การหาแบบจำลองวงจรทบระดับที่ใช้กึ่งควบคุมแรงดันด้วยวิธีชักตัวอย่างข้อมูล

นาย อนันต์ ศุภราวงศ์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2547

ISBN 974-53-1206-1

SAMPLED-DATA MODELING OF BOOST CONVERTER USING VOLTAGE CONTROL BRANCH

Mr. Anant Suparavong

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering in Electrical Engineering
Department of Electrical Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2004

ISBN 974-53-1206-1

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การหาแบบจำลองวงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดันด้วยวิธีชักตัวอย่างข้อมูล
โดย นาย อนันต์ ศุภราวงศ์
สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า
อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. ยุทธนา กุลวิทิต

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

………………………………………….. คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(ศาสตราจารย์ ดร. ดิเรก ลาวัณย์ศิริ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

…………………………………………… ประธานกรรมการ
(อาจารย์ ดร. สมบูรณ์ แสงวงค์วาณิชย์)

…………………………………………... อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร. ยุทธนา กุลวิทิต)

…………………………………………… กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. มานพ วงศ์สายสุวรรณ)

อนันต์ ศุภราวงศ์ : การหาแบบจำลองวงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดันด้วยวิธีชักตัวอย่างข้อมูล. (SAMPLED-DATA MODELING OF BOOST CONVERTER USING VOLTAGE CONTROL BRANCH) อ. ที่ปรึกษา: รศ. ดร. ยุทธนา กุลวิทิต, 86 หน้า. ISBN 974-53-1206-1.

ได้มีการใช้วิธีหาแบบจำลองโดยวิธีชักตัวอย่างข้อมูลเพื่อคำนวณหาแบบจำลองสัญญาณขนาดเล็กของวงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดัน ที่ใช้อินเวอร์เตอร์เรโซแนนว์อนุกรมทำหน้าที่เป็นแหล่งกระแสของกิ่งควบคุมแรงดัน ในแต่ละคาบของการทำงานประกอบด้วย 4 ช่วงเวลาที่มีรูปแบบของวงจรเป็นแบบเชิงเส้นที่แตกต่างกัน ตำแหน่งเวลาชักตัวอย่างข้อมูลจะเลือกให้ตรงกับเวลาสิ้นสุดของแต่ละคาบ สมการผลต่างสืบเนื่องของวงจรเชิงเส้นที่ไม่แปรผันตามเวลาที่ให้ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสถานะที่จุดสิ้นสุดคาบการสวิตช์สองคาบที่ติดต่อกันคำนวณจากผลเฉลยของสมการสถานะของแต่ละรูปลักษณ์โดยใช้ค่าสุดท้ายของช่วงเวลาก่อนหน้าเป็นค่าเริ่มต้นของช่วงเวลาถัดไป การหาแบบจำลองแบบเชิงเส้นจากแบบจำลองสำหรับสัญญาณขนาดใหญ่ใช้อนุพันธ์อันดับหนึ่งของอนุกรมเทเลอร์ ทำให้ได้สมการผลต่างสืบเนื่องของการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กของตัวแปรสถานะจากคาบหนึ่งไปยังอีกคาบหนึ่ง จากนั้นจึงเปลี่ยนสมการผลต่างสืบเนื่องของการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กให้เป็นสมการอนุพันธ์ของเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กของตัวแปรสถานะเพื่อใช้คำนวณหาฟังก์ชันโอนย้ายแบบต่อเนื่อง ซึ่งได้แก่ ผลตอบเชิงความถี่ของตัวแปรควบคุมไปสู่ตัวแปรด้านออก ผลตอบเชิงความถี่ตัวแปรด้านเข้าไปสู่ตัวแปรด้านออก อิมพีแดนซ์ด้านเข้าและอิมพีแดนซ์ด้านออก โดยคำนวณสำหรับเงื่อนไขการทำงานที่แตกต่างกัน 4 เงื่อนไข และนำไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองและผลการจำลองด้วัคอมพิวเตอร์

ภาควิชา วิศวกรรมไฟฟ้า ลายมือชื่อนิสิต..........

สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา..........

ปีการศึกษา 2547

4470725321 : MAJOR POWER ELECTRONICS

KEYWORD : BOOST CONVERTER / CIRCUIT AVERAGING / DC MODEL / SAMPLED-DATA / SMALL-SIGNAL MODEL / STATE-SPACE AVERAGING / VOLTAGE CONTROL BRANCH

ANANT SUPARAVONG: SAMPLED-DATA MODELING OF BOOST CONVERTER USING VOLTAGE CONTROL BRANCH. THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. YOUTHANA KULVITIT, Ph.D., 86 pp. ISBN 974-53-1206-1

Sampled-data modeling technique was applied to derive a small-signal model of a boost converter using voltage control cell. Series resonant inverter was used as a current source of the voltage control cell. In each switching period, the operation of the converter consists of four switching intervals with different linear circuit configurations. The sampling instant was chosen to coincide with the end of each switching period. Discrete-time equation of a linear time invariant system relating state vector at the end of two successive switching periods was derived by calculating consecutively the forced response of state-space model of each circuit configuration using final values of the preceding interval as an initial values of the interval under consideration. Linearization of the large signal discrete-time equation using first order Tailors' series expansion led to a discrete-time equation describing a small change of state vector from one sampling instant to the next. Small signal discrete-time equation was then converted to continuous-time equation so that the continuous-time transfer function could be derived. Frequency response of control to output, line to output, input and output impedances of the converter for four different operating conditions were calculated and compared with those obtained experimentally. The results of computer simulation as well as those calculated from circuit averaging model were also presented for comparison.

Department ....ELECTRICAL ENGINEERING... Student's signature ……………………………………..

Field of study …ELECTRICAL ENGINEERING... Advisor's signature ……………………………………..

Academic year ……2004……………………………..

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลือและความเอาใจใส่ของอาจารย์ที่ปรึกษาอันเป็นที่รักยิ่งของข้าพเจ้า รองศาสตราจารย์ ดร. ยุทธนา กุลวิทิต ซึ่งได้ทุ่มเทแรงกายแรงใจให้คำแนะนำด้านต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการทำวิจัยตลอดมาและยังมีบุคคลที่ต้องกล่าวถึงคือ นาย โศภน อุดมรัตนานนท์ เป็นผู้ศึกษา วิจัยงานทางด้านการหาแบบจำลองวงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรงและเป็นรุ่นพี่ที่ห้องปฏิบัติการวิจัยอิเล็กทรอนิกส์กำลังของข้าพเจ้า ซึ่งได้ให้คำแนะนำที่จุดประกายความคิดในการหาหัวข้อวิทยานิพนธ์และข้อมูลอันมีค่าแก่ข้าพเจ้า

ขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัยที่ให้ทุนสนับสนุนในการทำวิจัย ตลอดจนรุ่นพี่ รุ่นน้องและเพื่อนๆ ห้องปฏิบัติการวิจัยอิเล็กทรอนิกส์กำลังทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือและคำแนะนำในการพัฒนางานวิจัย รวมถึงอาจารย์ทุกท่านที่ให้วิชาความรู้ตั้งแต่อดีตจนกระทั่งถึงปัจจุบัน

สุดท้ายนี้ผู้วิจัยขอขอบพระคุณบิดา มารดา และญาติพี่น้อง ผู้ซึ่งให้โอกาสทางการศึกษา และเป็นกำลังใจด้วยดีเสมอมา

สารบัญ

สารบัญ (ต่อ)

บทที่ หน้า

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

สารบัญภาพ

รูปที่ หน้า

สารบัญภาพ (ต่อ)

รูปที่ หน้า

รายการสัญลักษณ์

A	เมตริกซ์สถานะของสมการปริภูมิสถานะ
A_D	เมตริกซ์สถานะของสมการปริภูมิสถานะที่เชิงเส้นและไม่แปรผันตามเวลาแบบไม่ต่อเนื่อง
A_C	เมตริกซ์สถานะของสมการปริภูมิสถานะที่เชิงเส้นและไม่แปรผันตามเวลาแบบต่อเนื่อง
A_1	เมตริกซ์สถานะในช่วงเวลา $t_0 < t < t_1$
A_2	เมตริกซ์สถานะในช่วงเวลา $t_1 < t < t_2$
A_3	เมตริกซ์สถานะในช่วงเวลา $t_2 < t < t_3$
A_4	เมตริกซ์สถานะในช่วงเวลา $t_3 < t < t_4$
A_{1X}	สัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์สถานะในสมการสัญญาณขนาดเล็กเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_1
A_{2X}	สัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์สถานะในสมการสัญญาณขนาดเล็กเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_2
A_{3X}	สัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์สถานะในสมการสัญญาณขนาดเล็กเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_3
A_{4X}	สัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์สถานะในสมการสัญญาณขนาดเล็กเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_4
B	เมตริกซ์ด้านเข้าของสมการปริภูมิสถานะ
B_1	เมตริกซ์ด้านเข้าในช่วงเวลา $t_0 < t < t_1$
B_2	เมตริกซ์ด้านเข้าในช่วงเวลา $t_1 < t < t_2$
B_3	เมตริกซ์ด้านเข้าในช่วงเวลา $t_2 < t < t_3$
B_4	เมตริกซ์ด้านเข้าในช่วงเวลา $t_3 < t < t_4$
B_{1X}	สัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์ด้านเข้าในสมการสัญญาณขนาดเล็กเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_1
B_{2X}	สัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์ด้านเข้าในสมการสัญญาณขนาดเล็กเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_2
B_{3X}	สัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์ด้านเข้าในสมการสัญญาณขนาดเล็กเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_3
B_{4X}	สัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์ด้านเข้าในสมการสัญญาณขนาดเล็กเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_4
C	ตัวเก็บประจุด้านออก
Cr	ตัวเก็บประจุเรโซแนนซ์
C_X	เมตริกซ์ด้านออกของสมการปริภูมิสถานะ
Cx	ตัวเก็บประจุชาร์จปั๊ม
D	ไดโอดในวงจรทบระดับ
D_U	เมตริกซ์เชื่อมโยงระหว่างด้านเข้ากับด้านออกของสมการปริภูมิสถานะ
D_W	เมตริกซ์เชื่อมโยงระหว่างด้านเข้ากับด้านออกของสมการปริภูมิสถานะ
Dx	ไดโอดตรึงแรงดัน
E_{11}	สัมประสิทธิ์ของตัวแปรเวลา t_1 ในสมการสัญญาณขนาดเล็กเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_1
E_{1X}	สัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์สถานะในสมการสัญญาณขนาดเล็กตัวแปรเวลา t_1
E_{1U}	สัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์ด้านเข้าในสมการสัญญาณขนาดเล็กตัวแปรเวลา t_1
E_{31}	สัมประสิทธิ์ของตัวแปรเวลา t_1 ในสมการสัญญาณขนาดเล็กเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_3
E_{32}	สัมประสิทธิ์ของตัวแปรเวลา t_2 ในสมการสัญญาณขนาดเล็กเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_3
E_{33}	สัมประสิทธิ์ของตัวแปรเวลา t_3 ในสมการสัญญาณขนาดเล็กเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_3

E_{3X}	สัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์สถานะในสมการสัญญาณขนาดเล็กตัวแปรเวลา t_3
E_{3U}	สัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์ด้านเข้าในสมการสัญญาณขนาดเล็กตัวแปรเวลา t_3
E_{41}	สัมประสิทธิ์ของตัวแปรเวลา t_1 ในสมการสัญญาณขนาดเล็กเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_4
E_{42}	สัมประสิทธิ์ของตัวแปรเวลา t_2 ในสมการสัญญาณขนาดเล็กเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_4
E_{43}	สัมประสิทธิ์ของตัวแปรเวลา t_3 ในสมการสัญญาณขนาดเล็กเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_4
E_{44}	สัมประสิทธิ์ของตัวแปรเวลา t_4 ในสมการสัญญาณขนาดเล็กเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_4
F	เมตริกซ์สถานะของสมการปริภูมิสถานะที่เชิงเส้นและไม่แปรผันตามเวลา
f_S	ความถี่การสวิตซ์
G	เมตริกซ์ด้านเข้าของสมการปริภูมิสถานะที่เชิงเส้นและไม่แปรผันตามเวลา
G_{FS}	ฟังกชั่นโอนย้ายวงรอบเปิดจากความถี่การสวิตซ์สู่แรงดันด้านออก
G_{OS}	ฟังกชั่นโอนย้ายวงรอบเปิดจากแรงดันด้านเข้าสู่แรงดันด้านออก
H	เมตริกซ์ด้านออกของสมการปริภูมิสถานะที่เชิงเส้นและไม่แปรผันตามเวลา
I	เมตริกซ์เอกลักษณ์
i_C	กระแสผ่านตัวเก็บประจุด้านออก
i_{Cx}	กระแสผ่านตัวเก็บประจุชาร์จปั๊ม
i_G	แหล่งกระแสด้านออก
i_L	กระแสผ่านตัวเหนี่ยวนำด้านเข้า
$\langle i_L \rangle$	กระแสเฉลี่ยตัวเหนี่ยวนำด้านเข้า
i_{Lr}	กระแสผ่านตัวเหนี่ยวนำเรโซแนนซ์
$\langle i_{Lr} \rangle$	กระแสเฉลี่ยตัวเหนี่ยวนำเรโซแนนซ์
i_O	กระแสด้านออก
i_R	กระแสผ่านตัวต้านทานด้านออก
i_X	แหล่งกระแสไซน์
$\langle i_{X\text{-}p} \rangle$	ค่ายอดเฉลี่ยของแหล่งกระแสไซน์
J	เมตริกซ์ ของสมการปริภูมิสถานะที่เชิงเส้นและไม่แปรผันตามเวลา
L	ตัวเหนี่ยวนำด้านเข้า
Lr	ตัวเหนี่ยวนำเรโซแนนซ์
R	ตัวต้านทานด้านออก
Rr	ตัวต้านทานเรโซแนนซ์
s	ผลการแปลงลาปลาซ์
S	สวิตซ์ไวงานในวงจรทบระดับ
S_1	สวิตซ์ไวงานตัวบนในอินเวอร์เตอร์
S_2	สวิตซ์ไวงานตัวล่างในอินเวอร์เตอร์
T	คาบการทำงาน
T_S	คาบการสวิตซ์
t_0	เวลาที่จุดเริ่มต้นของคาบการสวิตซ์

t_1	เวลาที่กระแสผ่านตัวเหนี่ยวนำเรโซแนนซ์เพิ่มขึ้นมาเท่ากับกระแสผ่านตัวเหนี่ยวนำด้านเข้า
t_2	เวลาครึ่งคาบการสวิตซ์
t_3	เวลาที่แรงดันคร่อมตัวเก็บประจุชาร์จปั๊มเพิ่มขึ้นมาเท่ากับแรงดันคร่อมตัวเก็บประจุด้านออก
t_4	เวลาหนึ่งคาบการสวิตซ์
u	เวกเตอร์ด้านเข้า
w	เวกเตอร์ด้านเข้า
v_C	แรงดันคร่อมตัวเก็บประจุด้านออก
v_{Cr}	แรงดันคร่อมตัวเก็บประจุเรโซแนนซ์
v_{Cx}	แรงดันคร่อมตัวเก็บประจุชาร์จปั๊ม
v_{DC}	แรงดันไฟตรงของอินเวอร์เตอร์
v_L	แรงดันคร่อมตัวเหนี่ยวนำด้านเข้า
v_{Lr}	แรงดันคร่อมตัวเหนี่ยวนำเรโซแนนซ์
v_O	แรงดันด้านออก
v_{Rr}	แรงดันคร่อมตัวต้านทานเรโซแนนซ์
v_S	แรงดันด้านเข้า
v_{BUS}	แรงดันคร่อมโหลดของอินเวอร์เตอร์
$\mathrm{W_C}$	เมตริกซ์ด้านเข้าของสมการปริภูมิสถานะที่เชิงเส้นและไม่แปรผันตามเวลาแบบต่อเนื่อง
$\mathrm{W_D}$	เมตริกซ์ด้านเข้าของสมการปริภูมิสถานะที่เชิงเส้นและไม่แปรผันตามเวลาแบบไม่ต่อเนื่อง
x	ตัวแปร, ตัวแปรสถานะ, เวกเตอร์, เมตริกซ์
$x(\mathrm{n},:)$	แถวที่ n ของเมตริกซ์ x
$x(t)$	ฟังก์ชั่นของเวลาต่อเนื่อง
$x(nT)$	ฟังก์ชั่นของเวลาไม่ต่อเนื่อง
$\overline{x}$	ค่าเฉลี่ยต่อคาบการทำงานหรือคาบการสวิตซ์
X	ค่าไฟตรงในสถาวะอยู่ตัว
$\hat{x}$	ค่าการเปลี่ยนแปลงเล็กรอบจุดทำงานสงบ
z	ผลการแปลง z
Z_{eq}	ความต้านทานสมมูล
Z_I	ฟังกชั่นโอนย้ายวงรอบเปิดจากกระแสผ่านตัวเหนี่ยวนำด้านเข้าสู่แรงดันด้านเข้า
Z_O	ฟังกชั่นโอนย้ายวงรอบเปิดจากแหล่งกระแสด้านออกสู่แรงดันด้านออก
θ	มุมเริ่มนำกระแส

บทที่ 1

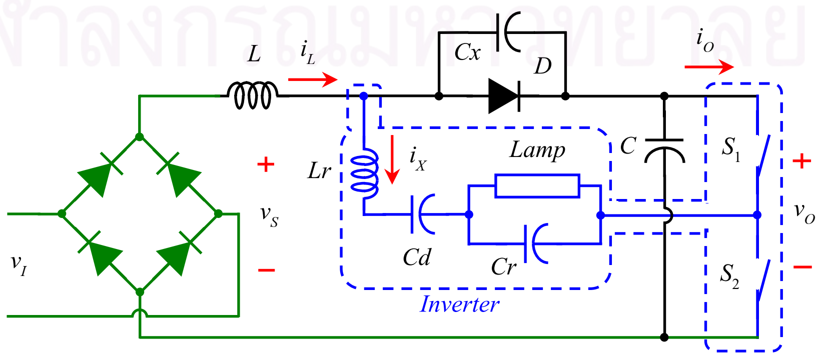
ความเป็นมาของวงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดัน

1.1 ความเป็นมาของวงจร

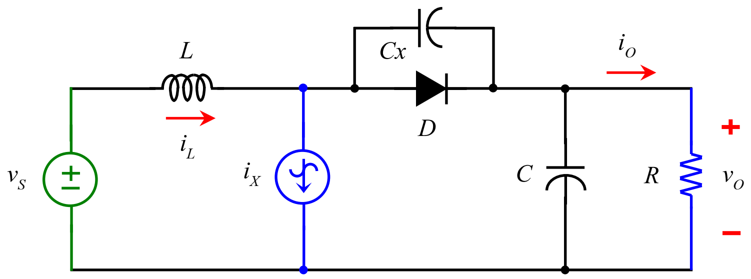
ในการพัฒนาวงจรเพิ่มค่าตัวประกอบกำลัง (Power-Factor-Correction Circuit) สำหรับบัลลาสต์อิเล็กทรอนิกส์ ได้มีการนำเสนอวงจรเพิ่มค่าตัวประกอบกำลังแบบชาร์จปั้ม (Charge-Pump Power-Factor-Correction Circuit หรือ CPPFCC) ดังแสดงในรูป 1.1 (ก) วงจรดังกล่าวมีคุณลักษณะเป็นวงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรงแบบทบระดับที่มีลักษณะพิเศษคือไม่ต้องใช้สวิตซ์ไวงาน (Active Switch หรือ AS) เพิ่มเติม แต่อาศัยกระแสโหลด $i_X(t)$ ของอินเวอร์เตอร์ สำหรับควบคุมการทำงานของวงจร CPPFCC ซึ่งถ้าพิจารณาวงจรเพิ่มค่าตัวประกอบกำลังแบบชาร์จปั้มชนิดกระแสด้านเข้าต่อเนื่อง (Continuous-Input-Current Charge-Pump Power-Factor-Correction Circuit หรือ CIC-CPPFCC) ใน [1] ดังรูป 1.1 (ก) และกำหนดให้

- ในแต่ละคาบของการสวิตซ์ของอินเวอร์เตอร์ แรงดันด้านเข้า $v_S(t)$ เปลี่ยนแปลงน้อยมากเมื่อเทียบกับค่าเฉลี่ยของแรงดันด้านเข้าจนสามารถประมาณได้ว่าในแต่ละคาบ $v_S(t)$ เป็นค่าคงที่ตลอดคาบการทำงานของอินเวอร์เตอร์ ($v_S[nT] \approx v_S[(n+1)T]$)
- กิ่งโหลดของอินเวอร์เตอร์เรโซแนนซ์อนุกรมโหลดขนานแบบกึ่งบริดจ์ (Half-Bridge Series Resonant Parallel Load หรือ HBSRPL) ที่เป็นโหลดของวงจร CPPFCC สามารถแทนเป็นแหล่งกระแสสลับ $i_X(t)$
- ตัวเก็บประจุด้านออก C มีค่าใหญ่มากจนสามารถประมาณแรงดัน $v_O(t)$ เป็นค่าคงที่ตลอดคาบการทำงานของอินเวอร์เตอร์ ($v_O[nT] \approx v_O[(n+1)T]$) จนถือได้ว่าเป็นแหล่งจ่ายไฟตรงที่มีค่าคงที่ ซึ่งทำให้กิ่งสวิตซ์ไวงานของอินเวอร์เตอร์ที่เป็นโหลดของวงจรแปลงผันมีค่าความต้านทานสมมูลสำหรับไฟตรง R มีค่าขึ้นกับค่าเฉลี่ยของกระแสและแรงดันของกิ่งสวิตซ์ไวงาน

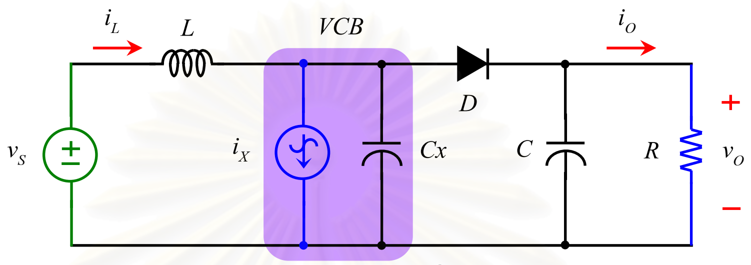
จะได้วงจรสมมูลของวงจร CIC-CPPFCC ในสภาวะอยู่ตัวเป็นดังวงจรในรูป 1.1 (ข) เมื่อย้ายตัวเก็บประจุชาร์จปั้ม Cx มาขนานกับแหล่งกระแสไฟฟ้าสลับ $i_X(t)$ โดยอาศัยกฎการย้ายตัวเก็บประจุใน [2] จะได้วงจรสมมูลเป็นดังรูป 1.1 (ค)



(ก) วงจร CIC-CPPFCC



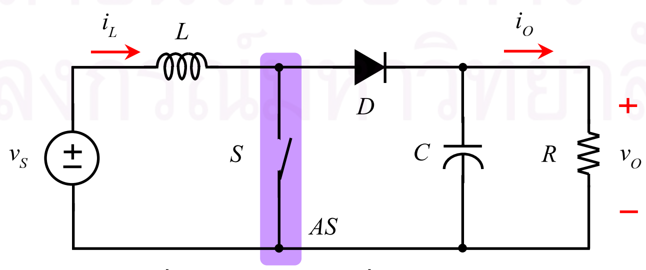
(ข) วงจรสมมูลของวงจร CIC-CPPFCC ในรูป (ก)



(ค) วงจรสมมูลของวงจรในรูป (ข) เมื่อย้าย Cx มาขนานกับ i_X

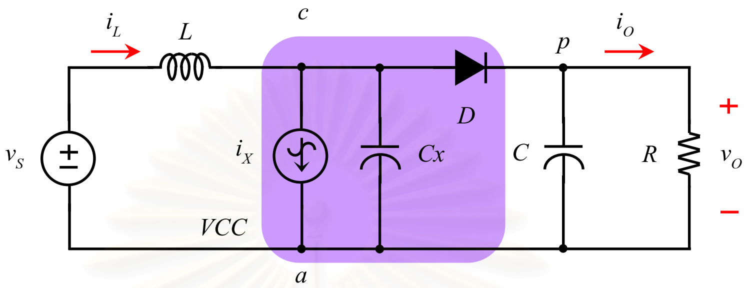
รูปที่ 1.1 วงจรเพิ่มค่าตัวประกอบกำลังแบบชาร์จปั๊ม

เมื่อเปรียบเทียบวงจร CIC-CPPFCC ในรูป 1.1(ค) กับวงจรทบระดับแบบพื้นฐานที่ใช้สวิตช์ PWM ในรูป 1.2 จะเห็นได้ว่าวงจรทั้งสองมีโครงสร้างที่คล้ายกันมาก เนื่องจากวงจรทั้งสองทำหน้าที่เป็นวงจรทบระดับเหมือนกัน และมีโครงสร้างที่เหมือนกันเกือบทุกประการ ยกเว้นสวิตช์ไวงาน S ของวงจรทบระดับแบบพื้นฐานถูกแทนด้วยกิ่งวงจรที่ประกอบด้วยตัวเก็บประจุชาร์จปั๊ม Cx ต่อขนานกับแหล่งกระแสไฟฟ้าสลับ i_X (t) จึงเรียกกิ่งวงจรนี้ว่า **กิ่งควบคุมแรงดัน** (Voltage Control Branch หรือ VCB) เนื่องจากเป็นกิ่งวงจรที่สามารถควบคุมแรงดันคร่อมกิ่งได้ โดยอาศัยแหล่งกระแสไฟฟ้าสลับ i_X (t) ทำหน้าที่ควบคุมการเก็บและคายประจุของตัวเก็บประจุชาร์จปั๊ม Cx แหล่งกระแสไฟฟ้าสลับที่ใช้ในวงจรรูป 1.1 (ค) อาจจะเป็นแหล่งกระแสรายคาบที่มีรูปคลื่นใดๆ หรือเป็นกระแสไฟฟ้าสลับที่ได้จากการทำงานของวงจรอื่น ดังนั้นจึงเป็นไปได้ว่ากิ่งควบคุมแรงดันนี้น่าจะทำหน้าที่เหมือนกับสวิตช์ไวงานคือทำหน้าที่ควบคุมการทำงานของวงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรง [3-4]



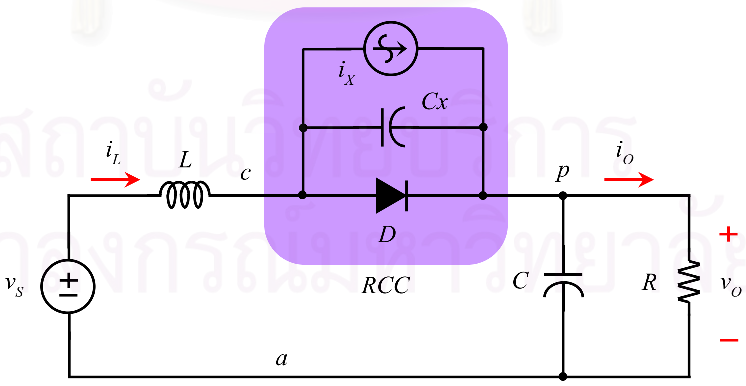
รูปที่ 1.2 วงจรทบระดับที่ใช้สวิตช์ PWM

สำหรับการวิเคราะห์วงจร CIC-CPPFCC ในรูป 1.1(ค) ใน [3-4] ได้ประยุกต์วิธีการวิเคราะห์ที่ได้พัฒนาสำหรับวงจรแปลงผันที่ใช้สวิตช์ PWM และสวิตช์กึ่งเรโซแนนซ์มาใช้วิเคราะห์วงจร CIC-CPPFCC ทำให้ได้วงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรงรูปแบบใหม่ ดังนั้นเพื่อให้สามารถอาศัยแนวคิดหน่วยสวิตช์ PWM มาใช้กับวงจร CIC-CPPFCC จึงจะรวมกิ่งควบคุมแรงดัน (VCB) และไดโอด D เป็น **หน่วยควบคุมแรงดัน** (Voltage Control Cell หรือ VCC) ดังแสดงในรูป 1.3



รูปที่ 1.3 วงจรทบระดับที่ใช้หน่วยควบคุมแรงดัน (VCC)

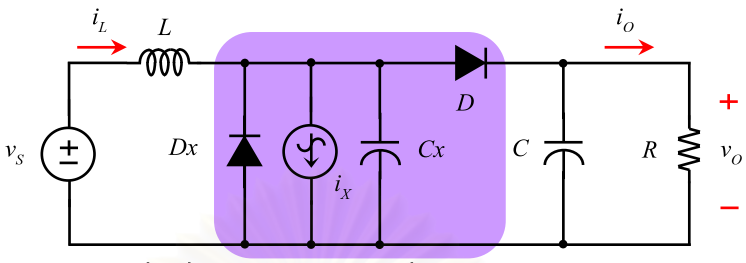
ซึ่งใน [6-7] ได้แสดงให้เห็นว่าวงจรสมมูลของหน่วยควบคุมแรงดัน (VCC) ที่เป็นวงจรสองท่า (Two Port) มีลักษณะเป็นวงจรเรียงกระแส (Rectifier) สองขั้วและเรียกหน่วยควบคุมแรงดัน (VCC) ว่า **หน่วยควบคุมเรียงกระแส** (Rectifier Control Cell หรือ RCC) ซึ่งมีลักษณะการแปลงผันแตกต่างจากวงจรแปลงผันที่ใช้สวิตช์ PWM กล่าวคือหน่วยเรียงกระแสสองขั้ว (RCC) จะควบคุมแรงดันหรือกระแสโหลดโดยการต่ออนุกรมกับแหล่งจ่ายไฟตรง v_S ดังรูป 1.4 ซึ่งเป็นการบวกหรือลบแรงดันแทนการคูณ หรืออาจใช้ควบคุมแรงดันหรือกระแสโหลดได้โดยตรง เนื่องจากหน่วยเรียงกระแสอาจต่อระหว่างแหล่งจ่ายและโหลดของวงจรแปลงผันแบบพื้นฐานได้หลายรูปแบบและสามารถควบคุมให้แรงดันด้านออกมีค่ามากหรือน้อยกว่าแรงดันของแหล่งจ่ายไฟตรงดังนั้นวงจรเดียวจึงอาจสามารถใช้เพิ่ม ลด หรือกลับทิศแรงดันได้



รูปที่ 1.4 วงจรทบระดับที่ใช้หน่วยควบคุมเรียงกระแส (RCC)

