหน้าตัดของชิ้นส่วนแบ่งออกเป็น 5 กลุ่ม ดังตารางที่ 6.4

ตารางที่ 6.4 ขนาดหน้าตัดของชิ้นส่วนสะพานลอยโครงข้อหมุน

ชิ้นส่วน	Lower chord	Upper chord	vertical truss	Diagonal bracing	Strut bracing
หน้าตัด(ม^2)	0.00772	0.00772	0.003031	0.000753	0.003031

โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นในงานวิจัยนี้ใช้สำหรับวิเคราะห์โครงข้อหมุนสามมิติเท่านั้น ในความเป็นจริงโครงสร้างสะพานลอยนี้มีพฤติกรรมผสมระหว่างโครงข้อแข็งกับโครงข้อหมุน จึงไม่สามารถวิเคราะห์โครงสร้างดังกล่าวด้วยการวิเคราะห์โครงข้อหมุนสามมิติได้โดยตรง เพราะจะเกิดความไม่มีเสถียรภาพขึ้น หากปราศจากชิ้นส่วนค้ำยันที่ปลายสะพานทั้งสองด้าน ดังรูปที่ 6.5

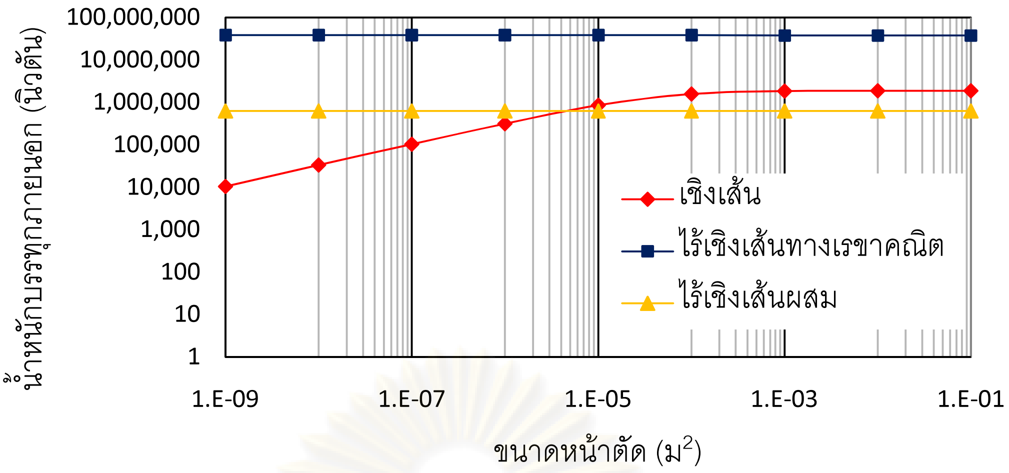


รูปที่ 6.5 การจำลองค้ำยันที่ปลายสะพาน

การสมมุติขนาดหน้าตัดค้ำยันที่ชิ้นส่วนปลายสะพาน แสดงดังตารางที่ 6.4 และรูปที่ 6.6 พบว่า ขนาดหน้าตัดของค้ำยันที่ปลายชิ้นส่วนมีอิทธิพลต่อน้ำหนักบรรทุกวิกฤตเชิงเส้นเท่านั้น โดยช่วงขนาดหน้าตัด 1.0E-09 ม^2 ถึง 1.0E-04 ม^2 พบว่าค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตเชิงเส้นจะมีอัตราการเพิ่มขึ้นเมื่อมีการเพิ่มขนาดหน้าตัด หลังจากนั้นที่ขนาดหน้าตัดมากกว่าหรือเท่ากับ 1.0E-03 ม^2 อัตราการเพิ่มค่อยๆลดลงจนมีค่าคงที่ ดังนั้นขนาดหน้าตัดของค้ำยันที่ปลายสะพานที่เหมาะสมคือ 1.0E-03 ม^2

ตารางที่ 6.5 ขนาดหน้าตัดค้ำยันที่ปลายชิ้นส่วนต่อน้ำหนักบรรทุกวิกฤต

หน้าตัด (ม^2)	น้ำหนักบรรทุกวิกฤต (นิวตัน)		
	เชิงเส้น	ไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต	ไร้เชิงเส้นผสม
1.0E-09	10,452	38,100,000	628,962
1.0E-08	33,079	38,100,000	628,962
1.0E-07	103,583	38,100,000	628,962
1.0E-06	315,029	38,100,000	628,962
1.0E-05	854,355	38,100,000	628,962
1.0E-04	1,570,335	38,100,000	628,961
1.0E-03	1,834,109	38,000,000	628,963
1.0E-02	1,864,277	37,800,000	628,970
1.0E-01	1,865,107	37,700,000	628,973



รูปที่ 6.6 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างหน้าตัดของค้ำยันที่ปลายชิ้นส่วนต่อน้ำหนักบรรทุกวิกฤต

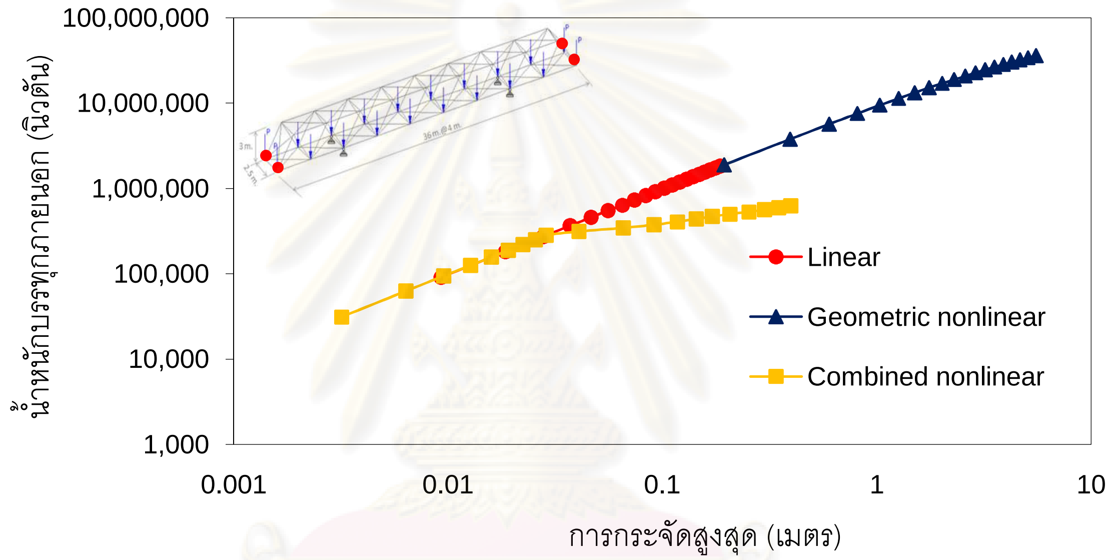
ผลการวิเคราะห์สะพานลอยโครงข้อหมุนที่สภาวะน้ำหนักบรรทุกใช้งาน แสดงดังตารางที่ 6.6 พบว่า ค่าการกระจัด แรงในชิ้นส่วนของโครงถักหลัก และ แรงในค้ำยัน ที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีเชิงเส้น ไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต และไร้เชิงเส้นแบบผสม ให้ค่าที่แตกต่างกันน้อยมาก เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกดังกล่าวมีค่าน้อยไม่ส่งผลต่อการเปลี่ยนรูปของโครงสร้างและวัสดุยังไม่เกิดการคราก

ตารางที่ 6.6 ผลการวิเคราะห์สะพานลอยโครงข้อหมุนที่น้ำหนักบรรทุกใช้งาน

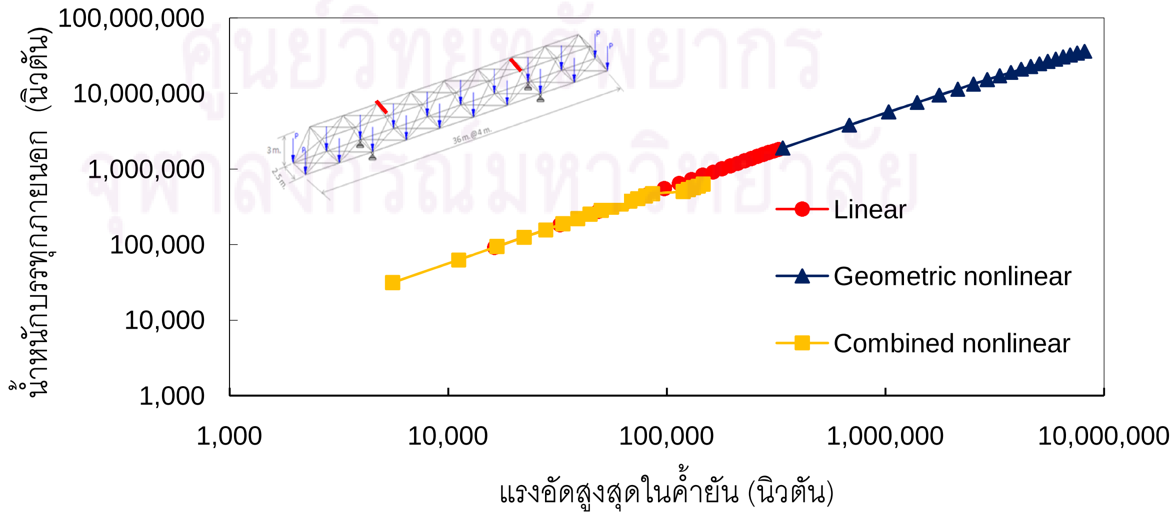
ผลลัพธ์		วิธีการวิเคราะห์		
		เชิงเส้น	ไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต	ไร้เชิงเส้นผสม
การกระจัด (ม.)		-0.005058	-0.005060	-0.005060
แรงภายในโครงถักหลัก	แรงอัด (นิวตัน)	-126,011.0	-125,975.3	-125,975.3
	แรงดึง (นิวตัน)	189,267.8	189,318.8	189,318.8
แรงภายในค้ำยัน	แรงอัด (นิวตัน)	-8,854.6	-8,856.4	-8,856.4
	แรงดึง (นิวตัน)	12,656.0	12,659.7	12,659.7

