แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของการแผ่รังสีความร้อนในห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น

นายนพรัตน์ เกตุขาว

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2550

MATHEMATICAL MODELING FOR RADIATION IN RADIANT COOLING ROOM

Mr. Nopparat Katkhaw

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Mechanical Engineering
Department of Mechanical Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2007

หัวข้อวิทยานิพนธ์	แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของการแผ่รังสีความร้อนในห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น
โดย	นายนพรัตน์ เกตุขาว
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร.ดิเรก ลาวัณย์ศิริ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.......ทวี เวชพฤติ.............................. ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ทวี เวชพฤติ)

.... อาจารย์ที่ปรึกษา
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์)

.... กรรมการ
(ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ)

.... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.กุณฑินี มณีรัตน์)

นพรัตน์ เกตุขาว : แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของการแผ่รังสีความร้อนในห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น. (MATHEMATICAL MODELING FOR RADIATION IN RADIANT COOLING ROOM) อ. ที่ปรึกษา : ผศ. ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์, 119 หน้า.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้แสดงวิธีการแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อนแบบการพาร่วมกับการแผ่รังสีความร้อนในห้องปิดที่มีลักษณะคล้ายกับห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น ซึ่งโดยปกติสภาวะจริงของห้องปรับอากาศนั้น จะมีการไหลของอากาศเป็นแบบปั่นป่วนและมีค่าเรย์เลห์นัมเบอร์มากว่า 10^9 แต่ทั้งนี้ เนื่องจากเป็นการศึกษาในเบื้องต้น จึงได้สมมติให้การไหลเป็นแบบราบเรียบ มีค่าเรย์เลห์นัมเบอร์เท่ากับ 10^5 และเป็นการไหลแบบไม่อัดตัวที่สภาวะคงตัวในสองมิติ ส่วนการถ่ายเทความร้อนจะพิจารณาเฉพาะการแผ่รังสีความร้อนร่วมกับการพาความร้อนแบบอิสระเท่านั้น โดยการวิเคราะห์ปัญหาจะใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมร่วมกับวิธีเมตริกซ์

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นถูกตรวจสอบความถูกต้องโดยการนำผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์การไหลและการถ่ายเทความร้อนในห้องปิดรูปสี่เหลี่ยม ไปเปรียบเทียบกับปัญหาที่มีผลการทดลองหรือผลการคำนวณด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขอื่นๆ ก่อนที่จะนำโปรแกรมไปศึกษาปัญหาการถ่ายเทความร้อนในห้องปิดที่เปรียบเป็นห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น สำหรับปัญหาที่นำมาศึกษาแยกตามตำแหน่งการทำความเย็นมีสามแบบคือ พื้นทำความเย็น ผนังทำความเย็น และเพดานทำความเย็น โดยห้องปิดมีอัตราส่วนความสูงต่อความกว้างเท่ากับ 0.5, 1 และ 2 ซึ่งจากการศึกษาในที่นี้พบว่าการติดตั้งเพดานทำความเย็นมีความเหมาะสมมากที่สุดสำหรับห้องปิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและแบบโถงกว้างที่ต้องการใช้งานเต็มพื้นที่ห้อง เมื่อพิจารณาถึงการประหยัดพลังงานและลักษณะการกระจายอุณหภูมิที่เหมาะสม

นอกจากนี้ในวิทยานิพนธ์ยังได้แสดงผลลัพธ์ของลักษณะการกระจายอุณหภูมิและรูปแบบการไหลในห้องปิด ซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจในปรากฏการณ์ของการไหลและการแผ่รังสีความร้อนมากขึ้น อันจะนำไปสู่การออกแบบและการเลือกใช้งานที่เหมาะสม อีกทั้งยังเป็นข้อมูลเบื้องต้นที่จะนำไปสู่การศึกษาระบบปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็นที่มีลักษณะคล้ายสภาพจริงยิ่งขึ้น

ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล ลายมือชื่อนิสิต........................
สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา........................
ปีการศึกษา 2550 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม........................

##4670694721 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING
KEY WORD: FINITE VOLUME / MATRIX INVERSION / RADIANT COOLING

NOPPARAT KATKHAW : MATHEMATICAL MODELING FOR RADIATION IN RADIANT COOLING ROOM. THESIS ADVISOR : ASST. PROF. SOMPONG PUTIVISUTISAK, Ph.D., 119 pp.

This thesis presents a numerical study of the radiation and natural-convection effects in an enclosure-like room with radiant cooling. In general, the air flow in an air conditioning room is turbulent and Rayleigh number exceeds 10^9. However, for a basic study of heat transfer characteristics in a radiant cooling room, the flow considered here is laminar and Rayleigh number equals to 10^5. Also, the flow is assumed to be two-dimensional, steady state and incompressible. A numerical model, based on the finite volume method, is employed for the calculation of the governing differential equations. The matrix inversion method is used for the solution of the radiation exchange in the room.

The developed computer program is validated with simple problems with available experimental or other numerical results of an enclosure-like room with radiant cooling. Three main configurations were studied, i.e. the rooms with aspect ratios of 0.5, 1 and 2 subjected to floor cooling, wall cooling and ceiling cooling. The results demonstrate that the ceiling cooling room may be considered the best configuration for square and hall-like radiant cooling rooms due to the high panel temperature which can save energy from chilled water generation and the suitable temperature distribution within the rooms.

A numerical study is performed to quantify the air temperature and velocity distribution in these rooms. Such results can help analysts to understand detailed temperature and flow phenomena in the radiant cooling room in order to further improve design and working selection. This study can be used as a basis for further investigations on a more realistic radiant cooling system.

Department ....Mechanical Engineering.. Student's signature..............................
Field of study ...Mechanical Engineering.. Advisor's signature..............................
Academic year ..2007........................... Co-advisor's signature..............................

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงลงได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมพงษ์ พุทธิวิสุทธิศักดิ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงที่ท่านได้ให้ความรู้ คำแนะนำ ตลอดจนคำปรึกษาที่มีคุณค่ายิ่งในการนำไปประยุกต์ใช้ในงานวิจัย และการทำงานในอนาคต

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ทวี เวชพฤติ ประธานกรรมการ ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ และ รองศาสตราจารย์ ดร.กุณฑินี มณีรัตน์ กรรมการที่ได้ให้คำแนะนำและถ่ายทอดความรู้ตลอดระยะเวลาในการทำงานวิจัยนี้ ซึ่งทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ มีความสมบูรณ์มากขึ้น

ขอขอบพระคุณมหาวิทยาลัยนเรศวร พะเยา ที่ได้มอบทุนการศึกษาตลอดหลักสูตรการศึกษา ขอขอบพระคุณ คุณคีรี ธีระสินธุ์ กรรมการผู้จัดการ บริษัท เอลีท เอ็นจิเนียร์ส จำกัด ที่ได้ให้ความช่วยเหลือในระหว่างการศึกษา ขอขอบพระคุณ คุณอธิพงษ์ มาลาทิพย์ ที่ได้ให้คำแนะนำและเสนอแนะข้อมูลในการทำงานวิจัยนี้ ตลอดจนเพื่อนๆ และรุ่นพี่ปริญญาโทและปริญญาเอกในห้องปฏิบัติการวิจัยกลศาสตร์การคำนวณทุกท่านมา ณ ที่นี้ด้วย

ท้ายสุดนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา อันเป็นที่รักยิ่งที่คอยให้กำลังใจและสนับการศึกษาของผู้วิจัยเสมอมา และคุณค่าอันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นกตัญญุตาบูชาแด่บิดา มารดา ครูอาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง

หน้า

สารบัญภาพ

หน้า

คำอธิบายสัญลักษณ์

a	ความเร่ง, m/s^2
c_p	ค่าความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่, J/kg·K
E_t	พลังงานรวมของปริมาตรควบคุม, J
e_0	พลังงานภายในของไหลที่อุณหภูมิเฉลี่ย, J
F	แรง, N
g	แรงโน้มถ่วงโลก, m/s^2
H	ความสูง, m
k	สัมประสิทธิ์การนำความร้อนของของไหล, W/m·K
L, l	ความยาว, m
m	มวล, kg
$\mathrm{N_{RC}}$	พารามิเตอร์การแผ่รังสีความร้อนและการนำความร้อน (Radiation conduction interaction parameter)
Nu	นัสเซิลท์นัมเบอร์ (Nusselt number)
$\mathrm{Nu_R}$	นัสเซิลท์นัมเบอร์ของการแผ่รังสีความร้อน (Radiation Nusselt number)
$\mathrm{Nu_O}$	นัสเซิลท์นัมเบอร์รวมของการพาและการแผ่รังสีความร้อน (Overall Nusselt number)
Pe	เพกเลตนัมเบอร์ (Peclet number)
Pr	พรันด์เทิลนัมเบอร์ (Prandtl number)
p	ความดัน, Pa
Q	ความร้อนที่ถ่ายเทเข้าสู่ปริมาตรควบคุม, W
q	ฟลักซ์ความร้อน, W/m^2
Ra	เรย์เลห์นัมเบอร์ (Rayleigh number)
Re	เรย์โนลด์นัมเบอร์ (Reynolds number)
S_u, S_ϕ	Source term
T	อุณหภูมิ, K
T_0	อุณหภูมิเฉลี่ย, K
T_r	อัตราส่วนอุณหภูมิต่ำและอุณหภูมิสูง
t	เวลา, s
u	ความเร็วในแนวแกน x, m/s
v	ความเร็วในแนวแกน y, m/s
x	ระยะในแนวราบ, m
y	ระยะในแนวดิ่ง, m
α	สภาพดูดกลืนรังสี

β	สัมประสิทธิ์การขยายตัวทางความร้อน (Coefficient of thermal expansion), 1/K
ε	สภาพเปล่งรังสี
ϕ	ตัวแปรสเกลาร์
δ_{ij}	Kronecker delta function
μ	ความหนืดจลศาสตร์ (Dynamic viscosity), kg/m·s
ν	ความหนืดพลศาสตร์ (Kinematic viscosity), m^2/s
ρ	ความหนาแน่น, $\mathrm{kg/m}^3$
$\bar{\rho}$	สภาพสะท้อนรังสี
Γ	สัมประสิทธิ์การแพร่กระจาย
σ	ค่าคงที่ Stefan-Boltzmann, $\mathrm{W/m}^2\cdot\mathrm{K}$
θ	อุณหภูมิไร้มิติ

Subscripts

h	ผนังร้อน
c	ผนังเย็น
RCP	Radiant cooling panel
t	เพดาน
b	พื้น
w	ผนัง

Superscripts

cond	การนำความร้อน
conv	การพาความร้อน
rad	การแผ่รังสีความร้อน

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์

ระบบปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น (Radiant cooling) เป็นระบบปรับอากาศแบบใหม่ที่เพิ่งมีการนำมาใช้ในประเทศไทย ซึ่งเป็นระบบที่มีข้อดีหลายอย่างเมื่อเทียบกับระบบปรับอากาศแบบจ่ายลมเย็นที่มีการใช้งานทั่วไป เช่น ประหยัดพลังงานในระบบทำความเย็น ให้ระดับความสบายเชิงอุณหภูมิที่สูงกว่า และประหยัดพื้นที่ในการติดตั้ง (Senuma, 1998) ดังนั้นการศึกษาและวิจัยระบบปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น จึงเป็นเรื่องที่น่าสนใจและมีประโยชน์มากสำหรับในอนาคต

สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะศึกษาการถ่ายเทความร้อน การกระจายอุณหภูมิและความเร็วของอากาศในห้องปรับอากาศดังกล่าว โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยในการวิเคราะห์ แล้วนำไปเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อให้คำนวณผลลัพธ์ได้สะดวก ซึ่งแบบจำลองดังกล่าวประกอบไปด้วย สมการอนุรักษ์มวล สมการอนุรักษ์โมเมนตัม สมการอนุรักษ์พลังงาน และสมการการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อน

ในอดีตการวิเคราะห์การไหลโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ มักจะไม่นิยมนำสมการการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนเข้ามาพิจารณาร่วมด้วย เนื่องจากมีความยุ่งยากและซับซ้อนในการคำนวณ และให้เหตุผลว่าผลกระทบของการแผ่รังสีความร้อนมีค่าไม่สูงมาก ซึ่งได้มีนักวิจัยหลายท่านพยายามศึกษาและยืนยันถึงความสำคัญของผลกระทบของการแผ่รังสีความร้อนต่อการถ่ายเทความร้อนทั้งหมด เช่น

Hoogendoorn (1985) ศึกษาการพาความร้อนแบบอิสระระหว่างแผ่นขนาน พบว่าผลการทดลองมีความคลาดเคลื่อนไปจากการคำนวณทางทฤษฎี ทำให้ต้องสมมติค่าแก้เพื่อใช้ในการคำนวณผลของการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนต่อการพาความร้อนแบบอิสระ

Balaji and Venkateshan (1993) ศึกษาผลกระทบของการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนต่อการพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมที่มีค่าเรย์เลห์นัมเบอร์ระหว่าง 500 ถึง 10^6 โดยใช้การจำลองแบบด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมและวิธีเมตริกซ์ ซึ่งพบว่าผลของการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนมีผลกระทบสูง แม้ว่าสภาพการเปล่งรังสีจะมีค่าต่ำ ($\varepsilon = 0.1$) ก็ตาม และผลของการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนมีความสัมพันธ์กับค่าเรย์เลห์นัมเบอร์ (Ra) สภาพการเปล่งรังสี (ε) อัตราส่วนระหว่างอุณหภูมิผนังสูงสุดกับต่ำสุด และพารามิเตอร์การนำและการแผ่รังสีความร้อน (N_{RC}) จากนั้น Balaji and Venkateshan

(1994) ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนกับการพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดรูปสี่เหลี่ยม ด้วยสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยนัสเซิลท์นัมเบอร์ของการแผ่รังสีความร้อนและการพาความร้อนแบบอิสระ

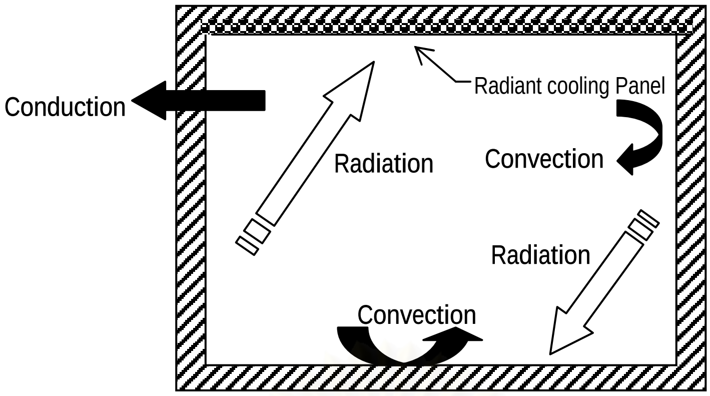
Li and Li (2002) ศึกษาความสำคัญของการพาความร้อนแบบอิสระและการแผ่รังสีความร้อนในช่องปิด พบว่าผลกระทบของการแผ่รังสีความร้อนมีค่าสูงขึ้นเมื่อขนาดของช่องปิดมีขนาดใหญ่ขึ้น

Colomer et al. (2004) จำลองการพาความร้อนแบบอิสระและการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนแบบสามมิติ ในช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมที่มีค่าเรย์เลห์นัมเบอร์ระหว่าง 10^3 ถึง 10^6 ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมและวิธี Discrete ordinate และได้อธิบายว่าของไหลที่โปร่งใส (Transparent medium) ทำให้ผลของการแผ่รังสีความร้อนมีผลกระทบอย่างมากกับการพาความร้อนในช่องปิด และยังพบอีกว่าการจำลองแบบสามมิติและสองมิติจะให้ผลของการคำนวณที่ใกล้เคียงกัน

Laguerre et al. (2006) ทำการทดลองและจำลองการไหลและการถ่ายเทความร้อนในตู้เย็น โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมและวิธี Discrete ordinate ที่เรย์เลห์นัมเบอร์เท่ากับ 6×10^8 พบว่าผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองที่ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมและวิธี Discrete ordinate ร่วมกัน มีความใกล้เคียงกับผลการทดลองมากกว่าผลลัพธ์จากแบบจำลองที่ใช้วิธีระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมเพียงอย่างเดียว

Mezrhab et al. (2006) จำลองการไหลและการถ่ายเทความร้อนในช่องปิดที่มีค่าเรย์เลห์นัมเบอร์ระหว่าง 10^3 ถึง 10^8 โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมและวิธีเมตริกซ์ พบว่าผลของการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนในช่องปิดทำให้ค่าเฉลี่ยนัสเซิลท์นัมเบอร์มีค่าสูงขึ้น และผลของการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนจะสูงขึ้นเมื่อเรย์เลห์นัมเบอร์และพารามิเตอร์การนำและการแผ่รังสีความร้อน (N_{RC}) มีค่าสูงขึ้น

จากงานวิจัยที่ได้กล่าวมา จะเห็นความสำคัญของผลกระทบจากการแผ่รังสีความร้อนต่อการพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิด ซึ่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมเพื่อวิเคราะห์การไหลและการพาความร้อนแบบอิสระ และใช้วิธีเมตริกซ์เพื่อหาค่าการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนในช่องปิด จากนั้นจึงนำวิธีทั้งสองมาประยุกต์ใช้ร่วมกันด้วยเงื่อนไขขอบ เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการศึกษาระบบปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็นในห้องปรับอากาศที่มีทั้งการนำความร้อน การพาความร้อน และการแผ่รังสีความร้อน ดังแสดงในรูปที่ 1.1



รูปที่ 1.1 ตัวอย่างปัญหาการถ่ายเทความร้อนในห้องปรับอากาศแบบเพดานแผ่รังสี ทำความเย็น (Radiant ceiling cooling)

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

1) เพื่อศึกษาพฤติกรรมการถ่ายเทความร้อนในห้องปิดที่เปรียบเป็นห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น ที่มีทั้งการพาความร้อนแบบอิสระและการแผ่รังสีความร้อน

2) เพื่อศึกษาระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมและวิธีเมตริกซ์ ที่สามารถนำมาใช้เพื่อแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อนในห้องปิดที่เปรียบเป็นห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น ที่มีทั้งการพาความร้อนแบบอิสระและการแผ่รังสีความร้อน

3) ประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สามารถนำมาใช้เพื่อแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อนในห้องปิดที่เปรียบเป็นห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น ที่มีทั้งการพาความร้อนแบบอิสระและการแผ่รังสีความร้อน

1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

1) พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อแก้ไขปัญหาการถ่ายเทความร้อนในห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น ที่มีทั้งการพาความร้อนแบบอิสระและการแผ่รังสีความร้อนในสองมิติ และมีการไหลเป็นแบบราบเรียบ

2) ทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นกับปัญหาการพาความร้อนแบบอิสระและปัญหาที่มีทั้งการพาความร้อนแบบอิสระและการแผ่รังสีความร้อนในช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมที่มีการไหลเป็นแบบราบเรียบ โดยเปรียบเทียบกับผลการคำนวณที่มีการรายงานหรือผลการทดลอง

3) นำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นมาประยุกต์กับปัญหาการถ่ายเทความร้อนในห้องปิดที่เปรียบเป็นห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น

4) วิเคราะห์ปัญหาการถ่ายเทความร้อนในห้องปิดที่เปรียบเป็นห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็นที่ได้จากการคำนวณ

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน

1) ศึกษาระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมสำหรับการถ่ายเทความร้อนของของไหล

2) ศึกษาวิธีเมตริกซ์สำหรับการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนในช่องปิดรูปสี่เหลี่ยม

3) ประดิษฐ์สมการไฟไนต์วอลุมและเมตริกซ์ของระบบสมการสำหรับการถ่ายเทความร้อนในช่องปิด

4) ทดสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้น โดยเปรียบเทียบกับปัญหาที่มีผลการทดลองหรือผลการคำนวณที่มีการรายงาน

5) ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นวิเคราะห์ปัญหาการถ่ายเทความร้อนในห้องปิดที่เปรียบเป็นห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น

6) สรุปผลและจัดพิมพ์วิทยานิพนธ์

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์

1) ก่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจของรูปแบบการไหลและการกระจายอุณหภูมิ ที่เกิดขึ้นกับอากาศภายในห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น

2) สามารถนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นไปช่วยในการวิเคราะห์เบื้องต้นสำหรับระบบปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น

บทที่ 2

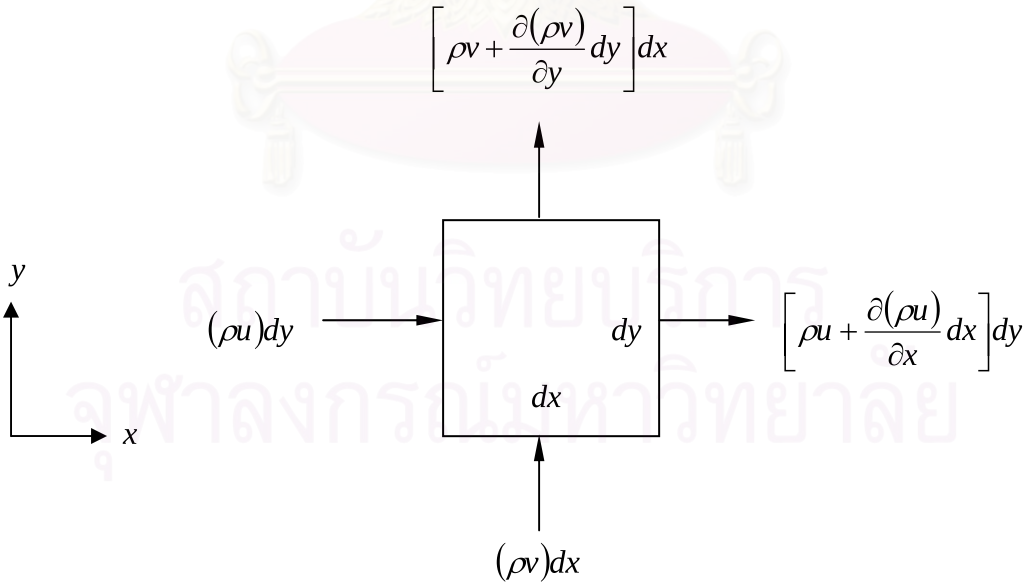
สมการพื้นฐานการไหลและการถ่ายเทความร้อน

ในบทนี้เป็นการแสดงขั้นตอนของการประดิษฐ์สมการเชิงอนุพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการถ่ายเทความร้อนและการไหลที่ใช้อธิบายปรากฏการณ์การไหลแบบราบเรียบในสองมิติ ซึ่งประกอบไปด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์มวล (Conservation of mass) สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์โมเมนตัม (Conservation of momentum) สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์พลังงาน (Conservation of energy) และสมการการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีระหว่างพื้นผิว (Radiation heat transfer)

สำหรับงานวิจัยนี้ จะพิจารณาการไหลเป็นแบบราบเรียบและไม่อัดตัวที่สภาวะคงตัวในสองมิติ และคุณสมบัติต่าง ๆของของไหลถูกสมมติให้มีค่าคงที่

2.1 สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์มวล

พิจารณาการไหลผ่านปริมาตรควบคุมขนาดเล็กในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน (Cartesian coordinate) ที่มีขนาดกว้าง dx และสูง dy ซึ่งตรึงอยู่กับที่บนโดเมนการไหล ดังแสดงในรูปที่ 2.1 โดยกำหนดให้ u และ v แทนความเร็วในแนวแกน x และ y ตามลำดับ



รูปที่ 2.1 มวลของของไหลที่ไหลผ่านปริมาตรควบคุมสองมิติในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน

จากรูปที่ 2.1 จะได้ผลลัพธ์ของมวลที่ไหลออกในแนวแกน x คือ

$$\left[\rho u+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}dx\right]dy-(\rho u)dy=\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}dxdy \tag{2.1}$$

และผลลัพธ์ของมวลที่ไหลออกในแนวแกน y คือ

$$\left[\rho v+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}dy\right]dx-(\rho v)dx=\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}dydx \tag{2.2}$$

ดังนั้น

ผลลัพธ์ของมวลของของไหลที่ไหลออกจากปริมาตรควบคุม = $\left[\frac{\partial(\rho u)}{\rho x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}\right]dxdy$ (2.3)

สำหรับมวลของของไหลภายในปริมาตรควบคุมนั้นเท่ากับ $\rho(dxdy)$ ดังนั้น

อัตราการเพิ่มขึ้นของมวลภายในปริมาตรควบคุม = $\frac{\partial\rho}{\partial t}(dxdy)$ (2.4)

จากนิยามของกฎการอนุรักษ์มวลที่ว่า “ผลลัพธ์ของมวลของของไหลที่ไหลออกจากปริมาตรควบคุมที่พิจารณาจะเท่ากับอัตราการลดลงของมวลภายในปริมาตรควบคุมนั้น” สามารถเขียนในรูปของสมการได้ดังต่อไปนี้

$$\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}\right]dxdy=-\frac{\partial\rho}{\partial t}(dxdy) \tag{2.5}$$

หรือ

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}\right]=0 \tag{2.6}$$

ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+u\frac{\partial\rho}{\partial x}+v\frac{\partial\rho}{\partial y}+\rho\left[\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right]=0 \tag{2.7}$$

หรือ

$$\frac{D\rho}{Dt}+\rho\left[\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right]=0 \tag{2.8}$$

ดังนั้นสมการที่ (2.6) สามารถเขียนในรูปของเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left(\rho \vec{V} \right) = 0 \qquad (2.9)$$

โดยที่

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} \text{ และ } \vec{V} = u\hat{i} + v\hat{j}$$

จากสมมติฐานที่ได้กล่าวไว้ข้างต้นว่า การศึกษาครั้งนี้พิจารณาการไหลแบบหนืดแต่ไม่มีการอัดตัว (Viscous incompressible flow) ซึ่งความหนาแน่นของอนุภาคของของไหลจะไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา และตำแหน่งต่างๆ ขณะที่เคลื่อนที่ไป ดังนั้น

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + u\frac{\partial \rho}{\partial x} + v\frac{\partial \rho}{\partial y} = 0 \qquad (2.10)$$

และสมการ (2.8) สามารถลดรูปเป็น

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (2.11)$$

หรือเขียนในรูปเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \qquad (2.12)$$

2.2 สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์โมเมนตัม

กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมหรือกฎข้อที่สองของนิวตันมีนิยามว่า “แรงทั้งหมดที่กระทำต่ออนุภาคของของไหลจะเท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมเชิงเส้น” ซึ่งสามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์ได้ดังนี้

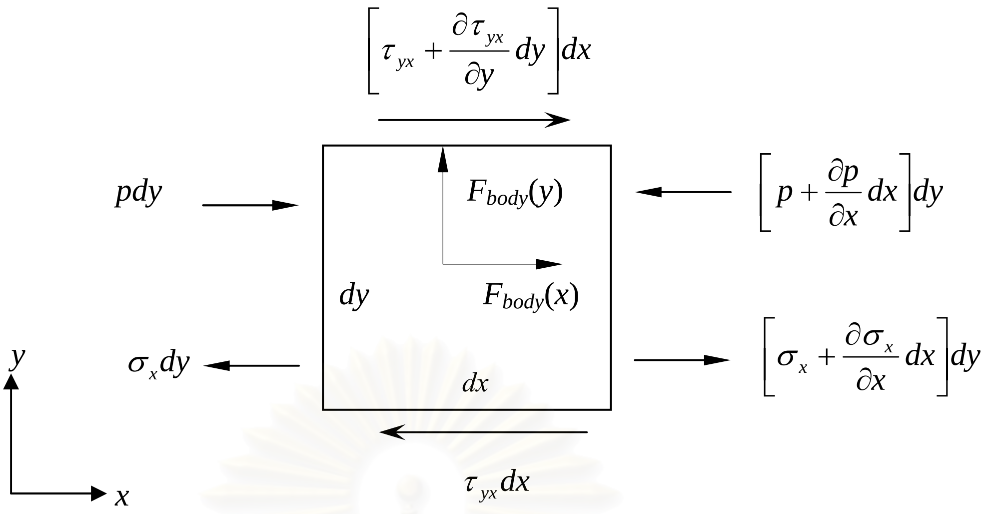
$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \qquad (2.13)$$

จากความสัมพันธ์แบบเวกเตอร์ในสมการ (2.13) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์แบบสเกลาร์ (Scalar) ในแนวแกนต่างๆได้

พิจารณาในทิศทางแกน x จะได้ความสัมพันธ์ของแรงตามกฎข้อที่ 2 ของนิวตันเป็น

$$\Sigma F_x = ma_x \qquad (2.14)$$

โดยที่ F_x และ a_x เป็นค่าของแรงและความเร่งในแนวแกน x ตามลำดับ



รูปที่ 2.2 แรงที่กระทำบนปริมาตรควบคุมสองมิติ

พิจารณาด้านซ้ายของสมการ (2.14) แรงที่กระทำบนปริมาตรควบคุมในรูปที่ 2.2 ประกอบไปด้วยสองส่วนด้วยกัน คือ

1. Body forces คือ แรงภายนอกที่มากระทำต่ออนุภาคของของไหล โดยไม่มีการสัมผัสทางกายภาพ (Physical contact) ซึ่งได้แก่แรงจากความโน้มถ่วงของโลก และแรงเนื่องจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะผลเนื่องจากแรงโน้มถ่วงเพียงอย่างเดียว
2. Surface forces คือ แรงภายนอกที่กระทำต่อผิวด้านนอกของปริมาตรควบคุมของของไหลที่ถูกพิจารณา ซึ่งประกอบไปด้วยแรงเนื่องจากความดันในแนวตั้งฉาก (Normal force) และแรงเนื่องจากความเค้นเฉือนในแนวสัมผัส (Shear force)

ดังนั้นแรงลัพธ์ในแนวแกน *x* คือ

$$\Sigma F_x = \left[\left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}dx\right) - \sigma_x\right]dy + \left[p - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}dx\right)\right]dy + \left[\left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}dy\right) - \tau_{yx}\right]dx + \rho f_x dxdy \qquad (2.15)$$

หรือ

$$\Sigma F_x = \left(-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}\right)dxdy + \rho f_x dxdy \qquad (2.16)$$

พิจารณาด้านขวาของสมการ (2.14) มวลของของไหลภายในปริมาตรควบคุม คือ

$$m = \rho dxdy \tag{2.17}$$

สำหรับความเร่งในแนวแกน x ของปริมาตรควบคุมดังกล่าวนั้น คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของความเร็วในแนวแกน x เทียบกับเวลา

$$a_x = \frac{Du}{Dt} \tag{2.18}$$

นำสมการ (2.16), (2.17) และ (2.18) ไปแทนค่าในสมการ (2.14) จะได้สมการการอนุรักษ์โมเมนตัมในแนวแกน x ดังนี้

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \rho f_x \tag{2.19ก}$$

ในทำนองเดียวกัน สำหรับสมการการอนุรักษ์โมเมนตัมในทิศทางแกน y จะได้ว่า

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \rho f_y \tag{2.19ข}$$

สำหรับของไหลแบบนิวโทเนียน (Newtonian fluid) สามารถเขียนความเค้นต่างๆ ให้อยู่ในเทอมของความเร็วและความเค้นได้ดังนี้

$$\sigma_x = \lambda\left(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}\right) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \tag{2.20ก}$$

$$\sigma_y = \lambda\left(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}\right) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \tag{2.20ข}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu\left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right] \tag{2.20ค}$$

โดย μ แทนค่าความหนืดพลศาสตร์ (Dynamic viscosity) หรือค่าความหนืดที่หนึ่ง (First viscosity) และ λ คือ ค่าความหนืดที่สอง (Second viscosity) ซึ่งสโตกส์ได้ตั้งสมมติฐาน (Stokes's Hypothesis) ไว้ว่า

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \tag{2.21}$$

และพบว่าสมมติฐานดังกล่าวนี้ใช้ได้ดีหากของไหลนั้นเป็นก๊าซ

เมื่อแทนสมการ (2.20) ลงในสมการ (2.19) จะทำให้ได้สมการเชิงอนุพันธ์ที่สอดคล้องกับการอนุรักษ์โมเมนตัม ซึ่งเรียกกันโดยทั่วไปว่า สมการนาเวียร์-สโตกส์ (Navier-Stokes Equations) ซึ่งอยู่ในรูป

$$\rho\frac{\partial u}{\partial t}+\rho\left(\bar{V}\cdot\bar{\nabla}\right)u=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left[2\mu\frac{\partial u}{\partial x}+\lambda\bar{\nabla}.\bar{V}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]+\rho f_x \qquad (2.22ก)$$

$$\rho\frac{\partial v}{\partial t}+\rho\left(\bar{V}\cdot\bar{\nabla}\right)v=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[2\mu\frac{\partial v}{\partial y}+\lambda\bar{\nabla}.\bar{V}\right]+\rho f_y \qquad (2.22ข)$$

สำหรับการไหลแบบไม่อัดตัวภายใต้สภาวะคงตัว สมการนาเวียร์-สโตกส์จะลดรูปลงมาเป็น

$$\rho\left[u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right]=-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right]+\rho f_x \qquad (2.23ก)$$

$$\rho\left[u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right]=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)\right]+\rho f_y \qquad (2.23ข)$$

2.3 แรงลอยตัวอันเนื่องมาจากความแตกต่างของอุณหภูมิ

ในกรณีของการไหลที่มีอิทธิพลของอุณหภูมิเข้ามาเกี่ยวข้องด้วยนั้น ของไหลที่ได้รับความร้อนจะเกิดความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิขึ้น ซึ่งความแตกต่างของอุณหภูมิจะก่อให้เกิดความเปลี่ยนแปลงความดันและความหนาแน่น โดยของไหลบริเวณที่มีอุณหภูมิสูงจะมีความหนาแน่นลดลง ทำให้ของไหลลอยตัวขึ้น ซึ่งแรงที่ทำให้ของไหลลอยตัวขึ้นนี้เรียกว่า แรงลอยตัว (Buoyant force) และแรงดังกล่าวทำให้เกิดการพาความร้อนโดยอิสระ โดยของไหลที่มีอุณหภูมิสูงเมื่อลอยตัวสูงขึ้นจะทำให้ของไหลรอบ ๆข้างที่มีอุณหภูมิต่ำกว่าร้อนขึ้นด้วย

ในกรณีที่การเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิมีค่าไม่สูงมากนัก เราอาจสมมติให้การเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นเกิดขึ้นเพียงเล็กน้อย จนสามารถพิจารณาของไหลเป็นแบบอัดตัวไม่ได้ จากสมมติฐานของบูซซิเนซค์ (Boussinesq approximation) ซึ่งสมมติให้มีการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นเฉพาะพจน์ของแรงลอยตัว โดยที่พจน์อื่นๆไม่มีการเปลี่ยนแปลง เราสามารถเขียนสมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์โมเมนตัมในแนวแกน y ซึ่งรวมพจน์ของแรงลอยตัวได้ดังนี้ (ปราโมทย์ เดชะอำไพ, 2545ก)

$$\rho\left[u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right]=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)\right]+g\left(\rho-\rho_\infty\right) \qquad (2.24)$$

จากคำจำกัดความของสัมประสิทธิ์การขยายตัวทางความร้อนเชิงปริมาตร (Coefficient of thermal expansion, β)

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_P \tag{2.25}$$

โดยค่า β นี้เป็นคุณสมบัติทางความร้อนของของไหลซึ่งเป็นตัววัดความหนาแน่นที่เปลี่ยนแปลงตามการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่ความดันคงที่ ซึ่งค่าโดยประมาณของ β คือ

$$\beta \approx -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T}\right) \tag{2.26}$$

ทำการจัดรูปสมการ (2.26) ใหม่ จะได้

$$\rho_\infty - \rho \approx \rho\beta(T - T_\infty) \tag{2.27}$$

แทนค่า ($\rho_\infty - \rho$) นี้ลงในสมการ (2.24) จะได้สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์โมเมนตัมในแนวแกน y เป็น

$$\rho\left[u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)\right] + \rho g\beta(T - T_\infty) \tag{2.28}$$

ถ้าพิจารณาของไหลเป็นก๊าซในอุดมคติที่มีความหนาแน่น $\rho = \frac{P}{RT}$ นำค่า ρ นี้ไปแทนค่าในสมการ (2.25) จะได้ว่า

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_P = \left(-\frac{RT}{P}\right)\left(-\frac{P}{RT^2}\right) \tag{2.29}$$

นั่นก็คือ

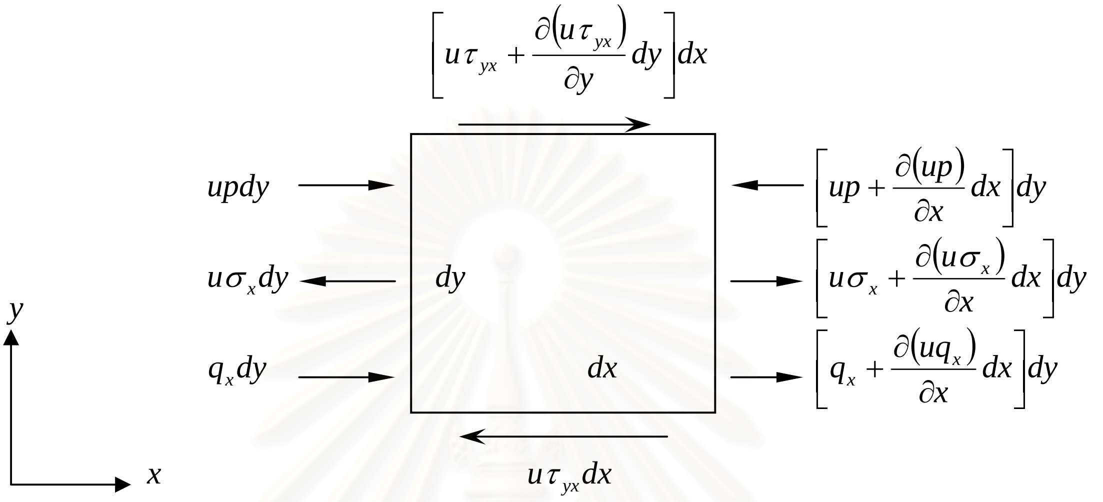
$$\beta = -\frac{1}{T} \tag{2.30}$$

โดยที่ T คืออุณหภูมิสัมบูรณ์

สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ ได้ตั้งสมมติฐานว่า β เป็นค่าคงที่ โดยแทนค่า T เป็นค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิสูงสุดและต่ำสุดของของไหล

2.4 สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์พลังงาน

สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์พลังงานในสองมิติ สามารถหาได้โดยการนำกฎข้อที่หนึ่งทางเทอร์โมไดนามิกส์มาประยุกต์ใช้กับปริมาตรควบคุมของของไหล ซึ่งแสดงดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 งานที่เกิดขึ้นและปริมาณฟลักซ์ในทิศแกน x ที่กระทำบนปริมาตรควบคุมสองมิติในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน

จากกฎข้อที่หนึ่งทางเทอร์โมไดนามิกส์กล่าวว่า พลังงานที่เพิ่มขึ้นในปริมาตรควบคุมมีค่าเท่ากับผลรวมของความร้อนที่ถ่ายเทเข้าสู่ปริมาตรควบคุมกับงานที่สิ่งแวดล้อมกระทำบนผิวของปริมาตรควบคุม เราสามารถเขียนสมการทางคณิตศาสตร์ในรูปของ

$$\underbrace{\begin{array}{c}\text{อัตราการเปลี่ยนแปลง}\\ \text{ของพลังงานใน}\\ \text{ก้อนมวล}\end{array}}_{A} = \underbrace{\begin{array}{c}\text{ปริมาณฟลักซ์}\\ \text{ความร้อนที่ให้}\\ \text{แก่ก้อนมวล}\end{array}}_{B} + \underbrace{\begin{array}{c}\text{อัตราของงานที่เกิดขึ้น}\\ \text{เนื่องจากแรงต่างๆ}\\ \text{บนก้อนมวลนั้น}\end{array}}_{C} \qquad (2.31)$$

หากพิจารณาที่พจน์ C ซึ่งแทนอัตราของงานที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงต่างๆ ที่กระทำบนก้อนมวลนี้ แรงชนิดแรกคือแรงเนื่องจากน้ำหนักของก้อนมวลเอง (Body force) ซึ่งเมื่อคูณกับความเร็วของการไหลในทิศทางนั้น จะก่อให้เกิดอัตราของงานคือ $\rho\vec{f}\cdot\vec{V}(dxdy)$

จากรูปที่ 2.3 อัตราของงานที่เกิดขึ้นจากความดัน p ที่กระทำบนด้าน dy ในทิศแกน x คือ

$$\left[up-\left(u\sigma_x+\frac{\partial(up)}{\partial x}dx\right)\right]dy=-\frac{\partial(up)}{\partial x}dxdy \qquad (2.32)$$

อัตราของงานที่เกิดขึ้นจากความดัน σ_x ที่กระทำบนด้าน dy ในทิศแกน x คือ

$$\left[u\sigma_x+\frac{\partial(u\sigma_x)}{\partial x}dx\right]dy-u\sigma_x dy=\frac{\partial(u\sigma_x)}{\partial x}dxdy \qquad (2.33)$$

และอัตราของงานที่เกิดขึ้นจากความดัน τ_{yx} ที่กระทำบนด้าน dx ในทิศแกน x คือ

$$\left[u\tau_{yx}+\frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y}dy\right]dx-u\tau_{yx}dx=\frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y}dxdy \qquad (2.34)$$

ในทำนองเดียวกัน อัตราของงานที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงต่างๆ ที่กระทำบนก้อนมวลในทิศแกน y ก็สามารถเขียนขึ้นได้เช่นกัน และจะก่อให้เกิดอัตราของงานทั้งหมดที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงต่างๆ บนก้อนมวลนี้ คือ

$$C=-\left[\left(\frac{\partial(up)}{\partial x}+\frac{\partial(vp)}{\partial y}\right)+\frac{\partial(u\sigma_x)}{\partial x}+\frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y}-\frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x}+\frac{\partial(v\sigma_y)}{\partial y}\right]dxdy$$
$$+\rho\vec{f}\cdot\vec{V}dxdy \qquad (2.35)$$

สำหรับพจน์ B ซึ่งแทนปริมาณฟลักซ์ความร้อนที่ให้แก่ก้อนมวลนั้นประกอบด้วยสองส่วน ส่วนแรกคือปริมาณฟลักซ์ความร้อนที่เกิดขึ้นบนปริมาตรของก้อนมวลนี้ คือ $\rho\overline{Q}(dxdy)$ และจากรูปที่ 2.3 ปริมาณฟลักซ์สุทธิอันเนื่องมาจากการถ่ายเทความร้อนในทิศแกน x ผ่านขอบ dy ทั้งทางด้านซ้ายและด้านขวาของก้อนมวล คือ

$$\left[q_x-\left(q_x+\frac{\partial(q_x)}{\partial x}dx\right)\right]dy=-\frac{\partial(q_x)}{\partial x}dxdy \qquad (2.36)$$

ในทำนองเดียวกัน ปริมาณฟลักซ์สุทธิอันเนื่องมาจากการถ่ายเทความร้อนในทิศแกน y ผ่านขอบ dx ทั้งด้านล่างและด้านบนของก้อนมวล คือ

$$\left[q_y-\left(q_y+\frac{\partial(q_y)}{\partial y}dy\right)\right]dx=-\frac{\partial(q_y)}{\partial y}dxdy \qquad (2.37)$$

ดังนั้น ปริมาณฟลักซ์ความร้อนทั้งหมดที่เกิดขึ้นบนก้อนมวลนี้ คือ

$$B=\left[\rho\overline{Q}-\frac{\partial q_x}{\partial x}-\frac{\partial q_y}{dy}\right]dxdy \qquad (2.38)$$