เนื่องจากแหล่งกระแสไฟฟ้าสลับ i_X ทำหน้าที่ควบคุมการประจุและคายประจุของตัวเก็บประจุชาร์จปั๊ม Cx ทำให้แรงดันตกคร่อมตัวเก็บประจุชาร์จปั๊ม v_{Cx} เปลี่ยนแปลงกับกระแส i_{Cx} ถ้าค่ายอดของกระแส i_X มีค่าเพิ่มมากขึ้นผลต่างของกระแส i_X และ i_L จะมีค่ามากขึ้นแรงดันสูงสุดคร่อมตัวเก็บประจุชาร์จปั๊ม v_{Cx} มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้อุปกรณ์

ในวงจรต้องรับภาระแรงดันมากขึ้นอาจทำให้วงจรเสียหายได้ ดังนั้นจึงได้มีการนำเอาไดโอด *Dx* ต่อขนานกับกิ่งควบคุมแรงดันทำให้มีการตรึงแรงดันของตัวเก็บประจุชาร์จปั๊ม v_{Cx} ให้มีค่าเป็นศูนย์เมื่อไดโอด *Dx* นำกระแส ดังแสดงในรูป 1.5



รูป 1.5 วงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดันแบบที่มีการตรึงแรงดันของตัวเก็บประจุชาร์จปั๊ม

เมื่อพิจารณารูป 1.3 จะเห็นว่าโครงสร้างของวงจรสมมูลของวงจร CIC-CPPFCC เป็นการต่อกิ่งกระแสที่ประกอบด้วยตัวเหนี่ยวนำ L อนุกรมกับแหล่งแรงดัน v_S เข้ากับขั้ว c-a และต่อกิ่งแรงดันที่ประกอบด้วยตัวเก็บประจุด้านออก *C* ขนานกับความต้านทานโหลดสมมูล *R* เข้ากับขั้ว p-a ของหน่วยควบคุมแรงดัน ซึ่งประกอบด้วยกิ่งควบคุมแรงดันและไดโอด *D* ซึ่งการวิเคราะห์การทำงานของวงจรใน [3-5] โดยกำหนดสมมุติฐานดังนี้

- ค่าระลอกของแรงดันด้านออก v_O และกระแสตัวเหนี่ยวนำ i_L มีค่าน้อยมาก (Small-ripple approximation) จนประมาณได้ว่า ค่าในขณะใดขณะหนึ่งในแต่ละคาบมีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยต่อคาบการสวิตช์
- แหล่งกระแสควบคุม i_X เป็นกระแสรายคาบรูปคลื่นไซน์ ที่มีรูปคลื่นสมมาตร และมีค่าครบหนึ่งคาบการสวิตช์สมบูรณ์ ในทุกๆ คาบการสวิตช์
- ไดโอด *D* เป็นแบบอุดมคติ และละเลยการสูญเสียทั้งหมดในวงจร

เมื่อกำหนดให้จุดเริ่มต้นของแต่ละคาบการสวิตช์เป็นเวลาที่แหล่งกระแสควบคุม i_X มีขนาดเพิ่มขึ้นเท่ากับค่าเฉลี่ยต่อคาบของกระแสผ่านตัวเหนี่ยวนำ $\langle i_L \rangle$ ทำให้สามารถแบ่งการทำงานของวงจรในแต่และคาบการสวิตช์ออกเป็น 2 ช่วงเวลา สมการของแหล่งกระแสควบคุม i_X มีการเปลี่ยนแปลงกับเวลาเป็นฟังก์ชั่นไซน์ตามสมการ (1.1) โดยมีเงื่อนไข $\langle i_{X\text{-}p} \rangle$ ต้องมีค่ามากกว่า $\langle i_L \rangle$

$$i_X = \langle i_{X-p} \rangle \cdot \sin\left(2\pi f_S \cdot t + \theta\right) \qquad (1.1)\ (ก)$$

$$\sin\theta = \frac{\langle i_L \rangle}{\langle i_{X-p} \rangle}\,;\ 0 < \theta \le \frac{\pi}{2} \qquad (1.1)\ (ข)$$

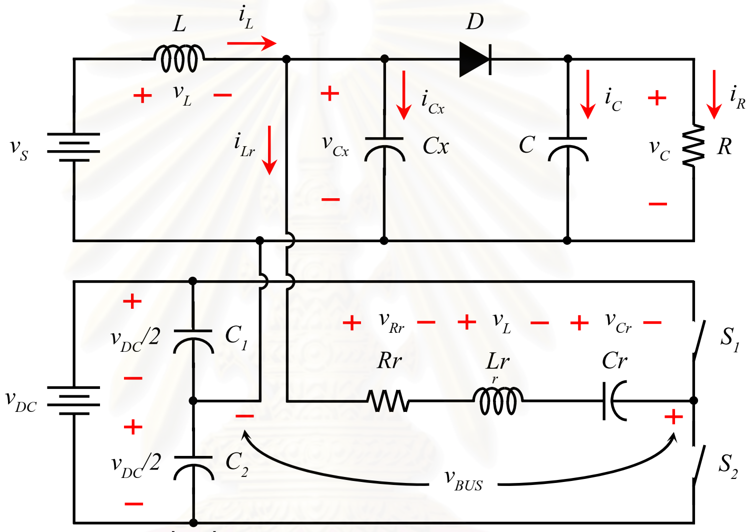
เมื่อ i_X คือแหล่งกระแสควบคุมรูปคลื่นไซน์ สมมาตรและครบคาบสมบูรณ์ ที่เวลาใดๆ

$\langle i_{X\text{-}p} \rangle$ คือค่าเฉลี่ยต่อคาบของค่ายอดของแหล่งกระแสควบคุม i_X ที่คาบใดๆ

f_S คือความถี่ของแหล่งกระแสควบคุม i_X ที่เวลาใดๆ

θ คือมุมเฟสของแหล่งกระแสควบคุม i_X ที่เวลาใดๆ

ที่ผ่านมา [3-4] ได้วิเคราะห์วงจรเฉพาะกรณีแหล่งกระแสควบคุม $i_X(i_{X\text{-}p}\ ,\ f_S)$ มีรูปคลื่นไซน์ และมีค่ายอดของกระแสควบคุม $\langle i_{X\text{-}p}\rangle$ ไม่ขึ้นกับความถี่การสวิตช์ f_S แต่ในทางปฏิบัติหรือใน [5] จะใช้อินเวอร์เตอร์ทำหน้าที่เป็นแหล่งกระแสควบคุม i_X ซึ่งในกรณีนี้ $\langle i_{X\text{-}p}\rangle$ จะไม่เป็นตัวแปรอิสระแต่จะขึ้นกับการทำงานของวงจร และความถี่การสวิตช์ f_S ทำให้ความถี่การสวิตช์ f_S เป็นตัวแปรควบคุมเพียงตัวเดียวในวงจร ซึ่งใน [5] ได้ใช้อินเวอร์เตอร์เรโซแนน-นซ์อนุกรมโหลดอนุกรมแบบกึ่งบริดจ์ (Half-Bridge Series Resonant Series Load หรือ HBSRSL) เป็นแหล่งกระแสควบคุม i_X ดังแสดงในรูป 1.6 และเรียกวงจรนี้ว่า **วงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดันกรณีใช้อินเวอร์เตอร์เป็นแหล่งกระแสควบคุม** โดยที่อินเวอร์เตอร์จะรับพลังงานจากแหล่งจ่ายแรงดันไฟตรงภายนอก $v_{DC}(t)$ แทนการป้อนกลับพลังงานจากด้านออกของวงจรทบระดับในวงจร CIC-CPPFCC ส่วนความต้านทาน Rr เป็นความต้านทานรับกำลังไฟฟ้าแทนอินเวอร์เตอร์

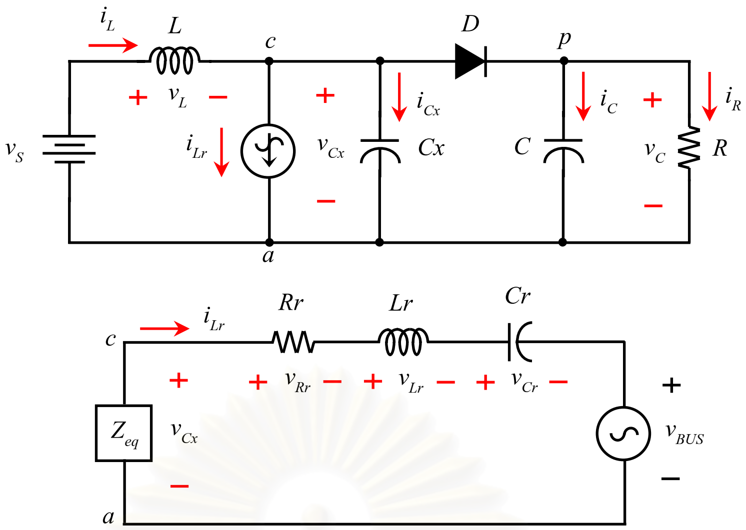


รูปที่ 1.6 วงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดันกรณีใช้อินเวอร์เตอร์เป็นแหล่งกระแสควบคุม

โดยทั่วไปแนวทางในการวิเคราะห์วงจรเรโซแนนซ์ใน [2] จะมีสองแนวทางหลัก คือ

1. การคำนวณหาฟังก์ชั่นของกระแสและแรงดันจากสมการของวงจรในแต่ละรูปลักษณ์
2. การวิเคราะห์โดยพิจารณาเฉพาะความถี่หลักมูล (fundamental approximate)

แนวทางแรกจะให้ผลลัพธ์ที่มีความถูกต้องมาก แต่การวิเคราะห์จะซับซ้อนมากเช่นกัน ส่วนแนวทางที่สองเป็นการวิเคราะห์แบบประมาณซึ่งจะให้ผลใกล้เคียง เมื่อความถี่การสวิตช์อยู่ใกล้กับความถี่เรโซแนนซ์ และตัวประกอบคุณภาพมีค่าสูง การวิเคราะห์แบบนี้จะไม่ซับซ้อนมากนักและทำให้เห็นภาพทางกายภาพของวงจรได้ดี ใน [5] เมื่อใช้อินเวอร์เตอร์เรโซแนนซ์เป็นแหล่งกระแสควบคุมดัง i_{Lr} แสดงในรูป 1.5 จะวิเคราะห์โดยพิจารณาเฉพาะความถี่หลักมูลทั้งกระแส $i_{Lr}(t)$ และแรงดัน $v_{BUS}(t)$ ได้วงจรสมมูลของวงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดันกรณีใช้อินเวอร์เตอร์เป็นแหล่งกระแสควบคุมเป็นดังรูป 1.7



รูปที่ 1.7 วงจรสมมูลของวงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดันกรณีใช้อินเวอร์เตอร์เป็นแหล่งกระแสควบคุม แบบพิจารณาเฉพาะความถี่หลักมูล

กำหนดให้กระแส i_{Lr} (t) ในรูป 1.7 มีค่าตามสมการ (1.2) (ก)

$$i_{Lr} = \langle i_{Lr} \rangle \cdot sin\left(2\pi f_S \cdot t + \theta\right) \qquad (1.2)\ (ก)$$

(กระแส i_{Lr} ก็คือกระแส i_X ตามสมการ 1.1)

และประมาณแรงดัน v_{BUS} (t) ด้วยแรงดันที่ความถี่หลักมูลโดยมีค่าตามสมการ (1.2) (ข)

$$v_{BUS} = \frac{2V_{DC}}{\pi} \cdot sin\left(2\pi f_S \cdot t\right) \qquad (1.2)\ (ข)$$

และแทนวงจรทบระดับที่เป็นโหลดของอินเวอร์เตอร์ด้วยค่าอิมพีแดนซ์ซึ่งมีค่าตามสมการ (1.2) (ค)

$$Z_{eq} = v_{Cx,\, fundamental} \,/\, i_{Lr} \qquad (1.2)\ (ค)$$

ซึ่งการวิเคราะห์โดยพิจารณาเฉพาะความถี่หลักมูลทำให้แบบจำลองที่ได้มีความคลาดเคลื่อนไปด้วยเพราะละเลยผลของฮาร์โมนิค แต่ว่าเมื่อเปรียบเทียบโครงสร้างของวงจรในรูป 1.6 กับวงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรงชนิดเรโซแนนซ์โหลดจะเห็นได้ว่ามีลักษณะคล้ายกันคือรับแรงดันไฟตรง v_{DC} ผ่านอินเวอร์เตอร์โดยมีโหลดเป็นวงจรเรียงกระแสแต่จะแตกต่างกันที่วงจรในรูป 1.6 เอาวงจรเรียงกระแสมาต่ออนุกรมกับแหล่งจ่ายไฟตรง v_S ดังนั้นเราสามารถนำเอาวิธีการวิเคราะห์วงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรงชนิดเรโซแนนซ์โหลด มาใช้วิเคราะห์วงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดันกรณีใช้อินเวอร์เตอร์เป็นแหล่งกระแสควบคุมซึ่งโดยทั่วไปจะใช้วิธีวิเคราะห์ในระนาบสถานะ (State-plane analysis) ซึ่งเป็นการคำนวณหาฟังก์ชั่นของกระแสและแรงดันจากสมการของวงจรในแต่ละรูปลักษณ์ สำหรับในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะวิเคราะห์วงจรโดยใช้วิธีวิเคราะห์ในระนาบสถานะ

1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1. หาแบบจำลองโดยไม่ใช้การประมาณด้วยความถี่หลักมูลและการประมาณว่ามีค่าระลอกน้อย
2. ทำให้แบบจำลองใกล้เคียงกับวงจรจริงมากขึ้น

1.3 ขอบเขตของงานวิจัย

1. ศึกษาวิธีการหาแบบจำลองของวงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรง
2. เปรียบเทียบผลการคำนวณทางทฤษฎี, ผลการจำลองและผลการทดลอง

1.4 ขั้นตอนและวิธีการดำเนินงาน

1. ค้นคว้า และศึกษาทฤษฎีเกี่ยวกับวงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรง
2. ศึกษา และวิเคราะห์การทำงานของวงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดัน
3. ค้นคว้า และศึกษาทฤษฎีเกี่ยวกับการหาแบบจำลอง
4. หาแบบจำลองของวงจรด้วยวิธีต่างๆ
5. จำลองการทำงานของวงจร ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์
6. เก็บข้อมูล ประเมินผล และสรุปผลการทดลอง
7. เขียน และจัดพิมพ์วิทยานิพนธ์

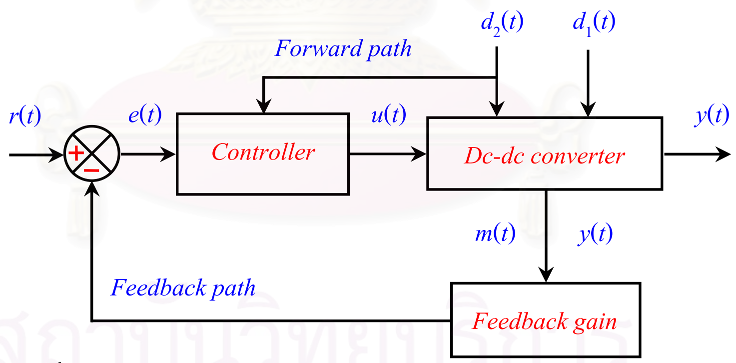
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ช่วยให้เข้าใจหลักการในการหาแบบจำลอง
2. สามารถนำวิธีในการหาแบบจำลองไปประยุกต์ใช้กับวงจรอื่นๆ

บทที่ 2

การหาแบบจำลองของวงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรง

ในการศึกษาลักษณะพลวัตของวงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรงซึ่งเป็นการศึกษาผลอันเนื่องมาจากการแปรค่าควบคุมหรือความแปรปรวน (Disturbances) ที่ทำให้การทำงานของวงจรเบี่ยงเบนไปจากจุดทำงานสงบเดิม (ในสถาวะอยู่ตัว) ซึ่งการแปรค่าควบคุมหรือความแปรปรวนดังกล่าวอาจเกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าของแหล่ง โหลด เวลาการสวิตซ์ การเริ่มเดินเครื่องหรือปิดเครื่อง เป็นต้น โดยทั่วไปเราต้องพยายามลดผลอันเนื่องมาจากการแปรปรวนโดยการคุมค่า (regulate) ให้จุดทำงานยังคงอยู่ใกล้จุดทำงานสงบ หรือถ้าเบี่ยงเบนไปก็ควรให้กลับคืนสู่จุดทำงานสงบโดยเร็ว การคุมค่าและการคืนสู่จุดทำงานสงบโดยเร็วเป็นผลมาจากการควบคุมโดยระบบควบคุมแบบง่ายๆ ได้แก่ ระบบวงรอบเปิด (open loop) ที่ใช้การป้อนตรง (feed forward) เทคนิคการป้อนตรงคือ การวัดความแปรปรวนที่คาดว่าจะเกิดขึ้นหรือความแปรปรวนที่วัดได้ $d_2(t)$ แล้วป้อนผลการวัดนั้นให้แก่วงจรควบคุม (controller) ซึ่งจะทำการลบล้างผลความแปรปรวนนั้น อย่างไรก็ดีการใช้เทคนิคการป้อนตรงเพียงอย่างเดียวมักจะไม่เพียงพอเพราะความแปรปรวนที่วัดไม่ได้ $d_1(t)$ เทคนิคที่ใช้กันทั่วไปในการลดผลของความแปรปรวนที่วัดไม่ได้ ได้แก่ ระบบวงรอบปิด (close loop) ซึ่งเป็นการวัดค่าของตัวแปรในวงจรที่วัดได้ $m(t)$ หรือตัวแปรด้านออก $y(t)$ เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับค่าที่ต้องการหรือค่าอ้างอิง $r(t)$ ความคลาดเคลื่อน $e(t)$ ถูกส่งไปที่วงจรควบคุมหรือวงจรคุมค่า ไปปรับสัญญาณควบคุม $u(t)$ ของวงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรงเพื่อให้ได้ตัวแปรด้านออกที่ตรงกับค่าที่ต้องการ ดังแสดงในรูป 2.1

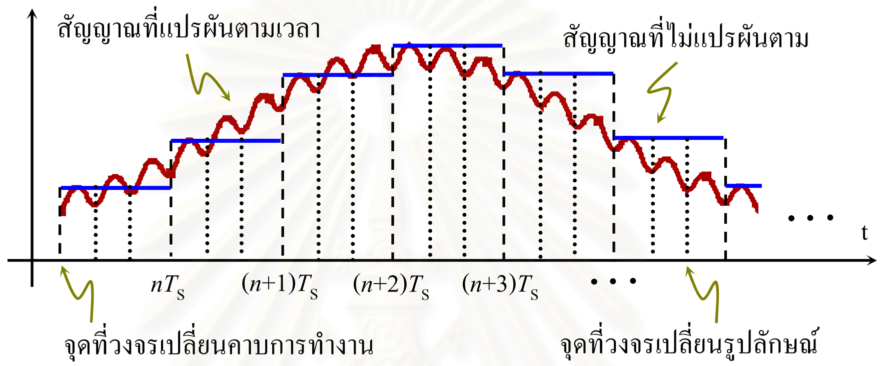


รูปที่ 2.1 แผนภาพบล็อกระบบควบคุมของวงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรง

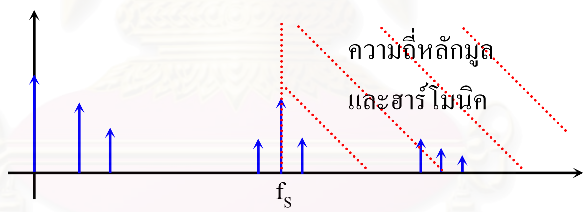
ในการศึกษาระบบควบคุมแบบป้อนกลับที่มีวงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรง เราจำเป็นต้องรู้ฟังก์ชั่นโอนย้ายต่างๆ ของระบบ แต่วงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรงประกอบด้วยสวิตซ์ซึ่งทำงานแบบไม่เชิงเส้นและแปรผันตามเวลา การศึกษาวงจรไม่เชิงเส้นและแปรผันตามเวลามีความยุ่งยากมาก เราจึงต้องสร้างแบบจำลองเชิงเส้นและไม่แปรผันตามเวลาซึ่งเป็นแบบจำลอง (แบบจำลองในที่นี้อาจจะหมายถึงวงจรสมมูลหรือสมการ) ใกล้เคียงที่มีข้อจำกัดในการใช้งานเพื่อให้สามารถแทนวงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรง ในการวิเคราะห์การทำงานของวงจรหรือการหาแบบจำลองโดยทั่วไปเป็นการหาแบบจำลองเชิงเส้นเฉพาะย่านการทำงานที่ประกอยด้วย 2 ขั้นตอนคือ 1. ขั้นตอนการทำให้ไม่แปรผันตามเวลา 2. ขั้นตอนการทำให้เป็นเชิงเส้น

ขั้นที่หนึ่ง *การทำให้ไม่แปรผันตามเวลา*

วงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรงเป็นวงจรที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปลักษณ์ใน 1 คาบการทำงานทำให้เป็นวงจรที่แปรผันตามเวลา ดังนั้นเราจึงต้องทำให้ไม่แปรผันตามเวลาโดยการประมาณให้มีค่าคงที่ใน 1 ตาบ โดยค่าคงที่นี้จะมีค่าเปลี่ยนแปลงไปได้จากคาบหนึ่งไปยังอีกคาบหนึ่งหรือ Quantization ซึ่งเป็นการเปลี่ยนวงจรที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาในแต่ละคาบให้เป็นแบบจำลองที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงกับเวลาตลอด 1 คาบ ดังแสดงในรูป 2.2 (ก) หรือเป็นการตัดพจน์ของความถี่หลักมูลและฮาร์โมนิคของความถี่การสวิตซ์ ดังแสดงในรูป 2.2 (ข) ทำให้ได้แบบจำลองที่ไม่แปรผันตามเวลาใน 1 คาบ



(ก) รูปคลื่นของสัญญาณในโดเมนเวลา



(ข) สเปกตรัมของสัญญาณในโดเมนความถี่

รูปที่ 2.2 การทำให้สัญญาณไม่แปรผันตามเวลาใน 1 คาบ

ขั้นที่สอง *การทำให้เป็นเชิงเส้น*

แบบจำลองที่ได้จากขั้นที่หนึ่งมักจะเป็นแบบจำลองไม่เชิงเส้นหรือเรียกว่าแบบจำลองสัญญาณขนาดใหญ่ซึ่งประกอบด้วย ส่วนที่เป็นค่าคงที่, ส่วนที่มีการเปลี่ยนแปลงโดยอยู่ในรูปผลบวกเชิงเส้นของตัวแปร และส่วนที่มีการเปลี่ยนแปลงแต่อยู่ในรูปผลคูณของตัวแปรซึ่งทั้ง 3 ส่วนนี้รวมอยู่ในพจน์เดียวกัน ดังนั้นเราจะแยกองค์ประกอบของแบบจำลองสัญญาณขนาดใหญ่โดยใช้อนุกรมเทย์เลอร์แบบหลายตัวแปร ตามสมการ (2.1)

$$f(x_1,\cdots,x_n)=\sum_{j=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{j!}\left[\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial f(x_1,\cdots,x_n)}{\partial x_k}\hat{x}_k\right]^j\right\}_{x_1=X_1,\cdots,x_n=X_n} \qquad (2.1)\ (ก)$$

$$f(x_1,\cdots,x_n) = \begin{cases} \overbrace{f(X_1,\cdots,X_n)}^{nominal\ point\ value} + \overbrace{\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{\partial f(x_1,\cdots,x_n)}{\partial x_k}\cdot \hat{x}_k\right\}_{x_1=X_1,\cdots,x_n=X_n}}^{linear\ component} \\ \underbrace{+\sum_{j=2}^{\infty}\left\{\frac{1}{j!}\left[\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial f(x_1,\cdots,x_n)}{\partial x_k}\hat{x}_k\right]^j\right\}_{x_1=X_1,\cdots,x_n=X_n}}_{nonlinear\ component} \end{cases} \qquad (2.1)\ (ข)$$

และทำให้เป็นเชิงเส้น (Linearization) โดยประมาณว่าตัวแปรรังควาน (Perturbation Variable) มีขนาดเล็กจนละเลยพจน์ไม่เชิงเส้นหรือพจน์ผลคูณของตัวแปรของอนุกรมเทย์เลอร์ในสมการ (2.1) จะได้แบบจำลองเชิงเส้นและไม่แปรผันตามเวลา ดังสมการ (2.2)

$$f(x_1,\cdots,x_n) \approx \overbrace{f(X_1,\cdots,X_n)}^{DC\ steady-state} + \overbrace{\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{\partial f(x_1,\cdots,x_n)}{\partial x_k}\cdot \hat{x}_k\right\}_{x_1=X_1,\cdots,x_n=X_n}}^{AC\ steady-state\ (Small-signal)} \qquad (2.2)$$

เมื่อพิจารณาสมการ (2.2) สามารถแบ่งออกเป็นสองส่วนคือ แบบจำลองไฟตรงหรือค่าที่จุดทำงานสงบ และแบบจำลองสัญญาณขนาดเล็กซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงเล็กรอบๆ จุดทำงานสงบ

จากวิธีการทำให้ไม่แปรผันตามเวลาและการทำให้เป็นเชิงเส้นได้อาศัยเทคนิคการประมาณทำให้แบบจำลองที่ได้มีข้อจำกัดดังนี้

1. ใช้ได้เฉพาะสัญญาณความถี่ต่ำกว่าครึ่งหนึ่งของความถี่การทำงานของวงจร (< F_S/2) ซึ่งเป็นผลมาจากการทำให้ไม่แปรผันตามเวลาในขั้นที่หนึ่ง ตามหลักของทฤษฎีบทการชักตัวอย่าง (Sampling theorem) เพราะเราสุ่มข้อมูลทุกๆ T_S วินาที (T_S เป็นคาบการทำงานของวงจรมีค่าเท่ากับ 1/ F_S)

2. ใช้ได้เฉพาะวงจรที่มีการเปลี่ยนแปลงหรือสัญญาณเข้ามีขนาดเล็ก ซึ่ง การศึกษาระบบป้อนกลับโดยใช้สัญญาณขนาดเล็กช่วยให้สามารถประเมินเสถียรภาพของระบบเมื่อมีการเปลี่ยนขนาดเล็ก (Perturbation) ทั้งนี้เพราะการศึกษาที่ใช้แบบจำลองเชิงเส้นทำให้สามารถใช้ทฤษฎีของวงจรเชิงเส้นและทฤษฎีการป้อนกลับของระบบเชิงเส้นในการวิเคราะห์แบบจำลอง ถึงแม้ว่าระบบที่มีเสถียรภาพต่อการรบกวนขนาดเล็กอาจขาดเสถียรได้เมื่อถูกรบกวนด้วยสัญญาณขนาดใหญ่ แต่โดยทั่วไปแล้วกรณีเช่นนี้ไม่เกิดขึ้นบ่อยนักและสามารถหลีกเหลี่ยงได้โดยจำกัดพื้นที่การทำงานหรือเผื่อช่วงปลอดภัย (margin) ให้มากขึ้น

จากหลักการทั่วไปในการหาแบบจำลองได้มีการนำเสนอวิธีการหาแบบจำลองที่แตกต่างกันหลายวิธี [8-14] อย่างไรก็ดีวิธีการต่างๆ สามารถจัดกลุ่มแนวทางการหาแบบจำลองได้ 3 แนวทางดังนี้

2.1 วิธีเฉลี่ยวงจร (Circuit Averaging)

สำหรับวงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรง เรามักให้ความสำคัญต่อค่าเฉลี่ยของกระแสหรือแรงดันมากกว่าการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นใน 1 คาบของการสวิตซ์ดังนั้นในการหาแบบจำลองด้วยวิธีเฉลี่ยวงจรจะสนใจการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยในสถานะชั่วครู่มากกว่าค่าฉับพลันที่มีค่าระลอกรวมอยู่ด้วย โดยจะละเลยค่าระลอกซึ่งสมมุติเป็นค่าน้อยหรือสามารถกรองออกได้ง่าย ซึ่งวิธีเฉลี่ยวงจรจะทำให้วงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรงไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาใน 1 คาบด้วยการคำนวณหาค่าเฉลี่ยเฉพาะที่ของกระแสและแรงดันต่างๆ ในวงจร ในที่นี้จะให้คำนิยามของค่าเฉลี่ยเฉพาะที่ของตัวแปร $x(t)$ เฉลี่ยต่อช่วงเวลา T_S มีนิยามตามสมการ (2.3)

$$\overline{x}(t) = \frac{1}{T_S}\int_{t}^{t+T_S} x(\tau)d\tau \qquad (2.3)$$

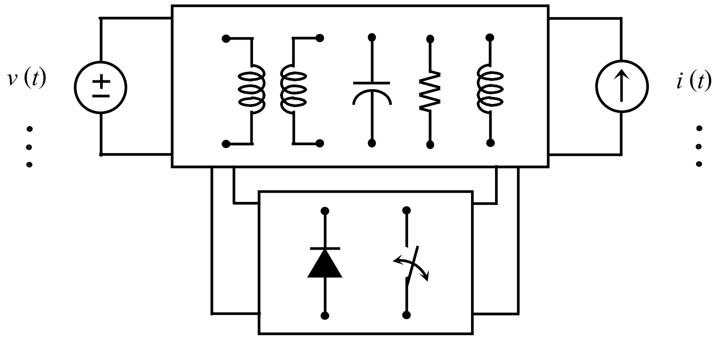
ซึ่ง $\overline{x}(t)$ เป็นฟังก์ชั่นที่ไม่ต่อเนื่อง ดังนั้นจะประมาณว่า $x(t)$ เป็นตัวแปรที่เปลี่ยนแปลงช้าเพื่อให้ $\overline{x}(t)$ เป็นฟังก์ชั่นต่อเนื่อง และถ้า $x(t)$ ไม่เป็นฟังก์ชั่นอิมพัลส์ จะได้คุณสมบัติที่สำคัญคือสามารถประมาณอนุพันธ์ของค่าเฉลี่ยเท่ากับค่าเฉลี่ยของอนุพันธ์ตามสมการ (2.4)

$$\frac{1}{T_S}\cdot\int_{t}^{t+T_S}\left\{\frac{d}{dt}x(t)\right\}dt \approx \frac{d}{dt}\left\{\frac{1}{T_S}\cdot\int_{t}^{t+T_S}x(t)dt\right\} = \frac{d}{dt}\overline{x}(t) \qquad (2.4)$$