ผลการวิเคราะห์สะพานลอยโครงข้อหมุนจนถึงสภาวะน้ำหนักบรรทุกวิกฤต แสดงดังรูปที่ 6.7-6.11 พบว่า ค่าการกระจัด แรงอัดและแรงดึงในค้ำยันที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีแบบเชิงเส้น

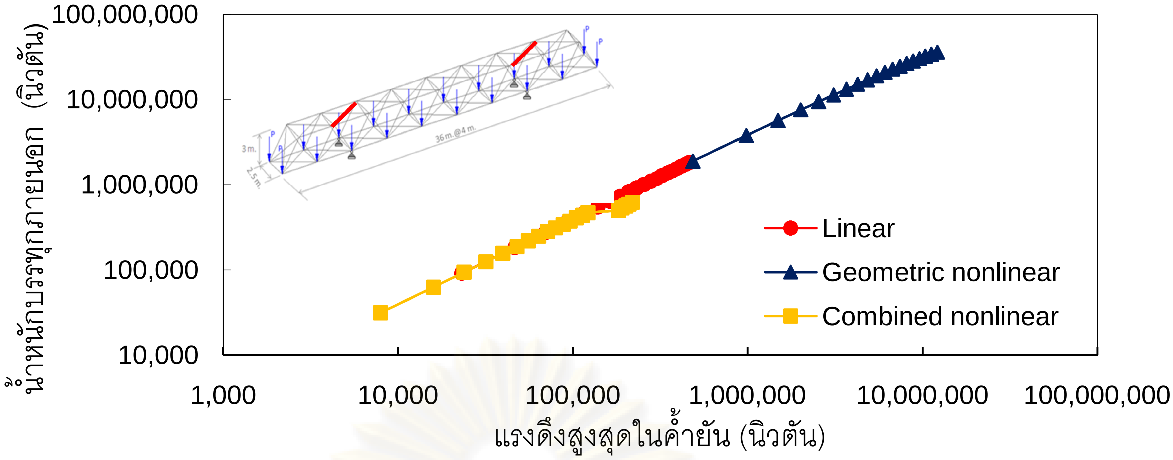
ไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต และไร้เชิงเส้นแบบผสมให้ค่าใกล้เคียงกันมาก จะต่างกันเล็กน้อยที่น้ำหนักบรรทุกภายนอกประมาณ 6 เท่าน้ำหนักบรรทุกใช้งาน ดังรูปที่ 6.7-6.9 ตามลำดับ ส่วนค่าแรงอัดของชิ้นส่วนโครงถักหลัก การวิเคราะห์ด้วยวิธีเชิงเส้นและไร้เชิงเส้นแบบผสมให้ค่าที่เหมือนกัน แต่การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิตจะต่างออกไป คือเมื่อโครงสร้างเริ่มใกล้ถึงจุดขีดจำกัด การเพิ่มน้ำหนักบรรทุกภายนอกจะส่งผลต่อความสามารถในการรับแรงของชิ้นส่วน ดังรูปที่ 6.10 และค่าแรงดึงในชิ้นส่วนโครงถักหลักจากการวิเคราะห์ทั้งสามวิธีให้ค่าเท่ากันหมด แสดงว่าไม่มีผลของการเปลี่ยนรูปทางเรขาคณิตและความไม่เชิงเส้นของวัสดุ ดังรูปที่ 6.11



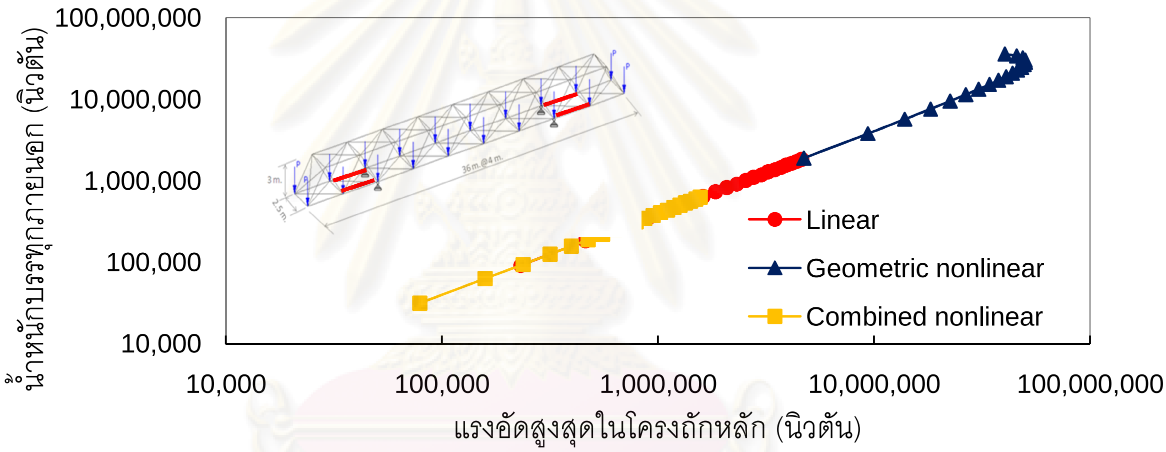
รูปที่ 6.7 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกภายนอกกับการกระจัดสูงสุดที่จุดต่อ



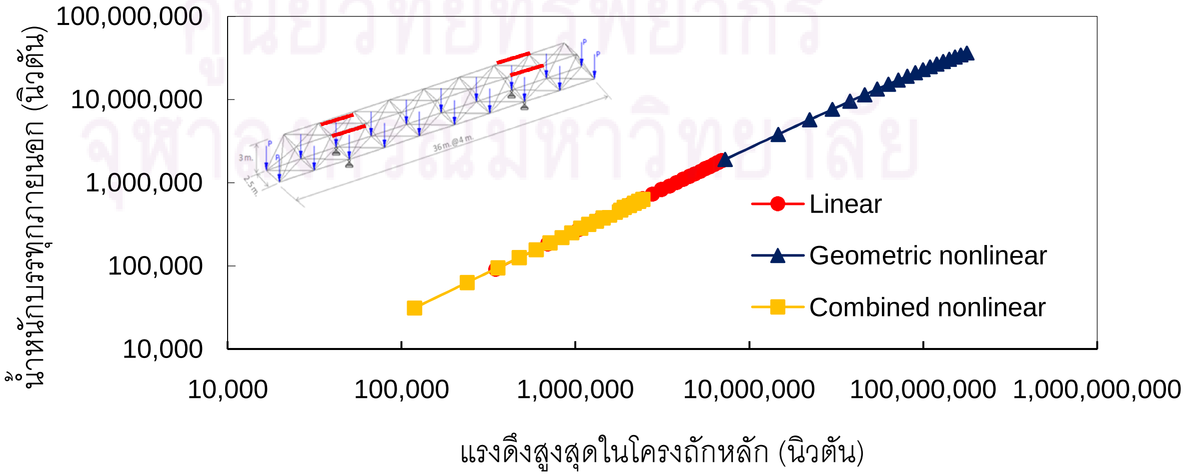
รูปที่ 6.8 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกภายนอกกับแรงอัดในค้ำยัน



รูปที่ 6.9 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกภายนอกกับแรงดึงในค้ำยัน

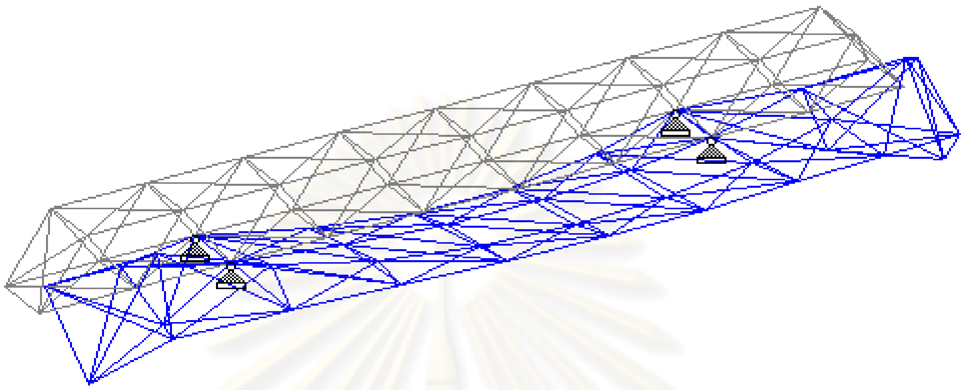


รูปที่ 6.10 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกภายนอกกับแรงอัดในโครงถักหลัก



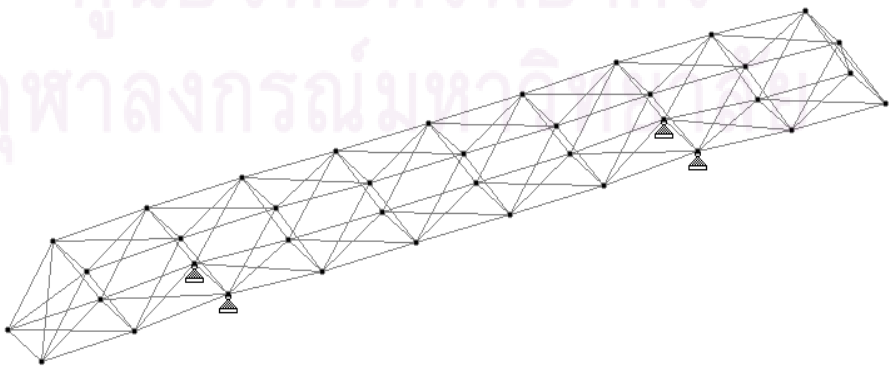
รูปที่ 6.11 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกภายนอกกับแรงดึงในโครงถักหลัก

สำหรับผลการวิเคราะห์เสถียรภาพของโครงสร้าง พบว่าค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติแบบผสมให้ค่าน้อยสุด เท่ากับ 600,000 นิวตัน ส่วนค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติแบบเชิงเส้นและไร้เชิงเส้นมีค่าประมาณ 1.8 ล้านนิวตัน และ 37 ล้านนิวตัน ตามลำดับ รูปร่างการโก่งเดาะของโครงสร้างจากการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น ไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต และไร้เชิงเส้นผสม แสดงดังรูปที่ 6.12-6.14



รูปที่ 6.12 รูปร่างการโก่งเดาะแบบเชิงเส้น

รูปที่ 6.13 รูปร่างการโก่งเดาะแบบไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต



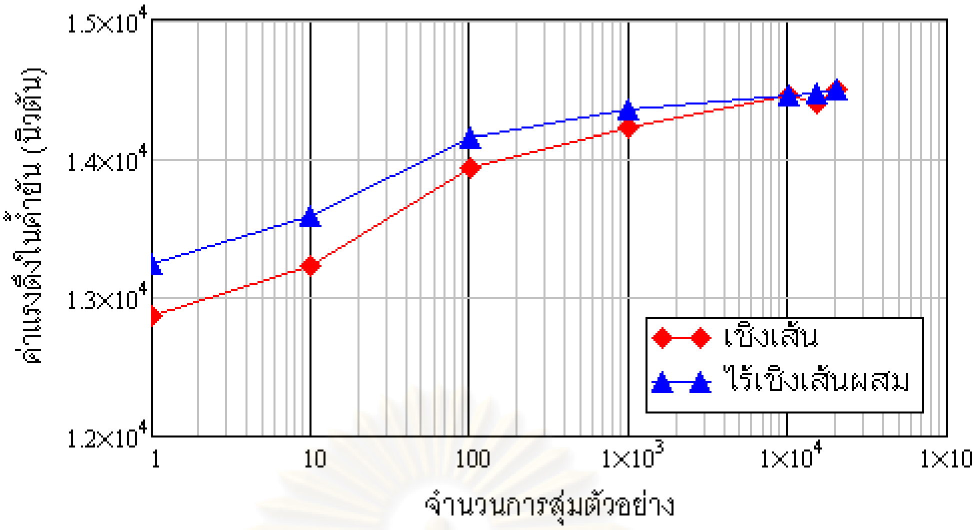
รูปที่ 6.14 รูปร่างการโก่งเดาะแบบไร้เชิงเส้นผสม

6.4 ผลของความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นต่อแรงในค้ำยัน

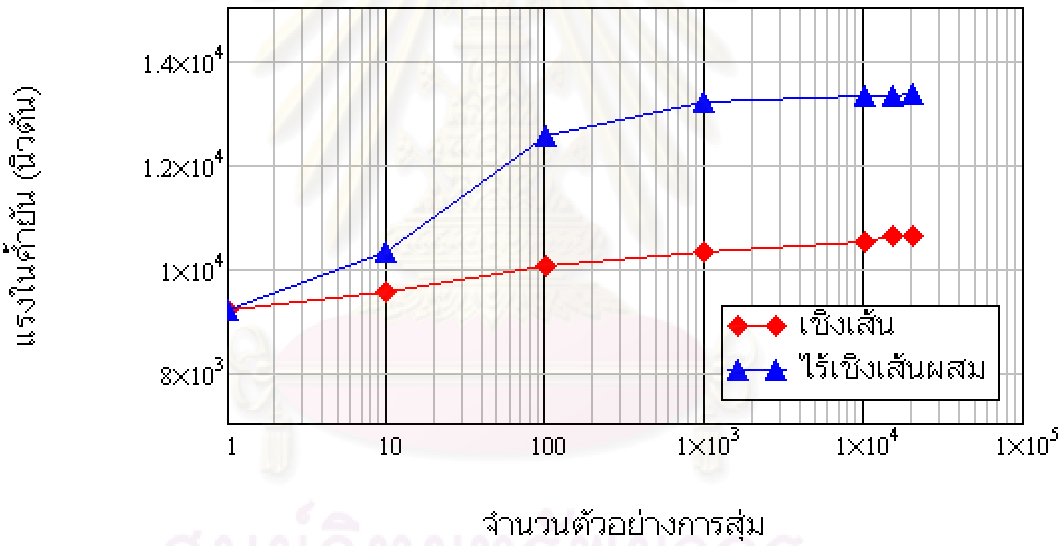
ตัวอย่างนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นต่อแรงในค้ำยัน โดยใช้โครงสร้างตัวอย่างที่ 6.3 เป็นกรณีศึกษา ซึ่งในทางปฏิบัติการกำหนดรูปแบบความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นนั้นแทบเป็นไปไม่ได้ สิ่งเหล่านี้เป็นสิ่งที่ไม่สามารถคาดเดาได้ล่วงหน้าจะเกิดขึ้นภายหลังจากที่ออกแบบแล้วทั้งสิ้น ดังนั้น การหารูปแบบความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่ทำให้เกิดแรงในค้ำยันมากที่สุด จึงมีความสำคัญต่อการออกแบบระบบค้ำยัน ในปัญหาค้ำยันบางประเภทสามารถหารูปแบบที่ทำให้เกิดค่าแรงในค้ำยันสูงสุดได้ง่าย เช่น กรณีเสาที่ถูกค้ำยันตรงกึ่งกลางความยาว 1 ตำแหน่ง แต่สำหรับโครงสร้างที่มีค้ำยันมากกว่า 1 ตัวขึ้นไป เป็นการยากจะตัดสินใจได้ว่ารูปแบบความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นแบบใดที่ทำให้เกิดค่าแรงในค้ำยันมากที่สุด

งานวิจัยนี้จึงอาศัยวิธีทางสถิติเข้ามาช่วยสุ่มรูปแบบความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น กำหนดให้ค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นดังกล่าวเกิดขึ้นที่จุดต่อต่างๆได้ทั้งสามทิศทาง คือ x, y, z ซึ่งเป็นลักษณะการเสียรูปตั้งต้นที่เกิดขึ้นได้จริงในระหว่างการก่อสร้าง และให้การสุ่มเป็นแบบกระจายสม่ำเสมอ (Uniform distribution) ระหว่างช่วง -8 มม. ถึง 8 มม. ค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นดังกล่าวนี้เป็นค่าที่กำหนดไว้ในมาตรฐาน AISC มีค่าสูงสุดไม่เกิน 1/500 ของความยาวช่วง

ผลจากการสุ่มค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่จุดต่อและทำการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น และไร้เชิงเส้นแบบผสม พบว่าการสุ่มตัวอย่างในช่วง 1 ถึง 10,000 ตัวอย่าง ค่าแรงดึงและอัดในค้ำยันมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามจำนวนการสุ่มตัวอย่าง หลังจากนั้นแนวโน้มของแรงที่เกิดขึ้นในค้ำยันทั้งแรงดึงและแรงอัดเริ่มมีค่าคงที่เมื่อมีการเพิ่มจำนวนการสุ่มตัวอย่างจนถึง 20,000 ตัวอย่าง ดังแสดงในรูปที่ 6.15-6.16 ดังนั้นจำนวนการสุ่มตัวอย่างที่ 20,000 ตัวอย่าง จึงเป็นค่าที่เหมาะสมที่ถูกนำมาใช้ในการศึกษา



รูปที่ 6.15 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงดึงในค้ำยันกับจำนวนการสุ่มตัวอย่างค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น

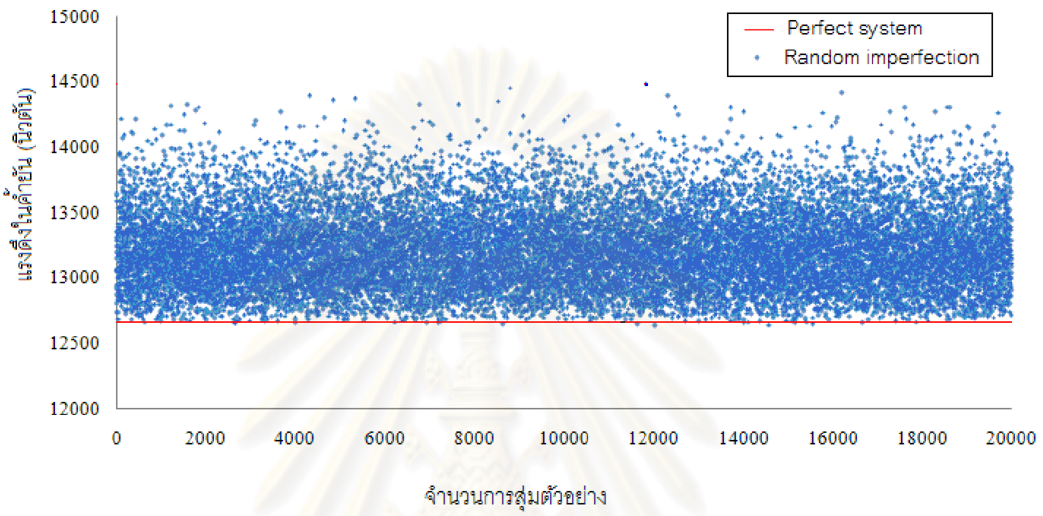


รูปที่ 6.16 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าแรงอัดในค้ำยันกับจำนวนการสุ่มตัวอย่างค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น

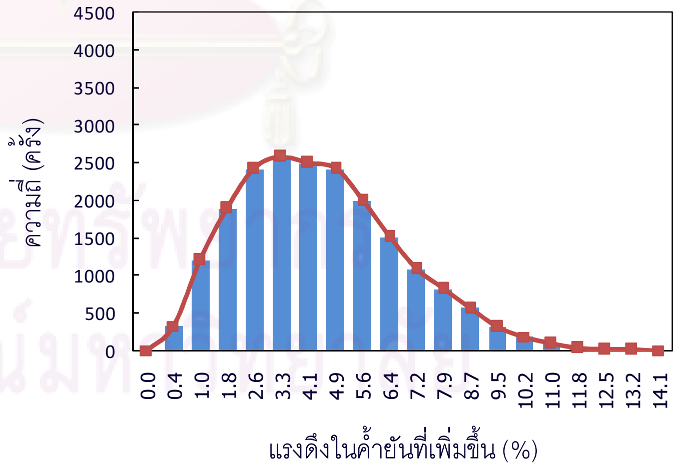
6.4.1 <u>ผลการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น</u>

รูปที่ 6.17 แสดงค่าแรงดึงในค้ำยันจากการวิเคราะห์แบบเชิงเส้นโดยการสุ่มค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่จุดต่อ 20,000 ตัวอย่าง พบว่าค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นสามารถเพิ่มหรือลดแรงในค้ำยันได้ แต่กรณีที่จะเกิดแรงในค้ำยันที่มีค่าต่ำกว่าการวิเคราะห์แบบไม่พิจารณาผลของความไม่สมบูรณ์นั้นมีน้อยมาก มีเพียง 6 ตัวอย่าง โดยค่าแรงดึงในค้ำยันจากการวิเคราะห์แบบไม่พิจารณา

ผลของความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นมีค่าเท่ากับ 12,656 N ขณะที่การวิเคราะห์โดยพิจารณาผลความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นจะเกิดค่าระหว่างช่วง 12,630 N ถึง 14,500 N คิดเป็น 25-29% ของน้ำหนักบรรทุกที่สภาวะใช้งาน ซึ่งค่าแรงดึงในค้ำยันที่ 13,077 N และ 14,492 N เป็นค่าแรงดึงในค้ำยันที่มีโอกาสเกิดมากที่สุดและมีขนาดสูงสุด มากกว่าการวิเคราะห์แบบไม่พิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นประมาณ 15% ตามลำดับ



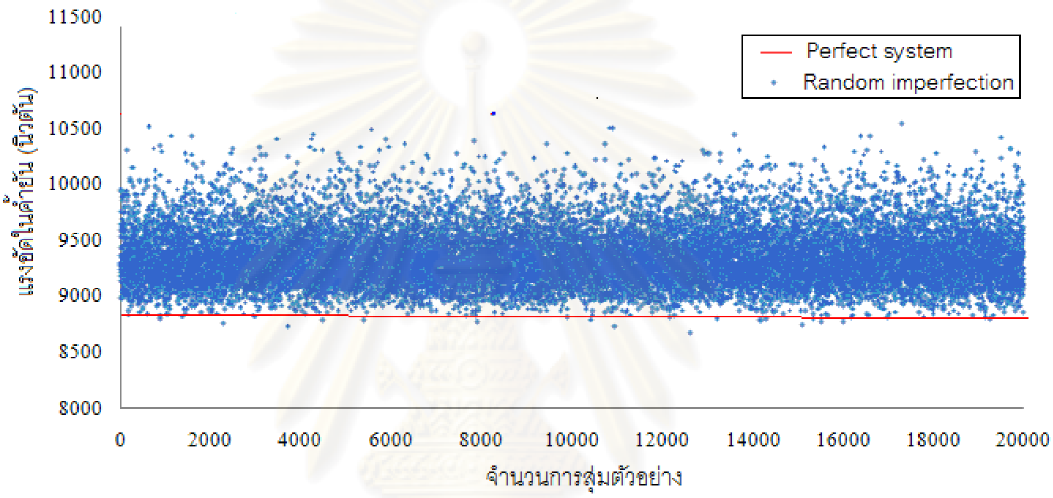
แรงดึงในค้ำยัน (นิวตัน)	ความถี่ (ครั้ง)
12650	6
12705	328
12788	1202
12884	1890
12979	2417
13077	2578
13173	2501
13270	2421
13368	1994
13464	1509
13562	1081
13660	826
13758	567
13854	314
13949	189
14048	98
14150	39
14238	22
14331	14
14441	4



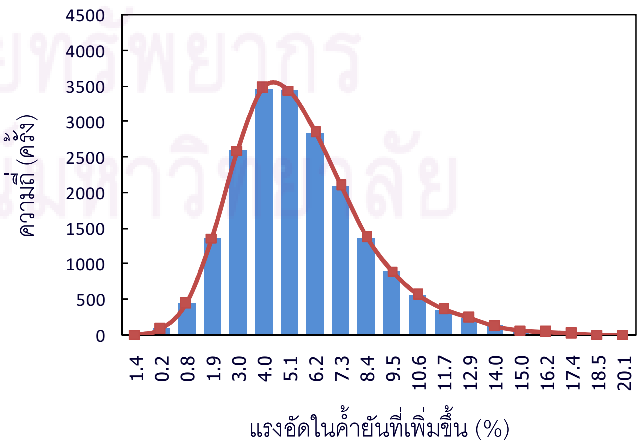
รูปที่ 6.17 ค่าแรงดึงในค้ำยันจากการสุ่มค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น 20,000 ตัวอย่าง ด้วยการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น

รูปที่ 6.18 แสดงค่าแรงอัดในค้ำยันจากการวิเคราะห์แบบเชิงเส้นโดยการสุ่มค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่จุดต่อ 20,000 ตัวอย่าง พบว่าค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นสามารถเพิ่มหรือลดแรงใน

ค้ำยันได้เช่นเดียวการหาแรงดึงในค้ำยัน มีเพียง 88 ตัวอย่างที่ค่าแรงอัดในค้ำยันต่ำกว่าการวิเคราะห์แบบไม่พิจารณาผลของความไม่สมบูรณ์ โดยค่าแรงอัดในค้ำยันจากการวิเคราะห์แบบไม่พิจารณาผลของความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นมีค่าเท่ากับ 8,855 N ขณะที่การวิเคราะห์โดยพิจารณาผลความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นจะให้ค่าระหว่างช่วง 8,670 N ถึง 10,635 N คิดเป็น 17-21% ของน้ำหนักบรรทุกที่สภาวะใช้งาน ซึ่งค่าแรงอัดในค้ำยันที่ 9,212 N และ 10,633 N เป็นค่าแรงอัดในค้ำยันที่มีโอกาสเกิดมากที่สุดและมีขนาดสูงสุด มากกว่าการวิเคราะห์แบบไม่พิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นประมาณ 20% ตามลำดับ



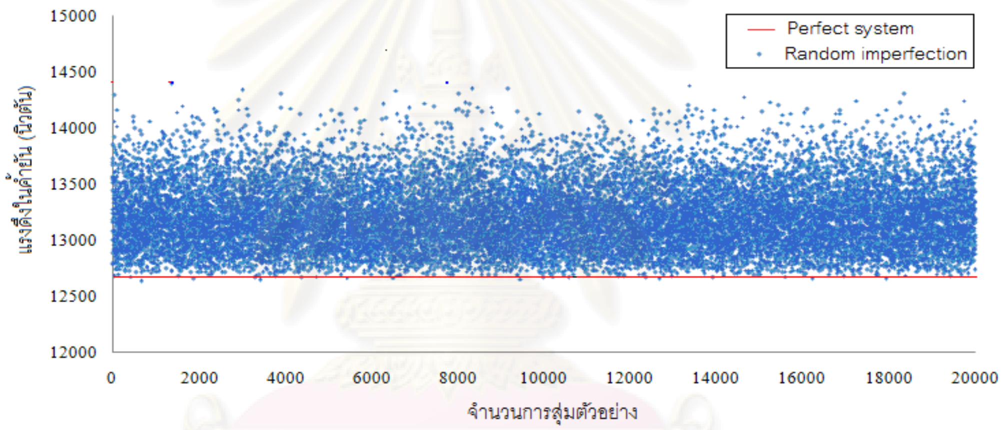
แรงอัดในค้ำยัน (นิวตัน)	ความถี่(ครั้ง)
8732	6
8838	82
8929	446
9022	1359
9117	2593
9212	3474
9309	3439
9407	2842
9502	2091
9600	1371
9698	895
9759	555
9890	361
9994	239
10094	120
10187	64
10290	39
10393	15
10493	7
10633	2



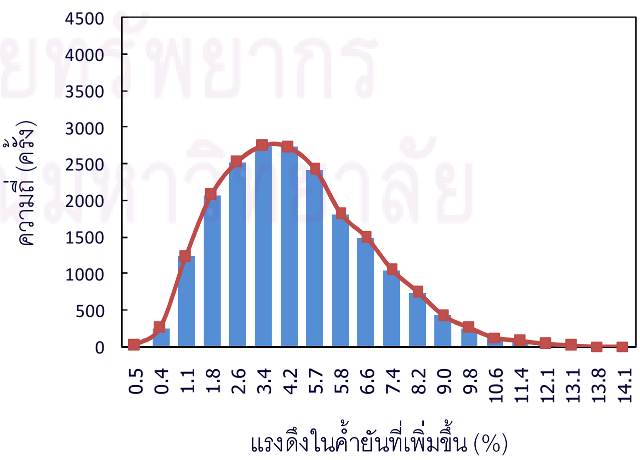
รูปที่ 6.18 ค่าแรงอัดในค้ำยันจากการสุ่มค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น 20,000 ตัวอย่าง ด้วยการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น

6.4.2 ผลการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น

รูปที่ 6.19 แสดงค่าแรงดึงในค้ำยันจากการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นโดยการสุ่มค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่จุดต่อ 20,000 ตัวอย่าง พบว่ามีลักษณะคล้ายกับผลการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น กล่าวคือ ค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นสามารถเพิ่มหรือลดแรงในค้ำยันได้ แต่กรณีที่จะเกิดแรงในค้ำยันที่มีค่าต่ำกว่าการวิเคราะห์แบบไม่พิจารณาผลของความไม่สมบูรณ์นั้นมีน้อยมาก โดยค่าแรงดึงที่พิจารณาผลความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นจะเกิดค่าในช่วง 12,650 N ถึง 14,450 N คิดเป็น 25-29% ของน้ำหนักบรรทุกที่สภาวะใช้งาน ซึ่งค่าแรงดึงในค้ำยันที่ 13,091 N และ 14,463 N เป็นค่าแรงดึงในค้ำยันที่มีโอกาสเกิดมากที่สุดและมีขนาดสูงสุด มากกว่าการวิเคราะห์แบบไม่พิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นประมาณ 14% ตามลำดับ

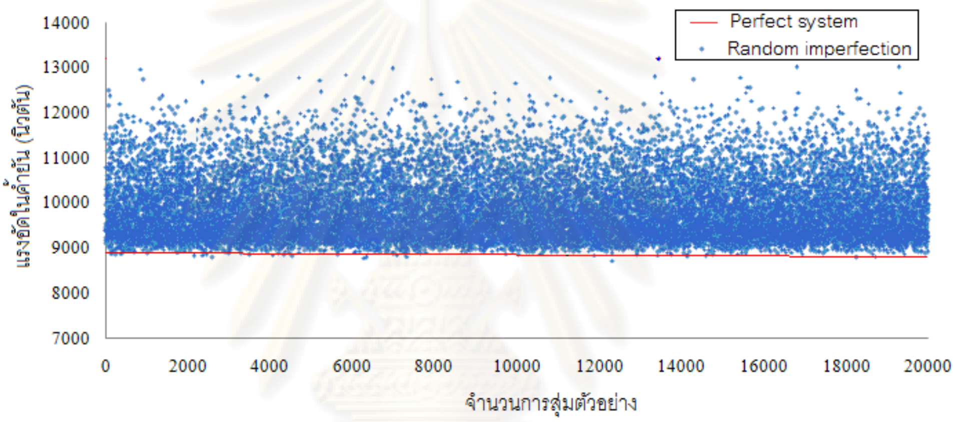


แรงดึงในค้ำยัน (นิวตัน)	ความถี่ (ครั้ง)
12602	9
12711	254
12794	1233
12890	2070
12990	2516
13091	2745
13192	2729
13379	2422
13395	1811
13497	1485
13596	1047
13696	742
13797	424
13900	257
14001	125
14107	73
14193	36
14313	14
14413	8

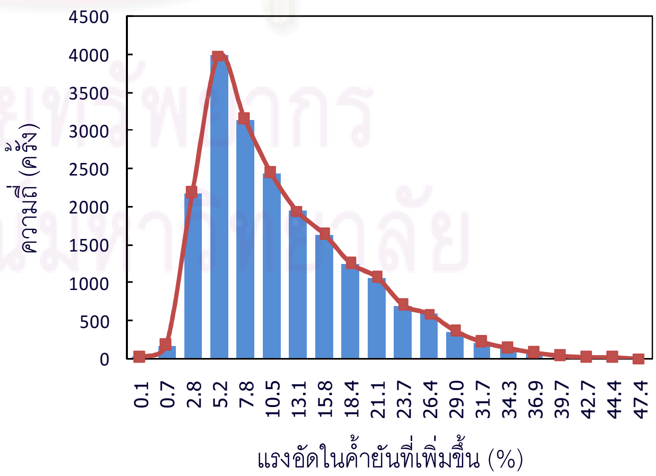


รูปที่ 6.19 ค่าแรงดึงในค้ำยันจากการสุ่มค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น 20,000 ตัวอย่าง ด้วยการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น

รูปที่ 6.20 แสดงค่าแรงอัดในค้ำยันจากการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นโดยการสุ่มค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่จุดต่อ 20,000 ตัวอย่าง พบว่ามีค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นสามารถเพิ่มหรือลดแรงในค้ำยันได้ มีเพียง 20 ตัวอย่างที่ค่าแรงอัดในค้ำยันต่ำกว่าการวิเคราะห์แบบไม่พิจารณาผลของความไม่สมบูรณ์ โดยค่าแรงอัดจากการคิดผลความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นอยู่ระหว่างช่วง 8,725 N ถึง 13,206 N คิดเป็น 18-26% ของน้ำหนักบรรทุกที่สภาวะใช้งาน ซึ่งค่าแรงอัดในค้ำยันที่ 9,314 N และ 13,206 N เป็นค่าแรงดึงในค้ำยันที่มีโอกาสเกิดมากที่สุดและมีขนาดสูงสุด มากกว่าการวิเคราะห์แบบไม่พิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นประมาณ 49% ตามลำดับ ดังนั้นค่าแรงอัดในค้ำยันที่เพิ่มมากขึ้นนี้สามารถส่งผลต่อการลดลงของค่าสัมประสิทธิ์ความปลอดภัยในการออกแบบได้



แรงอัดในค้ำยัน (นิวตัน)	ความถี่(ครั้ง)
8848	20
8916	180
9106	2179
9314	3983
9543	3144
9783	2438
10018	1947
10255	1630
10488	1250
10724	1069
10959	705
11195	593
11427	356
11666	214
11897	134
12124	78
12372	39
12641	22
12790	14
13051	5



รูปที่ 6.20 ค่าแรงอัดในค้ำยันจากการสุ่มค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น 20,000 ตัวอย่าง ด้วยการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น

6.4.3 การวิเคราะห์ผลทางสถิติ

ข้อมูลจากหัวข้อ 6.4.2 สามารถนำมาวิเคราะห์ความน่าจะเป็นที่แรงในค้ำยันจากการสุ่มความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นจะมีค่ามากกว่าการวิเคราะห์แบบปกติ (ไม่พิจารณาความไม่สมบูรณ์) ได้ดังตารางที่ 6.7

ตารางที่ 6.7 ความน่าจะเป็นที่แรงในค้ำยันจากการคิดผลความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นจะมีค่ามากกว่าการวิเคราะห์แบบปกติ

ผลต่างของแรง (%)	ความน่าจะเป็น (เชิงเส้น)		ความน่าจะเป็น (ไร้เชิงเส้น)	
	แรงดึง	แรงอัด	แรงดึง	แรงอัด
0-5	0.62	0.46	0.63	0.20
5-10	0.36	0.47	0.31	0.31
10-15	0.20	0.06	0.06	0.20
>15	0.00	0.01	0.00	0.29

จากตาราง พบว่า ค่าแรงดึงในค้ำยันจากการคิดผลความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นด้วยการวิเคราะห์แบบเชิงเส้นและไร้เชิงเส้น จะมีค่ามากกว่าการวิเคราะห์แบบปกติ 0-5% มีโอกาสเกิดมากสุด ประมาณ 62% ของตัวอย่างทั้งหมด แต่สำหรับแรงอัดในค้ำยันโอกาสในการเกิดมากที่สุด คือ 5-10%

อย่างไรก็ตามโอกาสที่แรงดึงและแรงอัดในค้ำยันจากการคิดผลความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นด้วยวิธีวิเคราะห์แบบเชิงเส้น จะมีค่ามากกว่า 15% ของการวิเคราะห์แบบปกตินั้นมีน้อยมาก ประมาณ 0% และ1% ตามลำดับ แต่สำหรับการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นพบว่า ความน่าจะเป็นที่แรงอัดในค้ำยันจะมีค่ามากกว่า 15% ของการวิเคราะห์แบบปกติ มีสูงถึง 0.3 เลยทีเดียว และความน่าจะเป็นที่แรงในค้ำยันจะมีโอกาสสูงกว่าการวิเคราะห์แบบปกติถึง 49% มีประมาณ 0.0002

บทที่ 7
สรุปผลและข้อเสนอแนะ

7.1 สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้ศึกษาการหาแรงในชิ้นส่วนค้ำยันนอกระนาบของโครงข้อหมุน ด้วยวิธีการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น และไร้เชิงเส้นทั้งทางวัสดุและทางเรขาคณิต รวมทั้งพิจารณาผลของความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่จุดต่อ โดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์โครงสร้างที่พัฒนาขึ้นในการหาคำตอบ อีกทั้งโปรแกรมดังกล่าวยังสามารถคำนวณน้ำหนักบรรทุกวิกฤติแบบเชิงเส้นและไร้เชิงเส้นได้อีกด้วย ซึ่งการคำนวณการลู่เข้าของคำตอบของการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นจะใช้วิธีการนิวตัน-ราฟสัน โดยวิธีแบ่งน้ำหนักบรรทุกกระทำออกเป็นน้ำหนักบรรทุกส่วนเพิ่ม (Load increment) และตรวจสอบการลู่เข้าจากค่ายูคลีเดียนนอร์มของเวกเตอร์แรงคงค้าง ส่วนการคำนวณหาน้ำหนักบรรทุกวิกฤติแบบเชิงเส้น จะใช้วิธีการคำนวณหาค่าไอเก้นซึ่งเป็นสัมประสิทธิ์ของน้ำหนักบรรทุกวิกฤต จากระเบียบวิธีส่วนกลับกำลัง (Inverse power method) ในขณะที่การคำนวณหาน้ำหนักบรรทุกวิกฤติแบบไร้เชิงเส้นนั้นจะใช้ระเบียบวิธีการเพิ่มน้ำหนักบรรทุกอัตโนมัติ (Auto time stepping) ร่วมกับวิธีแบ่งครึ่งช่วง (Bisection method) จนกระทั่งค่าสติฟเนสเมตริกซ์ในแนวทแยงมีค่าเป็นลบ ซึ่งเป็นสภาวะที่โครงสร้างไร้เสถียรภาพ

ในการวิเคราะห์กรณีศึกษา ตัวอย่างที่ 1 โครงข้อหมุนทรงโดมและตัวอย่างที่ 2 โครงข้อหมุนทรงพีรามิด ถูกนำมาใช้ในการวิเคราะห์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรม ทั้งนี้เนื่องจาก โครงสร้างดังกล่าวสามารถแสดงให้เห็นถึงพฤติกรรมแบบไร้เชิงเส้นเด่นชัด จากลักษณะทางเรขาคณิตของโครงสร้างที่อยู่ในสภาพกลไกการวิบัติหรือใกล้กลไกการวิบัติ (Mechanism or Near mechanism) โดยคุณสมบัติวัสดุของตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 เป็นแบบอิลาสโตพาสติก (Elasto-plastic) และแบบเชิงเส้นคู่ (Bi-linear material) ตามลำดับ ผลการวิเคราะห์ตัวอย่างที่ 1 เทียบกับงานวิจัยในอดีตของ Grecoa M. และการวิเคราะห์ตัวอย่างที่ 2 เทียบกับการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม ANSYS พบว่าค่าผลลัพธ์ของการกระจัด แรงภายในชิ้นส่วนและค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติมีค่าคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 0.2% จึงสามารถสรุปได้ว่าโปรแกรมที่พัฒนาขึ้น มีค่าความถูกต้องเป็นที่น่าพอใจ

ตัวอย่างที่ 3 เป็นสะพานลอยโครงข้อหมุนที่มีคุณสมบัติทางวัสดุแบบเชิงเส้นคู่ โดยการวิเคราะห์จะไม่พิจารณาผลของความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น ผลการวิเคราะห์พบว่า ที่สภาวะน้ำหนักบรรทุกใช้งานและที่สภาวะน้ำหนักบรรทุกวิกฤต ค่าแรงในค้ำยันที่ได้จากการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น ไร้เชิงเส้นทางเรขาคณิต และไร้เชิงเส้นแบบผสมนั้นมีค่าใกล้เคียงกัน เนื่องจากลักษณะทางเรขาคณิตของโครงข้อหมุนสะพานลอยมีความแข็งแกร่งสูง โดยค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤตที่ได้จากการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้นผสม มีค่าน้อยสุด เท่ากับ 600,000 นิวตัน ส่วนค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติแบบเชิงเส้นและไร้เชิงเส้นมีค่าประมาณ 1.8 ล้านนิวตัน และ 37 ล้านนิวตัน ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 4 เป็นการนำตัวอย่างที่ 3 มาวิเคราะห์แบบพิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น โดยแบ่งการวิเคราะห์ออกเป็น 2 ชนิด คือ วิเคราะห์แบบเชิงเส้น และไร้เชิงเส้นแบบผสม ที่มีการสุ่มค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นจำนวน 20,000 ตัวอย่างแบบกระจายสม่ำเสมอ เพื่อคำนวณหาแรงในค้ำยันที่มากที่สุด ซึ่งจำนวนดังกล่าวเป็นจำนวนที่วิเคราะห์แล้วว่าค่าแรงในค้ำยันเริ่มมีค่าคงที่เมื่อมีการเพิ่มจำนวนการสุ่มตัวอย่าง โดยกำหนดให้ความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นเกิดที่จุดต่อต่างๆได้ทั้งทิศทาง x, y, z และมีขนาดมากสุดไม่เกิน -8 มม. ถึง 8 มม. (L/500) ตามมาตรฐาน AISC จากผลการศึกษาพบว่า การวิเคราะห์โครงสร้างแบบเชิงเส้นที่พิจารณาผลความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นจะให้ค่าแรงดึงและแรงอัดในค้ำยันมากกว่าการวิเคราะห์โครงสร้างที่สมบูรณ์ประมาณ 15% และ 20% ตามลำดับ ในขณะที่การวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น จะให้ค่าค่าแรงดึงและแรงอัดในค้ำยันมากกว่าประมาณ 14% และ 49% ตามลำดับ ดังตารางที่ 7.1

ตารางที่ 7.1 การเปรียบเทียบค่าแรงดึงและแรงอัดในค้ำยันจากวิธีการวิเคราะห์แบบต่างๆ

ชนิดโครงสร้าง	แรงดึงในค้ำยัน (นิวตัน)		แรงอัดในค้ำยัน (นิวตัน)	
	เชิงเส้น	ไร้เชิงเส้นผสม	เชิงเส้น	ไร้เชิงเส้นผสม
โครงสร้างสมบูรณ์	12,656	12,660	8,855	8,856
โครงสร้างที่มีความไม่สมบูรณ์ตั้งต้น	14,492	14,463	10,633	13,206
ความแตกต่าง (%)	15	14	20	49

จากกรณีศึกษาในงานวิจัยนี้จะสรุปได้ว่า หากโครงสร้างเป็นโครงสร้างสมบูรณ์แล้ว การคำนวณหาแรงในค้ำยันนอกระนาบ ไม่ว่าจะด้วยวิธีการวิเคราะห์แบบเชิงเส้นหรือไร้เช้งเส้นจะให้ผลลัพธ์ใกล้เคียงกัน แต่จะต่างกันถ้าโครงสร้างเกิดค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นขึ้น ดังนั้นการ

พิจารณาค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นที่จุดต่อของโครงสร้าง ถือได้ว่าเป็นปัจจัยที่สำคัญ เนื่องจากปัจจัยดังกล่าวสามารถเพิ่มค่าแรงอัดในค้ำยันได้มากถึง 49% ซึ่งค่าที่เพิ่มขึ้นอาจส่งผลให้อัตราส่วนปลอดภัยของโครงสร้างลดลง ถึงแม้ความน่าจะเป็นที่แรงในค้ำยันจะมีค่าดังกล่าวมีเพียง 0.0002 หรือคิดเป็น 0.02% เท่านั้น ส่วนค่าแรงดึงในค้ำยันจะมีค่ามากกว่าการวิเคราะห์แบบปกติประมาณ 15% อย่างไรก็ตามค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นก็สามารถทำให้แรงในค้ำยันลดลงได้เช่นกันแต่โอกาสเกิดขึ้นน้อยมากประมาณ 1% และผลจากการสุ่มค่าความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นยังพบว่าโอกาสที่แรงอัดจะมากกว่าการวิเคราะห์แบบปกติ 0-5% มีมากที่สุด ประมาณ 12600 ตัวอย่าง หรือคิดเป็น 63% ของตัวอย่างทั้งหมด ในขณะที่โอกาสจะแรงดึงในค้ำยันมากกว่าการวิเคราะห์แบบปกติ 10-15% มีถึง 9400 ตัวอย่าง หรือคิดเป็น 47% ของตัวอย่างทั้งหมด

7.2 <u>ข้อเสนอแนะ</u>

1. การแก้ระบบสมการแบบไร้เชิงเส้นในงานวิจัยนี้ใช้วิธีการควบคุมน้ำหนักบรรทุก แบบนิวตัน-ราฟสัน ซึ่งวิธีดังกล่าวไม่สามารถวิเคราะห์คำตอบที่เลยขีดจำกัดหรือพฤติกรรมหลังการโก่งเดาะของโครงสร้างได้ ดังนั้นจึงควรใช้ วิธี Arc-length method ซึ่งเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาดังกล่าว อีกทั้งสามารถช่วยให้การลู่เข้าของคำตอบที่ใกล้สภาวะการโก่งเดาะเป็นไปได้ง่าย
2. ตัวโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นสามารถวิเคราะห์ความไม่เชิงเส้นของวัสดุแบบไบลีเนียเท่านั้น ซึ่งควรพัฒนาให้รองรับความไม่เชิงเส้นทางวัสดุในรูปแบบ multilinear ในภายภาคหน้าเพื่อให้ผลการวิเคราะห์มีค่าความถูกต้องมากยิ่งขึ้น
3. ควรพิจารณาความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นอื่นๆเช่น ความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นทางหน้าตัด ความไม่สมบูรณ์ตั้งต้นทางคุณสมบัติทางวัสดุเช่นค่า ยังโมดูลัส ซึ่งค่าความไม่สมบูรณ์ดังกล่าวเป็นปัจจัยที่ไม่สามารถรู้ล่วงหน้าในการออกแบบเช่นกัน และสามารถทำให้แรงที่เกิดเกิดขึ้นในค้ำยันผันแปรไปจากการคำนวณได้
4. โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมีข้อจำกัดคือ ไม่สามารถจำลองชิ้นส่วนโครงข้อแข็งหรือคาน ซึ่งส่วนใหญ่โครงสร้างประเภท สะพาน หรือ หลังคาจะมีชิ้นส่วนดังกล่าวรวมอยู่ด้วย ดังนั้นการจำลองให้เหมือนกับพฤติกรรมจริงของโครงสร้าง จึงควรกำหนดชิ้นส่วนคอร์ดบนเป็นคานต่อเนื่อง

รายการอ้างอิง

[1] ปณิธาน ลักคุณประสิทธิ์. การวิเคราะห์โครงสร้าง. กรุงเทพมหานคร : ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2539.

[2] พรรณนภา เหราบัตย์ และ ประกิจ เปรมธรรมกร. การทดลองวัดแรงในค้ำยันด้านข้างของคานเหล็กสำเร็จรูป. การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่5 (2542) : 63-68.

[3] ยศ มีอนันต์ และคณะ. การวิเคราะห์โครงขอหมุนสามมิติแบบไร้เชิงเส้น. โครงงานระดับปริญญาตรี. ภาควิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยพระจอมเกล้าธนบุรี, 2542.

[4] Ghali A., Neville A.M. and Brown T.G. Structural Analysis A Unified Classical and Matrix Approach 5^{th}. New York: Spon Press, 2003.

[5] American Institute of Steel Construction (AISC). Specification for Structural Steel Building. USA, 2005.

[6] Ahmed B. Arc-Length Technique for Nonlinear Finite Element Analysis. Journal of Zhejiang University SCIENCE 5 (2004) : 618-628.

[7] George E.B. Large Deformation Analysis of Inelastic Space Truss Structures. Journal of Structural Engineering 122(4) (April 1996) : 407-415.

[8] Glenn A.H. Geometrically Nonlinear Static Analysis of 3D Trusses Using Arc-Length Method. USA : NASA Langley Research Center, 2000.

[9] Winter G. Lateral bracing of columns and beams. Proc. ASCE 84(ST2) (1958) : 1561-1-1561-22.

[10] Elishakoff I. Probabilistic Theory of Structures 2^{nd} Edition. Mineola: Dover Publication, 1999.

[11] Yura J.A. Winter's bracing approach revisited. Engineering Structure 18(10) (1996): 821-825.

[12] Connor J. Structural Analysis and Control. Massachusetts Institute of Technology : Free Graduate Level MIT Course on Structural Systems Analysis, 2009.

[13] Bathe K.J. and Dvorkin E.N. On The Automatic Solution of Nonlinear Finite Element Equations. Computers & Structures 17(5-6) (1983) : 871-879.

[14] Ghassemieh and Kukreti A.R. An algorithm for the analysis of problem with combined material and geometric nonlinearities. Computers & Structures 35(5) (1990) : 579-591

[15] Grecoa M., Gesualdoa F.A.R., Venturinib W.S. and Codab H.B. Nonlinear positional formulation for space truss analysis. Finite Elements in Analysis and Design (2006) : 1079–1086.

[16] Iwicki P. Comparison of classical Winter's bracing requirements of compressed truss chord with stability analysis of 3D truss-model. Proc. Appl. Math. Mech 9(1) (2009) : 247-248.

[17] Levy R. Analysis of Geometrically Nonlinear Structures. Kluwer Academic Publishers, 2003.

[18] Chapra S.C. and Canale R.P. Numerical Method for Enngineer 5th Edition. New York: McGraw Hill, 2006.

[19] Ivanco.V. Nonlinear Finite Element Analysis. University of Kosice's, 2006.

[20] Smittakorn W. JSM as a Toolbox for Structural Analysis and Design Application. The 13th National Convention on Civil Engineering (2008)

[21] McGuire W., Gallagher R.H. and Ziemian R.D. Matrix Structural Analysis 2nd Edition. New York: John Wiley & Sons, 2000.

[22] Weaver W. and Paul R.J. Finite Elements for Structural Analysis. Prentice-Hall,1983.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
การหาค่าจีโอเมตริกซ์สติฟเนส

สมการสมดุลที่จุดต่อในการวิเคราะห์แบบเชิงเส้น $[N]^T\{F\} = \{P\}$ เมื่อน้ำหนักบรรทุกกายนอก มีการเปลี่ยนแปลง จะสามารถหาแรงที่เปลี่ยนแปลงได้จากอนุพันธ์ของสมการโดยใช้กฎลูกโซ่ จะได้ว่า

$$d[N^T]\{F\} + [N^T]d\{F\} = d\{P\} \qquad (ก.1)$$

โดยพจน์ $[N^T]d\{F\}$ เป็นเทอมการเปลี่ยนแปลงแรงภายในชิ้นส่วนและ $[N]$ มีค่าคงที่ ดังนั้น

$$[N^T]\, d\, \{F\} = [K_E]\, \{\delta\} \qquad (ก.2)$$

พจน์ $d[N^T]\{F\}$ นั้น $\{F\}$ จะมีค่าคงที่ ส่วนเทอมของ $[N]$ มีการเปลี่ยนแปลง ซึ่งจะแสดงถึงจีโอเมทริกซ์สติฟเนส ดังนั้น

$$d[N^T]\{F\} = [K_G]\, \{\delta\} \qquad (ก.3)$$

สมการที่(ก.3) สามารถเขียนอยู่ในรูปเมตริกซ์เกรเดียนได้ คือ

$$\nabla f = \frac{df}{dx}$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$f = N^T F$$

$$\nabla f = (\nabla N^T) F = K_G \qquad (ก.4)$$

เนื่องจาก N^T เป็นฟังก์ชันของพิกัด x_A, y_A, z_A และ x_A, y_A, z_A จากกฎของลูกโซ่จะได้ว่า

$$\left(dN^T\right)F = \left[\nabla\left(N^T\right).dx\right]F = \left[\frac{\partial N^T}{\partial x_A}(dx_A) + \frac{\partial N^T}{\partial y_A}(dy_A) + \frac{\partial N^T}{\partial z_A}(dz_A) + \frac{\partial N^T}{\partial x_C}(dx_C) + \frac{\partial N^T}{\partial y_C}(dy_C) + \frac{\partial N^T}{\partial z_C}(dz_C)\right]F$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} dx_A &= \left(\delta_A\right)_x ; dx_C = \left(\delta_C\right)_x \\ dy_A &= \left(\delta_A\right)_y ; dy_C = \left(\delta_C\right)_y \\ dz_A &= \left(\delta_A\right)_z ; dz_C = \left(\delta_C\right)_z \end{aligned} \qquad (ก.5)$$

เป็นการเปลี่ยนพิกัดโดยหมายถึงการเปลี่ยนตำแหน่งของจุดต่อ จะได้ว่า

$$\left(dN^T\right)F = \left[\nabla\left(N^T\right).(\delta)\right]F = \left[\frac{\partial N^T}{\partial x_A}(\delta_A) + \frac{\partial N^T}{\partial y_A}(\delta_A) + \frac{\partial N^T}{\partial z_A}(\delta_A) + \frac{\partial N^T}{\partial x_C}(\delta_C) + \frac{\partial N^T}{\partial y_C}(\delta_C) + \frac{\partial N^T}{\partial z_C}(\delta_C)\right]F$$

(ก.6)

เพราะฉะนั้นจีโอเมตริกซ์สติฟเนส สามารถเขียนได้ดังนี้

$$(K_G) = \nabla(N^T F) = F \begin{array}{cc} \text{colA} & \text{colC} \\ \left[\begin{array}{cc} \nabla(N^T)^{AA} & -\nabla(N^T)^{AC} \\ -\nabla(N^T)^{CA} & \nabla(N^T)^{CC} \end{array}\right] & \begin{array}{l} \text{rowA} \\ \text{rowC} \end{array} \end{array} \qquad (ก.7)$$

โดยที่เมตริกซ์ย่อยของแต่ละเทอม เป็นการหาค่าแรงภายในของแต่ละจุดต่อ โดยการพิจารณาให้อีกจุดหนึ่งของชิ้นส่วนเดียวกันเกิดการเปลี่ยนตำแหน่งหนึ่งหน่วย ดังนั้นค่าที่ได้จากเมตริกซ์เกรเดียนท์ของสมการสมดุลของจุดต่อแต่ละจุดของสมการที่(ก.7) แสดงดังต่อไปนี้

$$\nabla(N^T)^{AA} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(n)_x}{\partial x_A} & \frac{\partial(n)_x}{\partial y_A} & \frac{\partial(n)_x}{\partial z_A} \\ \frac{\partial(n)_y}{\partial x_A} & \frac{\partial(n)_y}{\partial y_A} & \frac{\partial(n)_y}{\partial z_A} \\ \frac{\partial(n)_z}{\partial x_A} & \frac{\partial(n)_z}{\partial y_A} & \frac{\partial(n)_z}{\partial z_A} \end{bmatrix}, \quad \nabla(N^T)^{AC} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(n)_x}{\partial x_C} & \frac{\partial(n)_x}{\partial y_C} & \frac{\partial(n)_x}{\partial z_C} \\ \frac{\partial(n)_y}{\partial x_C} & \frac{\partial(n)_y}{\partial y_C} & \frac{\partial(n)_y}{\partial z_C} \\ \frac{\partial(n)_z}{\partial x_C} & \frac{\partial(n)_z}{\partial y_C} & \frac{\partial(n)_z}{\partial z_C} \end{bmatrix}$$

$$\nabla(N^T)^{CC} = -\begin{bmatrix} \frac{\partial(n)_x}{\partial x_C} & \frac{\partial(n)_x}{\partial y_C} & \frac{\partial(n)_x}{\partial z_C} \\ \frac{\partial(n)_y}{\partial x_C} & \frac{\partial(n)_y}{\partial y_C} & \frac{\partial(n)_y}{\partial z_C} \\ \frac{\partial(n)_z}{\partial x_C} & \frac{\partial(n)_z}{\partial y_C} & \frac{\partial(n)_z}{\partial z_C} \end{bmatrix}, \nabla(N^T)^{CA} = -\begin{bmatrix} \frac{\partial(n)_x}{\partial x_A} & \frac{\partial(n)_x}{\partial y_A} & \frac{\partial(n)_x}{\partial z_A} \\ \frac{\partial(n)_y}{\partial x_A} & \frac{\partial(n)_y}{\partial y_A} & \frac{\partial(n)_y}{\partial z_A} \\ \frac{\partial(n)_z}{\partial x_A} & \frac{\partial(n)_z}{\partial y_A} & \frac{\partial(n)_z}{\partial z_A} \end{bmatrix} \qquad (ก.8)$$

พจน์ต่างๆในสมการที่ (ก.8) สามารถหาได้ดังนี้

พิจารณาพจน์ $(n)_x$

$$(n)_x = (x_A - x_C) / \left[\left(x_A - x_C\right)^2 + \left(y_A - y_C\right)^2 + \left(z_A - z_C\right)^2 \right]^{1/2} \qquad (ก.9)$$

ทำการหาอนุพันธ์ย่อยของสมการที่(ก.9) เทียบกับ x_A, y_A และ z_A ได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \partial(n)_x / \partial x_A &= \frac{1}{L} - \frac{1}{2}\left[\left(x_A - x_C\right) / L^3 \right] 2\left(x_A - x_C\right) \\ \partial(n)_x / \partial x_A &= \left[1-(n)_x^2 \right] \frac{1}{L} \end{aligned} \qquad (ก.10)$$

$$\begin{aligned} \partial(n)_x / \partial y_A &= \frac{1}{L} - \frac{1}{2}\left[\left(x_A - x_C\right) / L^3 \right] 2\left(y_A - y_C\right) \\ \partial(n)_x / \partial y_A &= \left[(n)_x (n)_y \right] \frac{1}{L} \end{aligned} \qquad (ก.11)$$

$$\begin{aligned} \partial(n)_x / \partial z_A &= \frac{1}{L} - \frac{1}{2}\left[\left(x_A - x_C\right) / L^3 \right] 2\left(z_A - z_C\right) \\ \partial(n)_x / \partial z_A &= \left[(n)_x (n)_z \right] \frac{1}{L} \end{aligned} \qquad (ก.12)$$

พจน์ $(n)_y$ และ $(n)_Z$ ทำเหมือนกับพจน์ $(n)_X$ ดังนั้น นำสมการ (ก.8)-(ก.12) แทนลงสมการ (ก.7) จะสามารถหาค่าจีโอเมทริกซ์สติฟเนสขององค์อาคารในระบบพิกัดหลัก ดังสมการ (ก.13) และ(ก.14)

$$\left[K_G\right] = \begin{bmatrix} \left[K_G\right]^{AA} & -\left[K_G\right]^{AA} \\ -\left[K_G\right]^{AA} & \left[K_G\right]^{AA} \end{bmatrix} \qquad (ก.13)$$

$$\left[K_G\right]^{AA} = \frac{F}{L} \begin{bmatrix} 1-(n)_x^2 & -(n)_x (n)_y & -(n)_x (n)_z \\ -(n)_y (n)_x & 1-(n)_y^2 & -(n)_y (n)_z \\ -(n)_z (n)_x & -(n)_z (n_i)_y & 1-(n)_z^2 \end{bmatrix} \qquad (ก.14)$$

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาว ศศิธร บรรจงกุลลิขิต เกิดวันที่ 9 ตุลาคม พ.ศ. 2528 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาระดับประถมศึกษาจากโรงเรียนรุจิเสรีวิทยา จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษา จากโรงเรียนสามเสนวิทยาลัย จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ในปีการศึกษา พ.ศ.2549 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อ พ.ศ. 2550