แต่จากกฎของฟูริเยร์ (Fourier’s Law) ปริมาณฟลักซ์ความร้อน q_x และ q_y นั้นแปรผันอยู่กับค่าเกรเดียนท์ของอุณหภูมิ (Temperature gradient) ดังนี้

$$q_x = -k\frac{\partial T}{\partial x} \tag{2.39ก}$$

$$q_y = -k\frac{\partial T}{\partial y} \tag{2.39ข}$$

โดย k แทนสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (Thermal conductivity) ของของไหล ดังนั้น พจน์ B สามารถเขียนได้เป็น

$$B = \left[\rho\overline{Q} + \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}k\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right]dxdy \tag{2.40}$$

กำหนดให้ e แทนพลังงานภายใน และ $V^2/2$ คือพลังงานจลน์ที่ก้อนมวลนั้นไหลด้วยความเร็ว V ดังนั้นพลังงานรวม (Total energy) คือ $e + V^2/2$ ซึ่งมีหน่วยต่อหนึ่งหน่วยมวล เนื่องจากปริมาณมวลทั้งหมดของก้อนมวลนี้คือ $\rho dxdy$ ดังนั้น พจน์ A แทนอัตราการเปลี่ยนแปลงของพลังงานในก้อนมวลซึ่งเคลื่อนที่ไปกับการไหลคือ

$$A = \rho\frac{D}{Dt}\left(e + \frac{V^2}{2}\right)dxdy \tag{2.41}$$

แทนสมการ (2.35), (2.40) และ (2.41) ลงในสมการ (2.31) จะได้สมการการอนุรักษ์พลังงาน

$$\begin{aligned}\rho\frac{D}{Dt}\left(e + \frac{V^2}{2}\right) = {} & \rho\overline{Q} + \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) - \frac{\partial(up)}{\partial x} - \frac{\partial(vp)}{\partial y} \\ & + \frac{\partial(u\sigma_x)}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\sigma_y)}{\partial y} + \rho\vec{f}\cdot\vec{V}\end{aligned} \tag{2.42}$$

สมการ (2.42) ที่เขียนขึ้นมานี้ อยู่ในรูปแบบของค่าอนุพันธ์สัมบูรณ์ ซึ่งจำเป็นต้องเปลี่ยนให้อยู่ในรูปแบบของค่าอนุพันธ์ธรรมดาจึงจะสามารถใช้ร่วมกับสมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์มวล (2.11) และสมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์โมเมนตัม (2.23) ได้ ค่าอนุพันธ์สัมบูรณ์ในสมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์พลังงาน (2.42) นี้กระทำบนพจน์ของพลังงานภายใน e และพจน์ของพลังงานจลน์ $V^2/2$ ดังนั้น เพื่อให้ง่ายแก่ความเข้าใจในการเขียนสมการต่อไป จึงขอแสดงขั้นตอนการแปลงรูปแบบของค่าอนุพันธ์สัมบูรณ์ของพลังงานภายใน e แต่เพียงอย่างเดียวก่อนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนในการแปลงรูปแบบค่าอนุพันธ์เริ่มจากทำการคูณสมการ (2.19ก) และ (2.19ข) ด้วยความเร็ว u และ v ตามลำดับจะได้

$$\rho \frac{D\left(u^2/2\right)}{Dt} = -u\frac{\partial p}{\partial x} + u\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + u\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \rho u f_x \tag{2.43ก}$$

$$\rho \frac{D\left(v^2/2\right)}{Dt} = -v\frac{\partial p}{\partial y} + u\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + u\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \rho v f_y \tag{2.43ข}$$

นำทั้งสองสมการนี้มารวมกัน และเนื่องจาก $u^2+v^2=V^2$ ดังนั้นจะได้

$$\rho \frac{D\left(V^2/2\right)}{Dt} = -u\frac{\partial p}{\partial x} - v\frac{\partial p}{\partial y} + u\left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}\right) + v\left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y}\right) + \rho\left(uf_x + vf_y\right) \tag{2.44}$$

นำสมการ (2.44) ที่ได้ไปลบออกจากสมการ (2.42) โดยใช้ $\rho\vec{f}\cdot\vec{V} = \rho(uf_x + vf_y)$ จะได้

$$\rho\frac{De}{Dt} = \rho\overline{Q} + \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) - p\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \sigma_x\frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yx}\frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{xy}\frac{\partial v}{\partial x} + \sigma_y\frac{\partial v}{\partial y} \tag{2.45}$$

สมการ (2.45) สามารถลดรูปได้อีกเนื่องจาก $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ดังนั้นจึงกลายเป็น

$$\rho\frac{De}{Dt} = \rho\overline{Q} + \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) - p\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \sigma_x\frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_y\frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{yx}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \tag{2.46}$$

จากนั้น แทนค่าความเค้นในสมการ (2.46) ด้วยรูปแบบของความเร็วโดยใช้สมการ (2.20ก-ค) จะได้

$$\rho\frac{De}{Dt} = \rho\overline{Q} + \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) - p\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \lambda\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \mu\left[2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2\right] \tag{2.47}$$

และเนื่องจาก

$$\frac{\partial(De)}{Dt}=\frac{\partial(\rho e)}{\partial t}+\vec{\nabla}\cdot\left(\rho e\vec{V}\right) \tag{2.48}$$

แทนสมการ (2.48) ลงในสมการ (2.47) จะได้

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t}+\vec{\nabla}\cdot\left(\rho e\vec{V}\right)=\rho\overline{Q}+\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)-p\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\lambda\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2$$

$$+\mu\left[2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2\right] \tag{2.49}$$

ซึ่งเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์พลังงานที่เขียนให้อยู่ในรูปของพลังงานภายใน e แต่เพียงอย่างเดียว

แต่เนื่องจากอัตราการเปลี่ยนแปลงของพลังงานทั้งหมดภายในก้อนมวลนั้นประกอบด้วยพลังงานภายใน e และพลังงานจลน์ $V^2/2$ ดังนั้น พจน์เชิงอนุพันธ์สัมบูรณ์ทางด้านซ้ายมือของสมการ (2.49) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของพจน์เชิงอนุพันธ์ธรรมดาได้เช่นกัน โดยทำการจัดรูปดังนี้

$$\rho\frac{D\left(e+V^2/2\right)}{Dt}=\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(e+\frac{V^2}{2}\right)\right]+\vec{\nabla}\cdot\left[\rho\left(e+\frac{V^2}{2}\right)\vec{V}\right] \tag{2.50}$$

แทนสมการ (2.50) ลงในสมการ (2.42) จะได้

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(e+\frac{V^2}{2}\right)\right]+\vec{\nabla}\cdot\left[\rho\left(e+\frac{V^2}{2}\right)\vec{V}\right]=\rho\overline{Q}+\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)$$

$$-\frac{\partial(up)}{\partial x}-\frac{\partial(vp)}{\partial y}+\frac{\partial(u\sigma_x)}{\partial x}+\frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y}+\frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x}+\frac{\partial(v\sigma_y)}{\partial y}+\rho\vec{f}\cdot\vec{V} \tag{2.51}$$

หากกำหนดให้ ε แทนพลังงานรวม (Total energy) ซึ่งประกอบด้วยพลังงานภายใน e และพลังงานจลน์ $V^2/2$ ดังนี้

$$\varepsilon=e+\frac{V^2}{2}=e+\frac{u^2}{2}+\frac{v^2}{2} \tag{2.52}$$

และเขียนพจน์ทางด้านขวาของสมการ (2.40) ที่เกี่ยวข้องกับความดัน p และความเค้นตั้งฉาก σ_x ,σ_y ให้อยู่ในรูปของความเค้นตั้งฉากรวม σ_x ,σ_y ดังนี้

$$\bar{\sigma}_x = \sigma_x - p = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - p \tag{2.53ก}$$

$$\bar{\sigma}_y = \sigma_y - p = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - p \tag{2.53ข}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \tag{2.53ค}$$

สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์พลังงาน (2.51) จะลดรูปลงเป็น

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \vec{\nabla}\cdot\left(\rho\varepsilon\vec{V}\right) = \rho\overline{Q} + \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)$$

$$+ \frac{\partial(u\bar{\sigma}_x)}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\bar{\sigma}_y)}{\partial y} + \rho\vec{f}\cdot\vec{V} \tag{2.54}$$

ในการไหลแบบไม่อัดตัวภายใต้สถานะอยู่ตัวนั้น พจน์แรกทางด้านซ้ายมือของสมการ (2.54) นี้มีค่าเป็นศูนย์ ส่วนพจน์ที่สองสามารถแตกกระจายออกแล้วประยุกต์สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์มวล (2.11) ทำให้สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์พลังงาน (2.54) ลดรูปลงไปเป็น

$$\rho\left(u\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right) = \rho\overline{Q} + \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)$$

$$+ \frac{\partial(u\bar{\sigma}_x)}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\bar{\sigma}_y)}{\partial y} + \rho\vec{f}\cdot\vec{V} \tag{2.55}$$

แทนพลังงานรวมในรูปแบบของพลังงานภายในและพลังงานจลน์จากสมการ (2.52) ลงทางด้านซ้ายของสมการ (2.55) พร้อมกับกระจายพจน์ต่างๆ ทางด้านขวาของสมการ (2.55) นี้ออกมาจะได้

$$\rho\left(u\frac{\partial e}{\partial x} + v\frac{\partial e}{\partial y}\right) + \rho u\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) + \rho v\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

$$= \rho\overline{Q} + \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + u\frac{\partial \bar{\sigma}_x}{\partial y} + \bar{\sigma}_x\frac{\partial u}{\partial x} + u\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \tau_{yx}\frac{\partial u}{\partial y}$$

$$+ v\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \tau_{xy}\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial \bar{\sigma}_y}{\partial y} + \bar{\sigma}_y\frac{\partial v}{\partial y} + \rho f_x u + \rho f_y v \tag{2.56}$$

จากนั้นทำการย้ายข้างและจัดพจน์ต่าง ๆ ในสมการ (2.56) นี้ให้เหมาะสมดังนี้

$$\rho\left(u\frac{\partial e}{\partial x}+v\frac{\partial e}{\partial y}\right)+u\left[\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)-\frac{\partial\bar{\sigma}_x}{\partial x}-\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}-\rho f_x\right]$$

$$+v\left[\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)-\frac{\partial\bar{\sigma}_y}{\partial y}-\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}-\rho f_y\right]$$

$$=\rho\bar{Q}+\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)$$

$$+\bar{\sigma}_x\frac{\partial u}{\partial x}+\tau_{yx}\frac{\partial u}{\partial y}+\tau_{xy}\frac{\partial v}{\partial x}+\bar{\sigma}_y\frac{\partial v}{\partial y} \qquad (2.57)$$

ผลรวมของพจน์ต่าง ๆ ในวงเล็บสี่เหลี่ยมแรกและในวงเล็บสี่เหลี่ยมสองทางด้านซ้ายของสมการ (2.57) นี้ ต่างมีค่าเท่ากับศูนย์ซึ่งสอดคล้องตามสมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์โมเมนตัม (2.19) และส่วนต่างของค่าความเค้นย่อยต่าง ๆ ทางด้านขวามือของสมการ (2.57) นี้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของความเร็วสำหรับการไหลแบบนิวโตเนียนตามสมการ (2.53) เป็นผลให้สมการ (2.57) กลายเป็น

$$\rho\left(u\frac{\partial e}{\partial x}+v\frac{\partial e}{\partial y}\right)=\rho\bar{Q}+\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+2\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2-p\frac{\partial u}{\partial x}$$

$$+\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2+\mu\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\mu\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)+2\mu\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2-p\frac{\partial v}{\partial y} \qquad (2.58)$$

พจน์ที่เกี่ยวข้องกับความดัน p ทางด้านขวามือของสมการ (2.58) จำนวนสองพจน์เมื่อรวมกันแล้วมีค่าเท่ากับศูนย์สอดคล้องตามสมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์มวล (2.11) ดังนั้นสมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์พลังงาน (2.58) จึงสามารถเขียนโดยย่อได้เป็น

$$\rho\left(u\frac{\partial e}{\partial x}+v\frac{\partial e}{\partial y}\right)=\rho\bar{Q}+\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\mu\phi \qquad (2.59)$$

โดย ϕ แทนฟังก์ชันการกระจายความหนืด (Viscous dissipation function) ซึ่งมีค่าดังนี้

$$\phi=2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 \qquad (2.60)$$

พจน์สุดท้ายทางด้านขวามือของสมการ (2.59) แทนการกระจายของพลังงานความหนืดซึ่งเป็นอัตราการสูญเสียพลังงานกล (Mechanical energy) ในการเปลี่ยนเป็นพลังงานความร้อน (Thermal energy) อันเนื่องมาจากผลของความหนืดของของไหล สำหรับการไหลที่มีความเร็วค่อนข้างต่ำนั้นการเปลี่ยนรูปแบบของพลังงานเนื่องมาจากพจน์ของการกระจายความหนืดนี้มีค่าน้อยซึ่งอาจละทิ้งได้ เป็นผลให้สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์พลังงานลดรูปลงสู่รูปแบบที่กระชับมากขึ้นดังนี้

$$\rho\left(u\frac{\partial e}{\partial x}+v\frac{\partial e}{\partial y}\right)=\rho\overline{Q}+\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) \tag{2.61}$$

และเนื่องจากค่าพลังงานภายใน e อาจสมมติให้แปรผันตามไปกับค่าของอุณหภูมิ T ได้โดย

$$e = cT \tag{2.62}$$

โดย c แทนความร้อนจำเพาะของของไหลที่ปริมาตรคงตัว (Specific heat at constant volume) และหากกำหนดให้ความร้อนจำเพาะนี้มีค่าคงที่แล้ว สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์พลังงานคือ

$$\rho c\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\rho\overline{Q}+\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) \tag{2.63}$$

สมการเชิงอนุพันธ์ของการอนุรักษ์พลังงานที่ได้นี้จะถูกนำไปพัฒนาเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่สอดคล้องกับปัญหาการถ่ายเทความร้อนในบทต่อไป

2.5 สมการการแผ่รังสีความร้อน

คุณสมบัติการแผ่รังสีของพื้นผิวแท้จริงนั้น ขึ้นอยู่กับปัจจัยจำนวนมาก ได้แก่ ทิศทางการแผ่รังสี ความยาวคลื่นการแผ่รังสี อุณหภูมิของพื้นผิว และสภาพพื้นผิวชนิดต่าง ๆ สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะศึกษาการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีระหว่างพื้นผิวของวัตถุเทา ซึ่งมีคุณสมบัติและสมมติฐานที่เกี่ยวข้องดังนี้

- คุณสมบัติการแผ่รังสีของพื้นผิว (สภาพสะท้อนรังสี สภาพเปล่งรังสี สภาพดูดกลืนรังสี) ไม่ขึ้นกับทิศทางและความยาวคลื่นของการแผ่รังสี (นั่นคือพิจารณาให้พื้นผิวเทาเป็นตัวเปล่งรังสีและสะท้อนรังสีแบบแพร่กระจาย)
- พื้นผิวเทาเป็นพื้นผิวทึบแสง โดย

$$\alpha + \overline{\rho} = 1$$

- ฟลักซ์การอาบรังสี (Irradiation flux) สม่ำเสมอทั่วพื้นผิว

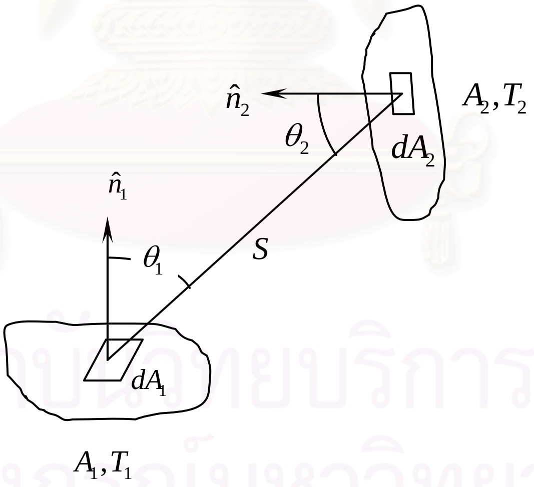
- ฟลักซ์การแผ่รังสีสม่ำเสมอทั่วพื้นผิว
- อุณหภูมิของพื้นผิวสม่ำเสมอ
- พิจารณาการแผ่รังสีในบริเวณหรือสิ่งแวดล้อมที่ไม่มีผลต่อการแผ่รังสี (Nonparticipating medium)

สำหรับการศึกษาการแผ่รังสีความร้อนของวัตถุเทานั้น จำเป็นจะต้องเรียนรู้การแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนของวัตถุดำเสียก่อน

2.5.1 Configuration Factor สำหรับการแผ่รังสีของวัตถุดำ

พิจารณา Configuration factor, $F_{1\text{-}2}$ สำหรับการแผ่รังสีความร้อนจากพื้นผิว A_1 ที่มีอุณหภูมิคงที่ไปยังพื้นผิว A_2 ดังแสดงในรูปที่ 2.4 โดยที่ $F_{1\text{-}2}$ เป็นสัดส่วนของพลังงานการแผ่รังสีที่ออกจากพื้นผิว A_1 ไปยังพื้นผิว A_2 ส่วนพลังงานการแผ่รังสีทั้งหมดของวัตถุดำบนพื้นผิว A_1 มีค่าเท่ากับ $\sigma T_1^4 A_1$ และพลังงานการแผ่รังสีที่ออกจากพื้นผิว A_1 ไปยังพื้นผิว A_2 (Siegel and Howell, 1981) มีค่าเป็น

$$Q_{1-2}^{rad} = \sigma T^4 \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi S^4} dA_1 dA_2 \qquad (2.64)$$



รูปที่ 2.4 การแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีระหว่างพื้นผิว A_1 และ A_2 (Siegel and Howell, 1981)

และ Configuration Factor จะมีค่าเท่ากับ

$$F_{1-2} = \frac{\int_{A_1}\int_{A_2}(\sigma T^4 \cos\theta_1 \cos\theta_2 / \pi S^2) dA_2 dA_1}{\sigma T_1^4 A_1}$$

$$F_{1-2} = \frac{1}{A_1}\int_{A_1}\int_{A_2}\frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi S^2} dA_2 dA_1 \tag{2.65}$$

ในทำนองเดียวกันจะได้ Configuration factor สำหรับพื้นผิว A_2 ไปยังพื้นผิว A_1 เป็น

$$F_{2-1} = \frac{1}{A_2}\int_{A_1}\int_{A_2}\frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi S^2} dA_2 dA_1 \tag{2.66}$$

จากสมการ (2.65) และ (2.66) จะได้ความสัมพันธ์ของ Configuration factor สำหรับพื้นผิว A_1 และ A_2 เป็น

$$A_1 F_{1-2} = A_2 F_{2-1} \tag{2.67}$$

และจากนิยามของ Configuration factor สามารถเขียนสมการการแผ่รังสีความร้อนจากพื้นผิว A_1 ไปยังพื้นผิว A_2 ได้เป็น

$$Q_{1-2}^{rad} = \sigma T_1^4 A_1 F_{1-2} \tag{2.68}$$

และในทำนองเดียวกัน สมการการแผ่รังสีความร้อนจากพื้นผิว A_2 ไปยังพื้นผิว A_1 สามารถเขียนได้เป็น

$$Q_{2-1}^{rad} = \sigma T_2^4 A_2 F_{2-1} \tag{2.69}$$

จากสมการ (2.68) และ (2.69) สามารถเขียนสมการการแผ่รังสีความร้อนสุทธิจากพื้นผิว A_1 ไปยังพื้นผิว A_2 ได้เป็น

$$Q_{1\Leftrightarrow 2}^{rad} = Q_{1-2}^{rad} - Q_{2-1}^{rad} = \sigma T_1^4 A_1 F_{1-2} - \sigma T_2^4 A_2 F_{2-1} \tag{2.70}$$

จากความสัมพันธ์ของ Configuration factor ในสมการ (2.67) นำไปแทนลงในสมการ (2.70) จะได้

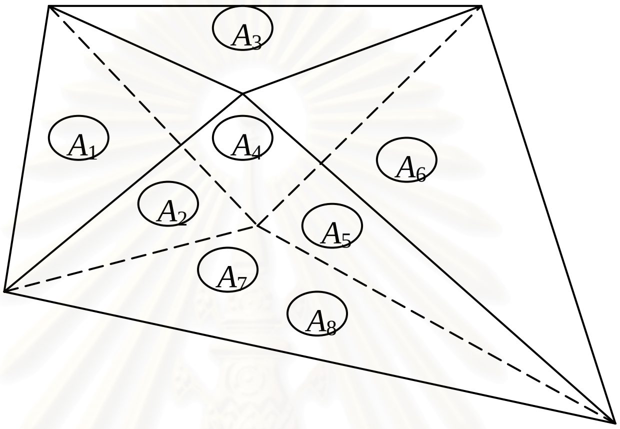
$$Q_{1\Leftrightarrow 2}^{rad} = \sigma (T_1^4 - T_2^4) A_1 F_{1-2} \tag{2.71ก}$$

หรือ

$$Q_{1\Leftrightarrow 2}^{rad} = \sigma (T_2^4 - T_1^4) A_2 F_{2-1} \tag{2.71ข}$$

2.5.2 คุณสมบัติของ Configuration factor

พิจารณาพื้นผิวล้อมรอบ (Enclosure) ซึ่งประกอบด้วยพื้นผิวจำนวน N ผิว แต่ละพื้นผิวระบุด้วย A_i โดยที่ $i = 1, 2, 3 .....N$ กำหนดให้พื้นผิวล้อมรอบเป็นพื้นผิวอุณหภูมิคงที่ของวัตถุดำ แต่ละพื้นผิวมีลักษณะเป็นระนาบ (Flat surface) พื้นผิวเว้า (Concave surface) หรือพื้นผิวนูน (Convex surface) ก็ได้ ดังแสดงในรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 พื้นผิวล้อมรอบที่มีอุณหภูมิคงที่ของวัตถุดำ N ผิว (Siegel and Howell, 1981)

Configuration factor ระหว่างพื้นผิว A_i และ A_j ของพื้นผิวล้อมรอบจะอยู่ภายใต้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$A_i F_{i-j} = A_j F_{j-i} \tag{2.72}$$

เมื่อพิจารณา A_i เป็นพื้นผิวแผ่รังสี โดยอาบรังสีทั่วพื้นผิวล้อมรอบ (รวมทั้งตัวเองด้วยถ้า A_i เป็นพื้นผิวเว้า) จะได้ความสัมพันธ์ของ Configuration factor ดังนี้ (Siegel and Howell, 1981)

$$F_{1-1} + F_{1-2} + ... + F_{1-i} + ... + F_{1-N} = 1 \tag{2.73ก}$$

หรือ
$$\sum_{j=1}^{N} F_{i-j} = 1 \tag{2.73ข}$$

เมื่อ N เป็นจำนวนพื้นผิวล้อมรอบ และ

$F_{i-i} = 0$ ถ้า A_i เป็นระนาบหรือผิวนูน (2.74ก)

$F_{i-i} \neq 0$ ถ้า A_i เป็นผิวเว้า (2.74ข)

2.5.3 การแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีระหว่างพื้นผิวอุณหภูมิคงที่ของวัตถุเทา

ในหัวข้อที่ผ่านมาเป็นการศึกษาการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีระหว่างพื้นผิวอุณหภูมิคงที่ของวัตถุดำ ดังนั้นการวิเคราะห์อยู่ภายใต้เงื่อนไขที่ว่าวัตถุดำเป็นตัวดูดกลืนรังสีสมบูรณ์และเป็นพื้นผิวแพร่กระจาย สำหรับการศึกษาการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีระหว่างพื้นผิวอุณหภูมิคงที่ของวัตถุเทานั้น วัตถุเทาไม่ใช่ตัวดูดกลืนรังสีสมบูรณ์ ดังนั้นจึงต้องพิจารณาผลการสะท้อนรังสีของพื้นผิวเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะทำการศึกษาการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีระหว่างพื้นผิววัตถุเทา

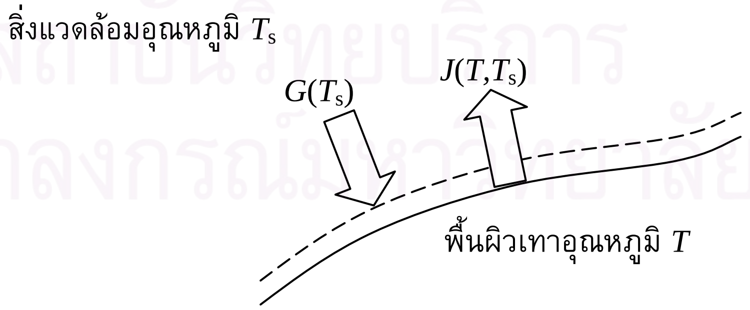
เรดิโอซิตี้ และฟลักซ์การอาบรังสี

เรดิโอซิตี้ คือพลังงานการแผ่รังสีของพื้นผิวเทา ต่อหนึ่งหน่วยเวลา ต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ โดยใช้สัญลักษณ์ $J(T,T_s)$ มีหน่วยเป็น W/m^2

ฟลักซ์การอาบรังสี คือพลังงานการอาบรังสีบนพื้นผิวเทา ต่อหนึ่งหน่วยเวลา ต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ โดยใช้สัญลักษณ์ $G(T_s)$ มีหน่วยเป็น W/m^2

กำลังการแผ่รังสีทั้งหมดคลุมครึ่งทรงกลมของวัตถุดำ คือพลังงานการแผ่รังสีของพื้นผิววัตถุดำที่แผ่ออกไปในทิศทางครอบคลุมพื้นที่ครึ่งทรงกลม ต่อหนึ่งหน่วยเวลา ต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ โดยใช้สัญลักษณ์ $E_b(T_s)$ มีหน่วยเป็น W/m^2

พิจารณาการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีระหว่างพื้นผิวเทาแพร่กระจายกับสิ่งแวดล้อม ดังแสดงในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 การแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีระหว่างพื้นผิวเทากับสิ่งแวดล้อม

เมื่อกำหนดให้ A คือ พื้นที่ของพื้นผิว T คือ อุณหภูมิของพื้นผิวเทา T_s คือ อุณหภูมิของสิ่งแวดล้อม $\alpha(T,T_s)$ คือ สภาพดูดกลืนรังสี และ $\overline{\rho}\,(T,T_s)$ คือ สภาพสะท้อนรังสี

พิจารณาพลังงานการแผ่รังสีสุทธิออกจากพื้นผิว A จะได้

$$\frac{Q^{rad}}{A} = J(T,T_s) - G(T_s) \tag{2.75}$$

เนื่องจาก

$$J(T,T_s) = \begin{pmatrix} \text{ฟลักซ์การ} & & \text{ฟลักซ์การ} \\ \text{เปล่งรังสี} & + & \text{สะท้อนรังสี} \\ \text{โดยพื้นผิว} & & \text{โดยพื้นผิว} \end{pmatrix} \tag{2.76}$$

ดังนั้น

$$J(T,T_s) = \varepsilon(T)E_b(T) + \overline{\rho}(T,T_s)G(T_s) \tag{2.77ก}$$

หรือ

$$G(T_s) = \frac{J(T,T_s) - \varepsilon(T)E_b(T)}{\overline{\rho}(T,T_s)} \tag{2.77ข}$$

นำสมการ (2.77ข) แทนลงในสมการ (2.75) จะได้

$$\frac{Q^{rad}}{A} = J(T,T_s) - \frac{J(T,T_s) - \varepsilon(T)E_b(T)}{\overline{\rho}(T,T_s)} \tag{2.78ก}$$

จัดรูปใหม่จะได้

$$\frac{Q^{rad}}{A} = \frac{\varepsilon(T)}{\overline{\rho}(T,T_s)}E_b(T) - \frac{(1-\overline{\rho}(T,T_s))}{\overline{\rho}(T,T_s)}J(T,T_s) \tag{2.78ข}$$

จากคุณสมบัติของพื้นผิวทึบแสง

$$\alpha(T,T_s) + \overline{\rho}(T,T_s) = 1 \tag{2.79ก}$$

หรือ

$$\varepsilon(T,T_s) + \overline{\rho}(T,T_s) = 1 \tag{2.79ข}$$

นำสมการ (2.79ข) แทนลงในสมการ (2.78ข) จะได้

$$\frac{Q^{rad}}{A} = \frac{\varepsilon(T)E_b(T) - \varepsilon(T,T_s)J(T,T_s)}{1-\varepsilon(T,T_s)} \tag{2.80}$$

2.6 พารามิเตอร์ไร้มิติที่ใช้วิเคราะห์การไหล

ในการแยกความแตกต่างของการไหลนิยมนำพารามิเตอร์ไร้มิติมาระบุคุณสมบัติทางกายภาพเพื่อให้เกิดความสะดวกในการแยกความแตกต่าง โดยพารามิเตอร์ไร้มิติที่นิยมใช้กันได้แก่

2.6.1 เรย์โนลด์นัมเบอร์ (Reynolds number, Re)

เรย์โนลด์นัมเบอร์เป็นพารามิเตอร์ไร้มิติที่ใช้ระบุรูปแบบการไหลว่าเป็นการไหลแบบราบเรียบหรือแบบปั่นป่วนในปรากฏการณ์การพาความร้อนแบบบังคับ (Force convection) ความหมายทางกายภาพของเรย์โนลด์นัมเบอร์คือ อัตราส่วนของแรงเฉื่อย (Inertia force) กับแรงเนื่องจากความหนืด (Viscous force) ซึ่งหาค่าได้จากสมการ

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V l}{\mu} = \frac{V l}{\nu} \tag{2.81}$$

โดย ρ คือ ความหนาแน่นของของไหล
V คือ ความเร็วของของไหลที่ทางเข้า
l คือ ความยาวเฉพาะ (Characteristic length) ในโดเมนการไหล
μ คือ ความหนืดพลศาสตร์ของของไหล (Dynamic viscosity)
ν คือ ความหนืดจลศาสตร์ของของไหล (Kinematic viscosity)

2.6.2 พรันด์เทิลนัมเบอร์ (Prandtl number, Pr)

พรันด์เทิลนัมเบอร์เป็นพารามิเตอร์ไร้มิติที่ใช้ระบุความแตกต่างของการไหลในปรากฏการณ์การพาความร้อนทั้งแบบอิสระและแบบบังคับ ความหมายทางกายภาพของพรันด์เทิลนัมเบอร์ก็คือ อัตราส่วนของการแพร่กระจายของโมเมนตัม (Momentum diffusivity) ในชั้นขอบเขตของความเร็ว (Velocity boundary layer) กับการแพร่กระจายของพลังงานความร้อน (Thermal diffusivity) ในชั้นขอบเขตของพลังงานความร้อน (Thermal boundary layer) ซึ่งหาค่าได้จากสมการ

$$\mathrm{Pr} = \frac{c_p \mu}{k} = \frac{\nu}{\alpha} \tag{2.82}$$

โดย c_p คือ ความร้อนจำเพาะของของไหลเมื่อความดันคงที่
k คือ สัมประสิทธิ์การนำความร้อนของของไหล

α คือ การแพร่กระจายเชิงความร้อน (Thermal diffusivity) ของของไหล ซึ่งเป็นอัตราส่วนของการนำความร้อนกับความสามารถในการจุความร้อน ($\alpha = \dfrac{k}{\rho c_p}$)

2.6.3 เรย์เลห์นัมเบอร์ (Rayleigh number, Ra)

เรย์เลห์นัมเบอร์เป็นพารามิเตอร์ไร้มิติที่ใช้ระบุรูปแบบการไหลว่าเป็นการไหลแบบราบเรียบหรือแบบปั่นป่วนในปรากฏการณ์การพาความร้อนแบบอิสระ (Free convection) ความหมายทางกายภาพของเรย์เลห์นัมเบอร์ก็คือ อัตราส่วนของแรงลอยตัวกับแรงเนื่องจากความหนืด ซึ่งหาค่าได้จากสมการ

$$\mathrm{Ra} = \frac{g\beta \Delta T l^3}{\nu\alpha} \tag{2.83}$$

โดย g คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง
β คือ สัมประสิทธิ์การขยายตัวทางความร้อนของของไหล
ΔT คือ ผลต่างของอุณหภูมิสูงสุดและต่ำสุดของของไหล

2.6.4 นัสเซิลท์นัมเบอร์ (Nusselt number, Nu)

นัสเซิลท์นัมเบอร์เป็นพารามิเตอร์ไร้มิติที่ใช้วัดปริมาณการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนทั้งแบบอิสระและแบบบังคับจากพื้นผิวที่พิจารณา ซึ่งหาค่าได้จากสมการ

$$\mathrm{Nu} = \frac{hl}{k} \tag{2.84}$$

โดย h คือสัมประสิทธิ์การพาความร้อน (Convection heat transfer coefficient) ของของไหล

2.6.5 นัสเซิลท์นัมเบอร์ของการแผ่รังสีความร้อน (Radiation Nusselt number, Nu$_\mathrm{R}$)

นัสเซิลท์นัมเบอร์ของการแผ่รังสีความร้อน เป็นพารามิเตอร์ไร้มิติที่ใช้วัดปริมาณการถ่ายเทความร้อนโดยการแผ่รังสีความร้อนจากพื้นผิวที่พิจารณา ซึ่งหาค่าได้จากสมการ

$$\mathrm{Nu}_\mathrm{R} = \frac{q^{rad} l}{k(\Delta T)} \tag{2.85}$$

โดย q^{rad} คือฟลักซ์การแผ่รังสีความร้อน

2.6.6 นัสเซิลท์นัมเบอร์รวมของการพาและการแผ่รังสีความร้อน (Overall Nusselt number, $\mathrm{Nu_O}$)

ผลรวมของนัสเซิลท์นัมเบอร์ของการพาความร้อนและการแผ่รังสีความร้อน สามารถหาค่าได้จากสมการ

$$\mathrm{Nu_O} = \mathrm{Nu} + \mathrm{Nu_R} \tag{2.86}$$

2.6.7 พารามิเตอร์การแผ่รังสีความร้อนและการนำความร้อน (Radiation conduction interaction parameter, $\mathrm{N_{RC}}$)

พารามิเตอร์การแผ่รังสีความร้อนและการนำความร้อนเป็นพารามิเตอร์ไร้มิติที่ใช้แสดงอัตราส่วนการแผ่รังสีความร้อนของพื้นผิวและการนำความร้อนของของไหล ซึ่งหาค่าได้จากสมการ

$$\mathrm{N_{RC}} = \frac{\sigma T_H^4 l}{k(\Delta T)} \tag{2.87}$$

โดย σ คือค่าคงที่ Stefan-Boltzmann

บทที่ 3

สมการไฟไนต์วอลุมและวิธีเมตริกซ์

ในบทนี้ จะแสดงการประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม (Finite volume method) กับสมการพื้นฐานของการไหลและการถ่ายเทความร้อนจากบทที่ผ่านมา โดยจะทำการศึกษาขั้นตอนต่างๆ ของระเบียบวิธีนี้ และ Scheme ต่าง ๆ ที่ใช้ในการประมาณค่าสเกลาร์ ϕ ภายในปริมาตรควบคุม รวมถึงศึกษาวิธีเมตริกซ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาการแผ่รังสีความร้อน เพื่อนำระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมและวิธีเมตริกซ์มาประยุกต์ใช้ร่วมกัน จากนั้นจึงนำไปประดิษฐ์โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อนทั้งการพาความร้อนและการแผ่รังสีความร้อนในพื้นที่ปิดล้อม (Enclosure)

3.1 สมการควบคุมพื้นฐานของการไหล

สำหรับการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมในการแก้ไขปัญหาการนำความร้อนและการพาความร้อนของการไหล สามารถแสดงสมการควบคุมพื้นฐาน (Governing equations) รูปทั่วไปในสภาวะคงตัวของตัวแปร ϕ ได้ดังนี้

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v\phi)}{\partial y}}_{\text{Convection Terms}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)}_{\text{Diffusion Terms}} + \underbrace{S_\phi}_{\text{Source Term}} \qquad (3.1)$$

โดยรายละเอียดของแต่ละสมการสำหรับการไหลแบบราบเรียบถูกแสดงในตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 รูปสมการ Transport ของการไหลแบบราบเรียบเปรียบเทียบกับสมการพื้นฐานในรูปทั่วไป

Transport Equation	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Continuity	1	0	0
x – Momentum	u	μ	$-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial v}{\partial x}\right)$
y – Momentum	v	μ	$-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial v}{\partial y}\right)$

สมการ (3.1) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์พื้นฐานที่จะนำมาแก้ระบบสมการ โดยสามารถใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขไฟไนต์วอลุมมาเปลี่ยนรูปแบบของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยให้เป็นสมการพีชคณิตโดยการอินทิเกรตตลอดปริมาตรควบคุม CV ได้เป็น

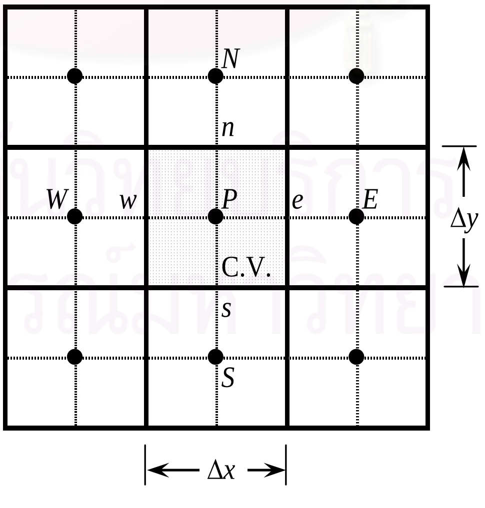
$$\int_{CV} \frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x} dV + \int_{CV} \frac{\partial(\rho v\phi)}{\partial y} dV = \int_{CV} \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) dV + \int_{CV} \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) dV + \int_{CV} S_{\phi} dV \qquad (3.2)$$

โดยสมการนี้ก็คือ สมการพื้นฐานในรูปทั่วไปที่เขียนให้อยู่ในรูปของอินทิกรัลนั่นเอง

3.2 ปัญหาการพาและการแพร่กระจายความร้อน

ในปัญหานี้ จะนำเทอมของการแพร่กระจายและการพาความร้อนมาพิจารณาพร้อมกัน ซึ่งโดยปกติเทอมการพานี้จะเกิดจากการไหลของของไหลในปัญหานั้น ซึ่งเราจำเป็นจะต้องทราบสนามการไหลที่เกิดขึ้น เพื่อให้สามารถทราบถึงตัวแปรที่เกิดการเปลี่ยนแปลงเนื่องมาจากการไหลดังกล่าว (เช่น อุณหภูมิ ความเข้มข้นของมวล เป็นต้น) สำหรับปัญหาการแพร่กระจายและการพาใน 2 มิติที่มีสภาวะคงตัวนั้น สามารถเขียนสมการในรูปของตัวแปร ϕ ได้เช่นเดียวกับสมการที่ (3.1)

ในการเปลี่ยนรูปสมการตั้งต้นที่เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ ให้อยู่ในรูปสมการพีชคณิตโดยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุม สามารถทำได้โดยทำการอินทิเกรตสมการตั้งต้นตลอดปริมาตรควบคุมในรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 การวางตัวของปริมาตรควบคุมในสองมิติของปัญหาการพาและการแพร่กระจาย

$$\int_{\Delta v}\left[\frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v\phi)}{\partial y}\right]dV=\int_{\Delta v}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)+S_{\phi}\right]dV \tag{3.3}$$

จากการแยกพิจารณาอินทิกรัลทีละเทอม โดยกำหนด $A_e = A_w = 1\times\Delta y$ และ $A_n = A_s = \Delta x\times 1$ จะได้เทอมของการพาในสองแนวแกน คือ

$$\int_{\Delta V}\frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi)dV=(\rho uA)_e\phi_e-(\rho uA)_w\phi_w=F_e\phi_e-F_w\phi_w \tag{3.4ก}$$

$$\int_{\Delta V}\frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi)dV=(\rho vA)_n\phi_n-(\rho vA)_s\phi_s=F_n\phi_n-F_s\phi_s \tag{3.4ข}$$

เทอมการแพร่กระจาย คือ

$$\begin{aligned}\int_{\Delta V}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\right]dV&=\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}A\right)_e-\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}A\right)_w\\&=D_e(\phi_E-\phi_P)-D_w(\phi_P-\phi_W)\end{aligned} \tag{3.5ก}$$

$$\begin{aligned}\int_{\Delta V}\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)\right]dV&=\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}A\right)_n-\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}A\right)_s\\&=D_n(\phi_N-\phi_P)-D_s(\phi_P-\phi_S)\end{aligned} \tag{3.5ข}$$

และ Source term คือ

$$\int_{\Delta V}S_{\phi}dV=S_{\phi}V \tag{3.6}$$

เมื่อ	F	คือ สัมประสิทธิ์ของการพา มีค่าเท่ากับ ρuA
และ	D	คือ สัมประสิทธิ์ของการแพร่กระจาย มีค่าเท่ากับ $\frac{\Gamma A}{\delta}$

ค่าของ ϕ บนผิวปริมาตรควบคุมในเทอมการพาที่อยู่ในสมการ สามารถหาได้จากการประมาณค่าด้วย Numerical scheme ต่างๆ เช่น Central differencing scheme, Upwind differencing scheme, Hybrid differencing scheme หรือ Power–Law scheme โดยรายละเอียดของ Numerical scheme เหล่านี้ สามารถดูได้จากหนังสือทางด้านระเบียบวิธีเชิงตัวเลขทั่วไป เช่น Versteeg and Malalasekera (1995) หรือ Patankar (1980) ซึ่งในที่นี้จะนำเสนอเฉพาะรายละเอียดของ scheme ที่ใช้ในวิทยานิพนธ์เท่านั้น คือ Upwind differencing scheme ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

Upwind differencing scheme เป็นวิธีที่เสนอโดย Courant et al. (1952) จุดประสงค์ในการคิดค้นวิธีนี้ก็เพื่อแก้ไขปัญหาที่เกิดจากการสมมติค่าของการพาที่ Interface ϕ_e เกิดจากค่าเฉลี่ยระหว่าง ϕ_E และ ϕ_P โดยเสนอแนวคิดใหม่คือเทอมการแพร่กระจายไม่มีการเปลี่ยนแปลง แต่ในเทอมการพาสามารถคำนวณโดยสมมติฐานที่ว่า ค่าของ ϕ ที่ Interface มีค่าเท่ากับค่าของ ϕ ที่ Grid point ของผิวปริมาตรควบคุมด้านต้นกระแสการไหล (Upstream) นั่นคือ

$$\phi_e = \phi_P \qquad \text{เมื่อ} \qquad F_e > 0 \tag{3.7ก}$$

$$\phi_e = \phi_E \qquad \text{เมื่อ} \qquad F_e < 0 \tag{3.7ข}$$

และ

$$\phi_w = \phi_W \qquad \text{เมื่อ} \qquad F_w > 0 \tag{3.8ก}$$

$$\phi_w = \phi_P \qquad \text{เมื่อ} \qquad F_w < 0 \tag{3.8ข}$$

ค่าของ ϕ_n และ ϕ_s ก็หาได้ในลักษณะเดียวกัน ดังนั้นสามารถเขียนสมการพีชคณิตของสมการทั่วไปได้เป็น

$$a_P\phi_P = a_W\phi_W + a_E\phi_E + a_S\phi_S + a_N\phi_N + S_\phi V \tag{3.9ก}$$

โดย

$$\begin{aligned} a_N &= \max[-F_n, 0] + D_n \\ a_S &= \max[F_s, 0] + D_s \\ a_E &= \max[-F_e, 0] + D_e \\ a_W &= \max[F_w, 0] + D_w \\ a_P &= a_N + a_S + a_E + a_W + (F_n - F_s + F_e - F_w) \end{aligned} \tag{3.9ข}$$

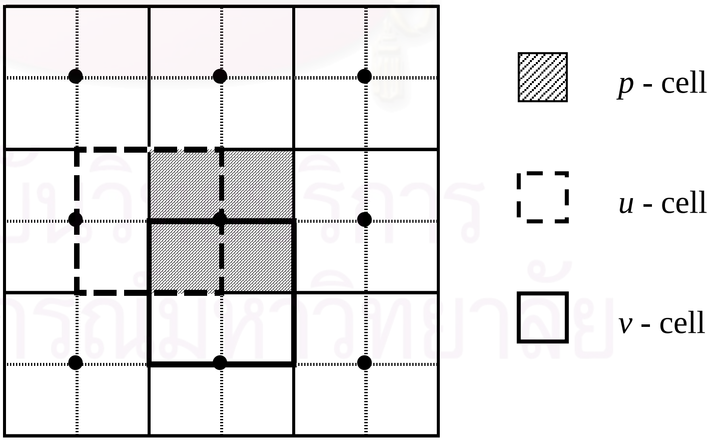
เมื่อ max[A,B] คือ ค่าสูงสุด ที่ได้จากการเปรียบเทียบค่าของ A กับ B

จากสมการ จะสังเกตได้ว่าค่าสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ จะไม่สามารถมีค่าเป็นลบได้ ทำให้ผลเฉลยที่ได้มีค่าเป็นไปตามลักษณะทางกายภาพที่เกิดขึ้นจริง และทำให้สามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้โดยที่ผลเฉลยลู่เข้าสู่ค่าใดค่าหนึ่ง

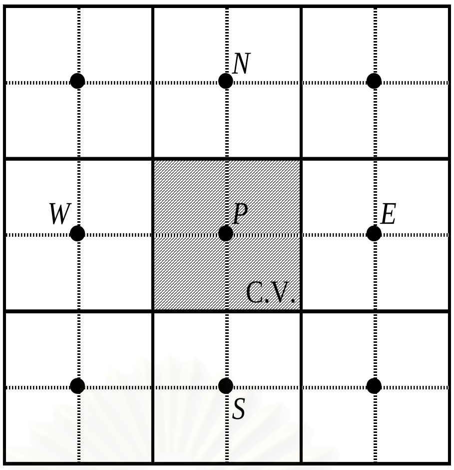
3.3 การแก้ปัญหาสนามการไหล

ในการแก้สมการอนุรักษ์โมเมนตัมนั้น ผลเฉลยของสนามการไหลที่ได้จะมีค่าที่ไม่สอดคล้องกับสมการอนุรักษ์มวล เพื่อให้ค่าผลเฉลยที่ได้จากสองสมการนี้มีความสอดคล้องกัน เราจะใช้ขั้นตอนวิธีที่เรียกว่า SIMPLE (Semi–Implicit Method for Pressure–Linked Equations) ซึ่งถูกพัฒนาโดย Patankar and Spalding (1972) ขั้นตอนวิธีนี้เป็นขั้นตอนการแก้ปัญหาสนามการไหล โดยการสมมติค่าความดันและความเร็วในขอบเขตของปัญหาที่สนใจ แล้วคำนวณหาค่าความเร็วจากความเร็วและความดันสมมติ เพื่อที่จะนำค่าความเร็วที่คำนวณได้ไปหาค่าความดันอีกครั้ง โดยใช้ Pressure-correction method เพื่อช่วยในการคำนวณความดันที่ถูกต้อง ซึ่งค่า Pressure-correction ที่ได้นี้จะถูกนำกลับมาหาค่าความเร็ว และทำซ้ำตามขั้นตอนดังกล่าว จนกระทั่งผลเฉลยลู่เข้าสู่ค่าใดค่าหนึ่ง ซึ่งวิธีนี้เป็นการช่วยให้ค่าความเร็วและความดันมีความสัมพันธ์เป็นไปตามการอนุรักษ์โมเมนตัมและการอนุรักษ์มวล

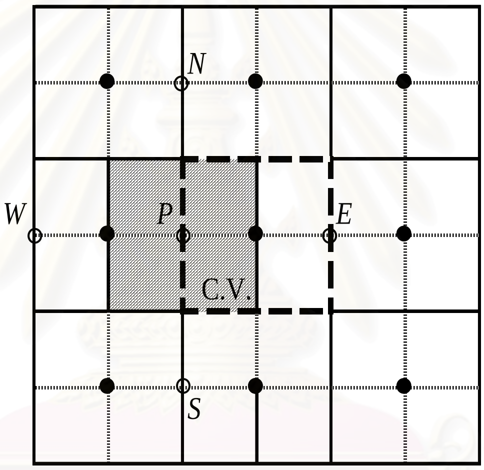
สำหรับวิธีในโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้ เป็นวิธีที่ใช้กับกริดแบบเยื้องกัน (Staggered grid) โดย Staggered grid เป็นการแบ่งกริดเพื่อให้กริดของความเร็ว อยู่ระหว่างจุดต่อของตัวแปรสเกลาร์ ทั้งนี้เพื่อให้สอดคล้องกับสมการความต่อเนื่อง (Continuity equation) และแก้ปัญหาการเกิด Checker-board effect (Patankar, 1980) อันจะก่อให้เกิดความผิดพลาดในการคำนวณเชิงตัวเลข ซึ่งการวางกริดของสเกลาร์ (ในที่นี้คือความดัน p) และความเร็ว u และ v ถูกแสดงในรูปที่ 3.2 และปริมาตรควบคุมของ p, u และ v ถูกแสดงในรูปที่ 3.3 ถึง 3.5



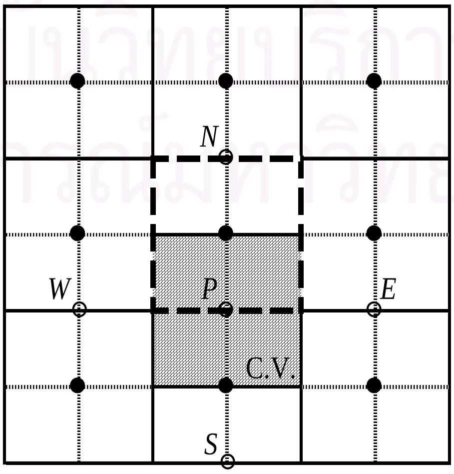
รูปที่ 3.2 การวางตัวของ Staggered grid



รูปที่ 3.3 การวางตัวของปริมาตรควบคุม p – cell



รูปที่ 3.4 การวางตัวของปริมาตรควบคุม u – cell



รูปที่ 3.5 การวางตัวของปริมาตรควบคุม v – cell

จากสมการอนุรักษ์โมเมนตัมในแนวแกน x และ y

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uu)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho vu)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial v}{\partial x}\right) \qquad (3.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uv)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho vv)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial u}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial v}{\partial y}\right) \qquad (3.11)$$

ทำการอินทิเกรตสมการ (3.10) และ (3.11) ตลอดปริมาตรควบคุมในรูป 3.4 และ 3.5 จะได้สมการดิสครีไทซ์ (Discretized equation) ดังต่อไปนี้

ในแกน x $$a_P u_P = \sum_{nb} a_{nb}u_{nb} + S_u V + (p_W - p_P)A \qquad (3.12)$$

ในแกน y $$a_P v_P = \sum_{nb} a_{nb}v_{nb} + S_v V + (p_S - p_P)A \qquad (3.13)$$

โดย

$$\sum_{nb} a_{nb}u_{nb} = a_N u_N + a_S u_S + a_E u_E + a_W u_W$$

$$\sum_{nb} a_{nb}v_{nb} = a_N v_N + a_S v_S + a_E v_E + a_W v_W$$

จัดสมการอนุรักษ์มวลให้อยู่ในรูปของสมการผลต่างความดัน เพื่อใช้แก้ไขค่าความดันและความเร็วในสนามการไหล โดยเริ่มจากการกำหนดค่าต่อไปนี้

$$p = p^* + p' \qquad (3.14ก)$$

$$u = u^* + u' \qquad (3.14ข)$$

$$v = v^* + v' \qquad (3.14ค)$$

เมื่อ p, u และ v คือ ความดันและความเร็วที่ถูกต้อง
p^*, u^* และ v^* คือ ความดันที่กำหนดขึ้น (Guessed pressure) และความเร็วที่คำนวณจาก p^*
p', u' และ v' คือ ค่าความดันแก้ไข (Pressure correction) และค่าความเร็วแก้ไข (Velocity correction)

โดยที่ความเร็ว u^* และ v^* สามารถคำนวณได้จากสมการโมเมนตัมที่มีลักษณะเช่นเดียวกับสมการ (3.12) และ (3.13) ซึ่งจะได้สมการดิสครีไทซ์ของความเร็วทั้งสองเป็น

$$a_w u_w^* = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^* + S_u V + \left(p_W^* - p_P^*\right) A_w \qquad (3.15)$$

$$a_s v_s^* = \sum_{nb} a_{nb} v_{nb}^* + S_v V + \left(p_S^* - p_P^*\right) A_s \qquad (3.16)$$

นำสมการ (3.14) แทนในสมการ (3.12) และ (3.13) แล้วลบด้วยสมการ (3.15) และ (3.16) ตามลำดับ ได้เป็น

$$a_w u'_w = \sum_{nb} a_{nb} u'_{nb} + (p'_W - p'_P) A_w \qquad (3.17)$$

$$a_s v'_s = \sum_{nb} a_{nb} v'_{nb} + (p'_S - p'_P) A_s \qquad (3.18)$$

โดยที่กำหนดให้ $\sum_{nb} a_{nb} u'_{nb}$ และ $\sum_{nb} a_{nb} v'_{nb}$ มีค่าเป็นศูนย์ (Patankar, 1980) เมื่อการไหลสอดคล้องกับสมการอนุรักษ์มวล จะได้สมการของค่าความเร็วแก้ไข (Velocity-correction equation) ของ u_w เป็น

$$a_w u'_w = (p'_W - p'_P) A_w$$

หรือ $$u'_w = d_w (p'_W - p'_P) \qquad (3.19)$$

เมื่อ $d_w = \dfrac{A_w}{a_w}$ ดังนั้น

$$u_w = u_w^* + d_w (p'_W - p'_P) \qquad (3.20)$$

โดยพิจารณาแบบเดียวกันสำหรับ u_e จะได้

$$u_e = u_e^* + d_e (p'_E - p'_P) \qquad (3.21)$$

และสำหรับสมการความเร็วแก้ไขของ v_s

$$a_s v'_s = (p'_S - p'_P) A_s$$

$$v'_s = d_s (p'_S - p'_P) \qquad (3.22)$$

โดย $d_s = \dfrac{A_s}{a_s}$ ดังนั้น

$$v_s = v_s^* + d_s (p'_S - p'_P) \qquad (3.23)$$

และจะได้

$$v_n = v_n^* + d_n \left(p'_N - p'_P \right) \tag{3.24}$$

จากสมการอนุรักษ์มวลที่เขียนในรูปสมการเชิงอนุพันธ์

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0$$

อินทิเกรตตลอดปริมาตรควบคุมดังรูปที่ 3.3 ได้เป็น

$$\int_{\Delta V} \left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \right] dV = 0$$

หรือ

$$(\rho uA)_e - (\rho uA)_w + (\rho vA)_n - (\rho vA)_s = 0 \tag{3.25}$$

เมื่อแทนค่าความเร็วจากสมการ (3.20), (3.21), (3.23) และ (3.24) จะได้สมการของความดันแก้ไข (Pressure-correction equation) ดังต่อไปนี้

$$a_p p'_p = a_N p'_N + a_S p'_S + a_E p'_E + a_W p'_W + b \tag{3.26ก}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} a_N &= \rho d_n A_n \\ a_S &= \rho d_s A_s \\ a_E &= \rho d_e A_e \\ a_W &= \rho d_w A_w \\ b &= \left(\rho u^* A\right)_e - \left(\rho u^* A\right)_w + \left(\rho v^* A\right)_n - \left(\rho v^* A\right)_s \end{aligned} \tag{3.26ข}$$

ซึ่งสามารถสรุปขั้นตอน SIMPLE algorithm ได้ดังนี้

1) เริ่มต้นสมมติค่าของ p^*, u^* และ v^*
2) คำนวณค่า u^*, v^* จากสมการ (3.15) และ (3.16)
3) นำค่า u^*, v^* ที่คำนวณได้มาแทนค่าในสมการ (3.26)
4) คำนวณค่า p' จากสมการ (3.26) แล้วนำมาแทนค่าในสมการ (3.14ก) จากนั้นจึงนำค่า p ที่คำนวณได้มากำหนดให้เป็น p^* ค่าใหม่
5) คำนวณค่า u, v จากสมการ (3.20), (3.21), (3.23) และ (3.24) โดยใช้ค่า p' จากขั้นตอนที่ 4 จากนั้นจึงกำหนดค่า u, v ที่ได้เป็น u^*, v^* ค่าใหม่

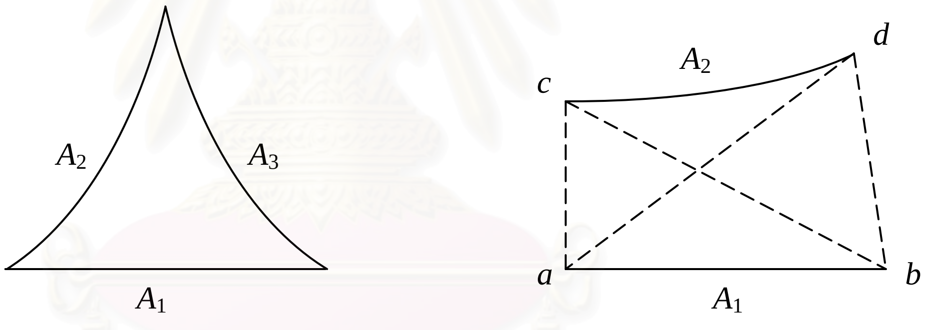
6) ทำซ้ำขั้นตอนที่ 2 ถึง 5 จนกระทั่ง u^*, v^* และ p^* มีค่าลู่เข้าสู่ค่าที่ถูกต้อง โดยตรวจสอบจากการเข้าใกล้ศูนย์ของเทอม b (Mass source term) ในสมการ (3.24) ซึ่งแสดงว่าค่า u^*, v^* และ p^* ที่ได้ สอดคล้องกับสมการอนุรักษ์มวล

3.4 ปัญหาการแผ่รังสีความร้อนในพื้นผิวล้อมรอบ

ในหัวข้อนี้ จะแสดงการประยุกต์ใช้วิธีเมตริกซ์กับสมการการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนระหว่างพื้นผิวจากบทที่ผ่านมา เพื่อวิเคราะห์การแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีของพื้นผิวล้อมรอบ (Enclosure) โดยใช้การคำนวณด้วยคอมพิวเตอร์เข้าช่วย

3.4.1 การหา Configuration factor โดยวิธีขึงเชือกแบบฮอตเตลล์

การคำนวณ Configuration factor โดยการอินทิเกรตทางคณิตศาสตร์นั้น มีความยุ่งยากมาก เพื่อลดความยุ่งยากดังกล่าวจึงใช้วิธีการวิเคราะห์พื้นผิวล้อมรอบ ด้วยวิธีขึงเชือกของฮอตเตลล์ (Hottel’s cross string method) ดังแสดงในรูปที่ 3.6



(ก) (ข)

รูปที่ 3.6 Configuration factor โดยวิธีขึงเชือกของฮอตเตลล์
(มนตรี อึ่งเจริญ, 2525)

จากรูปที่ 3.6ก พื้นผิวล้อมรอบซึ่งประกอบด้วยพื้นผิว A_1, A_2 และ A_3 (โดยพื้นผิวเหล่านี้ยาวไปถึงอนันต์ในทิศทางตั้งฉากกับหน้ากระดาษ)

จากสมการ (2.73) คูณด้วย A_i จะได้

$$\sum_{j=1}^{N} A_i F_{i-j} = A_i \tag{3.27}$$

ดังนั้น

$$A_1 F_{1-2} + A_1 F_{1-3} = A_1 \tag{3.28ก}$$

$$A_2F_{2-1} + A_2F_{2-3} = A_2 \tag{3.28ข}$$

$$A_3F_{3-1} + A_3F_{3-2} = A_3 \tag{3.28ค}$$

จากสมการ (3.28) จะได้

$$A_1F_{1-2} = \frac{A_1 + A_2 - A_3}{2} \tag{3.29}$$

จากรูปที่ 3.6ข พิจารณา Configuration factor ระหว่างพื้นผิว A_1 และ A_2 โดยวิธีขึงเชือกของฮอตเตลล์ กำหนดให้ *ac, ad, bc* และ *bd* เป็นเชือกที่ขึงระหว่างปลายของพื้นผิว A_1 และ A_2 ปลายต่อปลาย

พิจารณาพื้นผิวล้อมรอบที่ประกอบด้วยพื้นผิว A_1, A_{ac} และ A_{bc} (โดยพิจารณาพื้นผิวเหล่านี้ขยายไปถึงอนันต์ในทิศทางตั้งฉากกับหน้ากระดาษ) โดย

A_{ac} คือพื้นผิวที่เกิดจากการกวาดเส้น *ac* ไปถึงอนันต์ในทิศทางตั้งฉากกับหน้ากระดาษ
A_{bc} คือพื้นผิวที่เกิดจากการกวาดเส้น *bc* ไปถึงอนันต์ในทิศทางตั้งฉากกับหน้ากระดาษ

จากสมการ (3.29) จะได้

$$A_1F_{1-ac} = \frac{A_1 + A_{ac} - A_{bc}}{2} \tag{3.30ก}$$

ในทำนองเดียวกันสำหรับพื้นผิวล้อมรอบที่ประกอบด้วยพื้นผิว A_1, A_{bd} และ A_{ad} จะได้

$$A_1F_{1-bd} = \frac{A_1 + A_{bd} - A_{ad}}{2} \tag{3.30ข}$$

พิจารณาพื้นผิวล้อมรอบที่ประกอบด้วยพื้นผิว A_1, A_2, A_{ac} และ A_{bd} โดยพิจารณาสมการ (3.27) จะได้

$$A_1F_{1-2} = A_1 - A_1F_{1-ac} - A_1F_{1-bd} \tag{3.31}$$

แทนสมการ (3.30) ลงในสมการ (3.31) จะได้

$$A_1F_{1-2} = \frac{A_{bc} + A_{ad}}{2} - \frac{A_{ac} + A_{bd}}{2}$$

$$F_{1-2} = \frac{A_{bc} + A_{ad}}{2A_1} - \frac{A_{ac} + A_{bd}}{2A_1}$$

$$F_{1-2} = \frac{(bc + ad) - (ac + bd)}{2ab} \tag{3.32}$$

เขียนสมการ (3.32) ให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$F_{1-2} = \frac{\left[\begin{array}{c}\text{ผลรวมของความยาว}\\ \text{เชือกที่ขึงตัดขวาง}\end{array} - \begin{array}{c}\text{ผลรวมของความยาว}\\ \text{เชือกที่ขึงไม่ตัดขวาง}\end{array}\right]}{2\times(\text{ความยาวของพื้นผิว } A_1)} \tag{3.33}$$

3.4.2 การแก้ปัญหาการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีของพื้นผิวล้อมรอบโดยวิธีเมตริกซ์

พิจารณาโครงสร้างสมการเชิงเมตริกซ์ของเรดิโอซิตี้ (J_i) จากรูปที่ 3.7

เมื่อกำหนดให้ N คือ พื้นที่ของพื้นผิว i โดย $i = 1, 2, \ldots, N$

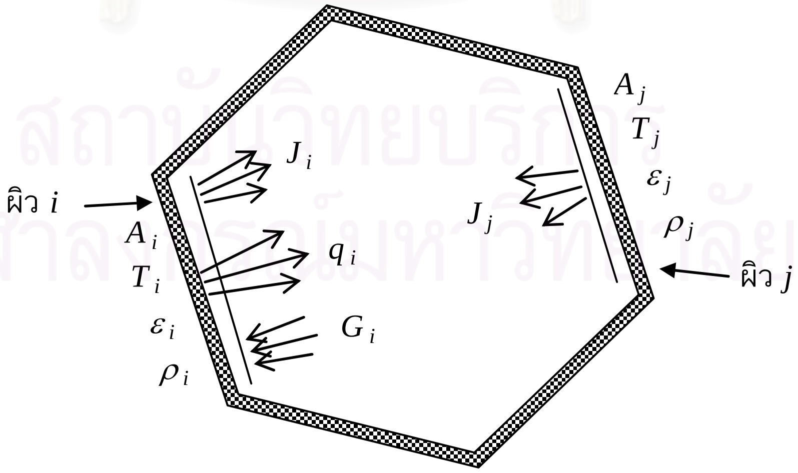
A คือ พื้นที่พื้นผิว

T คือ อุณหภูมิของพื้นผิว

α_i คือ สภาพดูดกลืนรังสีของพื้นผิว

ρ_i คือ สภาพสะท้อนรังสีของพื้นผิว

ε_i คือ สภาพเปล่งรังสีของพื้นผิว



รูป 3.7 พื้นผิวล้อมรอบของวัตถุเทาจำนวน N ผิว (มนตรี อึ่งเจริญ, 2525)

กำหนดให้พื้นผิวล้อมรอบเป็นพื้นผิวเทาแพร่กระจายและพื้นผิวทึบแสง และ $q_{\mathrm{i}}^{rad} = \dfrac{Q_{\mathrm{i}}^{rad}}{A_{\mathrm{i}}}$ เป็น ฟลักซ์การแผ่รังสีสุทธิออกจากพื้นผิว A_i มีหน่วยเป็น W/m^2 ดังนั้น

$$q_i^{rad} = J_i - G_i \tag{3.34}$$

จากสมการ (2.77ก)

$$J_i = \varepsilon_i E_b(T_i) + (1-\varepsilon_i)G_i \tag{3.35}$$

$$\begin{pmatrix} \text{พลังงานการแผ่รังสี} \\ \text{ออกจากพื้นผิว } A_j \\ \text{มายังพื้นผิว } A_i \end{pmatrix} = J_j A_j F_{j-i} = J_j A_i F_{i-j} \tag{3.36}$$

$$\begin{pmatrix} \text{พลังงานการแผ่รังสี} \\ \text{ออกจากพื้นผิวทั้ง} \\ \text{หมดมายังพื้นผิว } A_i \end{pmatrix} = A_i \sum_{j=1}^{N} J_j F_{j-i} \tag{3.37}$$

ดังนั้น

$$G_i = \sum_{j=1}^{N} J_j F_{i-j} \tag{3.38}$$

นำสมการ (3.38) แทนลงในสมการ (3.34) และ (3.35) จะได้

$$q_i^{rad} = J_i - \sum_{j=1}^{N} J_j F_{i-j} \qquad \text{เมื่อ } i = 1, 2, \ldots, N \tag{3.39}$$

$$E_b(T_i) = \frac{1}{\varepsilon_i} J_i - \frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i} \sum_{j=1}^{N} J_j F_{i-j} \qquad \text{เมื่อ } i = 1, 2, \ldots, N \tag{3.40}$$

จากสมการ (3.39) และ (3.40) จะได้

$$q_i^{rad} = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\left(E_b(T_i) - J_i\right) \tag{3.41}$$

สมการ (3.39) หรือ (3.40) จะให้สมการพีชคณิต N สมการ เมื่อทราบค่า เรดิโอซิตี้ (J_i) จะสามารถคำนวณหา q_i^{rad} จากสมการ (3.39) หรือ (3.41) ได้

ในขั้นตอนต่อไปจะอาศัยสมการ (3.39) หรือ (3.40) ในการพิจารณาการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีภายในพื้นผิวล้อมรอบ N ผิว ภายใต้เงื่อนไขดังต่อไปนี้

(1) เมื่อทราบอุณหภูมิพื้นผิวทั้งหมด
(2) เมื่อทราบอุณหภูมิพื้นผิวบางพื้นผิวและทราบฟลักซ์การแผ่รังสีสุทธิของพื้นผิวที่เหลือ

1) การวิเคราะห์ปัญหาเมื่อทราบอุณหภูมิพื้นผิว *N* ผิว

พิจารณาพื้นผิวล้อมรอบ N ผิว โดยทราบอุณหภูมิพื้นผิว T_{i} สำหรับพื้นผิว A_{i} จากสมการ (3.40) จะได้

$$\frac{1}{\varepsilon_i}J_i-\frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i}\sum_{j=1}^{N}J_jF_{i-j}=E_b(T_i) \quad \text{เมื่อ } i=1,2,\ldots,N \qquad (3.42)$$

เนื่องจาก ε_i, $F_{i\text{-}j}$ และ $E_b(T_i)$ เป็นตัวแปรที่ทราบค่า ดังนั้นจะได้สมการพีชคณิต N สมการ โดยมีตัวแปรไม่ทราบค่าคือ J_i ซึ่งสามารถคำนวณหาค่า J_{i} ได้ แล้วนำไปแทนในสมการ (3.39) หรือ (3.41) จะคำนวณหาค่า q_i^{rad} ได้ในที่สุด

พิจารณาสมการ (3.42) ในรูปแบบเมตริกซ์จะได้

$$[\mathrm{M}][\mathrm{J}]=[\mathrm{S}] \qquad (3.43)$$

โดยที่

$$[\mathrm{M}] = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & \ldots & m_{1\mathrm{N}} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & \ldots & m_{2\mathrm{N}} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ m_{\mathrm{N}1} & m_{\mathrm{N}2} & m_{\mathrm{N}3} & \ldots & m_{\mathrm{NN}} \end{pmatrix} \qquad (3.44\text{ก})$$

$$m_{ij}=\frac{\delta_{ij}-(1-\varepsilon_i)F_{i-j}}{\varepsilon_i} \qquad (3.44\text{ข})$$

เมื่อ δ_{ij} คือ Kronecker delta ซึ่งถูกกำหนดโดย

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{สำหรับ } i=j \\ 0 & \text{สำหรับ } i\neq j \end{cases} \qquad (3.44\text{ค})$$

และ

$$[\mathrm{J}] \quad = \quad \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ . \\ . \\ J_\mathrm{N} \end{pmatrix} \qquad (3.45)$$

$$[\mathrm{S}] \quad = \quad \begin{pmatrix} E_b(T_1) \\ E_b(T_2) \\ . \\ . \\ E_b(T_\mathrm{N}) \end{pmatrix} \quad = \quad \begin{pmatrix} \sigma T_1^4 \\ \sigma T_2^4 \\ . \\ . \\ \sigma T_\mathrm{N}^4 \end{pmatrix} \qquad (3.46)$$

ซึ่ง

[J] เรียกว่า เวกเตอร์เรดิโอซิตี้ (Radiosity vector)

[S] เรียกว่า เวกเตอร์ Surface-input

ดังนั้น

$$[\mathrm{J}] = [\mathrm{M}]^{-1}[\mathrm{S}] \qquad (3.47)$$

สมการ (3.47) สามารถนำมาใช้คำนวณหาค่าเรดิโอซิตี้ของแต่ละพื้นผิวได้ เมื่อทราบเวกเตอร์ Surface-input (หรืออุณหภูมิพื้นผิว) โดย $[\mathrm{M}]^{-1}$ เป็นอินเวอร์สเมตริกซ์ของ [M]

เมื่อทราบค่าเรดิโอซิตี้ (J_i) จากสมการ (3.47) แล้วนำมาแทนลงในสมการ (3.39) หรือ (3.41) จะได้ฟลักซ์การแผ่รังสีสุทธิ q_i^{rad}

2) การวิเคราะห์ปัญหาเมื่อทราบอุณหภูมิพื้นผิวบางพื้นผิวและทราบฟลักซ์การแผ่รังสีสุทธิของพื้นผิวที่เหลือ

สำหรับปัญหานี้จะคำนวณหาฟลักซ์การแผ่รังสีสุทธิของพื้นผิวที่ทราบอุณหภูมิและคำนวณหาอุณหภูมิของพื้นผิวที่เหลือเมื่อทราบฟลักซ์การแผ่รังสีสุทธิ

พิจารณาสมการ (3.39) หรือ (3.40) โดยมีข้อกำหนดดังนี้

- ทราบอุณหภูมิพื้นผิว T_i สำหรับพื้นผิว $i = 1, 2,\ldots, k$
- ทราบฟลักซ์การแผ่รังสีสุทธิ q_i สำหรับพื้นผิวที่เหลือ $i = k+1, k+2,\ldots, N$

สำหรับพื้นผิว $i = 1, 2,\ldots, k$;

$$\frac{1}{\varepsilon_i}J_i - \frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i}\sum_{j=1}^{N} J_j F_{i-j} = E_b(T_i) \qquad \text{เมื่อ } i = 1, 2, ..., k \qquad (3.48)$$

โดยที่ ε_i, $F_{i\text{-}j}$ และ $E_b(T_i)$ เป็นตัวแปรที่ทราบค่า

สำหรับพื้นผิว $i = k+1, k+2, \ldots, N$;

$$J_i - \sum_{j=1}^{N} J_j F_{i-j} = q_i \qquad \text{เมื่อ } i = k+1, k+2, \ldots, N \qquad (3.49)$$

โดยที่ $F_{i\text{-}j}$ และ q_i^{rad} เป็นตัวแปรที่ทราบค่า

จากสมการ (3.48) และ (3.49) จะได้สมการพีชคณิต N สมการ โดยมีตัวแปรไม่ทราบค่าคือ J_i

พิจารณาสมการ (3.48) และ (3.49) ในรูปแบบเมตริกซ์ จะได้สมการเช่นเดียวกับสมการ (3.43) และสมการ (3.44ก) โดยที่

$$\mathrm{m}_{ij} = \frac{\delta_{ij} - (1-\varepsilon_i)F_{i-j}}{\varepsilon_i} \qquad \text{สำหรับ } i = 1, 2, ..., k \qquad (3.50\text{ก})$$

$$\mathrm{m}_{ij} = \delta_{ij} - F_{\mathrm{i\text{-}j}} \qquad \text{สำหรับ } i = k+1, k+2, \ldots, N \qquad (3.50\text{ข})$$

สำหรับเวกเตอร์เรดิโอซิตี้สามารถค่าหาได้จากสมการ (3.45)
และเวกเตอร์ Surface input มีค่าป็น

$$[\mathrm{S}] = \begin{pmatrix} E_b(T_1) \\ \cdot \\ E_b(T_k) \\ q_{k+1} \\ \cdot \\ q_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma T_1^4 \\ \cdot \\ \sigma T_k^4 \\ q_{k+1} \\ \cdot \\ q_N \end{pmatrix} \qquad (3.51)$$

จากนั้นสามารถคำนวณหาค่า q_i^{rad} สำหรับพื้นผิว $i = 1, 2, ..., k$ ได้จากสมการ

$$q_i^{rad} = J_i - \sum_{j=1}^{N} J_j F_{i-j} \qquad (3.52\text{ก})$$

หรือ

$$q_i^{rad} = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}(E_b(T_i) - J_i) \qquad (3.52\text{ข})$$

และคำนวณหาค่า T_i สำหรับพื้นผิว $i = k+1, k+2, \ldots, N$ ได้จากสมการ

$$\sigma T_i^4 = \frac{1}{\varepsilon_i} J_i - \frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i} \sum_{j=1}^{N} J_j F_{i-j} \tag{3.53ก}$$

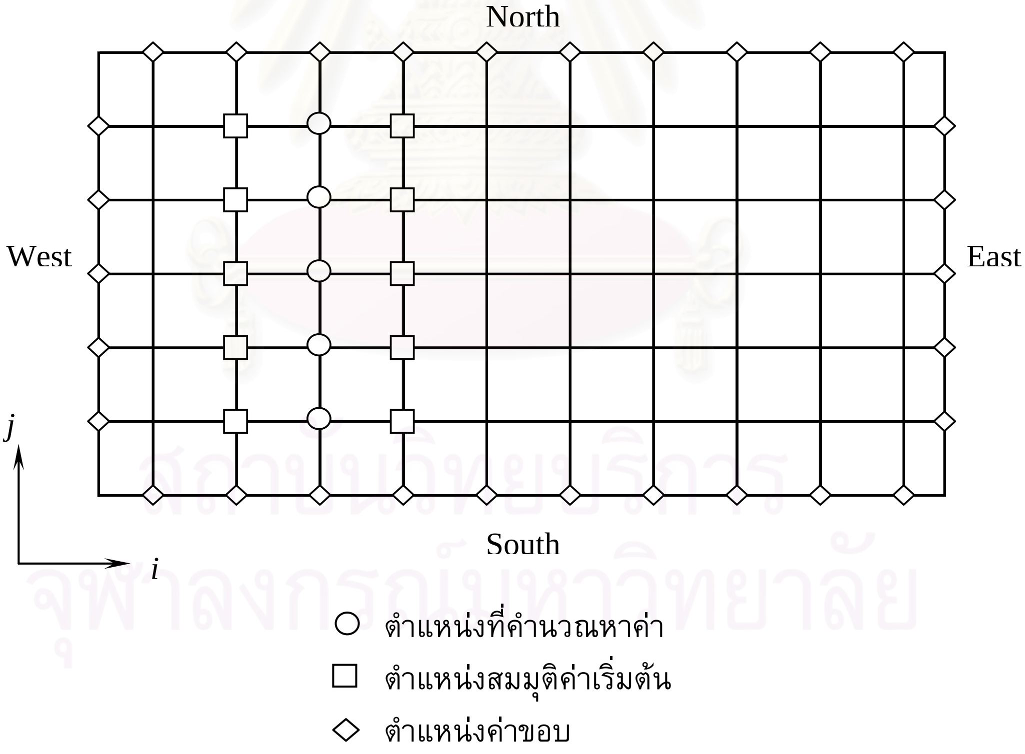
หรือ

$$\sigma T_i^4 = J_i - \frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i} q_i^{rad} \tag{3.53ข}$$

สมการพีชคณิตที่ได้ เช่น สมการ (3.9) และเมตริกซ์ของระบบสมการ (3.47) จะถูกนำไปแก้เพื่อหาค่าผลเฉลยของสมการต่อไป

3.5 การหาคำตอบโดยใช้วิธี TDMA (Tri-Diagonal Matrix Algorithm)

การแก้สมการพีชคณิตที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมเพื่อหาผลเฉลยนั้น สามารถทำได้โดยใช้ขั้นตอนวิธี TDMA ซึ่งเป็นวิธีที่นิยมใช้แก้เมตริกซ์ของระบบสมการที่มีแนวเส้นทแยงมุมหลัก



รูปที่ 3.8 Computational domain ที่ใช้วิธี TDMA ในการคำนวณหาผลลัพธ์
(Versteeg and Malalasekera, 1995)

พิจารณา Computational domain จากรูปที่ 3.8 จะพบว่ามีลักษณะเป็นเส้นๆประกอบกัน เราสามารถคำนวณค่าตัวแปรที่จุดต่างๆบนเส้นแต่ละเส้นโดยวิธี TDMA โดยเบื้องต้นต้องสมมติค่าบริเวณจุดต่อข้างเคียงและใช้วิธีคำนวณซ้ำ (Iterative method) จนได้ผลลัพธ์ที่ลู่เข้าสู่ค่าใดค่าหนึ่ง (Convergence)

ตัวอย่างในการแก้สมการ (3.9) เริ่มจากการจัดรูปสมการใหม่ดังนี้

$$a_P\phi_P = a_N\phi_N + a_S\phi_S + C \tag{3.54}$$

โดยที่

$$C = a_E\phi_E + a_W\phi_W + S_\phi\Delta V \tag{3.55}$$

เมื่อกำหนดให้

$$D_j = a_P\,,\ B_j = a_S\,,\ \alpha_j = a_N\,,\ \ C = a_E\phi_E + a_W\phi_W + S_\phi\Delta V$$

สามารถเขียนสมการ (3.54) ได้ใหม่

$$D_j\phi_j = \alpha_j\phi_{j+1} + B_j\phi_{j-1} + C_j \tag{3.56}$$

เมื่อจัดรูปสมการแล้วได้

$$\phi_j = A_j\phi_{j+1} + C_j^{'} \tag{3.57}$$

จากสมการ (3.57) แทนที่ค่า j ด้วย j-1 และแทน j+1 ด้วย j จะได้สมการสำหรับ ϕ_{j-1} เป็น

$$\phi_{j-1} = A_{j-1}\phi_j + C_{j-1}^{'} \tag{3.58}$$

แทนสมการ (3.59) ลงในสมการ (3.55) แล้วจัดรูปใหม่ได้

$$\phi_j = \frac{\alpha_j}{D_j - B_jA_{j-1}}\phi_{j+1} + \frac{B_jC_{j-1}^{'} + C_j}{D_j - B_jA_{j-1}} \tag{3.59}$$

เปรียบเทียบสัมประสิทธิ์ของสมการ (3.59) กับสมการ (3.57) จะสามารถหาค่า A_j และ $C_j^{'}$ ได้ และสามารถเขียนสมการรูปทั่วไปของวิธี TDMA ได้ดังนี้

$$\phi_j = A_j\phi_{j+1} + C_j^{'} \tag{3.60}$$

เมื่อ $$A_j = \frac{\alpha_j}{D_j - B_jA_{j-1}}$$

และ $$C'_j = \frac{B_j C'_{j-1} + C_j}{D_j - B_j A_{j-1}}$$

เนื่องจากเราทราบเงื่อนไขขอบของโดเมนที่ใช้ในการคำนวณ คือ ที่จุด j = 1 และจุด j = n+1 ดังนั้น

$$A_{j=1} = 0 \qquad \text{และ} \qquad C'_{j=1} = \phi_1$$

$$A_{j=n+1} = 0 \qquad \text{และ} \qquad C'_{j=n+1} = \phi_{n+1}$$

จากเงื่อนไขดังกล่าว สามารถแก้สมการหาค่าผลลัพธ์ออกมาได้ โดยเริ่มจากการหาค่า A_j และ C'_j สำหรับทุกค่า j (j = 1 ถึง n) จากนั้นจึงหาค่าตัวแปร ϕ ของทุกจุดย้อนกลับจาก ϕ_n ไปหา ϕ_1 โดยใช้วิธีแทนค่าย้อนกลับ (Backward substitution)

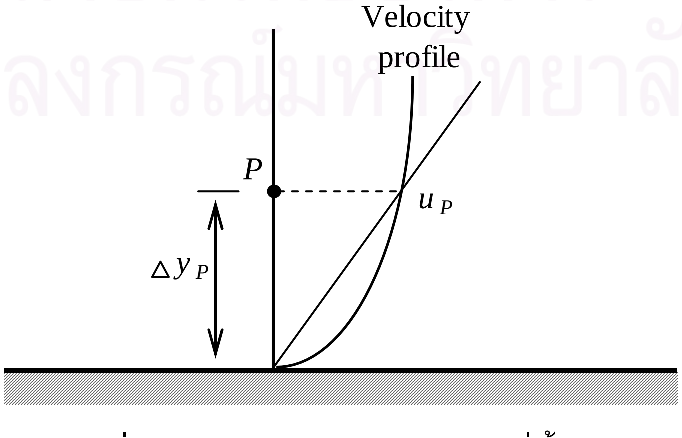
ส่วนเมตริกซ์ของระบบสมการ (3.47) สามารถหาคำตอบได้โดยวิธีกำจัดแบบเกาส์ (Gauss elimination method) ซึ่งเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมมากวิธีหนึ่ง โดยสามารถหาอ่านเพิ่มเติมได้จากหนังสือ ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม (ปราโมทย์ เดชะอำไพ, 2545ข)

3.6 เงื่อนไขขอบ

ในหัวนี้จะนำเสนอเงื่อนไขขอบที่ใช้ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหล โดยแบ่งออกเป็นสองประเภทด้วยกันคือ เงื่อนไขขอบที่พื้นผิวสำหรับการไหล และเงื่อนไขขอบที่พื้นผิวสำหรับสำหรับการถ่ายเทความร้อน

3.6.1 เงื่อนไขขอบที่พื้นผิวสำหรับการไหล

พิจารณาพื้นผิวที่มีของไหลไหลผ่านและขนานกับแนวแกน x ตามรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 การกระจายตัวของความเร็วที่พื้นผิว

เงื่อนไขที่ไม่มีการลื่นไถล (No-slip condition; $u = 0$, $v = 0$) เป็นเงื่อนไขการประมาณความเร็วของของไหลที่ผิวของแข็ง โดยความเร็วที่ขอบมีค่าเท่ากับศูนย์ และค่า a_S ของสมการพีชคณิตจากระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมมีค่าเท่ากับศูนย์ด้วย เนื่องจากไม่มีการคำนวณ Pressure correction ที่ตำแหน่งนี้

เงื่อนไขขอบที่พื้นผิวสำหรับการไหลแบบราบเรียบ จากค่าความเค้นเฉือนที่พื้นผิวในแนว u

$$\tau_w = \mu \frac{u_P}{\Delta y_P} \tag{3.61}$$

จาก Velocity profile ในรูปที่ 3.9 ให้ u_P คือความเร็วที่ Node ซึ่งเป็นการประมาณค่าที่พิจารณาบริเวณใกล้ผิว และให้ค่าความเร็วที่การเปลี่ยนแปลงมีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรงเมื่อเทียบกับระยะทาง จะได้แรงเฉือนมีค่าเป็น

$$F_S = -\tau_w A_{\mathrm{cell}} \tag{3.62}$$

แทนค่า τ_w จากสมการ (3.9)

$$F_S = -\mu \frac{u_P}{\Delta y_P} A_{\mathrm{cell}} \tag{3.63}$$

โดย A_{cell} คือพื้นที่พื้นผิวของปริมาตรควบคุม

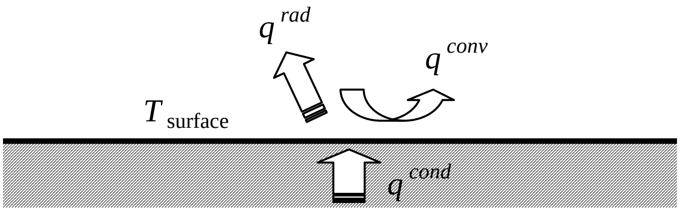
จากการสมมติว่าการกระจายตัวของ Source term ในปริมาตรควบคุมเป็นแบบเชิงเส้น $\bar{S}\Delta V = S_u + S_P u_P$ จะสามารถใส่เทอมของแรงเฉือนจากสมการ (3.63) เข้าไปใน Source term ของ u และเขียนได้เป็น

$$S_P = \frac{\mu}{\Delta y_P} A_{\mathrm{cell}} \tag{3.64}$$

3.6.2 เงื่อนไขขอบที่พื้นผิวสำหรับการถ่ายเทความร้อน

พิจารณาการถ่ายเทความร้อนที่พื้นผิวตามรูปที่ 3.10ที่มีทั้งการนำความร้อนผ่านพื้นผิว การพาความร้อน และการแผ่รังสีความร้อน ซึ่งจะทำให้ได้สมการการถ่ายเทความร้อนที่พื้นผิวดังต่อไปนี้

$$q^{cond} = q^{conv} + q^{rad} \tag{3.65}$$



รูปที่ 3.10 การถ่ายเทความร้อนที่พื้นผิว

สำหรับการหาค่าฟลักซ์การถ่ายเทความร้อนเข้าสู่ของไหล เพื่อนำไปเป็นเงื่อนไขขอบในการแก้ระบบสมการ สามารถหาได้จากเงื่อนไขขอบสองกรณีดังนี้

เมื่อกำหนดค่าอุณหภูมิพื้นผิว สำหรับปัญหาที่ทราบค่าอุณหภูมิที่แน่นอนของพื้นผิวแล้ว เราสามารถหาค่าฟลักซ์ความร้อนที่ถ่ายเทจากพื้นผิวไปยังของไหลได้โดยตรงจากสมการการนำความร้อนของของไหล ส่วนฟลักซ์การแผ่รังสีความร้อนจะไม่มีผลกระทบกับของไหล เนื่องจากของไหลที่นำมาพิจารณานั้นเป็นของไหลแบบ Nonparticipating medium ตามสมมติฐานที่ได้กำหนดไว้ตั้งแต่ต้น

เมื่อพิจารณาของไหลที่อยู่ติดกับพื้นผิว จะทำให้ได้สมการการถ่ายเทความร้อนจากพื้นผิวไปยังของไหลที่มีเฉพาะเทอมของการแพร่กระจาย (Diffusion term) โดยที่ไม่มีเทอมของการพาความร้อน (Advection term) ซึ่งในที่นี้จะเขียนสมการการถ่ายเทความร้อนจากพื้นผิวไปยังของไหลให้อยู่ในรูปของ q^{conv} ได้ดังนี้

$$q^{conv} = -k\,\frac{(T_P - T_w)}{\Delta y_P}\,A_{\text{cell}} \tag{3.66}$$

หรือ

$$q^{conv} = -k\,\frac{T_P}{\Delta y_P}\,A_{\text{cell}} + k\,\frac{T_w}{\Delta y_P}\,A_{\text{cell}} \tag{3.67}$$

จากการสมมติว่าการกระจายตัวของ Source term ในปริมาตรควบคุมเป็นแบบเชิงเส้น $\bar{S}\Delta V = S_u + S_P T_P$ สามารถจัดเทอมของการพาความร้อนจากสมการ (3.67) ให้อยู่ในรูป Source term ของ T ได้เป็น

$$S_P = -k\,\frac{A_{\text{cell}}}{\Delta y_P} \tag{3.68}$$

$$S_u = k\frac{T_w}{\Delta y_P}A_{\text{cell}} \tag{3.69}$$

<u>เมื่อกำหนดค่าฟลักซ์การนำความร้อนที่พื้นผิว</u> สำหรับปัญหาที่กำหนดฟลักซ์ความร้อนผ่านพื้นผิว แต่ไม่ได้กำหนดฟลักซ์ความร้อนที่ถ่ายเทจากพื้นผิวไปยังของไหลมาให้ เราจะต้องอาศัยสมการ (3.65) เพื่อช่วยในการหาค่าฟลักซ์ความร้อนที่ถ่ายเทจากผนังไปยังของไหล

จากสมการที่ (3.65) เราต้องทราบฟลักซ์ของการแผ่รังสีความร้อนก่อน จึงจะสามารถหาค่าฟลักซ์ความร้อนที่ถ่ายเทจากพื้นผิวไปยังของไหลได้ และจากสมการการแผ่รังสีความร้อนในบทที่ 3

$$q^{rad} = J - G \tag{3.70}$$

โดย

$$J = \varepsilon E(T) + (1-\varepsilon)G \tag{3.71}$$

สำหรับการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนในพื้นที่ปิดล้อมนั้น สามารถหาค่า q^{rad} ได้จากวิธีเมตริกซ์ ซึ่งได้แสดงไว้แล้วในหัวข้อ 3.4.2

จากเงื่อนไขของ Source term ($\bar{S}\Delta V = S_u + S_P T_P$) สามารถเขียนเทอมการพาความร้อนให้อยู่ในรูปของ Source term ได้เป็น

$$S_u = q^{conv} \tag{3.72}$$

และจาก $q^{conv} = q^{cond} - q^{rad}$ แทนค่าลงสมการ

$$S_u = q^{cond} - q^{rad} \tag{3.73}$$

หากพื้นผิวถูกห่อหุ้มด้วยฉนวนกันความร้อน จะได้

$$q^{conv} + q^{rad} = 0$$

นั่นคือ $q^{conv} = -q^{rad}$ (3.74)

3.7 โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการถ่ายเทความร้อนในช่องปิด

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นนี้ มีโปรแกรมหลัก (Main program) ซึ่งประกอบด้วยโปรแกรมย่อย 9 โปรแกรม และแต่ละโปรแกรมย่อยยังต้องมีโปรแกรมย่อยของตัวเองอีกด้วย ซึ่งโปรแกรมคอมพิวเตอร์มีขั้นตอนการทำงานดังต่อไปนี้

1) อ่านข้อมูลจากไฟล์นำเข้าซึ่งประกอบด้วย เงื่อนไขในการคำนวณ, คุณสมบัติของของไหล, คุณสมบัติของผนัง, สมมติฐานเริ่มต้น, เงื่อนไขขอบ Under-relaxation factor และ ค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้ซึ่งจะใช้เป็นเงื่อนไขในการหยุดการคำนวณ

2) จัดการข้อมูลเบื้องต้นโดย

- แบ่งกริดของโดเมนการไหล
- กำหนดค่าเบื้องต้นของการไหล เช่น ความเร็วและอุณหภูมิเริ่มต้น
- นำกริดที่ได้มาหา Configuration factor โดยใช้วิธีของฮอตเตลล์ เพื่อใช้ประกอบในการหาค่าการแผ่รังสีความร้อน

3) เข้าสู่กระบวนการทำซ้ำ โดยเริ่มจากขั้นตอน Convection solver เพื่อแก้ปัญหาสนามการไหล เริ่มต้นด้วยการเรียกโปรแกรมย่อยเพื่อคำนวณความเร็ว ความดัน และอุณหภูมิ โดยใช้ขั้นตอนวิธี TDMA ทำการคำนวณซ้ำจนได้ค่าที่ลู่เข้าสู่ผลลัพธ์

4) คำนวณค่าอุณหภูมิที่พื้นผิวและตรวจสอบการลู่เข้าของผลลัพธ์ด้วยอุณหภูมิที่ผนัง

5) หากค่าผลลัพธ์ยังไม่ลู่เข้า ให้นำค่าอุณหภูมิที่พื้นผิวมากำหนดเป็นเงื่อนไขขอบให้กับ Radiation solver เพื่อหาฟลักซ์การแผ่รังสีความร้อนของพื้นผิว

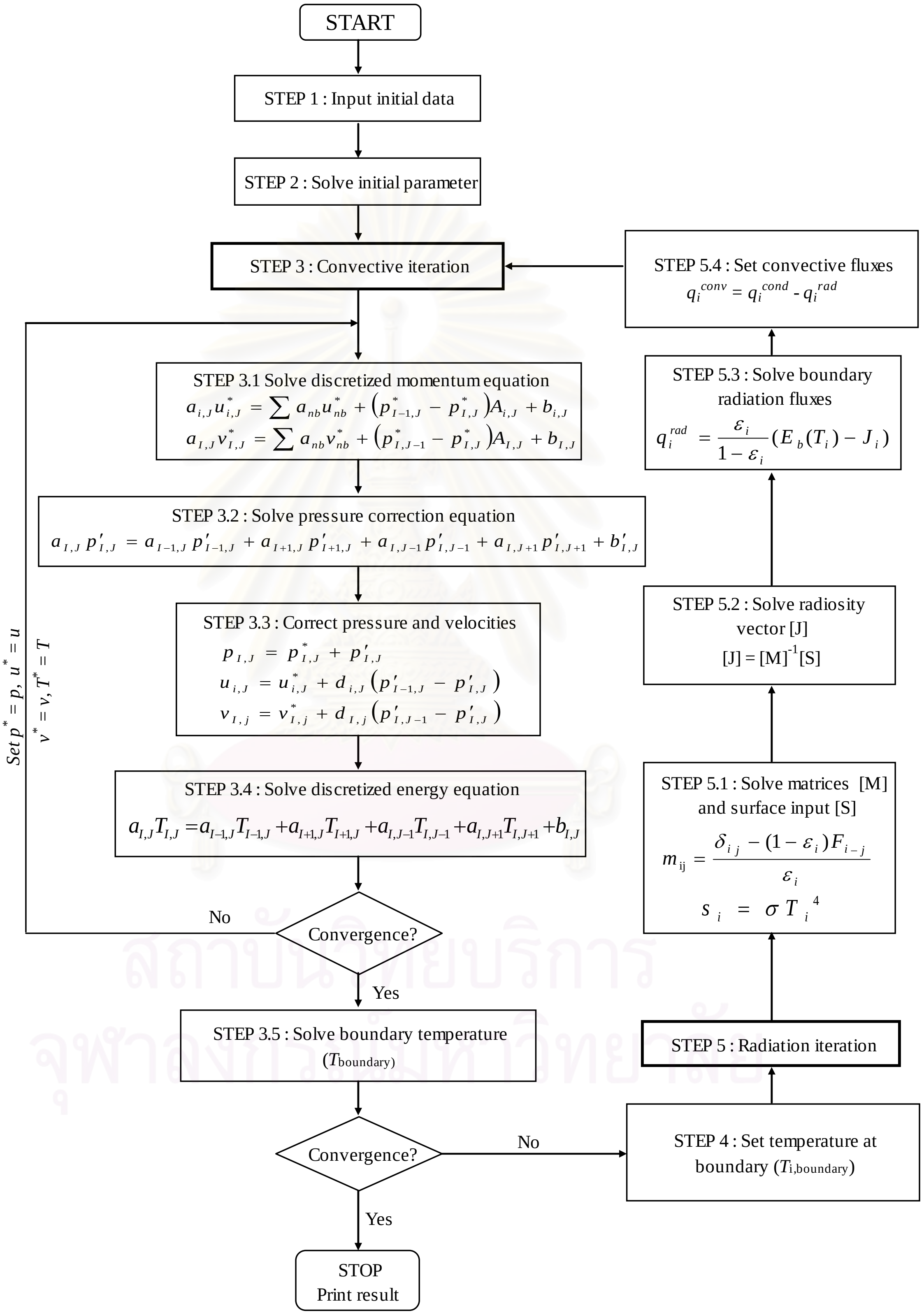
6) ในขั้นตอน Radiation solver นำค่าอุณหภูมิที่พื้นผิวมาสร้างเมตริกซ์ของการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อน จากนั้นแก้ระบบสมการโดยการใช้วิธีกำจัดแบบเกาส์

7) นำค่าฟลักซ์การแผ่รังสีความร้อนของพื้นผิวที่ได้ มาหาฟลักซ์การพาความร้อนเพื่อกำหนดเป็นเงื่อนไขขอบให้กับ Convection solver

8) คำนวณซ้ำในขั้นตอนของ Convection solver และ Radiation solver จนกว่าค่าอุณหภูมิที่ผิวจะลู่เข้าสู่ผลลัพธ์และคลาดเคลื่อนไม่เกิน 0.05%

9) เก็บผลลัพธ์ที่คำนวณได้ลงในไฟล์ใหม่เพื่อนำไปแสดงลักษณะการไหลด้วยโปรแกรม TECPLOT

ขั้นตอนทั้งหมดสามารถแสดงเป็น Flow chart ได้ดังแสดงในรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 แผนภูมิการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์

บทที่ 4

การตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์

ในบทนี้ เป็นการนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นมาตรวจสอบความถูกต้อง โดยนำโปรแกรมไปแก้ปัญหาสนามการไหลและการถ่ายเทความร้อนในช่องปิด แล้วนำผลลัพธ์ที่ได้มาเปรียบเทียบกับผลจากการคำนวณและผลการทดลองของผู้วิจัยอื่นที่ได้ทำมาก่อน ซึ่งการเปรียบเทียบจะแบ่งออกเป็นสองส่วนด้วยกัน ส่วนแรกเป็นการเปรียบเทียบผลลัพธ์กับปัญหาการถ่ายเทความร้อนที่มีการพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดที่มีหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยไม่นำผลของการแผ่รังสีความร้อนเข้ามาพิจารณา และส่วนที่สองเป็นการเปรียบเทียบผลลัพธ์กับปัญหาการถ่ายเทความร้อนที่มีการพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดที่มีหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยนำผลของการแผ่รังสีความร้อนเข้ามาพิจารณาด้วย

4.1 การถ่ายเทความร้อนที่มีการพาความร้อนแบบอิสระโดยไม่มีการแผ่รังสีความร้อนในช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

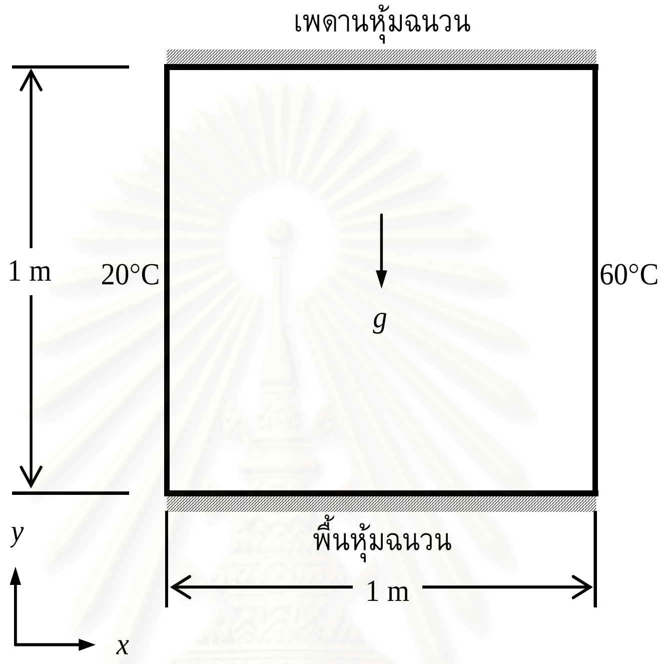
ปัญหาการถ่ายเทความร้อนที่มีการพาความร้อนแบบอิสระ (Free convection) โดยไม่มีการแผ่รังสีความร้อนในช่องปิดที่มีหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เป็นปัญหาพื้นฐานที่มีการค้นคว้าวิจัยอย่างกว้างขวางทั้งการทดลองและการคำนวณ โดยในที่นี้จะนำผลลัพธ์จากนักวิจัยท่านอื่นมาใช้เปรียบเทียบเพื่อตรวจสอบผลจากการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้น

4.1.1 การพาความร้อนแบบอิสระโดยไม่มีการแผ่รังสีความร้อนในช่องปิดที่มีการหุ้มฉนวนที่เพดานและพื้น

รายละเอียดของปัญหาประกอบไปด้วยช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยผนังทางด้านซ้ายและขวามีอุณหภูมิคงที่เท่ากับ 20°C และ 60°C ตามลำดับ ส่วนเพดานและพื้นถูกหุ้มด้วยฉนวนความร้อน ดังแสดงในรูปที่ 4.1 โดยใช้ของไหลที่มีค่าพรันด์เทิลนัมเบอร์ (Pr) เท่ากับ 0.7 และค่าเรย์เลห์นัมเบอร์ (Ra) เท่ากับ 10^4 และ 10^5 ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จะนำไปเปรียบเทียบกับผลลัพธ์จากการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งใช้ Penalty method ของ Reddy and Satake (1980)

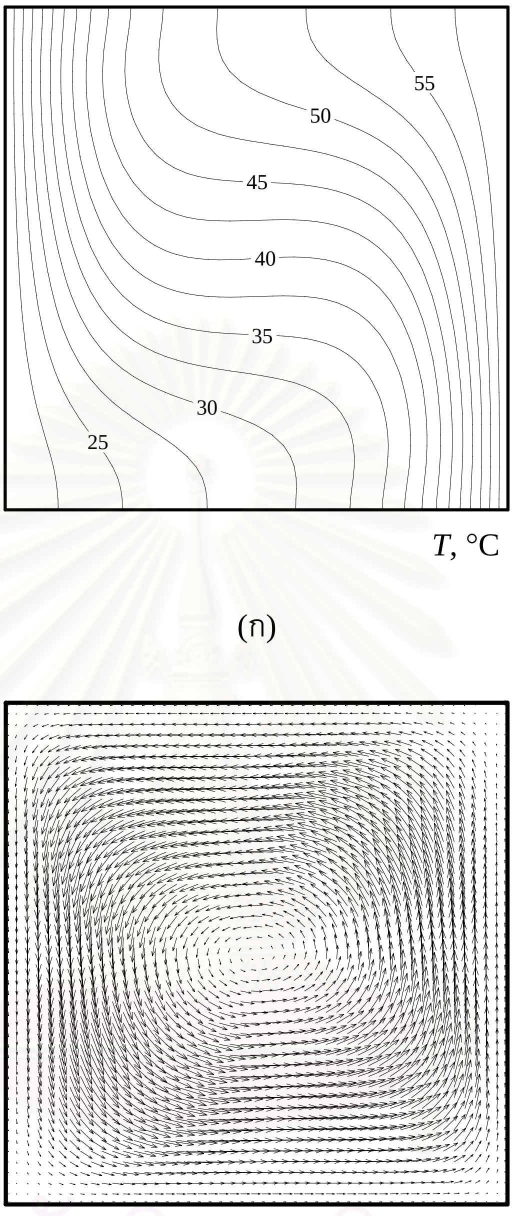
การกำหนดจำนวนปริมาตรควบคุมนั้นจะต้องทดสอบโปรแกรมเพื่อหาจำนวนปริมาตรควบคุมที่เหมาะสม โดยค่าผลลัพธ์ที่ได้มีความถูกต้องและไม่เปลี่ยนแปลงค่าอีกเมื่อจำนวนปริมาตรควบคุมเพิ่มขึ้น (Grid independent test) ซึ่งสามารถประหยัดเวลาในการทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (CPU time) จากการทดสอบพบว่าที่เรย์เลห์นัมเบอร์เท่ากับ 10^4

จำนวนปริมาตรควบคุม 30×30 ช่อง ก็ให้ผลลัพธ์ที่มีความถูกต้องแล้ว ส่วนที่เรย์เลห์นัมเบอร์เท่ากับ 10^5 จะต้องใช้จำนวนปริมาตรควบคุมถึง 40×40 ช่อง จึงจะให้ผลลัพธ์ที่ไม่เปลี่ยนแปลงค่าอีก เมื่อจำนวนปริมาตรควบคุมเพิ่มขึ้น



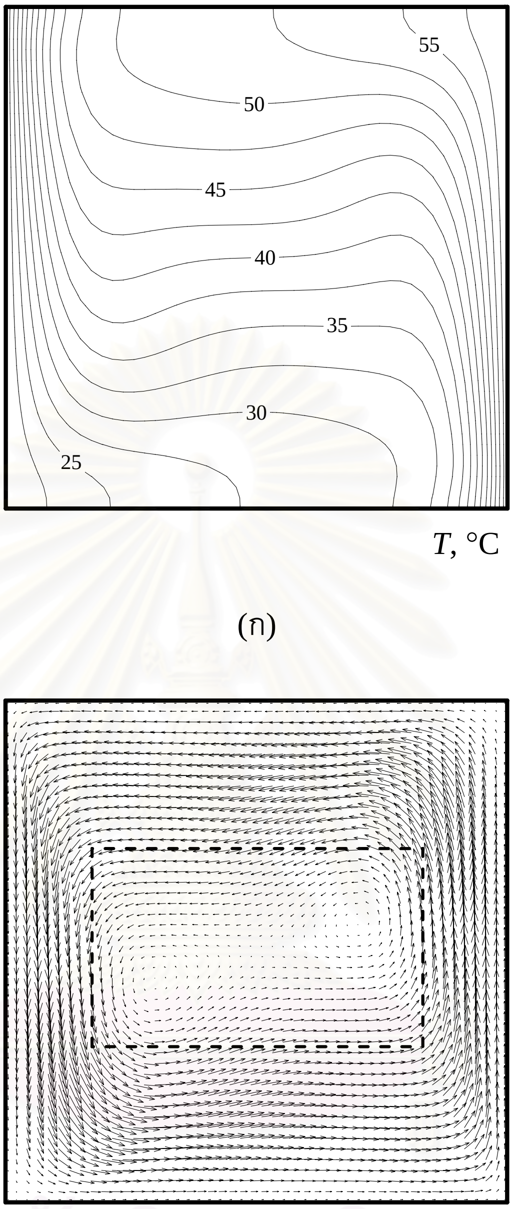
รูปที่ 4.1 ช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสำหรับศึกษาการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนแบบอิสระ

รูปที่ 4.2 แสดงเวกเตอร์ความเร็วและลักษณะการกระจายของอุณหภูมิเมื่อเรย์เลห์นัมเบอร์เท่ากับ 10^4 จะเห็นได้ว่าเกิดการไหลวนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาในลักษณะที่ราบเรียบ ทำให้ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิมีลักษณะราบเรียบด้วย สังเกตได้จากเส้นแสดงระดับอุณหภูมิ ส่วนรูปที่ 4.3 แสดงเวกเตอร์ความเร็วและลักษณะการกระจายของอุณหภูมิเมื่อเรย์เลห์นัมเบอร์เท่ากับ 10^5 ซึ่งจะเห็นได้ว่ารูปแบบการไหลมีความซับซ้อนมากขึ้น โดยมีการไหลวนของของไหลถึงสองบริเวณทำให้ลักษณะการกระจายอุณหภูมิมีความซับซ้อนมากขึ้นตามไปด้วย โดยมีภาพขยายของบริเวณการไหลวนที่เรย์เลห์นัมเบอร์เท่ากับ 10^5 แสดงในรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.2 การพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ไม่มีการแผ่รังสีความร้อน ($\varepsilon = 0$) ในกรณีที่ Pr = 0.7 และ Ra = 10^4

(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว

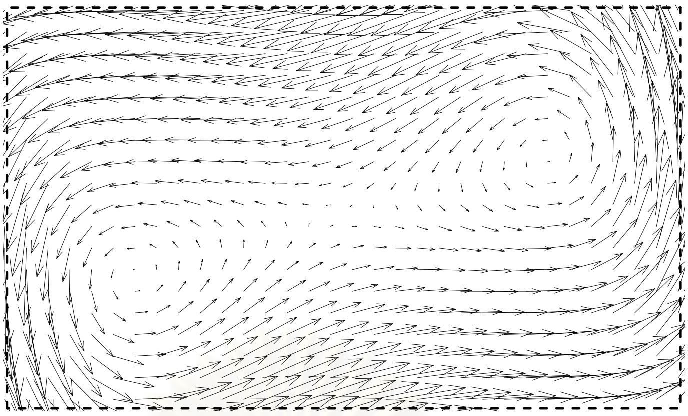


(ก)

(ข)

รูปที่ 4.3 การพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดที่มีหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ไม่มีการแผ่รังสีความร้อน ($\varepsilon = 0$) ในกรณีที่ Pr = 0.7 และ Ra = 10^5

(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว



รูปที่ 4.4 รายละเอียดของเวกเตอร์ความเร็วในช่วงบริเวณการหมุน จากรูปที่ 4.3ข

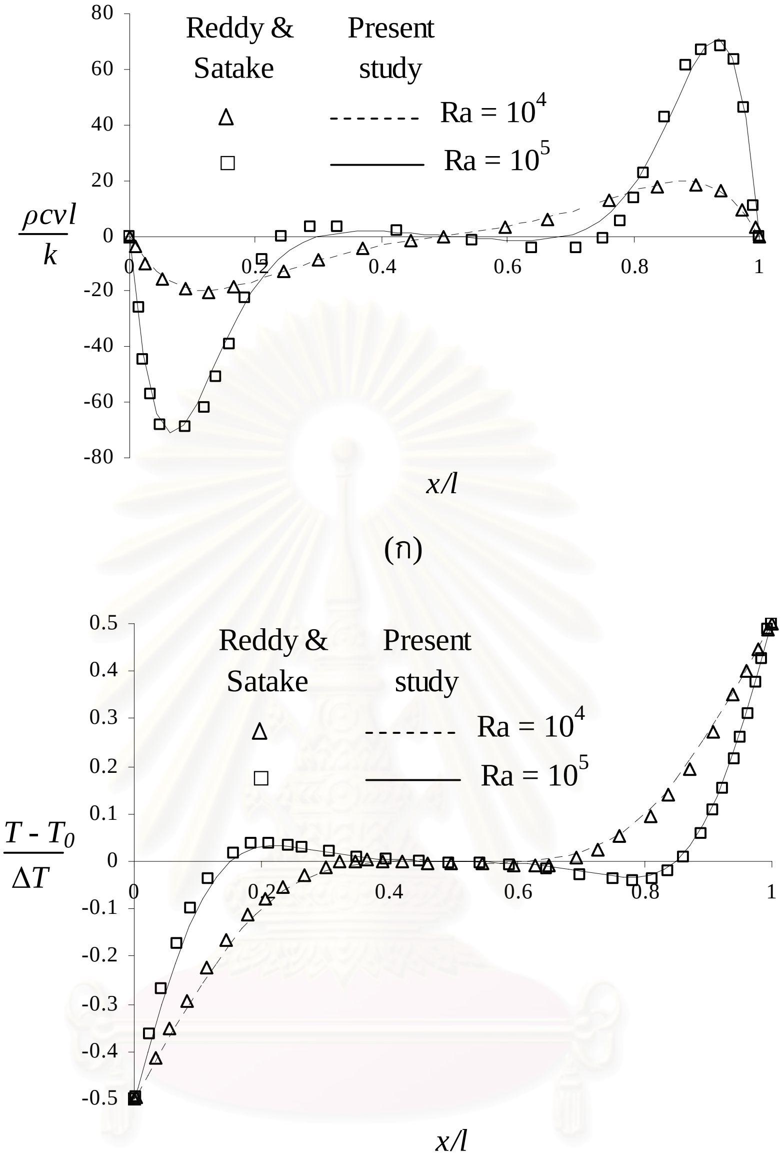
สำหรับการวิเคราะห์การไหลในกรณีที่เรย์เลห์นัมเบอร์เท่ากับ 10^5 นั้น ถ้าใช้จำนวนปริมาตรควบคุมไม่เพียงพอที่จะแสดงเวกเตอร์ความเร็วที่ซับซ้อนแล้ว ก็จะไม่สามารถคำนวณผลลัพธ์ออกมาได้ ซึ่งข้อสังเกตนี้จะเป็นประโยชน์ในการแบ่งจำนวนปริมาตรควบคุมในการวิเคราะห์ปัญหาอื่นที่ซับซ้อนมากขึ้นต่อไป

ผลลัพธ์จากการคำนวณที่ได้ถูกนำไปเปรียบเทียบกับผลการคำนวณของ Reddy and Satake (1980) โดยนำผลลัพธ์ที่ได้มาคำนวณความเร็วไร้มิติในแนวดิ่งและอุณหภูมิไร้มิติที่ระยะกึ่งกลางความสูงของช่องปิด แล้วนำมาเขียนกราฟดังแสดงในรูปที่ 4.5 พบว่าผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นและผลลัพธ์ของ Reddy and Satake (1980) มีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี

ตารางที่ 4.1 แสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยนัสเซิลท์นัมเบอร์ (Nu) ที่ผนังด้านร้อนระหว่างผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นกับผลการคำนวณของ De Vahl Davis (1983) ซึ่งได้รับการยอมรับว่ามีความถูกต้องมากที่สุดสำหรับปัญหานี้ โดยจากการเปรียบเทียบผลลัพธ์กับค่าอ้างอิงของ De Vahl Davis พบว่าผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นและผลลัพธ์ของ De Vahl Davis มีความใกล้เคียงกัน

ตารางที่ 4.1 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยนัสเซิลท์นัมเบอร์ที่ผนังร้อนกับผลลัพธ์ของ De Vahl Davis (1983)

Ra	ค่าเฉลี่ยนัสเซิลท์นัมเบอร์ที่ผนังร้อน (Nu)		Error (%)
	Present study	De Vahl Davis (1983)	
10^4	2.278	2.238	1.79
10^5	4.611	4.509	2.26



(ก)

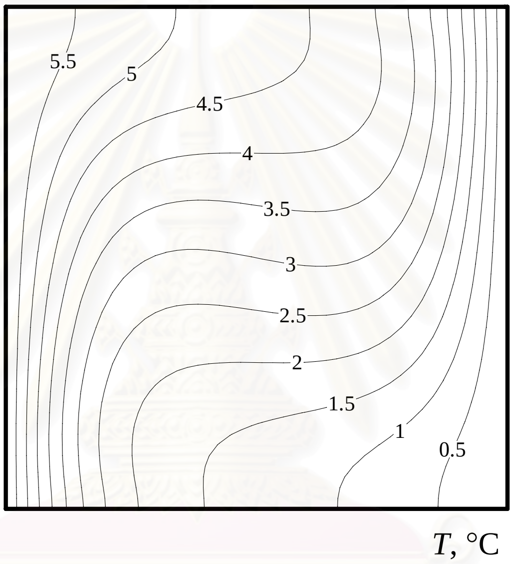
(ข)

รูปที่ 4.5 การเปรียบเทียบผลลัพธ์ของการไหลที่ระยะกึ่งกลางความสูงของช่องปิด
ที่ไม่มีการแผ่รังสีความร้อน ($\varepsilon = 0$)
(ก) ความเร็วไร้มิติในแนวดิ่ง (ข) อุณหภูมิไร้มิติ

นอกจากการเปรียบเทียบกับการคำนวณที่ใช้วิธีอื่นแล้ว เรายังได้เปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้กับผลการทดลองด้วย โดยลักษณะของปัญหาจะคล้ายกับกรณีก่อนหน้านี้ แต่ผนังที่มีอุณหภูมิสูงจะอยู่ทางด้านซ้ายมือและผนังที่มีอุณหภูมิต่ำอยู่ทางด้านขวามือของช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

การจำลองปัญหานี้ใช้ปริมาตรควบคุมจำนวน 40×40 ช่อง ของไหลมีค่าพรันด์เทิลนัมเบอร์ (Pr) เท่ากับ 0.7 และค่าเรย์เลห์นัมเบอร์ (Ra) เท่ากับ 1.5×10^4 อุณหภูมิที่ผนังด้านซ้ายมือมีค่าเท่ากับ 6°C ส่วนด้านขวามือมีค่าเท่ากับ 0°C ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จะนำไปเปรียบเทียบกับผลจากการทดลองของ Inaba and Fukuda (1984)

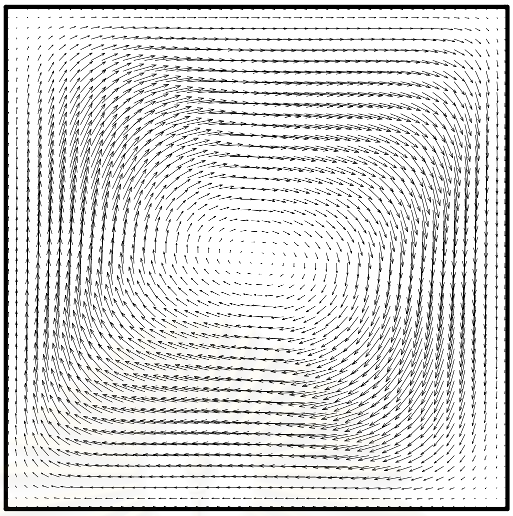
รูปที่ 4.6 แสดงเวกเตอร์ความเร็วและลักษณะการกระจายของอุณหภูมิภายในช่องปิด ซึ่งจะเห็นได้ว่าการไหลมีลักษณะเหมือนกับรูปที่ 4.2 ซึ่งเป็นการไหลที่มีค่าเรย์เลห์นัมเบอร์ (Ra) เท่ากับ 10^4 แต่การไหลเปลี่ยนเป็นทิศทางตามเข็มนาฬิกา



(ก)

รูปที่ 4.6 การพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดที่มีหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ไม่มีการแผ่รังสีความร้อน (ε = 0) ในกรณีที่ Pr =0.7 และ 1.5×10^4

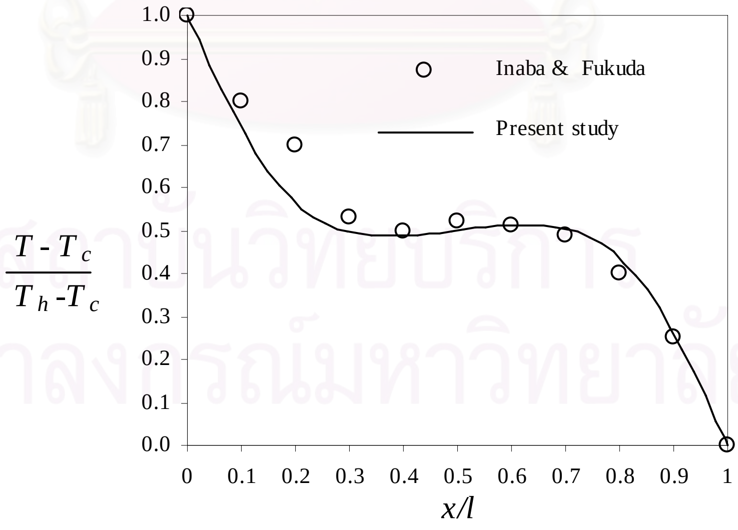
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว



(ข)

รูปที่ 4.6 (ต่อ) การพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดที่มีหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ไม่มีการแผ่รังสีความร้อน ($\varepsilon = 0$) ในกรณีที่ Pr =0.7 และ 1.5×10^4
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว

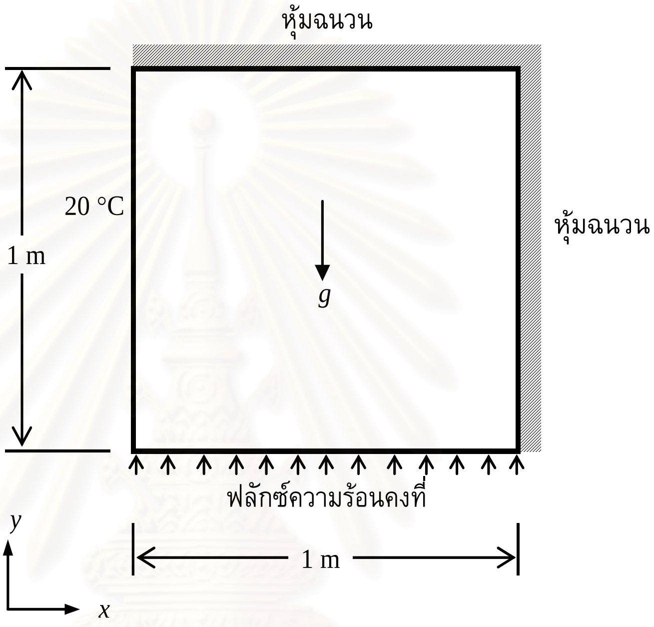
รูปที่ 4.7 แสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิไร้มิติที่ระยะกึ่งกลางความสูงของช่องปิดตลอดหน้าตัด ซึ่งจะเห็นได้ว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความสอดคล้องกับผลการทดลองเป็นอย่างดี



รูปที่ 4.7 การเปรียบเทียบผลการคำนวณอุณหภูมิไร้มิติที่ระยะกึ่งกลางความสูงของช่องปิดเทียบกับการทดลอง Inaba and Fukuda (1984)

4.1.2 การพาความร้อนแบบอิสระโดยไม่มีการแผ่รังสีความร้อนในช่องปิดที่ได้รับความร้อนจากพื้น

ปัญหาที่จะนำเสนอในที่นี้คือปัญหาการการพาความร้อนแบบอิสระโดยไม่มีการแผ่รังสีความร้อนในช่องปิดที่ได้รับความร้อนจากพื้น ซึ่งมีเงื่อนไขขอบที่ผนังเป็นแบบกำหนดฟลักซ์ความร้อน ซึ่งจะถูกนำมาใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์

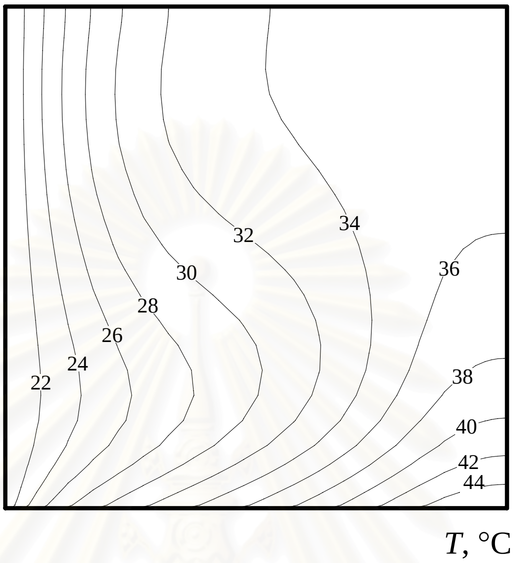


รูปที่ 4.8 ช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสำหรับศึกษาการถ่ายเทความร้อนโดยการพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดที่ได้รับความร้อนจากพื้น

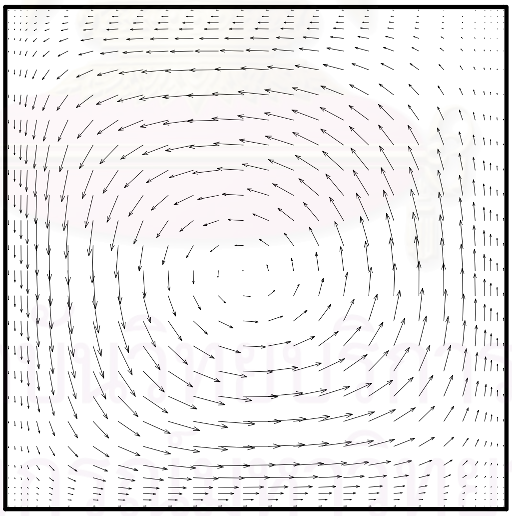
รูปแบบของปัญหาการพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดที่ได้รับความร้อนจากพื้นดังแสดงในรูป 4.8 ประกอบด้วยจำนวนปริมาตรควบคุมจำนวน 40×40 ช่อง โดยที่ผนังด้านซ้ายมีอุณหภูมิต่ำ เพดานและด้านขวาถูกห่อหุ้มด้วยฉนวนความร้อน และผนังทางด้านล่างมีการถ่ายเทความร้อนให้แก่ของไหลภายในช่องปิด

การวิเคราะห์การไหลของปัญหานี้อยู่ภายใต้เงื่อนไขค่าพรันด์เทิลนัมเบอร์เท่ากับ 0.7 เรย์เลห์นัมเบอร์เท่ากับ 10^4 ที่ผลต่างอุณหภูมิสูงสุดและต่ำสุดเท่ากับ 40 องศาเซลเซียส และมีฟลักซ์ความร้อนไหลเข้า 1.2 วัตต์ต่อตารางเมตร จากนั้นนำผลลัพธ์ที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลลัพธ์จากการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยใช้ Stream function-vorticity formulation ของ Ganzarolli and Milanez (1995)

รูปที่ 4.9 แสดงเวกเตอร์ความเร็วและลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ จะเห็นว่าเกิดการไหลวนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา โดยมีจุดศูนย์กลางเยื้องจากจุดกึ่งกลางของช่องปิดเล็กน้อย



(ก)



(ข)

รูปที่ 4.9 การพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ไม่มีการแผ่รังสีความร้อน ($\varepsilon = 0$) และได้รับความร้อนจากด้านล่างในกรณีที่ Pr = 0.7 และ Ra = 10^4
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว

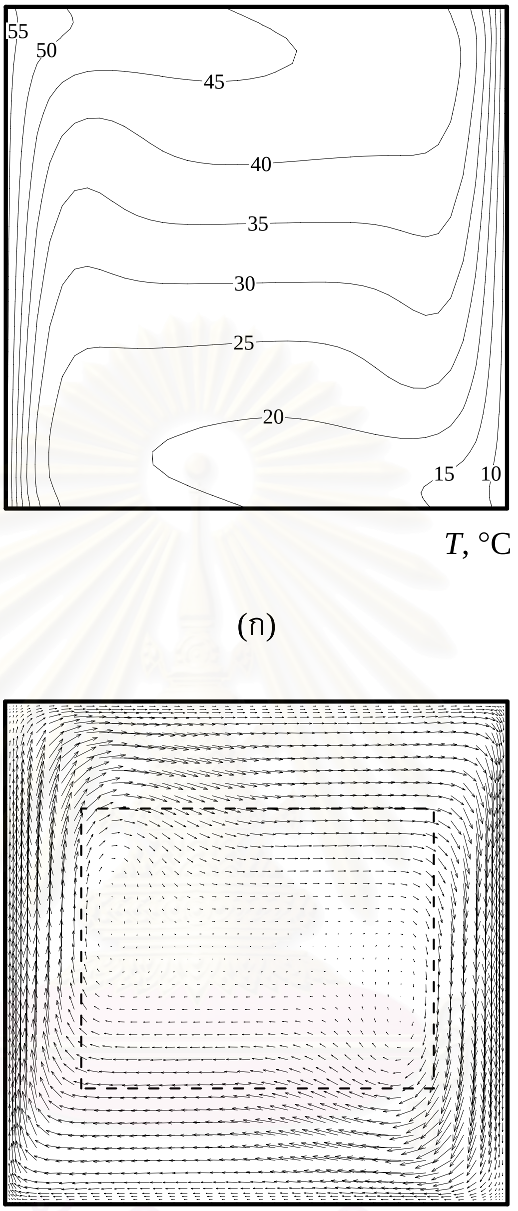
ผลลัพธ์ดังกล่าวถูกนำไปเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ของ Ganzarolli and Milanez (1995) ในกรณี 61×61 จุดต่อ โดยเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยนัสเซิลท์นัมเบอร์ (Nu) ที่ผนังทางด้านซ้ายของช่องปิด ปรากฏว่าผลลัพธ์จากการคำนวณที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นมีค่าเท่ากับ 2.86 ส่วนผลลัพธ์จากการคำนวณของ Ganzarolli and Milanez (1995) มีค่าเท่ากับ 2.79 ซึ่งจะเห็นได้ว่าผลลัพธ์ทั้งสองมีความแตกต่างกัน 2.44%

4.2 การถ่ายเทความร้อนที่มีการพาความร้อนแบบอิสระและมีการแผ่รังสีความร้อนในช่องปิดที่มีหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

จากหัวข้อที่ผ่านมา ได้ศึกษาปัญหาการพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดโดยที่ไม่มีการนำผลของการแผ่รังสีความร้อนมาพิจารณาร่วมด้วย ซึ่งในสภาวะของปัญหาที่แท้จริงแล้วจะมีการถ่ายเทความร้อนทั้งแบบการพาและการแผ่รังสีความร้อนร่วมด้วยเสมอ สำหรับผลลัพธ์จากปัญหานี้จะถูกนำไปเปรียบเทียบกับงานวิจัยของนักวิจัยท่านอื่น เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์

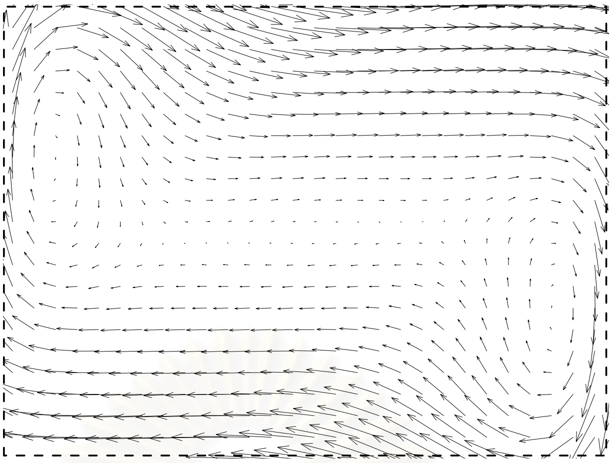
ปัญหาแรกประกอบไปด้วยช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยผนังทางด้านซ้ายและขวามีอุณหภูมิคงที่ ส่วนเพดานและพื้นถูกหุ้มด้วยฉนวนความร้อน เหมือนกับปัญหาในหัวข้อ 4.1 โดยมีค่าพรันด์เทิลนัมเบอร์ (Pr) เท่ากับ 0.7 ค่าเรย์เลห์นัมเบอร์ (Ra) เท่ากับ 10^5 สภาพเปล่งรังสี (Emissivity, ε) ของเพดานและพื้นเท่ากับ 0.9 ของผนังด้านข้างเท่ากับ 0.1 พารามิเตอร์การแผ่รังสีและการนำความร้อน (N_{RC}) เท่ากับ 1.5 ความยาวของช่องปิดเท่ากับ 2 และอัตราส่วนระหว่างอุณหภูมิที่ผนังด้านข้างเท่ากับ 0.85 ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จะนำไปเปรียบเทียบกับผลลัพธ์จากการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมและวิธีเมตริกซ์ของ Balaji and Venkateshan (1993)

รูปที่ 4.10 แสดงเวกเตอร์ความเร็วและลักษณะการกระจายของอุณหภูมิของการพาความร้อนแบบอิสระที่มีการแผ่รังสีความร้อนเมื่อเรย์เลห์นัมเบอร์เท่ากับ 50,000 จะเห็นว่าเส้นอุณหภูมิไม่ได้ตั้งฉากกับพื้นและเพดานของช่องปิดเหมือนกับในกรณีที่ไม่มีการแผ่รังสีความร้อน เนื่องมาจากผลของการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนของพื้นผิวทั้งสี่ด้านทำให้เพดานมีฟลักซ์ความร้อนไหลออก ส่วนที่พื้นมีฟลักซ์ความร้อนไหลเข้าส่วนเวกเตอร์ความเร็วแสดงลักษณะหมุนวนตามเข็มนาฬิกา โดยมีการไหลวนของของไหลสองบริเวณ และจุดศูนย์กลางขยายออกไปทางด้านข้าง ต่างจากกรณีของการพาความร้อนแบบอิสระที่ไม่มีการแผ่รังสีความร้อน ทำให้บริเวณกึ่งกลางช่องปิดซึ่งมีความเร็วของของไหลต่ำ ขยายวงกว้างออกไปด้านข้างมากขึ้นด้วย โดยมีภาพขยายของบริเวณการหมุนวนแสดงในรูปที่ 4.11



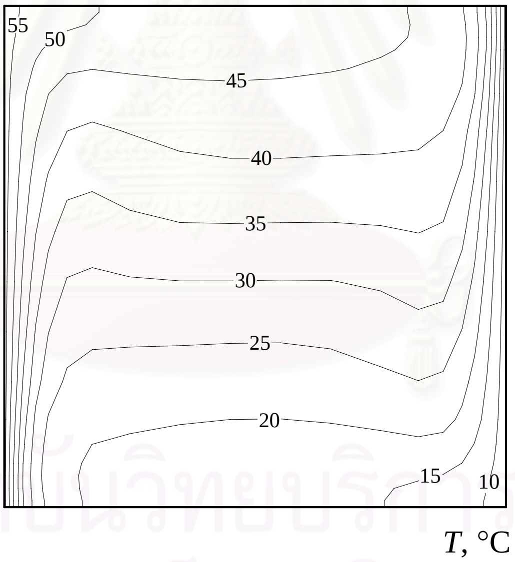
รูปที่ 4.10 การพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีการแผ่รังสีความร้อน ในกรณีที่ $Pr = 0.71$, $Ra = 5\times10^4$ และ $N_{RC} = 1.5$

(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว



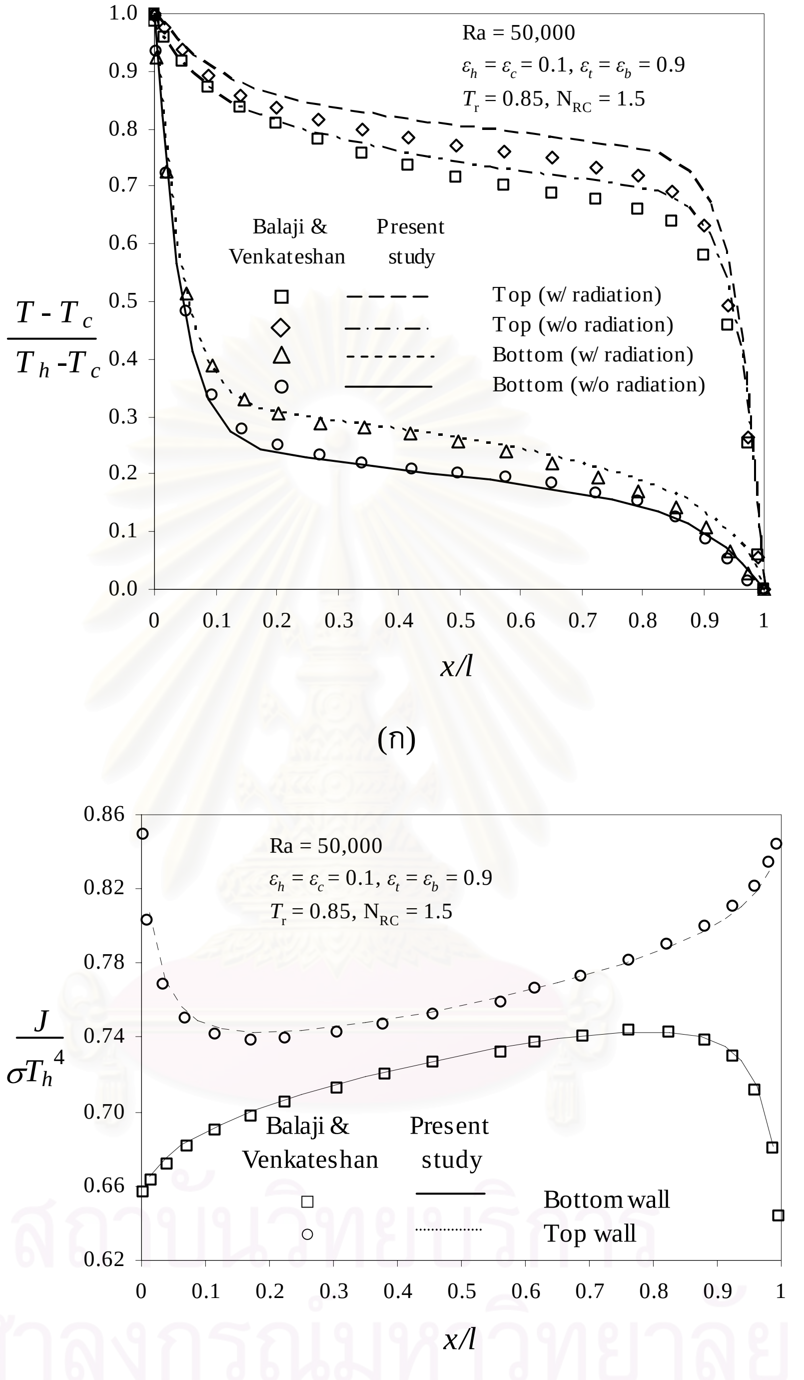
รูปที่ 4.11 รายละเอียดของเวกเตอร์ความเร็วในช่วงบริเวณการหมุน จากรูปที่ 4.10ข

และจากปัญหาเดียวกัน หากพิจารณาเฉพาะการพาความร้อนแบบอิสระเพียงอย่างเดียวโดยที่ไม่มีการแผ่รังสีความร้อน จะได้ลักษณะการกระจายอุณหภูมิดังแสดงในรูปที่ 4.12



รูปที่ 4.12 ลักษณะการกระจายอุณหภูมิในช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ไม่มีการแผ่รังสีความร้อน ในกรณีที่ Pr = 0.71 และ Ra = 5×10^4

รูปที่ 4.13 แสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิไร้มิติและเรดิโอซิตี้ไร้มิติที่ผนังหุ้มฉนวนกับผลลัพธ์ของ Balaji and Venkateshan (1993) ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นมีความสอดคล้องกับผลลัพธ์ของ Balaji and Venkateshan (1993) เป็นอย่างดี นอกจากนี้ยังมีการ เปรียบเทียบอุณหภูมิไร้มิติที่ผนังระหว่างแบบที่มีการแผ่รังสีและไม่มีการแผ่รังสี (การคำนวณของทั้งสองแบบอยู่ภายใต้เงื่อนไขเดียวกันทั้งหมด) ซึ่งจะพบว่าผลการคำนวณ



รูปที่ 4.13 การเปรียบเทียบผลลัพธ์ของการไหลและการถ่ายเทความร้อนในช่องปิดที่มีการการแผ่รังสีความร้อน ในกรณีที่ Pr = 0.71, Ra = 5×10^4 และ N_{RC} = 1.5

(ก) อุณหภูมิไร้มิติที่พื้นผิวหุ้มฉนวน (ข) เรดิโอซิตี้ไร้มิติที่พื้นผิวหุ้มฉนวน

ของแบบที่มีการแผ่รังสีนั้น อุณหภูมิที่พื้นจะสูงกว่าแบบที่ไม่มีการแผ่รังสี เนื่องจากที่พื้นได้รับฟลักซ์ความร้อนจากการแผ่รังสี ส่วนอุณหภูมิที่เพดานจะต่ำลงเนื่องจากมีฟลักซ์ความร้อนจากการแผ่รังสีไหลออกนั่นเอง

จากการคำนวณผลลัพธ์ของค่าเฉลี่ยนัสเซิลท์นัมเบอร์ของการแผ่รังสีความร้อน (Nu_R) ที่ผนังทางด้านซ้ายของช่องปิดที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นมีค่าเท่ากับ 0.0384 เปรียบเทียบกับผลลัพธ์ของ Balaji and Venkateshan (1993) ในกรณี 20×20 กริด ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.0387 จะเห็นได้ว่าผลลัพธ์มีความสอดคล้องกันดี โดยมีความคลาดเคลื่อนที่ 0.77%

ปัญหาที่สองเป็นช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเหมือนกับปัญหาแรก แต่เปลี่ยนค่าเรย์เลห์นัมเบอร์ (Ra) เป็น 1,000,000 สภาพเปล่งรังสี (Emissivity, ε) ของผนังทุกด้านเท่ากับ 1 พารามิเตอร์การแผ่รังสีและการนำความร้อน (N_{RC}) เท่ากับ 30 และผลต่างระหว่างอุณหภูมิที่ผนังด้านข้างเท่ากับ 20 ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จะนำไปเปรียบเทียบกับผลลัพธ์จากการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมและวิธีเมตริกซ์ของ Mezrhab et al. (2005)

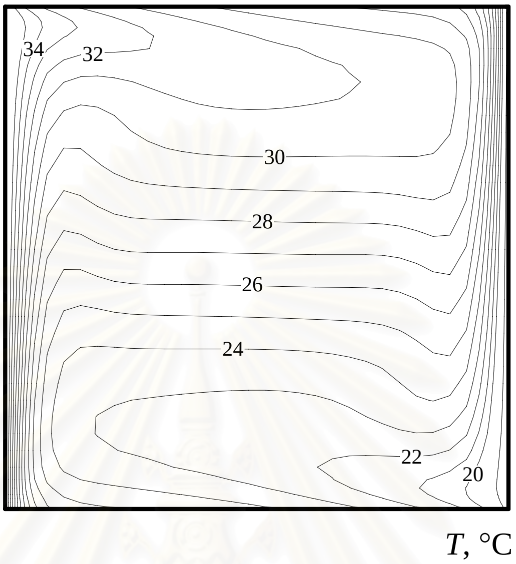
รูปที่ 4.14 แสดงเวกเตอร์ความเร็วและลักษณะการกระจายของอุณหภูมิของการพาความร้อนแบบอิสระที่มีการแผ่รังสีความร้อนเมื่อเรย์เลห์นัมเบอร์เท่ากับ 1,000,000 จะเห็นได้ว่าเส้นอุณหภูมิที่พื้นและเพดานมีความชันมากขึ้นเมื่อเทียบกับปัญหาแรก เนื่องมาจากผลของค่าสภาพการเปล่งรังสี (ε) ที่สูงขึ้น ส่วนเวกเตอร์ความเร็วแสดงลักษณะหมุนวนตามเข็มนาฬิกาและมีการไหลวนของของไหลสองบริเวณและกระจายวงกว้างออกไปทั้งทางด้านบนและด้านล่างมากกว่ากรณีแรก ทำให้บริเวณตรงกลางช่องปิดซึ่งมีความเร็วของของไหลต่ำ ขยายวงกว้างออกไปจนเกือบชิดกับผนังด้านข้างทั้งสี่ด้าน โดยมีภาพขยายของบริเวณการหมุนวนแสดงในรูปที่ 4.15

และในทำนองเดียวกัน หากพิจารณาเฉพาะการพาความร้อนแบบอิสระเพียงอย่างเดียว โดยที่ไม่มีการแผ่รังสีความร้อน จะได้ลักษณะการกระจายอุณหภูมิดังแสดงในรูปที่ 4.16

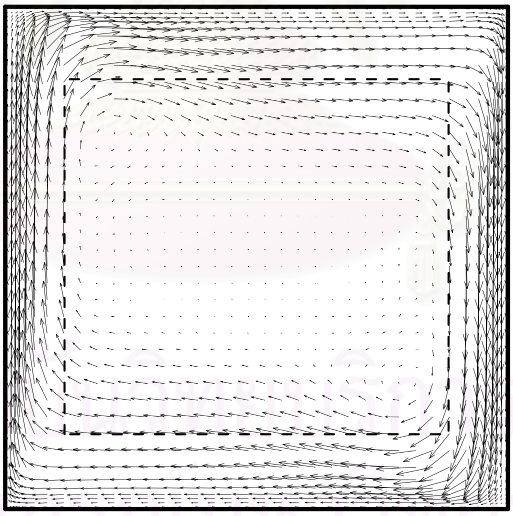
รูปที่ 4.17 แสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิไร้มิติที่ผนังหุ้มฉนวนและอุณหภูมิไร้มิติที่ระยะกึ่งกลางความสูงกับผลลัพธ์ของ Mezrhab et al. (2005) ซึ่งจะเห็นว่าผลลัพธ์ที่ได้มีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี

ผลลัพธ์จากการคำนวณค่าเฉลี่ยนัสเซิลท์นัมเบอร์ของการแผ่รังสีความร้อนและการพาความร้อน (Nu_O) ที่ผนังทางด้านซ้ายของช่องปิดที่ได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นมีค่าเท่ากับ 1.18 ส่วนผลลัพธ์จากการคำนวณของ Mezrhab et al. (2005) ในกรณี 40×40 กริด

มีค่าเท่ากับ 1.19 ซึ่งจะเห็นได้ว่าผลลัพธ์มีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี โดยมีความคลาดเคลื่อนเพียง 0.84%



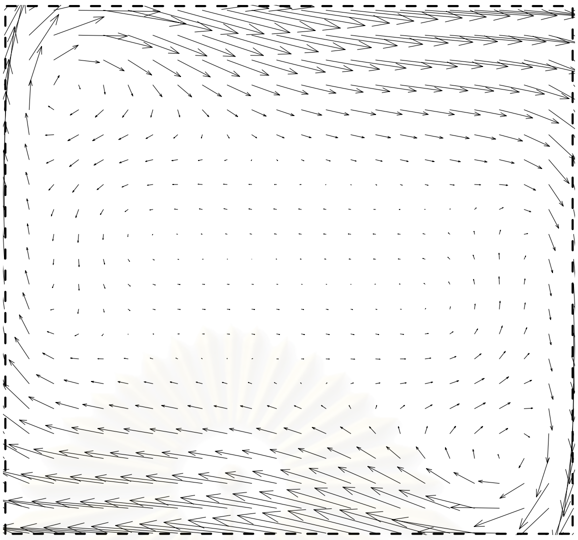
(ก)



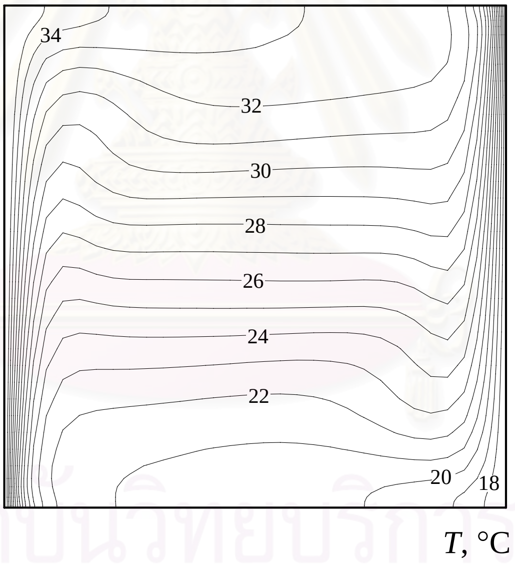
(ข)

รูปที่ 4.14 การพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีการแผ่รังสีความร้อนในกรณีที่ Pr = 0.71, Ra = 10^6 และ N_{RC} = 30

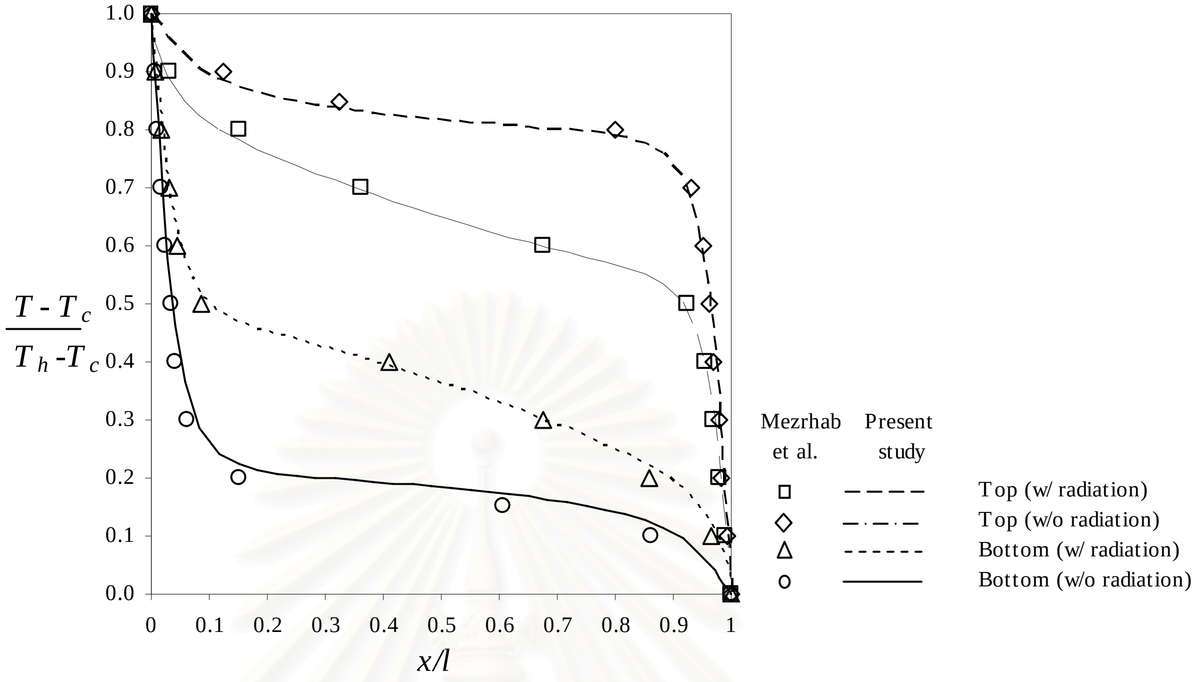
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว



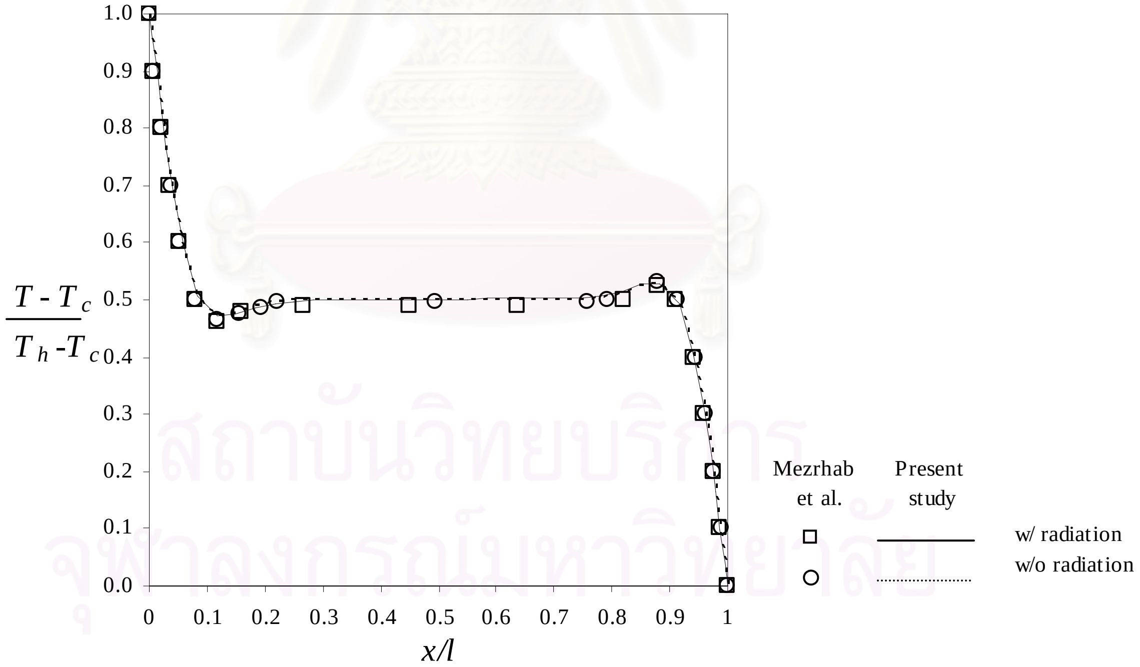
รูปที่ 4.15 รายละเอียดของเวกเตอร์ความเร็วในช่วงบริเวณการหมุน จากรูปที่ 4.14ข



รูปที่ 4.16 ลักษณะการกระจายอุณหภูมิในช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ไม่มีการแผ่รังสีความร้อน ในกรณีที่ Pr = 0.71 และ Ra = 5×10^6



(ก)



(ข)

รูปที่ 4.17 การเปรียบเทียบผลลัพธ์ของการไหลและการถ่ายเทความร้อนในช่องปิด ที่มีการแผ่รังสีความร้อนในกรณีที่ Pr = 0.71, Ra = 10^6 และ N_{RC} = 30 (ก) อุณหภูมิไร้มิติที่ผนังหุ้มฉนวน (ข) อุณหภูมิไร้มิติที่ระยะกึ่งกลางความสูง

บทที่ 5

การวิเคราะห์ปัญหาการไหลในห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น

หลังจากที่ได้ตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นแล้ว ในบทนี้จึงนำโปรแกรมดังกล่าวไปวิเคราะห์การไหลและการถ่ายเทความร้อนในห้องปรับอากาศ ที่มีลักษณะเป็นห้องรูปสี่เหลี่ยม มีการทำความเย็นแบบแผ่รังสีทำความเย็น ซึ่งติดตั้งแผ่นทำความเย็นที่ตำแหน่งต่างๆ เพื่อที่จะศึกษาการกระจายของอุณหภูมิ ความเร็วและเวกเตอร์ความเร็วของอากาศในห้องดังกล่าว รวมทั้งวิเคราะห์เพื่อหาอุณหภูมิและตำแหน่งของแผ่นทำความเย็นที่เหมาะสมกับการใช้งาน

5.1 ข้อจำกัดของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากการวิเคราะห์การถ่ายเทความร้อนของของไหลในช่องปิดดังที่ผ่านมาแล้วในบทที่ 4 จะเห็นได้ว่าคุณสมบัติของของไหลที่นำมาวิเคราะห์นั้นไม่ใช่คุณสมบัติของอากาศทั้งหมด ดังนั้นหากเราจะพิจารณาห้องปรับอากาศแล้ว เราก็จะต้องนำคุณสมบัติของอากาศมาใช้ในการทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ซึ่งคุณสมบัติของอากาศที่อุณหภูมิ 300 K ที่จะนำมาทดสอบมีค่าดังต่อไปนี้

ρ = 1.1774 kg/m^3
c_p = 1.0057 kJ/kg·K
μ = 1.8462×10^{-5} kg/m·s
ν = 15.69×10^{-6} m^2/s
k = 0.0262 W/m·K
α = 0.2216×10^{-4} m^2/s

และหากพิจารณาห้องปรับอากาศที่มีขนาดกว้าง 3 เมตร และสูง 3 เมตร แล้ว เราสามารถหาค่าเรย์เลห์นัมเบอร์ได้ดังสมการ

$$\mathrm{Ra} = \frac{g\beta\Delta T H^3}{\nu\alpha} \tag{5.1}$$

โดยที่กำหนดให้
ΔT = 10 °C
β = 0.0035 K^{-1}
g = 9.81 m/s^2

และเมื่อนำไปแทนค่าในสมการ (5.1) จะทำให้ได้ค่าเรย์เลห์นัมเบอร์เท่ากับ 2.67×10^{10} ซึ่งมีค่ามากกว่าค่าเรย์เลห์นัมเบอร์วิกฤตที่ 10^9 ดังนั้นของไหลจึงมีการไหลเป็นแบบปั่นป่วน (Incropera and Dewitt, 1996) แต่จากสมมติฐานที่ได้กำหนดไว้ในเบื้องต้นนั้น ได้กำหนดให้

การไหลเป็นแบบราบเรียบ ทำให้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นมานั้นไม่สามารถที่จะหาผลลัพธ์ของการไหลและการถ่ายเทความร้อนได้

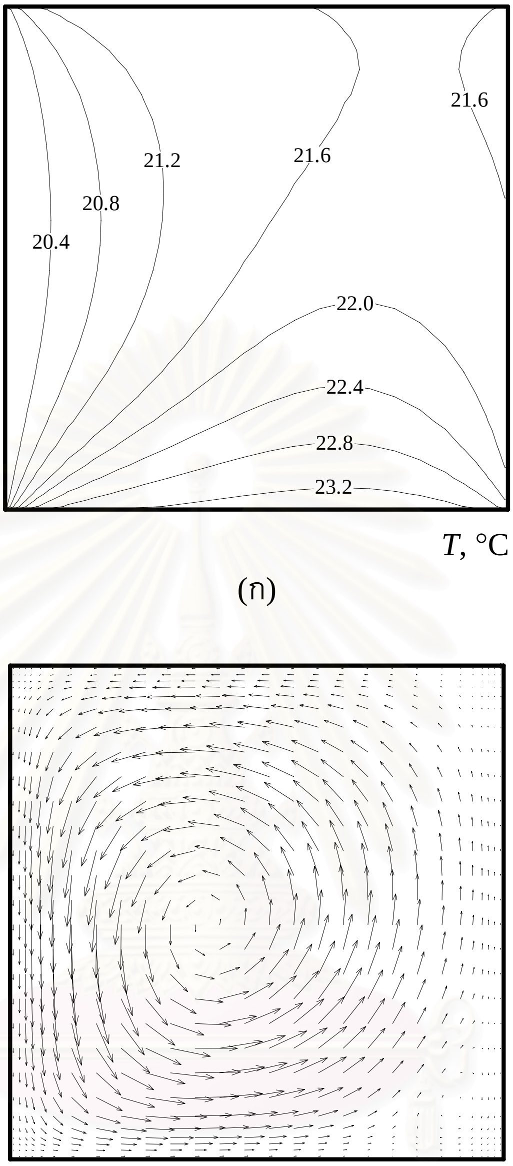
ทั้งนี้เพื่อเป็นการศึกษาการถ่ายเทความร้อนของห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็นในเบื้องต้น วิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงได้กำหนดค่าคุณสมบัติของของไหลขึ้นมาใหม่ โดยที่ยังคงคุณสมบัติบางประการของอากาศไว้ซึ่งก็คือค่าพรันด์เทิลนัมเบอร์ และค่าการนำความร้อนของอากาศ โดยมีค่าเรย์เลห์นัมเบอร์เท่ากับ 10^5 ซึ่งเป็นค่าที่นิยมนำมาใช้วิเคราะห์ปัญหาการไหลแบบราบเรียบในช่องปิดทั่วไป

5.2 ความสำคัญของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ต้องมีการแผ่รังสีความร้อน

ก่อนที่จะศึกษาแบบจำลองสำหรับห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น เราจะวิเคราะห์ถึงความสำคัญของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่จะต้องมีการแผ่รังสีความร้อนร่วมด้วย โดยจะนำปัญหาจากหัวข้อที่ 4.1.3 ซึ่งเป็นการพาความร้อนแบบอิสระแต่ไม่มีการแผ่รังสีความร้อนมาพิจารณาใหม่ ด้วยเงื่อนไขขอบที่เหมือนกันทั้งหมด ยกเว้น ให้มีการแผ่รังสีความร้อนเพิ่มเข้ามาโดยการเพิ่มเงื่อนไขคือ พื้นผิวทุกด้านมีสภาพการเปล่งรังสี (ε) เท่ากับ 0.1 และค่าการนำความร้อนของของไหล (k) เท่ากับ 0.026 W/m.K

จากรูปที่ 5.1 แสดงลักษณะการกระจายของอุณหภูมิและเวกเตอร์ความเร็วเมื่อวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีการแผ่รังสีความร้อนร่วมด้วย จากผลลัพธ์ที่ได้จะเห็นว่าอุณหภูมิสูงสุดของไหลอยู่ที่ 23.2 องศาเซลเซียส ส่วนผลลัพธ์ในหัวข้อที่ 4.1.2 รูปที่ 4.9ก นั้นอุณหภูมิสูงสุดของของไหลเท่ากับ 44 องศาเซลเซียส มีความแตกต่างกันถึง 20.8 องศาเซลเซียส สำหรับเวกเตอร์ความเร็ว จากหัวข้อที่ 4.1.2 รูปที่ 4.9ข การไหลมีลักษณะหมุนวนทวนเข็มนาฬิกา จุดศูนย์กลางอยู่บริเวณกึ่งกลางของช่องปิด ส่วนผลลัพธ์จากรูปที่ 5.1 จะเห็นได้ว่าการไหลมีลักษณะหมุนวนทวนเข็มนาฬิกาเช่นกัน แต่จุดศูนย์กลางเยื้องไปทางด้านซ้ายของช่องปิดอย่างชัดเจน

จากการคำนวณผลลัพธ์ของฟลักซ์การพาความร้อนรวมที่ผนังด้านล่างของช่องปิดที่มีความยาวหนึ่งเมตร ของแบบจำลองที่ไม่มีการแผ่รังสีความร้อนมีค่าเท่ากับ 1.2 Watt ส่วนแบบจำลองที่มีการแผ่รังสีความร้อนจะเท่ากับ 0.289 Watt ส่วนที่เหลือจะเป็นฟลักซ์จากการแผ่รังสีความร้อนเท่ากับ 0.911 Watt ซึ่งจะเห็นได้ว่าผลต่างของฟลักซ์การพาความร้อนรวมที่ผนังด้านล่างมีค่ามากถึง 75.9%



(ก)

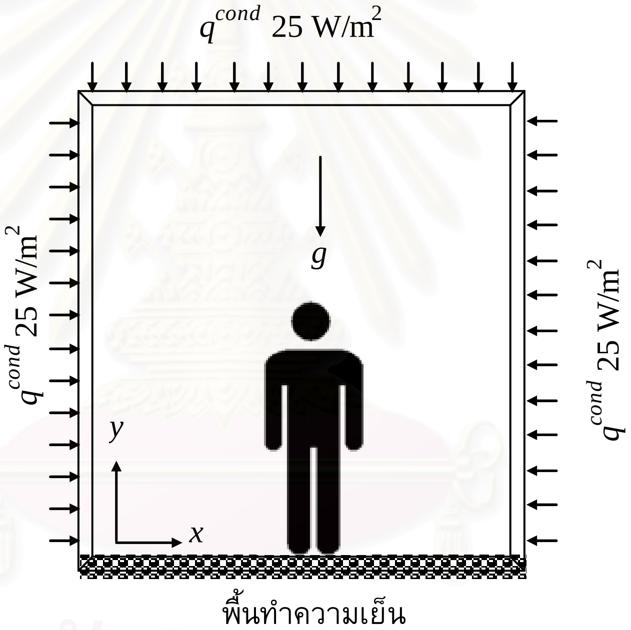
(ข)

รูปที่ 5.1 การพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีการแผ่รังสีความร้อนในกรณีที่ Pr = 0.7, Ra = 10^4 และ q^{cond} = 1.2 W/m^2 ที่พื้น
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว

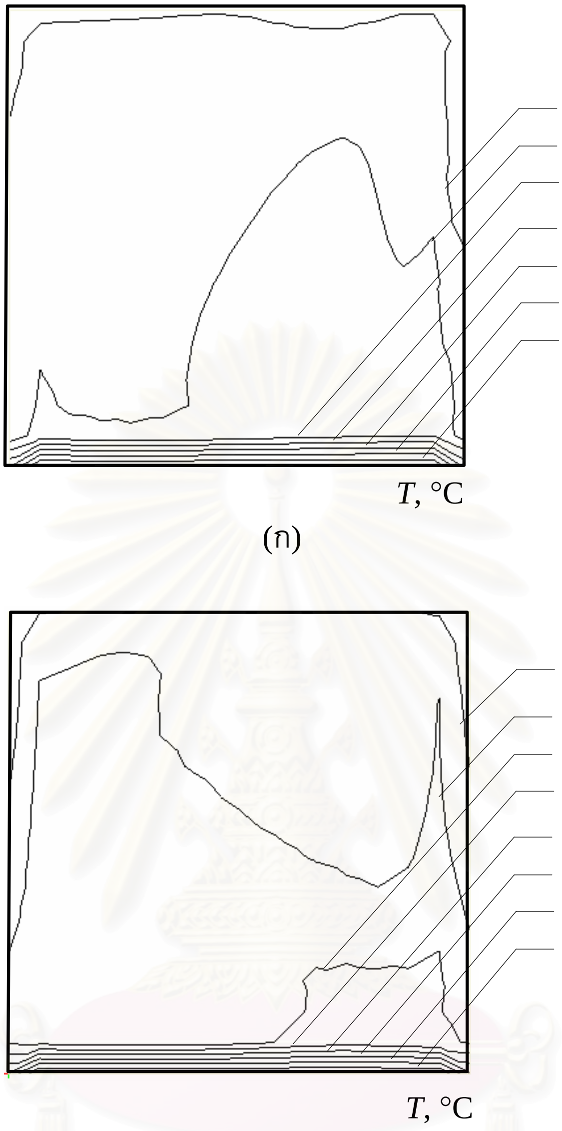
นอกจากนี้ จากการทดสอบปัญหาห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็นดังรูปที่ 5.2 ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูป Fluent-Air Pak 2.0 (Fluent, 2001) โดยมีเงื่อนไขคือ คุณสมบัติของของไหลทั้งหมดเป็นอากาศ ห้องมีขนาดกว้าง 3 เมตร ยาว 3 เมตร และสูง 3 เมตร การคำนวณการแผ่รังสีความร้อนใช้วิธี Discrete ordinate พื้นมีอุณหภูมิคงที่เท่ากับ

10°C ผนังด้านข้างทุกด้านและเพดานมีฟลักซ์ความร้อนไหลเข้าเท่ากับ 25 W/m^2 และที่ผนังทุกด้านมีค่าสภาพการเปล่งรังสี (ε) เท่ากับ 0.9 จะเห็นได้ว่า ลักษณะการกระจายอุณหภูมิ และอุณหภูมิสูงสุดของอากาศมีความแตกต่างกันสูงมากอย่างเห็นได้ชัดดังแสดงในรูปที่ 5.3

จากผลลัพธ์ดังกล่าวสามารถยืนยันถึงความสำคัญของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมและห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น ที่จำเป็นจะต้องนำการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนเข้ามาพิจารณาร่วมกับการพาความร้อนได้เป็นอย่างดี ซึ่งเป็นที่มาของงานวิจัยนี้ ตามที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่มาและความสำคัญของวิทยานิพนธ์ในบทที่ 1



รูปที่ 5.2 เงื่อนไขขอบสำหรับห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นทำความเย็น



(ก)

(ข)

รูปที่ 5.3 ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิในช่องปิดที่ทดสอบด้วยโปรแกรม
คอมพิวเตอร์สำเร็จรูป
(ก) แบบที่ไม่มีการแผ่รังสีความร้อน (ข) แบบที่มีการแผ่รังสีความร้อน

5.3 การวิเคราะห์การถ่ายเทความร้อนในห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น

สำหรับแบบจำลองของห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น จะมีลักษณะเหมือนกับช่องปิดรูปสี่เหลี่ยม โดยที่ผนังหนึ่งด้านจะรักษาอุณหภูมิให้คงที่หรือเรียกว่าผนังหรือแผ่นทำความเย็น (Radiant cooling panel) ส่วนผนังอีกสามด้านที่เหลือได้รับความร้อนจากการนำความร้อนผ่านผนังเข้ามาในห้อง โดยในห้องอาจมีอุปกรณ์ที่เป็นแหล่งกำเนิดความร้อน เช่น

หลอดไฟ คอมพิวเตอร์ คน หรืออุปกรณ์อื่นๆ ซึ่งในที่นี้เพื่อลดความยุ่งยากในวิเคราะห์ปัญหา จึงตัดแหล่งกำเนิดความร้อนภายในห้องทั้งหมดออกไป

โดยปกติในงานก่อสร้างจริง สถาปนิกจะเป็นผู้ออกแบบอาคารหรือห้องปรับอากาศไว้เป็นรูปแบบที่ตายตัวแล้ว จากนั้นวิศวกรผู้รับผิดชอบในการออกแบบระบบปรับอากาศจะต้องนำรูปแบบของห้องปรับอากาศดังกล่าวมาวิเคราะห์และติดตั้งระบบปรับอากาศที่เหมาะสมต่อไป ซึ่งในบทนี้จะนำรูปแบบของห้องปรับอากาศมาพิจารณา 3 แบบด้วยกัน คือ

1) ห้องสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีการปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น เช่น ห้องนอน ห้องทำงาน ห้องส่วนบุคคล หรือห้องโถงสูง โดยกำหนดให้ห้องปรับอากาศมีอัตราส่วนระหว่างความสูงและความกว้างของห้อง (Aspect ratio) เท่ากับ 1

2) ห้องโถงกว้างที่มีการปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น เช่น ห้องทำงานรวมในสำนักงาน ห้างสรรพสินค้า โรงละคร ห้องโถง หรือห้องประชุมใหญ่ โดยกำหนดให้ห้องปรับอากาศมีอัตราส่วนระหว่างความสูงและความกว้างของห้องเท่ากับ 0.5

3) ห้องโถงสูงที่มีการปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น เช่น โถงสูง หรือช่องบริเวณกึ่งกลางอาคาร โดยกำหนดให้ห้องปรับอากาศมีอัตราส่วนระหว่างความสูงและความกว้างของห้องเท่ากับ 2

นอกจากนี้จะได้ศึกษาห้องปรับอากาศที่อยู่ติดกับห้องที่มีการปรับอากาศทั้งสองด้าน ซึ่งในกรณีนี้จะถือว่าผนังของห้องที่นำมาวิเคราะห์มีการหุ้มฉนวนและไม่มีฟลักซ์ความร้อนเข้ามาในห้อง

จากรูปแบบของห้องปรับอากาศที่ได้กล่าวมาแล้วทั้งหมด เราจะนำแบบจำลองหรือโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ได้เข้าไปวิเคราะห์เพื่อหาตำแหน่งการติดตั้งแผ่นทำความเย็นที่เหมาะสม ซึ่งทำให้อุณหภูมิเฉลี่ยของอากาศสม่ำเสมอทั่วห้องและมีค่าไม่เกินจากค่าที่กำหนด และให้การเคลื่อนที่ของอากาศครอบคลุมทุกบริเวณ หรือเฉพาะบริเวณที่ต้องการใช้งานตามความเหมาะสม

ในการวิเคราะห์ห้องปรับอากาศที่มีการไหลของอากาศแบบราบเรียบนั้น จะพิจารณาภายใต้เงื่อนไขดังแสดงในตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1 เงื่อนไขที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาการถ่ายเทความร้อนในห้องปรับอากาศ
แบบแผ่รังสีทำความเย็น

Aspect ratio	Ra = 10^5								
	ρ	μ	β	c_p	k	Pr	ε	L	H
	kg/m^3	kg/m·s	1/K	kJ/kg·K	W/m·K	-	-	m.	m.
0.5	1	5.573E-04	0.0035	33.10	0.0260	0.71	0.9	1	0.5
1	1	1.576E-03	0.0035	11.71	0.0260	0.71	0.9	1	1
2	1	4.459E-03	0.0035	4.14	0.0260	0.71	0.9	1	2

โดยค่าฟลักซ์การนำความร้อนนั้น พิจารณามาจากสมการ

$$q = U \times (\text{CLTD}) \tag{5.2}$$

เมื่อ q คือ ฟลักซ์การนำความร้อนผ่านผนัง (W/m^2)

U คือ สัมประสิทธิ์การส่งผ่านความร้อนผ่านผนัง
โดยเลือกชนิดของผนังเป็น 100-mm. common brick ซึ่งมีค่า
U = 2.5 W/m^2.K (ASHRAE, 1998)

CLTD คือ Cooling load temperature difference
โดยเลือกความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิภายนอกห้องและภายในห้อง
เท่ากับ 10 K

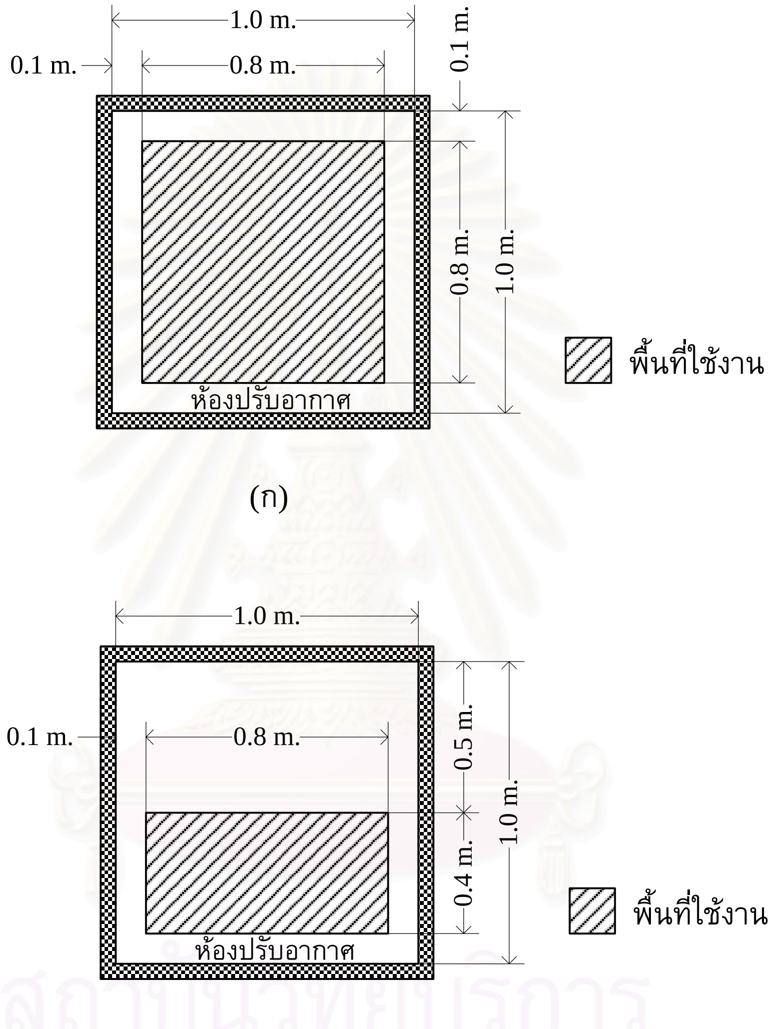
ดังนั้น q = 2.5 W/m^2.K × 10 K
= 25 W/m^2

และเพื่อเป็นการเปรียบเทียบให้มีฟลักซ์ความร้อนรวมเข้ามาในห้องด้วยปริมาณที่เท่ากัน จึงพิจารณาให้ฟลักซ์ความร้อนที่ผ่านผนังมีค่าเท่ากับ 25 W/m^2 เท่ากันทุกด้าน

ค่าพรันด์เทิลนัมเบอร์และค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนของของไหล ใช้ค่าของอากาศที่มีค่าเท่ากับ 0.7 และ 0.026 W/m.K ตามลำดับ ที่อุณหภูมิอ้างอิง 300 K ส่วนค่าสภาพการเปล่งรังสี พิจารณาจากวัสดุวอลล์เปเปอร์ (Wall paper) ที่มีค่าสภาพการเปล่งรังสีเท่ากับ 0.92 (Watson and Chapman, 2002) และค่าเรย์เลห์นัมเบอร์นั้นใช้ความสูงของห้องเป็นเกณฑ์ในการคำนวณ

นอกจากนี้เราจะพิจารณาพื้นที่ใช้งานเป็นสองกรณีคือ กรณีที่มีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้องปรับอากาศ และในกรณีที่มีการใช้งานเฉพาะส่วนครึ่งล่างของความสูงของห้อง โดยพื้นที่ใช้งาน

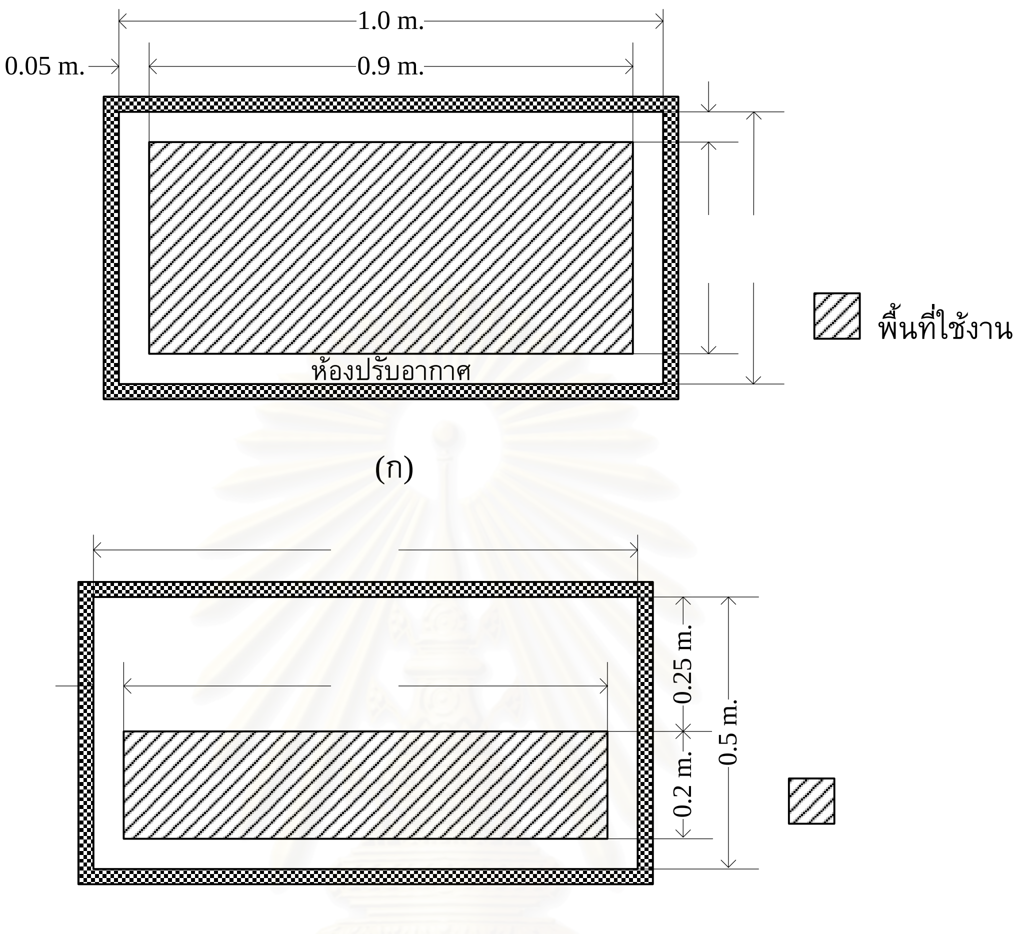
ของห้องแต่ละแบบจะมีขนาดเล็กกว่าห้อง เนื่องจากบริเวณที่ติดกับผนังห้องเป็นบริเวณที่ได้รับฟลักซ์ความร้อนทำให้มีอุณหภูมิสูงกว่าบริเวณกึ่งกลางห้องและจะถือว่าบริเวณนั้นไม่มีผู้อยู่อาศัย โดยพื้นที่ใช้งานสามารถแสดงได้ดังแสดงในรูปที่ 5.4 ถึง 5.5



(ก)

(ข)

รูปที่ 5.4 พื้นที่ใช้งานในห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
(ก) แบบที่มีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้องปรับอากาศ
(ข) แบบที่มีการใช้งานเฉพาะส่วนครึ่งล่างของความสูงของห้อง



(ก)

(ข)

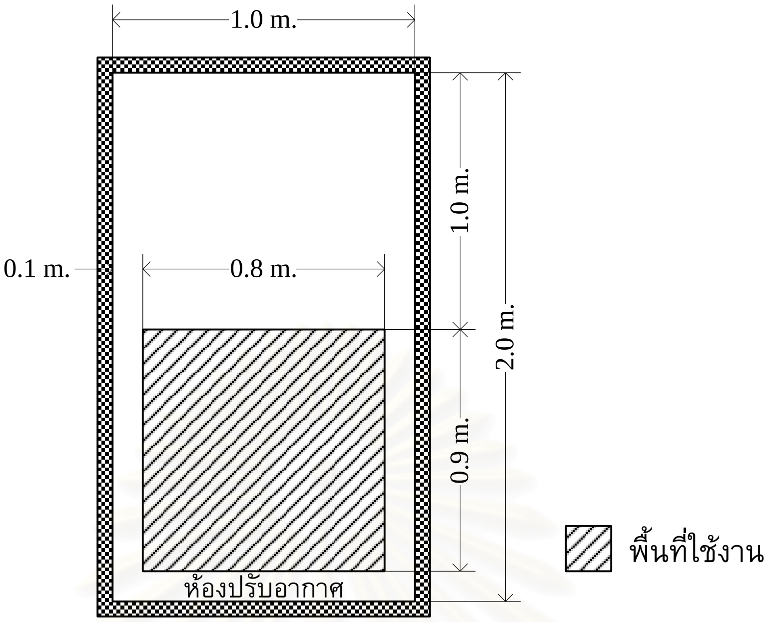
รูปที่ 5.5 พื้นที่ใช้งานในห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง
(ก) แบบที่มีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้องปรับอากาศ
(ข) แบบที่มีการใช้งานเฉพาะส่วนครึ่งล่างของความสูงของห้อง

สำหรับห้องปรับอากาศแบบโถงสูง เราจะพิจารณาเฉพาะส่วนครึ่งล่างของความสูงของห้อง เนื่องจากมีความเหมาะสมกับการใช้งาน และการก่อสร้างจริง ดังแสดงในรูปที่ 5.6

1.0 m.

โดยการวิเคราะห์ปัญหานั้นจะเลือกอุณหภูมิของแผ่นทำความเย็นที่ทำให้อุณหภูมิสูงสุดของอากาศในพื้นที่ใช้งานที่กำหนดจะต้องไม่เกิน 25°C ซึ่งเป็นอุณหภูมิทั่วไปสำหรับห้องปรับอากาศ โดยที่ยังไม่พิจารณาถึงข้อจำกัดของอุณหภูมิแผ่นทำความเย็นที่ทำให้เกิดการกลั่นตัวของหยดน้ำในอากาศ

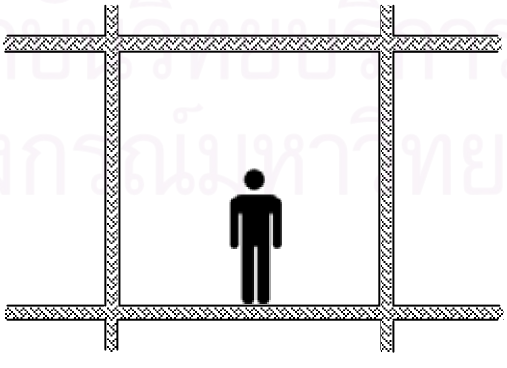
0.1 m.   0.9 m.



รูปที่ 5.6 พื้นที่ใช้งานในห้องปรับอากาศแบบโถงสูงที่มีการใช้งานเฉพาะส่วนครึ่งล่าง ของความสูงของห้อง

5.3.1 ห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

โดยปกติห้องปรับอากาศที่มีผู้อยู่อาศัยเพียงหนึ่งหรือสองคน เช่น ห้องนอน ห้องทำงาน หรือห้องส่วนบุคคล มักจะมีลักษณะเป็นห้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังแสดงในรูปที่ 5.7 ซึ่งในการวิเคราะห์รูปแบบการติดตั้งแผ่นทำความเย็น จะพิจารณาทั้งกรณีที่มีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้องปรับอากาศ และในกรณีที่มีการใช้งานเฉพาะส่วนครึ่งล่างของความสูงของห้อง

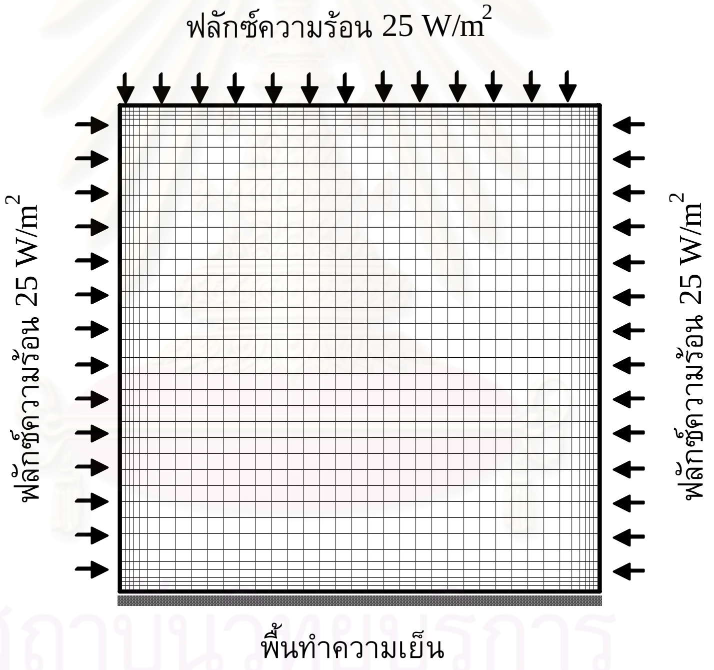


รูปที่ 5.7 ห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

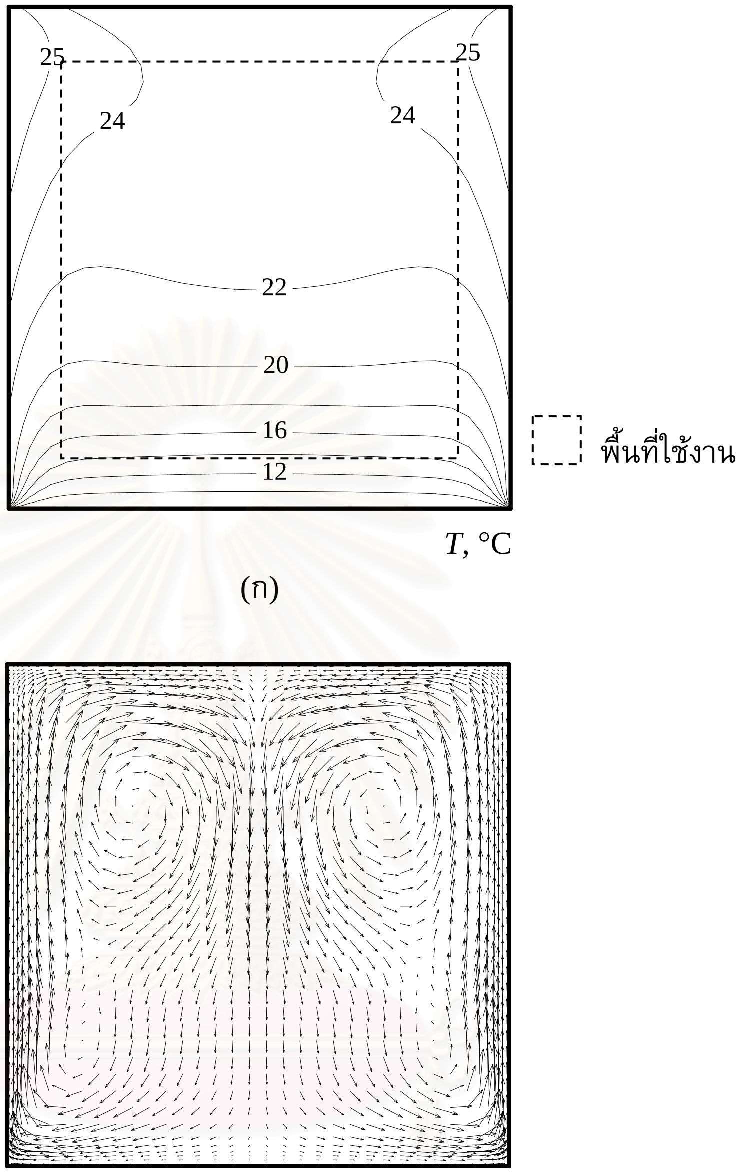
1) มีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้องปรับอากาศ พิจารณาหาอุณหภูมิและตำแหน่งการติดตั้งแผ่นทำความเย็นที่ทำให้อุณหภูมิสูงสุดภายในพื้นที่ใช้งานไม่เกิน 25°C

ก) <u>พื้นทำความเย็น</u> พิจารณาห้องที่มีพื้นทำความเย็นและมีอุณหภูมิสม่ำเสมอ ส่วนผนังด้านข้างและเพดานมีฟลักซ์ความร้อนเข้ามาในห้อง โดยแบ่งกริดในห้องเท่ากับ 40×40 ช่อง ดังแสดงในรูปที่ 5.8

จากรูปที่ 5.9 จะเห็นว่าการที่จะทำให้อุณหภูมิภายในพื้นที่ใช้งานไม่เกิน 25°C ซึ่งเป็นอุณหภูมิที่เหมาะสมกับการใช้งานในพื้นที่ปรับอากาศ จะต้องใช้พื้นทำความเย็นที่อุณหภูมิ 8°C อย่างไรก็ตามจะเห็นว่าบริเวณส่วนล่างของห้องมีอุณหภูมิค่อนข้างต่ำ จึงอาจทำให้เกิดความไม่สบายสำหรับผู้อยู่อาศัยได้ ส่วนเวกเตอร์ความเร็วแสดงการไหลวนของอากาศสองบริเวณสมมาตรกัน



รูปที่ 5.8 กริดการคำนวณและเงื่อนไขขอบสำหรับห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพื้นทำความเย็น



(ก)

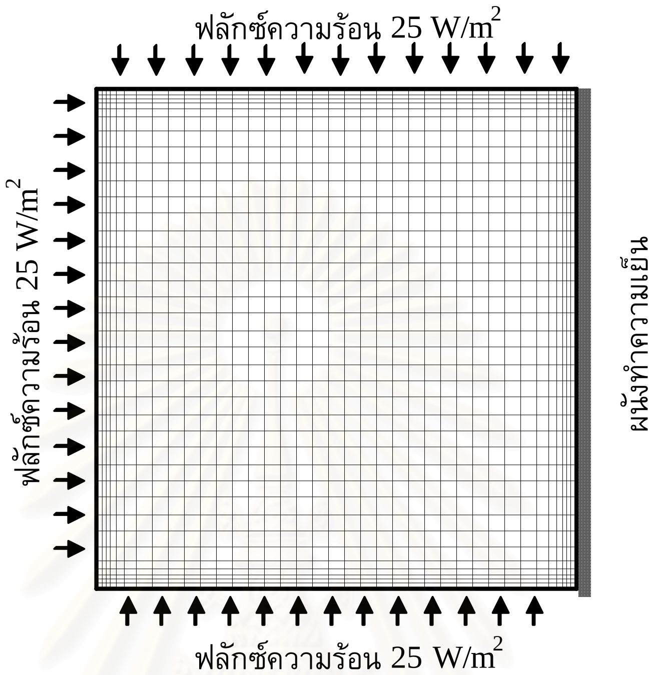
(ข)

รูปที่ 5.9 การพาความร้อนแบบอิสระในห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีพื้นทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 8°C

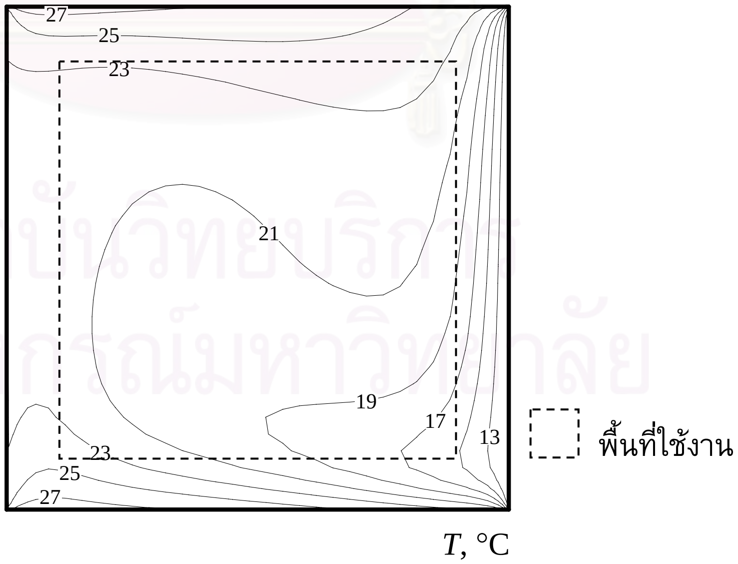
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว

ข) <u>ผนังทำความเย็น</u> พิจารณาห้องที่มีผนังทำความเย็นด้านขวามือและมีอุณหภูมิสม่ำเสมอ ส่วนผนังด้านซ้าย พื้นและเพดานมีฟลักซ์ความร้อนเข้ามาในห้อง โดยแบ่งกริดในห้องเท่ากับ 40×40 ช่อง ตามรูปที่ 5.10

จากรูปที่ 5.11 จะเห็นได้ว่าเมื่อใช้ผนังทำความเย็นที่ 11°C ก็สามารถควบคุมอุณหภูมิภายในพื้นที่ใช้งานไม่เกิน 25°C ได้ แต่บริเวณที่ใกล้กับผนังทำความเย็น จะมีอุณหภูมิอากาศ

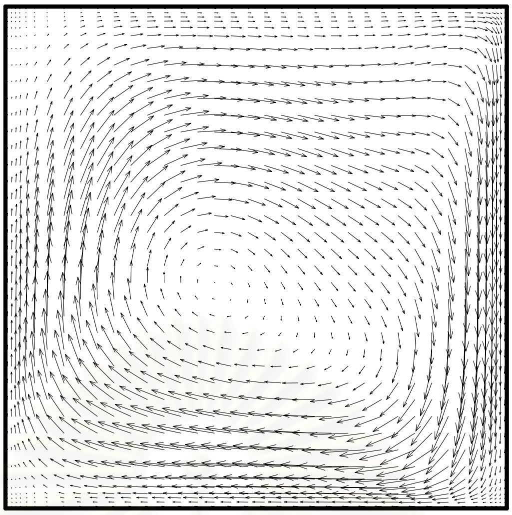


รูปที่ 5.10 กริดการคำนวณและเงื่อนไขขอบสำหรับห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
ที่มีผนังทำความเย็น



(ก)

รูปที่ 5.11 การพาความร้อนแบบอิสระในห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
ที่มีผนังทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 11°C
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว



(ข)

รูปที่ 5.11 (ต่อ) การพาความร้อนแบบอิสระในห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
มีผนังทำความเย็นมี่อุณหภูมิเท่ากับ 11°C
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว

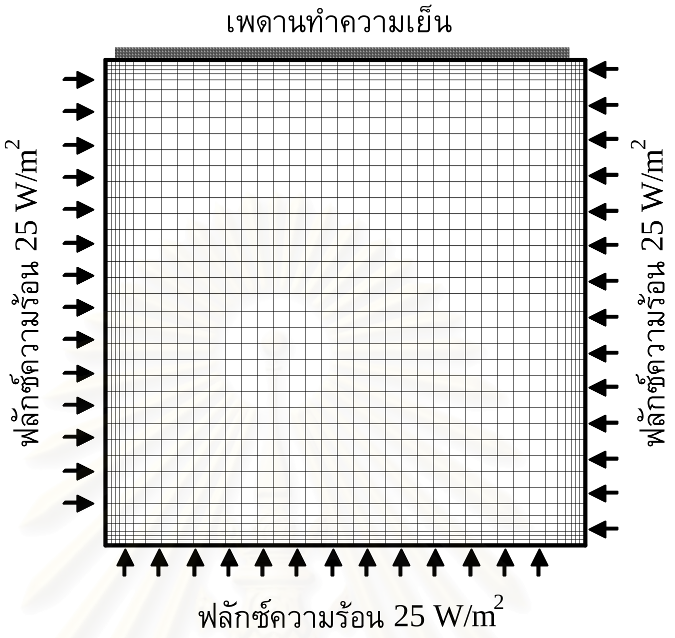
ค่อนข้างต่ำ และบริเวณผนังด้านล่างซ้ายมือ จะมีอุณหภูมิค่อนข้างสูง ซึ่งอาจเป็นบริเวณที่ทำให้ผู้อาศัยเกิดความไม่สบายได้ แต่บริเวณดังกล่าวอยู่ใกล้กับผนังมาก จึงจัดได้ว่าไม่มีผู้อยู่อาศัยในบริเวณนั้น ส่วนเวกเตอร์ความเร็วแสดงการไหลวนของอากาศในทิศทางตามเข็มนาฬิกาเพียงจุดเดียว โดยมีจุดศูนย์กลางอยู่บริเวณกึ่งกลาง เยื้องมาทางด้านล่างซ้ายของช่องปิด

ค) <u>เพดานทำความเย็น</u> พิจารณาห้องที่มีเพดานทำความเย็นและมีอุณหภูมิสม่ำเสมอ ส่วนผนังด้านข้างและพื้นมีฟลักซ์ความร้อนเข้ามาในห้อง โดยแบ่งกริดในห้องเท่ากับ 40×40 ช่อง ตามรูปที่ 5.12

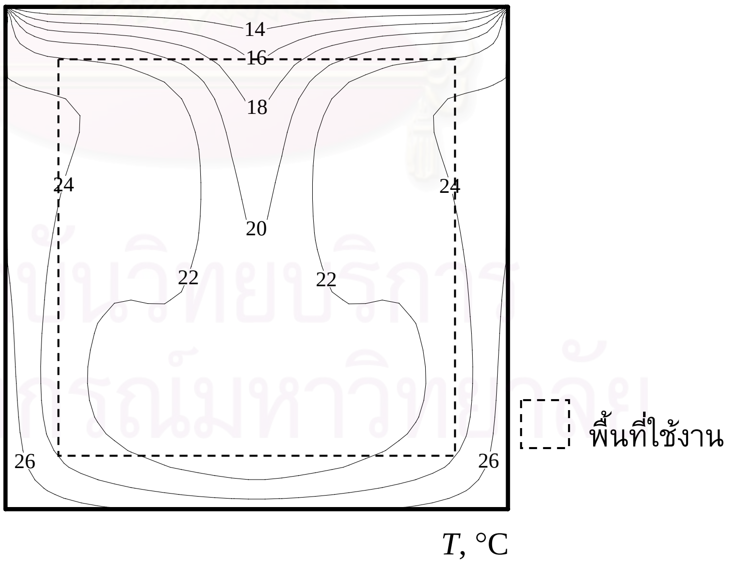
เมื่อใช้เพดานทำความเย็นที่มีอุณหภูมิสม่ำเสมอเท่ากับ 12°C จะทำให้อุณหภูมิภายในพื้นที่ใช้งานไม่เกิน 25°C ส่วนผนังด้านข้างจะเป็นพื้นที่ที่มีอุณหภูมิของอากาศค่อนข้างสูง แต่ก็จัดว่าเป็นพื้นที่ไม่มีผู้อยู่อาศัย สำหรับการไหลของอากาศ มีการไหลวนสองจุดคล้ายกับกรณีพื้นทำความเย็น ดังแสดงในรูปที่ 5.13

ตารางที่ 5.2 เป็นการเปรียบเทียบอุณหภูมิของแผ่นทำความเย็นในแต่ละรูปแบบการติดตั้ง ซึ่งจะเห็นว่า การติดตั้งแผ่นทำความเย็นที่ผนังและเพดาน สามารถใช้อุณหภูมิแผ่นทำความเย็นที่สูงกว่าแบบพื้นทำความเย็นได้ถึง 3°C และ 4°C ตามลำดับ สำหรับการควบคุม

อุณหภูมิในพื้นที่ใช้งานไม่ให้เกิน 25°C ซึ่งสาเหตุที่พื้นทำความเย็นต้องใช้อุณหภูมิที่ต่ำกว่าก็เนื่องมาจาก อากาศที่ถ่ายเทความร้อนให้กับพื้นจะมีอุณหภูมิต่ำลง และอากาศเย็นดังกล่าวจะไม่



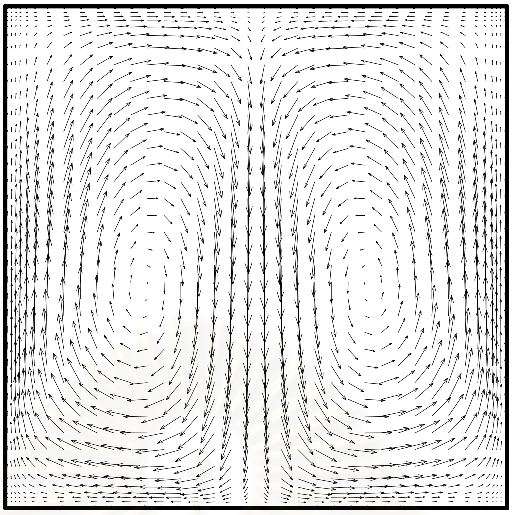
รูปที่ 5.12 กริดการคำนวณและเงื่อนไขขอบสำหรับห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีเพดานทำความเย็น



(ก)

รูปที่ 5.13 การพาความร้อนแบบอิสระในห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีเพดานทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 12°C

(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว



(ข)

รูปที่ 5.13 (ต่อ) การพาความร้อนแบบอิสระในห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
มีเพดานทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 12°C
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว

เกิดการลอยตัวขึ้น ต้องอาศัยแรงโมเมนตัมมาทำให้อากาศเกิดการเคลื่อนที่ขึ้นด้านบน ซึ่งต่างจากแบบพื้นและเพดานทำความเย็น ที่อากาศเย็นได้รับความร้อนจากพื้นจึงลอยตัวขึ้นด้วยแรงลอยตัว (Buoyant force) ดังนั้นจึงทำให้แบบพื้นทำความเย็นต้องใช้อุณหภูมิการทำความเย็นที่อุณหภูมิต่ำกว่าแบบผนังและแบบเพดานทำความเย็นนั่นเอง และจากการที่พื้นทำความเย็นต้องใช้อุณหภูมิที่ต่ำกว่าแบบอื่นๆ จึงต้องสิ้นเปลืองพลังงานในการทำความเย็นที่มากกว่าด้วยเช่นกัน

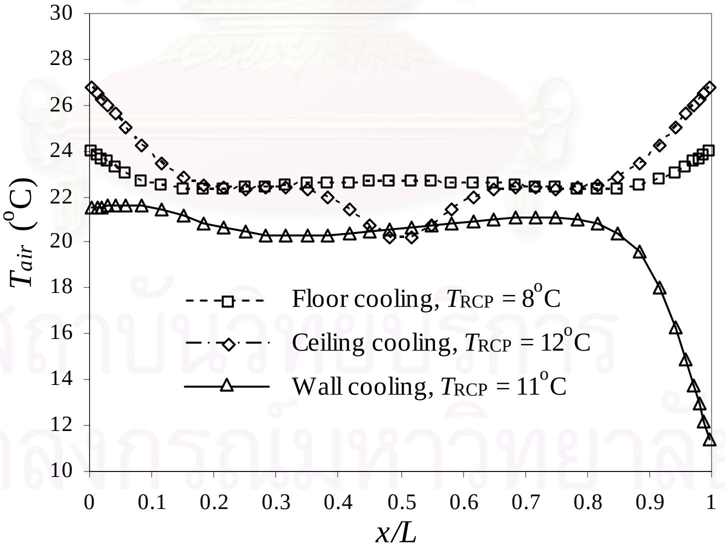
ตารางที่ 5.2 การเปรียบเทียบอุณหภูมิของแผ่นทำความเย็นในห้องปรับอากาศ
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อมีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้อง

คุณสมบัติที่เปรียบเทียบ	ตำแหน่งของแผ่นทำความเย็น		
	พื้น	ผนังด้านข้าง	เพดาน
อุณหภูมิของแผ่นทำความเย็นที่เหมาะสม	8°C	11°C	12°C

รูปที่ 5.14ก แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิอากาศในแนวนอนที่ระยะกึ่งกลางความสูงของห้องในแต่ละรูปแบบการทำความเย็น ซึ่งจะเห็นได้ว่าแบบผนังทำความเย็นมีความแตกต่างอุณหภูมิในแนวนอนที่สูงมากบริเวณผนังทำความเย็น ซึ่งบริเวณดังกล่าวมีอุณหภูมิอากาศค่อนข้างต่ำ ดังนั้นอาจจะทำให้ผู้ที่อยู่บริเวณนั้นเกิดความรู้สึกไม่สบายได้ ส่วนรูปที่ 5.14ข แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิอากาศในแนวดิ่งที่ระยะกึ่งกลางห้อง พบว่าแบบพื้นทำความเย็นมีความแตกต่างของอุณหภูมิในแนวดิ่งที่สูงมากเมื่อเทียบกับแบบอื่นๆ ซึ่งหากพิจารณาถึงคนที่ยืนอยู่บริเวณดังกล่าวแล้ว จะเห็นว่าอุณหภูมิบริเวณส่วนศีรษะมีค่าสูงกว่าบริเวณเท้ามาก ดังนั้นจึงอาจจะทำให้เกิดความรู้สึกไม่สบายได้

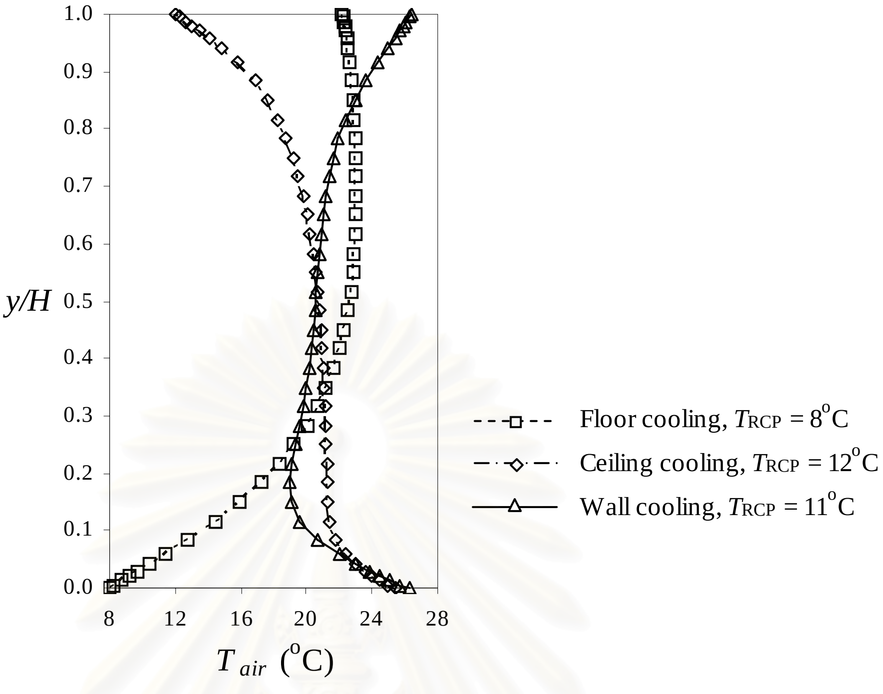
จากรูปที่ 5.15 จะเห็นว่าการติดตั้งเพดานทำความเย็น จะให้ความเร็วในการเคลื่อนที่ของอากาศสูงกว่าแบบพื้นและผนังทำความเย็น ซึ่งแบบพื้นทำความเย็นจะให้ความเร็วในการเคลื่อนที่ของอากาศต่ำตลอดทั้งห้อง

จากผลลัพธ์ที่ได้พิจารณามาทั้งหมด หากพิจารณาเลือกรูปแบบการติดตั้งแผ่นทำความเย็นที่เหมาะสมกับห้องรูปสี่เหลียมจัตุรัส เมื่อมีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้อง ควรเลือกใช้แบบเพดานทำความเย็น เพราะสามารถประหยัดพลังงานมากกว่าแบบอื่น ให้การกระจายอุณหภูมิที่เหมาะสมกับการใช้งานคลอบคลุมทั่วทั้งห้องปรับอากาศ



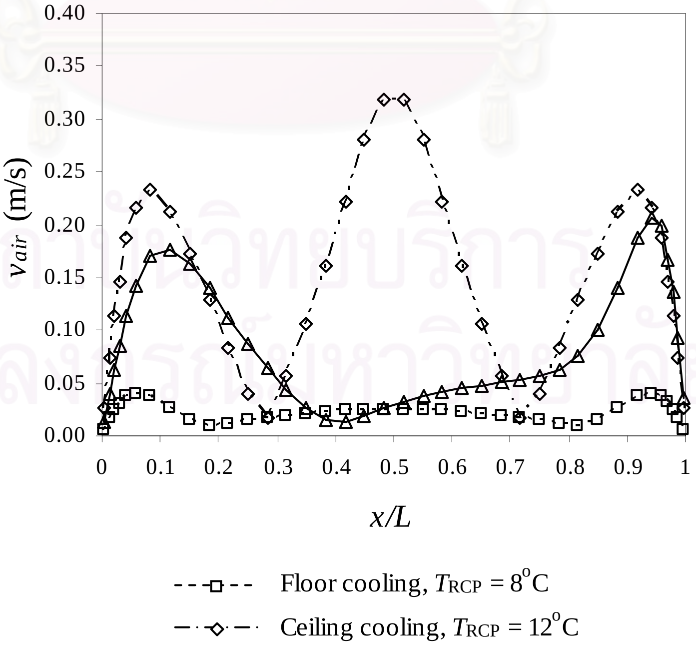
(ก)

รูปที่ 5.14 อุณหภูมิในห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อมีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้อง
(ก) ในแนวนอนที่ระยะ $y/H = 0.5$ (ข) ในแนวดิ่งที่ระยะ $x/L = 0.5$



(ข)

รูปที่ 5.14 (ต่อ) อุณหภูมิในห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อมีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้อง
(ก) ในแนวนอนที่ระยะ $y/H = 0.5$ (ข) ในแนวดิ่งที่ระยะ $x/L = 0.5$

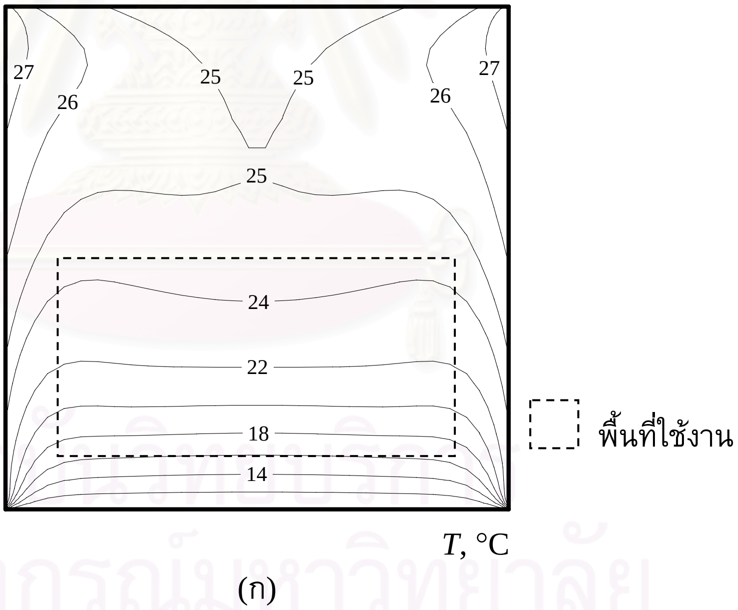


รูปที่ 5.15 ความเร็วสัมบูรณ์ของอากาศที่ระยะ $y/H = 0.5$ ของห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

2) มีการใช้งานเฉพาะส่วนครึ่งล่างของความสูงของห้องปรับอากาศ เช่น กรณีห้องโถงสูง ห้องขนาดใหญ่ ซึ่งไม่มีความจำเป็นที่จะต้องรักษาอุณหภูมิในบริเวณที่ไม่มีผู้อยู่อาศัย ดังนั้นจึงพิจารณาเฉพาะส่วนครึ่งล่างของความสูงของห้องปรับอากาศ โดยที่อุณหภูมิภายในพื้นที่ใช้งานจะต้องไม่เกิน 25°C

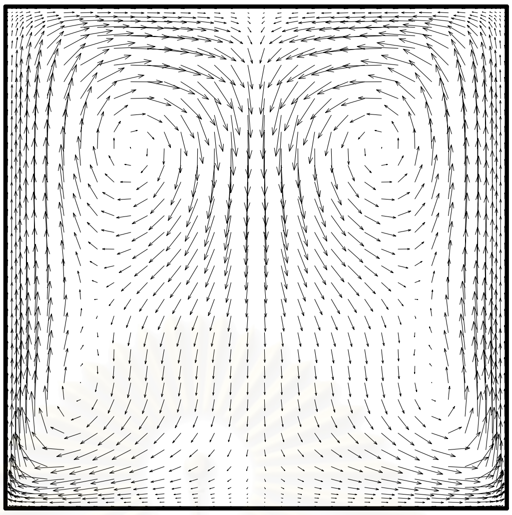
ก) พื้นทำความเย็น รูปแบบของห้องปรับอากาศที่นำมาพิจารณา มีลักษณะเช่นเดียวกับกรณีมีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้อง ดังแสดงในรูปที่ 5.8

จากรูปที่ 5.16 จะเห็นว่าเมื่อพิจารณาเฉพาะพื้นที่ใช้งานที่กำหนด อุณหภูมิสูงสุดของอากาศบริเวณดังกล่าวจะไม่เกิน 25°C ซึ่งสามารถใช้อุณหภูมิพื้นทำความเย็นที่ 10°C ได้ ส่วนบริเวณด้านบนของห้องมีอุณหภูมิเฉลี่ยของอากาศสูงกว่า 25°C ซึ่งไม่มีผู้อาศัยอยู่ในบริเวณนั้น แต่หากเพิ่มอุณหภูมิแผ่นทำความเย็นให้สูงขึ้นเป็น 11°C ก็จะได้ลักษณะการกระจายอุณหภูมิดังแสดงในรูปที่ 5.17 ซึ่งจะเห็นว่าพื้นที่มีอุณหภูมิ 11°C ไม่สามารถที่จะรักษาอุณหภูมิในพื้นที่ใช้งานไม่ให้เกิน 25°C ได้



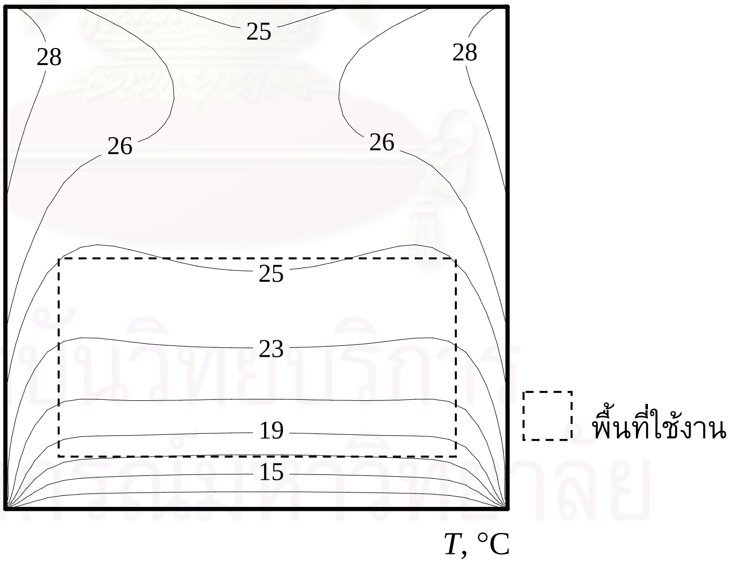
(ก)

รูปที่ 5.16 การพาความร้อนแบบอิสระในห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
ที่มีพื้นทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 10°C
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว



(ข)

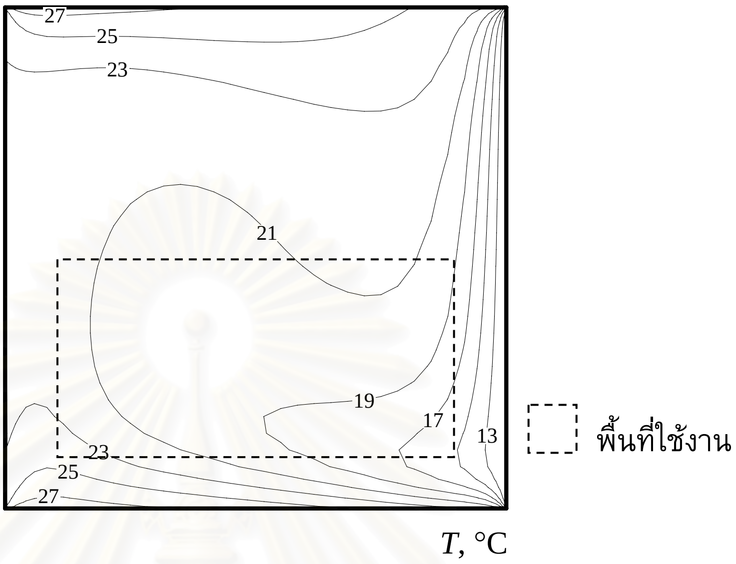
รูปที่ 5.16 (ต่อ) การพาความร้อนแบบอิสระในห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
มีพื้นทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 10°C
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว



รูปที่ 5.17 ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิในห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
ที่มีพื้นทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 11°C

ข) <u>ผนังทำความเย็น</u> รูปแบบของห้องปรับอากาศที่นำมาพิจารณา มีลักษณะเช่นเดียวกับกรณีมีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้อง ดังแสดงในรูปที่ 5.10

จากผลการวิเคราะห์พบว่าจะต้องใช้ผนังทำความเย็นที่อุณหภูมิ 11°C เช่นเดียวกับกรณีมีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้อง เพื่อที่จะรักษาอุณหภูมิในพื้นที่ใช้งานไม่ให้เกิน 25°C ดังแสดงในรูปที่ 5.18

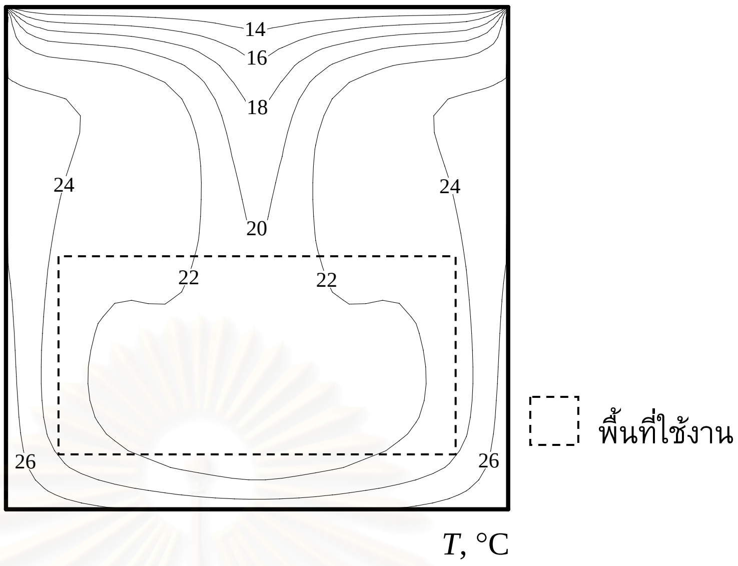


รูปที่ 5.18 ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิในห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีผนังทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 11°C

ค) <u>เพดานทำความเย็น</u> รูปแบบของห้องปรับอากาศที่นำมาพิจารณา มีลักษณะเช่นเดียวกับกรณีมีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้อง ดังแสดงในรูปที่ 5.12

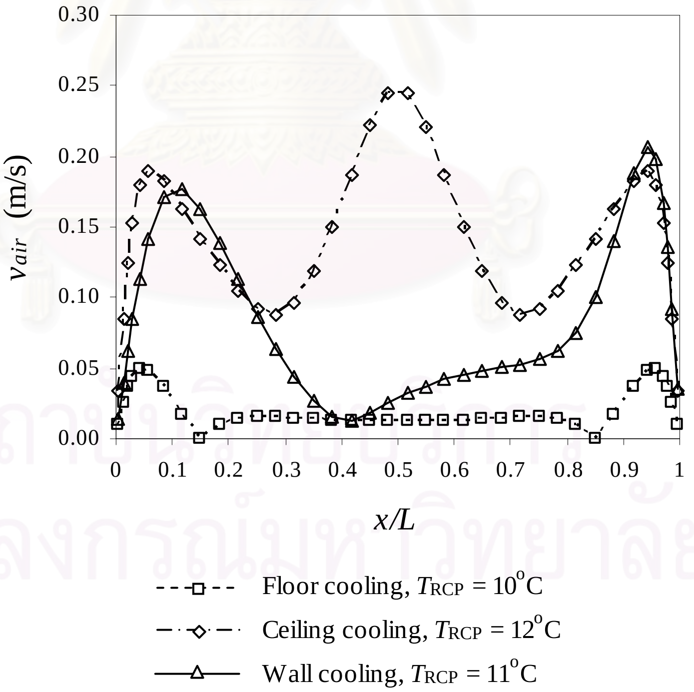
เมื่อพิจารณาเฉพาะบริเวณด้านล่างของห้องปรับอากาศ จะเห็นว่าต้องใช้อุณหภูมิเพดานทำความเย็นคงที่เท่ากับ 12°C จึงจะสามารถรักษาอุณหภูมิในพื้นที่ใช้งานไม่ให้เกิน 25°C ได้ ดังแสดงในรูปที่ 5.19 ส่วนด้านบนของห้องมีอุณหภูมิอยู่ที่ประมาณ 12°C ถึง 20°C ซึ่งบริเวณนั้นไม่มีผู้อยู่อาศัย จึงไม่มีความจำเป็นที่จะต้องควบคุมอุณหภูมิแต่อย่างใด

เมื่อเปรียบเทียบอุณหภูมิแผ่นทำความเย็นของแต่ละรูปแบบการติดตั้ง ที่สามารถรักษาอุณหภูมิเฉพาะส่วนครึ่งล่างของห้องไว้ได้ไม่เกิน 25°C จะเห็นได้ว่าแบบเพดานทำความเย็นต้องใช้อุณหภูมิ 12°C เท่าเดิม ส่วนแบบพื้นทำความเย็น สามารถเพิ่มอุณหภูมิได้จาก 8°C เป็น 10°C และแบบผนังทำความเย็นจะต้องใช้อุณหภูมิเท่าเดิมที่ 11°C ดังแสดงในตารางที่ 5.3 จึงสรุปได้ว่าแบบเพดานทำความเย็นยังคงประหยัดพลังงานมากกว่าแบบพื้นและแบบผนังทำความเย็น ส่วนรูปที่ 5.21 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิอากาศทั้งในแนวนอนและในแนวดิ่งของแต่ละรูปแบบการทำความเย็น เมื่อมีการใช้งานเฉพาะส่วนครึ่งล่างของห้อง

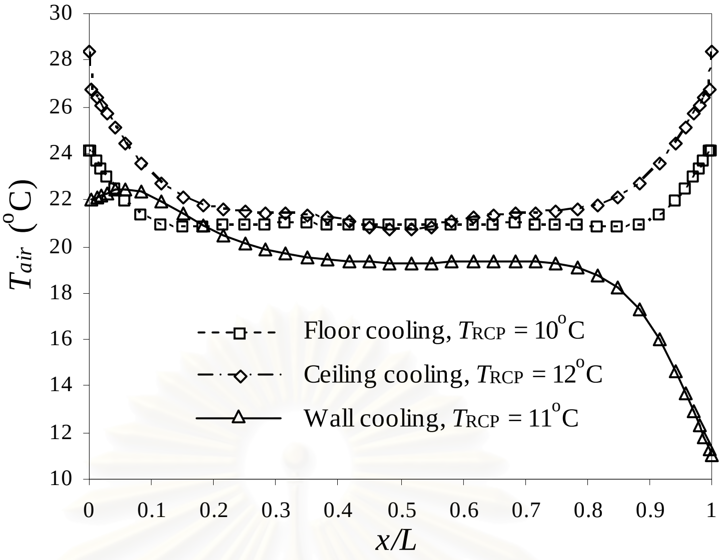


(ก)

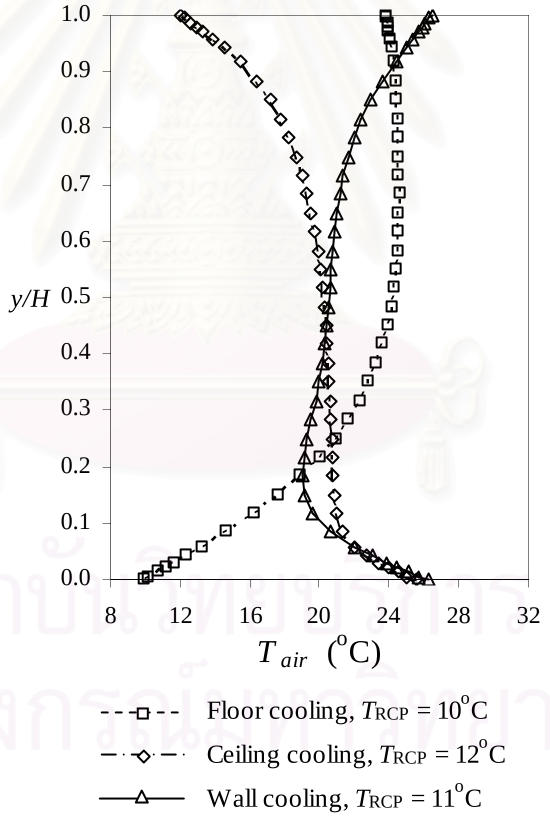
รูปที่ 5.19 ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิในห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีเพดานทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 12°C



รูปที่ 5.20 ความเร็วสัมบูรณ์ของอากาศที่ระยะ $y/H = 0.25$ ของห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.21 อุณหภูมิในห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อมีการใช้งานเฉพาะส่วนครึ่งล่างของห้อง

(ก) ในแนวนอนที่ระยะ y/H = 0.25 (ข) ในแนวดิ่งที่ระยะ x/L = 0.5

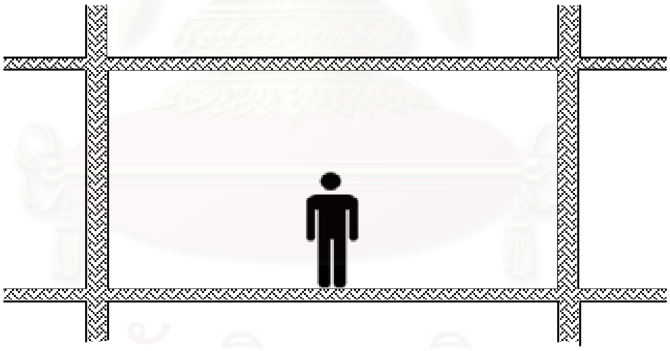
ตารางที่ 5.3 การเปรียบเทียบอุณหภูมิของแผ่นทำความเย็นในห้องปรับอากาศ
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อมีการใช้งานเฉพาะส่วนครึ่งล่างของห้อง

คุณสมบัติที่เปรียบเทียบ	ตำแหน่งของแผ่นทำความเย็น		
	พื้น	ผนังด้านข้าง	เพดาน
อุณหภูมิของแผ่นทำความเย็นที่เหมาะสม	10°C	11°C	12°C

5.3.2 ห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง

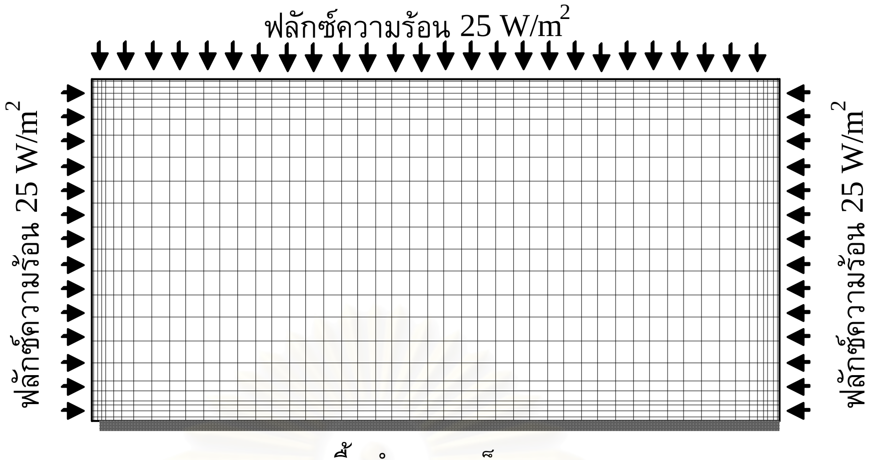
สำหรับห้องปรับอากาศที่มีผู้อยู่อาศัยร่วมกันจำนวนมาก เช่น โรงละคร ห้องโถง ห้องประชุม ห้องทำงานรวม หรือห้างสรรพสินค้า มักจะมีลักษณะยาว ดังแสดงในรูปที่ 5.22 ซึ่งในการวิเคราะห์รูปแบบการติดตั้งแผ่นทำความเย็น จะพิจารณาทั้งกรณีที่มีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้องปรับอากาศ และกรณีที่มีการใช้งานเฉพาะส่วนครึ่งล่างของห้อง

1) มีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้องปรับอากาศ พิจารณาหาอุณหภูมิและรูปแบบการติดตั้งแผ่นทำความเย็นที่ทำให้อุณหภูมิสูงสุดภายในพื้นที่ใช้งานไม่เกิน 25°C



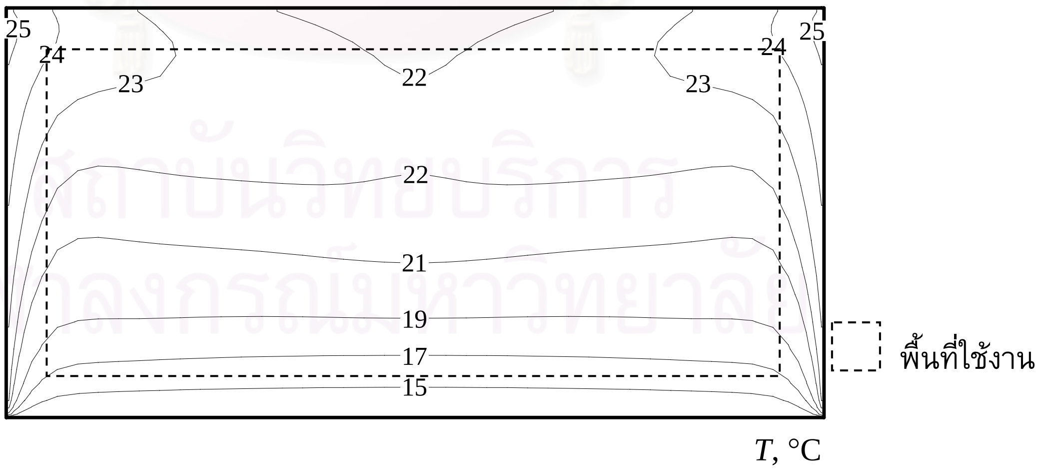
รูปที่ 5.22 ห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง

ก) <u>พื้นทำความเย็น</u> พิจารณาห้องที่มีพื้นทำความเย็น และมีอุณหภูมิสม่ำเสมอ ส่วนผนังด้านข้างและเพดานมีฟลักซ์ความร้อนเข้ามาในห้อง โดยแบ่งกริดในห้องเท่ากับ 50×25 ช่อง ดังแสดงในรูปที่ 5.23



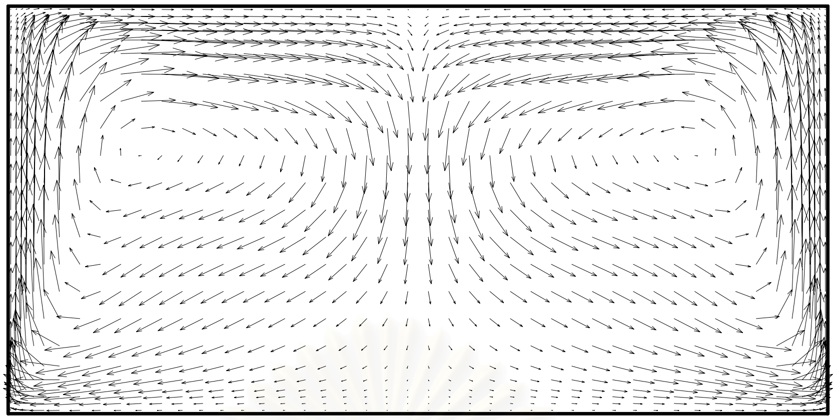
รูปที่ 5.23 กริดการคำนวณและเงื่อนไขขอบสำหรับห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง
ที่มีพื้นทำความเย็น

เมื่อพิจารณาให้มีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้องปรับอากาศแบบโถงกว้างที่มีการปรับอากาศแบบพื้นทำความเย็น จะเห็นว่าต้องใช้อุณหภูมิพื้นทำความเย็นที่ 13°C จึงจะรักษาอุณหภูมิภายในพื้นที่ใช้งานไม่ให้เกิน 25°C ไว้ได้ สำหรับเวกเตอร์ความเร็วของอากาศมีลักษณะเช่นเดียวกับห้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังแสดงในรูปที่ 5.24 ส่วนข้อเสียที่พบในการปรับอากาศแบบพื้นทำความเย็นของห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง มีลักษณะเดียวกับกรณีห้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือ ที่บริเวณด้านล่างของห้องจะมีอุณหภูมิอากาศค่อนข้างต่ำ ไม่เหมาะสมกับการใช้งานในพื้นที่ปรับอากาศ



(ก)

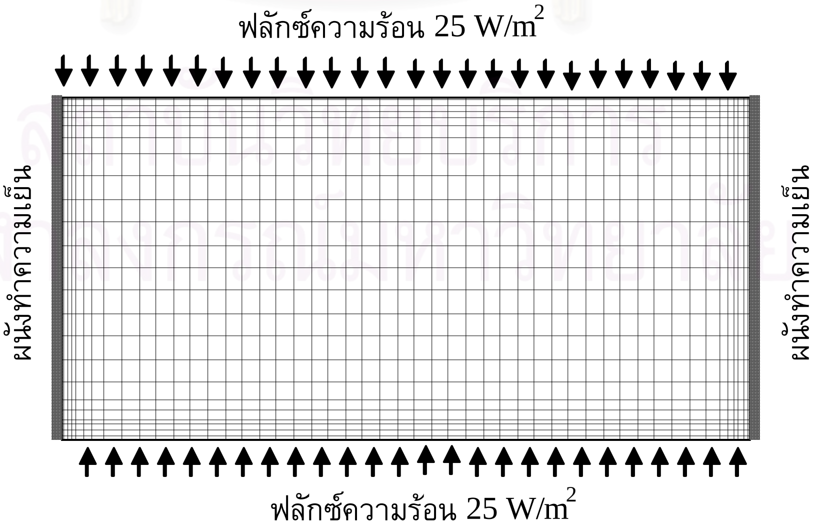
รูปที่ 5.24 การพาความร้อนแบบอิสระในห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง
ที่มีพื้นทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 13°C
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว



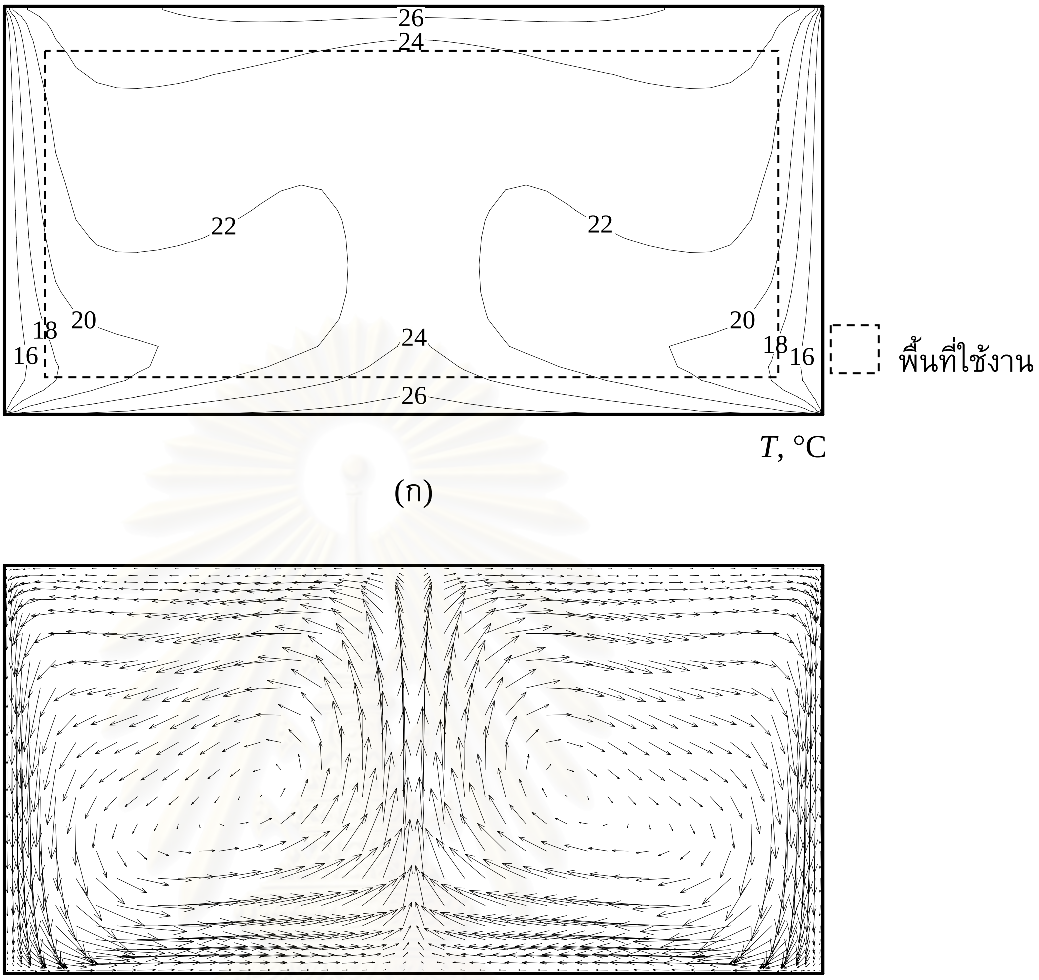
รูปที่ 5.24 (ต่อ) การพาความร้อนแบบอิสระในห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง
มีพื้นทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 13°C
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว

ข) <u>ผนังทำความเย็น</u> พิจารณาห้องโถงที่มีผนังทำความเย็นทั้งสองด้านและมีอุณหภูมิสม่ำเสมอ ส่วนพื้นและเพดานมีฟลักซ์ความร้อนเข้ามาในห้อง โดยแบ่งกริดในห้องเท่ากับ 50×25 ช่อง ตามรูปที่ 5.25

จากรูปที่ 5.26 จะเห็นว่าต้องใช้อุณหภูมิของผนังทำความเย็นที่ 14°C จึงจะรักษาอุณหภูมิภายในพื้นที่ใช้งานไม่ให้เกิน 25°C ไว้ได้ แต่จะเห็นว่าที่บริเวณใกล้กับผนังทำความเย็นจะมีอุณหภูมิค่อนข้างต่ำ ไม่เหมาะสมกับการใช้งานในพื้นที่ปรับอากาศ ส่วนเวกเตอร์ความเร็วของอากาศแสดงการไหลวนสองบริเวณสมมาตรซ้ายขวากัน โดยมีจุดศูนย์กลางอยู่บริเวณกึ่งกลางความสูงของห้อง



รูปที่ 5.25 กริดการคำนวณและเงื่อนไขขอบสำหรับห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง
ที่มีผนังทำความเย็น

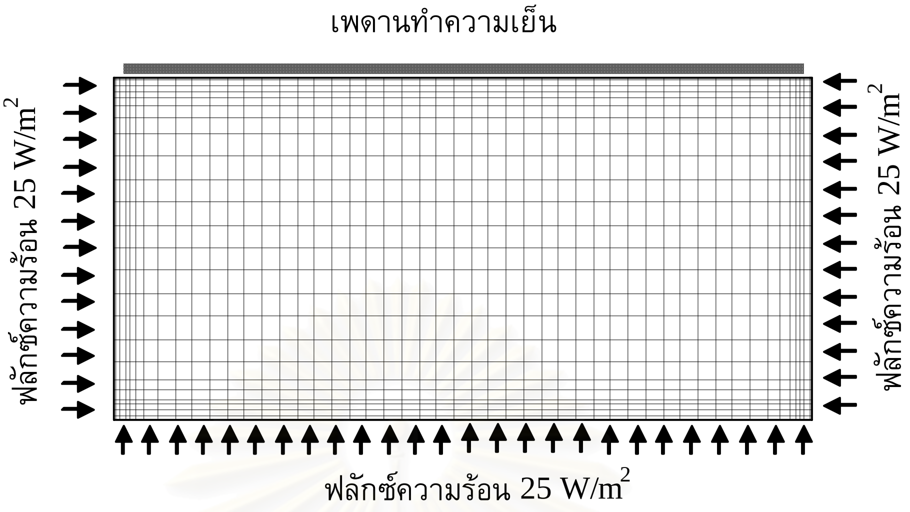


(ก)

(ข)

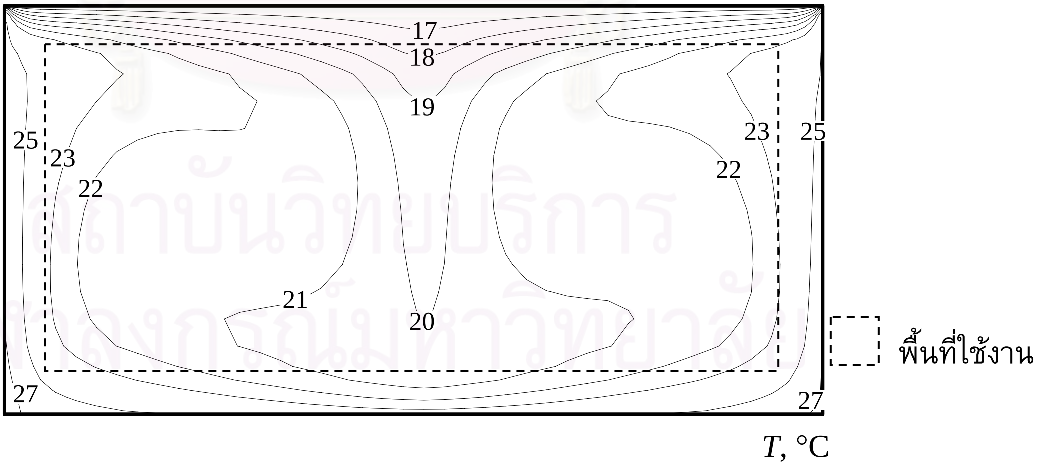
รูปที่ 5.26 การพาความร้อนแบบอิสระในห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง
ที่มีผนังทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 14°C
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว

ค) เพดานทำความเย็น พิจารณาห้องโถงที่มีเพดานทำความเย็นและมีอุณหภูมิสม่ำเสมอ ส่วนผนังด้านข้างและพื้นมีฟลักซ์ความร้อนเข้ามาในห้อง โดยแบ่งกริดในห้องเท่ากับ 50×25 ช่อง ตามรูปที่ 5.27



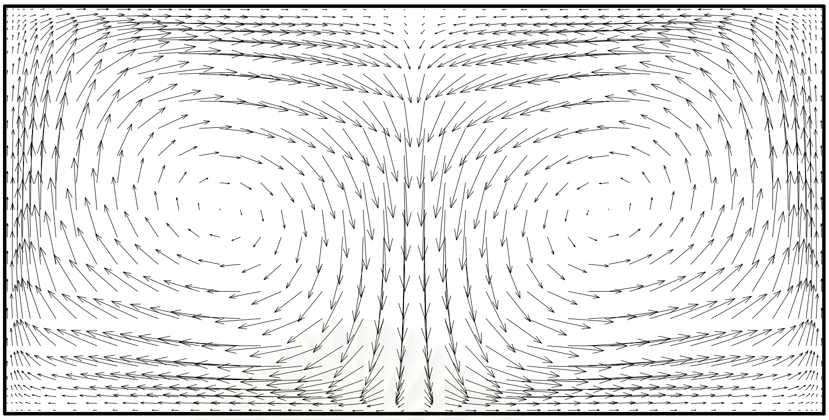
รูปที่ 5.27 กริดการคำนวณและเงื่อนไขขอบสำหรับห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง
ที่มีเพดานทำความเย็น

จากรูปที่ 5.28 จะเห็นว่าสามารถเพิ่มอุณหภูมิของเพดานทำความเย็นได้เป็น 16°C ในการควบคุมอุณหภูมิภายในพื้นที่ใช้งานไม่ให้เกิน 25°C สำหรับบริเวณด้านบนของห้องซึ่งมีอุณหภูมิอยู่ที่ 16°C ถึง 19°C นั้นจัดว่าเป็นบริเวณที่ไม่มีผู้อยู่อาศัย ส่วนเวกเตอร์ความเร็วของอากาศแสดงการไหลวนสองบริเวณ สมมาตรซ้ายและขวากัน คล้ายกับแบบผนังทำความเย็นแต่ทิศทางการไหลจะตรงข้ามกัน



(ก)

รูปที่ 5.28 การพาความร้อนแบบอิสระในห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง
มีเพดานทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 16°C
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว



(ข)

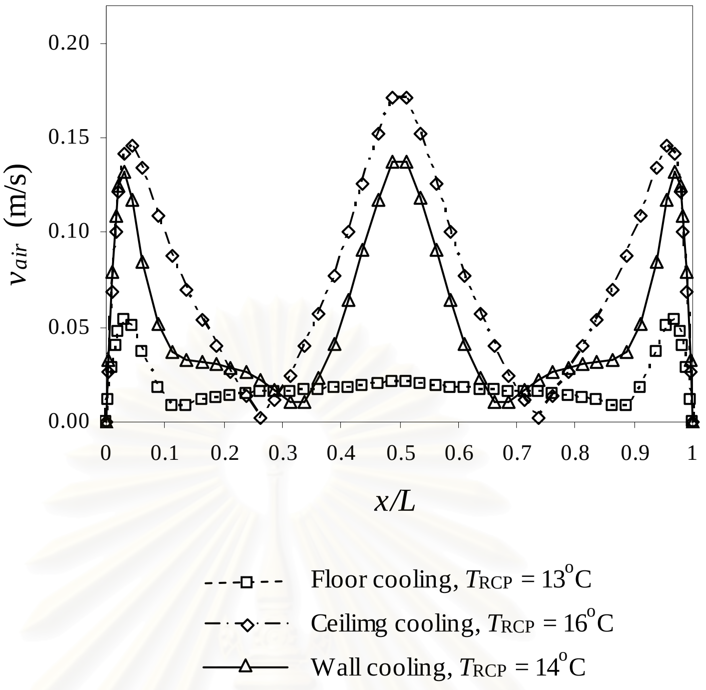
รูปที่ 5.28 (ต่อ)การพาความร้อนแบบอิสระในห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง
มีเพดานทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 16°C
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว

จากการเปรียบเทียบอุณหภูมิของแผ่นทำความเย็นที่สามารถรักษาอุณหภูมิภายในพื้นที่ใช้งานไม่ให้เกิน 25°C ภายใต้เงื่อนไขที่มีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้องนั้น พบว่าเพดานทำความเย็นสามารถเลือกใช้อุณหภูมิได้สูงกว่าแบบผนังและพื้นทำความเย็นถึง 2°C และ 3°C ตามลำดับ ดังแสดงในตารางที่ 5.4 จึงทำให้ประหยัดพลังงานในการทำความเย็นมากกว่าแบบอื่นๆ

ตารางที่ 5.4 การเปรียบเทียบอุณหภูมิของแผ่นทำความเย็นในห้องปรับอากาศ
แบบโถงกว้าง เมื่อมีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้อง

คุณสมบัติที่เปรียบเทียบ	ตำแหน่งของแผ่นทำความเย็น		
	พื้น	ผนังด้านข้าง	เพดาน
อุณหภูมิของแผ่นทำความเย็นที่เหมาะสม	13°C	14°C	16°C

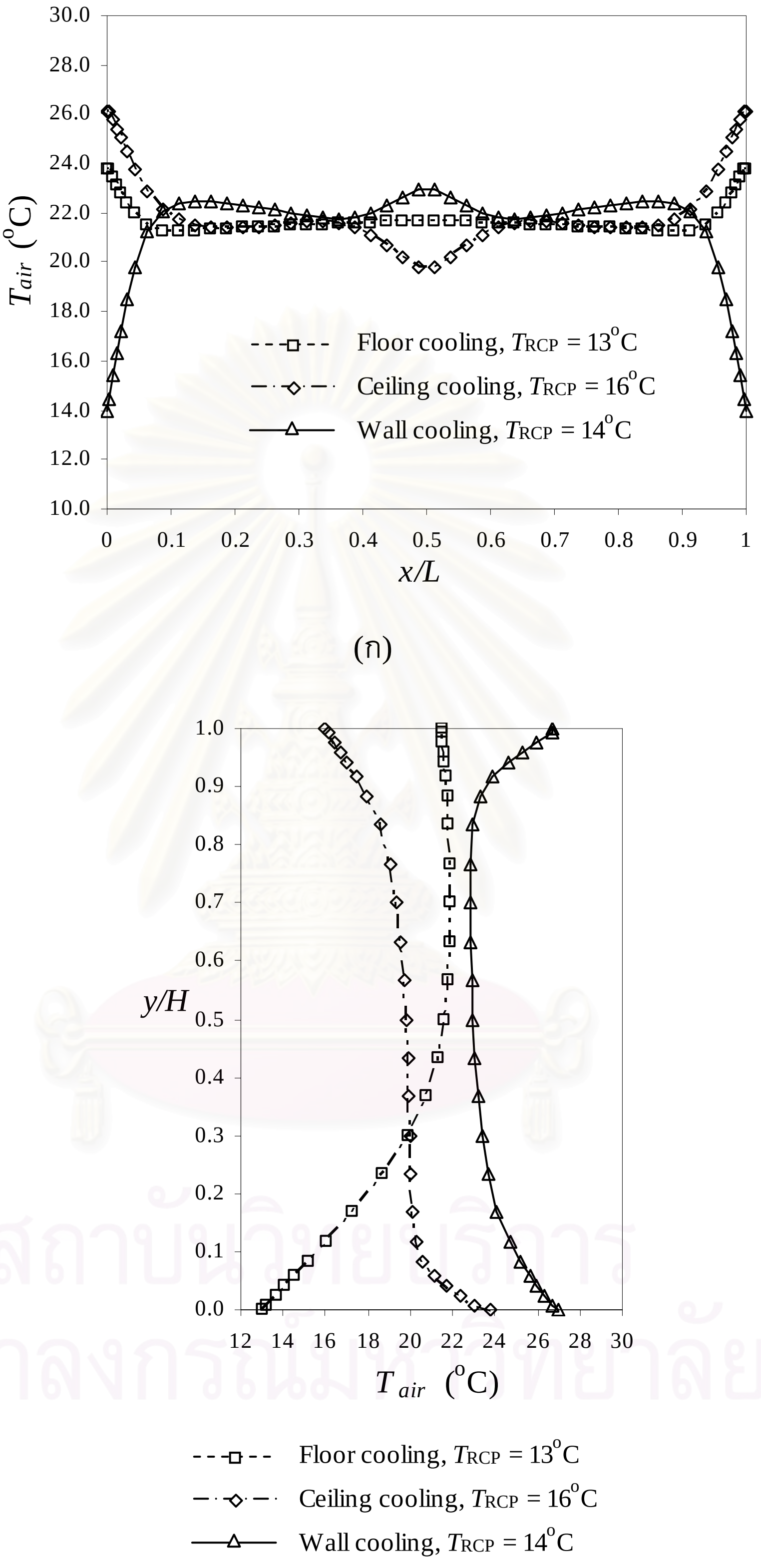
เมื่อเปรียบเทียบความเร็วของอากาศในห้องของแต่ละรูปแบบการทำความเย็นพบว่าแบบพื้นทำความเย็นให้การเคลื่อนที่ของอากาศที่ค่อนข้างต่ำตลอดทั้งห้อง ยกเว้นบริเวณชิดผนังด้านข้าง ส่วนแบบเพดานและผนังทำความเย็นนั้น ให้ความเร็วในการเคลื่อนที่ของอากาศสูงทั่วทั้งบริเวณห้อง และมีความเร็วใกล้เคียงกันทั้งสองแบบ ดังแสดงในรูปที่ 5.29



รูปที่ 5.29 ความเร็วสัมบูรณ์ของอากาศที่ระยะ *y/H* = 0.5 ของห้องปรับอากาศ แบบโถงกว้าง

รูปที่ 5.30 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิของอากาศทั้งในแนวนอนและในแนวดิ่ง ของแต่ละรูปแบบการทำความเย็น จะเห็นว่าทุกแบบมีการกระจายอุณหภูมิในแนวนอนค่อนข้างสม่ำเสมอใกล้เคียงกัน ส่วนบริเวณใกล้กับผนังนั้น แม้ว่าอุณหภูมิจะสูงหรือต่ำไป แต่ก็ถือว่าเป็นบริเวณที่ไม่มีผู้อยู่อาศัยแต่อย่างใด ส่วนการกระจายอุณหภูมิในแนวดิ่งที่ระยะกึ่งกลางห้องนั้น แบบเพดานและแบบผนังทำความเย็นให้ความแตกต่างของอุณหภูมิในแนวดิ่งค่อนข้างน้อย แต่แบบพื้นทำความเย็นให้ความแตกต่างของอุณหภูมิในแนวดิ่งค่อนข้างมาก ซึ่งหากพิจารณาถึงคนที่ยืนอยู่บริเวณดังกล่าวแล้ว จะเห็นว่าอุณหภูมิบริเวณส่วนศีรษะมีค่าสูงกว่าบริเวณเท้ามาก ดังนั้นจึงอาจจะทำให้เกิดความรู้สึกไม่สบายได้

ดังนั้นจากข้อมูลที่กล่าวมาทั้งหมดทำให้สรุปได้ว่าระบบปรับอากาศสำหรับห้องโถงกว้างที่ต้องการใช้งานเต็มพื้นที่นั้น แบบเพดานทำความเย็นเป็นแบบที่มีความเหมาะสมมากที่สุด เนื่องจากสามารถประหยัดพลังงาน ให้การเคลื่อนที่ของอากาศ และ ให้การกระจายอุณหภูมิทั้งในแนวดิ่งและในแนวนอนที่สม่ำเสมอมากที่สุด



(ก)

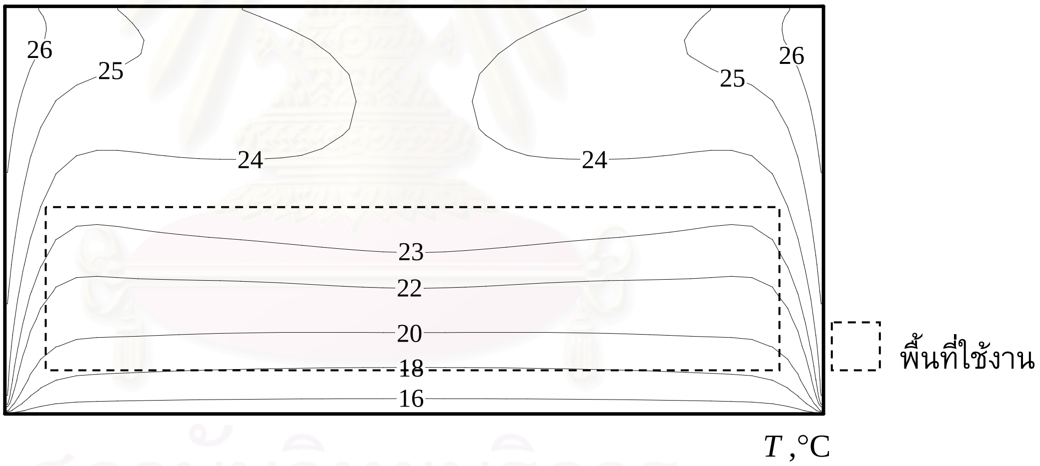
(ข)

รูปที่ 5.30 อุณหภูมิในห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง เมื่อมีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้อง
(ก) ในแนวนอนที่ระยะ y/H = 0.5 (ข) ในแนวดิ่งที่ระยะ x/L = 0.5

2) มีการใช้เฉพาะส่วนครึ่งล่างของห้องปรับอากาศ ในการใช้งานจริงนั้น ห้องโถงกว้างไม่มีความจำเป็นที่จะต้องใช้งานบริเวณด้านบนของห้อง เนื่องจากบริเวณนั้นไม่มีผู้อยู่อาศัยแต่อย่างใด ดังนั้นในหัวข้อนี้จึงวิเคราะห์เฉพาะส่วนครึ่งล่างของความสูงห้องปรับอากาศที่อุณหภูมิสูงสุดภายในพื้นที่ใช้งานไม่เกิน 25°C เพื่อหาอุณหภูมิและรูปแบบการติดตั้งแผ่นทำความเย็นที่เหมาะสมกับการใช้งาน

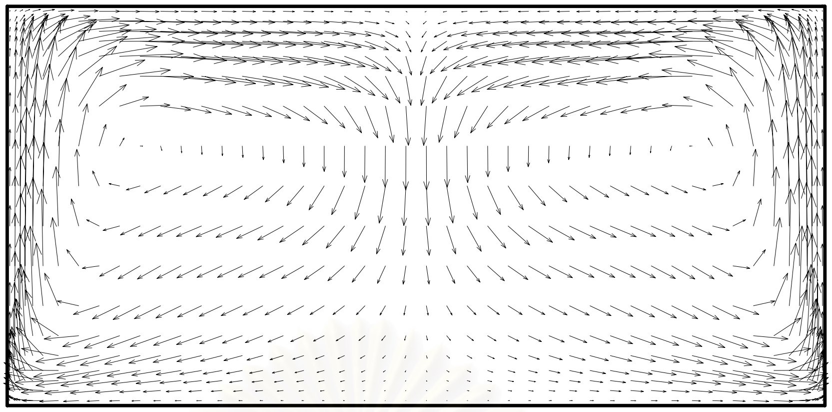
ก) <u>พื้นทำความเย็น</u> รูปแบบของห้องปรับอากาศที่นำมาพิจารณา มีลักษณะเช่นเดียวกับกรณีที่มีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้อง ดังแสดงในรูปที่ 5.23

เมื่อพิจารณาให้มีการใช้งานเฉพาะส่วนครึ่งล่างของความสูงห้องปรับอากาศนั้น จะเห็นว่าแบบพื้นทำความเย็นสามารถเพิ่มอุณหภูมิจาก 13°C เป็น 15°C ได้ ซึ่งอุณหภูมิบริเวณที่ใช้งานจะมีค่าไม่เกิน 25°C ดังแสดงในรูปที่ 5.31 แต่หากเพิ่มอุณหภูมิพื้นทำความเย็นเป็น 16°C ก็จะไม่สามารถรักษาอุณหภูมิในพื้นที่ใช้งานไม่ให้เกิน 25°C ได้ ดังแสดงในรูปที่ 5.32



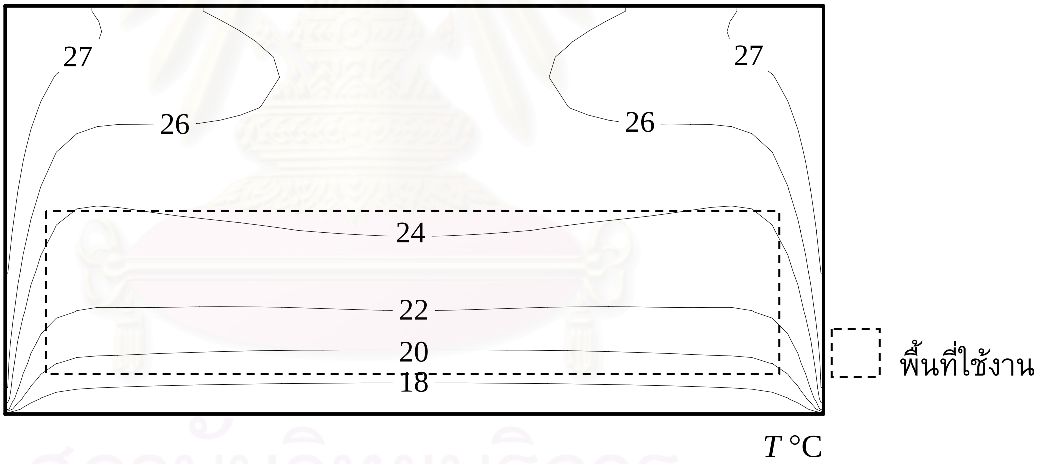
(ก)

รูปที่ 5.31 การพาความร้อนแบบอิสระในห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง
ที่มีพื้นทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 15°C
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว



(ข)

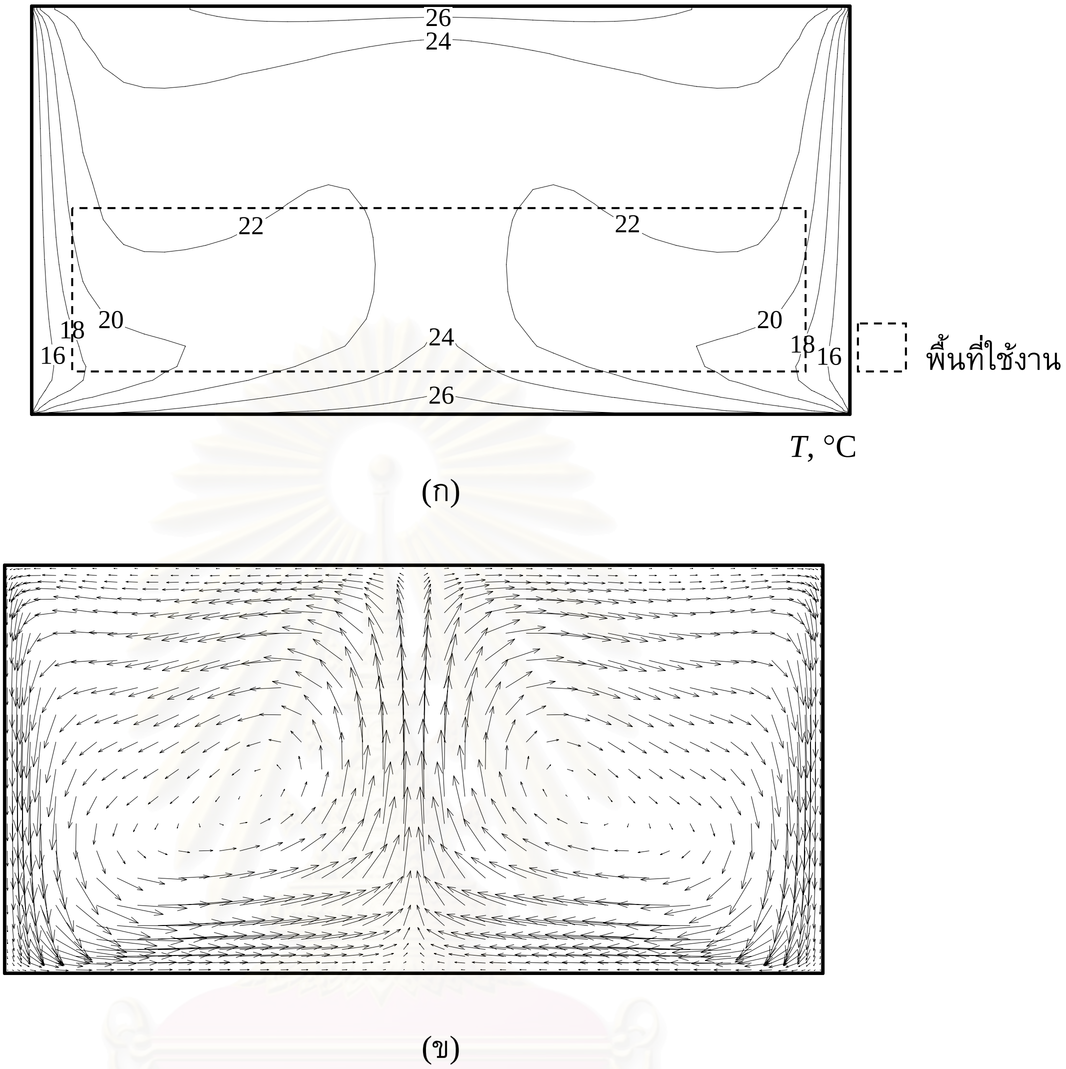
รูปที่ 5.31 (ต่อ) การพาความร้อนแบบอิสระในห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง
ที่มีพื้นทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 15°C
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว



รูปที่ 5.32 ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิในห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง
ที่มีพื้นทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 16°C

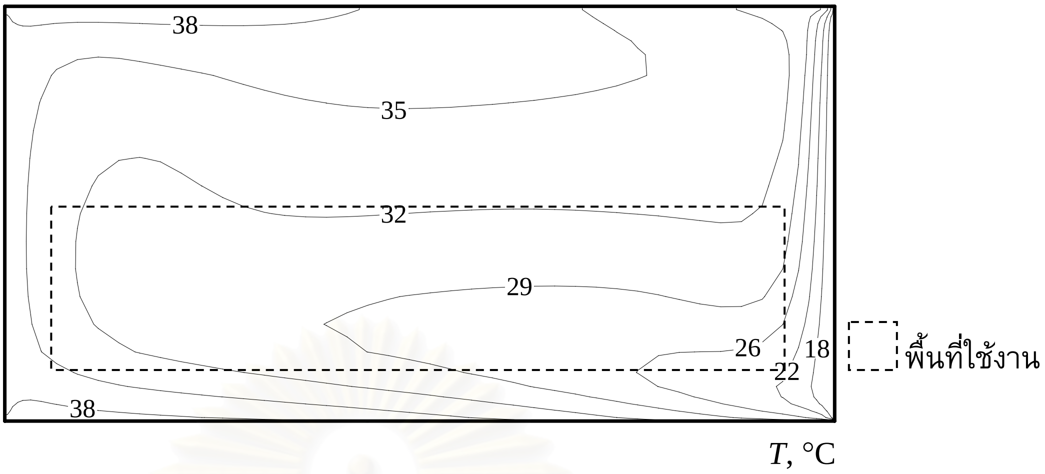
ข) <u>ผนังทำความเย็น</u> รูปแบบของห้องปรับอากาศที่นำมาพิจารณา มีลักษณะเช่นเดียวกับกรณีมีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้อง ดังแสดงในรูปที่ 5.25

จากรูปที่ 5.33 เมื่อพิจารณาให้มีการใช้งานเฉพาะส่วนครึ่งล่างของความสูงห้องปรับอากาศนั้นจะต้องใช้อุณหภูมิแผ่นทำความเย็นเท่าเดิมที่ 14°C จึงจะสามารถรักษาอุณหภูมิสูงสุดภายในพื้นที่ใช้งานไม่เกิน 25°C ไว้ได้



รูปที่ 5.33 การพาความร้อนแบบอิสระในห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง
ที่มีผนังทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 14°C
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว

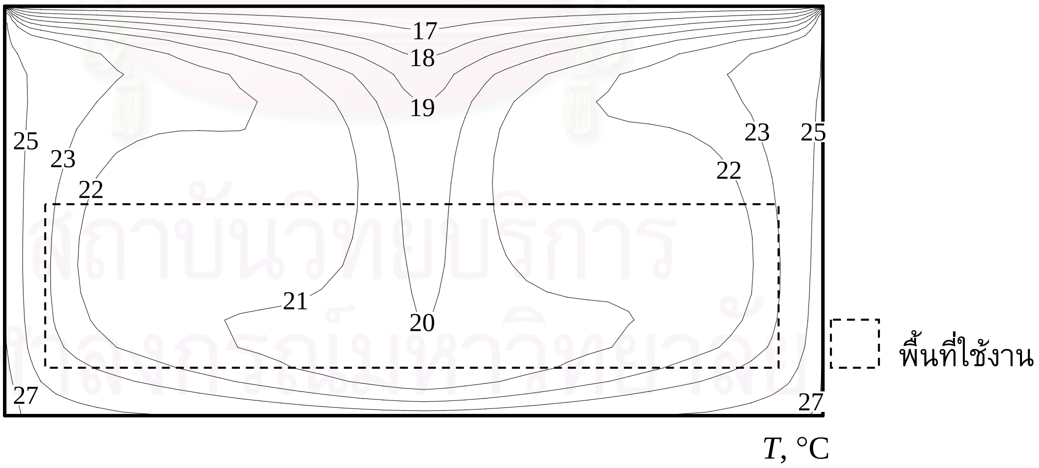
เมื่อพิจารณาให้มีการติดตั้งแผ่นทำความเย็นที่ผนังเพียงแค่ด้านเดียว ดังแสดงในรูปที่ 5.34 จะพบว่าผนังทำความเย็นเพียงด้านเดียวสำหรับห้องโถงกว้าง ไม่สามารถที่จะควบคุมอุณหภูมิภายในพื้นที่ใช้งานให้อยู่ที่ 25°C ไว้ได้ เนื่องจากพื้นที่ของแผ่นทำความเย็นมีน้อยเกินไป จนทำให้การแลกเปลี่ยนความร้อนทำได้ไม่เพียงพอนั่นเอง



รูปที่ 5.34 ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิในห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง
ที่มีผนังทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 13°C ด้านเดียว

ค) <u>เพดานทำความเย็น</u> รูปแบบของห้องปรับอากาศที่นำมาพิจารณา มีลักษณะเช่นเดียวกับกรณีที่มีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้อง ดังแสดงในรูปที่ 5.27

จากรูปที่ 5.35 จะเห็นว่าต้องใช้ผนังทำความเย็นที่อุณหภูมิ 16 °C เช่นเดียวกับกรณีที่มีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้อง เพื่อที่จะรักษาอุณหภูมิในบริเวณพื้นที่ใช้งานไว้ไม่ให้เกิน 25 °C



รูปที่ 5.35 ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิในห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง
ที่มีเพดานทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 16°C

จากนั้นทำการเปรียบเทียบอุณหภูมิของแผ่นทำความเย็นที่สามารถควบคุมอุณหภูมิภายในพื้นที่ใช้งานไม่ให้เกิน 25°C เมื่อมีการใช้งานเฉพาะส่วนครึ่งล่างของห้องแบบโถงกว้าง

ดังแสดงในตารางที่ 5.5 ซึ่งจะพบว่าแบบผนังและแบบเพดานทำความเย็นต้องใช้อุณหภูมิแผ่นทำความเย็นเท่าเดิม ส่วนแบบพื้นทำความเย็นสามารถเพิ่มอุณหภูมิแผ่นทำความเย็นจาก 13°C เป็น 15°C ซึ่งสามารถสรุปได้ว่าแบบผนังทำความเย็นนั้นต้องสิ้นเปลืองพลังงานในการทำความเย็นมากที่สุด ส่วนแบบเพดานทำความเย็นยังคงประหยัดพลังงานมากที่สุด

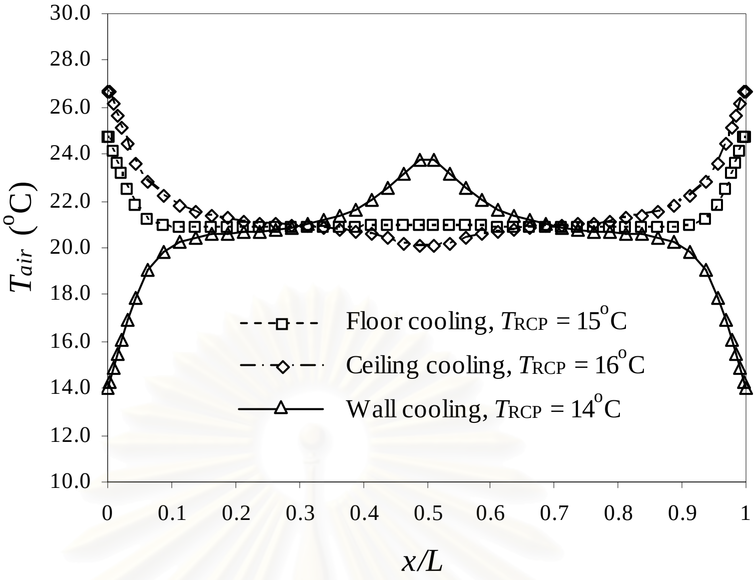
ตารางที่ 5.5 การเปรียบเทียบอุณหภูมิของแผ่นทำความเย็นในห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง เมื่อมีการใช้งานเฉพาะส่วนครึ่งล่างของห้อง

คุณสมบัติที่เปรียบเทียบ	ตำแหน่งของแผ่นทำความเย็น		
	พื้น	ผนังด้านข้าง	เพดาน
อุณหภูมิของแผ่นทำความเย็นที่เหมาะสม	15°C	14°C	16°C

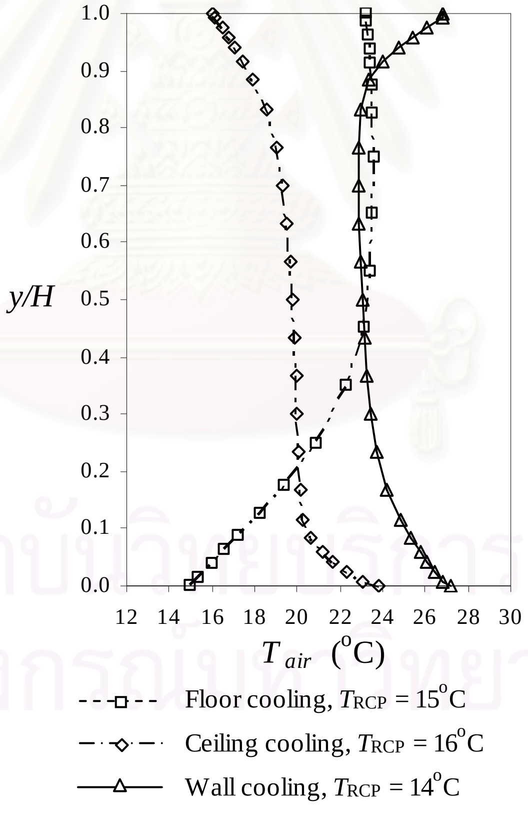
จากรูปที่ 5.36 แสดงการเปรียบเทียบการกระจายอุณหภูมิของอากาศทั้งในแนวนอนและในแนวดิ่งของแต่ละรูปแบบการทำความเย็น จะเห็นว่าแบบผนังทำความเย็นนั้นมีความแตกต่างของอุณหภูมิในแนวนอนที่สูงมาก ส่วนแบบพื้นและเพดานทำความเย็นมีการกระจายอุณหภูมิในแนวนอนค่อนข้างสม่ำเสมอ และเมื่อพิจาณาการกระจายอุณหภูมิในแนวดิ่ง จะเห็นว่าทุกแบบมีความแตกต่างของอุณหภูมิในแนวดิ่งค่อนข้างมาก โดยเฉพาะแบบพื้นทำความเย็น

เมื่อพิจารณาความเร็วของอากาศที่ระยะ $y/H = 0.25$ ของห้อง ดังแสดงในรูปที่ 5.37 จะเห็นว่าแบบพื้นทำความเย็นให้การเคลื่อนที่ของอากาศที่ช้ามากในบริเวณกึ่งกลางห้อง แต่จะให้ความเร็วสูงขึ้นบริเวณใกล้กับผนัง ส่วนแบบเพดานและผนังจะให้ความเร็วในการเคลื่อนที่ของอากาศค่อนข้างสูงและสม่ำเสมอใกล้เคียงกัน

จากข้อมูลที่ได้ศึกษามาทั้งหมดทำให้สรุปได้ว่าระบบปรับอากาศสำหรับห้องโถงกว้างที่ต้องการใช้งานเฉพาะส่วนครึ่งล่างของห้องนั้น แบบเพดานทำความเย็นเป็นแบบที่มีความเหมาะสมมากที่สุด เนื่องจากสามารถประหยัดพลังงาน ให้การเคลื่อนที่ของอากาศ และให้การกระจายอุณหภูมิทั้งในแนวดิ่งและในแนวนอนที่สม่ำเสมอมากที่สุด แต่ทั้งนี้หากมีการใช้งานในพื้นที่ที่ต่ำลงมาอีก ก็จะสามารถเลือกใช้แบบพื้นทำความเย็นที่อุณหภูมิที่สูงขึ้นได้ และสามารถประหยัดพลังงานในการทำความเย็นลงได้อีกด้วย

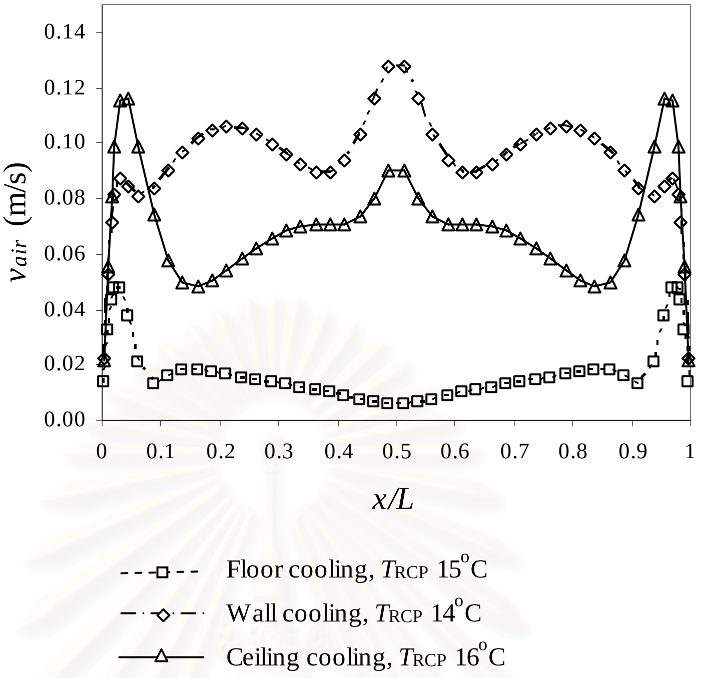


(ก)



(ข)

รูปที่ 5.36 อุณหภูมิในห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง เมื่อมีการใช้งานเฉพาะส่วนครึ่งล่างของห้อง
(ก) ในแนวนอนที่ระยะ y/H = 0.25 (ข) ในแนวดิ่งที่ระยะ x/L = 0.5

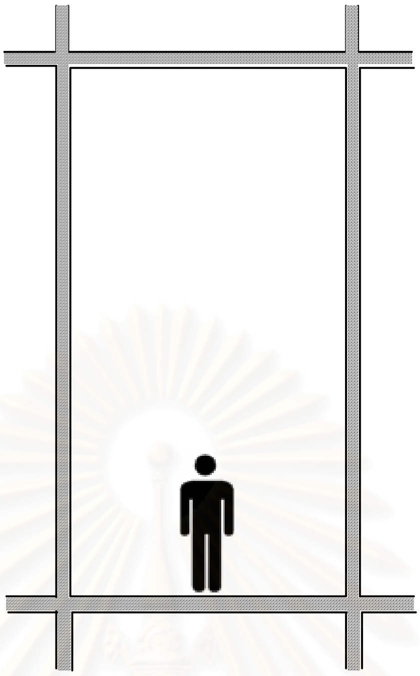


รูปที่ 5.37 ความเร็วสัมบูรณ์ของอากาศที่ระยะ y/H = 0.25 ของห้องปรับอากาศแบบโถงกว้าง

5.3.3 ห้องปรับอากาศแบบโถงสูง

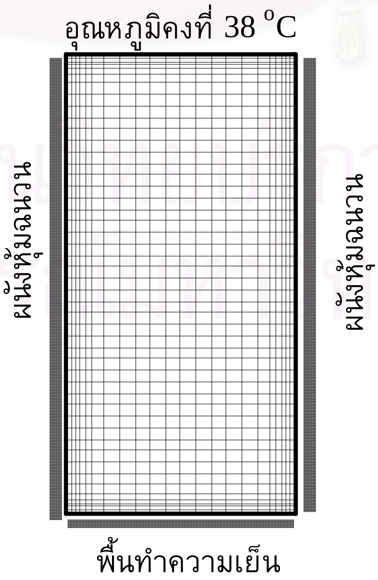
สำหรับห้องปรับอากาศที่มีลักษณะเป็นโถงสูง ดังแสดงในรูปที่ 5.38 มักจะเป็นห้องที่อยู่บริเวณกึ่งกลางอาคาร ผนังทั้งสองด้านไม่มีการนำความร้อนเข้ามาในบริเวณห้องปรับอากาศ จะมีการนำความร้อนเข้ามาเฉพาะด้านบนของห้องเท่านั้น ดังนั้นในหัวข้อนี้จึงจะวิเคราะห์เฉพาะส่วนครึ่งล่างของความสูงของห้อง และเลือกการติดตั้งแบบพื้นทำความเย็น ซึ่งเป็นแบบที่เหมาะสมกับการติดตั้งและการใช้งานทั่วไป

เนื่องจากการทดสอบในเบื้องต้นด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ สำหรับห้องโถงสูงที่มีฟลักซ์ความร้อนผ่านเข้ามาในห้องจากเพดานเท่ากับ 25 W/m^2 และผนังด้านข้างหุ้มฉนวนความร้อนทั้งสองด้าน พบว่าพื้นทำความเย็นไม่สามารถที่จะรักษาอุณหภูมิภายในพื้นที่ใช้งานไม่ให้เกิน 25°C ไว้ได้ ดังนั้นจึงได้มีการกำหนดเงื่อนไขขอบที่ผนังด้านบนใหม่ โดยกำหนดให้เป็นผนังที่มีอุณหภูมิคงที่แทน



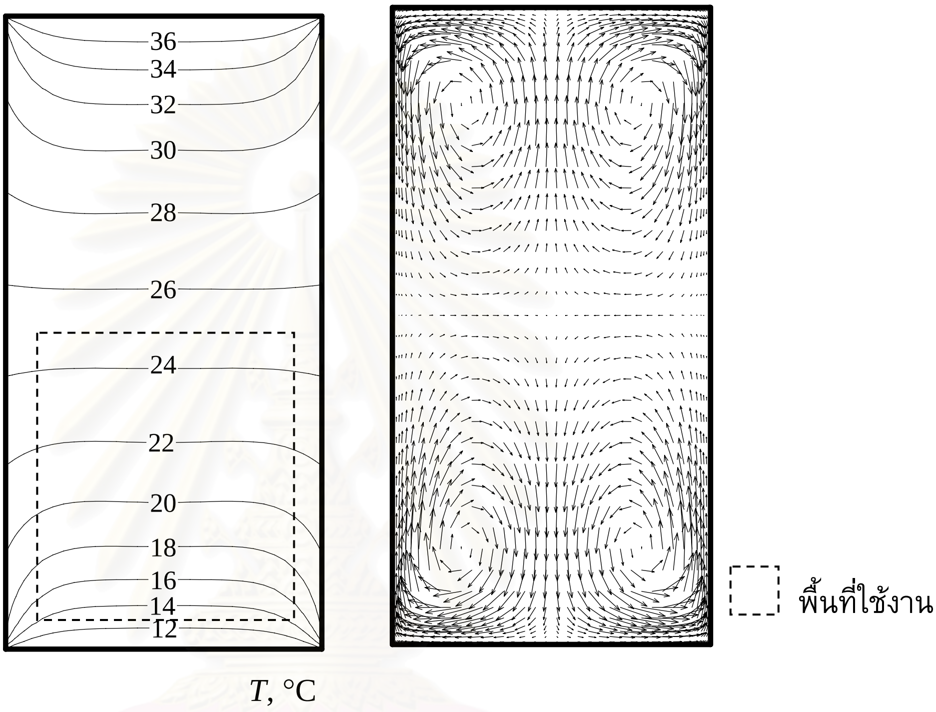
รูปที่ 5.38 ห้องปรับอากาศแบบโถงสูง

พิจารณาห้องที่มีพื้นทำความเย็นมีอุณหภูมิสม่ำเสมอ ส่วนผนังด้านข้างทั้งสองด้านไม่มีการนำความร้อนเข้ามาด้านในห้อง และที่เพดานกำหนดให้มีอุณหภูมิคงที่เท่ากับอุณหภูมิของอากาศภายนอกที่ 38°C โดยแบ่งกริดในห้องเท่ากับ 25×50 ช่อง ตามรูปที่ 5.39



รูปที่ 5.39 กริดการคำนวณและเงื่อนไขขอบสำหรับห้องปรับอากาศแบบโถงสูง
ที่มีพื้นทำความเย็น

จากรูปที่ 5.40 จะเห็นว่าเมื่อกำหนดให้พื้นทำความเย็นมีอุณหภูมิเท่ากับ 10°C จะทำให้อุณหภูมิภายในห้องปรับอากาศในพื้นที่ใช้งานมีค่าไม่เกิน 25°C ส่วนบริเวณด้านบนที่อุณหภูมิอากาศสูงเกิน 25°C จะถือว่าไม่มีผู้อยู่อาศัยและไม่มีความจำเป็นต้องควบคุมอุณหภูมิของอากาศแต่อย่างใด

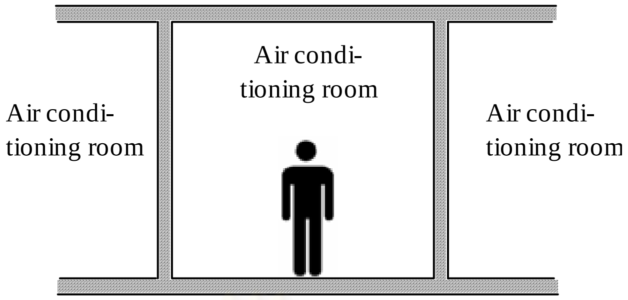


(ก) (ข)

รูปที่ 5.40 การพาความร้อนแบบอิสระในห้องปรับอากาศแบบโถงสูง
ที่มีพื้นทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 10°C
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว

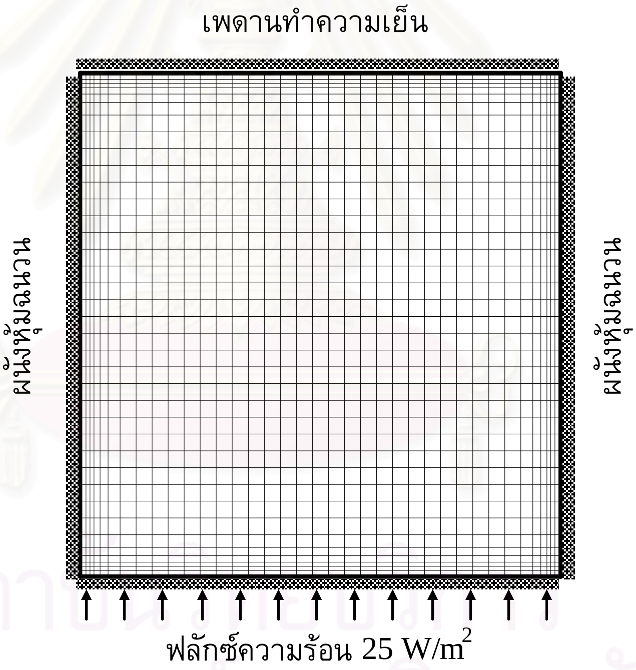
5.3.4 ห้องปรับอากาศที่มีการหุ้มฉนวน

สำหรับห้องปรับอากาศที่อยู่ติดกับห้องที่มีการปรับอากาศเช่นกัน จะถือว่าไม่มีการนำความร้อนผ่านเข้ามาด้านในห้องที่พิจารณา ซึ่งในหัวข้อนี้จะพิจารณาห้องที่ไม่มีการนำความร้อนผ่านเข้ามาจากผนังทั้งสองด้าน ส่วนด้านอื่นยังคงมีการนำความร้อนเข้ามาเช่นเดิม โดยเลือกวิเคราะห์ห้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีเพดานทำความเย็น ดังแสดงในรูปที่ 5.41 ซึ่งถือว่าเป็นแบบที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด เมื่อพิจารณาให้มีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้อง



รูปที่ 5.41 ห้องปรับอากาศแบบที่มีการหุ้มฉนวน

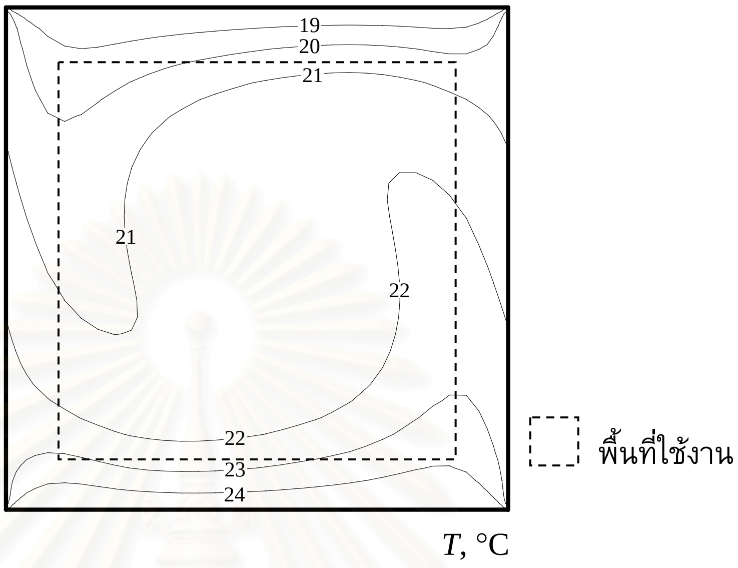
พิจารณาห้องที่มีเพดานทำความเย็นและมีอุณหภูมิสม่ำเสมอ ส่วนผนังด้านข้างทั้งสองด้านหุ้มฉนวน และพื้นมีฟลักซ์ความร้อนเข้าเท่ากับ 25 W/m^2 โดยแบ่งกริดในห้องเท่ากับ 40×40 ช่อง ตามรูปที่ 5.42



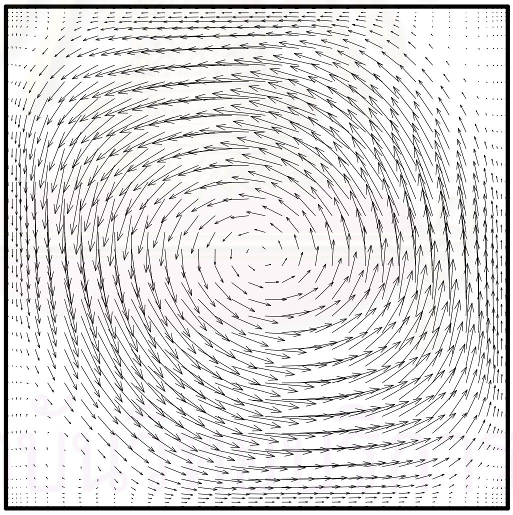
รูปที่ 5.42 กริดการคำนวณและเงื่อนไขขอบสำหรับห้องปรับอากาศที่มีการหุ้มฉนวน และมีพื้นทำความเย็น

จากรูปที่ 5.43 จะเห็นว่าเมื่อกำหนดให้ผนังด้านข้างเป็นผนังหุ้มฉนวน ทำให้สามารถเลือกใช้อุณหภูมิแผ่นทำความเย็นที่สูงขึ้นจาก 12°C เป็น 18°C ได้ ส่วนเวกเตอร์ความเร็วแสดงการไหลวนของอากาศแค่บริเวณเดียวเท่านั้น สำหรับการกระจายอุณหภูมิในแนวดิ่งของอากาศที่ระยะกึ่งกลางความกว้างของห้องนั้น จะเห็นว่ามีความใกล้เคียงกับห้องปรับอากาศที่มีเพดานทำความเย็นแต่ที่ผนังด้านข้างไม่มีการหุ้มฉนวนและที่อุณหภูมิแผ่นทำความเย็นเท่ากับ 12°C

ซึ่งทั้งสองแบบให้การกระจายอุณหภูมิในแนวดิ่งที่ดีหรือมีค่าน้อยใกล้เคียงกันในบริเวณที่ใช้งาน ดังแสดงในรูปที่ 5.44

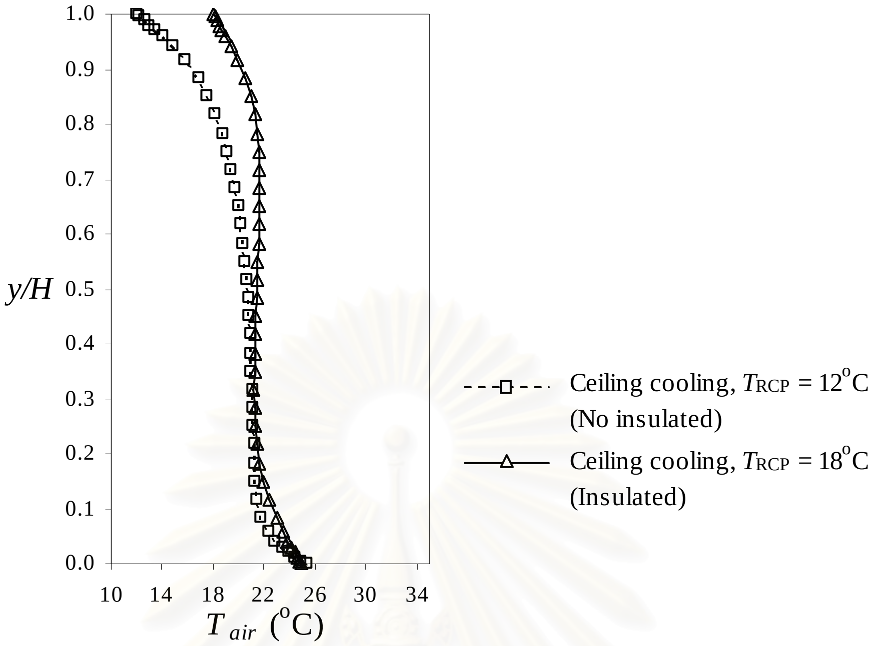


(ก)



(ข)

รูปที่ 5.43 การพาความร้อนแบบอิสระในห้องปรับอากาศที่มีการหุ้มฉนวน
มีเพดานทำความเย็นที่อุณหภูมิเท่ากับ 18°C
(ก) ลักษณะการกระจายของอุณหภูมิ (ข) เวกเตอร์ความเร็ว



รูปที่ 5.44 การกระจายของอุณหภูมิในแนวดิ่งที่ระยะกึ่งกลางความกว้างของห้องปรับอากาศที่มีการหุ้มฉนวน

5.4 การเปรียบเทียบปริมาณการถ่ายเทความร้อน

จากผลลัพธ์ของการคำนวณพบว่าปริมาณการถ่ายเทความร้อนทั้งหมดที่แผ่นทำความเย็น สามารถแบ่งออกได้เป็นการแผ่รังสีความร้อนประมาณ 90% และที่เหลือเป็นการถ่ายเทความร้อนด้วยการพาความร้อนแบบอิสระประมาณ 10% ดังแสดงในตารางที่ 5.6 ซึ่งจากผลการคำนวณในกรณีศึกษาของ ASHVE Laboratory (Watson and Chapman, 2002) พบว่าเปอร์เซ็นต์การแผ่รังสีความร้อนของแผ่นทำความเย็นโดยเฉลี่ยอยู่ที่ 90% เช่นกัน ซึ่งจะเห็นได้ว่าผลลัพธ์ที่ได้ มีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกัน

ตารางที่ 5.6 การเปรียบเทียบปริมาณการถ่ายเทความร้อนของแผ่นทำความเย็น เมื่อมีการใช้งานเต็มพื้นที่ของห้อง

รูปแบบการทำความเย็น	อุณหภูมิแผ่นทำความเย็น	อุณหภูมิสูงสุดในพื้นที่ใช้งาน	สัดส่วนพื้นที่ของแผ่นทำความเย็น	เปอร์เซ็นต์การแผ่รังสีความร้อน
<u>ห้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส</u>				
พื้นทำความเย็น	8°C	24.86°C	25%	96.34%
เพดานทำความเย็น	12°C	24.21°C	25%	95.58%
ผนังทำความเย็น	11°C	24.43°C	25%	96.42%
<u>ห้องโถงกว้าง</u>				
พื้นทำความเย็น	13°C	24.24°C	33%	96.18%
เพดานทำความเย็น	16°C	24.57°C	33%	93.32%
ผนังทำความเย็น	14°C	24.98°C	33%	90.18%
<u>ห้องโถงสูง</u>				
พื้นทำความเย็น	10°C	24.85°C	16.7%	88.58%
<u>ห้องที่มีการหุ้มฉนวนที่ผนัง</u>				
เพดานทำความเย็น	18°C	23.91°C	25%	98.40%

5.5 สรุปผล

จากผลการวิเคราะห์ปัญหาการถ่ายเทความร้อนที่นำการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนมาพิจารณาร่วมด้วย สำหรับช่องปิดและห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น ในรูปแบบต่าง ๆแล้ว สามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ดังนี้

1) การแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อน เป็นปัจจัยที่สำคัญในการถ่ายเทความร้อนในช่องปิดที่มีของไหลเป็นแบบ Nonparticipating medium

2) จากผลการศึกษาในที่นี้พบว่าการติดตั้งพื้นทำความเย็นจะให้ความเร็วในการเคลื่อนที่ของอากาศต่ำที่สุด เมื่อเทียบกับแบบเพดานและผนังทำความเย็น

3) จากปัญหาที่นำมาศึกษาพบว่าเมื่อพิจารณาให้มีการใช้งานเต็มพื้นที่ห้อง พื้นทำความเย็นต้องการอุณหภูมิที่สุด และเพดานทำความเย็นต้องการอุณหภูมิสูงที่สุดในการที่จะควบคุมอุณหภูมิสูงสุดไม่ให้เกิน 25°C

4) ผลจากการศึกษาในที่นี้พบว่าการติดตั้งเพดานทำความเย็นมีความเหมาะสมมากที่สุดสำหรับห้องปรับอากาศรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและแบบโถงกว้างที่ต้องการใช้งานเต็มพื้นที่ห้อง เมื่อพิจารณาถึงการประหยัดพลังงานและการกระจายอุณหภูมิ แต่หากพิจารณาเฉพาะพื้นที่ส่วนล่างของห้องปรับอากาศแล้ว การติดตั้งพื้นทำความเย็นสามารถใช้อุณหภูมิแผ่นทำความเย็นให้สูงขึ้นได้ และช่วยประหยัดพลังงานในการทำความเย็นได้อีกด้วย

บทที่ 6

บทสรุป และข้อเสนอแนะ

6.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์นี้ได้แสดงวิธีวิเคราะห์ปัญหาการถ่ายเทความร้อนในช่องปิด และ ในห้องปรับอากาศแบบ Radiant cooling ของการไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัวที่สภาวะคงตัว และพิจารณาเป็นการไหลแบบราบเรียบในสองมิติ โดยใช้วิธีไฟไนต์วอลุมและวิธีเมตริกซ์ ซึ่งที่มาและความสำคัญได้กล่าวไว้ในบทที่ 1 โดยกล่าวถึงความสำคัญของการนำผลของการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนมาพิจารณาร่วมกับการพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิด

ในการวิเคราะห์ปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์วอลุมและวิธีเมตริกซ์ จำเป็นต้องมีความรู้พื้นฐานในเรื่องสมการเชิงอนุพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อน โดยในบทที่ 2 ได้แสดงถึงระบบสมการเชิงอนุพันธ์สำหรับปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนในสองมิติไว้อย่างละเอียด โดยประกอบไปด้วย สมการอนุรักษ์มวล สมการอนุรักษ์โมเมนตัมในแนวแกน x และแกน y สมการอนุรักษ์พลังงาน และสมการการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนในช่องปิด รวมทั้งอธิบายผลของแรงลอยตัวอันเนื่องมาจากความแตกต่างของอุณหภูมิด้วย

บทที่ 3 เป็นการแสดงขั้นตอนในการประดิษฐ์สมการไฟไนต์วอลุมกับสมการพื้นฐานการไหลและการถ่ายเทความร้อน ด้วยการอินทิเกรตสมการเชิงอนุพันธ์ตลอดปริมาตรควบคุม แล้วดิสครีไทซ์ (Discretize) ลงบนจุดต่างๆ บนปริมาตรควบคุมเพื่อเปลี่ยนรูปสมการเชิงอนุพันธ์ไปเป็นสมการพีชคณิต เพื่อหาผลเฉลยของระบบสมการโดยใช้วิธี TDMA (Tri-Diagonal Matrix algorithm) และในการแก้ปัญหาสนามการไหลนั้น ใช้ขั้นตอนการคำนวณของวิธี SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation) ร่วมกับการวางกริดแบบเยื้อง (Staggered grid) ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้คำนวณความเร็วและความดัน เพื่อทำให้ค่า u และ v ที่ได้จากสมการโมเมนตัมนั้นสอดคล้องกับสมการอนุรักษ์มวล รวมทั้งได้แสดงการประดิษฐ์เมตริกซ์ของระบบสมการการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนในช่องปิด และนำไปประดิษฐ์เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ได้พัฒนาขึ้นในบทที่ 3 และ นั้นได้รับการตรวจสอบความถูกต้องดังรายละเอียดในบทที่ 4 โดยการนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ไปวิเคราะห์ปัญหาไหลและการถ่ายเทความร้อนในปัญหาอย่างง่าย แล้วนำผลลัพธ์ที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลจากการคำนวณด้วยวิธีอื่นๆ ของผู้วิจัยที่ได้ทำมาก่อนหน้านี้ ซึ่งปัญหาที่นำมาใช้ตรวจสอบได้แก่ การพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดที่มีหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยไม่มีการแผ่รังสีความร้อน และ

ปัญหาการพาความร้อนแบบอิสระในช่องปิดที่มีหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อน และหลังจากที่มีความมั่นใจในความถูกต้องของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นแล้ว จึงนำไปวิเคราะห์ปัญหาการถ่ายเทความร้อนในช่องปิดเพื่อแสดงให้เป็นถึงความสำคัญของการแลกเปลี่ยนพลังงานการแผ่รังสีความร้อนกับการพาความร้อนแบบอิสระ และวิเคราะห์ปัญหาการถ่ายเทความร้อนในช่องปิดที่เปรียบเป็นห้องปรับอากาศแบบแผ่รังสีทำความเย็น ดังแสดงในบทที่ 5

6.2 ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต

เราสามารถนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนาขึ้นไปพัฒนาปรับปรุงเพื่อให้สามารถใช้งานกับปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้น ดังต่อไปนี้

1) พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาการไหลและและการถ่ายเทความร้อนแบบคอนจูเกต ที่มีทั้งการนำความร้อน การพาความร้อนและการแผ่รังสีความร้อน

2) ปรับปรุงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาที่มีการไหลแบบปั่นป่วนได้

3) เนื่องจากในห้องปรับอากาศมักจะมีคนและอุปกรณ์อื่นๆ เช่น โต๊ะ เก้าอี้ ดังนั้นปัญหาในห้องปรับอากาศจึงเป็นโดเมนที่มีรูปร่างซับซ้อน จึงควรพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ให้สามารถคำนวณบนพิกัดที่ตรงกับโดเมนจริง เช่น พิกัดแบบกระชับขอบเขต (Body-fitted coordinates) เป็นต้น

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

ปราโมทย์ เดชะอำไพ. ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อการคำนวณพลศาสตร์ของไหล. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545ก.

ปราโมทย์ เดชะอำไพ. ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545ข.

มนตรี อึ่งเจริญ. การแผ่รังสีความร้อน. กรุงเทพฯ : ฟิสิกส์เซ็นเตอร์การพิมพ์, 2525.

ภาษาอังกฤษ

ASHRAE. ASHRAE Handbook: Fundamental. New York : ASHRAE, 1998.

Balaji, C. and Venkateshan, S. P. Interaction of surface radiation with free convection in square cavity. International Journal of Heat and Fluid Flow 14(3) (1993) : 260-267.

Balaji, C. and Venkateshan, S. P. Correlations for free convection and surface radiation in square cavity. International Journal of Heat and Fluid Flow 15(3) (1994) : 249-251.

Colomer, G., Costa, M., Consul, R. and Oliva, A. Three-dimensional numerical simulation of convection and radiation in a differentially heated cavity using the discrete ordinates method. International Journal of Heat and Mass Transfer 47 (2004) : 257-269.

Courant, R., Isaccson, E. and Rees, M. On the solution of non-linear hyperbolic differential equation by finite differences. Communications on Pure and Applied Mathematics 5 (1952) : 243.

De Vahl Davis, G. Natural convection in a square cavity : Comparison exercise. International Journal of Numerical Methods in Fluids 3 (1983) : 249-264.

Fluent. Airpak 2.0 [Computer program]. USA : Fluent Inc., 2001.

Ganzarolli, M. M. and Milanez, L. F. Natural convection in a rectangular enclosures heated from below and symmetrically cooled from the sides. International Journal of Heat and Mass Transfer 38 (1995) : 1063-1073.

Hoogendoorn, C. J. Experimental methods in natural convection. In Natural Convection, Fundamentals and Application, S.Kakac, W. Aung, and R. Viskanta (eds.). Washington : Hemisphere, 1985.

Inaba, H. and Fukuda, T. An experimental study of natural convection in an inclined rectangular cavity filled with water at its density extremum. Journal of Heat Transfer 106 (1984) : 109-115.

Incropera, F. P. and Dewitt, D. P. Fundamental of Heat and Mass Transfer. (4th ed.). : John Wiley & Sons, 1996.

Laguerre, O., Amara, S. B., Moureh, J. and Flick, D. Numerical simulation of air flow and heat transfer in domestic refrigerators. Journal of Food Engineering 81 (2006) : 144-156

Li, N. and Li, Z. X. Relative importance of natural convection and surface radiation. International Journal of Nonlinear Science and Numerical Simulation 3 (2002) : 613-616.

Mezrhab, A., Bouali, H., Amaoui, H. and Bouzidi, M. Computation of combined natural-convection and radiation heat-transfer in a cavity having a square body at its center. Applied Energy 83 (2006) : 1004-1023.

Ozisik, M. N., Kakac, S. and Shah, R. K. Handbook of Single-Phase Convection Heat Transfer. Interaction of radiation with convection. New York. : John Wiley & Sons, 1987.

Patankar, S. V. and Spalding, D. B. A Calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimension parabolic flows. International Journal of Heat and Mass Transfer 15 (1972) : 1787.

Patankar, S. V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Series in computational methods in mechanics and thermal sciences. New York : Hemisphere, 1980.

Reddy, J. N. and Satake, A. A Comparison of a penalty finite element model with the stream function-vorticity model of natural convection in enclosures. Journal of Heat Transfer 102 (1980) : 659-666.

Siegel, R. and Howell, J. R. Thermal Radiation Heat Transfer. New York : Hemisphere, 1981.

Senuma, H. Experiment operation and indoor thermal environment of the ceiling radiant cooling and heating system. Building Mechanical and Electrical Engineer 6 (1998) : 193-205

Versteeg, H. K. and Malalasekera, W. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. London : Longman Scientific & Technical, 1995.

Watson, R. D. and Chapman, K. S. Radiant Heating and Cooling Handbook. New York : McGraw-Hill, 2002.

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายนพรัตน์ เกตุขาว เกิดเมื่อวันที่ 2 เดือนเมษายน พุทธศักราช 2520 จังหวัดสุโขทัย สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต จากภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ เมื่อปีการศึกษา 2542 และเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2546