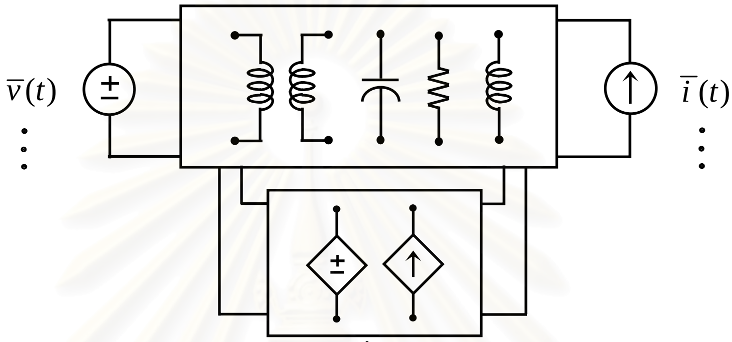
โดยทั่วไป T_S ก็คือคาบการสวิตซ์หรือคาบการทำงานของวงจร และในกรณีนี้เราจะเรียกว่าค่าเฉลี่ยเฉพาะที่ว่าค่าเฉลี่ยต่อคาบการสวิตซ์ (หรือค่าเฉลี่ยต่อคาบ) สมการกระแสและแรงดันในวงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรง บางทีจะเป็นผลคูณของฟังก์ชั่นซึ่งเป็นการคูณของสัญญาณด้านเข้ากับสัญญาณภายในวงจรทำให้ไม่สามารถอินทิเกรตได้โดยตรงจึงต้องประมาณให้สัญญาณด้านเข้ามีค่าระลอกเพียงเล็กน้อยจนสมมุติได้ว่าสัญญาณด้านเข้ามีค่าใกล้เคียงกับค่าเฉลี่ยต่อคาบ ตามสมการ (2.5)

$$\frac{1}{T_S}\int_{t}^{t+T_S} x_1(\tau)\cdot u_2(\tau)d\tau \approx \overline{x}_1(t)\cdot\overline{u}_2(t) \qquad (2.5)$$

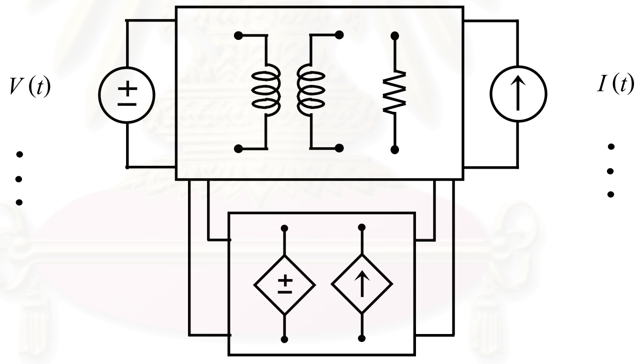
วิธีเฉลี่ยวงจรเหมาะสมกับวงจรที่มีรูปคลื่นกระแสและแรงดันเป็นรูปทรงเรขาคณิตเพราะหาผลเฉลยของการอินทิเกรตได้ง่าย วงจรที่ได้หลังจากคำนวณหาค่าเฉลี่ยต่อคาบแล้วก็คือ **วงจรเฉลี่ย** ซึ่งเป็นวงจรที่มีการแทนส่วนที่แปรผันตามเวลาด้วยค่าเฉลี่ยต่อคาบ ถึงแม้ว่าวงจรเฉลี่ยจะเป็นวงจรที่ไม่แปรผันตามเวลาแต่ก็เป็นวงจรไม่เชิงเส้นเพราะมีส่วนที่ขึ้นกับผลคูณกันของค่าเฉลี่ยต่อคาบ ดังนั้นเราจึงต้องทำให้เป็นเชิงเส้นโดยการประมาณว่าเป็นสัญญาณขนาดเล็กตามสมการ (2.2) แบบจำลองที่ได้จากวิธีเฉลี่ยวงจรเป็นรูปวงจรทำให้สามารถเข้าใจพฤติกรรมได้ง่ายแต่ยังขาดความเป็นวิธีการทั่วไป โดยแสดงแบบจำลองที่ได้ในแต่ละขั้นตอนไว้ในรูป 2.3



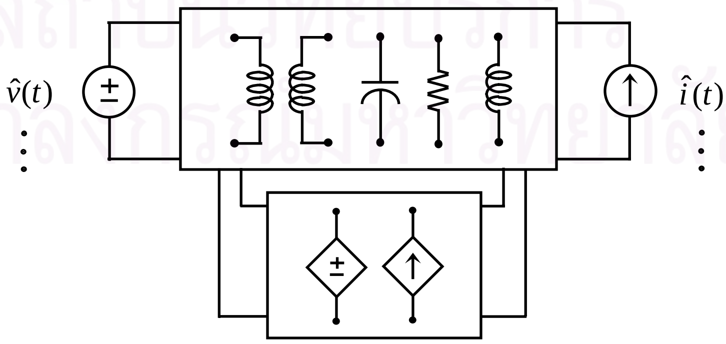
(ก) แบบจำลอง ณ. เวลาใดๆ



(ข) แบบจำลองเฉลี่ยต่อคาบการสวิตซ์



(ค) แบบจำลองไฟตรง



(ง) แบบจำลองสัญญาณขนาดเล็ก

รูปที่ 2.3 แบบจำลองที่ได้จากวิธีเฉลี่ยวงจร

2.2 วิธีเฉลี่ยปริภูมิสถานะ (State-space Averaging)

การใช้ปริภูมิสถานะ (state-space) มาอธิบายพฤติกรรมของวงจรเป็นจุดเริ่มต้นของวิธีการหาแบบจำลองที่มีความเป็นทั่วไปและความเป็นระบบสูงเพราะเป็นการคำนวณโดยอาศัยเมทริกซ์ กำหนดให้ปริภูมิสถานะสำหรับวงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรงทั่วไป เป็นตามสมการ (2.6)

$$\frac{d}{dt}x(t) = A(t)\cdot x(t) + B(t)\cdot u(t) \qquad (2.6)\ (ก)$$

$$y(t) = H(t)\cdot x(t) + J(t)\cdot u(t) \qquad (2.6)\ (ข)$$

ซึ่งเรียกสมการ (2.6) (ก) กับ (ข) ว่าสมการสถานะกับสมการด้านออกตามลำดับและเมตริกซ์ A(t), B(t), H(t) และ J(t) เป็นสัมประสิทธิ์ของแต่ละพจน์ในสมการ (2.6) ตัวแปรสถานะ *x*(*t*) ได้แก่ตัวแปรที่กำหนด "สถานะ" ของระบบ ตัวแปรสถานะจะสรุปแง่มุมของอดีตที่มีความหมายต่ออนาคต กล่าวคือ ค่าเริ่มต้น (initial value) ของตัวแปรเหล่านี้จะใช้ในการกำหนดพฤติกรรมของระบบในอนาคต ตัวแปรสถานะจะเกี่ยวข้องกับ "ความจำ" หรือการสะสมพลังงานของระบบ เช่น กระแสของตัวเหนี่ยวนำ และแรงดันของตัวเก็บประจุ ตัวแปรด้านเข้า u(t) ได้แก่สัญญาณภายนอกของระบบ เช่น แหล่งกระแส แหล่งแรงดัน สัญญาณขับนำสวิตซ์ ตัวแปรด้านเข้าบางตัวเป็นตัวแปรที่เราควบคุมได้ บางตัวเป็นความแปรปรวนที่เราควบคุมไม่ได้ เมื่อตัวแปรด้านเข้าและค่าเริ่มต้นของตัวแปรสถานะได้รับการกำหนดตัวแปรสถานะก็จะแปรไปตามกฎเกณฑ์ที่รวมเรียกว่าแบบจำลองปริภูมิสถานะ ตัวแปรด้านออก *y*(*t*) ได้แก่ ปริมาณที่เราสนใจ ปริมาณที่วัดได้ ตัวแปรด้านออกเป็นฟังก์ชันของตัวแปรสถานะ, ตัวแปรด้านเข้า และเวลาดังแสดงในสมการ (2.6) (ข)

วิธีเฉลี่ยปริภูมิสถานะเป็นการหาค่าเฉลี่ยต่อคาบของปริภูมิสถานะในสมการ (2.6) ทำให้ไม่ต้องหาค่าเฉลี่ยต่อคาบของกระแสและแรงดันทุกๆ ตัวในวงจรเหมือนกับวิธีเฉลี่ยวงจร จึงเหมาะสมกับวงจรที่มีโครงสร้างซับซ้อนเพราะไม่ต้องหาฟังก์ชั่นของกระแสและแรงดันแต่เขียนอยู่ในรูปของปริภูมิสถานะแทน ซึ่งในการหาค่าเฉลี่ยต่อคาบตามสมการ (2.3) ของปริภูมิสถานะจะต้องประมาณว่าเวกเตอร์สถานะ x(t) และเวกเตอร์ด้านเข้า u(t) มีค่าระลอกน้อยจนสมมุติได้ว่ามีรูปคลื่นเป็นเส้นตรงที่มีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยต่อคาบ ดังแสดงในสมการ (2.7) และคุณสมบัติในสมการ (2.4) เพื่อจะประมาณว่าอนุพันธ์ของค่าเฉลี่ยเท่ากับค่าเฉลี่ยของอนุพันธ์กับประมาณว่า x(t) เป็นตัวแปรที่เปลี่ยนแปลงช้าเพื่อให้เป็นสมการต่อเนื่อง

$$\frac{1}{T_S}\int_t^{t+T_S}\left\{A(t)\cdot x(t)\right\}dt \approx \overline{A}(t)\cdot \overline{x}(t) \qquad (2.7)$$

ปริฏูมิสถานะที่ได้หลังจากการหาค่าเฉลี่ยต่อคาบแล้วก็คือ **ปริฏูมิสถานะเฉลี่ย** ซึ่งมักจะเป็นแบบจำลองไม่เชิงเส้น เพราะมีส่วนที่ขึ้นอยู่กับการคูณกันของค่าเฉลี่ยต่อคาบดังแสดงในสมการ (2.8)

$$\frac{d}{dt}\overline{x}(t) = \overline{A}(t)\cdot\overline{x}(t) + \overline{B}(t)\cdot\overline{u}(t) \qquad (2.8)\ (\text{ก})$$

$$\overline{y}(t) = \overline{H}(t)\cdot\overline{x}(t) + \overline{J}(t)\cdot\overline{u}(t) \qquad (2.8)\ (\text{ข})$$

ดังนั้นเราจึงต้องทำให้เป็นเชิงเส้นโดยการประมาณว่าสัญญาณมีขนาดเล็กตามสมการ (2.2) แบบจำลองที่ได้จากวิธีเฉลี่ยปริฏูมิสถานะจะเป็นสมการไม่ใช่รูปวงจรเหมือนกับวิธีเฉลี่ยวงจร ซึ่งทำให้เข้าใจพฤติกรรมได้ยากกว่าได้แสดงสมการไฟตรงของปริฏูมิสถานะไว้ในสมการ (ก) (2.9) และ (ข) (2.9)

$$0 = A\cdot X + B\cdot U \qquad (2.9)\ (\text{ก})$$

$$Y = H\cdot X + J\cdot U \qquad (2.9)\ (\text{ข})$$

และสมการสัญญาณขนาดเล็กของปริฏูมิสถานะ ไว้ในในสมการ (ค) (2.9) และ (ง) (2.9)

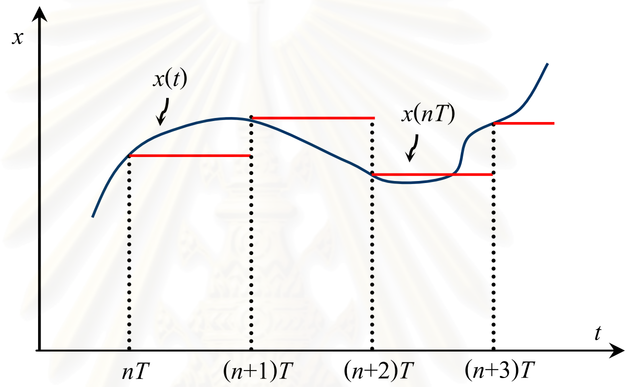
$$\frac{d}{dt}\hat{x}(t) = A\cdot\hat{x}(t) + B\cdot\hat{u}(t) \qquad (2.9)\ (\text{ก})$$

$$\hat{y}(t) = H\cdot\hat{x}(t) + J\cdot\hat{u}(t) \qquad (2.9)\ (\text{ข})$$

2.3 วิธีชักตัวอย่างข้อมูล (Sampled-Data)

วิธีชักตัวอย่างข้อมูลจะเริ่มต้นการหาแบบจำลองด้วยการหาสมการปริภูมิสถานะ แต่จะใช้การคงค่าอันดับศูนย์ (Zero Order Hold หรือ ZOH) ทำให้แบบจำลองไม่แปรผันตามเวลาแทนการหาค่าเฉลี่ยต่อคาบเหมือนกับวิธีเฉลี่ยวงจรและเฉลี่ยปริภูมิสถานะ ซึ่งทำให้ไม่ต้องสมมุติว่าเวกเตอร์สถานะ $x(t)$ และเวกเตอร์ด้านเข้า $u(t)$ มีค่าระลอกน้อยหรือเปลี่ยนแปลงช้าเพราะไม่ต้องใช้เทคนิคการอินทิเกรต โดยมีขั้นตอนในการหาแบบจำลองดังต่อไปนี้

ขั้นที่หนึ่ง ทำให้ไม่แปรผันตามเวลาโดยใช้ตัวคงค่าอันดับศูนย์เปลี่ยนสัญญาณต่อเนื่อง $x(t)$ ให้เป็นสัญญาณไม่ต่อเนื่อง $x(nT)$ ที่มีเป็นค่าคงที่ในแต่ละคาบดังแสดงในรูป 2.3



รูปที่ 2.3 เปรียบเทียบสัญญาณต่อเนื่อง $x(t)$ และสัญญาณไม่ต่อเนื่อง $x(nT)$

กำหนดให้แบบจำลองต่อเนื่องในปริภูมิสถานะของสัญญาณ $x(t)$ ในรูป 2.3 มีค่าตามสมการ (2.10)

$$\frac{d}{dt}x(t) = F \cdot x(t) + G \cdot u(t) \qquad (2.10)\ (ก)$$

$$y(t) = H \cdot x(t) + J \cdot u(t) \qquad (2.10)\ (ข)$$

จาก [15] ในหน้า 103-107 คำนวณหาสัญญาณต่อเนื่อง $x(t)$ ได้ดังในสมการ (2.11)

$$x(t) = e^{F(t-t_0)} \cdot x(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{F(t-\tau)} G \cdot u(\tau) d\tau \qquad (2.11)$$

และคำนวณหาสัญญาณ ณ. เวลาสิ้นสุดคาบในรูปของสัญญาณที่จุดเริ่มต้นคาบโดยแทนว่า $t = nT + T$ กับ $t_0 = nT$ และเวกเตอร์ด้านเข้า $u(t)$ เป็นค่าคงที่ซึ่งมีค่าเท่ากับ $u(t_0)$ ลงในสมการ (2.11) และ (2.10) (ข) ดังนั้นจะได้สัญญาณไม่ต่อเนื่อง $x(nT+T)$ หรือเรียกว่าสมการผลต่างสืบเนื่อง (difference equation) กับ $y(nT)$ เป็นตามสมการ (2.12) ซึ่งเป็นแบบจำลองไม่ต่อเนื่องของปริภูมิสถานะ

$$x(nT+T) = \Phi \cdot x(nT) + \Gamma \cdot u(nT) \tag{2.12 (ก)}$$

$$y(nT) = H \cdot x(nT) + J \cdot u(nT) \tag{2.12 (ข)}$$

ซึ่ง $\Phi = e^{F(T)}$, $\Gamma = \Psi TG$ และ $\Psi = F^{-1}(\Phi - I)/T$

ขั้นที่สอง การทำให้เป็นเชิงเส้น โดยประมาณว่าเวกเตอร์สถานะ $x(nT+T)$, $x(nT)$ และเวกเตอร์ด้านเข้า $u(nT)$ เป็นสัญญาณขนาดเล็ก จะได้แบบจำลองสัญญาณขนาดเล็ก-ไม่ต่อเนื่องในปริภูมิสถานะ ดังสมการ (2.13)

$$\hat{x}(nT+T) = \Phi \cdot \hat{x}(nT) + \Gamma \cdot \hat{u}(nT) \tag{2.13 (ก)}$$

$$\hat{y}(nT) = H \cdot \hat{x}(nT) + J \cdot \hat{u}(nT) \tag{2.13 (ข)}$$

ขั้นที่สาม ทำให้ต่อเนื่อง เราต้องการเปลี่ยนแบบจำลองสัญญาณขนาดเล็ก-ไม่ต่อเนื่องในปริภูมิสถานะในสมการ (2.13) ให้เป็นแบบจำลองสัญญาณขนาดเล็ก-ต่อเนื่องในปริภูมิสถานะตามสมการ (2.14) โดยใช้วิธีการคำนวณหาความสัมพันธ์ผกผันของตัวคงค่าอันดับศูนย์จากความสัมพันธ์ในสมการ (2.12)

$$\frac{d}{dt}\hat{x}(t) = A \cdot \hat{x}(t) + B \cdot \hat{u}(t) \tag{2.14 (ก)}$$

$$\hat{y}(t) = H \cdot \hat{x}(t) + J \cdot \hat{u}(t) \tag{2.14 (ข)}$$

ซึ่ง $A = [\log_e \Phi]/T$ และ $B = \Psi^{-1}\Gamma/T$

แต่ปริภูมิสถานะของวงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรงโดยทั่วไป จะเป็นตามสมการ (2.6) ซึ่งสามารถเขียนเมตริกซ์สถานะ A(t) และเมตริกซ์ด้านเข้า B(t) ได้เป็น

$$A(t) = \begin{cases} A_1 & t_0 < t < t_1 \\ A_2 & t_1 < t < t_2 \\ \vdots & \vdots \\ A_i & t_{i-1} < t < t_i \end{cases} \quad \text{และ} \quad B(t) = \begin{cases} B_1 & t_0 < t < t_1 \\ B_2 & t_1 < t < t_2 \\ \vdots & \vdots \\ B_i & t_{i-1} < t < t_i \end{cases}$$

สามารถคำนวณหาสัญญาณไม่ต่อเนื่อง $x(nT)$ ได้เป็นสมการ (2.15)

$$x(t_i) = \begin{cases} \prod_{k=1}^{i} e^{A_k(t_k+t_{k-1})} \cdot x(t_0) + \\ \sum_{j=2}^{i} [\prod_{k=j}^{i} e^{A_k(t_k+t_{k-1})}] \cdot \left[e^{A_{j-1}(t_{j-1}+t_{j-2})} - I \right] A_{j-1}^{-1} B_{j-1} \cdot u(t_0) \\ + \left[e^{A_j(t_j+t_{j-1})} - I \right] A_j^{-1} B_j \cdot u(t_0) \end{cases} \tag{2.15}$$

แทน $t_0 = nT$ และ $t_i = nT + T$ ลงในสมการ (2.15) ไปเป็นสมการ (2.16) เรียกว่าสมการผลต่างสืบเนื่องซึ่งแสดงความสัมพันธ์ของเวกเตอร์สถานะและเวกเตอร์ด้านเข้าที่ nT กับเวกเตอร์สถานะที่ $nT + T$

$$x(nT+T) = \begin{cases} \prod_{k=1}^{i} e^{A_k(t_k+t_{k-1})} \cdot x(nT) + \\ \sum_{j=2}^{i} [\prod_{k=j}^{i} e^{A_k(t_k+t_{k-1})}] \left[e^{A_{j-1}(t_{j-1}+t_{j-2})} - I \right] A_{j-1}^{-1} B_{j-1} \cdot u(nT) \\ + \left[e^{A_j(t_j+t_{j-1})} - I \right] A_j^{-1} B_j \cdot u(nT) \end{cases} \tag{2.16}$$

และทำให้สมการ (2.16) เป็นเชิงเส้นได้เป็นสมการ (2.17) ตามเงื่อนไขในสมการ (2.2)

$$\hat{x}(kT+T) = \Phi \cdot \hat{x}(kT) + \Gamma \cdot \hat{w}(kT) \tag{2.17}$$

จากนั้นแปลงให้เป็นสมการต่อเนื่อง โดยใช้ความสัมพันธ์เหมือนกับสมการ (2.14)

จากการศึกษาพฤติกรรมของวงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดันใน [5] และวิธีการหาแบบจำลองของวงจรแปลงผันไฟตรง-ไฟตรงใน [8-15] ทำให้ทราบว่าการหาแบบจำลองของวงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดันกรณีใช้อินเวอร์เตอร์เป็นแหล่งกระแสควบคุมไม่สามารถใช้วิธีเฉลี่ยปริภูมิสถานะเพราะค่าระลอกของตัวแปรสถานะมีค่ามาก (v_{Cx} v_{Cr} และ i_{Lr}) และการหาแบบจำลองด้วยวิธีเฉลี่ยวงจรเพื่อเป็นลดความซับซ้อนในการหาฟังก์ชั่นกระแสและแรงดันจึงประมาณให้กระแส i_{Lr} เป็นฟังก์ชั่นไซน์ซึ่งเป็นการละเลยผลของฮาร์โมนิค แต่สำหรับการหาแบบจำลองด้วยวิธีชักตัวอย่างข้อมูลนั้นสามารถทำได้โดยไม่ใช่เงื่อนไขและการประมาณเหมือนกับวิธีเฉลี่ยวงจรและวิธีเฉลี่ยปริภูมิสถานะ ดังนั้นวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะประยุกต์ใช้วิธีการหาแบบจำลองด้วยวิธีชักข้อมูลตัวอย่างกับวงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดันกรณีใช้อินเวอร์เตอร์เป็นแหล่งกระแสควบคุม

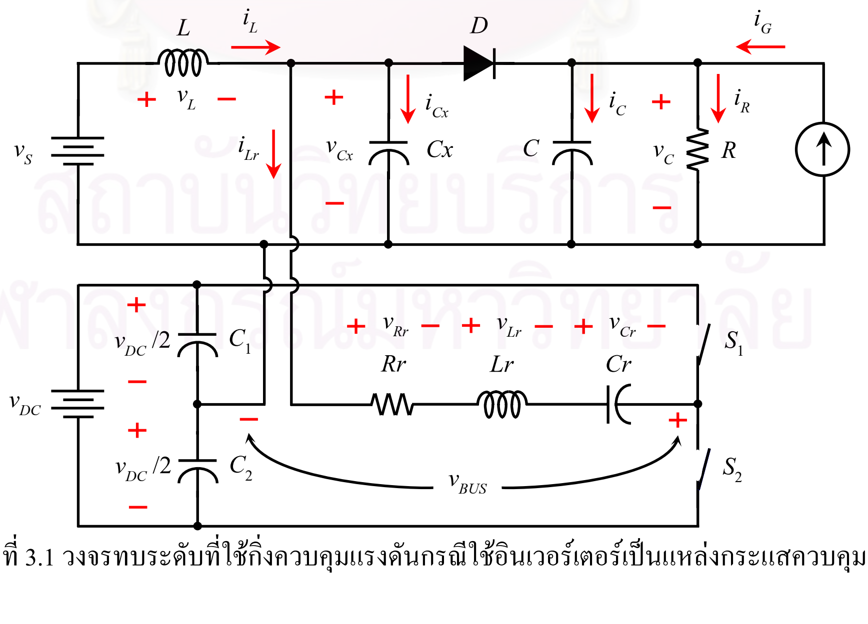
บทที่ 3

แบบจำลองสัญญาณขนาดใหญ่

ในบทนี้จะกล่าวถึงการหาแบบจำลองด้วยวิธีชักตัวอย่างข้อมูลในขั้นตอนของการทำให้ไม่แปรผันตามเวลาด้วยตัวคงค่าอันดับศูนย์ โดยจะคำนวณหาผลเฉลยของสมการสถานะ $x(t)$ ที่เป็นฟังก์ชั่นต่อเนื่องและจากนั้นคำนวณหาสมการผลต่างสืบเนื่อง $x(nT_S)$ และการหาแบบจำลองสัญญาณขนาดเล็กของวงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดันจะกล่าวในบทถัดไป ในการคำนวณหาผลเฉลยของสมการสถานะ $x(t)$ เราจำเป็นต้องทราบจำนวนและการเรียงลำดับของรูปลักษณ์ของวงจรเพื่อเขียนสมการปริภูมิสถานะตามสมการ (2.6) โดยจะรู้ได้จากรูปคลื่นกระแสและแรงดันของวงจรในสภาวะอยู่ตัว

3.1 คำนวณหาสมการปริภูมิสถานะ

วงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดันกรณีใช้อินเวอร์เตอร์เป็นแหล่งกระแสควบคุม แสดงไว้ในรูป 3.1 โดยวงจรในรูป 3.1 ได้เพิ่มแหล่งกระแสด้านออก i_G เพื่อใช้สำหรับคำนวณหาอิมพีแดนซ์สมมูลด้านออกของวงจรและกำหนดให้วงจรมีเงื่อนไขดังนี้ 1.วงจรทำงานในสภาวะอยู่ตัว 2.วงจรทำงานในโหมดกระแสต่อเนื่องซึ่งก็คือกระแสของตัวเหนี่ยวนำ i_{Lr} และ i_L ในวงจรเป็นฟังก์ชั่นต่อเนื่องเพื่อให้วงจรมีจำนวนและการเรียงลำดับของรูปลักษณ์ที่แน่นอน 3.อุปกรณ์ในวงจรเป็นอุดมคติเพื่อให้การคำนวณหาสมการปริภูมิสถานะไม่ซับซ้อน และกำหนดเวกเตอร์ด้านเข้า u เป็นเซตของแรงดันและกระแสที่เป็นตัวแปรอิสระซึ่งจะได้เวกเตอร์ด้านเข้า $u = [v_S\ v_{DC}\ i_G]^T$ กำหนดเวกเตอร์สถานะ $x(t)$ เป็นเซตที่ประกอบแรงดันของตัวเก็บประจุและกระแสของตัวเหนี่ยวนำซึ่งจะได้เวกเตอร์สถานะ $x = [v_{Cx}\ v_{Cr}\ v_C\ i_{Lr}\ i_L]^T$



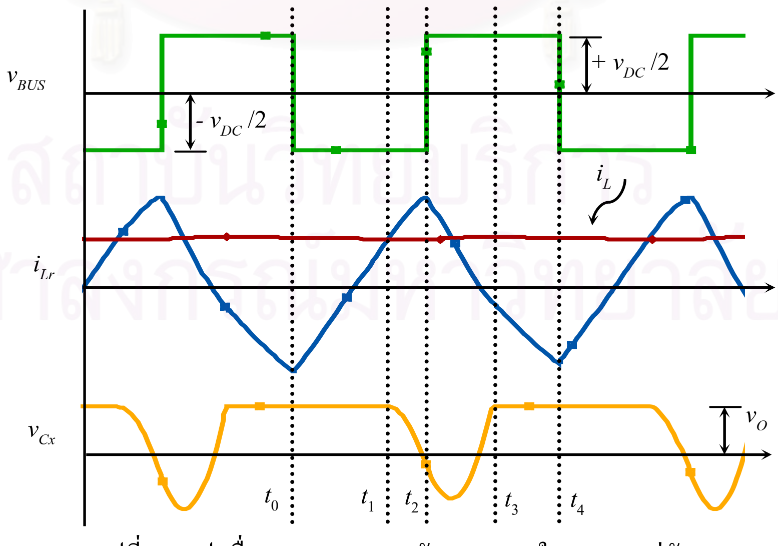
รูปที่ 3.1 วงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดันกรณีใช้อินเวอร์เตอร์เป็นแหล่งกระแสควบคุม

พิจารณารูปคลื่นกระแสและแรงดันของวงจรในสถาวะอยู่ตัวดังแสดงในรูป 3.2 ซึ่งได้จากการออกแบบวงจรใน [5] และการจำลองวงจรด้วยคอมพิวเตอร์ จะได้ว่าวงจรทบระดับที่ใช้กึ่งควบคุมแรงดันมีรูปลักษณ์ทั้งหมด 4 รูปลักษณ์โดยเกิดจากการนำกระแสหรือหยุดนำกระแสของไดโอด D และการตัดหรือต่อวงจรของสวิตซ์ไวงาน S_1, S_2 ซึ่งสวิซ์ไวงานจะทำงานในลักษณะตรงข้ามกันเสมอคือถ้าสวิตซ์ตัวหนึ่งตัดวงจรอีกตัวหนึ่งก็จะต่อวงจร และได้ให้ความหมายของตัวแปรตำแหน่งเวลาต่างๆ เป็นดังนี้

- ตำแหน่งเวลา t_0 กำหนดให้เป็นเวลาเริ่มต้นของคาบซึ่ง v_{BUS} เปลี่ยนจาก $+v_{DC}/2$ เป็น $-v_{DC}/2$
- ตำแหน่งเวลา t_1 เป็นเวลาที่ i_{Lr} เพิ่มขึ้นมาเท่ากับ i_L ดังนั้น $i_{Lr}(t_1) = i_L(t_1)$ และ v_{Cx} เริ่มลดลงจาก v_C
- ตำแหน่งเวลา t_2 เป็นเวลาที่ v_{BUS} เปลี่ยนจาก $-v_{DC}/2$ เป็น $+v_{DC}/2$ ซึ่งเท่ากับครึ่งคาบ ดังนั้น $t_2 = t_S/2$
- ตำแหน่งเวลา t_3 เป็นเวลาที่ v_{Cx} เพิ่มขึ้นมาเท่ากับ v_C ดังนั้น $v_{Cx}(t_3) = v_C(t_3)$
- ตำแหน่งเวลา t_4 เป็นเวลาที่ v_{BUS} เปลี่ยนจาก $+v_{DC}/2$ เป็น $-v_{DC}/2$ ซึ่งเท่ากับหนึ่งคาบ ดังนั้น $t_4 = t_S$

ซึ่งสามารถเรียงลำดับรูปลักษณ์ของวงจรเป็นดังนี้ คือ

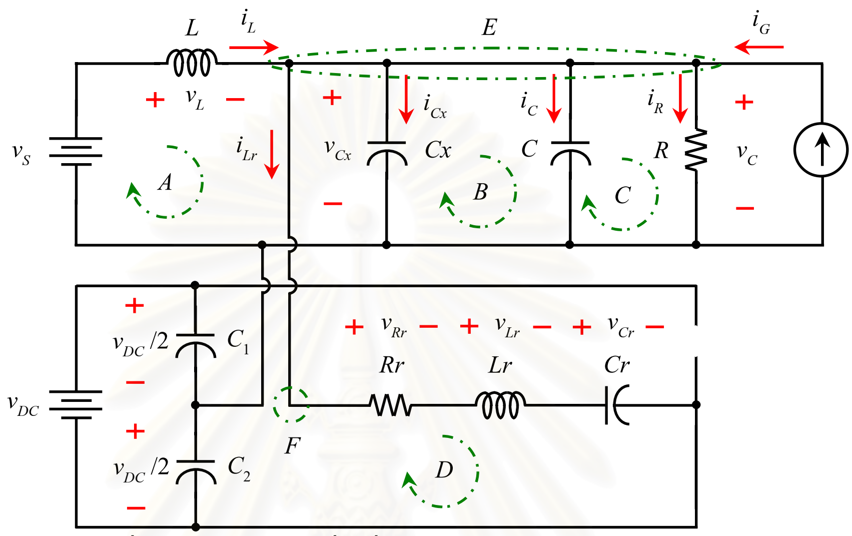
1. รูปลักษณ์ที่ 1 สวิตซ์ไวงาน S_1 ตัดวงจร S_2 ต่อวงจร แรงดัน v_{BUS} มีค่าเท่ากับ $-v_{DC}/2$ และแรงดัน v_{Cx} มีค่าเท่ากับ v_C ไดโอด D นำกระแส
2. รูปลักษณ์ที่ 2 สวิตซ์ไวงาน S_1 ตัดวงจร S_2 ต่อวงจร แรงดัน v_{BUS} มีค่าเท่ากับ $-v_{DC}/2$ และแรงดัน v_{Cx} มีค่าน้อยกว่า v_C ไดโอด D หยุดนำกระแส
3. รูปลักษณ์ที่ 3 สวิตซ์ไวงาน S_1 ต่อวงจร S_2 ตัดวงจร แรงดัน v_{BUS} มีค่าเท่ากับ $+v_{DC}/2$ และแรงดัน v_{Cx} มีค่าน้อยกว่า v_C ไดโอด D หยุดนำกระแส
4. รูปลักษณ์ที่ 4 สวิตซ์ไวงาน S_1 ต่อวงจร S_2 ตัดวงจร แรงดัน v_{BUS} มีค่าเท่ากับ $+v_{DC}/2$ และแรงดัน v_{Cx} มีค่าเท่ากับ v_C ไดโอด D หยุดนำกระแส



รูปที่ 3.2 รูปคลื่นกระแสและแรงดันของวงจรในสภาวะอยู่ตัว

ช่วงเวลา $t_0 < t < t_1$

ช่วงเวลานี้เมื่อพิจารณาจากรูปคลื่นกระแสและแรงดันของวงจรดังในรูป 3.2 สวิตซ์ไวงาน S_1 ตัดวงจร S_2 ต่อวงจร แรงดัน v_{BUS} มีค่าเท่ากับ $-v_{DC}$ /2 และแรงดัน v_{Cx} มีค่าเท่ากับ v_C ไดโอด D นำกระแส รูปลักษณ์ของวงจรจะเป็นดังในรูป 3.3



รูปที่ 3.3 วงจรทบระดับที่ใช้กึ่งควบคุมแรงดันในช่วงเวลา $t_0 < t < t_1$

คำนวณหาสมการ $\dfrac{dv_{Cx}}{dt}$ โดยเขียนสมการกระแสที่ปม E ได้เป็นสมการ (3.1.1)

$$i_{Cx} = [i_L + i_G] - [i_{Lr} + i_C + i_R] \tag{3.1.1}$$

แทน $i_{Cx} = Cx\dfrac{dv_{Cx}}{dt}$, $i_C = C\dfrac{dv_C}{dt}$ และ $i_R = \dfrac{v_C}{R}$ ลงในสมการ (3.1.1) ได้เป็นสมการ (3.1.2)

$$Cx\frac{dv_{Cx}}{dt} = [i_L + i_G] - \left[i_{Lr} + C\frac{dv_C}{dt} + \frac{v_C}{R}\right] \tag{3.1.2}$$

หาสมการแรงดันที่วงรอบ B เขียนความสัมพันธ์ระหว่าง v_{Cx} กับ v_C และอนุพันธ์ได้เป็นสมการ (3.1.3)

$$v_{Cx} = v_C \Rightarrow \frac{dv_{Cx}}{dt} = \frac{dv_C}{dt} \tag{3.1.3}$$

แทนสมการ (3.1.3) ลงในสมการ (3.1.2) เพื่อกำจัดตัวแปร v_C และอนุพันธ์ของ v_C ได้เป็นสมการ (3.1.4)

$$\frac{dv_{Cx}}{dt} = \frac{1}{(Cx+C)}\left[i_L + i_G\right] + \frac{-1}{(Cx+C)}\left[i_{Lr} + \frac{1}{R}v_{Cx}\right] \qquad (3.1.4)$$

คำนวณหาสมการ $\frac{dv_C}{dt}$ โดยแทนสมการ (3.1.3) ลงในสมการ (3.1.4) เพื่อกำจัดตัวแปร v_{Cx} และอนุพันธ์ของ v_{Cx} ได้เป็นสมการ (3.1.5)

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{1}{(Cx+C)}\left[i_L + i_G\right] + \frac{-1}{(Cx+C)}\left[i_{Lr} + \frac{1}{R}v_C\right] \qquad (3.1.5)$$

คำนวณ $\frac{dv_{Cr}}{dt}$ โดยหาสมการกระแสที่ปม F และแทน $i_{Cr} = Cr\frac{dv_{Cr}}{dt}$ ได้เป็นสมการ (3.1.6)

$$i_{Cr} = i_{Lr} \Rightarrow \frac{dv_{Cr}}{dt} = \frac{1}{Cr}i_{Lr} \qquad (3.1.6)$$

คำนวณ $\frac{di_L}{dt}$ โดยหาสมการแรงดันที่วงรอบ A ได้เป็นสมการ (3.1.7)

$$v_L = v_S - v_{Cx} \qquad (3.1.7)$$

แทน $v_L = L\frac{di_L}{dt}$ ลงในสมการ (3.1.7) ได้เป็นสมการ (3.1.8)

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L}\left[v_S - v_{Cx}\right] \qquad (3.1.8)$$

คำนวณ $\frac{di_{Lr}}{dt}$ โดยหาสมการแรงดันที่วงรอบ D ได้เป็นสมการ (3.1.9)

$$v_{Lr} = \frac{1}{2}v_{DC} + v_{Cx} - \left[v_{Rr} + v_{Cr}\right] \qquad (3.1.9)$$

แทน $v_{Rr} = i_{Lr}Rr$ และ $v_{Lr} = Lr\frac{di_{Lr}}{dt}$ ลงในสมการ (3.1.9) ได้เป็นสมการ (3.1.10)

$$\frac{di_{Lr}}{dt} = \frac{1}{2Lr}v_{DC} + \frac{1}{Lr}v_{Cx} - \frac{1}{Lr}\left[i_{Lr}Rr + v_{Cr}\right] \qquad (3.1.10)$$

จากสมการ (3.1.4) - (3.1.6), (3.1.8) และ (3.1.10) นำมาเขียนเป็นสมการเมตริกซ์สมการเดียวได้เป็นสมการ (3.1.11) เรียกว่า**สมการสถานะ**ซึ่งสมการสถานะเป็นสมการที่ใช้สำหรับอธิบายการเปลี่ยนของเวกเตอร์สถานะ

$$\frac{dx}{dt} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{-1}{RCz} & 0 & 0 & \frac{-1}{Cz} & \frac{1}{Cz} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Cr} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{RCz} & \frac{-1}{Cz} & \frac{1}{Cz} \\ \frac{1}{Lr} & \frac{-1}{Lr} & 0 & \frac{-Rr}{Lr} & 0 \\ \frac{-1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_1} \underbrace{\begin{bmatrix} v_{Cx} \\ v_{Cr} \\ v_C \\ i_{Lr} \\ i_L \end{bmatrix}}_{x(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{Cz} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Cz} \\ 0 & \frac{1}{2Lr} & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{B_1} \underbrace{\begin{bmatrix} v_S \\ v_{DC} \\ i_G \end{bmatrix}}_{u(t)} \qquad (3.1.11)$$

ซึ่ง $Cz = Cx + C$

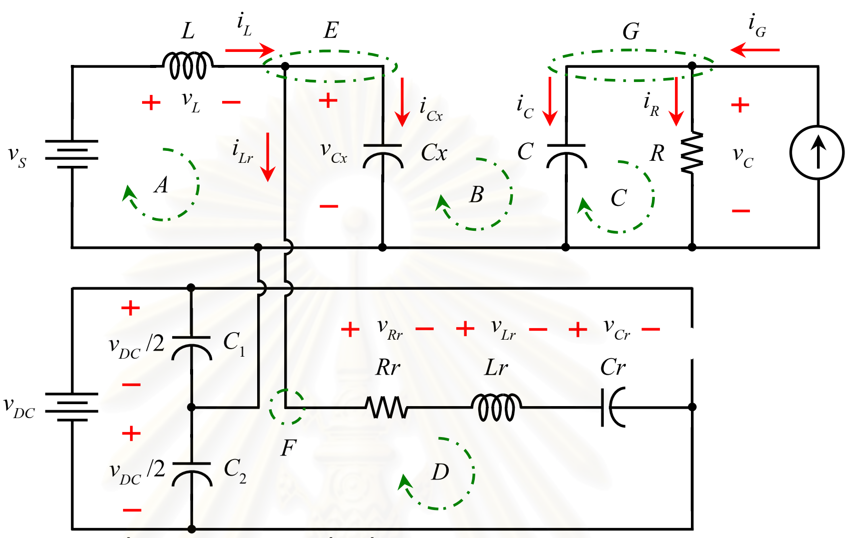
และเขียนสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์ด้านออกกับเวกเตอร์สถานะและเวกเตอร์ด้านเข้า ซึ่งจะเรียกว่า**สมการด้านออก** โดยเลือกตัวแปรด้านออกจากตัวแปรสถานะเพื่อให้สัมประสิทธิ์ของพจน์ x และ u ในสมการด้านออกเป็นเมตริกซ์ค่าคงที่ ทำให้มีสมการด้านออกเหมือนกันในทุกรูปลักษณ์ของวงจร โดยเขียนได้เป็นสมการ (3.1.12)

$$\underbrace{\begin{bmatrix} v_C \\ i_L \end{bmatrix}}_{y(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C_X} x(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{D_U} u(t) \qquad (3.1.12)$$

ซึ่งสมการ (3.1.11) และ (3.1.12) เรียกว่าสมการปริภูมิสถานะ

ช่วงเวลา $t_1 < t < t_2$

ช่วงเวลานี้เมื่อพิจารณาจากรูปคลื่นกระแสและแรงดันของวงจรดังในรูป 3.2 สวิตซ์ไวงาน S_1 ตัดวงจร S_2 ต่อวงจร แรงดัน v_{BUS} มีค่าเท่ากับ $-v_{DC}$ /2 และแรงดัน v_{Cx} มีค่าน้อยกว่า v_C ไดโอด D หยุดนำกระแส รูปลักษณ์ของวงจรจะเป็นดังในรูป 3.4



รูปที่ 3.4 วงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดันในช่วงเวลา $t_1 < t < t_2$

คำนวณ $\dfrac{dv_{Cx}}{dt}$ โดยเขียนสมการกระแสที่ปม E ได้เป็นสมการ (3.1.13)

$$i_{Cx} = i_L - i_{Lr} \tag{3.1.13}$$

แทน $i_{Cx} = Cx\dfrac{dv_{Cx}}{dt}$ ลงในสมการ (3.1.13) ได้สมการ (3.1.14)

$$\frac{d}{dt}v_{Cx} = \frac{1}{Cx}[i_L - i_{Lr}] \tag{3.1.14}$$

คำนวณ $\dfrac{dv_C}{dt}$ โดยหาสมการกระแสที่ปม G ได้สมการ (3.1.15)

$$i_C = i_G - i_R \tag{3.1.15}$$

แทน $i_C = C\dfrac{dv_C}{dt}$ และ $i_R = \dfrac{v_C}{R}$ ลงในสมการ (3.1.15) ได้สมการ (3.1.16)

$$\frac{d}{dt}v_C = \frac{1}{C}\left[i_G - \frac{v_C}{R}\right] \qquad (3.1.16)$$

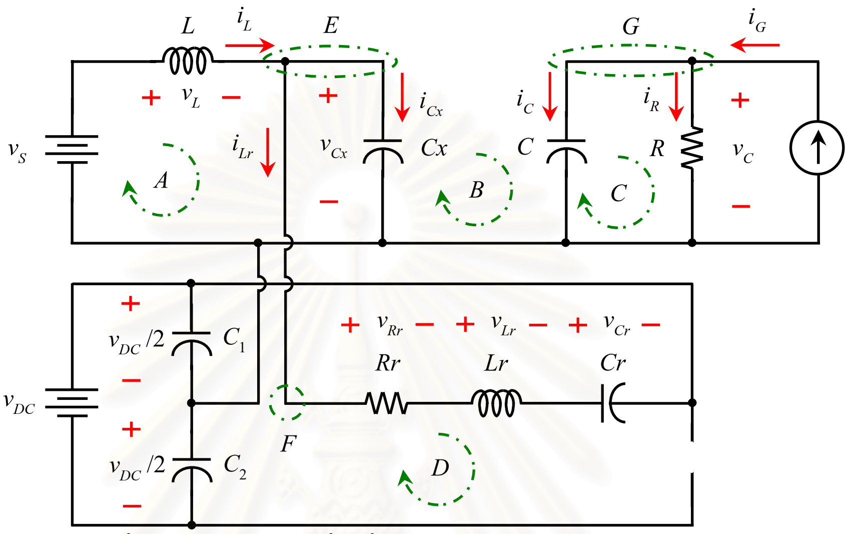
เมื่อเปรียบเทียบวงจรในรูป 3.4 กับ 3.3 จะได้ว่าสมการ $\dfrac{dv_{Cr}}{dt}$, $\dfrac{di_{Lr}}{dt}$ และ $\dfrac{di_L}{dt}$ เป็นดังสมการ (3.1.6) (3.1.10) และ (3.1.8) ตามลำดับ

จากสมการ (3.1.14) (3.1.16) (3.1.6) (3.1.10) และ (3.1.8) นำมาเขียนเป็นสมการสถานะได้เป็นสมการ (3.1.17) และสมการด้านออกเป็นเหมือนสมการ (3.1.12)

$$\frac{dx}{dt} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{Cx} & \frac{1}{Cx} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Cr} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{RC} & 0 & 0 \\ \frac{1}{Lr} & \frac{-1}{Lr} & 0 & \frac{-Rr}{Lr} & 0 \\ \frac{-1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_2} x(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & \frac{1}{2Lr} & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{B_2} u(t) \qquad (3.1.17)$$

ช่วงเวลา $t_2 < t < t_3$

ช่วงเวลานี้เมื่อพิจารณาจากรูปคลื่นกระแสและแรงดันของวงจรดังในรูป 3.1.2 สวิตซ์ไวงาน S_1 ต่อวงจร S_2 ตัดวงจร แรงดัน v_{BUS} มีค่าเท่ากับ $+v_{DC}$ /2 และแรงดัน v_{Cx} มีค่าน้อยกว่า v_C ไดโอด D หยุดนำกระแส รูปลักษณ์ของวงจรจะเป็นดังในรูป 3.5



รูปที่ 3.5 วงจรทบระดับที่ใช้กึ่งควบคุมแรงดันในช่วงเวลา $t_2 < t < t_3$

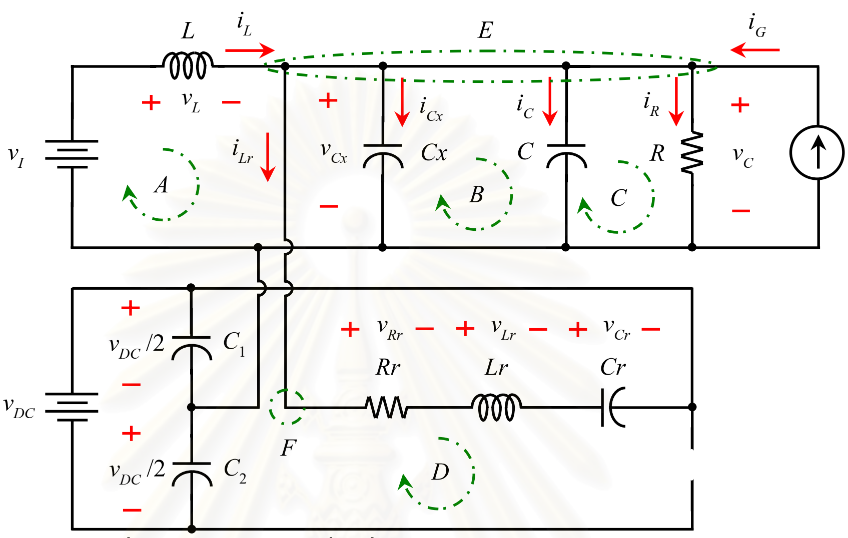
เมื่อเปรียบเทียบวงจรในรูป 3.5 กับ 3.4 จะได้ว่าสมการปริภูมิสถานะของทั้งสองรูปเหมือนกันยกเว้นสัมประสิทธิ์ของพจน์ v_{DC} จะมีเครื่องหมายตรงกันข้ามซึ่งเขียนสมการสถานะของรูป 3.5 ได้เป็นสมการ (3.1.18) และสมการด้านออกเหมือนกับสมการ (3.1.12)

$$\frac{dx}{dt} = A_3 \cdot x(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} \\ 0 & \frac{-1}{2Lr} & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{B_3} u(t) \qquad (3.1.18)$$

ซึ่ง $A_3 = A_2$

ช่วงเวลา $t_3 < t < t_4$

ช่วงเวลานี้เมื่อพิจารณาจากรูปคลื่นกระแสและแรงดันของวงจรดังในรูป 3.2 สวิตซ์ไวงาน S_1 ต่อวงจร S_2 ตัดวงจร แรงดัน v_{BUS} มีค่าเท่ากับ $+v_{DC}$ /2 และแรงดัน v_{Cx} มีค่าเท่ากับ v_C ไดโอด D นำกระแส รูปลักษณ์ของวงจรจะเป็นดังในรูป 3.6



รูปที่ 3.6 วงจรทบระดับที่ใช้กึ่งควบคุมแรงดันในช่วงเวลา $t_3 < t < t_4$

เมื่อเปรียบเทียบวงจรในรูป 3.6 กับ 3.3 จะได้ว่าสมการปริภูมิสถานะของทั้งสองรูปเหมือนกันยกเว้นสัมประสิทธิ์ของพจน์ v_{DC} จะมีเครื่องหมายตรงกันข้ามซึ่งเขียนสมการสถานะของรูป 3.6 ได้เป็นสมการ (3.1.19) และสมการด้านออกเหมือนกับสมการ (3.1.12)

$$\frac{dx}{dt} = A_4 \cdot x(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{Cz} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Cz} \\ 0 & \frac{-1}{2Lr} & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{B_4} u(t) \qquad (3.1.19)$$

ซึ่ง $A_4 = A_1$

ดังนั้นสามารถคำนวณหาสมการปริภูมิสถานะที่แปรผันตามเวลาได้จากสมการปริภูมิสถานะในแต่ละรูปลักษณ์ของวงจรซึ่งเขียนเป็นสมการ (3.1.20)

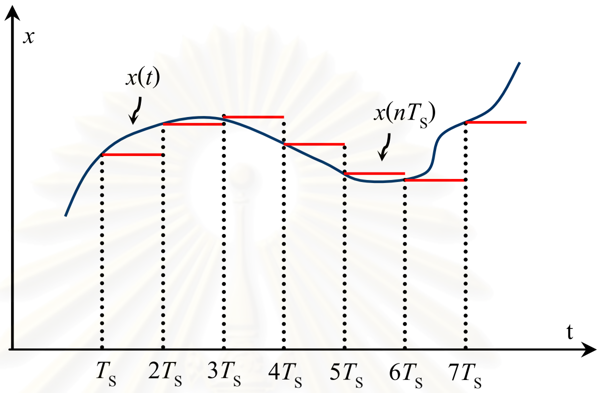
$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{cases} A_1 \cdot x(t) + B_1 \cdot u(t) & ;t_0 < t < t_1 \\ A_2 \cdot x(t) + B_2 \cdot u(t) & ;t_1 < t < t_2 \\ A_3 \cdot x(t) + B_3 \cdot u(t) & ;t_2 < t < t_3 \\ A_4 \cdot x(t) + B_4 \cdot u(t) & ;t_3 < t < t_4 \end{cases} \qquad (3.1.20)\ (\text{ก})$$

$$y(t) = C_X \cdot x(t) + D_U \cdot u(t) \quad ;t_0 < t < t_4 \qquad (3.1.20)\ (\text{ข})$$

เมื่อพิจารณาสมการ (3.1.20) ได้เห็นได้ว่าสมการ (3.1.20) (ข) เป็นสมการเชิงเส้นและไม่แปรผันตามเวลาเพราะสัมประสิทธิ์ของพจน์ x และ u เป็นเมตริกซ์ค่าคงที่ แต่สัมประสิทธิ์ของพจน์ x และ u ในสมการ (3.120) (ก) เป็นฟังก์ชั่นของเวลาทำให้เป็นสมการไม่เชิงเส้นและแปรผันตามเวลา ดังนั้นในการหาแบบจำลองความถี่ต่ำหรือการทำให้ไม่แปรผันตามเวลาในหัวข้อ 3.2 จะสนใจเฉพาะสมการสถานะหรือสมการ (3.1.20) (ก) เท่านั้นเพราะสมการด้านออกเป็นสมการที่ไม่แปรผันกับเวลาอยู่แล้ว

3.2 คำนวณหาแบบจำลองความถี่ต่ำ

เราจะคำนวณหาเวกเตอร์สถานะไม่ต่อเนื่อง $x(nT_S)$ จากเวกเตอร์สถานะต่อเนื่อง $x(t)$ โดยใช้การคงค่าอันดับศูนย์เพื่อเป็นการทำให้แบบจำลองไม่แปรผันตามเวลา ซึ่งเป็นการบอกว่าสัญญาณเป็นค่าคงที่ตลอด 1 คาบ โดยมีค่าเท่ากับค่าที่ได้จากการสุ่มเวกเตอร์สถานะต่อเนื่อง $x(t)$ ในที่นี้จะสุ่มข้อมูลทุกๆ T_S วินาทีซึ่งลำดับของข้อมูลที่ได้จากการสุ่มทุกๆ T_S วินาทีก็คือเวกเตอร์สถานะไม่ต่อเนื่อง $x(nT_S)$ นั่นเอง ดังแสดงตัวอย่างในรูป 3.7



รูปที่ 3.7 เปรียบเทียบเวกเตอร์สถานะที่เป็นฟังก์ชั่นต่อเนื่องและที่เป็นฟังก์ชั่นไม่ต่อเนื่อง

พิจารณาสมการสถานะในสมการ (3.1.20) ซึ่งเป็นสมการที่แปรผันกับเวลานำมาเขียนใหม่เป็นสมการ (3.2.1) โดยจะเขียนให้อยู่ในรูปของคาบ n ใดๆ ในสถานะอยู่ตัว

$$\frac{d}{dt}x(t)=\begin{cases} A_1\cdot x(t)+B_1\cdot u(t) & t_{0,nT_S}<t<t_{1,nT_S} \\ A_2\cdot x(t)+B_2\cdot u(t) & t_{1,nT_S}<t<t_{2,nT_S} \\ A_3\cdot x(t)+B_3\cdot u(t) & t_{2,nT_S}<t<t_{3,nT_S} \\ A_4\cdot x(t)+B_4\cdot u(t) & t_{3,nT_S}<t<t_{4,nT_S} \end{cases} \tag{3.2.1}$$

ซึ่ง $0=t_0<t_1<t_2=t_4/2<t_3<t_4=T_S$

ในการคำนวณหาเวกเตอร์สถานะไม่ต่อเนื่อง $x(nT_S)$ เราต้องคำนวณหาสมการที่แสดงความสัมพันธ์ของเวกเตอร์สถานะที่จุดสิ้นสุดของคาบ $x(t_4)$ กับจุดเริ่มต้นของคาบ $x(t_0)$ ซึ่งเมื่อกำหนดให้วงจรทำงานในสถาวะอยู่ตัวแล้ว เราสามารถคำนวณหาสมการแสดงความสัมพันธ์ของจุดสิ้นสุดของคาบ $x(t_4)$ กับจุดเริ่มต้นของคาบ $x(t_0)$ ที่คาบใด ก็ได้ โดยจะเลือกคาบที่ศูนย์ ($n=0$) เพื่อความสะดวก โดยจะหาผลเฉลยของสมการสถานะในแต่ละรูปลักษณ์ของวงจร

คำนวณหา $x(t)$ ในช่วง $t_0 < t < t_1$ ซึ่งก็คือผลเฉลยของสมการอนุพันธ์ในช่วงนี้

$$\frac{d}{dt}x(t) = A_1 \cdot x(t) + B_1 \cdot u(t) \tag{3.2.2}$$

ย้ายข้างพจน์ $A_1 \cdot x(t)$ ในสมการ (3.2.2) ได้เป็นสมการ (3.2.3)

$$\frac{d}{dt}x(t) - A_1 \cdot x(t) = B_1 \cdot u(t) \tag{3.2.3}$$

คูณสมการ (3.2.3) ด้วย $e^{A_1(-t)}$ ได้เป็นสมการ (3.2.4)

$$e^{A_1(-t)}\left\{\frac{d}{dt}x(t) - A_1 \cdot x(t)\right\} = e^{A_1(-t)}B_1 \cdot u(t) \tag{3.2.4}$$

พิจารณาพจน์ทางด้านซ้ายของสมการ (3.2.4) สามารถเขียนในรูปอนุพันธ์ของผลคูณ เป็นสมการ (3.2.5)

$$\begin{aligned} e^{A_1(-t)}\left\{\frac{d}{dt}x(t) - A_1 \cdot x(t)\right\} &= e^{A_1(-t)}\frac{d}{dt}x(t) + e^{A_1(-t)}(-A_1)\cdot x(t) \\ &= \frac{d}{dt}\left\{e^{A_1(-t)}x(t)\right\} \end{aligned} \tag{3.2.5}$$

แทนสมการ (3.2.5) ลงในสมการ (3.2.4) ได้เป็นสมการ (3.2.6)

$$\frac{d}{dt}\left\{e^{A_1(-t)}x(t)\right\} = e^{A_1(-t)}B_1 \cdot u(t) \tag{3.2.6}$$

อินทิเกรตสมการ (3.2.6) เทียบกับเวลา ได้เป็นสมการ (3.2.7)

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t}\left[\frac{d}{dt}\left\{e^{A_1(-\tau)}x(\tau)\right\}\right]d\tau &= \int_{t_0}^{t}\left[e^{A_1(-\tau)}B_1 \cdot u(\tau)\right]d\tau \\ e^{A_1(-t)}x(t) &= e^{A_1(-t_0)}x_{t_0} + \int_{t_0}^{t}\left[e^{A_1(-\tau)}B_1 \cdot u(\tau)\right]d\tau \end{aligned} \tag{3.2.7}$$

คูณสมการ (3.2.7) ด้วย $e^{A_1(t)}$ ได้เป็นสมการ (3.2.8) ซึ่งเป็นผลเฉลยของสมการอนุพันธ์

$$e^{A_1(t)}e^{A_1(-t)}x(t) = e^{A_1(t)}e^{A_1(-t_0)}x_{t_0} + e^{A_1(t)}\int_{t_0}^{t}\left[e^{A_1(-\tau)}B_1 \cdot u(\tau)\right]d\tau$$

$$
\begin{aligned}
x(t) &= e^{A_1(t-t_0)}x_{t_0} + \int_{t_0}^{t}\left[e^{A_1(t)}e^{A_1(-\tau)}B_1\cdot u(\tau)\right]d\tau \\
&= e^{A_1(t-t_0)}x_{t_0} + \int_{t_0}^{t}\left[e^{A_1(t-\tau)}B_1\cdot u(\tau)\right]d\tau
\end{aligned}
\qquad (3.2.8)
$$

จะเห็นได้ว่าสมการ (3.2.8) ยังไม่สมบรูณ์เพราะยังมีพจน์ของการอินทิเกรตอยู่ดังนั้นเพื่อให้สามารถอินทิกรัลได้ จึงจะประมาณว่า (เกิดจากการใช้ตัวคงค่าอันดับศูนย์)

- สัญญาณเข้า $u(t) = u(t_0)$

ดังนั้นสามารถคำนวณสมการ (3.2.8) ได้เป็นสมการ (3.2.9)

$$
\begin{aligned}
x(t) &= e^{A_1(t-t_0)}x_{t_0} + \int_{t_0}^{t}\left[e^{A_1(t-\tau)}B_1\right]d\tau\cdot u_{t_0} \\
&= e^{A_1(t-t_0)}x_{t_0} + \int_{t_0}^{t}\left[e^{A_1(t-\tau)}(-A_1^{-1})\right]d[A_1(t-\tau)]\cdot B_1\cdot u_{t_0} \\
&= e^{A_1(t-t_0)}x_{t_0} + \left[e^{A_1(t-t)} - e^{A_1(t-t_0)}\right](-A_1^{-1})B_1u_{t_0} \\
&= e^{A_1(t-t_0)}x_{t_0} + \left[e^{A_1(t-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0}
\end{aligned}
\qquad (3.2.9)
$$

คำนวณหาเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_1 จากสมการ (3.2.9) โดยแทน $t = t_1$ ได้เป็นสมการ (3.2.10)

$$
x_{t_1} = e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \qquad (3.2.10)
$$

คำนวณหา $x(t)$ ในช่วง $t_1 < t < t_2$ ซึ่งก็คือผลเฉลยของสมการอนุพันธ์ในช่วงนี้

$$\frac{d}{dt}x(t) = A_2 \cdot x(t) + B_2 \cdot u(t) \tag{3.2.11}$$

สามารถคำนวณหาผลเฉลยของสมการ (3.2.11) ได้เป็นสมการ (3.2.12) โดยอาศัยสมการ (3.2.9)

$$x(t) = e^{A_2(t-t_1)}x_{t_1} + \left[e^{A_2(t-t_1)} - I\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \tag{3.2.12}$$

แทนเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_1 ลงในสมการ (3.2.12) ได้เป็นสมการ (3.2.13)

$$x(t) = e^{A_2(t-t_1)}\left\{\begin{array}{l} e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\ \left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \end{array}\right\} + \left[e^{A_2(t-t_1)} - I\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0}$$

$$x(t) = \begin{cases} e^{A_2(t-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\ e^{A_2(t-t_1)}\left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \\ +\left[e^{A_2(t-t_1)} - I\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \end{cases} \tag{3.2.13}$$

คำนวณหาเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_2 จากสมการ (3.2.13) โดยแทน $t = t_2$ ได้เป็นสมการ (3.2.14)

$$x_{t_2} = \begin{cases} e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\ e^{A_2(t_2-t_1)}\left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \\ +\left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \end{cases} \tag{3.2.14}$$

คำนวณหา $x(t)$ ในช่วง $t_2 < t < t_3$ ซึ่งก็คือผลเฉลยของสมการอนุพันธ์ในช่วงนี้

$$\frac{d}{dt}x(t) = A_3 \cdot x(t) + B_3 \cdot u(t) \tag{3.2.14}$$

สามารถคำนวณหาผลเฉลยของสมการ (3.2.14) ได้เป็นสมการ (3.2.15) โดยอาศัยสมการ (3.2.9)

$$x(t) = e^{A_3(t-t_2)}x_{t_2} + \left[e^{A_3(t-t_2)} - I\right]A_3^{-1}B_3u_{t_0} \tag{3.2.15}$$

แทนเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_2 ลงในสมการ (3.2.15) ได้เป็นสมการ (3.2.16)

$$x(t) = e^{A_3(t-t_2)}\begin{Bmatrix} e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\ e^{A_2(t_2-t_1)}\left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \\ +\left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \end{Bmatrix} + \left[e^{A_3(t-t_2)} - I\right]A_3^{-1}B_3u_{t_0}$$

$$x(t) = \begin{cases} e^{A_3(t-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\ e^{A_3(t-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}\left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \\ +e^{A_3(t-t_2)}\left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \\ +\left[e^{A_3(t-t_2)} - I\right]A_3^{-1}B_3u_{t_0} \end{cases} \tag{3.2.16}$$

คำนวณหาเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_3 จากสมการ (3.2.16) โดยแทน $t = t_3$ ได้เป็นสมการ (3.2.17)

$$x_{t_3} = \begin{cases} e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\ e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}\left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \\ +e^{A_3(t_3-t_2)}\left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \\ +\left[e^{A_3(t_3-t_2)} - I\right]A_3^{-1}B_3u_{t_0} \end{cases} \tag{3.2.17}$$

คำนวณหา $x(t)$ ในช่วง $t_3 < t < t_4$ ซึ่งก็คือผลเฉลยของสมการอนุพันธ์ในช่วงนี้

$$\frac{d}{dt}x(t) = A_4 \cdot x(t) + B_4 \cdot u(t) \tag{3.2.18}$$

สามารถคำนวณหาผลเฉลยของสมการ (3.2.18) ได้เป็นสมการ (3.2.19) โดยอาศัยสมการ (3.2.9)

$$x(t) = e^{A_4(t-t_3)}x_{t_3} + \left[e^{A_4(t-t_3)} - I\right]A_4^{-1}B_4u_{t_0} \tag{3.2.19}$$

แทนเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_3 ลงในสมการ (3.2.19) ได้เป็นสมการ (3.2.20)

$$x(t) = e^{A_4(t-t_3)}\left\{\begin{array}{l} e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\ e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}\left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \\ +e^{A_3(t_3-t_2)}\left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \\ +\left[e^{A_3(t_3-t_2)} - I\right]A_3^{-1}B_3u_{t_0} \end{array}\right\} + \left[e^{A_4(t-t_3)} - I\right]A_4^{-1}B_4u_{t_0}$$

$$x(t) = \left\{\begin{array}{l} e^{A_4(t-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\ e^{A_4(t-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}\left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \\ +e^{A_4(t-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}\left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \\ +e^{A_4(t-t_3)}\left[e^{A_3(t_3-t_2)} - I\right]A_3^{-1}B_3u_{t_0} \\ +\left[e^{A_4(t-t_3)} - I\right]A_4^{-1}B_4u_{t_0} \end{array}\right. \tag{3.2.20}$$

คำนวณหาเวกเตอร์สถานะที่เวลา t_4 จากสมการ (3.2.20) โดยแทน $t = t_4$ ได้เป็นสมการ (3.2.21)

$$x_{t_4} = \left\{\begin{array}{l} e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\ e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}\left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \\ +e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}\left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \\ +e^{A_4(t_4-t_3)}\left[e^{A_3(t_3-t_2)} - I\right]A_3^{-1}B_3u_{t_0} \\ +\left[e^{A_4(t_4-t_3)} - I\right]A_4^{-1}B_4u_{t_0} \end{array}\right. \tag{3.2.21}$$

พิจารณาสมการ (3.2.21) เป็นแบบจำลองสัญญาณขนาดใหญ่ของ**สมการผลต่างสืบเนื่อง**ที่ใช้ได้เฉพาะความถี่ต่ำ (น้อยกว่า $F_S/2$) ซึ่งเป็นแบบจำลองไม่ต่อเนื่องและไม่เชิงเส้นเพราะสัมประสิทธิ์ของพจน์ x_{t_0} และ u_{t_0} มีตัวแปรตำแหน่งเวลา $t_1,\ t_2,\ t_3$ และ t_4 ประกอบอยู่ด้วย ดังนั้นเราจะทำให้เป็นเชิงเส้นในบทถัดไป โดยสมการ (3.2.21) สามารถคำนวณค่าเวกเตอร์สถานะที่จุดสิ้นสุดของคาบ x_{t_4} ที่คาบ n = 0 หรือที่คาบ n ใดๆ ขึ้นกับค่าตัวแปรต่างๆ ในสมการ (3.2.21) ว่าเป็นค่าตัวแปรของคาบ n ใด

เราสามารถคำนวณหาสมการด้านออกหรือสมการ (3.1.20) (ข)

$$y(t) = C_X \cdot x(t) + D_U \cdot u(t) \quad ;t_0 < t < t_4 \tag{3.2.22}$$

ให้เป็นแบบจำลองไม่ต่อเนื่องโดยแทน $t = nT_S$ ลงในสมการ (3.2.22) เป็นสมการ (3.2.23)

$$y(nT_S) = C_X \cdot x(nT_S) + D_U \cdot u(nT_S) \quad ;t_0 + nT_S < t < t_4 + nT_S \tag{3.2.23}$$

ซึ่งเมื่อพิจารณาสมการ (3.2.23) จะเห็นได้ว่าเป็นสมการเชิงเส้น ดังนั้นการทำให้เป็นเชิงเส้นในบทถัดไป เราจะสนใจเฉพาะสมการผลต่างสืบเนื่องหรือสมการ (3.2.21) เพราะสมการด้านออกเป็นสมการเชิงเส้นอยู่แล้ว

บทที่ 4

แบบจำลองสัญญาณขนาดเล็ก

ในบทนี้จะกล่าวถึงการหาแบบจำลองสัญญาณขนาดเล็กของฟังก์ชั่นโอนย้ายต่างๆ ของวงจร โดยเริ่มจากการคำนวณหาแบบจำลองสัญญาณขนาดเล็กของสมการผลต่างสืบเนื่องซึ่งแบบจำลองดังกล่าวจะขึ้นอยู่กับตัวแปรรังควานของตัวแปรตำแหน่งเวลา จึงต้องหาฟังก์ชั่นของตัวแปรรังควานของตัวแปรตำแหน่งเวลาที่อยู่ในรูปของตัวแปรสถานะกับตัวแปรด้านเข้า โดยหาจากผลเฉลยของสมการอนุพันธ์ในช่วงเวลานั้นๆ จากนั้นจะได้แบบจำลองสัญญาณขนาดเล็กไม่ต่อเนื่องของสมการปริภูมิสถานะ และแปลงแบบจำลองไม่ต่อเนื่องให้เป็นแบบจำลองต่อเนื่องด้วยความสัมพันธ์ผกผันของตัวคงค่าอันดับศูนย์และคำนวณหาแบบจำลองสัญญาณขนาดเล็กของฟังก์ชั่นโอนย้ายต่างๆ ของวงจรจากสมการปริภูมิสถานะซึ่งเป็นแบบจำลองเชิงเส้นและไม่แปรผันตามเวลา

4.1 คำนวณหาสมการสัญญาณขนาดเล็กของสมการผลต่างสืบเนื่อง

จากสมการผลต่างสืบเนื่องในหัวข้อ 3.2 เขียนเป็นสมการ (4.1)

$$x_{t_4} = \begin{cases} \Phi_4\Phi_3\Phi_2\Phi_1 x_{t_0} + \Phi_4\Phi_3\Phi_2\left[\Phi_1 - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} + \\ \Phi_4\Phi_3\left[\Phi_2 - I\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} + \Phi_4\left[\Phi_3 - I\right]A_3^{-1}B_3u_{t_0} + \left[\Phi_4 - I\right]A_4^{-1}B_4u_{t_0} \end{cases} \tag{4.1}$$

ซึ่ง $\Phi_i = e^{A_i(t_i - t_{i-1})}$

และใช้อนุกรมเทย์เลอร์กับการประมาณว่าสัญญาณมีขนาดเล็กตามสมการ (2.2) เราจะได้สมการสัญญาณขนาดเล็กของสมการ (4.1) เป็นสมการ (4.2)

$$\hat{x}_{t_4} = A_{4X}\cdot\hat{x}_{t_0} + B_{4U}\cdot\hat{u}_{t_0} + E_{41}\cdot\hat{t}_1 + E_{42}\cdot\hat{t}_2 + E_{43}\cdot\hat{t}_3 + E_{44}\cdot\hat{t}_4 \tag{4.2}$$

คำนวณหาสัมประสิทธิ์ของพจน์ $\hat{x}_{t_0}$ ในสมการ (4.2) ได้เป็น

$$A_{4X} = \frac{\partial x_{t_4}}{\partial x_{t_0}} = \Phi_4\Phi_3\Phi_2\Phi_1$$

คำนวณหาสัมประสิทธิ์ของพจน์ $\hat{u}_{t_0}$ ในสมการ (4.2) ได้เป็น

$$B_{4U} = \frac{\partial x_{t_4}}{\partial u_{t_0}} = \begin{cases} \Phi_4\Phi_3\Phi_2\left[\Phi_1 - I\right]A_1^{-1}B_1 + \Phi_4\Phi_3\left[\Phi_2 - I\right]A_2^{-1}B_2 \\ +\Phi_4\left[\Phi_3 - I\right]A_3^{-1}B_3 + \left[\Phi_4 - I\right]A_4^{-1}B_4 \end{cases}$$

คำนวณหาสัมประสิทธิ์ของพจน์ $\hat{t}_1$ ในสมการ (4.2) ได้เป็น $E_{41} = \dfrac{\partial x_{t_4}}{\partial t_1}$

$$= \frac{\partial}{\partial t_1}\left\{\begin{array}{l} e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\ e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}\left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \\ +e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}\left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \\ +e^{A_4(t_4-t_3)}\left[e^{A_3(t_3-t_2)} - I\right]A_3^{-1}B_3u_{t_0} \\ +\left[e^{A_4(t_4-t_3)} - I\right]A_4^{-1}B_4u_{t_0} \end{array}\right.$$

$$= \Phi_4\Phi_3\frac{\partial}{\partial t_1}\left\{\begin{array}{l} e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\ e^{A_2(t_2-t_1)}\left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \\ +\left[e^{A_2(t_2-t_1)}\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \end{array}\right.$$

$$= \Phi_4\Phi_3\frac{\partial}{\partial t_1}\left\{\begin{array}{l} e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}\left[x_{t_0} + A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right] \\ +e^{A_2(t_2-t_1)}\left[-A_1^{-1}B_1u_{t_0} + A_2^{-1}B_2u_{t_0}\right] \end{array}\right.$$

$$= \Phi_4\Phi_3\left\{\begin{array}{l} \left[e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}A_1 + e^{A_2(t_2-t_1)}(-A_2)e^{A_1(t_1-t_0)}\right]\left[x_{t_0} + A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right] \\ +e^{A_2(t_2-t_1)}(-A_2)\left[-A_1^{-1}B_1u_{t_0} + A_2^{-1}B_2u_{t_0}\right] \end{array}\right.$$

$$= \Phi_4\Phi_3\Phi_2\left\{\begin{array}{l} \left[e^{A_1(t_1-t_0)}A_1 - A_2e^{A_1(t_1-t_0)}\right]\left[x_{t_0} + A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right] \\ +A_2\left[A_1^{-1}B_1u_{t_0} - A_2^{-1}B_2u_{t_0}\right] \end{array}\right.$$

คำนวณหาสัมประสิทธิ์ของพจน์ $\hat{t}_2$ ในสมการ (4.2) ได้เป็น $E_{42} = \dfrac{\partial x_{t_4}}{\partial t_2}$

$$
= \frac{\partial}{\partial t_2}\left\{\begin{array}{l}
e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\
e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}\left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \\
+e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}\left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \\
+e^{A_4(t_4-t_3)}\left[e^{A_3(t_3-t_2)} - I\right]A_3^{-1}B_3u_{t_0} \\
+\left[e^{A_4(t_4-t_3)} - I\right]A_4^{-1}B_4u_{t_0}
\end{array}\right.
$$

$$
= \Phi_4\frac{\partial}{\partial t_2}\left\{\begin{array}{l}
e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\
e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}\left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \\
+e^{A_3(t_3-t_2)}\left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \\
+\left[e^{A_3(t_3-t_2)}\right]A_3^{-1}B_3u_{t_0}
\end{array}\right.
$$

$$
= \Phi_4\frac{\partial}{\partial t_2}\left\{\begin{array}{l}
e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}\left[x_{t_0} + A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right] \\
+e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}\left[-A_1^{-1}B_1u_{t_0} + A_2^{-1}B_2u_{t_0}\right] \\
+e^{A_3(t_3-t_2)}\left[-A_2^{-1}B_2u_{t_0} + A_3^{-1}B_3u_{t_0}\right]
\end{array}\right.
$$

$$
= \Phi_4\frac{\partial}{\partial t_2}\left\{\begin{array}{l}
e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}\cdot \\
\left\{e^{A_1(t_1-t_0)}\left[x_{t_0} + A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right] - A_1^{-1}B_1u_{t_0} + A_2^{-1}B_2u_{t_0}\right\} \\
+e^{A_3(t_3-t_2)}\left[-A_2^{-1}B_2u_{t_0} + A_3^{-1}B_3u_{t_0}\right]
\end{array}\right.
$$

$$
= \Phi_4\left\{\begin{array}{l}
\left[e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}A_2 + e^{A_3(t_3-t_2)}(-A_3)e^{A_2(t_2-t_1)}\right]\cdot \\
\left\{e^{A_1(t_1-t_0)}\left[x_{t_0} + A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right] - A_1^{-1}B_1u_{t_0} + A_2^{-1}B_2u_{t_0}\right\} \\
+e^{A_3(t_3-t_2)}(-A_3)\left[-A_2^{-1}B_2u_{t_0} + A_3^{-1}B_3u_{t_0}\right]
\end{array}\right.
$$

$$
= \Phi_4\Phi_3\left\{\begin{array}{l}
\left[e^{A_2(t_2-t_1)}A_2 - A_3e^{A_2(t_2-t_1)}\right]\cdot \\
\left\{e^{A_1(t_1-t_0)}\left[x_{t_0} + A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right] - A_1^{-1}B_1u_{t_0} + A_2^{-1}B_2u_{t_0}\right\} \\
+A_3\left[A_2^{-1}B_2u_{t_0} - A_3^{-1}B_3u_{t_0}\right]
\end{array}\right.
$$

คำนวณหาสัมประสิทธิ์ของพจน์ $\hat{t}_3$ ในสมการ (4.2) ได้เป็น $E_{43} = \dfrac{\partial x_{t_4}}{\partial t_3}$

$$
= \frac{\partial}{\partial t_3}\left\{
\begin{array}{l}
e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\
e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}\left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \\
+e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}\left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \\
+e^{A_4(t_4-t_3)}\left[e^{A_3(t_3-t_2)} - I\right]A_3^{-1}B_3u_{t_0} \\
+\left[e^{A_4(t_4-t_3)} - \boxed{I}\right]A_4^{-1}B_4u_{t_0}
\end{array}
\right.
$$

$$
= \frac{\partial}{\partial t_3}\left\{
\begin{array}{l}
e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\
e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}\left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \\
+e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}\left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \\
+e^{A_4(t_4-t_3)}\left[e^{A_3(t_3-t_2)} - I\right]A_3^{-1}B_3u_{t_0} \\
+\left[e^{A_4(t_4-t_3)}\right]A_4^{-1}B_4u_{t_0}
\end{array}
\right.
$$

$$
= \frac{\partial}{\partial t_3}\left\{
\begin{array}{l}
\underline{e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}}e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}\left[x_{t_0} + A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right] \\
\underline{e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}}e^{A_2(t_2-t_1)}\left[-A_1^{-1}B_1u_{t_0} + A_2^{-1}B_2u_{t_0}\right] \\
+\underline{e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}}\left[-A_2^{-1}B_2u_{t_0} + A_3^{-1}B_3u_{t_0}\right] \\
+e^{A_4(t_4-t_3)}\left[-A_3^{-1}B_3u_{t_0} + A_4^{-1}B_4u_{t_0}\right]
\end{array}
\right.
$$

$$
= \frac{\partial}{\partial t_3}\left\{
\begin{array}{l}
e^{A_4(t_4-t_3)}e^{A_3(t_3-t_2)}\left\{
\begin{array}{l}
e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}\left[x_{t_0} + A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right] \\
e^{A_2(t_2-t_1)}\left[-A_1^{-1}B_1u_{t_0} + A_2^{-1}B_2u_{t_0}\right] \\
-A_2^{-1}B_2u_{t_0} + A_3^{-1}B_3u_{t_0}
\end{array}
\right\} \\
+e^{A_4(t_4-t_3)}\left[-A_3^{-1}B_3u_{t_0} + A_4^{-1}B_4u_{t_0}\right]
\end{array}
\right.
$$

$$
= \Phi_4\left\{
\begin{array}{l}
\left[e^{A_3(t_3-t_2)}A_3 - A_4e^{A_3(t_3-t_2)}\right]\left\{
\begin{array}{l}
e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}\left[x_{t_0} + A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right] \\
e^{A_2(t_2-t_1)}\left[A_2^{-1}B_2u_{t_0} - A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right] \\
A_3^{-1}B_3u_{t_0} - A_2^{-1}B_2u_{t_0}
\end{array}
\right\} \\
+A_4\left[A_3^{-1}B_3u_{t_0} - A_4^{-1}B_4u_{t_0}\right]
\end{array}
\right.
$$

คำนวณหาสัมประสิทธิ์ของพจน์ $\hat{t}_4$ ในสมการ (4.2) ได้เป็น $E_{44} = \dfrac{\partial x_{t_4}}{\partial t_4}$

$$
= \frac{\partial}{\partial t_4}\left\{
\begin{array}{l}
e^{A_4(t_4-t_3)} e^{A_3(t_3-t_2)} e^{A_2(t_2-t_1)} e^{A_1(t_1-t_0)} x_{t_0} + \\
e^{A_4(t_4-t_3)} e^{A_3(t_3-t_2)} e^{A_2(t_2-t_1)} \left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I \right] A_1^{-1} B_1 u_{t_0} \\
+ e^{A_4(t_4-t_3)} e^{A_3(t_3-t_2)} \left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I \right] A_2^{-1} B_2 u_{t_0} \\
+ e^{A_4(t_4-t_3)} \left[e^{A_3(t_3-t_2)} - I \right] A_3^{-1} B_3 u_{t_0} \\
+ \left[e^{A_4(t_4-t_3)} - \boxed{I} \right] A_4^{-1} B_4 u_{t_0}
\end{array}
\right.
$$

$$
= \frac{\partial}{\partial t_4}\left\{
\begin{array}{l}
e^{A_4(t_4-t_3)} e^{A_3(t_3-t_2)} e^{A_2(t_2-t_1)} e^{A_1(t_1-t_0)} x_{t_0} + \\
e^{A_4(t_4-t_3)} e^{A_3(t_3-t_2)} e^{A_2(t_2-t_1)} \left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I \right] A_1^{-1} B_1 u_{t_0} \\
+ e^{A_4(t_4-t_3)} e^{A_3(t_3-t_2)} \left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I \right] A_2^{-1} B_2 u_{t_0} \\
+ e^{A_4(t_4-t_3)} \left[e^{A_3(t_3-t_2)} - I \right] A_3^{-1} B_3 u_{t_0} \\
+ \left[e^{A_4(t_4-t_3)} \right] A_4^{-1} B_4 u_{t_0}
\end{array}
\right.
$$

$$
= \left\{
\begin{array}{l}
\underline{e^{A_4(t_4-t_3)} A_4} e^{A_3(t_3-t_2)} e^{A_2(t_2-t_1)} e^{A_1(t_1-t_0)} x_{t_0} + \\
\underline{e^{A_4(t_4-t_3)} A_4} e^{A_3(t_3-t_2)} e^{A_2(t_2-t_1)} \left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I \right] A_1^{-1} B_1 u_{t_0} \\
+ \underline{e^{A_4(t_4-t_3)} A_4} e^{A_3(t_3-t_2)} \left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I \right] A_2^{-1} B_2 u_{t_0} \\
+ \underline{e^{A_4(t_4-t_3)} A_4} \left[e^{A_3(t_3-t_2)} - I \right] A_3^{-1} B_3 u_{t_0} \\
+ \underline{e^{A_4(t_4-t_3)} A_4} A_4^{-1} B_4 u_{t_0}
\end{array}
\right.
$$

$$
= \Phi_4 A_4 \left\{
\begin{array}{l}
e^{A_3(t_3-t_2)} e^{A_2(t_2-t_1)} e^{A_1(t_1-t_0)} \left[x_{t_0} + A_1^{-1} B_1 u_{t_0} \right] \\
e^{A_3(t_3-t_2)} e^{A_2(t_2-t_1)} \left[-A_1^{-1} B_1 u_{t_0} + A_2^{-1} B_2 u_{t_0} \right] \\
+ e^{A_3(t_3-t_2)} \left[-A_2^{-1} B_2 u_{t_0} + A_3^{-1} B_3 u_{t_0} \right] \\
- A_3^{-1} B_3 u_{t_0} + A_4^{-1} B_4 u_{t_0}
\end{array}
\right.
$$

4.2 คำนวณหาตัวแปรรังควานของตัวแปรตำแหน่งเวลา

เมื่อพิจารณาสมการ (4.2) จะเห็นได้ว่ามีพจน์ตัวแปรรังควานของตัวแปรตำแหน่งเวลา (t_1 และ t_3) ประกอบอยู่ด้วย ซึ่งตัวแปรเหล่านี้เป็นตัวแปรไม่อิสระดังนั้นเราจึงจำเป็นต้องคำนวณหาฟังก์ชั่นของตัวแปรเหล่านี้ที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรรังควานของตัวแปรสถานะที่เวลาเริ่มคาบ $x(t_0)$ และตัวแปรด้านเข้าที่เวลาเริ่มคาบซึ่งได้แก $v_S(t_0)$ $v_{DC}(t_0)$ $i_G(t_0)$ และ $f_S(t_0)$ โดยหาได้จากอนุพันธ์อันดับหนึ่งของผลเฉลยของสมการสถานะในแต่ละช่วงเวลา รวมกับลักษณะเฉพาะของรูปคลื่นกระแสและแรงดันของวงจร

4.2.1 คำนวณหาตัวแปรรังควานของ t_1 ในรูปของ $x(t_0)$ กับ $u(t_0)$

$$x_{t_1} = e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \tag{4.3}$$

ประยุกต์ใช้อนุกรมเทย์เลอร์กับสมการ (4.3)ได้เป็นสมการ (4.4)

$$\hat{x}_{t_1} = A_{1X}\cdot\hat{x}_{t_0} + B_{1U}\cdot\hat{u}_{t_0} + E_{11}\cdot\hat{t}_1 \tag{4.4}$$

คำนวณหาสัมประสิทธิ์ของพจน์ $\hat{x}_{t_0}$ ในสมการ (4.4) ได้เป็น

$$A_{1X} = \frac{\partial x_{t_1}}{\partial x_{t_0}} = e^{A_1(t_1-t_0)}$$

คำนวณหาสัมประสิทธิ์ของพจน์ $\hat{u}_{t_0}$ ในสมการ (4.4) ได้เป็น

$$B_{1U} = \frac{\partial x_{t_1}}{\partial u_{t_0}} = \left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1$$

คำนวณหาสัมประสิทธิ์ของพจน์ $\hat{t}_1$ ในสมการ (4.4) ได้เป็น $E_{11} = \dfrac{\partial x_{t_1}}{\partial t_1}$

$$= \frac{\partial}{\partial t_1}\left\{e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right\}$$

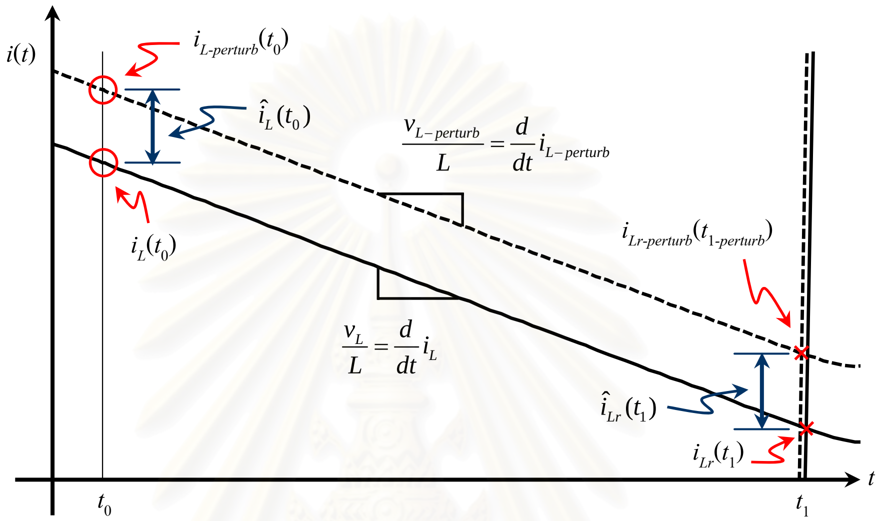
$$= \frac{\partial}{\partial t_1}\left\{e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \left[e^{A_1(t_1-t_0)}\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right\}$$

$$= e^{A_1(t_1-t_0)}A_1\left[x_{t_0} + A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right]$$

พิจารณาแถวที่ 4 ของสมการ (4.4) เขียนเป็นสมการ (4.5)

$$\hat{i}_{Lr-t_1} = A_{1X}(4,:)\cdot\hat{x}_{t_0} + B_{1U}(4,:)\cdot\hat{u}_{t_0} + e_{11}(4,1)\cdot\hat{t}_1 \tag{4.5}$$

จากสมการ (4.5) เราจะกำจัด $\hat{i}_{Lr-t_1}$ โดยรวมเข้ากับพจน์ $\hat{x}_{t_0}$ ซึ่งพิจารณาเงื่อนไขของกระแส i_L และ $i_{L\text{-}perturb}$ ในช่วงเวลา $t_0 < t < t_1$ ดังแสดงในรูป 4.1



รูปที่ 4.1 กระแส i_L และ $i_{L\text{-}perturb}$ ในช่วง $t_0 < t < t_1$

เมื่อพิจารณาจากรูปคลื่นที่เวลา t_1 ในรูป 4.1 จะได้ว่า

$$i_{Lr}(t_1) = i_L(t_1) \Rightarrow \hat{i}_{Lr}(t_1) = \hat{i}_L(t_1)$$

$$\hat{i}_L(t_1) \approx \hat{i}_L(t_0) \Rightarrow \hat{i}_{Lr}(t_1) \approx \hat{i}_L(t_0)$$

ดังนั้น

$$\hat{i}_{L-t_0} = A_{1X}(4,:)\cdot\hat{x}_{t_0} + B_{1U}(4,:)\cdot\hat{u}_{t_0} + e_{11}(4,1)\cdot\hat{t}_1$$

คำนวณหา $\hat{t}_1$ ได้เป็นสมการ (4.6)

$$\hat{t}_1 = E_{1X}\cdot\hat{x}_{t_0} + E_{1U}\cdot\hat{u}_{t_0} \tag{4.6}$$

ซึ่ง $E_{1X} = \dfrac{A_{1X}(4,:) - I(5,:)}{-e_{11}(4,1)}$, $E_{1U} = \dfrac{B_{1U}(4,:)}{-e_{11}(4,1)}$ และ $I(5,:) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

<u>4.2.2 คำนวณหาตัวแปรรังควานของ t_3 ในรูปของ $x(t_0)$ กับ $u(t_0)$</u>

$$x_{t_3} = \begin{cases} e^{A_3(t_3-t_2)} e^{A_2(t_2-t_1)} e^{A_1(t_1-t_0)} x_{t_0} + \\ e^{A_3(t_3-t_2)} e^{A_2(t_2-t_1)} \left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I \right] A_1^{-1} B_1 u_{t_0} \\ + e^{A_3(t_3-t_2)} \left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I \right] A_2^{-1} B_2 u_{t_0} \\ + \left[e^{A_3(t_3-t_2)} - I \right] A_3^{-1} B_3 u_{t_0} \end{cases} \tag{4.7}$$

ประยุกต์ใช้อนุกรมเทย์เลอร์กับสมการ (4.7) ได้เป็นสมการ (4.8)

$$\hat{x}_{t_3} = A_{3X} \cdot \hat{x}_{t_0} + B_{3U} \cdot \hat{u}_{t_0} + E_{31} \cdot \hat{t}_1 + E_{32} \cdot \hat{t}_2 + E_{33} \cdot \hat{t}_3 \tag{4.8}$$

คำนวณหาสัมประสิทธิ์ของพจน์ $\hat{x}_{t_0}$ ในสมการ (4.8) ได้เป็น

$$A_{3X} = \frac{\partial x_{t_3}}{\partial x_{t_0}} = e^{A_3(t_3-t_2)} e^{A_2(t_2-t_1)} e^{A_1(t_1-t_0)}$$

คำนวณหาสัมประสิทธิ์ของพจน์ $\hat{u}_{t_0}$ ในสมการ (4.8) ได้เป็น

$$B_{3U} = \frac{\partial x_{t_3}}{\partial u_{t_0}} = \begin{cases} e^{A_3(t_3-t_2)} e^{A_2(t_2-t_1)} \left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I \right] A_1^{-1} B_1 \\ + e^{A_3(t_3-t_2)} \left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I \right] A_2^{-1} B_2 \\ + \left[e^{A_3(t_3-t_2)} - I \right] A_3^{-1} B_3 \end{cases}$$

คำนวณหาสัมประสิทธิ์ของพจน์ $\hat{t}_1$ ในสมการ (4.8) ได้เป็น $E_{31} = \dfrac{\partial x_{t_3}}{\partial t_1}$

$$= \frac{\partial}{\partial t_1}\begin{cases} e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\ e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}\left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \\ +e^{A_3(t_3-t_2)}\left[e^{A_2(t_2-t_1)} - \boxed{I}\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \\ \boxed{+\left[e^{A_3(t_3-t_2)} - I\right]A_3^{-1}B_3u_{t_0}} \end{cases}$$

$$= \frac{\partial}{\partial t_1}\begin{cases} e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\ e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}\left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \\ +e^{A_3(t_3-t_2)}\left[e^{A_2(t_2-t_1)}\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \end{cases}$$

$$= \Phi_3\frac{\partial}{\partial t_1}\begin{cases} e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}\left[x_{t_0} + A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right] \\ +e^{A_2(t_2-t_1)}\left[-A_1^{-1}B_1u_{t_0} + A_2^{-1}B_2u_{t_0}\right] \end{cases}$$

$$= \Phi_3\begin{cases} \left[e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}A_1 + e^{A_2(t_2-t_1)}(-A_2)e^{A_1(t_1-t_0)}\right]\left[x_{t_0} + A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right] \\ +e^{A_2(t_2-t_1)}(-A_2)\left[-A_1^{-1}B_1u_{t_0} + A_2^{-1}B_2u_{t_0}\right] \end{cases}$$

$$= \Phi_3\Phi_2\begin{cases} \left[e^{A_1(t_1-t_0)}A_1 - A_2e^{A_1(t_1-t_0)}\right]\left[x_{t_0} + A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right] \\ +A_2\left[A_1^{-1}B_1u_{t_0} - A_2^{-1}B_2u_{t_0}\right] \end{cases}$$

คำนวณหาสัมประสิทธิ์ของพจน์ $\hat{t}_2$ ในสมการ (4.8) ได้เป็น $E_{32} = \dfrac{\partial x_{t_3}}{\partial t_2}$

$$= \frac{\partial}{\partial t_2}\begin{cases} e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\ e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}\left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \\ +e^{A_3(t_3-t_2)}\left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \\ +\left[e^{A_3(t_3-t_2)} - \boxed{I}\right]A_3^{-1}B_3u_{t_0} \end{cases}$$

$$= \frac{\partial}{\partial t_2}\begin{cases} e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}x_{t_0} + \\ e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}\left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I\right]A_1^{-1}B_1u_{t_0} \\ +e^{A_3(t_3-t_2)}\left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I\right]A_2^{-1}B_2u_{t_0} \\ +\left[e^{A_3(t_3-t_2)}\right]A_3^{-1}B_3u_{t_0} \end{cases}$$

$$= \frac{\partial}{\partial t_2}\begin{cases} e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}e^{A_1(t_1-t_0)}\left[x_{t_0} + A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right] + \\ e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}\left[-A_1^{-1}B_1u_{t_0} + A_2^{-1}B_2u_{t_0}\right] \\ +e^{A_3(t_3-t_2)}\left[-A_2^{-1}B_2u_{t_0} + A_3^{-1}B_3u_{t_0}\right] \end{cases}$$

$$= \frac{\partial}{\partial t_2}\begin{cases} e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}\left\{e^{A_1(t_1-t_0)}\left[x_{t_0} + A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right] - A_1^{-1}B_1u_{t_0} + A_2^{-1}B_2u_{t_0}\right\} \\ +e^{A_3(t_3-t_2)}\left[-A_2^{-1}B_2u_{t_0} + A_3^{-1}B_3u_{t_0}\right] \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \left[e^{A_3(t_3-t_2)}e^{A_2(t_2-t_1)}A_2 + e^{A_3(t_3-t_2)}(-A_3)e^{A_2(t_2-t_1)}\right]\cdot \\ \left\{e^{A_1(t_1-t_0)}\left[x_{t_0} + A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right] - A_1^{-1}B_1u_{t_0} + A_2^{-1}B_2u_{t_0}\right\} \\ +e^{A_3(t_3-t_2)}(-A_3)\left[-A_2^{-1}B_2u_{t_0} + A_3^{-1}B_3u_{t_0}\right] \end{cases}$$

$$= \Phi_3\begin{cases} \left[e^{A_2(t_2-t_1)}A_2 - A_3e^{A_2(t_2-t_1)}\right]\cdot \\ \left\{e^{A_1(t_1-t_0)}\left[x_{t_0} + A_1^{-1}B_1u_{t_0}\right] - A_1^{-1}B_1u_{t_0} + A_2^{-1}B_2u_{t_0}\right\} \\ +A_3\left[A_2^{-1}B_2u_{t_0} - A_3^{-1}B_3u_{t_0}\right] \end{cases}$$

คำนวณหาสัมประสิทธิ์ของพจน์ $\hat{t}_3$ ในสมการ (4.8) ได้เป็น $E_{33} = \dfrac{\partial x_{t_3}}{\partial t_3}$

$$= \frac{\partial}{\partial t_3}\begin{cases} e^{A_3(t_3-t_2)} e^{A_2(t_2-t_1)} e^{A_1(t_1-t_0)} x_{t_0} + \\ e^{A_3(t_3-t_2)} e^{A_2(t_2-t_1)} \left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I \right] A_1^{-1} B_1 u_{t_0} \\ + e^{A_3(t_3-t_2)} \left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I \right] A_2^{-1} B_2 u_{t_0} \\ + \left[e^{A_3(t_3-t_2)} - \boxed{I} \right] A_3^{-1} B_3 u_{t_0} \end{cases}$$

$$= \frac{\partial}{\partial t_3}\begin{cases} e^{A_3(t_3-t_2)} e^{A_2(t_2-t_1)} e^{A_1(t_1-t_0)} x_{t_0} + \\ e^{A_3(t_3-t_2)} e^{A_2(t_2-t_1)} \left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I \right] A_1^{-1} B_1 u_{t_0} \\ + e^{A_3(t_3-t_2)} \left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I \right] A_2^{-1} B_2 u_{t_0} \\ + \left[e^{A_3(t_3-t_2)} \right] A_3^{-1} B_3 u_{t_0} \end{cases}$$

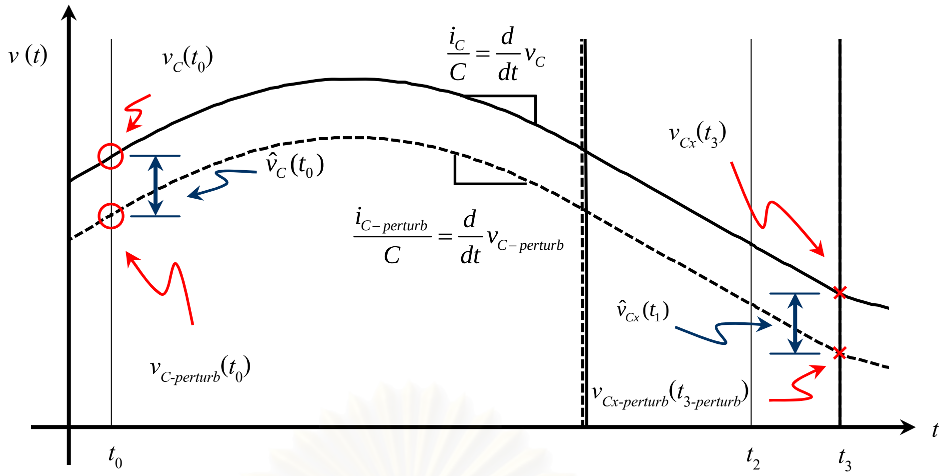
$$= \Phi_3 A_3 \begin{cases} e^{A_2(t_2-t_1)} e^{A_1(t_1-t_0)} x_{t_0} + \\ e^{A_2(t_2-t_1)} \left[e^{A_1(t_1-t_0)} - I \right] A_1^{-1} B_1 u_{t_0} \\ + \left[e^{A_2(t_2-t_1)} - I \right] A_2^{-1} B_2 u_{t_0} \\ + A_3^{-1} B_3 u_{t_0} \end{cases}$$

$$= \Phi_3 A_3 \begin{cases} e^{A_2(t_2-t_1)} e^{A_1(t_1-t_0)} \left[x_{t_0} + A_1^{-1} B_1 u_{t_0} \right] \\ e^{A_2(t_2-t_1)} \left[-A_1^{-1} B_1 u_{t_0} + A_2^{-1} B_2 u_{t_0} \right] \\ -A_2^{-1} B_2 u_{t_0} + A_3^{-1} B_3 u_{t_0} \end{cases}$$

พิจารณาแถวที่ 1 ของสมการ (4.8) เขียนเป็นสมการ (4.9)

$$\hat{v}_{Cx-t_3} = \begin{cases} A_{3X}(1,:) \cdot \hat{x}_{t_0} + B_{3U}(1,:) \cdot \hat{u}_{t_0} + \\ e_{31}(1,1) \cdot \hat{t}_1 + e_{32}(1,1) \cdot \hat{t}_2 + e_{33}(1,1) \cdot \hat{t}_3 \end{cases} \qquad (4.9)$$

จากสมการ (4.9) เราจะกำจัด $\hat{v}_{Cx-t_3}$ โดยรวมเข้ากับพจน์ $\hat{x}_{t_0}$ ซึ่งพิจารณาเงื่อนไขของกระแส v_{Cx} และ $v_{Cx\text{-}perturb}$ ในช่วงเวลา $t_0 < t < t_3$ ดังแสดงในรูป 4.2



รูปที่ 4.2 แรงดัน v_{Cx} และ $v_{Cx\text{-}perturb}$ ในช่วง $t_0 < t < t_3$

เมื่อพิจารณาจากรูปคลื่นที่เวลา t_3 ในรูป 4.2 จะได้ว่า

$$v_{Cx}(t_3)=v_C(t_3)\Rightarrow \hat{v}_{Cx}(t_1)\approx \hat{v}_C(t_3)$$

$$\hat{v}_C(t_3)\approx \hat{v}_C(t_0)\Rightarrow \hat{v}_{Cx}(t_1)\approx \hat{v}_C(t_0)$$

ดังนั้น

$$\hat{v}_{C-t_0}=\begin{cases} A_{3X}(1,:)\cdot\hat{x}_{t_0}+B_{3U}(1,:)\cdot\hat{u}_{t_0}+ \\ e_{31}(1,1)\cdot\hat{t}_1+e_{32}(1,1)\cdot\hat{t}_2+e_{33}(1,1)\cdot\hat{t}_3 \end{cases}$$

คำนวณหา $\hat{t}_3$ ได้เป็นสมการ (4.10)

$$\hat{t}_3=\frac{A_{3X}(1,:)-\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}}{-e_{33}(1,1)}\hat{x}_{t_0}+\frac{B_{1U}(1,:)}{-e_{33}(1,1)}\hat{u}_{t_0}+\frac{e_{31}(1,1)}{-e_{33}(1,1)}\hat{t}_1+\frac{e_{32}(1,1)}{-e_{33}(1,1)}\hat{t}_2$$

$$\hat{t}_3=E_{3X}\cdot\hat{x}_{t_0}+E_{3U}\cdot\hat{u}+e_{3T1}\cdot\hat{t}_1+e_{3T2}\cdot\hat{t}_2 \tag{4.10}$$

ซึ่ง $E_{3X}=\frac{A_{3X}(1,:)-I(3,:)}{-e_{33}(1,1)}$, $E_{3U}=\frac{B_{3U}(1,:)}{-e_{33}(1,1)}$ และ $I(3,:)=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$

$$e_{3T1}=\frac{e_{31}(1,1)}{-e_{33}(1,1)},e_{3T2}=\frac{e_{32}(1,1)}{-e_{33}(1,1)}$$

4.3 กำจัดตัวแปรรังควานของตัวแปรตำแหน่งเวลา

จากหัวข้อ 4.2 เราสามารถคำนวณหาสมการสัญญาณขนาดเล็กของตัวแปรรังควานของตัวแปรตำแหน่งเวลา t_1 และ t_3 ได้เป็นสมการ (4.6) และ (4.10) ตามลำดับ ดังนั้นเขียนสมการ (4.2) เป็นสมการ (4.11) แล้วแทนสมการ (4.10) ลงไปเพื่อกำจัด $\hat{t}_3$

$$\hat{x}_{t_4} = \begin{cases} A_{4X} \cdot \hat{x}_{t_0} + B_{4U} \cdot \hat{u}_{t_0} + \\ E_{41} \cdot \hat{t}_1 + E_{42} \cdot \hat{t}_2 + E_{43} \cdot \hat{t}_3 + E_{44} \cdot \hat{t}_4 \end{cases} \tag{4.11}$$

ได้เป็นสมการ (4.12)

$$\hat{x}_{t_4} = \begin{cases} A_{4X} \cdot \hat{x}_{t_0} + B_{4U} \cdot \hat{u}_{t_0} + E_{41} \cdot \hat{t}_1 + E_{42} \cdot \hat{t}_2 + \\ E_{43} \cdot \left[E_{3X} \cdot \hat{x}_{t_0} + E_{3U} \cdot \hat{u}_{t_0} + e_{3T1} \cdot \hat{t}_1 + e_{3T2} \cdot \hat{t}_2 \right] + E_{44} \cdot \hat{t}_4 \end{cases}$$

$$\hat{x}_{t_4} = \begin{cases} \left[A_{4X} + E_{43} E_{3X} \right] \cdot \hat{x}_{t_0} + \left[B_{4U} + E_{43} E_{3U} \right] \cdot \hat{u}_{t_0} + \\ \left[E_{41} + E_{43} e_{3T1} \right] \cdot \hat{t}_1 + \left[E_{42} + E_{43} e_{3T2} \right] \cdot \hat{t}_2 + E_{44} \cdot \hat{t}_4 \end{cases} \tag{4.12}$$

แทนสมการ (4.6) ลงในสมการ (4.12) เพื่อกำจัด $\hat{t}_1$ ได้เป็นสมการ (4.13)

$$\hat{x}_{t_4} = \begin{cases} \left[A_{4X} + E_{43} E_{3X} \right] \cdot \hat{x}_{t_0} + \left[B_{4U} + E_{43} E_{3U} \right] \cdot \hat{u}_{t_0} + \\ \left[E_{41} + E_{43} e_{3T1} \right] \cdot \left[E_{1X} \cdot \hat{x}_{t_0} + E_{1U} \cdot \hat{u}_{t_0} \right] + \left[E_{42} + E_{43} e_{3T2} \right] \cdot \hat{t}_2 \\ + E_{44} \cdot \hat{t}_4 \end{cases}$$

$$\hat{x}_{t_4} = \begin{cases} \left[A_{4X} + E_{43} E_{3X} \right] \cdot \hat{x}_{t_0} + \left[B_{4U} + E_{43} E_{3U} \right] \cdot \hat{u}_{t_0} + \\ \left[E_{41} E_{1X} \cdot \hat{x}_{t_0} + E_{41} E_{1U} \cdot \hat{u}_{t_0} \right] + \left[E_{43} e_{3T1} E_{1X} \cdot \hat{x}_{t_0} + E_{43} e_{3T1} E_{1U} \cdot \hat{u}_{t_0} \right] \\ + \left[E_{42} + E_{43} e_{3T2} \right] \cdot \hat{t}_2 + E_{44} \cdot \hat{t}_4 \end{cases}$$

$$\hat{x}_{t_4} = \begin{cases} \left[A_{4X} + E_{43} E_{3X} + E_{41} E_{1X} + E_{43} e_{3T1} E_{1X} \right] \cdot \hat{x}_{t_0} \\ + \left[B_{4U} + E_{43} E_{3U} + E_{41} E_{1U} + E_{43} e_{3T1} E_{1U} \right] \cdot \hat{u}_{t_0} \\ + \left[E_{42} + E_{43} e_{3T2} \right] \cdot \hat{t}_2 + E_{44} \cdot \hat{t}_4 \end{cases} \tag{4.13}$$

จากนั้นเราต้องกำจัดตัวแปรรังความของตัวแปรตำแหน่งเวลา t_2 และ t_4 ซึ่งเมื่อพิจารณารูปคลื่นกระแสและแรงดันในสภาวะอยู่ตัวของวงจรดังรูป 3.2 ทำให้ทราบว่าตัวแปรรังความเหล่านี้เป็นฟังก์ชั่นโดยตรงของ f_S ซึ่งเป็นตัวแปรอิสระ เราจึงกำจัด $\hat{t}_2$ ในสมการ (4.13) โดยแทน $\hat{t}_2 = \frac{\hat{t}_4}{2}$ ได้เป็นสมการ (4.14)

$$\hat{x}_{t_4} = \begin{cases} \left[A_{4X} + E_{43}E_{3X} + E_{41}E_{1X} + E_{43}e_{3T1}E_{1X} \right] \cdot \hat{x}_{t_0} \\ + \left[B_{4U} + E_{43}E_{3U} + E_{41}E_{1U} + E_{43}e_{3T1}E_{1U} \right] \cdot \hat{u}_{t_0} \\ + \left[E_{42} + E_{43}e_{3T2} \right] \cdot \frac{\hat{t}_4}{2} + E_{44} \cdot \hat{t}_4 \end{cases}$$

$$\hat{x}_{t_4} = \begin{cases} \left[A_{4X} + E_{43}E_{3X} + E_{41}E_{1X} + E_{43}e_{3T1}E_{1X} \right] \cdot \hat{x}_{t_0} \\ + \left[B_{4U} + E_{43}E_{3U} + E_{41}E_{1U} + E_{43}e_{3T1}E_{1U} \right] \cdot \hat{u}_{t_0} \\ + \left[\frac{E_{42} + E_{43}e_{3T2}}{2} + E_{44} \right] \cdot \hat{t}_4 \end{cases} \tag{4.14}$$

และกำจัด $\hat{t}_4$ ในสมการ (4.14) โดยแทน $\hat{t}_4 = \frac{-1}{F_S^2}\hat{f}_S$ ได้เป็นสมการ (4.15)

$$\hat{x}_{t_4} = \begin{cases} \left[A_{4X} + E_{43}E_{3X} + E_{41}E_{1X} + E_{43}e_{3T1}E_{1X} \right] \cdot \hat{x}_{t_0} \\ + \left[B_{4U} + E_{43}E_{3U} + E_{41}E_{1U} + E_{43}e_{3T1}E_{1U} \right] \cdot \hat{u}_{t_0} \\ + \left[\frac{E_{42} + E_{43}e_{3T2}}{2} + E_{44} \right] \cdot \frac{-1}{F_S^2} \cdot \hat{f}_S \end{cases} \tag{4.15}$$

จากสมการ (4.15) สามารถเขียนสมการผลต่างสืบเนื่องที่เป็นเชิงเส้นและไม่แปรผันตามเวลาได้เป็นสมการ (4.16) โดยจะรวมตัวแปรอิสระทั้งหมดเป็นเวกเตอร์ $\hat{w}_{t_0} = [\hat{u}_{t_0} \quad \hat{f}_S(t_0)]^T$

$$\hat{x}_{t_4} = A_D \cdot \hat{x}_{t_0} + W_D \cdot \hat{w}_{t_0} \tag{4.16}$$

ซึ่ง $A_D = A_{4X} + E_{43}E_{3X} + E_{41}E_{1X} + E_{43}e_{3T1}E_{1X}$

$$W_D = \left[B_{4U} + E_{43}E_{3U} + E_{41}E_{1U} + E_{43}e_{3T1}E_{1U} \quad \left(\frac{E_{42} + E_{43}e_{3T2}}{2} + E_{44} \right) \frac{-1}{F_S^2} \right]$$

เมื่อพิจารณาสมการ (4.16) จะเห็นได้ว่าสัมประสิทธิ์ในแต่ละพจน์ของสมการเป็นค่าคงที่ ดังนั้นเราสามารถเขียนสมการ (4.16) ในคาบที่ n ใดๆ ได้เป็นสมการ (4.17)

$$\hat{x}_{nT_S+T_S} = A_D \cdot \hat{x}_{nT_S} + W_D \cdot \hat{w}_{nT_S} \tag{4.17}$$

4.4 คำนวณหาสมการสัญญาณขนาดเล็กของสมการอนุพันธ์

จากสมการ (4.17) ซึ่งเป็นสมการไม่ต่อเนื่อง (สมการผลต่างสืบเนื่อง) แต่สมการเชิงเส้นและไม่แปรผันตามเวลา ดังนั้นเราจึงแปลงจากสมการไม่ต่อเนื่องให้เป็นสมการต่อเนื่อง (สมการอนุพันธ์) ดังแสดงในสมการ (4.18) โดยใช้ความสัมพันธ์ใน [15] ตามสมการ (2.14)

$$\frac{d}{dt}\hat{x}(t) = A_C \cdot \hat{x}(t) + W_C \cdot \hat{w}(t) \tag{4.18}$$

ซึ่ง $A_C = \left[\log_e A_D\right]/T$, $W_C = \Psi^{-1} W_D / T$ และ $\Psi = A_C^{-1}(A_D - I)/T$

4.5 คำนวณหาแบบจำลองสัญญาณขนาดเล็กของฟังก์ชั่นโอนย้าย

คำนวณหาผลการแปลงลาปลาซสมการสถานะหรือสมการ (4.18) ได้เป็นสมการ (4.19)

$$s \cdot \hat{x}(s) - \hat{x}(0) = A_C \cdot \hat{x}(s) + W_C \cdot \hat{w}(s)$$

$$\left[s \cdot I - A_C\right]\hat{x}(s) = \hat{x}(0) + W_C \cdot \hat{w}(s)$$

$$\hat{x}(s) = \underbrace{\left[s \cdot I - A_C\right]^{-1}}_{transition-matrix}\hat{x}(0) + \left[s \cdot I - A_C\right]^{-1} W_C \cdot \hat{w}(s) \tag{4. 19}$$

คำนวณหาผลการแปลงลาปลาซสัญญาณขนาดเล็กของสมการด้านออกในปริภูมิสถานะได้เป็นสมการ (4.20)

$$\hat{y}(s) = C_X \cdot \hat{x}(s) + D_W \cdot \hat{w}(s) \tag{4.20}$$

ซึ่ง $D_W = [0\ 0\ 0\ 0]^T$

แทนสมการ (4.19) ลงในสมการ (4.20) ได้เป็นสมการ (4.21)

$$\hat{y}(s) = C_X \cdot \left\{\left[s \cdot I - A_C\right]^{-1}\hat{x}(0) + \left[s \cdot I - A_C\right]^{-1} W_C \cdot \hat{w}(s)\right\} + D_W \cdot \hat{w}(s)$$

$$\hat{y}(s) = C_X\left[s\cdot I - A_C\right]^{-1}\hat{x}(0) + \underbrace{\left\{C_X\left[s\cdot I - A_C\right]^{-1}W_C + D_W\right\}}_{matrix-transfer-function}\hat{w}(s) \qquad (4.21)$$

พิจารณาสัมประสิทธิ์ของพจน์เวกเตอร์ด้านเข้าของสมการ (4.21) เขียนเป็นสมการ (4.22)

$$\hat{G}(s) = \frac{\hat{y}(s)}{\hat{w}(s)} = C_X\left[s\cdot I - A_C\right]^{-1}W_C + D_W$$

$$\hat{G}(s) = C_X\cdot\frac{adj\left\{s\cdot I - A_C\right\}}{det\left\{s\cdot I - A_C\right\}}\cdot W_C + D_W$$

$$\hat{G}(s) = \frac{C_X\cdot adj\left\{s\cdot I - A_C\right\}\cdot W_C + det\left\{s\cdot I - A_C\right\}\cdot D_W}{det\left\{s\cdot I - A_C\right\}} \qquad (4.22)$$

พิจารณาสมการ (4.22) หรือเมตริกซ์ฟังก์ชั่นโอนย้ายซึ่งเป็นเมตริกซ์ที่แต่ละองค์ประกอบจะเป็นฟังก์ชั่นโอนย้ายของระบบหนึ่งสัญญาณเข้าหนึ่งสัญญาณออก ดังแสดงในสมการ (4.23)

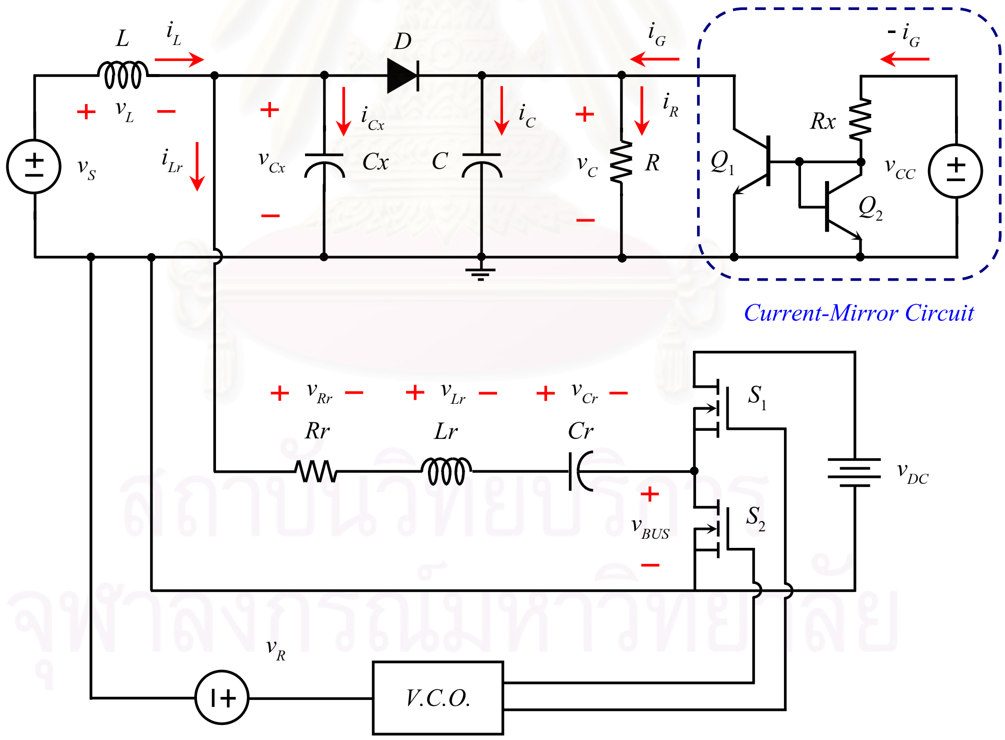
$$\hat{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{\hat{v}_C(s)}{\underbrace{\hat{v}_S(s)}_{Line-to-output}} & \frac{\hat{v}_C(s)}{\underbrace{\hat{v}_{DC}(s)}_{Line-to-output}} & \frac{\hat{v}_C(s)}{\underbrace{\hat{i}_G(s)}_{Output-impedance}} & \frac{\hat{v}_C(s)}{\underbrace{\hat{f}_S(s)}_{Control-to-output}} \\ \frac{\hat{i}_L(s)}{\underbrace{\hat{v}_S(s)}_{Inverse-input-impedance}} & \frac{\hat{i}_L(s)}{\hat{v}_{DC}(s)} & \frac{\hat{i}_L(s)}{\hat{i}_G(s)} & \frac{\hat{i}_L(s)}{\hat{f}_S(s)} \end{bmatrix} \qquad (4.23)$$

และเมื่อพิจารณาตัวส่วนของ $G(s)$ ในสมการ (4.22) จะได้ว่าเป็นสมการโพลิโนเมียว ซึ่งเป็นสเกล่าร์ ดังนั้นฟังก์ชั่นโอนย้ายต่างๆใน $G(s)$ จะมีขั้ว (pole) เหมือนกันแต่ศูนย์ (zero) แตกต่างกันซึ่งในบทต่อไปเราจะหาผลตอบสนองเชิงความถี่ (Bode) ของฟังก์ชั่นโอนย้ายต่างๆ ใน $G(s)$ เพื่อเปรียบเทียบกับฟังก์ชั่นโอนย้ายที่ได้จากวิธีอื่นๆ (จากการจำลองวงจร, จากการทดลอง และการคำนวณด้วยวิธีเฉลี่ยวงจรแบบพิจารณาเฉพาะความถี่หลักมูล)

บทที่ 5

ผลตอบสนองเชิงความถี่

ในบทนี้จะเป็นการเปรียบเทียบผลตอบสนองเชิงความถี่ของฟังก์ชั่นโอนย้ายวงรอบเปิดของสัญญาณขนาดเล็กต่างๆ ของวงจรซึ่งได้แก่ ฟังก์ชั่นโอนย้ายจากแรงดันด้านเข้า v_S ไปสู่แรงดันด้านออก v_C ($\hat{v}_C / \hat{v}_S$) ฟังก์ชั่นโอนย้ายจากกระแสด้านเข้า i_L ไปสู่แรงดันด้านเข้า v_S หรืออิมพีแดนซ์ด้านเข้า ($\hat{z}_I = \hat{v}_S / \hat{i}_L$) ฟังก์ชั่นโอนย้ายจากความถี่การสวิตซ์ f_S ไปสู่แรงดันด้านออก v_C ($\hat{v}_C / \hat{f}_S$) และฟังก์ชั่นโอนย้ายจากกระแสด้านออก i_G ไปสู่แรงดันด้านออก v_C หรืออิมพีแดนซ์ด้านออก ($\hat{z}_O = \hat{v}_C / \hat{i}_G$) โดยจะเปรียบเทียบผลตอบสนองเชิงความถี่ที่ได้จาก 1. การคำนวณทางทฤษฎีในแต่ละวิธี (วิธีเฉลี่ยวงจรหรือ *CA* และวิธีชักข้อมูลตัวอย่างหรือ *SD*) 2. การจำลองวงจรด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ *P-Sim* และ 3. ผลทดลองจากวงจรจริง ซึ่ง **ผลตอบสนองเชิงความถี่ของการคำนวณด้วยวิธีเฉลี่ยวงจร, การจำลองวงจรและการทดลองด้วยวงจรจริง เป็นข้อมูลที่นำมาจากเอกสารอ้างอิง [5]** โดยแสดงรูปวงจรที่ใช้ในการทดลอง ไว้ในรูป 5.1 สำหรับแหล่งกระแสด้านออก i_G ในการทดลองจะใช้วงจรสะท้อนกระแส (Current-Mirror Circuit) แทนเป็นกิ่งกระแสด้านออก และจะใช้วงจรออสซิเลอร์เตอร์ควบคุมแรงดัน (*V.C.O.*) ในการสร้างสัญญาณขับนำสวิตซ์งาน S_1 และ S_2 ดังรูป 5.1



รูปที่ 5.1 วงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดัน

กรณีใช้อินเวอร์เตอร์เป็นแหล่งกระแสควบคุม สำหรับการทดลองในห้องปฏิบัติการ

คุณลักษณะของวงจรที่ใช้ในการเปรียบเทียบผลตอบสนองเชิงความถี่มีทั้งหมด 4 คุณลักษณะซึ่งได้แก่ 1. แรงดันด้านเข้าสูง-โหลดน้อย และกระแสด้านออกเป็นศูนย์ (HLLL) 2. แรงดันด้านเข้าสูง-โหลดน้อย และกระแสด้านออกไม่เป็นศูนย์ (HLLL-i_G) 3. แรงดันด้านเข้าต่ำ-โหลดมาก และกระแสด้านออกเป็นศูนย์ (LLFL) และ 4. แรงดันด้านเข้าต่ำ-โหลดมาก และกระแสด้านออกไม่เป็นศูนย์ (LLFL-i_G) กำหนดให้ ค่าของตัวแปรต่างๆ ซึ่งเป็นค่าไฟตรงในสภาวะอยู่ตัวของวงจร มีค่าดังแสดงในตาราง 5.1 ซึ่งกรณีกระแสด้านออกเป็นศูนย์ จะเปรียบเทียบผลตอบสนองเชิงความถี่ของ $\hat{v}_C / \hat{v}_S$, $\hat{z}_I$ และ $\hat{v}_C / \hat{f}_S$ แต่สำหรับกรณีกระแสด้านออกไม่เป็นศูนย์จะเปรียบเทียบเฉพาะผลตอบสนองเชิงความถี่ของ $\hat{z}_O$

ตาราง 5.1 ค่าไฟตรงในสภาวะอยู่ตัวของวงจร

ตัวแปร	HLLL	HLLL-i_G	LLFL	LLFL-i_G	Unit
แรงดันด้านออก (V_O)	48				V
แรงดันเข้าอินเวอร์เตอร์ (V_{DC})	240				V
ตัวเหนี่ยวนำด้านเข้า (L)	9.775				mH
ตัวเก็บประจุด้านออก (C)	62.6				μF
ตัวเก็บประจุชาร์จปั๊ม (Cx)	1.888				ηF
ตัวต้านทานเรโซแนนซ์ (Rr)	1.96				Ω
ตัวหนี่ยวนำรโซแนนซ์ (Lr)	0.8497				mH
ตัวเก็บประจุเรโซแนนซ์ (Cr)	12.965				ηF
แรงดันด้านเข้า (V_S)	26.4		21.6		V
กระแสด้านออก (I_G)	0	-0.2	0	-0.2	A
ความถี่การสวิตซ์ (F_S)	126.4134	89.128	55.243		kHz
ตัวต้านทานด้านออก (R)	240	240	24	26.6667	Ω
t_1 (จากการจำลองวงจร)	2.764	4.164	6.716	6.716	μS
t_3 (จากการจำลองวงจร)	5.983	7.575	10.338	10.337	μS
$v_{Cx}(t_0)$ (จากการจำลองวงจร)	48.9406	49.2533	50.7261	50.8192	V
$v_{Cr}(t_0)$ (จากการจำลองวงจร)	20.9555	11.2634	-152.7919	-153.1871	V
$v_C(t_0)$ (จากการจำลองวงจร)	48.0689	48.3241	49.4320	49.5253	V
$i_{Lr}(t_0)$ (จากการจำลองวงจร)	-0.3370	-0.5515	-2.1623	-2.1615	A
$i_L(t_0)$ (จากการจำลองวงจร)	0.2022	0.4124	2.0675	2.0672	A

ค่าไฟตรงในสภาวะอยู่ตัวบางค่าจะแตกต่างกันไปในแต่ละคุณลักษณะของวงจร (ดังตาราง 5.1) คือ แรงดันเข้า กระแสด้านออก ความถี่การสวิตซ์และตัวต้านทานด้านออก ซึ่งค่าไฟตรงเหล่านี้ได้จากการออกแบบวงจรใน [5] และยังมีค่าไฟตรงในสภาวะอยู่ตัวบางค่า เราไม่สามารถรู้ได้จากการคำนวณโดยตรงซึ่งได้แก่ ค่าของตัวแปรสถานะที่เวลาเริ่มต้นการทำงาน $x(t_0)$ และค่าตัวแปรตำแหน่งเวลา t_1 และ t_3 (ตัวแปรตำแหน่งเวลา t_2 และ t_4 เป็นฟังก์ชั่นของ f_S ทำให้สามารถคำนวณได้โดยตรง) แต่ว่าเราสามารถทราบค่าของตัวแปรเหล่านี้ได้จากการจำลองวงจรด้วยคอมพิวเตอร์

5.1 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของฟังก์ชั่นโอนย้ายวงรอบเปิดสำหรับคุณลักษณะ HLLL

- ฟังก์ชั่นโอนย้ายจากแรงดันด้านเข้าสู่แรงดันด้านออก

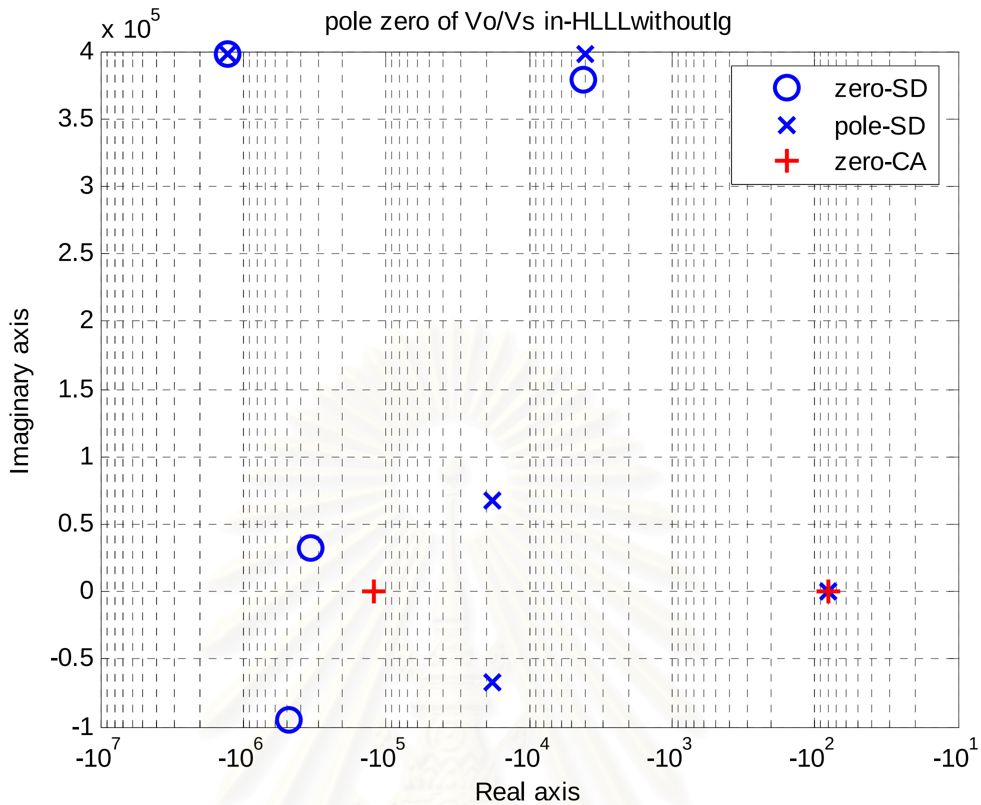
จากวิธีชักตัวอย่างข้อมูล (SD)

$$\frac{\hat{v}_C}{\hat{v}_S} = \frac{(0.4\text{-}0.04i)\ (s+(341\text{-}33i)k)\ (s+(476+94.37i)k)(s+(4.229\text{-}379i)k)\ (s+(1292\text{-}397i)k)}{(s+79.77)\ (s+(18\text{-}67i)k)\ (s+(18+67i)k)(s+(4.052\text{-}397i)k)\ (s+(1292\text{-}397i)k)}$$

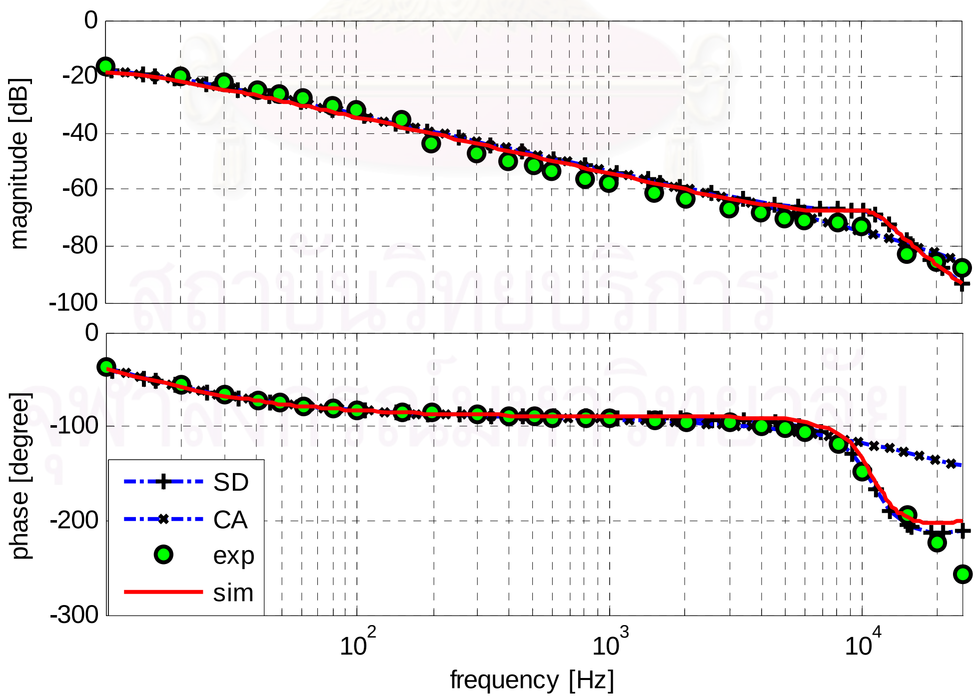
จากวิธีเฉลี่ยวงจรแบบประมาณด้วยความถี่หลักมูล (CA) นำมาจาก [5]

$$\frac{\hat{v}_C}{\hat{v}_S} = \frac{1634313.7255}{(s+122.8k)\ (s+79.86)}$$

โดยแสดงตำแหน่งขั้วและศูนย์กับผลตอบสนองเชิงความถี่ไว้ในรูป 5.2 (ก) กับรูป 5.2 (ข) ตามลำดับซึ่งจากรูป 5.2 (ข) จะเห็นได้ว่าในย่านความถี่ น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของความถี่การสวิตซ์ ผลการคำนวณ ผลการจำลอง และผลการทดลองจะสอดคล้องกันมาก แต่เมื่อความถี่มีค่ามากกว่า 4 kHz ผลการคำนวณจากการประมาณด้วยความถี่หลักมูลจะเริ่มมีความคลาดเคลื่อน โดยน่าจะเป็นผลมาจากองค์ประกอบสะสมพลังงานที่มีความถี่ธรรมชาติค่าสูง เช่น *Lr*, *Cr* และ *Cx* ที่ได้ละเลยตอนหาแบบจำลองสัญญาณขนาดเล็ก



รูปที่ 5.2 ก แผนภาพขั้วและศูนย์ของ $\hat{v}_C / \hat{v}_S$ ในคุณลักษณะ HLLL



รูปที่ 5.2 ข ผลตอบสนองเชิงความถี่ของ $\hat{v}_C / \hat{v}_S$ ในคุณลักษณะ HLLL

- ฟังก์ชั่นโอนย้ายจากกระแสด้านเข้าสู่แรงดันด้านเข้า

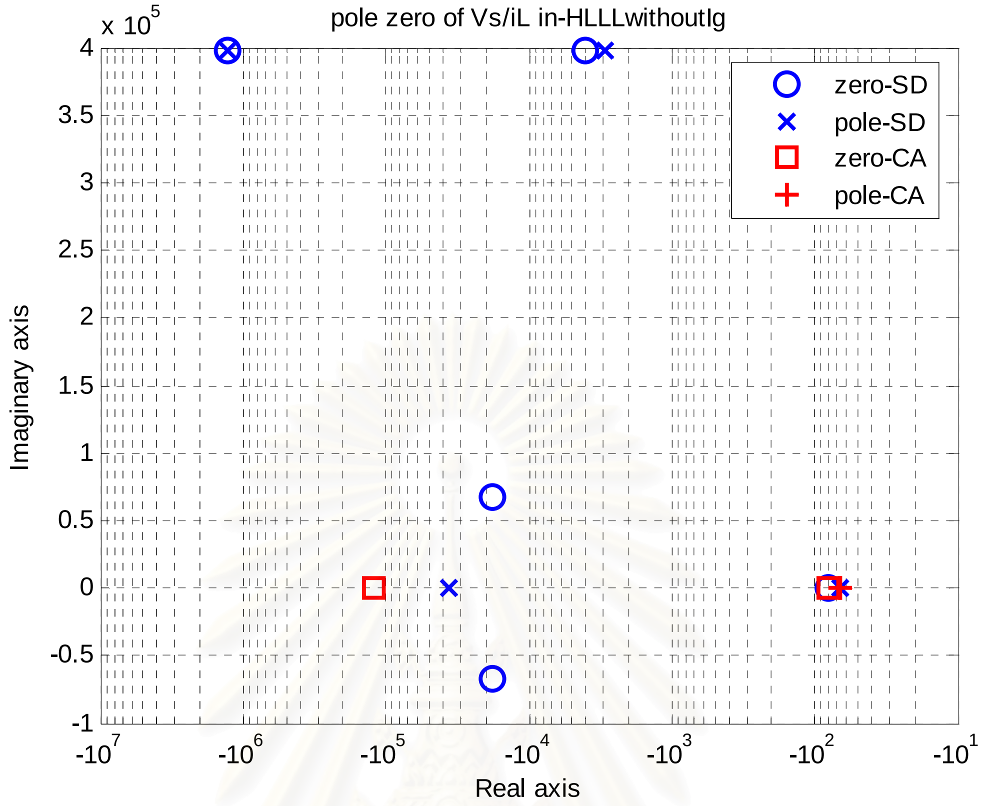
จากวิธีชักตัวอย่างข้อมูล (SD)

$$\frac{\hat{v}_S}{\hat{i}_L}=\frac{0.01(s+79.77)\ (s+(18-67i)k)\ (s+(18+67i)k)(s+(4.052-397i)k)\ (s+(1292-397i)k)}{(s+66.54)\ (s+(37k-3.279i))\ (s+(1292-397i)k)(s+(2.933-397i)k)}$$

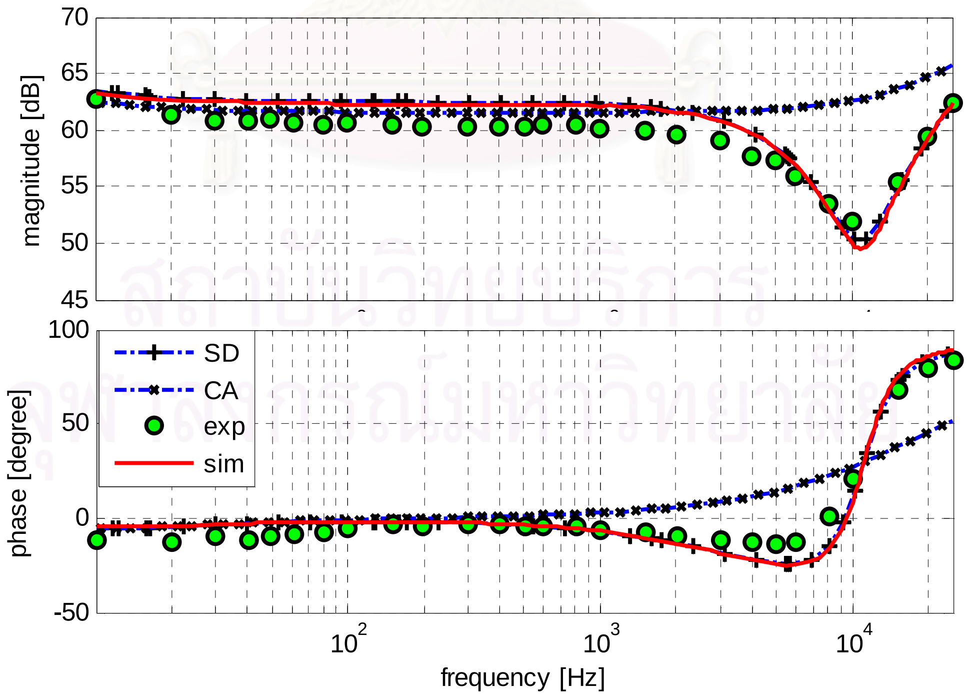
จากวิธีเฉลี่ยวงจรแบบประมาณด้วยความถี่หลักมูล (CA) นำมาจาก [5]

$$\frac{\hat{v}_S}{\hat{i}_L}=\frac{0.0097803\ (s+122.7k)\ (s+79.92)}{(s+66.58)}$$

โดยแสดงตำแหน่งขั้วและศูนย์กับผลตอบสนองเชิงความถี่ไว้ในรูป 5.3 (ก) กับรูป 5.3 (ข) ตามลำดับซึ่งจากรูป 5.3 (ข) จะเห็นได้ว่าในย่านความถี่ น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของความถี่การสวิตซ์ ผลการคำนวณ ผลการจำลอง และผลการทดลองจะสอดคล้องกันมาก แต่เมื่อความถี่มีค่ามากกว่า 800 Hz ผลการคำนวณจากการประมาณด้วยความถี่หลักมูลจะเริ่มมีความคลาดเคลื่อน โดยน่าจะเป็นผลมาจากองค์ประกอบสะสมพลังงานที่มีความถี่ธรรมชาติค่าสูง เช่น *Lr*, *Cr* และ *Cx* ที่ได้ละเลยตอนหาแบบจำลองสัญญาณขนาดเล็ก



รูปที่ 5.3 ก แผนภาพขั้วและศูนย์ของ $\hat{z}_I$ ในคุณลักษณะ HLLL



รูปที่ 5.3 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของ $\hat{z}_I$ ในคุณลักษณะ HLLL

- ฟังก์ชั่นโอนย้ายจากความถี่การสวิตซ์สู่แรงดันด้านออก

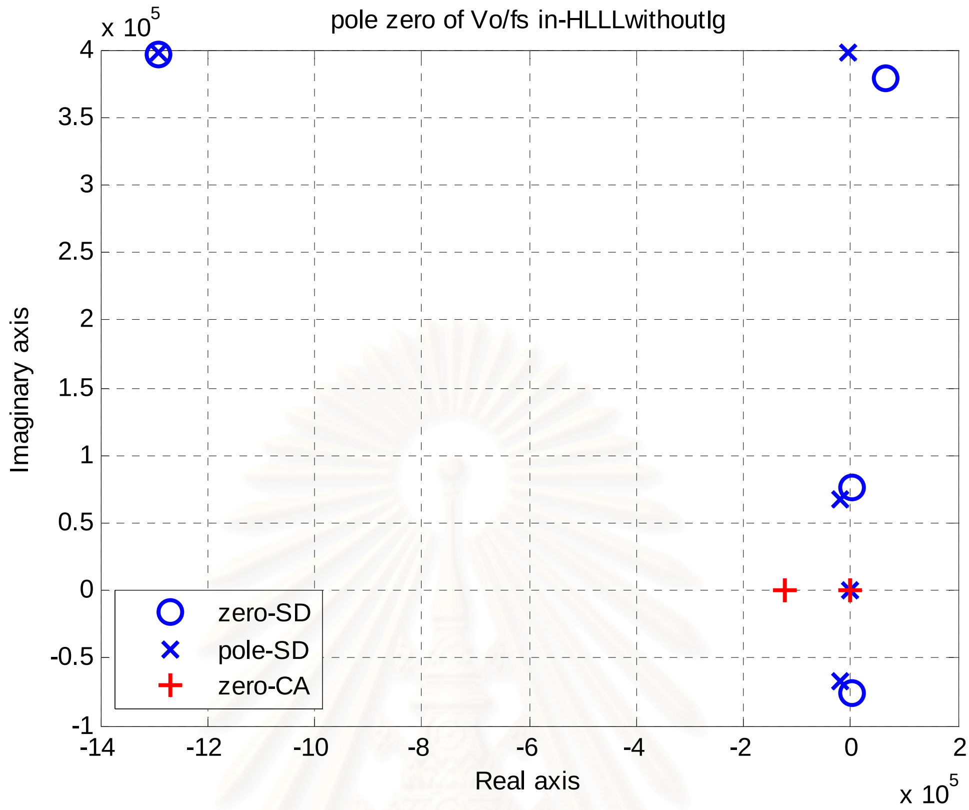
จากวิธีชักตัวอย่างข้อมูล (SD)

$$\frac{\hat{v}_C}{\hat{f}_S} = \frac{(-0.04-0.01i)\ (s-(1.229-76i)k)\ (s-(1.144+76i)k)(s-(66+379i)k)\ (s+(1292-397i)k)}{(s+79.77)\ (s+(18-67i)k)\ (s+(18+67i)k)(s+(4.052-397i)k)\ (s+(1292-397i)k)}$$

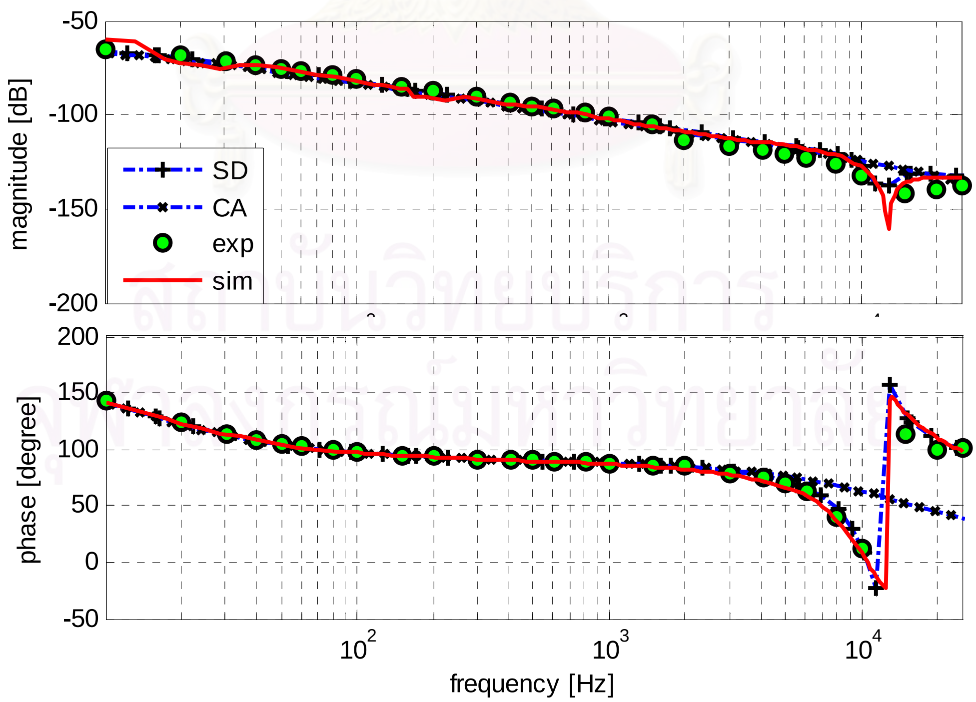
จากวิธีเฉลี่ยวงจรแบบประมาณด้วยความถี่หลักมูล (CA) นำมาจาก [5]

$$\frac{\hat{v}_C}{\hat{f}_S} = \frac{-5274.5098}{(s+122.8k)\ (s+79.86)}$$

โดยแสดงตำแหน่งขั้วและศูนย์กับผลตอบสนองเชิงความถี่ไว้ในรูป 5.4 (ก) กับรูป 5.4 (ข) ตามลำดับซึ่งจากรูป 5.4 (ข) จะเห็นได้ว่าในย่านความถี่ น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของความถี่การสวิตซ์ ผลการคำนวณ ผลการจำลอง และผลการทดลองจะสอดคล้องกันมาก แต่เมื่อความถี่มีค่ามากกว่า 6 kHz ผลการคำนวณจากการประมาณด้วยความถี่หลักมูลจะเริ่มมีความคลาดเคลื่อน โดยน่าจะเป็นผลมาจากองค์ประกอบสะสมพลังงานที่มีความถี่ธรรมชาติค่าสูง เช่น *Lr*, *Cr* และ *Cx* ที่ได้ละเลยตอนหาแบบจำลองสัญญาณขนาดเล็ก



รูปที่ 5.4 ก แผนภาพขั้วและศูนย์ของ $\hat{v}_C$ / $\hat{f}_S$ ในคุณลักษณะ HLLL



รูปที่ 5.4 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของ $\hat{v}_C$ / $\hat{f}_S$ ในคุณลักษณะ HLLL

- ฟังก์ชั่นโอนย้ายจากแหล่งกระแสด้านออกสู่แรงดันด้านออก

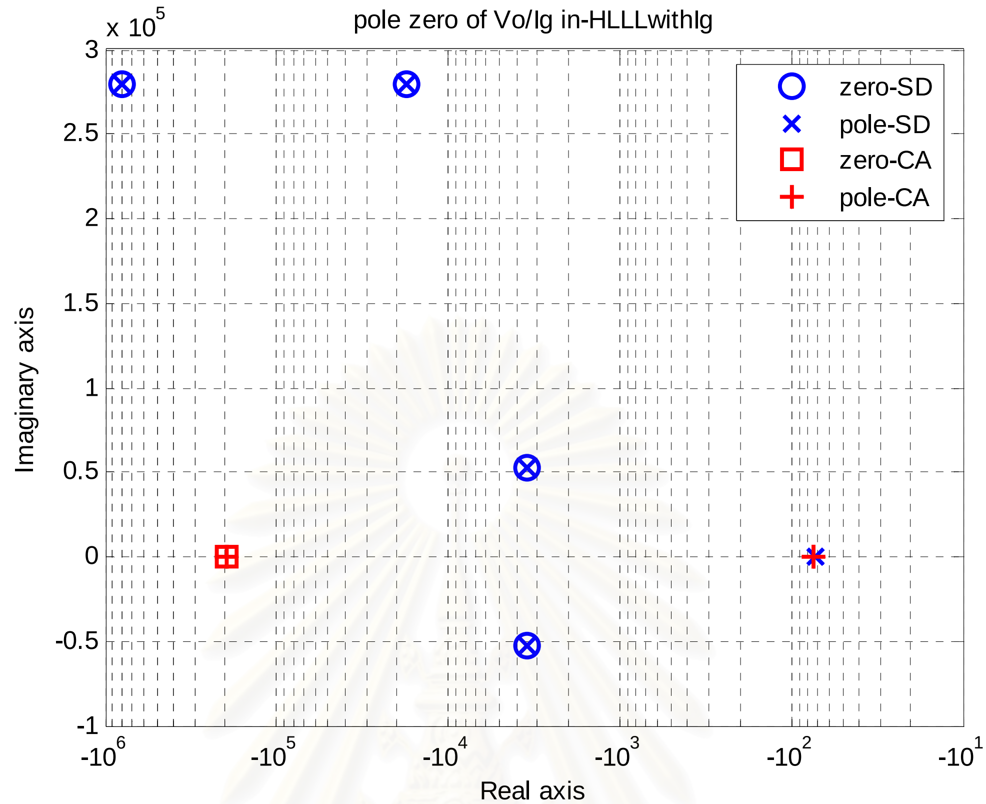
จากวิธีชักตัวอย่างข้อมูล (SD)

$$\frac{\hat{v}_C}{\hat{i}_G}=\frac{(15987\text{-}4.88i)\ (s+(3.467\text{-}52i)k)\ (s+(3.467+52i)k)(s+(791\text{-}280i)k)\ (s+(18\text{-}280i)k)}{(s+71.55)\ (s+(3.464\text{-}52i)k)\ (s+(3.464+52i)k)\ (s+(791\text{-}280i)k)\ (s+(18\text{-}280i)k)}$$

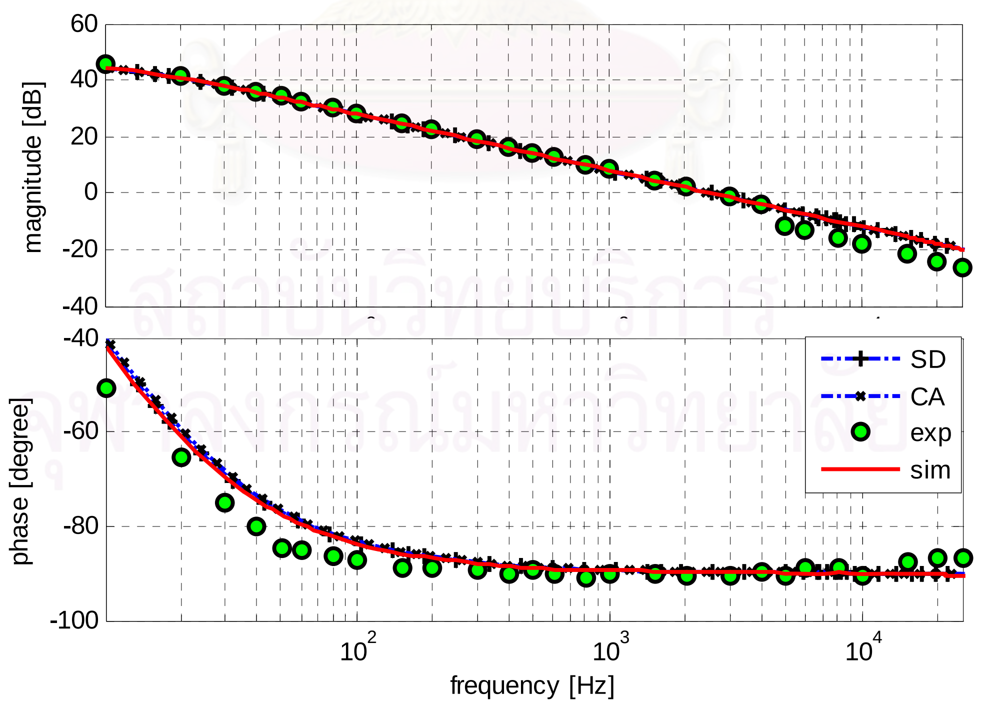
จากวิธีเฉลี่ยวงจรแบบประมาณด้วยความถี่หลักมูล (CA) นำมาจาก [5]

$$\frac{\hat{v}_C}{\hat{i}_G}=\frac{15967.5037\ (s+197.4k)}{(s+197.4k)\ (s+74.82)}$$

โดยแสดงตำแหน่งขั้วและศูนย์กับผลตอบสนองเชิงความถี่ไว้ในรูป 5.5 (ก) กับรูป 5.5 (ข) ตามลำดับซึ่งจากรูป 5.5 (ข) จะเห็นได้ว่าในย่านความถี่ น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของความถี่การสวิตซ์ ผลการคำนวณ ผลการจำลอง และผลการทดลองจะสอดคล้องกันมาก



รูปที่ 5.5 ก แผนภาพขั้วและศูนย์ของ $\hat{z}_O$ ในคุณลักษณะ HLLL-i_G



รูปที่ 5.5 ข ผลตอบสนองเชิงความถี่ของ $\hat{z}_O$ ในคุณลักษณะ HLLL-i_G

5.2 ผลตอบสนองเชิงความถี่ของฟังก์ชั่นโอนย้ายวงรอบเปิดสำหรับคุณลักษณะ LLFL

- ฟังก์ชั่นโอนย้ายจากแรงดันด้านเข้าสู่แรงดันด้านออก

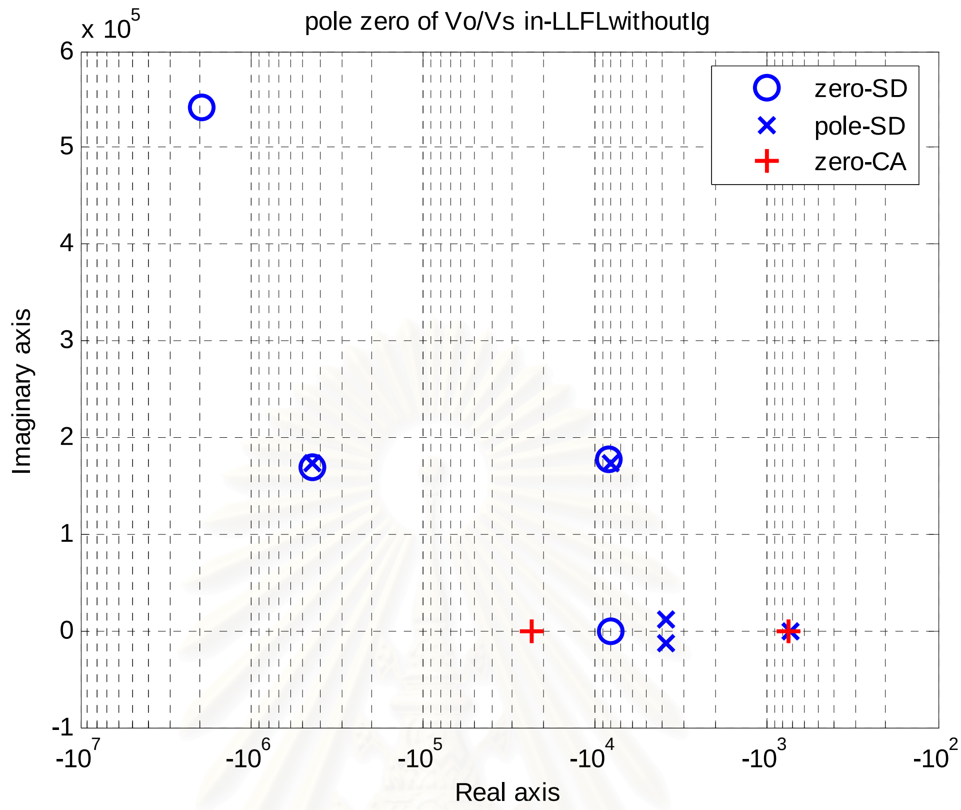
จากวิธีชักตัวอย่างข้อมูล (SD)

$$\frac{\hat{v}_C}{\hat{v}_S} = \frac{(0.6+0.2i)\ (s+(8107+0.04i))\ \ (s+(1946-542i)k)\ (s+(8.265-177i)k)\ (s+(445-169i)k)}{(s+725.7)\ (s+(3.813-12i)k)\ (s+(3.813+12i)k)\ (s+(8.071-174i)k)\ (s+(448-174i)k)}$$

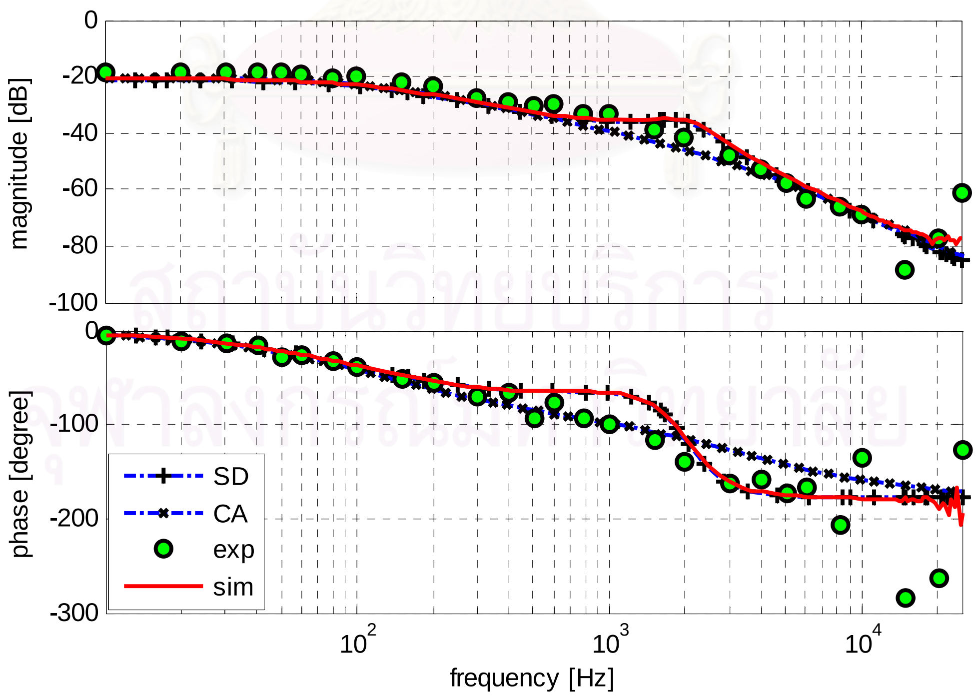
จากวิธีเฉลี่ยวงจรแบบประมาณด้วยความถี่หลักมูล (CA) นำมาจาก [5]

$$\frac{\hat{v}_C}{\hat{v}_S} = \frac{1634316.9026}{(s+23.09k)\ (s+738.7)}$$

โดยแสดงตำแหน่งขั้วและศูนย์กับผลตอบสนองเชิงความถี่ไว้ในรูป 5.6 (ก) กับรูป 5.6 (ข) ตามลำดับซึ่งจากรูป 5.6 (ข) จะเห็นได้ว่าในย่านความถี่ น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของความถี่การสวิตซ์ ผลการคำนวณ ผลการจำลอง และผลการทดลองจะสอดคล้องกันมาก แต่เมื่อความถี่มีค่ามากกว่า 200 Hz ผลการคำนวณจากการประมาณด้วยความถี่หลักมูลจะเริ่มมีความคลาดเคลื่อน โดยน่าจะเป็นผลมาจากองค์ประกอบสะสมพลังงานที่มีความถี่ธรรมชาติค่าสูง เช่น *Lr*, *Cr* และ *Cx* ที่ได้ละเลยตอนหาแบบจำลองสัญญาณขนาดเล็ก



รูปที่ 5.6 ก แผนภาพขั้วและศูนย์ของ $\hat{v}_C / \hat{v}_S$ ในคุณลักษณะ LLFL



รูปที่ 5.6 ข ผลตอบสนองเชิงความถี่ของ $\hat{v}_C / \hat{v}_S$ ในคุณลักษณะ LLFL

- ฟังก์ชั่นโอนย้ายจากกระแสด้านเข้าสู่แรงดันด้านเข้า

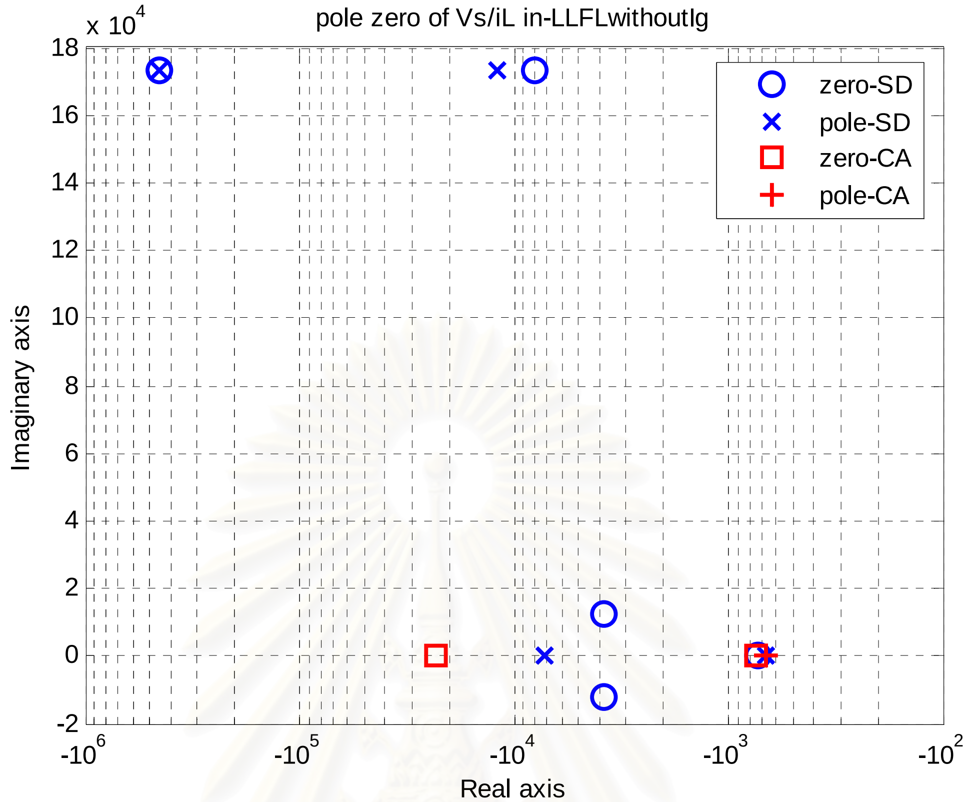
จากวิธีชักตัวอย่างข้อมูล (SD)

$$\frac{\hat{v}_S}{\hat{i}_L} = \frac{0.01\ (s+725.7)\ (s+(3.813-12i)k)\ (s+(3.813+12i)k)\ (s+(8.071-174i)k)\ (s+(448-174i)k)}{(s+665.4)\ (s+(7182+0.8495i))\ (s+(119-173i)k)\ (s+(447-173i)k)}$$

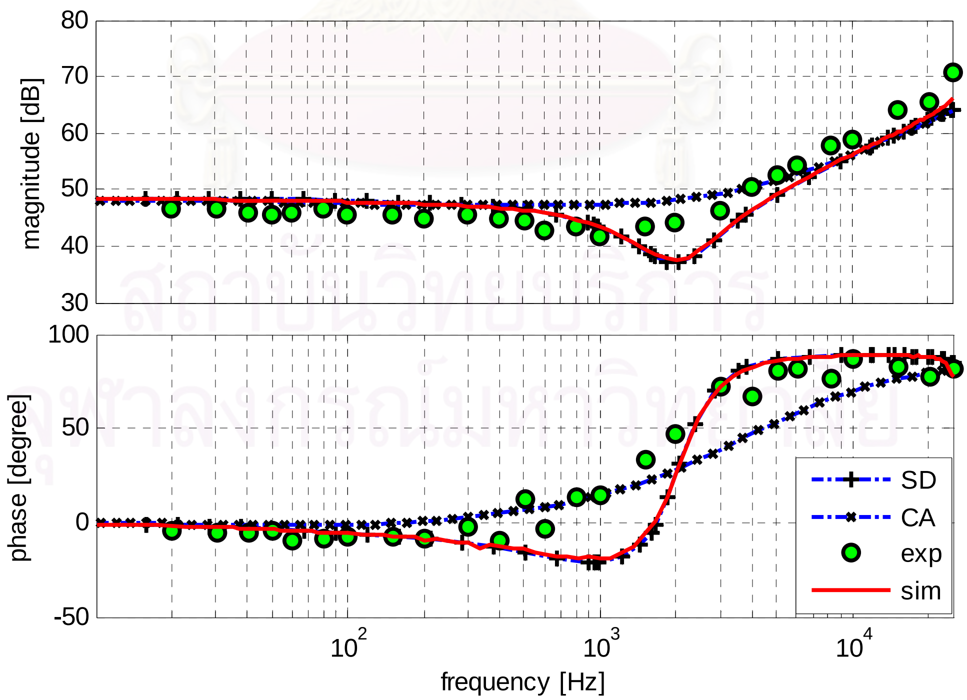
จากวิธีเฉลี่ยวงจรแบบประมาณด้วยความถี่หลักมูล (CA) นำมาจาก [5]

$$\frac{\hat{v}_S}{\hat{i}_L} = \frac{0.0097803\ (s+23.09k)\ (s+738.6)}{(s+665.8)}$$

โดยแสดงตำแหน่งขั้วและศูนย์กับผลตอบสนองเชิงความถี่ไว้ในรูป 5.7 (ก) กับรูป 5.7 (ข) ตามลำดับซึ่งจากรูป 5.7 (ข) จะเห็นได้ว่าในย่านความถี่ น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของความถี่การสวิตซ์ ผลการคำนวณ ผลการจำลอง และผลการทดลองจะสอดคล้องกันมาก แต่เมื่อความถี่มีค่ามากกว่า 200 Hz ผลการคำนวณจากการประมาณด้วยความถี่หลักมูลจะเริ่มมีความคลาดเคลื่อน โดยน่าจะเป็นผลมาจากองค์ประกอบสะสมพลังงานที่มีความถี่ธรรมชาติค่าสูง เช่น *Lr*, *Cr* และ *Cx* ที่ได้ละเลยตอนหาแบบจำลองสัญญาณขนาดเล็ก



รูปที่ 5.7 ก แผนภาพขั้วและศูนย์ของ $\hat{z}_I$ ในคุณลักษณะ LLFL



รูปที่ 5.7 ข ผลตอบสนองเชิงความถี่ของ $\hat{z}_I$ ในคุณลักษณะ LLFL

- ฟังก์ชั่นโอนย้ายจากความถี่การสวิตซ์สู่แรงดันด้านออก

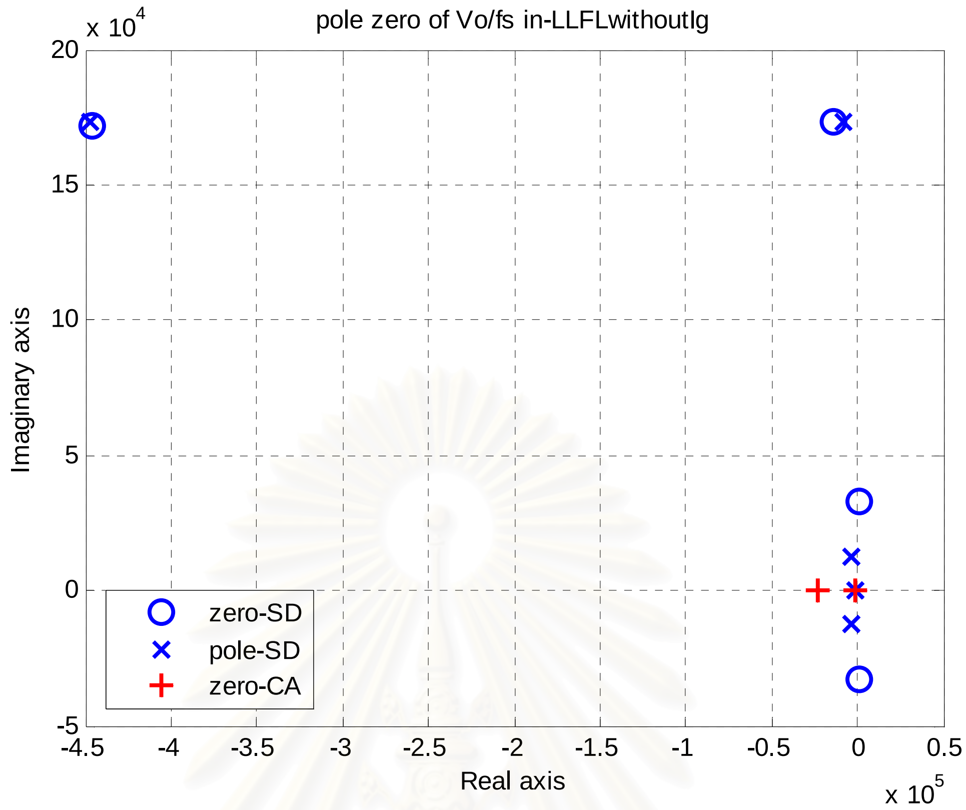
จากวิธีชักตัวอย่างข้อมูล (SD)

$$\frac{\hat{v}_C}{\hat{f}_S} = \frac{(-0.6+0.02i)\ (s-(701.4+33ki))\ (s-(666.7-33ki))\ (s+(446-172i)k)\ (s+(14-173i)k)}{(s+725.7)\ (s+(3.813-12i)k)\ (s+(3.813+12i)k)\ (s+(448-174i)k)\ (s+(8.071-174i)k)}$$

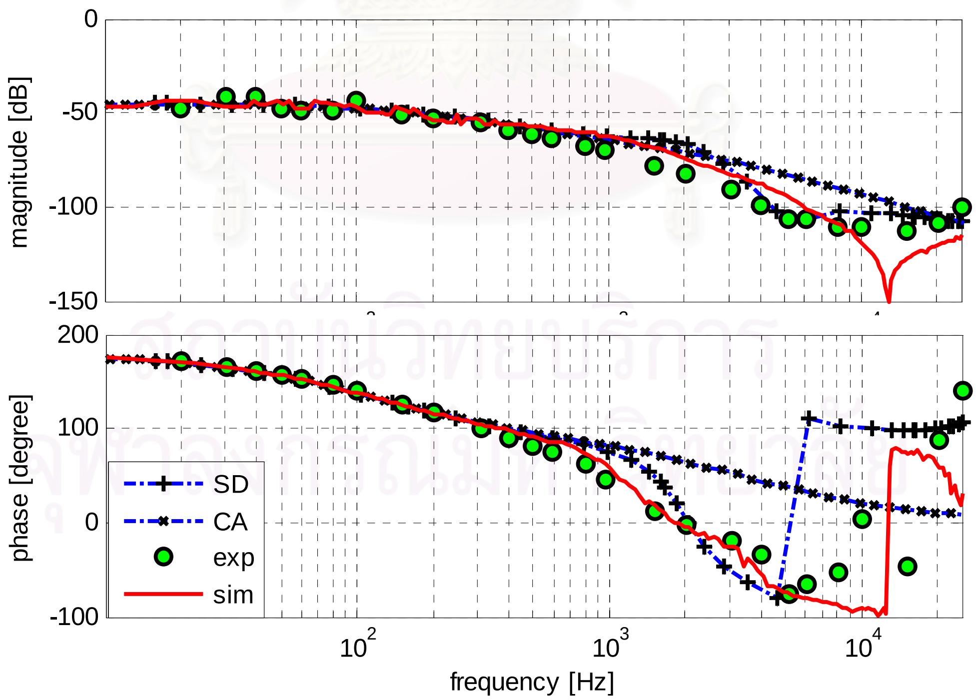
จากวิธีเฉลี่ยวงจรแบบประมาณด้วยความถี่หลักมูล (CA) นำมาจาก [5]

$$\frac{\hat{v}_C}{\hat{f}_S} = \frac{-91625.4477}{(s+23.09k)\ (s+738.7)}$$

โดยแสดงตำแหน่งขั้วและศูนย์กับผลตอบสนองเชิงความถี่ไว้ในรูป 5.8 (ก) กับรูป 5.8 (ข) ตามลำดับซึ่งจากรูป 5.8 (ข) จะเห็นได้ว่าในย่านความถี่น้อยกว่า 1 kHz ผลการคำนวณ ผลการจำลอง และผลการทดลองจะสอดคล้องกัน และในช่วงความถี่ 4-5 kHz ผลตอบสนองเชิงความถี่ที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีชักตัวอย่างข้อมูลจะเกิดการกระโดดของเฟสและที่ขนาดเกิดการพุ่งขึ้นซึ่งคิดว่าน่าจะเป็นผลของศูนย์ แต่ว่าผลตอบสนองเชิงความถี่ที่ได้จากการจำลองวงจร ก็เกิดผลของศูนย์เหมือนกันแต่อยู่ในช่วงความถี่ 10-11 kHz ซึ่งความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งศูนย์นี้น่าจะเป็นผลมาจากการใช้ตัวคงค่าอันดับศูนย์ ซึ่งดึงให้ศูนย์ที่ความถี่สูงลงมาที่ความถี่ต่ำจนใกล้ความถี่ที่ครึ่งหนึ่งของความถี่การสวิตซ์ แต่ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับคุณลักษณะของวงจรด้วยเพราะ คุณลักษณะ HLLL นั้น ผลตอบสนองเชิงความถี่สอดคล้องกันจนถึงครึ่งหนึ่งของความถี่การสวิตซ์ไม่เห็นผลของศูนย์เหมือนอย่างกับในคุณลักษณะ LLFL



รูปที่ 5.8 ก แผนภาพขั้วและศูนย์ของ $\hat{v}_C$ / $\hat{f}_S$ ในคุณลักษณะ LLFL



รูปที่ 5.8 ข ผลตอบสนองเชิงความถี่ของ $\hat{v}_C$ / $\hat{f}_S$ ในคุณลักษณะ LLFL

- ฟังก์ชั่นโอนย้ายจากแหล่งกระแสด้านออกสู่แรงดันด้านออก

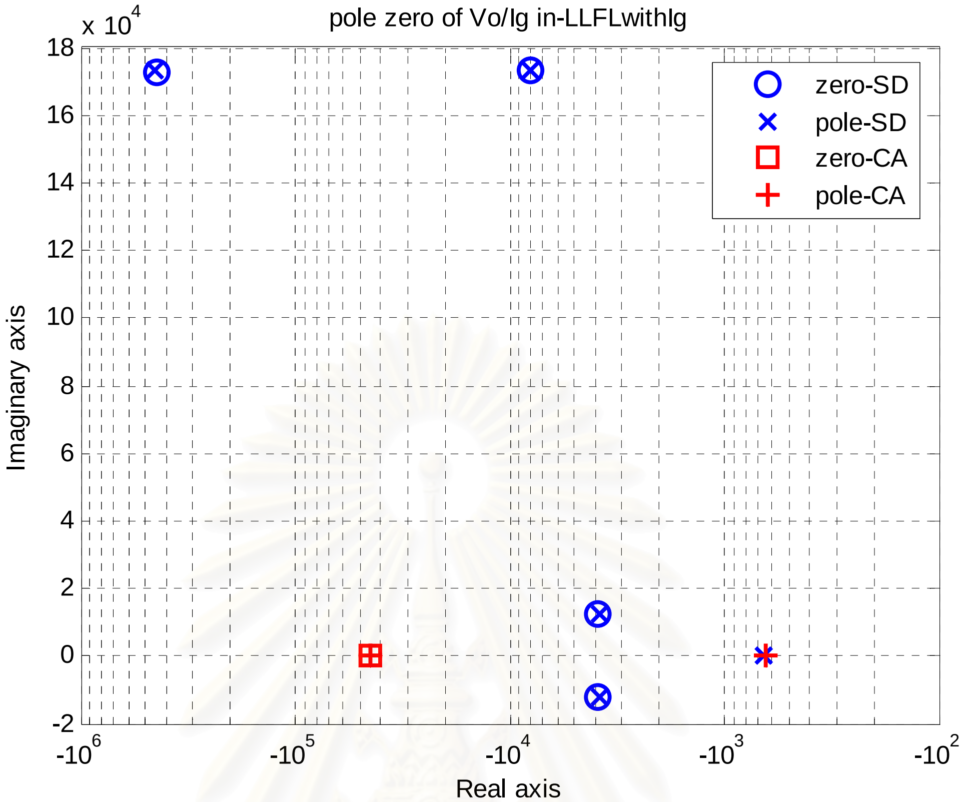
จากวิธีชักตัวอย่างข้อมูล (SD)

$$\frac{\hat{v}_C}{\hat{i}_G} = \frac{\text{(15998-11i) (s+(3.877+12i)k) (s+(3.877-12i)k) (s+(446-173i)k) (s+(8.019-174i)k)}}{\text{(s+660.1) (s+(3.839+12i)k) (s+(3.839-12i)k) (s+(447-174i)k) (s+(8.018-174i)k)}}$$

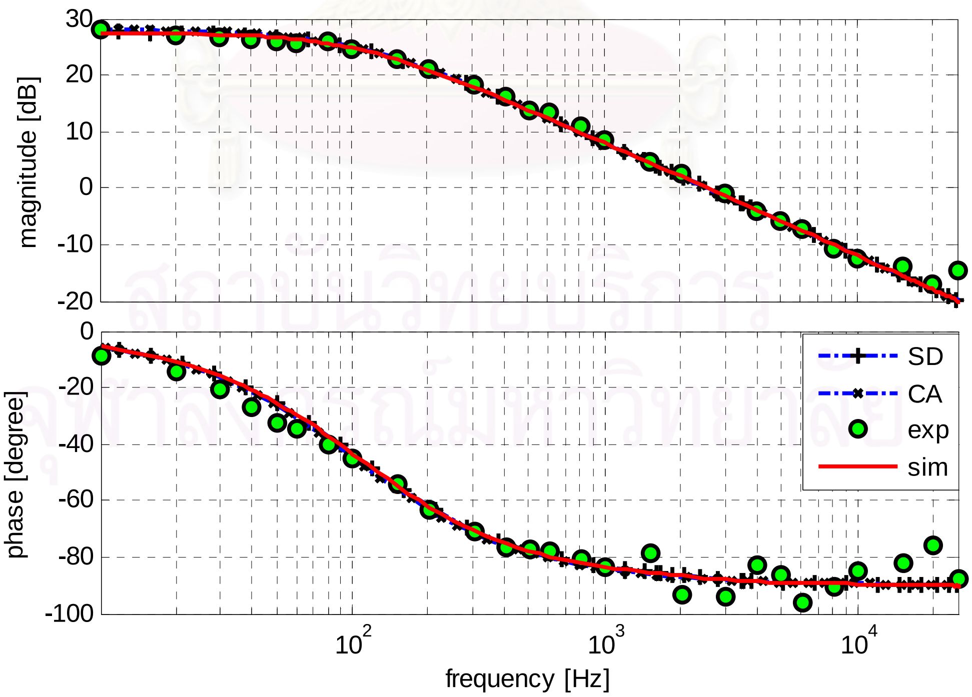
จากวิธีเฉลี่ยวงจรแบบประมาณด้วยความถี่หลักมูล (CA) นำมาจาก [5]

$$\frac{\hat{v}_C}{\hat{i}_G} = \frac{\text{15974.2489 (s+45.03k)}}{\text{(s+45k) (s+635.8)}}$$

โดยแสดงตำแหน่งขั้วและศูนย์กับผลตอบสนองเชิงความถี่ไว้ในรูป 5.9 (ก) กับรูป 5.9 (ข) ตามลำดับซึ่งจากรูป 5.9 (ข) จะเห็นได้ว่าในย่านความถี่ น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของความถี่การสวิตซ์ ผลการคำนวณ ผลการจำลอง และผลการทดลองจะสอดคล้องกันมาก



รูปที่ 5.9 ก แผนภาพขั้วและศูนย์ของ $\hat{z}_O$ ในคุณลักษณะ LLFL-i_G



รูปที่ 5.9 ข ผลตอบสนองเชิงความถี่ของ $\hat{z}_O$ ในคุณลักษณะ LLFL-i_G

บทที่ 6

สรุปและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุป

จากการเปรียบเทียบผลตอบสนองเชิงความถี่ของฟังก์ชั่นโอนย้ายต่างๆ ของวงจรในแต่ละวิธีพบว่าวิธีเฉลี่ยวงจร จำนวนของขั้วและศูนย์ไม่ครบ เป็นผลมาจากการพิจารณาเฉพาะความถี่หลักมูล วิธีเฉลี่ยปริภูมิสถานะใช้กับวงจรทบระดับที่ใช้กึ่งควบคุมแรงดันไม่ได้เพราะรูปคลื่นกระแสและแรงดันของตัวแปรสถานะมีค่าระลอกมาก ซึ่งได้แก่ v_{Cx}, v_{Cr} และ i_{Lr} และวิธีชักข้อมูลตัวอย่าง ผลตอบสนองเชิงความถี่ที่คำนวณได้ตามทฤษฎีมีความสอดคล้องกับผลตอบสนองเชิงความถี่การได้จากการจำลองวงจร แต่เมื่อเปรียบเทียบผลตอบสนองเชิงความถี่ที่ได้จากการทดลองด้วยวงจรจริงมีการแกว่งของค่าที่ได้จากการทดลอง เป็นเพราะในการทดลองเราไม่สามารถควบคุมตัวแปรต่างๆ ทุกตัวแปรเหมือนกับในการจำลองวงจร เช่น ความสูญเสียในอุปกรณ์

6.2 ข้อเสนอแนะ

แบบจำลองที่ได้มีข้อจำกัดในการใช้งานคือ 1. ใช้ได้เฉพาะย่านความถี่ต่ำ (น้อยกว่า $F_S/2$) และ 2. ใช้ได้เฉพาะสัญญาณขนาดเล็ก ดังนั้นเราจึงต้องพยายามหาเทคนิคทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการคำนวณหาแบบจำลองหรือเปลี่ยนวิธีในการหาผลเฉลยเพื่อลดข้อจำกัดของแบบจำลองที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี

รายการอ้างอิง

[1] J.Qian, F.C. Lee and T. Yamauchi. New Continuous-Input Current Charge Pump Power-Factor-Correction Electronic Ballast, IEEE Transactions on Industry Applications, 35, 2(March-April 1999): 433-441.

[2] โคทม อารียา. อิเล็กทรอนิกส์กำลัง 1, กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น 2544.

[3] ยุทธนา กุลวิทิต. วงจรแปลงผันไฟตรงที่ใช้หน่วยควบคุมแรงดัน, การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 24, 2544: 422-427

[4] โศภน อุดมรัตนานนท์ และยุทธนา กุลวิทิต. การวิเคราะห์วงจรทบระดับใช้กิ่งควบคุมแรงดัน, การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 24, 2544: 440-445

[5] โศภน อุดมรัตนานนท์. การศึกษาวงจรทบระดับที่ใช้กิ่งควบคุมแรงดัน, วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต , ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2546.

[6] วชิระ บูรณสิทธิเวช และ ยุทธนา กุลวิทิต. การวิเคราะห์ด้านไฟตรงวงจรแปลงผันที่ใช้วงจรเรียงกระแสเป็นหน่วยควบคุม, การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 25, 2545: 41-45.

[7] วชิระ บูรณสิทธิเวช. การวิเคราะห์วงจรแปลงผันที่ใช้วงจรเรียงกระแสโดยมีการตรึงแรงดันของตัวเก็บประจุ, วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2546.

[8] Vatche Vorperian. Simplified analysis of PWM converters using model of PWM switch. Continuous conduction mode, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 26, 3(May 1990): 490-496.

[9] Vatche Vorperian. Simplified analysis of PWM converters using model of PWM switch. II. Discontinuous conduction mode, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 26, 3(May 1990): 497-505.

[10] Arthur R. Brown and R.D. Middlebrook. Sampled-Data Modeling of Switching Regulators, IEEE Power Electronics Specialists Conference Record (June 1981): 269-282.

[11] Vatche Vorperian and Slobodan Cuk. Small Signal Analysis of resonant converters, IEEE Power Electronics Specialists Conference Record (June 1983): 349-369.

[12] โคทม อารียา. อิเล็กทรอนิกส์กำลัง 2, กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น 2544.

[13] R.W. Erickson. Fundamental of Power Electronics, First Edition, New York: Chapman & Hall. International Thomson Publishing 1997.

[14] J.G. Kassakian, M.F. Schlecht and G.C. Verghese. Principles of Power Electronics: Addison-Wesley 1991.

[15] Gene F. Franklin, J. David Powell and Michael Workman. Digital Control of Dynamic Systems, Third Edition, Addison-Wesley 1998.

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นาย อนันต์ ศุภราวงศ์ เกิดเมื่อวันอังคาร ที่ 11 เดือน กันยายน พ.ศ. 2522 ณ. จังหวัด กรุงเทพมหานครฯ สำเร็จปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จากมหาลัยวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ในปีการศึกษา 2543 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า (อิเล็กทรอนิกส์-กำลัง) ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในภาคปลายของปีการศึกษา 2544