

## บรรณานุกรม

ภาษาไทย

- การฝึกหัดครู, กรม. เอกสารการสัมมนาผู้สอนคณิตศาสตร์ระดับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง  
ของสถานฝึกหัดครูระดับวิทยาลัยครู. พระนคร : หน่วยศึกษานิเทศก์, 2509.
- ขุนประสงค์ ธรรมยา. เลขคณิต - พีชคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. พระนคร.: ไทวัฒนาพานิช, 2511.
- จุ่ง เกษาน. ตารางวิเคราะห์ข้อทดสอบ. จัดพิมพ์ในประเทศไทย ได้รับอนุญาตจาก E.T.S.  
แห่งสหรัฐอเมริกา พระนคร : ไทวัฒนาพานิช, 2514.
- จรูญ วงศ์สายัณห์, สิบปนนท์ เกตุทัต และกระจาง พันธุมนาวัน. "อภิปรายการศึกษากับการเปลี่ยนแปลงทางเทคโนโลยี," บทเรียนจากการจัดการศึกษาในรอบร้อยปีที่ผ่านมา. พระนคร :  
 โรงพิมพ์กรมศาสนา, 2512.
- ฉันทนา ภาคบังกช. "การสอนสังคมหน่วย "วันสำคัญของชาติ" ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3" ควบ  
 กระบวนการกลุ่มสัมพันธ์" วิทยานิพนธ์ครุศาสตร์มหาบัณฑิต แผนกประถมศึกษา บัณฑิต  
วิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2517.
- ชวาล แพร์ทักุล. เทคนิคการวัดผล. พระนคร : ไทวัฒนาพานิช, 2516.
- ชวาล แพร์ทักุล และคณะ. รายงานการวิจัยผลการสอบคัดเลือกนักเรียน ปก.ศ. ปีการศึกษา 2508.  
สำนักงานทดสอบทางการศึกษา และ จิตวิทยา : วิทยาลัยวิชาการศึกษาประสานมิตร, 2509.
- ทิสนา เขมมนัน. "กระบวนการเรียนรู้โดยการทำงานกลุ่ม" วารสารครุศาสตร์. 5 - 6  
 (สิงหาคม - พฤศจิกายน, 2515), 27.
- นพเกา สุนทรเกส. "การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์วิชาวิทยาศาสตร์โดยวิธีสอนแบบการเรียนรู้เป็นทีมกับ  
 การเรียนแบบบรรยายประกอบการสาธิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง" วิทยานิพนธ์  
ครุศาสตร์มหาบัณฑิต แผนกวิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2518.
- ปัทมา เพ้อศรีพงศ์. "การสอนอ่านเอาเรื่องภาษาอังกฤษด้วยกระบวนการกลุ่ม" วิทยานิพนธ์  
ครุศาสตร์มหาบัณฑิต แผนกวิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2516.
- ประคอง กรรณสุต. สถิติศาสตร์ประยุกต์สำหรับครู. พิมพ์ครั้งที่ 3. พระนคร : ไทวัฒนาพานิช,  
 2515.
- ยุพิน พิพิธกุล. การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. พระนคร : กรุงเทพมหานครการพิมพ์, 2519.

เยาวพา เศรษฐคุปต์. "ทฤษฎีกระบวนการกลุ่่มสัมพันธ์สำหรับการสอนในระดับประถมศึกษา"

วิทยานิพนธ์ครุศาสตร์มหาบัณฑิต แผนกวิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2516.

วิชาการ, กรม. หนังสือประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์ 21 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น.

พระนคร : โรงพิมพ์คุรุสภา, 2513.

วิทยาศาสตร์, คณะ : Compact Mathematics. พิมพ์ครั้งที่ 3. พระนคร : กราฟิการ์ท, 2518.

วรวิทย์ รักษา. "ความแตกต่างระหว่างบุคคล," ศษนศึกษา. 4 (เมษายน, 2504), 27-33.

วิสามัญศึกษา, กรม. เอกสารอบรมครูคณิตศาสตร์แผนปัจจุบันเล่ม 1. พระนคร :

โรงพิมพ์คุรุสภา, 2514.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. แบบเรียนคณิตศาสตร์วิชาเลขคณิต - พีชคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.

พระนคร : โรงพิมพ์คุรุสภา, 2516.

สามัญศึกษา, กรม. คู่มือครูคณิตศาสตร์ 20 วิชา เลข - พีชคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. พระนคร :

โรงพิมพ์คุรุสภา, 2517.

อารีย์ โพธิ์พัฒนชัย. "การเรียนรู้เป็นทีม" เอกสารการรายงานวิชาสัมมนาวิทยาศาสตร์. แผนก

วิชามัธยมศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2517.

#### ภาษาอังกฤษ

Beckenbach, Edwin F., Drooyan, Irving, and Wooton, William. College Algebra. California : Wadsworth, 1968.

Best, John W. Research in Education. New Delhi : Prentice - Hall of India, 1963.

Bills, Robert. "Personality Changes During Student - Centered Teaching," Journal of Educational Research, L (October, 1956), 121.

Bloom, Benjamin S., Hastings, J. Thomas, and Madaus, George F. Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning.

New York : McGraw - Hill Book Company, 1971.

Davidson, Dennis. "Learning Mathematics in a Group Situation," Mathematics Teacher, 21 (February, 1974), 101 - 106.

- Davis, Keith. Human Relations at Work. New York : McGraw - Hill Book Company, Inc., 1962.
- Deutsch, Morton. "Social Relation in the Classroom and Grading Procedures," Journal of Educational Research, XLV (October, 1951), 144 - 152.
- Dunn, Rita. "Team Learning and Circles of Knowledge," Practical Approaches to Individualizing Instruction. New York : West Nyack, 1972.
- Ebel, Robert L. Measuring Educational Achievement. Englewood Cliffs : Prentice - Hall, Inc., 1965.
- Edwards, Allen L. Techniques of Attitude Scale Construction. New York : Appleton - Century - Crafts, Inc., 1957.
- Evans, M. "Sociometry in School - II Application," Educational Research, VI (February, 1964), 124 - 126.
- Glatthorn, Allen A. "The Small Group Instruction," Encyclopedia of Education; edited by Lee C. Deighton, VIII (1971).
- Good, Carter V. Dictionary of Education. New York : McGraw - Hill Book Company, Inc., 1959.
- Grim and Michaelis. The Student Teacher in the Secondary School. New York : Prentice - Hall, Inc., 1953.
- Hall, H.S. A School Algebra. Bangkok : Thai Watana Panich, 1966.
- Hilgard, E.R. Introduction to Psychology. New York : Harwest, Brace and World, Inc., 1962.
- Hynes, Sister Nancy. "Learning to Read Short Stories," Journal of Reading, XIII (March, 1970), 429 - 432.
- Jenkins, David H. "Interdependence in the Classroom," Journal of Educational Research, XLV (October, 1951), 136 - 144.

- Lex, James Joseph. "Attitude Change of Seminary Students Associated with a Course in Group Dynamics," Dissertation Abstracts, XXXIII (May, 1973), 6093 - A.
- Lilge, S.A. "A Description of a Group - Learning Experience," The Arithmetic Teacher, XX (January, 1973), 51 - 55.
- Lindquist, E.F. Educational Measurement. New York : The Grant Foundation, Inc., 1961.
- Mckeachie, Wilbert J. "Research on Teaching at the College and University Level," Handbook of Research on Teaching. Chicago : Rand McNally and Co., 1963.
- Muler, Herman. "The Sociology of the School Class," Education, I (January, 1970), 106.
- Noll, Victor H., and Scannell, Dale P. Introduction to Educational Measurement. 3rd ed. Boston : Houghton Mifflin Company, 1972.
- Nunnally, Jum C. Educational Measurement and Evaluation. New York : McGraw - Hill Book Company, 1959.
- Ottaway, A.K.C. Learning Through Group Experience. New York : The Humanities Press, 1966.
- Phillips, Beeman N. "Effect of Cohesion and Intelligence on the Problem Solving Efficiency of Small Face - to - Face Group in Cooperative and Competitive Situation," Journal of Educational Research, I (October, 1956), 127 - 132.
- Prielipp, Ronald Walter. "Partner Learning in Secondary School Mathematics," Dissertation Abstracts , XXXVI (March, 1976), 5893 - A.
- Rehage, Kenneth J. "A Comparison of Pupil - Teacher Planning and Teacher - directed Procedures in Eighth Grade School Study Class," Journal of Educational Research, XLV (October, 1951), 111 - 115.

- Remmers, H.H., and Gage, N.L. Education Measurement and Evaluation.  
New York : Harper and Bross, 1965.
- Schmuck, Richard L., and Schmuck, Patricia A. Group Process in the Classroom. Iowa : W.N.C. Brown Co., 1971.
- Slate, Allen Ray. "The Comparative Effectiveness of Four Techniques of Instruction of Arithmetic in the Community College," Dissertation Abstracts, XXXVI (October, 1975), 2078 - A.
- Smith, Edward Kruse, Stanley W., and Atkinson, Mark M. The Educator's Encyclopedia. New Jersey : Prentice - Hall, Inc., 1961.
- Spiegel, Murray R. Theory and Problems of College Algebra. New York : McGraw - Hill Book Company, 1956.
- Sprenger, Arnold. "Group Work in Foreign - Language Learning : A Report," English Teaching Forum, XI (November, 1973), 13 - 15.
- Walker, Helen M, and Lev, Joseph. Elementary Statistical Methods.  
New York : Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1969.
- Weisend, Barbara Jean. "Team Learning in Basic Business," Business Education Forum, XXII (January, 1972), 44 - 45.
- Withall, John, and Lewis, W.W. "Social Interaction in the Classroom," Handbook of Research on Teaching. Chicago : Rand McNally and Company, 1963.
- Wood, Dorothy Adkins. Test Construction. Ohio : Charles E. Merrill Books, Inc., 1960.
- Young Carolyn. "Team Learning" The Arithmetic Teacher, 19 (December, 1972), 630 - 634.



ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผนวก ก

สัมประสิทธิ์ความเชื่อถือได้ของแบบสอบถามที่ 1 ที่ทดลองใช้  
เรื่อง การแก้สมการสองชั้น

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \left(\frac{\sum fx}{N}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{7058}{100} - \left(\frac{770}{100}\right)^2}$$

$$= \sqrt{70.58 - (7.70)^2}$$

$$= \sqrt{70.58 - 59.29}$$

$$= \sqrt{11.29}$$

$$= 3.36$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N}$$

$$= \frac{770}{100}$$

$$= 7.7$$

$$r_{tt} = \frac{n (S.D.)^2 - \bar{x} (n - \bar{x})}{(S.D.)^2 (n - 1)}$$

$$= \frac{20 (3.36)^2 - 7.7 (20 - 7.7)}{(3.36)^2 (20 - 1)}$$

$$= \frac{225.79 - 94.71}{214.50}$$

$$= 0.6111$$

สัมประสิทธิ์ความเชื่อถือได้ของแบบสอบถามที่ 2 ที่ทดลองใช้  
เรื่อง การทดสอบการสามัคคี

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \left(\frac{\sum fx}{N}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{5109}{100} - \left(\frac{639}{100}\right)^2}$$

$$= \sqrt{51.09 - (6.39)^2}$$

$$= \sqrt{51.09 - 40.83}$$

$$= \sqrt{10.26}$$

$$= 3.2$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N}$$

$$= \frac{639}{100}$$

$$= 6.39$$

$$r_{tt} = \frac{n(S.D.)^2 - \bar{x}(n - \bar{x})}{(S.D.)^2(n - 1)}$$

$$= \frac{20(3.2)^2 - 6.39(20 - 6.39)}{(3.2)^2(20 - 1)} = \frac{204.8 - 86.97}{194.56}$$

$$= \frac{117.83}{194.56} = 0.6056$$

$$= 0.6056$$

$$= 0.6056$$

$$= 0.6056$$

สัมประสิทธิ์ความเชื่อถือได้ของแบบสอบครั้งที่ 3 ที่ทดลองใช้  
เรื่อง การแก้สมการหลายชั้น

$$\begin{aligned}
 \text{S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \left(\frac{\sum fx}{N}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{12739}{100} - \left(\frac{1063}{100}\right)^2} \\
 &= \sqrt{127.39 - (10.63)^2} \\
 &= \sqrt{127.39 - 112.99} \\
 &= \sqrt{14.4} \\
 &= 3.79 \\
 \bar{x} &= \frac{\sum fx}{N} \\
 &= \frac{1063}{100} = 10.63 \\
 r_{tt} &= \frac{n(\text{S.D.})^2 - \bar{x}(n - \bar{x})}{(\text{S.D.})^2 (n - 1)} \\
 &= \frac{20(3.79)^2 - 10.63(20 - 10.63)}{(3.79)^2 (20 - 1)} \\
 &= \frac{287.28 - 99.60}{272.92} \\
 &= \frac{187.68}{272.92} \\
 &= 0.6877
 \end{aligned}$$

สัมประสิทธิ์ความเชื่อถือได้ของแบบสอบถามที่ 4 ที่ทดลองใช้  
สรุป บทเรียนเรื่อง การแกสมการ

$$\begin{aligned}
 \text{S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \left(\frac{\sum fx}{N}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{97111}{100} - \left(\frac{3025}{100}\right)^2} \\
 &= \sqrt{971.11 - (30.25)^2} \\
 &= \sqrt{971.11 - 915.06} \\
 &= \sqrt{56.05} = 7.49 \\
 \bar{x} &= \frac{\sum fx}{N} \\
 &= \frac{3025}{100} \\
 &= 30.25 \\
 r_{tt} &= \frac{n(\text{S.D.})^2 - \bar{x}(n - \bar{x})}{(\text{S.D.})^2(n - 1)} \\
 &= \frac{50(7.49)^2 - 30.25(50 - 30.25)}{(7.49)^2(50 - 1)} \\
 &= \frac{2805 - 597.44}{2748.9} \\
 &= \frac{2207.56}{2748.9} \\
 &= 0.8030
 \end{aligned}$$

สัมประสิทธิ์ความเชื่อถือได้ของแบบสอบถามที่ 1 (ทดสอบกับประชากรจริง)  
เรื่อง การเกษมการสองชั้น

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \left(\frac{\sum fx}{N}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{4253}{82} - \left(\frac{561}{82}\right)^2}$$

$$= \sqrt{51.87 - (6.84)^2}$$

$$= \sqrt{51.87 - 46.79}$$

$$= \sqrt{5.08}$$

$$= 2.25$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N}$$

$$= \frac{561}{82}$$

$$= 6.84$$

$$r_{tt} = \frac{n(S.D.)^2 - \bar{x}(n - \bar{x})}{(S.D.)^2(n - 1)}$$

$$= \frac{10(2.25)^2 - (6.84)(10 - 6.84)}{(2.25)^2(10 - 1)}$$

$$= \frac{50.63 - 21.61}{45.56}$$

$$= \frac{29.02}{45.56}$$

$$= 0.6369$$

สัมประสิทธิ์ความเชื่อถือโคของแบบสอบชคที่ 2 (ทดสอบกับประชากรจริง)

เรื่อง การแกสมการสามชั้น

$$\begin{aligned}
 \text{S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \left[\frac{\sum fx}{N}\right]^2} \\
 &= \sqrt{\frac{2964}{82} - \left[\frac{454}{82}\right]^2} \\
 &= \sqrt{36.15 - 30.69} \\
 &= \sqrt{5.46} \\
 &= 2.34
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{x} &= \frac{\sum fx}{N} \\
 &= \frac{454}{82} \\
 &= 5.54
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 r_{tt} &= \frac{n (\text{S.D.})^2 - \bar{x} (n - \bar{x})}{(\text{S.D.})^2 (n - 1)} \\
 &= \frac{10 (2.34)^2 - 5.54 (10 - 5.54)}{(2.34)^2 (10 - 1)} \\
 &= \frac{54.76 - 24.71}{49.28} \\
 &= \frac{30.05}{49.28} \\
 &= 0.6098
 \end{aligned}$$



ศูนย์วิจัยและพัฒนา  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของแบบสอบถามที่ 3 (ทดสอบกับประชากรจริง)

เรื่อง โจทย์สมการหลายชั้น

$$\begin{aligned}
 \text{S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \left(\frac{\sum fx}{N}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{4049}{82} - \left(\frac{539}{82}\right)^2} \\
 &= \sqrt{49.38 - (6.57)^2} \\
 &= \sqrt{49.38 - 43.16} \\
 &= \sqrt{6.22} \\
 &= 2.49 \\
 \bar{x} &= \frac{\sum fx}{N} \\
 &= \frac{539}{82} \\
 &= 6.57 \\
 r_{tt} &= \frac{n (\text{S.D.})^2 - \bar{x} (n - \bar{x})}{(\text{S.D.})^2 (n - 1)} \\
 &= \frac{10 (2.49)^2 - 6.57 (10 - 6.57)}{(2.49)^2 (10 - 1)} \\
 &= \frac{62 - 22.54}{55.8} \\
 &= \frac{39.46}{55.8} \\
 &= 0.7072
 \end{aligned}$$

สัมประสิทธิ์ความเชื่อถือได้ของแบบสอบถามที่ 4 (ทดสอบกับประชากรจริง)

สรุปทเรียนเรื่อง การแกสมการ

$$\begin{aligned}
 \text{S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \left(\frac{\sum fx}{N}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{28531}{82} - \left(\frac{1447}{82}\right)^2} \\
 &= \sqrt{347.94 - (17.65)^2} \\
 &= \sqrt{347.94 - 311.52} \\
 &= \sqrt{36.42} \\
 &= 6.03 \\
 \bar{x} &= \frac{\sum fx}{N} \\
 &= \frac{1447}{82} \\
 &= 17.65 \\
 r_{tt} &= \frac{n(\text{S.D.})^2 - \bar{x}(n - \bar{x})}{(\text{S.D.})^2(n - 1)} \\
 &= \frac{30(6.03)^2 - 17.65(30 - 17.65)}{(6.03)^2(30 - 1)} \\
 &= \frac{1090.83 - 217.98}{1054.47} \\
 &= \frac{872.85}{1054.47} \\
 &= 0.8278
 \end{aligned}$$

ตารางวิเคราะห์แบบสองขั้วที่ 1 การแกสมการสองชั้น  
เพื่อเลือกข้อที่มีอำนาจจำแนกและระดับความยากง่ายสูง  
(ใช้วิธีวิเคราะห์แบบตัด 27 %)

ข้อที่	$P_H$	$P_L$	ความยากง่าย(p)	อำนาจจำแนก(r)
1	.88	.20	.55	.67
2	.54	.10	.30	.51 +
3	.24	.07	.15	.30 +
4	.70	.30	.50	.40 +
5	.71	.21	.45	.50
6	.61	.21	.40	.41 +
7	.49	.14	.30	.40 +
8	.07	.04	.05	.11 +
9	.24	.07	.15	.30 +
10	.98	.02	.50	.91
11	.86	.03	.40	.82
12	.79	.29	.55	.50
13	.10	.10	.10	0 +
14	.92	.08	.50	.80
15	.88	.20	.55	.70
16	.71	.12	.40	.60
17	.89	.19	.55	.69
18	.49	.14	.30	.40 +
19	.60	.07	.30	.60 +
20	.79	.29	.55	.50

จำนวนข้อทั้งหมด 20 ข้อ  
ข้อที่มีเครื่องหมาย + ตัดทิ้งไป 10 ข้อ  
ข้อที่ไม่มีเครื่องหมาย เกือบไว้ 10 ข้อ

ตารางวิเคราะห์แบบสอบถามที่ 2 การแก้สมการสามชั้น  
เพื่อเลือกข้อที่มีอำนาจจำแนก และระดับความยากง่ายสูง  
(ใช้วิธีวิเคราะห์แบบตัด 27%)

ข้อที่	$P_H$	$P_L$	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)	
1	.40	.30	.35	.11	+
2	.60	.13	.35	.51	
3	.24	.07	.15	.30	+
4	.49	.22	.35	.30	
5	.49	.14	.30	.40	+
6	.18	.12	.15	.11	+
7	.99	.04	.55	.91	
8	.96	.01	.45	.91	
9	.86	.03	.40	.82	
10	.80	.20	.50	.59	
11	.71	.21	.45	.50	
12	.86	.03	.40	.82	
13	.71	.12	.40	.60	
14	.37	.14	.25	.30	+
15	.47	.07	.25	.51	+
16	.35	.08	.20	.39	+
17	.49	.22	.35	.30	+
18	.49	.14	.30	.40	+
19	.60	.21	.40	.41	
20	.24	.07	.15	.30	+

จำนวนข้อทั้งหมด 20 ข้อ  
ข้อที่มีเครื่องหมาย + คัดทิ้งไป 10 ข้อ  
ข้อที่ไม่มีเครื่องหมาย เก็บไว้ 10 ข้อ

ตารางวิเคราะห์แบบสองขั้วที่ 3 โจทย์สมการหลายชั้น  
 เพื่อเลือกข้อที่มีอำนาจจำแนก และระดับความยากง่ายสูง  
 (ใช้วิธีวิเคราะห์แบบตัด 27%)

ข้อที่	$P_H$	$P_L$	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)
1	.79	.40	.60	.41 +
2	.93	.53	.75	.51 +
3	.92	.65	.80	.39 +
4	.96	.01	.45	.91
5	.89	.19	.55	.69 +
6	.71	.12	.40	.60 +
7	.47	.07	.25	.51 +
8	.96	.16	.60	.79
9	.99	.04	.55	.91
10	.96	.16	.60	.79
11	.89	.19	.55	.69
12	.99	.01	.50	.93
13	.99	.04	.55	.91
14	.96	.01	.45	.91
15	.93	.41	.70	.59 +
16	.69	.40	.55	.30 +
17	.71	.12	.40	.60 +
18	.37	.14	.25	.30 +
19	.86	.03	.40	.82
20	.86	.03	.40	.82

จำนวนข้อทั้งหมด 20 ข้อ  
 ข้อที่มีเครื่องหมาย + คัดทิ้งไป 10 ข้อ  
 ข้อที่ไม่มีเครื่องหมาย เก็บไว้ 10 ข้อ

ตารางวิเคราะห์แบบสอบซคที่ 4 สรุปทเรียนเรื่องการแกสมการ  
เพื่อเดออกซอที่มีอำนาจจำแนกและระดับความยากง่ายสูง  
(ใช้วิธีวิเคราะห์แบบซค 27%)

ข้อที่	P <sub>H</sub>	P <sub>L</sub>	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)
1	.30	.20	.50	.59
2	.93	.53	.75	.51 +
3	.93	.75	.85	.31 +
4	.60	.13	.35	.51 +
5	.93	.53	.75	.51 +
6	.93	.53	.75	.51 +
7	.79	.29	.55	.50 +
8	.20	.20	.20	0 +
9	.96	.16	.60	.79
10	.86	.63	.75	.30 +
11	.88	.29	.60	.60
12	.86	.51	.70	.40 +
13	.89	.19	.55	.69
14	.99	.04	.55	.91
15	.94	.28	.65	.69 +
16	.99	.04	.55	.91
17	.99	.04	.55	.91
18	.96	.01	.45	.91
19	.89	.69	.80	.29 +
20	.80	.20	.50	.59
21	.89	.19	.55	.69

ข้อที่	F <sub>H</sub>	F <sub>L</sub>	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก. (r)	
22	.94	.29	.65	.69	+
23	.99	.01	.50	.93	
24	.96	.16	.60	.79	
25	.99	.04	.55	.91	
26	.92	.08	.50	.80	
27	.96	.16	.60	.79	
28	.80	.20	.50	.59	
29	.99	.04	.55	.91	
30	.96	.16	.60	.79	
31	.88	.20	.55	.70	
32	.79	.71	.75	.10	+
33	.93	.53	.75	.51	+
34	.86	.51	.70	.40	+
35	.87	.40	.65	.51	+
36	.88	.29	.60	.60	
37	.86	.51	.70	.40	+
38	.99	.04	.55	.91	
39	.99	.04	.55	.91	
40	.99	.04	.55	.91	
41	.94	.29	.65	.69	+
42	.99	.01	.50	.93	
43	.96	.16	.60	.79	
44	.94	.28	.65	.69	+
45	.96	.16	.60	.79	

ข้อที่	F <sub>H</sub>	F <sub>L</sub>	ความยากง่าย(p)	อำนาจจำแนก (r)
46	.94	.28	.65	.69 +
47	.96	.16	.60	.79
48	.92	.08	.50	.80
49	.96	.16	.60	.79
50	.96	.16	.60	.79

จำนวนข้อทั้งหมด 50 ข้อ  
 ข้อที่มีเครื่องหมาย + คัดทิ้งไป 20 ข้อ  
 เก็บไว้ใช้ได้เลย 30 ข้อ

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ตารางวิเคราะห์แบบสอบรคที่ 1 การแกสมการสองชั้น  
ใช้กับตัวอย่างประชากรจริง  
(ใช้วิธีวิเคราะห์แบบตัด 27 %)

ข้อ ขอ	P H	F L	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)
1	.92	.65	.80	.39
2	.99	.01	.50	.93
3	.93	.41	.70	.59
4	.92	.65	.80	.39
5	.99	.04	.55	.91
6	.96	.16	.60	.79
7	.94	.28	.65	.69
8	.96	.16	.60	.79
9	.86	.03	.40	.82
10	.99	.04	.55	.91

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางวิเคราะห์แบบสอบซคที่ 2 การแกสมการสามชั้น  
 ใซกับทัวอยางประชากรจริง  
 (ใซ้วิธีวิเคราะห์แบบค้ค 27%)

ข้อที่	F <sub>H</sub>	F <sub>L</sub>	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)
1	.96	.16	.60	.79
2	.83	.10	.45	.71
3	.99	.04	.55	.91
4	.99	.04	.55	.91
5	.96	.16	.60	.79
6	.96	.01	.45	.91
7	.80	.20	.50	.59
8	.94	.29	.65	.69
9	.80	.20	.50	.59
10	.99	.04	.55	.91

ศูนย์วิจัยทัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางวิเคราะห์แบบสอบถามที่ 3 โทษสมการหลายชั้น  
ใช้กับตัวอย่างประชากรจริง  
( ใช้วิธีวิเคราะห์แบบตัด 27%)

ข้อที่	F		ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)
	H	L		
1	.96	.01	.45	.91
2	.88	.29	.60	.60
3	.99	.01	.50	.93
4	.99	.04	.55	.91
5	.93	.41	.70	.59
6	.93	.41	.70	.59
7	.99	.01	.50	.93
8	.94	.29	.65	.69
9	.96	.01	.45	.91
10	.96	.01	.45	.91

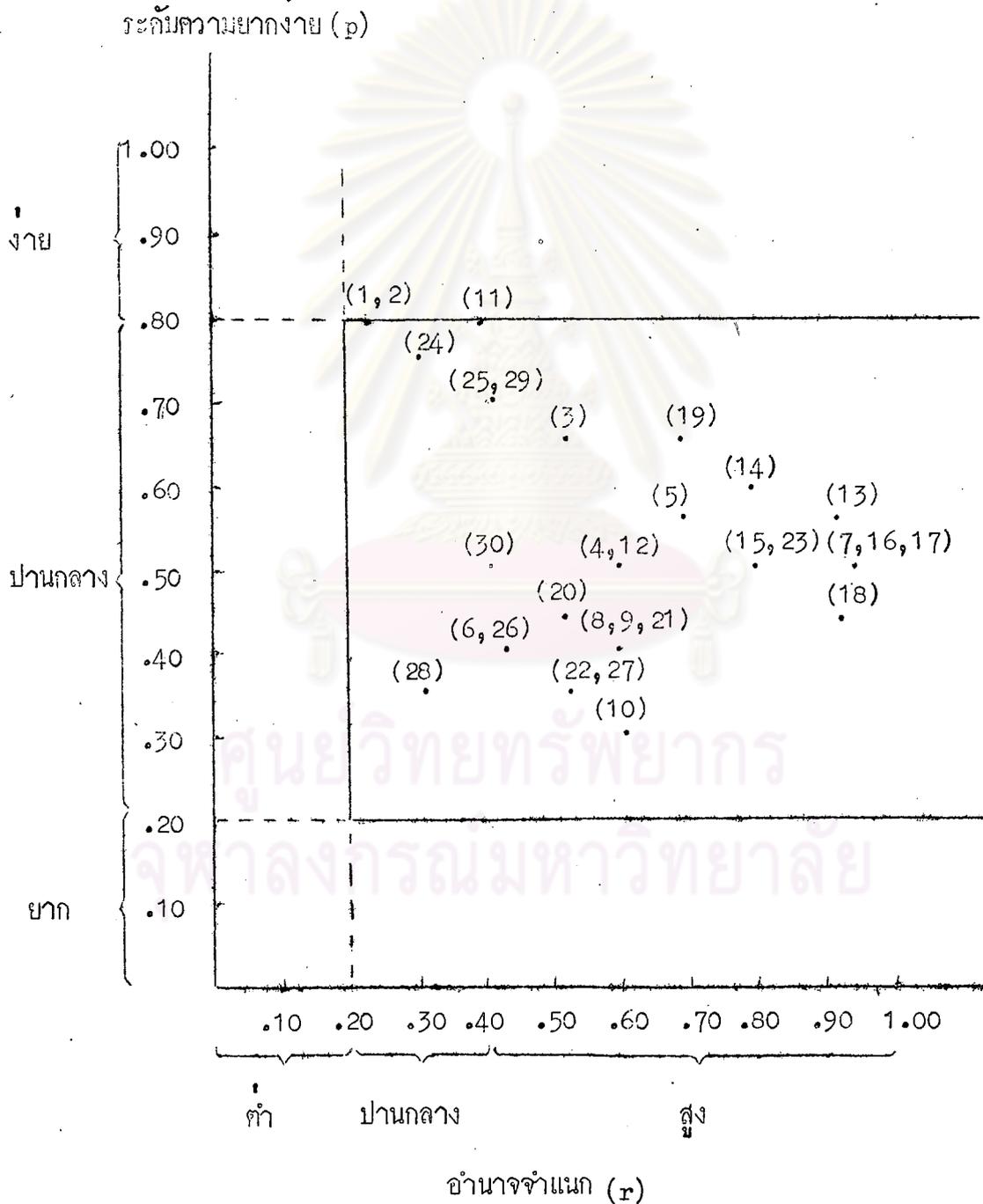
ตารางวิเคราะห์แบบสอซคที่ 4 สรปบทเรียนเรื่องการแกสมการ  
 ไขกับตัวอย่างประชากรจริง  
 (ใช้วิธีวิเคราะห์แบบคัก 27%)

ข้อที่	$P_H$	$P_L$	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)
1	.87	.73	.80	.21
2	.87	.73	.80	.21
3	.87	.40	.65	.51
4	.80	.20	.50	.59
5	.89	.19	.55	.69
6	.61	.21	.40	.41
7	.99	.01	.50	.93
8	.71	.12	.40	.60
9	.71	.12	.40	.60
10	.60	.07	.30	.60
11	.92	.65	.80	.39
12	.80	.20	.50	.59
13	.99	.04	.55	.91
14	.96	.16	.60	.79
15	.92	.08	.50	.80
16	.99	.01	.50	.93
17	.99	.01	.50	.93
18	.96	.01	.45	.91
19	.94	.29	.65	.69
20	.71	.21	.45	.50
21	.71	.12	.40	.60
22	.60	.13	.35	.51

ข้อ	$P_H$	$P_L$	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)
23	.92	.08	.50	.80
24	.86	.63	.75	.30
25	.86	.51	.70	.40
26	.61	.21	.40	.41
27	.60	.13	.35	.51
28	.50	.22	.35	.30
29	.86	.51	.70	.40
30	.70	.30	.50	.40

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนภาพแสดงระดับความยากง่ายและอำนาจจำแนก  
แบบสอบชุดที่ 4 สรุปลบทเรียนเรื่องการแกสมการ  
(ใช้เป็นเครื่องมือในการรวบรวมข้อมูลจากตัวอย่างประชากร 82 คน)



ผนวก ข.

ทดสอบความแตกต่างของมัธยฐานโดยใช้สถิติจากการสอบก่อนการทดลอง

ของนักเรียนกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง

กลุ่มควบคุม 2/6

กลุ่มทดลอง 2/7

คะแนน	$x_1$	f	$fx_1$	$fx_1^2$	คะแนน	$x_2$	f	$fx_2$	$fx_2^2$
94 - 98	96	1	96	9216	94 - 98	96	1	96	9216
89 - 93	91	0	0	0	89 - 93	91	0	0	0
84 - 88	86	0	0	0	84 - 88	86	0	0	0
79 - 83	81	0	0	0	79 - 83	81	1	81	6561
74 - 78	76	5	380	28880	74 - 78	76	4	304	23104
69 - 73	71	2	142	10082	69 - 73	71	2	142	10082
64 - 68	66	0	0	0	64 - 68	66	0	0	0
59 - 63	61	1	61	3721	59 - 63	61	0	0	0
54 - 58	56	1	56	3136	54 - 58	56	2	112	6272
49 - 53	51	2	102	5202	49 - 53	51	2	102	5202
44 - 48	46	1	46	2116	44 - 48	46	1	46	2116
39 - 43	41	4	164	6724	39 - 43	41	4	164	6724
34 - 38	36	5	180	6480	34 - 38	36	5	180	6480
29 - 33	31	2	62	1922	29 - 33	31	9	279	8649
24 - 28	26	10	260	6760	24 - 28	26	5	130	3380
19 - 23	21	4	84	1764	19 - 23	21	2	42	882
14 - 18	16	2	32	512	14 - 18	16	4	64	1024
			1665	86515				1742	89692

$$\sum fx_1 = 1665$$

$$\sum fx_1^2 = 86515$$

$$\sum fx_2 = 1742$$

$$\sum fx_2^2 = 89692$$

กลุ่มควบคุม

$$N_1 = 40$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum fx_1}{N_1}$$

$$= \frac{1665}{40}$$

$$= 41.63$$

$$s_1 = \sqrt{\frac{\sum fx_1^2}{N_1} - \left(\frac{\sum fx_1}{N_1}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{86515}{40} - \left(\frac{1665}{40}\right)^2}$$

$$= \sqrt{2162.88 - 1733.06}$$

$$= \sqrt{429.82}$$

$$= 20.73$$

$$s_1^2 = 429.82$$

กลุ่มทดลอง

$$N_2 = 42$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx_2}{N_2}$$

$$= \frac{1742}{42}$$

$$= 41.48$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{\sum fx_2^2}{N_2} - \left(\frac{\sum fx_2}{N_2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{89692}{42} - \left(\frac{1742}{42}\right)^2}$$

$$= \sqrt{235.52 - 1720.59}$$

$$= \sqrt{414.93}$$

$$= 20.37$$

$$s_2^2 = 414.93$$

$$\begin{aligned}
 \delta(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) &= \sqrt{\frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2}} \\
 &= \sqrt{\frac{429.82}{40} + \frac{414.93}{42}} \\
 &= \sqrt{10.75 + 9.88} \\
 &= \sqrt{20.63} \\
 &= 4.54
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z &= \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\delta(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} \\
 &= \frac{41.63 - 41.48}{4.54} \\
 &= \frac{0.15}{4.54} \\
 &= 0.033
 \end{aligned}$$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$\therefore 0.033 < 2.58$$

- ∴ ความเข้มเลขคณิตของคะแนนก่อนการทดลองไม่แตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ .01

ทดสอบความแตกต่างของมัธยฐานเลขคณิตของคะแนนทดสอบครั้งที่ 1 ระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง 2/7

กลุ่มควบคุม 2/6

x	f	fx <sub>1</sub>	fx <sub>1</sub> <sup>2</sup>	x <sub>2</sub>	f	fx <sub>2</sub>	fx <sub>2</sub> <sup>2</sup>
10	5	50	500	10	3	30	300
9	9	81	729	9	6	54	486
8	7	56	448	8	5	40	320
7	8	56	392	7	7	49	343
6	10	60	360	6	4	24	144
5	2	10	50	5	2	10	50
4	1	4	16	4	3	12	48
				3	6	18	54
				2	3	6	12
				1	1	1	1
		317	2495			244	1758

$$\sum fx_1 = 317$$

$$\sum fx_1^2 = 2495$$

$$N_1 = 42$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum fx_1}{N_1}$$

$$= \frac{317}{42}$$

$$= 7.55$$

$$\sum fx_2 = 244$$

$$\sum fx_2^2 = 1758$$

$$N_2 = 40$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum fx_2}{N_2}$$

$$= \frac{244}{40}$$

$$= 6.1$$

$$\begin{aligned}
 s_1 &= \sqrt{\frac{\sum fx_1^2}{N_1} - \left(\frac{\sum fx_1}{N_1}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{2495}{42} - \left(\frac{317}{42}\right)^2} \\
 &= \sqrt{59.4048 - 56.9666} \\
 &= \sqrt{2.44} \\
 s_1^2 &= 2.44
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s_2 &= \sqrt{\frac{\sum fx_2^2}{N_2} - \left(\frac{\sum fx_2}{N_2}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{1758}{40} - \left(\frac{244}{40}\right)^2} \\
 &= \sqrt{43.95 - 37.21} \\
 &= \sqrt{6.74} \\
 s_2^2 &= 6.74
 \end{aligned}$$

$$s_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \sqrt{\frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2.44}{42} + \frac{6.74}{40}}$$

$$= \sqrt{0.0580 + 0.1685}$$

$$= \sqrt{0.2265}$$

$$= 0.48$$

$$\text{C.R.} = Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}}$$

$$= \frac{7.55 - 6.1}{0.48}$$

$$= \frac{1.45}{0.48}$$

$$= 3.02$$

$$= 3.02 > 2.58$$

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$\therefore 3.02 > 2.58$$

∴ มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ทดสอบความแตกต่างของมัธยฐานเลขคณิตของคะแนนทดสอบชุดที่ 2 ระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง 2/7

กลุ่มควบคุม 2/6

$x_1$	f	$fx_1$	$fx_1^2$	$x_2$	f	$fx_2$	$fx_2^2$
10	3	30	300	10	1	10	100
9	4	36	324	9	3	27	243
8	4	32	256	8	2	16	128
7	6	42	294	7	6	42	294
6	10	60	360	6	1	6	36
5	9	45	225	5	5	25	125
4	2	8	32	4	10	40	160
3	3	9	27	3	4	12	36
2	1	2	4	2	4	8	16
				1	4	4	4
		264	1822			190	1142

$$\sum fx_1 = 264$$

$$\sum fx_1^2 = 1822$$

$$N_1 = 42$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum fx_1}{N_1}$$

$$= \frac{264}{42}$$

$$= 6.29$$

$$\sum fx_2 = 190$$

$$\sum fx_2^2 = 1142$$

$$N_2 = 40$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum fx_2}{N_2}$$

$$= \frac{190}{40}$$

$$= 4.75$$

$$\begin{aligned}
 s_1 &= \sqrt{\frac{\sum fx_1^2}{N_1} - \left(\frac{\sum fx_1}{N_1}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{1822}{42} - \left(\frac{264}{42}\right)^2} \\
 &= \sqrt{43.38 - 39.56} \\
 &= \sqrt{3.82} \\
 s_1^2 &= 3.82
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s_2 &= \sqrt{\frac{\sum fx_2^2}{N_2} - \left(\frac{\sum fx_2}{N_2}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{1142}{40} - \left(\frac{190}{40}\right)^2} \\
 &= \sqrt{28.55 - 22.56} \\
 &= \sqrt{5.99} \\
 s_2^2 &= 5.99
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 s_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} &= \sqrt{\frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2}} \\
 &= \sqrt{\frac{3.82}{42} + \frac{5.99}{40}} \\
 &= \sqrt{0.09 + 0.15} \\
 &= \sqrt{0.24} \\
 &= 0.49
 \end{aligned}$$

$$C.R. = Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}}$$

$$= \frac{6.29 - 4.75}{0.49}$$

$$= \frac{1.54}{0.49}$$

$$= 3.14$$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$\therefore 3.14 > 2.58$$

$\therefore$  มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01



ทดสอบความแตกต่างของมัธยฐานเลขคณิตของ คะแนนทดสอบชุดที่ 3 ระหว่างกลุ่มทดลอง กับกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง 2/7

กลุ่มควบคุม 2/6

$x_1$	f	$fx_1$	$fx_1^2$	$x_2$	f	$fx_2$	$fx_2^2$
10	4	40	400	10	2	20	200
9	4	36	324	9	2	18	162
8	12	96	768	8	15	120	960
7	15	105	735	7	2	14	98
6	2	12	72	6	4	24	144
5	2	10	50	5	1	5	25
3	3	9	27	4	3	12	48
				3	1	3	9
				2	6	12	24
				1	3	3	3
				0	1	0	0
		308	2376			231	1673

$$\sum fx_1 = 308$$

$$\sum fx_2 = 231$$

$$\sum fx_1^2 = 2376$$

$$\sum fx_2^2 = 1673$$

$$N_1 = 42$$

$$N_2 = 40$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum fx_1}{N_1}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum fx_2}{N_2}$$

$$= \frac{308}{42}$$

$$= \frac{231}{40}$$

$$= 7.33$$

$$= 5.78$$

$$\begin{aligned}
 b_1 &= \sqrt{\frac{\sum fx_1^2}{N_1} - \left(\frac{\sum fx_1}{N_1}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{2376}{42} - \left(\frac{308}{42}\right)^2} \\
 &= \sqrt{56.57 - 53.78} \\
 &= \sqrt{2.79} \\
 b_1^2 &= 2.79
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_2 &= \sqrt{\frac{\sum fx_2^2}{N_2} - \left(\frac{\sum fx_2}{N_2}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{1673}{40} - \left(\frac{231}{40}\right)^2} \\
 &= \sqrt{41.82 - 33.35} \\
 &= \sqrt{8.47} \\
 b_2^2 &= 8.47
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} &= \sqrt{\frac{b_1^2}{N_1} + \frac{b_2^2}{N_2}} \\
 &= \sqrt{\frac{2.79}{42} + \frac{8.47}{40}} \\
 &= \sqrt{0.07 + 0.21} \\
 &= \sqrt{0.28} \\
 &= 0.53
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{C.R.} = Z &= \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{b_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}} \\
 &= \frac{7.33 - 5.78}{0.53} \\
 &= \frac{1.55}{0.53} \\
 &= 2.93
 \end{aligned}$$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$\therefore 2.93 > 2.58$$

$\therefore$  มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ทดสอบความแตกต่างของมัธยฐานเลขคณิตของคะแนนทดสอบชุดที่ 4 ระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง 2/7

กลุ่มควบคุม 2/6

$x_1$	f	$fx_1$	$fx_1^2$	$x_2$	f	$fx_2$	$fx_2^2$
27	1	27	729	25	3	75	1875
26	4	104	2704	24	2	48	1152
25	2	50	1250	23	1	23	529
23	3	69	1587	22	2	44	968
22	5	110	2420	21	2	42	882
21	7	147	3087	20	4	80	1600
20	6	120	2400	19	2	38	722
19	4	76	1444	18	4	72	1296
18	2	36	648	15	2	30	450
17	2	34	578	14	1	14	196
12	1	12	144	13	3	39	507
10	2	20	200	12	1	12	144
9	3	27	243	11	1	11	121
				9	3	27	243
				8	3	24	192
				7	2	14	98
				6	2	12	72
				5	2	10	50
		832	17434			615	11097

$$\sum fx_1 = 832$$

$$\sum fx_1^2 = 17434$$

$$\sum fx_2 = 615$$

$$\sum fx_2^2 = 11097$$

กลุ่มทดลอง 2/7

$$N_1 = 42$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum fx_1}{N_1}$$

$$= \frac{832}{42}$$

$$= 19.81$$

$$s_1 = \sqrt{\frac{\sum fx_1^2}{N_1} - \left(\frac{\sum fx_1}{N_1}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{17434}{42} - \left(\frac{832}{42}\right)^2}$$

$$= \sqrt{415.09 - 392.44}$$

$$= \sqrt{22.65}$$

$$s_1^2 = 22.65$$

$$s_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}$$

กลุ่มควบคุม 2/6

$$N_2 = 40$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum fx_2}{N_2}$$

$$= \frac{615}{40}$$

$$= 15.38$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{\sum fx_2^2}{N_2} - \left(\frac{\sum fx_2}{N_2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{11097}{40} - \left(\frac{615}{40}\right)^2}$$

$$= \sqrt{277.43 - 236.54}$$

$$= \sqrt{40.89}$$

$$s_2^2 = 40.89$$

$$= \sqrt{\frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{22.65}{42} + \frac{40.89}{40}}$$

$$= \sqrt{0.54 + 1.02}$$

$$= \sqrt{1.56}$$

$$= 1.25$$

$$\begin{aligned}
 \text{C.R.} = Z &= \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{b(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} \\
 &= \frac{19.81 - 15.38}{1.25} \\
 &= \frac{4.43}{1.25} \\
 &= 3.54
 \end{aligned}$$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$\therefore 3.54 > 2.58$$

$\therefore$  มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ทดสอบความแตกต่างของ คะแนน เติบโตจากการทำแบบสอบวัดทัศนคติ  
ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คนที่	$x_1$	$x_1^2$	คนที่	$x_2$	$x_2^2$
1	30	900	1	3	9
2	28	784	2	5	25
3	26	676	3	7	49
4	29	841	4	4	16
5	18	324	5	15	225
6	1	1	6	32	1024
7	2	4	7	31	961
8	33	1089	8	0	0
9	18	324	9	15	225
10	30	900	10	3	9
11	29	841	11	4	16
12	29	841	12	4	16
13	16	256	13	17	289
14	13	169	14	20	400
15	30	900	15	3	9
16	19	361	16	14	196
17	21	441	17	12	144
18	31	961	18	2	4
19	19	361	19	14	196
20	18	324	20	15	225
21	17	289	21	16	256
22	23	529	22	10	100
23	29	841	23	4	16

อันดับ คนท	$x_1$	$x_1^2$	อันดับ คนท	$x_2$	$x_2^2$
24	26	676	24	7	49
25	21	441	25	12	144
26	12	144	26	21	441
27	11	121	27	22	484
28	9	81	28	24	576
29	25	625	29	8	64
30	13	169	30	20	400
31	19	361	31	14	196
32	18	324	32	15	225
33	29	841	33	4	16
34	19	361	34	14	196
35	30	900	35	3	9
36	13	169	36	20	400
37	28	784	37	5	25
38	28	784	38	5	25
39	26	676	39	7	49
40	17	289	40	16	256
41	22	484	41	11	121
42	14	196	42	19	361
	889	21383		497	8447

$$\sum x_1 = 889$$

$$\sum x_2 = 497$$

$$\sum x_1^2 = 21383$$

$$\sum x_2^2 = 8447$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1}{N}$$

$$= \frac{889}{42}$$

$$= 21.17$$

$$b_1 = \sqrt{\frac{\sum x_1^2}{N} - \left(\frac{\sum x_1}{N}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{21383}{42} - \left(\frac{889}{42}\right)^2}$$

$$= \sqrt{509.12 - 448.17}$$

$$= \sqrt{60.95}$$

$$\therefore b_1^2 = 60.95$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_2}{N}$$

$$= \frac{497}{42}$$

$$= 11.83$$

$$b_2 = \sqrt{\frac{\sum x_2^2}{N} - \left(\frac{\sum x_2}{N}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{8447}{42} - \left(\frac{497}{42}\right)^2}$$

$$= \sqrt{201.12 - 139.95}$$

$$= \sqrt{61.17}$$

$$b_2^2 = 61.17$$

$$b(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \sqrt{\frac{b_1^2}{N} + \frac{b_2^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{60.95}{42} + \frac{61.17}{42}}$$

$$= \sqrt{1.45 + 1.46}$$

$$= \sqrt{2.91} = 1.71$$

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{b(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}$$

$$= \frac{21.17 - 11.83}{1.71}$$

$$= \frac{9.34}{1.71} = 5.46$$

$\therefore 5.46 > 2.58$   $\therefore$  มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

แบบสอบถามทัศนคติและความสนใจของนักเรียนที่มีต่อการเรียนเป็นคณะกับเป็นชั้นปกติ

คำแนะนำในการทำแบบสอบถาม : - เนื่องจากนักเรียนเคยเรียนแบบเป็นชั้นปกติมาก่อน และเมื่อได้เรียนแบบเป็นคณะจบลงแล้ว จึงอยากทราบว่านักเรียนมีทัศนคติและความสนใจเกี่ยวกับการเรียนทั้งสองวิธีนี้อย่างไร ดังนั้นขอให้นักเรียนลองนึกเปรียบเทียบการเรียนเป็นคณะกับเป็นชั้นปกติ ตามหัวข้อต่าง ๆ ดังต่อไปนี้ แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่เลือก ถ้านักเรียนตอบว่าเห็นด้วยในหัวข้อใด หมายถึงนักเรียนเห็นด้วยกับวิธีเรียนเป็นคณะ แต่ไม่เห็นด้วยกับวิธีเรียนเป็นชั้นปกติในหัวข้อนั้น และในทำนองเดียวกัน ถ้าตอบว่าไม่เห็นด้วยในหัวข้อใด หมายถึงไม่เห็นด้วยกับวิธีเรียนเป็นคณะแต่เห็นด้วยกับวิธีเรียนเป็นชั้นปกติในหัวข้อนั้นนั่นเอง

คำสั่ง จงทำเครื่องหมาย ✓ ลง ในช่องที่ท่านเลือก

การเรียนเป็นคณะทำให้

	เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย
1. เข้าใจที่เรียนดีขึ้นกว่าการเรียนเป็นชั้นปกติ	_____	_____
2. ทราบความสามารถของตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์	_____	_____
3. มีความมั่นใจในตนเองมากยิ่งขึ้น เพราะมีการปรึกษาหารือกัน	_____	_____
4. มีการฝึกในด้านการศึกษาที่สนใจ	_____	_____
5. เป็นคนช่างสังเกต	_____	_____
6. รู้จักคิด และคนความมากยิ่งขึ้น	_____	_____
7. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	_____	_____
8. มีโอกาสแสดงความคิดเห็นต่อส่วนรวม	_____	_____
9. มีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน	_____	_____
10. ทราบนิสัยเพื่อน ๆ มากยิ่งขึ้น	_____	_____
11. เกิดความสามัคคี	_____	_____
12. สนใจการเรียนมากขึ้น	_____	_____
13. มีความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น	_____	_____
14. อยากเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น	_____	_____

- |     |  |       |       |
|-----|--|-------|-------|
| 15. | อยากเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นสูงต่อไป                                | _____ | _____ |
| 16. | อยากทำการบ้านมากขึ้น   | _____ | _____ |
| 17. | อยากทำโจทย์พิเศษอีก  | _____ | _____ |
| 18. | ไม่ตื่นเต้นในการทำข้อสอบ   | _____ | _____ |
| 19. | ไม่กลัวในเรื่องคำคะแนนต่ำ  | _____ | _____ |
| 20. | ทำข้อสอบไปคิดอื่น  | _____ | _____ |
| 21. | สมาชิกทุกคนในกลุ่มให้ความร่วมมือ                                 | _____ | _____ |
| 22. | สมาชิกทุกคนในกลุ่มให้ความช่วยเหลือซึ่งกันและกัน                  | _____ | _____ |
| 23. | สมาชิกทุกคนในกลุ่มกระตือรือร้นและสนใจงานกลุ่ม                    | _____ | _____ |
| 24. | สมาชิกในกลุ่มช่วยทำให้การเรียนของเพื่อนดีขึ้น                    | _____ | _____ |
| 25. | มีความพยายามมากขึ้น เมื่อคะแนนน้อยกว่ากลุ่มอื่น                  | _____ | _____ |
| 26. | ไม่รู้สึกว้าคนเองตอน   | _____ | _____ |
| 27. | รู้สึกภูมิใจในการทำโจทย์ถูกต้อง                                  | _____ | _____ |
| 28. | เกิดความสนุกสนานเมื่อได้มีการทำแบบฝึกหัดแข่งขัน                  | _____ | _____ |
| 29. | เกิดความสนุกสนานเมื่อได้ทำงานร่วมกันและช่วยกันแก้ปัญหา           | _____ | _____ |
| 30. | เข้าใจและจำได้แม่นยำขึ้น เพราะได้ทำตัวอย่างและแบบฝึกหัดด้วยตนเอง | _____ | _____ |
| 31. | เกิดความพอใจในสภาพการเรียนซึ่งแตกต่างจากเดิม                     | _____ | _____ |
| 32. | พอใจเพื่อนในกลุ่มมาก   | _____ | _____ |
| 33. | อยากเรียนแบบเป็นคณะนี้อีกในชั้น ม.ศ. 3                           | _____ | _____ |

หมวด ก.

แบบสอบชุดที่ 1 การแก้สมการสองชั้น (10 ข้อ)

คำสั่ง จงเลือกข้อที่ถูกต้องมากที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ข้อใดที่เป็นสมการเชิงเส้นสองชั้น ?

ก.  $3x^2 - 5 = 2$

ข.  $3x + y = 2$

ค.  $2x^2 + y = 4$  และ  $x + y = 2$

ง.  $3x + y = 4$  และ  $x + y = 8$

จ.  $3x^2 + y^2 = 4$  และ  $4x + 5y = 2$

จากสมการ  $4x - 3y = 7 \dots\dots (1)$   
 $2x - 9y = 3 \dots\dots (2)$  } จงทำข้อ 2 - 3

2. ตัวอย่างไรจึงจะกำจัดพจน์ที่มีตัวแปร y ?

ก. เอา 3 คูณ (1) ได้ (3) แล้วนำ (3) มาบวกกับ (2)

ข. เอา 3 คูณ (1) ได้ (3) แล้วนำ (3) มาลบกับ (2)

ค. เอา 3 ทหาร (1) ได้ (3) แล้วนำ (3) มาบวกกับ (2)

ง. เอา 3 ทหาร (1) ได้ (3) แล้วนำ (3) มาลบกับ (2)

จ. เอา 3 ทหาร (2) ได้ (3) แล้วนำ (3) มาบวกกับ (1)

3. ตัวอย่างไรจึงจะกำจัดพจน์ที่มีตัวแปร x ?

ก. เอา 2 คูณ (1) ได้ (2) แล้วนำ (2) มาลบกับ (2)

ข. เอา 2 คูณ (2) ได้ (2) แล้วนำ (2) มาบวกกับ (1)

ค. เอา 2 คูณ (2) ได้ (2) แล้วนำ (2) มาลบกับ (1)

ง. เอา 2 ทหาร (1) ได้ (2) แล้วนำ (2) มาลบกับ (2)

จ. เอา 2 ทหาร (1) ได้ (2) แล้วนำ (2) มาบวกกับ (2)

จากสมการ  $4x - 5y = 33 \dots\dots (1)$   
 $3x - 2y = 3 \dots\dots (2)$  } จงทำข้อ 4 - 5

4. ตัวอย่างใดจึงจะกำจัดพจน์ที่มีตัวแปร  $y$  ?

ก.  $(1) \times 2 - (2) \times 5$

ข.  $(1) \times 2 - (2) \times 5$

ค.  $(1) \times 5 - (2) \times 2$

ง.  $(1) \times 5 + (2) \times 2$

จ.  $(1) \times 5 - (1) \times 2$

5. ตัวอย่างใดจึงจะกำจัดพจน์ที่มีตัวแปร  $x$  ?

ก.  $(1) \times 4 - (2) \times 3$

ข.  $(1) \times 4 + (2) \times 3$

ค.  $(1) \times 4 - (1) \times 3$

ง.  $(1) \times 3 + (2) \times 4$

จ.  $(1) \times 3 - (2) \times 4$

6.  $11x - 45y = 211 \dots (1)$  } จาก (1) และ (2) ถัดต้องการกำจัดพจน์ที่  
 $24x + 75y = 114 \dots (2)$  } มีตัวแปร  $x$  จะทำให้สัมประสิทธิ์ของ  $x$   
 ทั้งสองสมการเท่ากันได้อย่างไร ?

ก. หา ค.ร.น. ของ 11 และ 24    ข. หา ค.ร.น. ของ 45 และ 75

ค. หา ค.ร.น. ของ 211 และ 114    ง. หา ท.ร.ม. ของ 45 และ 75

จ. หา ค.ร.น. ของ 11 และ 24

จากสมการ  $2x + y = 23 \dots (1)$  } จงทำข้อ 7 - 8  
 $4x - y = 19 \dots (2)$  }

7.  $x$  มีค่าเท่าไร ?

ก. 36

ข. -2

ค. 2

ง. -7

จ. 7

8.  $y$  มีค่าเท่าไร ?

ก. 3

ข. -9

ค. -9

ง. 11

จ. 19

9. จากสมการ  $7x - 3y = 0 \dots (1)$  }  $y$  มีค่าเท่าไร ?  
 $5x - 3y = 6 \dots (2)$

ก. 3

ข. -3

ค. 7

ง. -7

จ. 14

10. จากสมการ  $ax + by = 16$  ถ้า  $x = 2, y = 3$  และ  $x = 4, y = 2$ .

a และ b มีค่าเท่าไร ?

ก.  $a = 1, b = 4$

ข.  $a = 2, b = 2$

ค.  $a = 2, b = 4$

ง.  $a = 5, b = 2$

จ.  $a = 5, b = 6$

แบบสอบชุดที่ 2 การแก้สมการสามชั้น (10 ข้อ)

คำสั่ง

จงเลือกข้อที่ถูกตอมากที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ข้อใดที่เป็นสมการเชิงเส้นสามชั้น ?

ก.  $x^3 + 2x^2 + y = 0$

ข.  $x^3 + 2x^2 + y = 0; 2x^3 + x + y = 0$  และ  $3x^2 - x^2 - y = 0$

ค.  $x + y + z = 6; 2x + 3y - z = 0$  และ  $xyz = 17$

ง.  $xy + z = 6; yz + x = 10$  และ  $xz + y = 20$

จ.  $x + y = 5; y + z = 8$  และ  $z + x = 6$

2. จากสมการ  $3x - y = 4x + 2z - 7 = 3y + 5z - 6 = 7$  แยกใดเป็นสมการข้อใด ?

ก.  $3x - y = 0; 4x + 2z - 7 = 0$  และ  $3y + 5z - 6 = 0$

ข.  $3x - y = 0; 4x + 2z - 7 = 0$  และ  $3y + 5z - 6 = 7$

ค.  $3x - y = 0; 4x + 2z = 0$  และ  $3y + 5z - 6 = 7$

ง.  $3x - y = 7; 4x + 2z = 0$  และ  $3y + 5z - 6 = 7$

จ.  $3x - y = 4x + 2z - 7; 4x + 2z - 7 = 3y + 5z - 6$  และ  $3y + 5z - 6 = 0$

$$\left. \begin{array}{l} \text{จากสมการ } 6x + 2y - 5z = 13 \quad \dots (1) \\ \qquad \qquad 3x + 3y - 2z = 13 \quad \dots (2) \\ \qquad \qquad 7x + 5y - 3z = 26 \quad \dots (3) \end{array} \right\} \text{จงทำข้อ } 3 - 7$$

3. เมื่อกำจัดตัวแปร  $y$  จะได้สมการข้อใด ?

ก.  $12x - 11z = 13$       และ  $6x + z = 13$

ข.  $12 - 11z = 0$       และ  $6x + z = 13$

ค.  $12x + 11z = 0$       และ  $z - 6x = 13$

ง.  $12x - 19z = 13$       และ  $6x - 19z = 13$

จ.  $12x - 19z = 0$       และ  $6x - z = 13$

4. เมื่อกำจัดตัวแปร  $z$  จะได้สมการข้อใด ?

ก.  $27x + 19y = 0$       และ  $23x + 19y = 13$

ข.  $27x + 19y = 91$       และ  $23x + 19y = 91$

ค.  $3x + 11y = 0$       และ  $5x + y = 13$

ง.  $3x + 11y = 13$       และ  $5x + y = 13$

จ.  $3x + 11y = 39$       และ  $5x + y = 13$

5.  $x$  มีค่าเท่าไร ?

ก.  $\frac{1}{3}$       ข. 2

ค. 3      ง. 4

จ. 6

6.  $y$  มีค่าเท่าไร ?

ก. -2      ข. 1

ค. 3      ง. 7

จ. 8

7.  $z$  มีค่าเท่าไร ?

ก. 0      ข. 1

ค. -1      ง. 7

จ. -7

จากสมการ  $3x + 5y = 14 \dots (1)$

$2y + 3z = 11 \dots (2)$

$4x + 7z = 16 \dots (3)$

จงทำข้อ 8 - 10

8. x มีค่าเท่าไร ?

ก.  $-\frac{5}{4}$

ข.  $-\frac{1}{2}$

ค.  $\frac{1}{2}$

ง. 6

จ.  $\frac{13}{2}$

9. y มีค่าเท่าไร ?

ก.  $\frac{5}{2}$

ข.  $\frac{9}{2}$

ค. 5

ง. 6

จ. 10

10. z มีค่าเท่าไร

ก.  $\frac{1}{3}$

ข.  $\frac{2}{3}$

ค.  $\frac{1}{2}$

ง.  $\frac{3}{3}$

จ. 6

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แบบสอบชุดที่ 3 โจทย์สมการหลายขั้น (10 ข้อ)

คำสั่ง

จงเลือกข้อที่ถูกตอมากที่สุดเพียงข้อเดียว

จากโจทย์ต่อไปนี้ ให้ทำข้อ 1 - 2

เศษหนึ่งส่วนสามของเลขจำนวนมาก มากกว่าครึ่งหนึ่งของเลขจำนวนน้อยอยู่ 1 และเศษหนึ่งส่วนหกรของเลขจำนวนมากบวกกับเศษหนึ่งส่วนหกของเลขจำนวนน้อย เท่ากับครึ่งหนึ่งของเลขจำนวนน้อย อยากทราบว่าเลขจำนวนไหนเท่าไร

1. เลขจำนวนมากเป็นเท่าไร ?

ก.  $\frac{2}{11}$

ข.  $\frac{9}{5}$

ค. 9

ง. 25

จ. 30

2. เลขจำนวนน้อยเป็นเท่าไร ?

ก.  $-\frac{40}{11}$

ข. - 29

ค. - 22

ง. 18

จ. 22

จากโจทย์ต่อไปนี้ ให้ทำข้อ 3 - 4

แดงไปเล่นปาเป้าที่งานกาชาด ถ้าปาเป้าแต่ละครั้งแล้วถูกเป้า จะได้รับเงิน 8 บาท แต่ถาปาผิดจะต้องเสียเงิน 3 บาท หลังจากที่เขาปาเป้าไปทั้งหมด 24 ครั้ง เขาต้องจ่ายเงิน 6 บาท เขาปาเป้าถูกกี่ครั้ง

3. แดงปาเป้าถูกกี่ครั้ง ?

ก. 5 ครั้ง

ข. 6 ครั้ง

ค. 17 ครั้ง

ง. 18 ครั้ง

จ. 19 ครั้ง

4. แดงปาเป้าผิดกี่ครั้ง ?

ก. 5 ครั้ง

ข. 6 ครั้ง

ค. 7 ครั้ง

ง. 18 ครั้ง

จ. 19 ครั้ง

จากโจทย์ต่อไปนี้ ให้ทำข้อ 5 - 8

เลขจำนวนหนึ่งมีสองหลัก และมีค่าเป็นสามเท่าของผลบวกของหลักทั้งสอง แต่ถาเอา 45 บวกเข้ากับเลขจำนวนนั้น ก็จะเท่ากับเลขจำนวนนั้น เมื่อสลับหลักกัน จงหาเลขจำนวนนั้น

ถ้าสมมุติให้  $x$  เป็นเลขหลักสิบ และ  $y$  เป็นเลขหลักหน่วย

5. เลขจำนวนนั้นคืออะไร ?

ก.  $10x + y$

ข.  $10y + x$

ค.  $10y - x$

ง.  $10x - y$

จ.  $10x + 10y$

6. "เลขจำนวนหนึ่งมีสองหลัก และมีค่าเป็นสามเท่าของผลบวกของหลักทั้งสอง" เขียนเป็นรูปสมการได้อย่างไร ?

ก.  $10y + x = 3(x + y)$

ข.  $10x + y = 3(x + y)$

ค.  $10y - x = 3x + y$

ง.  $10x - y = 3x + y$

จ.  $10x + 10y = 3(x + y)$

7. "ถาเอา 45 บวกเข้ากับเลขจำนวนนั้น ก็จะเท่ากับเลขจำนวนนั้น เมื่อสลับหลักกัน" เขียนเป็นรูปสมการได้อย่างไร ?

ก.  $10x + y + 45 = 10y + x$

ข.  $10y + x + 45 = 10x + y$

ค.  $10y - x + 45 = 10y - x$

ง.  $10x - y + 45 = 10x - y$

จ.  $10x + 10y + 45 = 10y + x$

8. เลขจำนวนนั้นคืออะไร ?

ก. 17

ข. 23

ค. 27

ง. 32

จ. 72

จากโจทย์ต่อไปนี้ ให้ทำข้อ 9 - 10

คนศักดิ์มีเงินอยู่ 7.95 บาท เป็นเหรียญห้าสตางค์ สิบสตางค์และเหรียญสลึง จำนวนเหรียญห้าสตางค์เป็นสามเท่าของจำนวนเหรียญสลึง และจำนวนเหรียญสลึง เป็นเศษหนึ่งส่วนสี่ของจำนวนเหรียญสิบสตางค์ ถาถามว่าคนศักดิ์มีเหรียญสามชนิดนี้ ชนิดละกี่เหรียญ

สมมติให้  $x, y, z$  เป็นปริมาณต่าง ๆ สืบต่อกันและกัน

เปรียบตามลำดับ

9. สมการข้อใดที่สอดคล้องกับโจทย์ ?

ก.  $y = 3z$

ข.  $y = 3x$

ค.  $z = 3x$

ง.  $x = 3y$

จ.  $x = 3z$

10. สมการข้อใดที่สอดคล้องกับโจทย์ ?

ก.  $x = 4y$

ข.  $x = 4z$

ค.  $y = 4z$

ง.  $y = 4x$

จ.  $z = 4y$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## แบบสอบชุดที่ 4 สรุปบทเรียนเรื่องการแกสมการ (30 ข้อ)

คำสั่ง

จงเลือกข้อที่ถูกต้องมากที่สุดเพียงข้อเดียว

1.

ข้อใดที่เป็นสมการเชิงเส้นสองตัว ?

ก.  $2x - 5 = 8$

ข.  $2x^2 - 5 = 8$

ค.  $2x^2 + y = 4$  และ  $x + 5y = 7$

ง.  $3x + y = 8$  และ  $4x + 2y = 6$

จ.  $3x^2 + 2y^2 = 8$  และ  $4x + 2y + 4$

จากสมการ  $3x - y = 9 \dots (1)$

$2x + y = 11 \dots (2)$

} จงทำข้อ 2 - 5

2.

สมการข้อใดที่ได้จากการกำจัดตัวแปร  $y$  ?

ก.  $x - 20 = 0$

ข.  $x + 20 = 0$

ค.  $5x - 20 = 0$

ง.  $5x + 20 = 0$

จ.  $x - 2 = 0$

3.

สมการข้อใดที่ได้จากการกำจัดตัวแปร  $x$  ?

ก.  $y - 51 = 0$

ข.  $y + 51 = 0$

ค.  $y - 15 = 0$

ง.  $5y + 15 = 0$

จ.  $5y - 15 = 0$

4.

 $x$  มีค่าเท่าไร ?

ก.  $-2$

ข.  $2$

ค.  $-4$

ง.  $4$

จ.  $5$

5.

 $y$  มีค่าเท่าไร ?

ก.  $2$

ข.  $3$

ค.  $6$

ง.  $7$

จ.  $15$

$$\text{จากสมการ } 7x - 3y = 0 \dots (1)$$

$$5x - 3y = 6 \dots (2)$$

จงทำข้อ 6 - 10

6.

สมการข้อใดที่สอดคล้องกับโจทย์ ?

ก.  $7x = 5x - 6$

ข.  $7x = 5x + 6$

ค.  $7x = 6 - 5x$

ง.  $5x = 7x - 6$

จ.  $5x = 6 - 7x$

7.

สมการข้อใดที่ได้จากการกำจัดตัวแปร  $y$  ?

ก.  $12x + 6 = 0$

ข.  $12x - 6 = 0$

ค.  $-2x + 6 = 0$

ง.  $2x - 6 = 0$

จ.  $2x + 6 = 0$

8.

สมการข้อใดที่ได้จากการกำจัดตัวแปร  $x$  ?

ก.  $6y - 6 = 0$

ข.  $6y + 42 = 0$

ค.  $6y - 42 = 0$

ง.  $36y + 108 = 0$

จ.  $36y - 108 = 0$

9.

$x$  มีค่าเท่าไร ?

ก.  $\frac{1}{2}$

ข.  $-\frac{1}{2}$

ค. 3

ง. 3

จ. 6

10.

$y$  มีค่าเท่าไร ?

ก. 1

ข. 3

ค. -3

ง. 7

จ. -7

11.

ข้อใดที่เป็นสมการเชิงเส้นสามตัว ?

ก.  $2x^3 + x^2 + y = 0$

ข.  $x^3 + 2x^2 + y = 0$ ;  $x^3 + x^2 + y = 0$  และ  $x^3 - x^2 + y = 0$

ค.  $x + y + z = 0$ ;  $2x + 3y + 4z = 0$  และ  $xyz = 2$

ง.  $x + y + z = 0$ ;  $2x + 3y + 4z = 0$  และ  $x + 3y + 2z = 1$

จ.  $xy + z = 0$ ;  $yz + x = 0$  และ  $xz + y = 0$

$$\left. \begin{array}{l} \text{จากสมการ } x + 2y = 9 \dots\dots (1) \\ \phantom{\text{จากสมการ }} 5x + 8z = 7 \dots\dots (2) \\ \phantom{\text{จากสมการ }} y + 3z = 19 \dots\dots (3) \end{array} \right\} \text{จงทำข้อ 12 - 17}$$

12. เมื่อกำจัดตัวแปร  $x$  จะได้สมการข้อใด ?

ก.  $10y - 8z = 2$  และ  $y + 3z = 19$

ข.  $10y + 8z = 16$  และ  $y + 3z = 19$

ค.  $10y + 8z = 38$  และ  $y + 3z = 19$

ง.  $10y - 8z = 38$  และ  $y + 3z = 19$

จ.  $10y - 2z = 38$  และ  $y + 3z = 19$

13. เมื่อกำจัดตัวแปร  $y$  จะได้สมการข้อใด ?

ก.  $5x + 8z = 7$  และ  $x - 6z = -29$

ข.  $5x + 8z = 7$  และ  $x - 6z = 29$

ค.  $5x + 8z = 7$  และ  $x + 6z = 29$

ง.  $5x + 8z = 7$  และ  $x - 6z = -10$

จ.  $5x + 8z = 7$  และ  $x - 6z = 10$

14. เมื่อกำจัดตัวแปร  $z$  จะได้สมการข้อใด ?

ก.  $x + 2y = 9$  และ  $15x - 8y = 131$

ข.  $x + 2y = 9$  และ  $15x - 8y = -131$

ค.  $x + 2y = 9$  และ  $15x + 8y = 131$

ง.  $x + 2y = 9$  และ  $15x - 8y = -12$

จ.  $x + 2y = 9$  และ  $15x - 8y = 12$

15.  $x$  มีค่าเท่าไร ?

ก. 3 ข. 5

ค. -5 ง. 6

จ. -6

16.  $y$  มีค่าเท่าไร ?

ก.  $\frac{3}{2}$  ข. 2

ค. 3 ง. 4

จ. 7

17.  $z$  มีค่าเท่าไร ?

ก.  $-1$

ข.  $1$

ค.  $-4$

ง.  $4$

จ.  $5$

จากสมการ  $6x + 2y - 5z = 13 \dots (1)$

$3x + 3y - 2z = 13 \dots (2)$

$7x + 5y - 3z = 26 \dots (3)$

} จงทำข้อ 18 - 23

18. เมื่อกำจัดตัวแปร  $x$  จะได้สมการข้อใด ?

ก.  $4y + z = 13$  และ  $6y - 5z = 13$

ข.  $4y + z = 0$  และ  $6y - 5z = 0$

ค.  $4y - z = 13$  และ  $6y - 5z = 13$

ง.  $4y - z = 13$  และ  $6y + 5z = 13$

จ.  $4y - z = 0$  และ  $6y - 5z = 0$

19. เมื่อกำจัดตัวแปร  $y$  จะได้สมการข้อใด ?

ก.  $12x + 11z = 0$  และ  $z - 6x = 13$

ข.  $12x - 11z = 0$  และ  $6x + z = 13$

ค.  $12x - 11z = 13$  และ  $6x + z = 13$

ง.  $12x - 19z = 13$  และ  $6x - 19z = 13$

จ.  $12x - 19z = 0$  และ  $6x - z = 13$

20. เมื่อกำจัดตัวแปร  $z$  จะได้สมการข้อใด ?

ก.  $27x + 19y = 0$  และ  $23x + 19y = 13$

ข.  $27x + 19y = 91$  และ  $23x + 19y = 91$

ค.  $3x + 11y = 0$  และ  $5x + y = 13$

ง.  $3x + 11y = 13$  และ  $5x + y = 13$

จ.  $3x + 11y = 39$  และ  $5x + y = 13$

21.  $x$  มีค่าเท่าไร ?

ก.  $\frac{1}{3}$

ข. 2

ค. 3

ง. 4

จ. 6

22.  $y$  มีค่าเท่าไร ?

ก. - 2

ข. 1

ค. 3

ง. 7

จ. 8

23.  $z$  มีค่าเท่าไร ?

ก. 0

ข. 1

ค. - 1

ง. 7

จากโจทย์ต่อไปนี้ให้ทำข้อ 24 - 26

สันติไปทำกาารไปรษณีย์ เขาซื้อแสตมป์ชนิดวงละ 3 บาท กับชนิดวงละ 5 บาทรวมกัน 6 ดวง เขาจะถางจ่ายเงินไปทั้งสิ้น 24 บาท จงหาว่าเขาสซื้อแสตมป์ชนิดละกี่ดวง สมมติให้เขาซื้อแสตมป์วงละ 3 บาทได้  $x$  ดวงและวงละ 5 บาทได้  $y$  ดวง

24. จากโจทย์จะได้สมการข้อใด ?

ก.  $x - y = 6$

ข.  $x + y = 6$

ค.  $3x + y = 6$

ง.  $3x + y = 6$

จ.  $x + 5y = 6$

25. จากโจทย์จะได้สมการข้อใด ?

ก.  $x + y = 24$

ข.  $5x - 3y = 24$

ค.  $5x + 3y = 24$

ง.  $3x - 5y = 24$

จ.  $3x + 5y = 24$

26. สันติซื้อแสตมป์ชนิดวงละ 3 บาทได้กี่ดวง ?

ก. 3 ดวง

ข. 9 ดวง

ค. 10 ดวง

ง. 15 ดวง

จ. 21 ดวง

จากโจทย์ต่อไปนี้ จงทำข้อ 27 - 28

ถ้าเอา 1 หักออกจากตัวเศษ เศษส่วนจำนวนหนึ่งก็จะกลายเป็น  $\frac{1}{2}$  แต่ถ้าตัวเศษเพิ่มขึ้นอีก 5 และตัวส่วนลดลงอีก 6 เศษส่วนจำนวนนั้นก็จะกลายเป็น 2 เศษส่วนจำนวนนี้คืออะไร?

สมมติให้เศษส่วนจำนวนนั้นคือ  $\frac{x}{y}$

27. "ถ้าเอา 1 หักออกจากตัวเศษ เศษส่วนจำนวนหนึ่งก็จะกลายเป็น  $\frac{1}{2}$ " เขียนเป็น

รูปสมการได้อย่างไร ?

ก.  $x - \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$

ข.  $\frac{x}{y} - 1 = \frac{1}{2}$

ค.  $\frac{x-1}{y} = \frac{1}{2}$

ง.  $\frac{x}{y-1} = \frac{1}{2}$

จ.  $1 - \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$

28. " ถ้าตัวเศษเพิ่มขึ้นอีก 5 และตัวส่วนลดลงอีก 6 เศษส่วนจำนวนนั้นก็จะกลายเป็น 2"

เขียนเป็นรูปสมการได้อย่างไร ?

ก.  $\frac{x+5}{y-6} = 2$

ข.  $\frac{x-5}{y+6} = 2$

ค.  $\frac{x}{y} - \frac{5}{6} = 2$

ง.  $\frac{x}{y} + \frac{5}{6} = 2$

จ.  $\frac{5}{6} - \frac{x}{y} = 2$

จากโจทย์ต่อไปนี้ จงทำข้อ 29 - 30

คางกระแสน้ำไฟฟ้าที่บริษัทคิดแถมใช้ในเดือนหนึ่งดังนี้ ค่าเช่าหม้อมีเตอร์  $x$  บาท และค่า  
 กระแสน้ำหน่วยละ  $y$  บาท ถ้าฉันใช้ไฟฟ้า 2 เดือน เดือนแรกใช้ 38 หน่วย  
 เดือนต่อไปใช้ 45 หน่วย สิ้นเงิน 23.30 บาท และ 27.50 บาท จงหาค่าเช่าหม้อ  
 มีเตอร์และค่างกระแสน้ำค่าหนึ่งหน่วย ?

29. จากโจทย์จะได้สมการข้อใด ?

ก.  $x + y = 23.30$

ข.  $x + 38y = 2330$

ค.  $x + 38y = 23.30$

ง.  $38x + y = 2330$

จ.  $38x + y = 23.30$

30. จากโจทย์จะได้สมการข้อใด ?

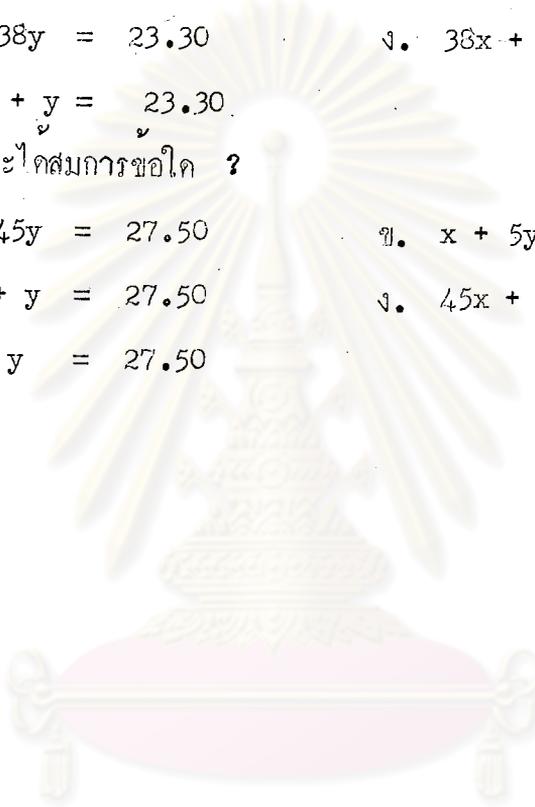
ก.  $x + 45y = 27.50$

ข.  $x + 5y = 2750$

ค.  $45x + y = 27.50$

ง.  $45x + y = 2750$

จ.  $x + y = 27.50$



ศูนย์วิทยพัทยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ผนวก ง.

บันทึกการสอนตอนที่ 1 การแก้สมการสองชั้น (3 คาบ)

คาบที่ 1

I. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกคุณสมบัติของสมการเชิงเส้นสองชั้นได้
2. กำหนดสมการเชิงเส้นสองชั้นใด ๆ ให้ นักเรียนสามารถ
  - 2.1 แก้สมการได้โดยวิธีกำจัดตัวที่ไม่รู้ค่าตัวหนึ่ง โดยนำค่าของตัวนั้นมาเข้าสมการใหม่
  - 2.2 แก้สมการได้โดยวิธีแทนค่า
  - 2.3 ตรวจสอบคำตอบด้วยตนเอง
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมงได้ถูกต้อง 90%
4. ทำโจทย์แบบฝึกหัดเป็นการบ้านได้ถูกต้อง 95%

II. รายละเอียดของเนื้อหาวิชา

1. สมการเชิงเส้นสองชั้น ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นสองสมการ ซึ่งมีตัวแปรหรือตัวไม่ทราบค่าสองตัว
2. การแก้สมการโดยการกำจัดตัวที่ไม่รู้ค่าตัวหนึ่ง โดยนำค่าของตัวนั้นมาเข้าสมการใหม่

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ

$$3x + 5y = 37$$

$$4x - 2y = 6$$

วิธีทำ

$$3x + 5y = 37 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$4x - 2y = 6 \quad \dots\dots\dots (2)$$

จาก (1);

$$3x = 37 - 5y$$

$$x = \frac{37 - 5y}{3} \quad \dots\dots\dots (3)$$

จาก (2);

$$4x = 6 + 2y$$

$$x = \frac{6 + 2y}{4} \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{37 - 5y}{3} = \frac{6 + 2y}{4}$$

$$148 - 20y = 18 + 6y$$

$$- 26y = -130$$

$$y = 5$$

แทนค่า y ใน (4)

$$x = \frac{6 + 10}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$x = 4$$

$$y = 5$$

Ans.

ตรวจคำตอบ

แทนค่า x,y ใน (1);  $3x + 5y = 3(4) + 5(5) = 12 + 25 = 37 =$  ขางขวา

แทนค่า x,y ใน (2);  $4x - 2y = 4(4) - 2(5) = 16 - 10 = 6 =$  ขางขวา

∴ การแก้สมการถูกต้อง

3. การแก้สมการสองชั้นโดยวิธีแทนค่า

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ  $4x + 5y = 41$

$$3x - 2y = 2$$

วิธีทำ

$$4x + 5y = 41 \dots\dots\dots (1)$$

$$3x - 2y = 2 \dots\dots\dots (2)$$

จาก (2);

$$3x = 2 + 2y$$

$$x = \frac{2 + 2y}{3} \dots\dots\dots (3)$$

แทนค่า x ใน (1);  $4\left(\frac{2 + 2y}{3}\right) + 5y = 41$

$$\frac{8 + 8y}{3} + 5y = 41$$

$$8 + 8y + 15y = 123$$

$$23y = 115$$

$$y = 5$$

แทนค่า  $y$  ใน (2);

$$x = \frac{2 + 2(5)}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$\left. \begin{aligned} x &= 4 \\ y &= 5 \end{aligned} \right\} \text{Ans.}$$

ตรวจคำตอบ

แทนค่า  $x, y$  ใน (1); ข้างซ้าย =  $4(4) + 5(5) = 16 + 25 = 41 =$  ข้างขวา

แทนค่า  $x, y$  ใน (2); ข้างซ้าย =  $3(4) - 2(5) = 12 - 10 = 2 =$  ข้างขวา

• การแก้สมการถูกต้อง

4. ให้ทำโจทย์พิเศษ 2 ข้อ ในห้องเรียน คือ

4.1 จงแก้สมการโดยการกำจัดตัวที่ไม่รู้ค่า  $11x + 8y = 31$  และ  $13x - 6y = 83$

4.2 จงแก้สมการโดยการแทนค่า  $2x = 5y + 1$  และ  $24 - 7x = 3y$

5. ให้โจทย์แบบฝึกหัดเป็นการบ้าน 6 ข้อ คือ

จงแก้สมการโดยการกำจัดตัวที่ไม่รู้ค่าตัวหนึ่ง

5.1  $2x + y = 23$  และ  $4x - y = 19$

5.2  $x = 3y$  และ  $x = 15 - 2y$

5.3  $3y = 2x + 6$  และ  $2y = x - 5$

จงแก้สมการโดยการแทนค่า

5.4  $3x - 2y = 6$  และ  $6y - 5x = 30$

5.5  $4x - 3y = 7$  และ  $2x - 9y = 3$

5.6  $2x + y - 1 = 10 = x + y + 2$

III. วิธีสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

กลุ่มทดลอง

ชั้นนำ

1. ให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการเชิงเส้น  
ชั้นเดียว พร้อมทั้งบอกคุณสมบัติและวิธีแก้  
สมการ เมื่อนักเรียนตอบเสร็จแล้ว ครูนำ  
แผนภูมิต่อไปนี้ติดบนกระดานดำ

กลุ่มควบคุม

ชั้นนำ

เหมือนกลุ่มทดลอง

### สมการเชิงเส้นชั้นเดียว

$$3x + 2 = 20$$

- คุณสมบัติ :-
1. มีสมการเดียว
  2. มีตัวไม่ทราบค่าตัวเดียว และกำลังเป็นหนึ่ง

- วิธีแก้ :-
1. จัดให้ตัวที่ไม่ทราบค่า และตัวคงที่อยู่คนละข้างของเครื่องหมายเท่ากับ
  2. หาค่าของตัวที่ไม่ทราบค่า โดยทำให้สัมประสิทธิ์เป็นหนึ่ง

2. ให้นักเรียนบอกกฎการเท่ากันของจำนวนสองจำนวน เมื่อเอาสองจำนวนนั้นมาบวกหรือลบ หรือคูณ หรือหารกัน ผลลัพธ์จะเท่ากันเสมอ แล้วครูคิดแผนภูมิสรุป

ถ้า  $a = b$  จะได้ว่า

$$1. a + 3 = b + 3$$

$$2. a - 3 = b - 3$$

$$3. 3a = 3b$$

$$4. \frac{a}{3} = \frac{b}{3}$$

#### ขั้นตอน

1. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการเชิงเส้นชั้นเดียวมา 1 สมการ แล้วให้พิจารณาความีตัวที่ไม่ทราบค่ากี่ตัว (ตัวเดียว)

#### ขั้นตอน

1. เหมือนกลุ่มทดลอง

2. ครูถามนักเรียนว่า ถ้าเป็นสมการสองชั้น  
ควรมีตัวที่ไม่ทราบค่ากี่ตัว (สองตัว)
3. ให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการที่มีตัวไม่ทราบ  
ค่า 2 ตัวมา 2 สมการ แล้วพิจารณาหาวิธีแก้  
สมการ โดยเทียบเคียงจากสมการเชิงเส้นชั้น  
เดียว ครูให้นักเรียนช่วยกันทำบนกระดานคำ  
และสรุปวิธีแก้สมการแบบการกำจัดตัวที่ไม่ทราบ  
ค่า แล้วครูคิดแผนภูมิสรุปวิธีแก้สมการ

วิธีแก้สมการสองชั้น

1. โดยการกำจัดตัวที่ไม่รู้ค่าตัวหนึ่ง และ  
นำค่าของตัวนั้นมาเข้าสมการใหม่

4. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการที่มีตัวไม่  
รู้ค่า 2 ตัว อีก 2 สมการ แล้วแบ่งกลุ่ม  
นักเรียนให้พิจารณาแก้สมการ โดยการแทนค่า  
และให้แต่ละกลุ่มสรุปวิธีแก้สมการ เสร็จ  
แล้วครูเอาแผนภูมิวิธีแก้สมการ สองชั้นขอสอง  
ติดบนกระดานคำ

2. โดยการแทนค่า

5. ให้แต่ละกลุ่มทำการบ้าน 6 ข้อ  
ขั้นสรุป ให้นักเรียนช่วยกันสรุปคุณสมบัติ และ  
วิธีแก้สมการสองชั้น

2. เหมือนกลุ่มทดลอง
3. เหมือนกลุ่มทดลอง

4. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการที่มี  
ตัวไม่ทราบค่า 2 ตัว อีก 2 สมการ แล้ว  
ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนทั้งชั้นพิจารณา  
หาวิธีแก้สมการอีกวิธีหนึ่ง ถ้าไม่สามารถ  
ตอบได้ ครูแนะ หรืออธิบาย แล้วครูคิด  
แผนภูมิวิธีแก้สมการ สองชั้นขอสองบน  
กระดานคำ

2. โดยการแทนค่า

5. ให้แต่ละคนทำการบ้าน 6 ข้อ  
ขั้นสรุป เหมือนกลุ่มทดลอง

IV. การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล	
	กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. สังเกตจากความสนใจของนักเรียน	1. สนใจมาก	1. สนใจมาก
2. สังเกตจากการตอบคำถาม	2. ส่วนมากชอบตอบ	2. ส่วนมากชอบตอบ
3. สังเกตจากการรวมกิจกรรม	ส่วนมากกระตือรือร้น และให้ความร่วมมือดี	—
4. สังเกตจากการซักถามครูและเพื่อน	ส่วนมากถามเพื่อนใน กลุ่มมากกว่าถามครู	ส่วนน้อยซักถามครู
5. ให้ทำโจทย์ก่อนท้ายชั่วโมงหลังจาก การสอนเสร็จแล้ว โดยกลุ่มทดลอง ให้ทำเป็นกลุ่ม และกลุ่มควบคุมให้ ทำเป็นรายบุคคล	ทำถูกทั้ง 2 ข้อ 4 กลุ่ม และถูก 1 ข้อ 3 กลุ่ม	ทำถูก 2 ข้อ 20 คน ทำถูก 1 ข้อ 12 คน ทำไม่ถูกเลย 8 คน
6. ให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบฝึกหัด เป็นกรบ้าน 6 ข้อ	ทำถูกทั้ง 6 ข้อ 5 กลุ่ม ทำถูก 5 ข้อ 2 กลุ่ม	ทำถูก 6 ข้อ 22 คน ทำถูก 5 ข้อ 11 คน ทำถูก 4 ข้อ 7 คน

คาบที่ 2

I. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เมื่อกำหนดสมการเชิงเส้นสองชั้นใด ๆ นักเรียนสามารถแก้สมการได้โดยวิธีทำให้สัมประสิทธิ์เท่ากัน แล้วบวกหรือลบกัน
2. ทำตัวอย่างที่ 4 และ 5 ได้ถูกต้อง
3. ทำโจทย์แบบฝึกหัดเป็นการบ้านได้ถูกต้อง 95%

II. รายละเอียดของเนื้อหาวิชา

1. การแก้สมการเชิงเส้นสองชั้นโดยวิธีทำให้สัมประสิทธิ์เท่ากัน แล้วบวกหรือลบกัน ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการโดยวิธีทำให้สัมประสิทธิ์เท่ากัน

$$5x - 2y = 6 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$3x - y = 5 \quad \dots\dots\dots (2)$$

วิธีทำ (1)  $\times$  2;  $6x - 2y = 10 \quad \dots\dots\dots (3)$

$$(3) - (1); \quad x = 4$$

แทนค่า  $x$  ใน (2);  $3(4) - y = 5$

$$12 - y = 5$$

$$-y = 5 - 12$$

$$y = 7$$

$$x = 4$$

$$y = 7$$

Ans.

ตรวจคำตอบ

แทนค่า  $x, y$  ใน (1);  $5(4) - 2(7) = 20 - 14 = 6 =$  ขางขวา

แทนค่า  $x, y$  ใน (2);  $3(4) - 7 = 12 - 7 = 5 =$  ขางขวา

∴ การแก้สมการ ถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 4 จงแก้สมการ (ใช้วิธีอะไรก็ได้)

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{5} \dots\dots\dots (1)$$

$$x = \frac{11}{10} + \frac{y}{3} \dots\dots\dots (2)$$

วิธีทำ จาก (1);  $x = \frac{3y}{5} \dots\dots\dots (3)$

แทนค่า  $x$  ใน (2);  $\frac{3y}{20} = \frac{11}{10} + \frac{y}{3} \dots\dots\dots (4)$

$$4 \times 60; \quad 9y = 66 + 20y$$

$$-11y = 66$$

$$y = -6$$

แทนค่า  $y$  ใน (3);  $x = \frac{3(-6)}{5} = -\frac{18}{5}$

$$x = -3\frac{3}{5}$$

$$y = -6$$

Ans.

ตรวจคำตอบ แทนค่า  $y$  ใน (1) และ (2)

$$\text{ข้างซ้าย (1)} = -\frac{18}{5} \times \frac{1}{3} = -\frac{18}{15} = -\frac{6}{5}$$

$$\text{ข้างขวา (1)} = -\frac{6}{5}$$

$$\text{ข้างซ้าย (2)} = -\frac{18}{5} \times \frac{1}{4} = -\frac{18}{20} = -\frac{9}{10}$$

$$\text{ข้างขวา (2)} = \frac{11}{10} + \frac{(-6)}{3} = \frac{11}{10} - 2 = -\frac{9}{10}$$

$\therefore$  การแก้สมการถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 5 จงแก้สมการ  $\frac{2}{x} + \frac{5}{y} = 5 \dots\dots\dots (1)$

$$\frac{1}{x} + \frac{6}{y} = 11 \dots\dots\dots (2)$$

วิธีทำ (2)  $\times 2$ ;  $\frac{2}{x} + \frac{12}{y} = 22 \dots\dots\dots (3)$

$$(3) - (1); \quad -\frac{12}{y} - \frac{5}{y} = 22 - 5$$

$$-\frac{17}{y} = 17$$

$$y = -1$$

แทนค่า  $y$  ใน (3);  $\frac{2}{x} - \frac{12}{(-1)} = 22$

$$\frac{2}{x} = 22 - 12$$

$$2 = 10x$$

$$x = \frac{1}{5}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{1}{5} \\ y = -1 \end{array} \right\} \text{Ans.}$$

ตรวจคำตอบ

แทนค่า  $x, y$  ใน (1); ขางซ้าย =  $\frac{2}{\frac{1}{5}} + \frac{5}{(-1)} = 10 - 5 = 5 =$  ขางขวา

แทนค่า  $x, y$  ใน (2); ขางซ้าย =  $\frac{1}{\frac{1}{5}} - \frac{6}{(-1)} = 5 + 6 = 11 =$  ขางขวา

∴ การแก้สมการถูกต้อง

2. ให้โจทย์แบบฝึกหัดเป็นการบ้าน 6 ข้อ คือ  
จงแก้สมการโดยวิธีทำให้ ส.ป.ส เท่ากัน

2.1  $5x - 3y = 1$  และ  $7x - 2y = 8$

2.2  $21x - 4y = 2$  และ  $35x + 3y = 100$

2.3  $x + 6 = 2(10 + y) = 9 - (x + y)$

จงแก้สมการ

2.4  $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 0$  และ  $8x + 9y = 7$

2.5  $.4x + 5y = 6.56$  และ  $2x + .3y = 3.16$

2.6 จากสมการ  $ax - by = 24$  ถ้า  $x = 3, y = -4$  และ  $x = 9, y = 4$

จงหาค่าของ  $a$  และ  $b$

### III. วิธีสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

#### กลุ่มทดลอง

##### ขั้นนำ

ให้นักเรียนมอกรีต<sup>๔</sup>แก่สมการสองชั้นที่  
เรียนไปแล้ว และครูกำหนดแผนภูมิบนกระดานดำ

#### วิธีแก้สมการสองชั้น

1. โดยการกำจัดตัวที่ไม่ทราบค่าตัวหนึ่ง  
และนำค่าของตัวนั้นมาเข้าสมการใหม่
2. โดยการแทนค่า

##### ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการสองชั้น  
ที่ส.ป.ส ของตัวที่ไม่ทราบค่าไม่เป็น 1 และ  
ให้นักเรียนช่วยกันคิดว่ามีวิธีอะไรอีกบ้างที่จะ  
กำจัดตัวที่ไม่ทราบค่าออกไป 1 ตัว เพื่อให้  
เหลือเพียงตัวเดียว
2. ครูให้นักเรียนช่วยกันทำบนกระดานดำ  
และให้สรุปวิธีแก้สมการโดยวิธีทำให้ ส.ป.ส  
เท่ากัน แล้วบวกหรือลบกัน และครูเอา  
แผนภูมิวิธีแก้สมการสองชั้นขอสามตีคบน  
กระดานดำ

3. โดยการทำให้สัมประสิทธิ์เท่ากัน  
แล้วบวกหรือลบกัน

#### กลุ่มควบคุม

##### ขั้นนำ

เหมือนกลุ่มทดลอง

##### ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการสอง  
ชั้นที่ ส.ป.ส ของตัวที่ไม่ทราบค่าไม่เป็น 1  
แล้วครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนทั้งชั้นคิด  
ว่ามีวิธีอะไรอีกบ้างที่จะกำจัดตัวไม่รู้ออก  
ไป 1 ตัว เพื่อให้เหลือเพียงตัวเดียว
2. เหมือนกลุ่มทดลอง

3. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการสองชั้น มา 2 ตัวอย่าง และให้สังเกตว่าโจทย์ลักษณะนี้ควรจะใช้วิธีอะไรในการแก้สมการ จึงจะทำให้การแก้สมการง่ายขึ้นที่สุด แล้วแบ่งกลุ่มนักเรียนให้พิจารณาแก้สมการโดยใช้วิธีใดวิธีหนึ่งที่มีความเหมาะสมกับโจทย์ข้อนั้น

4. ให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน กลุ่มละ 6 ข้อ โดยให้ปรึกษาและทำร่วมกัน

#### ขั้นสรุป

ให้นักเรียนช่วยกันสรุปคุณสมบัติ และวิธีแก้สมการสองชั้นทั้ง 3 วิธี

#### IV. การวัดและประเมินผล

3. ครูเขียนโจทย์สมการสองชั้น 2 ข้อ และครูแนะให้สังเกตว่าโจทย์ลักษณะนี้ควรจะใช้วิธีอะไรในการแก้สมการ จึงจะง่ายที่สุด แล้วให้นักเรียนช่วยกันทำ

4. ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน 6 ข้อ

#### ขั้นสรุป

เหมือนกลุ่มทดลอง



การวัดผล	การประเมินผล	
	กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. สังเกตจากความสนใจของนักเรียน	ส่วนมากสนใจดี	บางคนคุยกันในเวลาเรียน
2. สังเกตจากการตอบคำถาม	ส่วนมากชอบตอบและแสดงความคิดเห็น	มีนักเรียนอยู่กลุ่มหนึ่งที่ชอบตอบคำถาม คือ พวกที่สนใจเรียน
3. สังเกตจากการรวมกิจกรรม	สนุกสนานในการรวมกลุ่มเพื่อแก้ปัญหาโจทย์	----
4. สังเกตจากการซักถามครูและเพื่อน	ส่วนมากซักถามเพื่อนในกลุ่ม	ส่วนน้อยที่ถามครู และไม่มีคำถามเพื่อน
5. ให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน 6 ข้อ	ทำถูก 6 ข้อ 4 กลุ่ม ทำถูก 5 ข้อ 2 กลุ่ม ทำถูก 4 ข้อ 1 กลุ่ม	ทำถูก 6 ข้อ 17 คน ทำถูก 5 ข้อ 14 คน ทำถูก 3 ข้อ 9 คน

### คาบที่ 3

#### I. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้ว นักเรียนสามารถ

1. ตอบคำถามครูและเพื่อนเกี่ยวกับเรื่องการแก้สมการ สองชั้นได้
2. ทำแบบฝึกหัดแข่งชั้นได้ (สำหรับกลุ่มทดลอง)
3. ทำแบบฝึกหัดบนกระดานดำได้ (สำหรับกลุ่มควบคุม)
4. ชี้ข้อผิดในการทำแบบฝึกหัดและแบบสอบได้
5. บอกได้ว่าโจทย์แบบฝึกหัดข้อนี้ ควรจะใช้วิธีไหนในการแก้สมการจึงจะง่ายที่สุด
6. ทำแบบสอบชุดที่ 1 ได้ถูกต้อง 90%
7. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้ถูกต้อง 95%

#### II. รายละเอียดของเนื้อหาวิชา

1. ตัวอย่างที่ 6 จงแก้สมการ

$$.3x + .2y = .96 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$5x - y = 5.6 \quad \dots\dots\dots (2)$$

วิธีทำ (1) x 10;  $3x + 2y = 9.6 \quad \dots\dots\dots (3)$

(2) x 2;  $10x - 2y = 11.2 \quad \dots\dots\dots (4)$

(3) + (4);  $13x = 20.8$

$$x = 1.6$$

แทนค่า x ใน (2);  $5(1.6) - y = 5.6$

$$-y = 5.6 - 8$$

$$y = 2.4$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 1.6 \\ y = 2.4 \end{array} \right\} \quad \underline{\text{Ans.}}$$

ตรวจคำตอบ

แทนค่า x,y ใน (1); ข้างซ้าย =  $.3(1.6) + .2(2.4) = .48 + .48 = .96 =$  ข้างขวา

แทนค่า x,y ใน (2); ข้างซ้าย =  $5(1.6) - 2.4 = 8 - 2.4 = 5.6 =$  ข้างขวา

∴ การแก้สมการ ถูกต้อง

2. โจทย์แบบฝึกหัดทำในห้องเรียน 1 ข้อ

2.1 จงแก้สมการ  $0.3x + 0.2y = 1$  และ  $0.2x + 0.4y = 1.2$

3. แบบสอบชุดที่ 1

4. โจทย์แบบฝึกหัดเป็นการบ้าน 3 ข้อ คือ ข้อ 15, 16 และ 17 หน้า 130

ในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของกระทรวงศึกษาธิการ

### III. วิธีสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

#### กลุ่มทดลอง

#### ขั้นนำ

ให้นักเรียนบอกคุณสมบัติและวิธีแก้สมการสองชั้นที่เป็นหลักใหญ่ ๆ แล้วครูคิดแผนภูมิวิธีแก้สมการสองชั้นบนกระดานดำ

#### วิธีแก้สมการสองชั้น

1. โดยการกำจัดตัวที่ไม่ทราบค่าตัวหนึ่ง และนำค่าของตัวนั้นมาทำสมการใหม่
2. โดยการแทนค่า
3. โดยการทำให้สัมประสิทธิ์เท่ากัน แล้วบวกหรือลบกัน

#### ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการสองชั้น 1 ข้อ แล้วแบ่งกลุ่มให้นักเรียนแต่ละกลุ่มพิจารณาว่าควรจะใช้วิธีไหนในการแก้สมการข้อนี้จึงจะง่ายที่สุด และให้ทุกกลุ่มทำตามวิธีนั้น เมื่อทำเสร็จนำมาเปรียบเทียบกันดูว่าวิธีไหนง่ายและทำเสร็จเร็ว

#### กลุ่มควบคุม

#### ขั้นนำ

เหมือนกลุ่มทดลอง

#### ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการสองชั้น 1 ข้อ และให้นักเรียนพิจารณาว่าควรจะใช้วิธีไหนในการแก้สมการข้อนี้จึงจะง่ายที่สุด แล้วให้ช่วยกันทำบนกระดานดำ

2. ครูเขียนโจทย์แบบฝึกหัดแข่งขันบนกระดานคำ 1 ข้อ แล้วเรียกนักเรียนกลุ่มละ 1 คน (มักจะ เป็นนักเรียนอ่อนของกลุ่ม) ออกไปทำ ถ้าทำไม่ได้ นักเรียนในกลุ่มเดียวกันออกไปช่วยได้

3. ให้ทำแบบสอบชุดที่ 1 เป็นรายบุคคล จำนวน 10 ข้อ เวลา 15 นาที

4. คัดคะแนนของแต่ละกลุ่ม ซึ่งได้จากการทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน แบบฝึกหัดแข่งขัน และทำแบบสอบ แล้วให้รางวัลกลุ่มชนะเลิศ

5. ให้นักเรียนไปอ่านหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง การแกสมการสามชั้น หน้า 130

ขั้นสรุป

ให้นักเรียนช่วยกันสรุปคุณสมบัติ และวิธีแกสมการสองชั้น ตลอดจนวิธีพิจารณาเลือกวิธีแกสมการที่เหมาะสมกับโจทย์แต่ละข้อ

2. ครูเขียนโจทย์แบบฝึกหัดบนกระดานคำ 1 ข้อ แล้วเรียกนักเรียนออกมา 3 คน ให้แต่ละคนทำแต่ละวิธี เมื่อเสร็จแล้วให้นักเรียนเปรียบเทียบดูว่าวิธีไหนที่เหมาะสมที่สุดกับโจทย์ข้อนี้

3. เหมือนกลุ่มทดลอง

4. ไม่มี

5. เหมือนกลุ่มทดลอง

ขั้นสรุป

เหมือนกลุ่มทดลอง

IV. การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล	
	กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. สังเกตจากความสนใจของนักเรียน	ส่วนมากสนใจ แต่มีบางคนคุยกันในขณะเรียน	ส่วนมากสนใจ แต่มีบางคนเอาวิชาอื่นขึ้นมาทำ
2. สังเกตจากการตอบคำถาม	ช้าโหม่งนี้ การซักถามระหว่างครูกับนักเรียนมีน้อยมาก	นักเรียนที่ขอบตอบ มักเป็นกลุ่มเดิมที่ตอบเป็นประจำ

การวัดผล	การประเมินผล	
	กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
3. สิ่งเกิดจากการร่วมกิจกรรม	มีบางคนไม่ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม	มีหลายคนไม่สนใจใน ขณะที่เพื่อนออกไปทำบนกระดานคำ
4. สิ่งเกิดจากการซักถามครูและเพื่อน	ส่วนมากซักถามกันระหว่างเพื่อนในกลุ่ม เมื่อมีการแก้ปัญหาภายในกลุ่ม	ส่วนน้อยถามครู
5. สิ่งเกิดจากการทำแบบฝึกหัดแข่งขัน	ทุกคนกระตือรือร้น และสนุกสนานในการทำโจทย์ มี 2 กลุ่มที่ทำถูกทั้งข้อ นอกนั้นคิดคำนวณผิด แต่วิธีทำถูก	-----
6. ให้ทำแบบสอบ 10 ข้อ เป็นรายบุคคล	ทำถูก 10 ข้อ 25 คน ทำถูก 9 ข้อ 5 คน ทำถูก 7 ข้อ 8 คน ทำถูก 6 ข้อ 4 คน	ทำถูก 10 ข้อ 20 คน ทำถูก 8 ข้อ 6 คน ทำถูก 7 ข้อ 10 คน ทำถูก 5 ข้อ 4 คน
7. ให้ทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน 3 ข้อ	ทำถูก 3 ข้อ 5 กลุ่ม ทำถูก 2 ข้อ 2 กลุ่ม	ทำถูก 3 ข้อ 25 คน ทำถูก 2 ข้อ 15 คน

บันทึกการสอบตอนที่ 2 การแก้สมการสามชั้น (2 คาบ)

คาบที่ 4

I. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกคุณสมบัติของสมการเชิงเส้นสามชั้นได้
2. แก้สมการเชิงเส้นสามชั้นได้
3. ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมงได้ถูกต้อง 80%
4. ทำโจทย์แบบฝึกหัดเป็นการบ้านได้ถูกต้อง 90%

II. รายละเอียดของเนื้อหาวิชา

1. คุณสมบัติของสมการเชิงเส้นสามชั้น คือ
  - 1.1 ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นสามสมการ
  - 1.2 มีตัวที่ไม่ทราบค่าสามตัว
  - 1.3 เลขชี้กำลังของตัวที่ไม่ทราบค่าแต่ละตัวเป็นหนึ่ง
  - 1.4 สมการทั้งสามไม่มีพจน์ซึ่งสามารถเขียนเป็นผลคูณของตัวที่ไม่ทราบค่าตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป (คือไม่มีพจน์ที่มีกำลังมากกว่าหนึ่ง)
2. วิธีแก้สมการเชิงเส้นสามชั้น  
ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ

$$2x - y + z = 8 \dots\dots\dots(1)$$

$$x - 2y + 3z = 13 \dots\dots\dots(2)$$

$$5x + 3y - 2z = 1 \dots\dots\dots(3)$$

วิธีทำ (1) x (3);  $6x - 3y + 3z = 24 \dots\dots\dots(4)$

(4) - (2);  $5x - y = 11 \dots\dots\dots(5)$

(2) x 2 ;  $2x - 4y + 6z = 26 \dots\dots\dots(6)$

(3) x 3 ;  $15x + 9y - 6z = 3 \dots\dots\dots(7)$

(6) + (7);  $17x + 5y = 29 \dots\dots\dots(8)$

(5) x 5 ;  $25x - 5y = 55 \dots\dots\dots(9)$

$$(8) + (9); \quad 42x = 84$$

$$x = 2$$

$$\text{แทนค่า } x \text{ ใน (5);} \quad 10 - y = 11$$

$$y = -1$$

$$\text{แทนค่า } x, y \text{ ใน (1);} \quad 4 + 1 + z = 8$$

$$z = 3$$

$$x = 2$$

$$y = -1$$

$$z = 3$$

Ans.

ตรวจคำตอบ

$$\text{แทนค่า } x, y, z \text{ ใน (1);} \quad \text{ทางซ้าย} = 2(2) - (-1) + 3 = 6 = \text{ทางขวา}$$

$$\text{แทนค่า } x, y, z \text{ ใน (2);} \quad \text{ทางซ้าย} = 2 - 2(-1) + 3(3) = 13 = \text{ทางขวา}$$

$$\text{แทนค่า } x, y, z \text{ ใน (3);} \quad \text{ทางซ้าย} = 5(2) + 3(-1) - 2(3) = 1 = \text{ทางขวา}$$

$\therefore$  การแก้สมการถูกต้อง

3. ให้ทำโจทย์พิเศษ 1 ข้อในห้องเรียน คือ

$$3.1 \text{ จงแก้สมการ } x + 2y + z = 21$$

$$2x + 3z = 29$$

$$3y - z = 8$$

4. ให้โจทย์แบบฝึกหัดเป็นการบ้าน 3 ข้อ คือ จงแก้สมการ

$$4.1 \quad x - y + 2z = 9; \quad 2y + 3z = 6 \quad \text{และ} \quad 3x - 5y + 6z = 33$$

$$4.2 \quad x - \frac{y}{5} = 6; \quad y - \frac{z}{7} = 8 \quad \text{และ} \quad z - \frac{x}{2} = 10$$

$$4.3 \quad x + z = 2y; \quad 9x + 3z = 8y \quad \text{และ} \quad 2x + 3y + 5z = 36$$

### III. วิธีสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

#### กลุ่มทดลอง

##### ขั้นนำ

ให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการเชิงเส้นสองชั้น พร้อมทั้งบอกคุณสมบัติและวิธีแก้สมการเมื่อนักเรียนตอบเสร็จแล้ว ครูนำแผนภูมิต่อไปนี้ติดบนกระดานดำ

#### สมการเชิงเส้นสองชั้น

$$5x + 3y = 4$$

$$7x - 10y = 2$$

คุณสมบัติ :- 1. มีสองสมการ  
2. มีตัวไม่ทราบค่าสองตัว  
และกำลังเป็นหนึ่ง

วิธีแก้สมการ :- 1. โดยการกำจัดตัวที่ไม่ทราบค่าตัวหนึ่ง  
2. โดยการแทนค่า  
3. โดยการทำให้สัมประสิทธิ์เท่ากันแล้วบวกหรือลบกัน

##### ขั้นสอน

1. ครูถามนักเรียนว่า ถ้าเป็นสมการสามชั้นควรจะมีตัวไม่ทราบค่ากี่ตัว (สามตัว)
2. ให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการที่มีตัวไม่ทราบค่า 3 ตัวมา 3 สมการ แล้วแบ่งกลุ่ม ให้พิจารณาหาวิธีแก้สมการ โดย

#### กลุ่มควบคุม

##### ขั้นนำ

เหมือนกลุ่มทดลอง

##### ขั้นสอน

1. เหมือนกลุ่มทดลอง
2. ให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการที่มีตัวไม่ทราบค่า 3 ตัวมา 3 สมการ แล้วครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนทั้งชั้นพิจารณาหา

เทียบกับการแกล้มการ สองชั้น และให้แต่ละกลุ่ม  
สรุปวิธีแกล้มการ สามชั้น

3. ครูเขียนโจทย์พิเศษบนกระดานคำ และให้  
แต่ละกลุ่มทำ

4. ให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน 3 ข้อ

ขั้นสรุป

ให้นักเรียนช่วยกันสรุปคุณสมบัติ และวิธีแกล  
้มการ สามชั้น

วิธีแกล้มการ โดยเทียบกับการแกล้มการ  
สองชั้น ถ้าตอบไม่ได้ ครูแนะหรืออธิบาย

3. ครูเขียนโจทย์พิเศษบนกระดานคำ  
และให้นักเรียนทุกคนทำเป็นรายบุคคล

4. ให้ทำการบ้านเป็นรายบุคคล 6 ข้อ

ขั้นสรุป

เหมือนกลุ่มทดลอง

IV. การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล	
	กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. สังเกตจากความสนใจของนักเรียน	ส่วนมากตั้งใจเรียนดี	มีหลายคนไม่ฟังครู อธิบาย ซอมนุ้ยกัน
2. สังเกตจากการตอบคำถาม	กระตือรือร้นที่จะตอบ	นักเรียนที่ชอบตอบก็ คือ กลุ่มเดิมที่เคย ตอบเป็นประจำ
3. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	หลายคนไม่ยอมร่วม แก้ปัญหา กับเพื่อนใน กลุ่ม เพราะมักคุยกัน	-----
4. สังเกตจากการซักถามครูและเพื่อน	หัวหน้ากลุ่มหลายคน ซักถามครูในขณะที่ให้ ทำงานกลุ่ม	นักเรียนที่ขยันเรียน ซักถามครูมาก
5. ให้ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง โดย กลุ่มทดลองให้ทำเป็นกลุ่ม และกลุ่ม ควบคุมให้ทำเป็นรายบุคคล	ทำถูก 5 กลุ่ม ทำวิธีถูกแต่คิดคำนวณ ผิด 2 กลุ่ม	ทำถูก 28 คน ทำวิธีถูกแต่คิดคำนวณ ผิด 7 คน, ทำผิด 5 คน

การวัดผล	การประเมินผล	
	กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
6. ให้ทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน 3 ข้อ	ทำถูก 3 ข้อ 6 กลุ่ม	หลายคนลอกกันมาส่ง
	ทำถูก 2 ข้อ 1 กลุ่ม	ทำถูก 3 ข้อ 31 คน ทำถูก 2 ข้อ 9 คน

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คาบที่ 5

I. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกคุณสมบัติและวิธีแก้สมการเชิงเส้นสามชั้นได้
2. ทำแบบฝึกหัดบนกระดานคำได้ (สำหรับกลุ่มควบคุม)
3. ทำแบบฝึกหัดแข่งชั้นได้ (สำหรับกลุ่มทดลอง)
4. ทำแบบสอบชุดที่ 2 ได้ถูกต้อง 85%
5. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้ถูกต้อง 90%

II. รายละเอียดของเนื้อหาวิชา

1. โจทย์แบบฝึกหัดทำในห้องเรียน 1 ข้อ

$$\begin{aligned}
 2.1 \text{ จงแก้สมการ } 5(x - y + z) &= 3(2x + y - 3z) - 35 \\
 2(2x - y) &= 3(z + y) + 2x + 3 \\
 3x + z &= 6y + 2
 \end{aligned}$$

2. แบบสอบชุดที่ 2

III. วิธีสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

กลุ่มทดลอง

ขั้นนำ

ให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการเชิงเส้นสามชั้น พร้อมทั้งบอกคุณสมบัติและวิธีแก้สมการ

ขั้นสอน

1. ครูเขียนโจทย์แบบฝึกหัดที่ทำในห้องเรียน ซึ่ง คือ แบบฝึกหัดแข่งชั้นบนกระดานคำ แล้วเรียกนักเรียนกลุ่มละ 1 คนออกไปทำ
2. ให้ทำแบบสอบชุดที่ 3 เป็นรายบุคคล จำนวน 10 ข้อ 15 นาที

กลุ่มควบคุม

ขั้นนำ

เหมือนกลุ่มทดลอง

ขั้นสอน

1. ครูเขียนโจทย์แบบฝึกหัดให้นักเรียนทำในห้องเรียน แล้วให้นักเรียนช่วยกันทำบนกระดานคำ ถ้าทำไม่ได้ ครูช่วยแนะให้หรืออธิบาย
2. เหมือนกลุ่มทดลอง

3. คัดคะแนนรวมของแต่ละกลุ่ม เพื่อหา  
กลุ่มชนะเลิศ และให้รางวัล

4. ให้นักเรียนไปอ่านเรื่องโจทย์สมการ  
หลายชั้น หน้า 133 - 135 ในหนังสือ  
แบบเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2  
ของกระทรวงศึกษาธิการ

ขั้นสรุป

ให้นักเรียนช่วยกันสรุปคุณสมบัติ  
หลัก และวิธีการแก้สมการเชิงเส้นสามชั้น

IV. การวัดและประเมินผล

3. -----

4. เหมือนกลุ่มทดลอง

ขั้นสรุป

เหมือนกลุ่มทดลอง

การวัดผล	การประเมินผล	
	กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. สังเกตจากความสนใจและการตอบ คำถาม	ส่วนมากสนใจดี	หลายคนไม่สนใจ ไม่ ตอบคำถาม ดังนั้น ครูมักจะอธิบายมากกว่า
2. ให้ทำแบบฝึกหัดพิเศษ	กระตือรือร้นมาก ให้ความร่วมมือดีทุกคน	มีนักเรียนอยู่ประมาณ 15 คน ที่สนใจและให้ ความร่วมมือในการเรียน การสอนดี
3. ให้ทำแบบสอบ 10 ข้อ เป็นรายบุคคล	ทำถูก 10 ข้อ 2 คน ทำถูก 8 ข้อ 12 คน ทำถูก 7 ข้อ 18 คน ทำถูก 5 ข้อ 10 คน	ทำถูก 9 ข้อ 1 คน ทำถูก 8 ข้อ 10 คน ทำถูก 6 ข้อ 20 คน ทำถูก 4 ข้อ 9 คน

บันทึกการสอนตอนที่ 3 โจทย์สมการหลายชั้น ( 3 คาบ)

คาบที่ 6

I. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกหลักที่ควรทราบก่อนการทำโจทย์สมการ
2. เขียนประโยคคณิตศาสตร์แทนประโยคคำพูดในปัญหาโจทย์
3. แก้ปัญหาโจทย์ที่มีตัวไม่ทราบค่าสองตัว
4. ทำโจทย์แบบฝึกหัดเป็นการบ้านได้ถูกต้อง 95%

II: รายละเอียดของเนื้อหาวิชา

ตัวอย่างที่ 1 ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 25 และผลต่างของสองจำนวนนี้เป็น 5 จงหาจำนวนทั้งสองนี้

วิธีทำ ให้  $x$  แทนจำนวนหนึ่ง  
 $y$  แทนอีกจำนวนหนึ่ง

$$x + y = 25 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$x - y = 5 \quad \dots\dots\dots (2)$$

จาก (1);  $y = 25 - x$

แทนค่า  $y$  ใน (2);  $x - (25 - x) = 5$

$$x - 25 + x = 5$$

$$2x = 30$$

$$x = 15$$

แทนค่า  $x$  ใน (1);  $15 + y = 25$

$$y = 10$$

จำนวนทั้งสองนี้ คือ 15 และ 10

Ans.

ตรวจคำตอบ สองจำนวนบวกกัน =  $15 + 10 = 25$

สองจำนวนลบกัน =  $15 - 10 = 5$

∴ การแก้สมการถูกต้อง

วิธีทำ 2ให้  $x$  แทนจำนวนหนึ่งอีกจำนวนหนึ่งเป็น  $25 - x$ 

$$x - (25 - x) = 5$$

$$x - 25 + x = 5$$

$$2x = 30$$

$$x = 15$$

$$25 - x = 25 - 15 = 10$$

สองจำนวนนั้น คือ 15 และ 10

Ans.ตัวอย่างที่ 2

เลขจำนวนหนึ่งประกอบด้วยเลขสองหลัก ผลบวกของเลขสองหลัก

เป็น 11 และถ้าตัวเลขสลับหลักกัน จำนวนใหม่จะมากกว่าจำนวนเดิม

27 จงหาเลขจำนวนเดิมนั้น

วิธีทำสมมุติให้  $x$  เป็นเลขหลักสิบ $y$  เป็นเลขหลักหน่วย

$$x + y = 11 \quad \dots\dots\dots (1)$$

เลขจำนวนนั้นคือ  $10x + y$ ถ้าเลขสลับหลักกัน จำนวนใหม่จะเป็น  $10y + x$ 

$$(10y + x) - (10x + y) = 27$$

$$10y + x - 10x - y = 27$$

$$9y - 9x = 27$$

$$-9x + 9y = 27$$

$$-x + y = 3 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$(1) + (2); \quad 2y = 14$$

$$y = 7$$

$$\text{แทนค่า } y \text{ ใน (1);} \quad x + y = 11$$

$$x = 4$$

$$\text{เลขจำนวนเดิมคือ} \quad 10(4) + 7 = 47$$

Ans.

ให้ทำโจทย์แบบฝึกหัดเป็นการบ้าน 4 ข้อ คือ

1. ผลบวกของเลขสองจำนวนเป็น 42 และเลขจำนวนหนึ่งมากกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 6 จงหาเลขสองจำนวนนั้น
2. เลขจำนวนหนึ่งมากกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 76 และผลบวกของเลขจำนวนมากกับ 2 เท่าของเลขจำนวนน้อยเป็น 115 จงหาเลขสองจำนวนนั้น
3. เลขจำนวนหนึ่งประกอบด้วยเลขสองหลัก เลขหลักหนว้มมากกว่าเลขหลักสิบอยู่ 5 ผลบวกของเลขจำนวนนี้กับจำนวนเลขที่มีตัวเลขสับหลักกันกับจำนวนเดิมเป็น 143 จงหาเลขจำนวนเดิมนั้น
4. ชายสองคน ถ้าคนหลังแบ่งเงินครึ่งหนึ่งของคนหลังให้แก่คนแรก ชายคนแรกก็จะมีเงินเป็น 5 บาท แต่ถ้าชายคนแรกแบ่งเงินหนึ่งในสามของคนแรกให้แก่คนหลัง คนหลังก็จะมีเงินเป็น 5 บาทเหมือนกัน ในขั้นต้นคนไหนมีเงินเท่าไร

### III. วิธีสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

<u>กลุ่มทดลอง</u>	<u>กลุ่มควบคุม</u>
<p><u>ขั้นนำ</u></p> <p>ครูให้นักเรียนบอกคุณสมบัติและวิธีแก้สมการชั้นเดียว สองชั้น สามชั้น และ โจทย์สมการชั้นเดียว</p>	<p><u>ขั้นนำ</u></p> <p>เหมือนกลุ่มทดลอง</p>
<p><u>ขั้นสอน</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างโจทย์สมการชั้นเดียวมา 1 ข้อ และให้นักเรียนบอกหลักในการแก้สมการ (ต้องพยายามหาสิ่งที่เท่ากันกับโจทย์มาเข้าสมการให้ใดหนึ่งสมการแล้วแก้สมการตามหลักที่เรียนมา)</li> <li>2. ครูยกตัวอย่างโจทย์สมการสองชั้น แล้วให้นักเรียนพิจารณาหาวิธีแก้สมการโดยเทียบเคียงกับโจทย์สมการชั้นเดียว และให้</li> </ol>	<p><u>ขั้นสอน</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. เหมือนกลุ่มทดลอง</li> <li>2. ครูยกตัวอย่างโจทย์สมการสองชั้น แล้วครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนทั้งชั้นพิจารณาหาวิธีแก้สมการ โดยครูแนะไ้บาง ถ้าไม่</li> </ol>

นักเรียนสรุปวิธีการทำโจทย์สมการ แล้วครู  
คิดแผนภูมิต่อไปบนกระดานดำ

### วิธีการทำโจทย์สมการ

1. นักเรียนต้องรู้ว่าโจทย์ให้หาอะไรบ้าง
2. กำหนดตัวที่ไม่ทราบค่าตามที่โจทย์ให้หา
3. เปลี่ยนประโยคคำพูดให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์
4. แก่สมการตามหลักที่เรียนมา
5. คอ้งตอบให้ตรงตามที่โจทย์ถาม

3. ครูเขียนโจทย์ตัวอย่างที่ 2 แล้วแบ่งกลุ่มให้นักเรียนแก้สมการ
4. ให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน กลุ่มละ 4 ข้อ

### ขั้นสรุป

ให้นักเรียนช่วยกันสรุปสิ่งต่อไปนี้

1. คุณสมบัติของโจทย์สมการ
2. หลักในการทำโจทย์สมการ
3. วิธีการแก้โจทย์สมการ
4. วิธีแก้สมการเชิงเส้นสองชั้นและสามชั้น

### IV. การวัดและประเมินผล

สามารถตอบได้ ครูอธิบาย แล้วให้นักเรียนสรุปหลักในการทำโจทย์สมการ แล้วครูคิดแผนภูมิเหมือนกลุ่มทดลอง

3. ครูเขียนโจทย์ตัวอย่างที่ 2 แล้วให้นักเรียนออกมาอ่านบนกระดานดำ
4. ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน คนละ 4 ข้อ

### ขั้นสรุป

เหมือนกลุ่มทดลอง

การวัดผล	การประเมินผล	
	กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. สังเกตจากความสนใจ	ส่วนมากสนใจ	ส่วนมากสนใจ แต่มีบางคนนั่งจกงานอื่น

การวัดผล	การประเมินผล	
	กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
2. สังเกตจากการตอบคำถาม	ส่วนมากชอบตอบ	ส่วนมากไม่ชอบตอบ นอกจากครูจะเรียกให้ ตอบเท่านั้น
3. สังเกตจากการรวมกิจกรรม	มีบางคนไม่ให้ความ ร่วมมือในการทำ กิจกรรมในกลุ่มเพราะ คุยกัน	มีนักเรียนประมาณ 15 คน ที่ให้ความร่วมมือในการ ทำกิจกรรมดี
4. สังเกตจากการซักถามครูและเพื่อน	ส่วนมากจะเป็นการซัก ถามระหว่างเพื่อนใน กลุ่ม ในขณะที่มีการแบ่ง กลุ่ม	การซักถามมีน้อยมาก
5. ให้นักเรียนทั้งสองทำแบบฝึกหัด เป็นตาราง 4 ข้อ	ทำถูก 4 ข้อ 6 กลุ่ม ทำถูก 3 ข้อ 1 กลุ่ม	ทำถูก 4 ข้อ 21 คน ทำถูก 3 ข้อ 12 คน ทำถูก 2 ข้อ 7 คน นักเรียนส่วนมากชอบ ลอกการบ้านกัน

คาบที่ 7

**I. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม**

เมื่อเรียนจบคาบแล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกคุณสมบัติและวิธีแก้โจทย์สมการ
2. ทำแบบฝึกหัดแข่งขันได้ (สำหรับกลุ่มทดลอง)
3. ทำแบบฝึกหัดบนกระดานดำ (สำหรับกลุ่มควบคุม)
4. ไขหลักการแก้สมการสอง และสามชั้นในการแก้โจทย์สมการได้
5. ทำแบบสอบใดถูกต้อง 90%
6. ทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้านใดถูกต้อง 95%

**II. รายละเอียดของเนื้อหาวิชา**

1. ตัวอย่างที่ 3 นักเรียนคนหนึ่งทำหน้าที่จัดการขายแบบเรียนและเครื่องเขียนของร้านสหกรณ์ของโรงเรียน ต้องการเอาเงินไปซื้อสมุดปกแข็งมาไว้ขาย เขาเอาเงินไป 48 บาท เมื่อไปดูราคาของแล้วปรากฏว่า ถ้าซื้อสมุดปกแข็งอย่างเล็ก 5 เล่ม อย่างใหญ่ 7 เล่ม เงินขาดไป 2 บาท แต่ถ้าซื้อเล่มเล็ก 7 เล่ม เล่มใหญ่ 5 เล่ม เงินจะเหลือ 2 บาท สมุดสองชนิดราคาเท่าไร

<u>วิธีทำ</u>	สมมติให้สมุดปกแข็งเล่มเล็กราคาเล่มละ	$x$	บาท
	" " " ใหญ่ "	$y$	บาท
	$5x + 7y = 48 + 2 = 50$	.....(1)	
	$7x + 5y = 48 - 2 = 46$	.....(2)	
	(1) $\times 7$ ;	$35x + 49y = 350$	.....(3)
	(2) $\times 5$ ;	$35x + 25y = 230$	.....(4)
	(3) - (4);	$24y = 120$	
		$y = 5$	

แทนค่า  $y$  ใน (2);  $7x + 25 = 46$

$$7x = 21$$

$$x = 3$$

สมุดเล่มเล็กราคาเล่มละ 3 บาท }  
 สมุดเล่มใหญ่ราคาเล่มละ 5 บาท } Ans.

2. โจทย์แบบฝึกหัดทำในห้องเรียน 1 ข้อ คือ  
 ชาวนามีไถมากกว่าหมูอยู่ 16 ตัว ถ้าเขานับเท้าของสัตว์เลี้ยงของเขาจะได้  
 74 เท้า ถามว่าเขามีไถกี่ตัว และมีหมูกี่ตัว
3. แบบสอบชุดที่ 3
4. โจทย์แบบฝึกหัดเป็นการบ้าน 4 ข้อ คือ ข้อ 14, 16, 17, 24 หน้า 138

### III. วิธีสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

#### กลุ่มทดลอง

##### ขั้นนำ

ครูให้นักเรียนบอกคุณสมบัติ และวิธีการ  
 แกสสมการสองชั้น สามชั้น และโจทย์สมการ

##### ขั้นสอน

1. ครูเขียนโจทย์ตัวอย่างที่ 3 บนกระดาน  
 คำ แล้วแบ่งกลุ่มให้นักเรียนแต่ละกลุ่มพิจารณา  
 หาวิธีแกสสมการ
2. ครูเขียนโจทย์แบบฝึกหัดแข่งขันบนกระดาน  
 คำ แล้วเรียกนักเรียนกลุ่มละ 1 คนออกไปทำ  
 ถ้าทำไม่ได้ นักเรียนในกลุ่มออกไปช่วยได้
3. ให้ทำแบบสอบชุดที่ 3 เป็นรายบุคคล  
 จำนวน 10 ข้อ เวลา 15 นาที

#### กลุ่มควบคุม

##### ขั้นนำ

เหมือนกลุ่มทดลอง

##### ขั้นสอน

1. ครูเขียนโจทย์ตัวอย่างที่ 3 บนกระดาน  
 คำ แล้วให้นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันทำ โดย  
 ครูช่วยแนะไปบ้าง
2. ครูเขียนโจทย์แบบฝึกหัดบนกระดานคำ  
 แล้วเรียกนักเรียนออกมา 2 คนให้ทำคนละวิธี  
 แล้วตั้งเกตุวาครวรใช้วิธีไหนจึงจะง่ายและ  
 สะดวกที่สุด
3. เหมือนกลุ่มทดลอง

4. คัดคะแนนของแต่ละกลุ่ม และให้  
รางวัลกลุ่มชนะเลิศ

5. ให้แต่ละกลุ่มทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน

#### ขั้นสรุป

ให้นักเรียนช่วยกันสรุปคุณสมบัติ หลัก  
และวิธีแก้โจทย์สมการ

#### IV. การวัดและประเมินผล

4. -----

5. ให้ทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน 4 ข้อ เป็น  
รายบุคคล

#### ขั้นสรุป

เหมือนกลุ่มทดลอง

การวัดผล	การประเมินผล	
	กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. สังเกตจากความสนใจ และการตอบ คำถาม	สนใจดี	สนใจดี แต่มีบางคน ยังคุยกัน หรือจดงานอื่น
2. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	บางคนเฉื่อยชา ไม่ สนใจที่จะช่วยเพื่อน ในการแก้ปัญหา	นักเรียนที่ให้ความร่วมมือ ในการทำกิจกรรม เป็นนักเรียนกลุ่มเดิมที่ สนใจเรียน
3. ให้ทำโจทย์แบบฝึกหัดในห้องเรียน	ส่วนมากสนใจ <b>แะ</b> กระตือรือร้นที่จะช่วย เพื่อนที่ออกไปทำแบบ ฝึกหัดแข่งขัน	นักเรียนส่วนมากที่นั่ง ดูเพื่อนออกไปทำแบบ กระดานคำ มักคุยกัน
4. ให้ทำแบบสอบ 10 ข้อ	ทำถูก 10 ข้อ 23 คน ทำถูก 8 ข้อ 10 คน ทำถูก 6 ข้อ 9 คน	ทำถูก 9 ข้อ 18 คน ทำถูก 8 ข้อ 8 คน ทำถูก 6 ข้อ 14 คน
5. ให้ทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน 4 ข้อ	ทำถูกหมดทุกกลุ่ม	ทำถูก 4 ข้อ 28 คน ทำถูก 3 ข้อ 12 คน

คาบที่ 8

I. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้ว นักเรียนสามารถ

1. สรุปและรวบรวมความรู้ที่เรียนไปแล้วทั้งหมดในเรื่องการแกสมการ
2. ทำแบบสอบชุดที่ 4 คือ แบบสอบสรุปบทเรียนในคู่ถูกต้อง 90%

II. รายละเอียดของเนื้อหาวิชา

1. แบบสอบสรุปบทเรียนเรื่องการแกสมการ จำนวน 30 ข้อ

III. วิธีสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

ขั้นนำ ครูให้นักเรียนบอกลักษณะ คุณสมบัติ หลัก และวิธีการแกสมการ สองชั้น สามชั้น และโจทย์สมการหลายชั้น

ขั้นสอน ให้ทำแบบสอบสรุปบทเรียนเรื่อง การแกสมการ จำนวน 30 ข้อ เวลา 50 นาที

ขั้นสรุป ให้นักเรียนช่วยกันสรุป และรวบรวมความรู้เกี่ยวกับเรื่องการแกสมการ ที่เรียนไปแล้วทั้งหมด ตลอดจนการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน และไปใช้ ในวิชาอื่น ๆ

IV. การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล	
	กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. สังเกตจากการตอบคำถามและความสนใจ	ส่วนมากสนใจดีมาก	ส่วนมากสนใจดี
2. สังเกตจากการซักถามครู	ส่วนมากซักถามครู	ส่วนมากซักถามครู
3. ให้ทำแบบสอบ 30 ข้อ เป็นรายบุคคล	ทำถูกเกิน 15 ข้อ 32 คน	ทำถูกเกิน 15 ข้อ 24 คน

ประวัติการศึกษา

ชื่อ

นางสาว วรรณภา ทวงชัยวิจิ

วุฒิการศึกษา

ครุศาสตรบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2514

สถานที่ทำงาน

วิทยาลัยเทคนิคตาก



ศูนย์วิจัยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย