บทที่ 3

การวิเคราะห์ข้อมูล

3.1 การหาขนาดของตัวอย่างที่เหมาะสมสำหรับการเลือกประชากรแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุด

เราจะแยกพิจารณาการหาขนาดของตัวอย่างออกเป็น 4 กรณี คือ

1. กรณีที่วาเรียนซ์ของประชากรเท่ากันทุกประชากรและทราบค่าวาเรียนซ์
2. กรณีที่วาเรียนซ์ของประชากรต่าง ๆ ไม่เท่ากัน แต่ทราบค่าวาเรียนซ์
3. กรณีที่วาเรียนซ์ของประชากรเท่ากันทุกประชากร แต่ไม่ทราบค่าวาเรียนซ์
4. กรณีที่วาเรียนซ์ของประชากรต่าง ๆ ไม่เท่ากัน และไม่ทราบค่าวาเรียนซ์

3.1.1 กรณีที่วาเรียนซ์ของประชากรเท่ากันทุกประชากรและทราบค่าวาเรียนซ์

วิเคราะห์ข้อมูลชุดที่ 1

จากคะแนนวิชาภาษาอังกฤษของการสอบเข้ามหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2523 ของนักเรียนโรงเรียนสตรีมหาพฤฒาราม สตรีวิทยา ยุพราชวิทยาลัย และ ตรุณพิทยา ซึ่งคะแนนของนักเรียนจากแต่ละโรงเรียน (ประชากร) มีการกระจายแบบปกติ ไม่ทราบค่าเฉลี่ย (μ) แต่ทราบค่าวาเรียนซ์ (σ^2) ของประชากรทุกประชากรเท่ากันหมด คือ $\sigma^2 = 130$

<u>จุดประสงค์</u> ต้องการเลือกโรงเรียนที่นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยวิชาภาษาอังกฤษสูงสุดในกลุ่มของ 4 โรงเรียนดังกล่าวนี้ โดยอาศัยข้อมูลจากตัวอย่างที่เลือกจากแต่ละประชากร

<u>วิธีดำเนินงาน</u>

1. ผู้วิเคราะห์ตัดสินใจเลือก $(P^*, \delta^*) = (0.90, 3)$ กล่าวคือ การวิเคราะห์ข้อมูลชุดนี้ต้องการความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้องเท่ากับ 0.90 เป็นอย่างน้อย และจากประสบการณ์ประกอบกับเหตุผลคาดว่า $\mu_{[4]} - \mu_{[3]} \leq 3$

2. หาค่า n

จากตาราง A.1 ด้วยค่า $P^* = 0.90$, $k = 4$ ได้ค่า $\tau = 2.4516$

และ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma^2 = 130$, $\delta^* = 3$

จากสมการ (2.6) $$n = \left(\frac{\tau\sigma}{\delta^*}\right)^2$$

$$n = \frac{(2.4516)^2(130)}{(3)^2} = 86.8$$

ดังนั้น ต้องเลือกสุ่มตัวอย่างด้วยขนาด 87

3. หาค่า $\bar{X}_i = \frac{1}{87}\sum_{j=1}^{87} X_{ij}$, $i = 1,2,3,4$, $j = 1,2,\ldots, 87$

ด้วยค่าสังเกตจากตัวอย่างที่เลือกมา (ค่าสังเกตของตัวอย่างอยู่ในภาคผนวก)

ได้ค่า $\bar{X}_1 = 43.75$, $\bar{X}_2 = 58.20$, $\bar{X}_3 = 37.94$, $\bar{X}_4 = 44.79$

4. สรุปผลได้ว่า นักเรียนโรงเรียนสตรีวิทยา เป็นนักเรียนที่มีคะแนนเฉลี่ยของวิชาภาษาอังกฤษสูงสุดในกลุ่มทั้ง 4 โรงเรียนที่พิจารณา

3.1.2 <u>กรณีที่วาเรียนซ์ของประชากรต่าง ๆ ไม่เท่ากัน แต่ทราบค่าวาเรียนซ์ของประชากร</u>

<u>วิเคราะห์ข้อมูลชุดที่ 2</u>

จากคะแนนวิชาเคมีของการสอบเข้ามหาวิทยาลัยปีการศึกษา 2523 ของโรงเรียนสุรนารีวิทยา พิบูลย์วิทยาลัย ยุพราชวิทยาลัย ดรุณพิทยา บดินทรเดชา สตรีมหาพฤฒาราม สตรีวิทยา และ วัดสุทธิวราราม ซึ่งคะแนนของนักเรียนจากแต่ละโรงเรียนมีการกระจายแบบปกติ ไม่ทราบค่าเฉลี่ย แต่ทราบค่าวาเรียนซ์ จากแต่ละประชากร เรียงลำดับดังนี้ 75, 119, 135, 129, 135, 125, 140, 120, 194

จุดประสงค์

ต้องการเลือกโรงเรียนที่นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยวิชาเคมีสูงสุดในกลุ่มของ 9 โรงเรียนดังกล่าว โดยอาศัยข้อมูลจากตัวอย่างที่เลือกจากแต่ละประชากร

วิธีดำเนินงาน

1. ผู้วิเคราะห์ตัดสินใจเลือกค่า $(P^*, \delta^*) = (0.90 , 3.5)$ กล่าวคือ การวิเคราะห์ข้อมูลชุดนี้ต้องการความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้องเท่ากับ 0.90 เป็นอย่างน้อย และจากประสบการณ์ประกอบกับเหตุผลคาดว่า $\mu_{[9]} - \mu_{[8]} \leq 3.5$

2. จากสมการ (2.11) และ (2.9)

$$\frac{\sigma_i^2}{n_i} = \frac{a_i\sigma_o^2}{n_i} = \frac{\sigma_o^2}{n'} \quad \text{และ} \quad a_i = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_o^2}$$

กำหนดให้ $\sigma_o^2 = 121$

$a_1 = \frac{75}{121} = 0.620$ $\quad a_2 = \frac{119}{121} = 0.984$ $\quad a_3 = \frac{135}{121} = 1.116$

$a_4 = \frac{129}{121} = 1.066$ $\quad a_5 = \frac{135}{121} = 1.116$ $\quad a_6 = \frac{125}{121} = 1.033$

$a_7 = \frac{140}{121} = 1.355$ $\quad a_8 = \frac{120}{121} = 0.992$ $\quad a_9 = \frac{194}{121} = 1.603$

3. หาค่า n'

จากตาราง A.1 ด้วยค่า $P^* = 0.90$, $k = 9$ จะได้ค่า $\mathcal{T} = 2.9301$ และจาก $\sigma_o^2 = 121$, $\delta^* = 3.5$

จากสมการ (2.6) $n = \left(\frac{\mathcal{T}\sigma}{\delta^*}\right)^2$

$$\therefore \quad n' = \frac{(2.9301)^2(121)}{(3.5)^2} = 84.8$$

4. หาค่า n_i

จากสมการ (2.12) $n_i = \alpha_i n'$, $i = 1, 2, \ldots, k$

$$\therefore \quad n_1 = (0.62)\ (85) = 52.7$$

$n_2 = (0.984)\ (85) = 83.64$ $\qquad$ $n_3 = (1.116)\ (85) = 94.86$

$n_4 = (1.066)\ (85) = 90.61$ $\qquad$ $n_5 = (1.116)\ (85) = 94.86$

$n_6 = (1.033)\ (85) = 87.81$ $\qquad$ $n_7 = (1.157)\ (85) = 98.34$

$n_8 = (0.992)\ (85) = 84.32$ $\qquad$ $n_9 = (1.603)\ (85) = 136.25$

ดังนั้น ต้องเลือกสุ่มตัวอย่างจากประชากรทั้ง 9 ประชากร ด้วยขนาด 53, 84, 95 91, 95, 88, 99, 85, 137 เรียงตามลำดับ

5. หาค่า $\overline{X}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}$ $\quad i = 1, 2, \ldots, k$, $j = 1, 2, 3, \ldots, n_i$

ด้วยค่าสังเกตของตัวอย่างที่เลือกมา (ค่าสังเกตของตัวอย่างอยู่ในภาคผนวก)

ได้ $\overline{X}_1 = \frac{1}{53} \sum_{j=1}^{53} X_{1j} = 41.77$ $\qquad$ $\overline{X}_2 = \frac{1}{84} \sum_{j=1}^{84} X_{2j} = 40.85$

$\overline{X}_3 = \frac{1}{95} \sum_{j=1}^{95} X_{3j} = 42.57$ $\qquad$ $\overline{X}_4 = \frac{1}{91} \sum_{j=1}^{91} X_{4j} = 47.29$

$\overline{X}_5 = \frac{1}{95} \sum_{j=1}^{95} X_{5j} = 52.21$ $\qquad$ $\overline{X}_6 = \frac{1}{88} \sum_{j=1}^{88} X_{6j} = 51.23$

$\overline{X}_7 = \frac{1}{99} \sum_{j=1}^{99} X_{7j} = 59.58$ $\qquad$ $\overline{X}_8 = \frac{1}{85} \sum_{j=1}^{85} X_{8j} = 47.61$

$\overline{X}_9 = \frac{1}{137} \sum_{j=1}^{137} X_{9j} = 55.88$

6. สรุปผลได้ว่านักเรียนโรงเรียนสตรีวิทยาเป็นนักเรียนที่มีคะแนนเฉลี่ยวิชาเคมีสูงสุดในกลุ่มของทั้ง 9 โรงเรียน ที่พิจารณา

3.1.3 <u>กรณีที่วาเรียนซ์ของประชากรเท่ากันทุกประชากรแต่ไม่ทราบค่าวาเรียนซ์</u>

<u>วิเคราะห์ข้อมูลชุดที่ 3</u>

จากคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ของการสอบเข้ามหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2523 ของนักเรียนโรงเรียนสตรีมหาพฤฒาราม สตรีวิทยา ดรุณพิทยา วัดสุทธิวราราม และ เทพศิรินทร์ ซึ่งคะแนนของนักเรียนจากแต่ละโรงเรียนมีการกระจายแบบปกติ ไม่ทราบค่าเฉลี่ย ไม่ทราบค่าวาเรียนซ์ แต่ทราบค่าวาเรียนซ์ของแต่ละประชากรเท่ากัน

<u>จุดประสงค์</u>

ต้องการเลือกโรงเรียนที่นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์สูงสุดในกลุ่มของ 5 โรงเรียนดังกล่าว โดยใช้ข้อมูลจากตัวอย่างที่สุ่มจากแต่ละประชากร

<u>วิธีดำเนินงาน</u>

1. ผู้วิเคราะห์ตัดสินใจเลือก $(P^*, \delta^*) = (0.95, 3.4)$ กล่าวคือ การวิเคราะห์ข้อมูลชุดนี้ต้องการความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้องเท่ากับ 0.95 เป็นอย่างน้อย และจากประสบการณ์ประกอบกับเหตุผลคาดว่า $\mu_{[5]} - \mu_{[4]} \leq 3.4$

2. หาค่า S^2

กำหนดให้เลือกสุ่มตัวอย่างครั้งแรกด้วยขนาด n=21 และจากคะแนนของนักเรียนที่ถูกเลือกมาเป็นตัวอย่างทั้ง 5 โรงเรียน คำนวณหาค่า

$$S_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij} \quad , \quad i = 1, 2, \cdots, k$$

โดย $\bar{X}_{in_i} = \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij} \quad , \quad i = 1, 2, \cdots, k \; , \; j = 1, 2, \cdots, n_i$

ได้ค่า $S_1^2 = 110.25$ $\quad S_2^2 = 95.96$ $\quad S_3^2 = 104.40$

$S_4^2 = 117.45$ $\quad S_5^2 = 118.91$

จากสมการ (2.13) $$S^2 = \frac{(n-1)S_1^2 + \cdots + (n-1)S_k^2}{(n-1)k}$$

$$\therefore \quad S^2 = \frac{S_1^2 + S_2^2 + \cdots + S_5^2}{5}$$

$$= \frac{110.25+95.96+104.40+117.45+118.91}{5}$$

$$= 109.394$$

3. หาค่า N

จากตาราง A.3 ด้วยค่า $\nu = (20)\ (5) = 100$, $P^* = 0.95$, $k = 5$ จะได้ค่า $h = 2.19$

จากสมการ (2.14) $N = \max\left[n,\ 2\left(\frac{s^2h^2}{\delta^*}\right)\right]$

$$\therefore \quad N = \max\left[21,\ \frac{2(109.394)\ (2.19)^2}{(3.4)^2}\right]$$

$$N = \max[\,21,\ 91\,]$$

ดังนั้น ต้องเลือกตัวอย่างสุ่มทั้งหมดด้วยขนาด N=91 แต่เลือกตัวอย่างครั้งแรกไปแล้วด้วยขนาด N=21 ฉะนั้น จึงเลือกตัวอย่างครั้งที่สองเพิ่มอีก N-n = 73

4. คำนวณหาค่า $\overline{X}_i = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} X_{ij}$, $i = 1, 2, \ldots, 5$, $j = 1, 2, \ldots, N$ ด้วยค่าสังเกตของตัวอย่างที่เลือกมา จะได้

$\overline{X}_1 = 34.90$ $\quad\overline{X}_2 = 46.81$ $\quad\overline{X}_3 = 35.75$

$\overline{X}_4 = 38.73$ $\quad\overline{X}_5 = 41.38$

5. สรุปผลได้ว่า นักเรียนโรงเรียนสตรีวิทยา เป็นนักเรียนที่มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์สูงสุดในกลุ่มของโรงเรียนทั้ง 5 ที่พิจารณา

3.1.4 <u>กรณีที่วาเรียนซ์ของประชากรต่าง ๆ ไม่เท่ากัน และไม่ทราบค่าวาเรียนซ์</u>

<u>วิเคราะห์ข้อมูลชุดที่ 4</u>

จากคะแนนวิชาฟิสิกส์ของการสอบเข้ามหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2523 ของนักเรียนโรงเรียนสตรีมหาพฤฒาราม สตรีวิทยา สวนกุหลาบวิทยาลัย เทพศิรินทร์ วัดสุทธิวราราม ทวีธาภิเศก ซึ่งคะแนนของนักเรียนจากแต่ละโรงเรียน มีการกระจายแบบปกติ ไม่ทราบค่าเฉลี่ยและไม่ทราบค่าวาเรียนซ์

จุดประสงค์

ต้องการเลือกโรงเรียนที่นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยวิชาฟิสิกส์สูงสุดในกลุ่มของ 6 โรงเรียนดังกล่าว โดยใช้ข้อมูลจากตัวอย่างที่เลือกจากแต่ละประชากร

วิธีดำเนินงาน

1. ผู้วิเคราะห์ตัดสินใจเลือก $(P^*, S^*) = (0.75, 3)$ กล่าวคือ การวิเคราะห์ข้อมูลชุดนี้ต้องการความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้องเท่ากับ 0.75 เป็นอย่างน้อย และจากประสบการณ์ประกอบกับเหตุผลคาดว่า $\mu_{[6]} - \mu_{[5]} \leq 3$

2. คำนวณหาค่า S_i^2

กำหนดให้เลือกสุ่มตัวอย่างครั้งแรกด้วยขนาด $n=30$ และจากคะแนนของนักเรียนที่ถูกเลือกมาเป็นตัวอย่างทั้ง 6 โรงเรียน คำนวณหาค่า S_i^2 จาก

$$S_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \overline{X}_{in_i})^2 \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, k$$

$$\overline{X}_{in_i} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij} \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, k \quad , \quad j = 1, 2, \ldots, n_i$$

$S_1^2 = 113.21$ $\qquad S_2^2 = 117.14$ $\qquad S_3^2 = 219.70$

$S_4^2 = 281.20$ $\qquad S_5^2 = 200.79$ $\qquad S_6^2 = 108.18$

3. หาค่า N_i

จากตาราง A.4 ด้วยค่า $n=30, k=6, P^* = 0.75$ ได้ค่า $h = 2.03$

จากสมการ (2.17) $N_i = \max\, [n, \{S_i h/\delta^*\}^2]$

$$\therefore \quad N_1 = \max\left[30, \left\{\frac{(113.21)\ (2.03)^2}{(3)^2}\right\}\right]$$

$$= \max\ [30, 52] = 52$$

$$N_2 = \max\left[30, \left\{\frac{(117.14)\ (2.03)^2}{(3)^2}\right\}\right]$$

$$= \max\ [30, 54] = 54$$

$$N_3 = \max\left[30, \left\{\frac{(219.70)\ (2.03)^2}{(3)^2}\right\}\right]$$

$$= \max\ [30, 101] = 101$$

$$N_4 = \max\left[30, \left\{\frac{(281.20)\ (2.03)^2}{(3)^2}\right\}\right]$$

$$= \max\ [30, 129] = 129$$

$$N_5 = \max\left[30, \left\{\frac{(200.79)\ (2.03)^2}{(3)^2}\right\}\right]$$

$$= \max\ [30, 92] = 92$$

$$N_6 = \max\left[30, \left\{\frac{(108.18)\ (2.03)^2}{(3)^2}\right\}\right]$$

$$= \max\ [30, 50] = 50$$

ดังนั้น จะต้องเลือกตัวอย่างสุ่มในครั้งที่สอง เพิ่มอีกดังนี้

โรงเรียนสตรีมหาพฤฒาราม	เลือกตัวอย่างเพิ่มอีก	= 52-30 = 22
โรงเรียนสตรีวิทยา	เลือกตัวอย่างเพิ่มอีก	= 54-30 = 24
โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย	เลือกตัวอย่างเพิ่มอีก	= 101-30 = 71

โรงเรียนเทพศิรินทร์	เลือกตัวอย่างเพิ่มอีก	= 129-30 = 99
โรงเรียนวัดสุทธิวราราม	เลือกตัวอย่างเพิ่มอีก	= 92-30 = 62
โรงเรียนทวีธาภิเศก	เลือกตัวอย่างเพิ่มอีก	= 50-30 = 20

4. คำนวณหาค่า $\overline{X}_{i,N_i} = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} X_{ij}$, $i = 1, 2, \ldots, k$, $j = 1, 2, \ldots, N_i$ ด้วยค่าสังเกตของตัวอย่างที่เลือกมา

$$\overline{X}_1 = \frac{1}{52} \Sigma_{1j}^{52} X_{1j} = 28.46 \qquad \overline{X}_2 = \frac{1}{54} \Sigma_{2j}^{54} X_{2j} = 35.15$$

$$\overline{X}_3 = \frac{1}{101} \Sigma_{3j}^{101} X_{3j} = 42.93 \qquad \overline{X}_4 = \frac{1}{129} \Sigma_{4j}^{129} X_{4j} = 37.92$$

$$\overline{X}_5 = \frac{1}{92} \Sigma_{5j}^{92} X_{5j} = 38.52 \qquad \overline{X}_6 = \frac{1}{50} \Sigma_{6j}^{50} X_{6j} = 27.72$$

5. สรุปผลได้ว่า นักเรียนโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย เป็นนักเรียนที่มีคะแนนเฉลี่ยวิชาฟิสิกส์สูงสุดในกลุ่มของโรงเรียนทั้ง 6 ที่พิจารณา

<u>หมายเหตุ</u>

ข้อมูลที่ใช้วิเคราะห์อยู่ในภาคผนวก และค่าสังเกตของตัวอย่าง 30 ค่าแรก เป็นค่าที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างครั้งแรก ซึ่งใช้มาคำนวณค่า S_i^2 ส่วนค่าสังเกตที่เหลือเป็นค่าสังเกตที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างครั้งที่สอง

3.2 การประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้อง

ในหัวข้อนี้จะเป็นการประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้อง ของการเลือกประชากรแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยสูงสุด เมื่อกำหนดขนาดตัวอย่างที่จะใช้สำหรับหาค่าเฉลี่ยจากตัวอย่างไว้ล่วงหน้าแล้ว การประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้อง แบ่งออกเป็น 4 กรณี คือ

1. กรณีที่วาเรียนซ์ของประชากรเท่ากันทุกประชากรและทราบค่าวาเรียนซ์
2. กรณีที่วาเรียนซ์ของประชากรต่าง ๆ ไม่เท่ากัน แต่ทราบค่าวาเรียนซ์
3. กรณีที่วาเรียนซ์ของประชากรเท่ากันทุกประชากร แต่ไม่ทราบค่าวาเรียนซ์
4. กรณีที่วาเรียนซ์ของประชากรต่าง ๆ ไม่เท่ากัน และไม่ทราบค่าวาเรียนซ์

3.2.1 กรณีที่วาเรียนซ์ของประชากรเท่ากันทุกประชากรและทราบค่าวาเรียนซ์

วิเคราะห์ข้อมูลชุดที่ 5

จากคะแนนชีววิทยาของการสอบเข้ามหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2523 ของนักเรียนโรงเรียนครุณพิทยา สตรีมหาพฤฒาราม หาดใหญ่วิทยาลัย ซึ่งคะแนนของนักเรียนจากแต่ละโรงเรียน (ประชากร) มีการกระจายแบบปกติ ไม่ทราบค่าเฉลี่ย (μ) แต่ทราบค่าวาเรียนซ์ (σ^2) ของประชากรทุกประชากรเท่ากัน คือ $\sigma^2 = 85$

ผู้วิเคราะห์ข้อมูลต้องการเลือกโรงเรียนที่นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยวิชาชีววิทยาสูงสุดในโรงเรียนกลุ่มนี้ โดยกำหนดแบบแผนไว้ล่วงหน้าแล้วว่าจะใช้ขนาดตัวอย่างจากแต่ละประชากรเท่ากัน คือ 115 และจากตัวอย่างที่ถูกเลือกมาทั้งหมดนั้น นำมาหาค่าเฉลี่ยได้ตามลำดับดังนี้ 47.63 , 48.66 , 44.30 ซึ่งผลจากค่าเฉลี่ยที่หาได้นั้น ผู้วิเคราะห์ก็สรุปว่า นักเรียนโรงเรียนสตรีมหาพฤฒาราม มีคะแนนเฉลี่ยวิชาชีววิทยาสูงสุดในโรงเรียนกลุ่มนี้

เราจึงมาพิจารณาว่าการที่สรุปเช่นนั้นมีความถูกต้องมากน้อยเพียงไร โดยจะประมาณค่าความน่าจะเป็นของความถูกต้องในการเลือกโรงเรียนที่มีคะแนนเฉลี่ยสูงสุดของแบบแผนที่ใช้นั้น

<u>วิธีดำเนินการ</u>

1. จากข้อมูลข้างต้น จะได้

$\overline{X}_{[1]} = 44.30 \qquad \overline{X}_{[2]} = 47.63 \qquad \overline{X}_{[3]} = 48.66$

และ ขนาดตัวอย่างจากแต่ละประชากร $= n = 115$

วาเรียนซ์จากแต่ละประชากร $= \sigma_o^2 = 85$

จาก $\hat{\delta}_i = \overline{X}_{[k]} - \overline{X}_{[i]} \quad , i = 1, 2, \ldots, k-1$

เพราะฉะนั้น $\hat{\delta}_1 = 48.66 - 44.30 = 4.36$

$\hat{\delta}_2 = 48.66 - 47.63 = 1.03$

2. ประมาณค่าต่ำสุดของความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้อง

จากสมการ (2.22) $\hat{\tau}_i = \dfrac{\hat{\delta}_i \sqrt{n_o}}{\sigma_o} \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, k-1$

โดยที่ $n_o = \left(\dfrac{\sqrt{n_1} + \sqrt{n_2} + \cdots + \sqrt{n_k}}{k}\right)^2$

$\therefore \quad n_o = \left(\dfrac{\sqrt{115} + \sqrt{115} + \sqrt{115}}{3}\right)^2 = 115$

หาค่า $\hat{\tau}_i$; $\hat{\tau}_1 = \dfrac{4.36\sqrt{115}}{85} = 5.0714$

$\hat{\tau}_2 = \dfrac{1.03\sqrt{115}}{85} = 1.1981$

หาค่า P_i ; จาก $\hat{\mathcal{T}}_1$, $\hat{\mathcal{T}}_2$ และ k = 2 เมื่อเปิดตาราง A.2

จะได้ค่า $P_1 = .9999$ $P_2 = .802$

จากสมการ (2.24) $P_L = P_1 P_2 \cdots P_{k-1}$

เพราะฉะนั้น $P_L = (.9999)\ (.802) = 0.8019$

หรือเราอาจจะประมาณค่าต่ำสุดของความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้อง

จากสมการ (2.23) $P_i = \Phi\ (\hat{\mathcal{T}}_i\ /\sqrt{2})$ ซึ่ง Φ (X) เป็นฟังก์ชั่นความน่าจะเป็นสะสมของการกระจายแบบปกติมาตราฐาน และเมื่อได้ค่า P_i , $i = 1,2, \cdots, k-1$ แล้วก็ใช้สมการ (2.24) $P_L = P_1 P_2 \cdots P_{k-1}$ ดังจะแสดงวิธีหาดังต่อไปนี้

$$P_1 = \Phi\ (\hat{\mathcal{T}}_1\ /\ \sqrt{2}) = \Phi\ (5.0714) = \Phi\ (3.5) = .9999$$

$$P_2 = \Phi\ (\hat{\mathcal{T}}_2\ /\ \sqrt{2}) = \Phi\ (1.1981) = \Phi\ (0.847) = .8023$$

เพราะฉะนั้น $P_L = (.9999)\ (.8023) = 0.8022$

ดังนั้น ค่าต่ำสุดของความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้องจะเท่ากับ 0.8019 หรือ 0.8022 ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกัน

3. ประมาณค่าสูงสุดของความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้อง

จากสมการ (2.25) $\bar{\mathcal{T}} = \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\hat{\mathcal{T}}_i}{k-1}$, $i = 1, 2, \cdots, k-1$

จาก $\hat{\mathcal{T}}_1 = 5.0714$ $\hat{\mathcal{T}}_2 = 1.1981$

$$\therefore \quad \bar{\mathcal{T}} = \frac{5.0714 + 1.1981}{2} = 3.1347$$

จากค่า $\bar{\mathcal{T}}$ = 3.1347 และ k=3 นำไปเปิดตาราง A.2 จะได้ค่า P_U = 0.9754

ดังนั้น ประมาณค่าสูงสุดของความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้องได้เท่ากับ 0.9754

สรุปได้ว่าการที่เลือกได้นักเรียนโรงเรียนสตรีมหาพฤฒาราม มีคะแนนเฉลี่ยวิชาชีววิทยาสูงสุดในกลุ่มของนักเรียนโรงเรียนตรุณพิทยา สตรีมหาพฤฒาราม หาดใหญ่วิทยาลัย นั้น จะมีความน่าจะเป็นของความถูกต้องอยู่ระหว่าง 0.8022 กับ 0.9754

3.2.2 <u>กรณีที่วาเรียนซ์ของประชากรต่าง ๆ ไม่เท่ากัน และทราบค่าวาเรียนซ์</u>

<u>วิเคราะห์ข้อมูลชุดที่ 6</u>

จากคะแนนวิชาชีววิทยาของการสอบเข้ามหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2523 ของนักเรียนโรงเรียนสตรีวิทยา ทวีธาภิเศก บดินทรเดชา สวนกุหลาบวิทยาลัย อำนวยศิลป์ (พระนคร) ซึ่งคะแนนของนักเรียนจากแต่ละโรงเรียนมีการกระจายแบบปกติ ไม่ทราบค่าเฉลี่ย (μ) แต่ทราบค่าวาเรียนซ์จากแต่ละประชากรเรียงลำดับดังนี้ 70, 81, 108, 120 , 140

ผู้วิเคราะห์ข้อมูลต้องการเลือกโรงเรียนที่นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยวิชาชีววิทยาสูงสุดในโรงเรียนกลุ่มนี้ โดยกำหนดแบบแผนไว้ล่วงหน้าแล้วว่าจะใช้ขนาดตัวอย่างจากแต่ละประชากรเรียงลำดับดังนี้ 30, 34, 40, 36, 40 และจากตัวอย่างที่ถูกเลือกมาทั้งหมดนั้นหาค่าเฉลี่ยได้ตามลำดับดังนี้ 53.03 , 44.33 , 52.73 , 54.42 , 46.63 ซึ่งค่าเฉลี่ยที่หาได้นั้น ผู้วิเคราะห์สรุปว่า โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัยมีคะแนนเฉลี่ยวิชาชีววิทยาสูงสุดในโรงเรียนกลุ่มนี้

เราจึงมาพิจารณาว่าการที่สรุปเช่นนั้นมีความถูกต้องมากน้อยเพียงไร โดยจะประมาณค่าความน่าจะเป็นของความถูกต้องในการเลือกโรงเรียนที่มีคะแนนเฉลี่ยสูงสุดของแบบแผนที่ใช้นั้น

<u>วิธีดำเนินการ</u>

1. จากข้อมูลข้างต้น จะได้

$\overline{X}_{[1]}$ = 44.33 $n_1 = 34$ $\sigma_1^2 = 81$

$\overline{X}_{[2]}$ = 46.63 $n_2 = 40$ $\sigma_2^2 = 140$

$\overline{X}_{[3]}$ = 52.73 $n_3 = 40$ $\sigma_3^2 = 108$

$\overline{X}_{[4]}$ = 52.03 $n_4 = 30$ $\sigma_4^2 = 70$

$\overline{X}_{[5]}$ = 54.42 $n_5 = 36$ $\sigma_5^2 = 120$

และจาก $\hat{\delta}_i = \overline{X}_{[k]} - \overline{X}_{[i]}$, $i = 1, 2, \ldots, k-1$

ฉะนั้นจะได้ $\hat{\delta}_1 = 10.09$ $\hat{\delta}_2 = 7.79$ $\hat{\delta}_3 = 1.69$ $\hat{\delta}_4 = 1.39$

2. ประมาณค่าต่ำสุดของความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้อง

จากสมการ (2.26) $$Z_i = \frac{\hat{\delta}_i}{\sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n_i} + \frac{\sigma_k^2}{n_k}}} \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, k-1$$

หาค่า Z_i ; $$Z_1 = \frac{10.09}{\sqrt{\frac{81}{34} + \frac{120}{36}}} = 4.22$$

$$Z_2 = \frac{7.79}{\sqrt{\frac{140}{40} + \frac{120}{36}}} = 2.98$$

$$Z_3 = \frac{1.69}{\sqrt{\frac{108}{40} + \frac{120}{36}}} = 0.69$$

$$Z_4 = \frac{1.39}{\sqrt{\frac{70}{30} + \frac{120}{36}}} = 0.58$$

จากค่า Z_i , $i = 1, 2, 3, 4$ เปิดตารางความน่าจะเป็นสะสมของการกระจายแบบปกติมาตราฐาน จะได้ค่า P_i , $i = 1, 2, 3, 4$

หาค่า P_i ; $P_1 = .9999$ $P_2 = .9986$

$P_3 = .7549$ $P_4 = .7190$

จากสมการ (2.24) $P_L = P_1 \cdot P_2 \cdots P_{k-1}$

ฉะนั้น $P_L = (.9999)\ (.9986)\ (.7549)\ (.7190) = 0.542$

ดังนั้น ประมาณค่าต่ำสุดของความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้อง เท่ากับ 0.542

3. ประมาณค่าสูงสุดของความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้อง

จากสมการ (2.28) $\hat{\tau}_i = \dfrac{\hat{\delta}_i\sqrt{n_o}}{\sigma_{ik}}$, $i = 1, 2, \ldots, k-1$

โดยที่ $n_o = \left(\dfrac{\sqrt{n_1} + \sqrt{n_2} + \cdots + \sqrt{n_k}}{k}\right)^2$

$$\sigma_{ik}^2 = \frac{(n_i - 1)\,\sigma_i^2 + (n_k - 1)\,\sigma_k^2}{n_1 + n_k - 2}$$

หาค่า σ_{ik} ; $\sigma_{1k}^2 = \dfrac{33(81) + 35\ (120)}{34+36-2} = 101.074$

$\sigma_{1k} = 10.05$

$\sigma_{2k}^2 = \dfrac{39(140) + 35\ (120)}{40+36-2} = 130.54$

$\sigma_{2k} = 11.425$

สรุปได้ว่า การที่เลือกได้นักเรียนโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย มีคะแนนเฉลี่ยวิชาชีววิทยาสูงสุดในกลุ่มของนักเรียนโรงเรียนสตรีวิทยา ทวีธาภิเศก บดินทรเดชา สวนกุหลาบวิทยาลัย อำนวยศิลป์ (พระนคร) นั้น มีค่าความน่าจะเป็นของความถูกต้องอยู่ระหว่าง 0.542 กับ 0.945

3.2.3 <u>กรณีที่วาเรียนซ์ของประชากรเท่ากันทุกประชากรและไม่ทราบค่าวาเรียนซ์</u>

<u>วิเคราะห์ข้อมูลชุดที่ 7</u>

จากคะแนนวิชาเคมีของการสอบเข้ามหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2523 ของนักเรียนโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ สาธิตประสานมิตร เขมะสิริอนุสรณ์ วัดสุทธิวราราม ซึ่งคะแนนของนักเรียนจากแต่ละโรงเรียน (ประชากร) มีการกระจายแบบปกติ ไม่ทราบค่าเฉลี่ย (μ) ไม่ทราบค่าวาเรียนซ์ (σ^2) แต่ทราบว่าวาเรียนซ์ของแต่ละประชากรเท่ากัน

ผู้วิเคราะห์ข้อมูลต้องการเลือกโรงเรียนที่นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยวิชาเคมีสูงสุดในโรงเรียนกลุ่มนี้ โดยกำหนดแบบแผนไว้ล่วงหน้าแล้วว่าจะใช้ขนาดตัวอย่างจากแต่ละประชากรตามลำดับดังนี้ 41, 60, 56, 25 และจากตัวอย่างที่ถูกเลือกมาทั้งหมดนั้นนำมาหาค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตราฐานตามลำดับดังนี้ $\overline{X} = 53.58$ $S = 12.45$, $\overline{X} = 48.92$ $S = 12.22$, $\overline{X} = 46.60$ $S = 12.46$, $\overline{X} = 56.24$ $S = 13.90$

ซึ่งจากค่าเฉลี่ยที่หาได้นั้น ผู้วิเคราะห์สรุปว่าโรงเรียนวัดสุทธิวราราม มีคะแนนเฉลี่ยวิชาเคมีสูงสุดในโรงเรียนกลุ่มนี้

เราจึงมาพิจารณาว่า การที่สรุปเช่นนั้นมีความถูกต้องมากน้อยเพียงไร โดยจะประมาณค่าความน่าจะเป็นของความถูกต้องในการเลือกโรงเรียนที่มีคะแนนเฉลี่ยสูงสุดของแบบแผนที่ใช้

<u>วิธีดำเนินการ</u>

1. จากข้อมูลข้างต้น จะได้

$$\overline{X}_{[1]} = 46.60 \qquad S_1 = 12.46 \qquad n_1 = 56$$

$$\overline{X}_{[2]} = 48.92 \qquad S_2 = 12.22 \qquad n_2 = 60$$

$$\overline{X}_{[3]} = 53.58 \qquad S_3 = 12.45 \qquad n_3 = 41$$

$$\overline{X}_{[4]} = 56.24 \qquad S_4 = 13.90 \qquad n_4 = 25$$

และจาก $\hat{\delta}_i = \overline{X}_{[k]} - \overline{X}_{[i]} \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, k-1$

$$\therefore \quad \hat{\delta}_1 = 56.24 - 46.60 = 9.64$$

$$\hat{\delta}_2 = 56.24 - 48.92 = 7.32$$

$$\hat{\delta}_3 = 56.24 - 53.58 = 2.66$$

2. ประมาณค่าต่ำสุดของความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้อง

จากสมการ (2.30) $t_i = \dfrac{\hat{\delta}_i}{S_{ik}\sqrt{\dfrac{1}{n_i} + \dfrac{1}{n_k}}} \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, k-1$

โดยที่ $S_{ik}^2 = \dfrac{(n_i - 1)\, S_i^2 + (n_k - 1)\, S_k^2}{n_i + n_k - 2}$

$$S_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \overline{X}_i)^2 \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, k$$

$$j = 1, 2, \ldots, n_i$$

$$\overline{X}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}$$

หาค่า S_{ik} ; $S_{1k}^2 = \dfrac{55\,(12.46)^2 + 24(13.90)^2}{79} \doteq 166.78$

$$S_{1k} = 12.92$$

$$S_{2k}^2 = \frac{59\ (12.22)^2 + 24(13.90)^2}{83} = 162.017 \qquad S_{2k} = 12.73$$

$$S_{3k}^2 = \frac{40\ (12.45)^2 + 24(13.90)^2}{64} = 169.33 \qquad S_{3k} = 13.01$$

หาค่า t_i ; $$t_1 = \frac{9.64}{12.92\sqrt{\frac{1}{56} + \frac{1}{25}}} = 3.10$$

$$t_2 = \frac{7.32}{12.73\sqrt{\frac{1}{60} + \frac{1}{25}}} = 2.42$$

$$t_3 = \frac{2.66}{13.01\sqrt{\frac{1}{41} + \frac{1}{25}}} = 0.81$$

จากค่า t_1 , t_2 , t_3 ไปเปิดตารางความน่าจะเป็นสะสมของการกระจายแบบที แต่เนื่องจากชั้นแห่งความอิสระมีค่ามากกว่า 30 จึงสามารถใช้ตารางความน่าจะเป็นสะสมของการกระจายแบบปกติมาตราฐานได้

เพราะฉะนั้นจะได้ $P_1 = .9990 \qquad P_2 = .9922 \qquad P_3 = .7910$

จากสมการ (2.24) $P_L = P_1 \cdot P_2 \cdots P_{k-1}$

$$\therefore \quad P_L = (.9990)\ (.9922)\ (.7910) = 0.784$$

ดังนั้น ประมาณค่าต่ำสุดของความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้อง ได้เท่ากับ 0.784

3. ประมาณค่าสูงสุดของความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้อง

จากสมการ (2.33) $$\hat{\tau}_i = \frac{\hat{\delta}_i\sqrt{n_o}}{S_o} \quad , \quad i = 1, 2, \cdots , k-1$$

โดยที่ $$n_o = \left(\frac{\sqrt{n_1} + \sqrt{n_2} + \cdots + \sqrt{n_k}}{k}\right)^2$$

$$\sigma^2_{3k} = \frac{39(108) + 35\ (120)}{40+36-2} = 113.68$$

$$\sigma_{3k} = 10.66$$

$$\sigma^2_{4k} = \frac{29(70) + 35\ (120)}{30+36-2} = 93.34$$

$$\sigma_{4k} = 9.87$$

หาค่า n_o ; $$n_o = \left(\frac{\sqrt{34} + \sqrt{40} + \sqrt{40} + \sqrt{30} + \sqrt{36}}{5}\right)^2 = \left(\frac{29.957}{5}\right)^2 = 35.89$$

$$\therefore \quad n_o = 36$$

หาค่า $\hat{\mathcal{T}}_i$; $$\hat{\mathcal{T}}_1 = \frac{10.09\sqrt{36}}{10.05} = 6.023$$

$$\hat{\mathcal{T}}_2 = \frac{7.79\sqrt{36}}{11.425} = 4.091$$

$$\hat{\mathcal{T}}_3 = \frac{1.69\sqrt{36}}{10.66} = 0.9512$$

$$\hat{\mathcal{T}}_4 = \frac{1.39\sqrt{36}}{9.87} = 0.845$$

จากสมการ (2.25) $$\bar{\mathcal{T}} = \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\hat{\mathcal{T}}_i}{k-1} \quad , i = 1, 2, \ldots, k-1$$

$$\therefore \quad \bar{\mathcal{T}} = \frac{6.023+4.091+0.951+0.845}{4} = 2.978$$

จากค่า $\bar{\mathcal{T}}$ และ k=5 นำไปเปิดตาราง A.2 จะได้ค่า $P_U = 0.945$

ดังนั้น ประมาณค่าสูงสุดของความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้อง ได้เท่ากับ 0.945

$$S_o^2 = \frac{(n_1-1)\ S_1^2 + (n_2-1)\ S_2^2 + \ldots + (n_k-1)\ S_k^2}{n_1 + n_2 + \ldots + n_k - k}$$

$$S_i^2 = \frac{1}{n_i-1} \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i) \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, k$$

$$j = 1, 2, \ldots, n_i$$

หาค่า S_o ; $$S_o^2 = \frac{55(12.46)^2 + 59(12.22)^2 + 40(12.45)^2 + 24(13.90)^2}{56+60+41+25-4}$$

$$= 158.35$$

$$\therefore \quad S_o = 12.58$$

หาค่า n_o ; $$n_o = \left(\frac{\sqrt{56} + \sqrt{60} + \sqrt{41} + \sqrt{25}}{4}\right)^2 = 44.33$$

$$\therefore \quad n_o = 45$$

หาค่า $\hat{\tau}_i$; $$\hat{\tau}_1 = \frac{9.64\sqrt{45}}{12.58} = 5.141$$

$$\hat{\tau}_2 = \frac{7.32\sqrt{45}}{12.58} = 3.903$$

$$\hat{\tau}_3 = \frac{2.66\sqrt{45}}{12.58} = 1.418$$

จากสมการ(2.25) $$\bar{\tau} = \sum_{1=1}^{k-1} \frac{\hat{\tau}_i}{k-1} \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, k-1$$

$$\therefore \quad \bar{\tau} = \frac{5.141 + 3.903 + 1.418}{3} = 3.487$$

จากค่า $\overline{\mathcal{T}}$ = 3.487 และ k=4 ไปเปิดตาราง A.2 จะได้ค่า P_u = 0.985

ดังนั้น ประมาณค่าสูงสุดของความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้อง ได้เท่ากับ 0.985

สรุปได้ว่า การที่เลือกได้นักเรียนโรงเรียนวัดสุทธิวราราม มีคะแนนเฉลี่ยวิชาเคมีสูงสุดในกลุ่มของนักเรียนโรงเรียน สาธิตมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ สาธิตประสานมิตร เขมะสิริอนุสรณ์ วัดสุทธิวราราม นั้น มีค่าความน่าจะเป็นของความถูกต้องอยู่ระหว่าง 0.784 กับ 0.985

3.2.4 <u>กรณีที่วาเรียนซ์ของประชากรต่าง ๆ ไม่เท่ากัน และไม่ทราบค่าวาเรียนซ์</u>

<u>วิเคราะห์ข้อมูลชุดที่ 8</u>

จากคะแนนวิชาภาษาอังกฤษของการสอบเข้ามหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2523 ของนักเรียนโรงเรียน บดินทรเดชา วัดสุทธิวราราม เทพศิรินทร์ สวนกุหลาบวิทยาลัย ซึ่งคะแนนของนักเรียนจากแต่ละโรงเรียน (ประชากร) มีการกระจายแบบปกติ ไม่ทราบค่าเฉลี่ย (μ) และไม่ทราบค่าวาเรียนซ์ (σ^2) แต่ทราบว่าวาเรียนซ์ของแต่ละประชากรไม่เท่ากัน

ผู้วิเคราะห์ข้อมูลต้องการเลือกโรงเรียนที่นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยวิชาเคมีสูงสุดในโรงเรียนกลุ่มนี้ โดยกำหนดแผนไว้ล่วงหน้าแล้วว่าจะใช้ขนาดตัวอย่างจากแต่ละประชากร เรียงตามลำดับดังนี้ 20, 30, 40, 30 และจากตัวอย่างที่ถูกเลือกมาทั้งหมดนั้นนำมาหาค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ตามลำดับดังนี้ $\overline{X}$ = 50.20 S = 11.30 , $\overline{X}$ = 46.53 S = 14.88 , $\overline{X}$ = 50.37 S = 15.48 , $\overline{X}$ = 56.97 S = 16.78 ซึ่งจากค่าเฉลี่ยที่หาได้นั้น ผู้วิเคราะห์สรุปว่าโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย มีคะแนนเฉลี่ยวิชาภาษาอังกฤษสูงสุดในโรงเรียนกลุ่มนี้

เราจึงมาพิจารณาว่าการที่สรุปเช่นนั้นมีความถูกต้องมากน้อยเพียงไร โดยจะประมาณค่าของความน่าจะเป็นของความถูกต้องในการเลือกโรงเรียนที่มีคะแนนเฉลี่ยสูงสุดของแบบแผนที่ใช้

วิธีดำเนินการ

1. จากข้อมูลข้างต้น จะได้

$$\overline{X}_{[1]} = 46.53 \qquad S_1 = 14.88 \qquad n_1 = 30$$

$$\overline{X}_{[2]} = 50.20 \qquad S_2 = 11.30 \qquad n_2 = 20$$

$$\overline{X}_{[3]} = 50.37 \qquad S_3 = 11.48 \qquad n_3 = 40$$

$$\overline{X}_{[4]} = 56.97 \qquad S_4 = 16.77 \qquad n_4 = 30$$

และจาก $\hat{\delta}_i = \overline{X}_{[k]} - \overline{X}_{[i]}$, $i = 1, 2, \ldots, k-1$

$\therefore$ $\hat{\delta}_1 = 56.97 - 46.53 = 10.44$

$\hat{\delta}_2 = 56.97 - 50.20 = 6.77$

$\hat{\delta}_3 = 56.97 - 50.38 = 6.60$

2. ประมาณค่าต่ำสุดของความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้อง

จากสมการ (2.35) $t_i = \dfrac{\hat{\delta}_i}{\sqrt{\dfrac{S_i^2}{n_i} + \dfrac{S_k^2}{n_k}}}$, $i = 1, 2, \ldots, k-1$

$$S_i^2 = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} (\overline{X}_{ij} - \overline{X}_i) , \; i = 1,2, \ldots , k \; ; \; j = 1,2, \ldots , n_i$$

$$\overline{X}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}$$

หาค่า t_i ;

$$t_1 = \frac{10.44}{\sqrt{\frac{(14.88)^2}{30} + \frac{(16.77)^2}{30}}} = 2.55$$

$$t_2 = \frac{6.77}{\sqrt{\frac{(1.30)^2}{20} + \frac{(16.77)^2}{30}}} = 1.705$$

$$t_3 = \frac{6.60}{\sqrt{\frac{(15.48)^2}{40} + \frac{(16.77)^2}{30}}} = 1.684$$

จากค่า t_1 , t_2 , t_3 นำไปเปิดตารางความน่าจะเป็นสะสมของการกระจายแบบที แต่เนื่องจากขั้นแห่งความอิสระมีค่ามากกว่า 30 จึงสามารถใช้ตารางความน่าจะเป็นสะสมของการกระจายแบบปกติมาตรฐานได้

ซึ่งจะได้ค่า $P_1 = .9946$ $\quad P_2 = .9564$ $\quad P_3 = .9535$

จากสมการ (2.24) $\quad P_L = P_1 P_2 \ldots P_{k-1}$

$$\therefore \quad P_L = (.9946)\ (.9564)\ (.9535) = 0.9070$$

ดังนั้น ประมาณค่าต่ำสุดของความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้อง ได้เท่ากับ 0.9070

3. ประมาณค่าสูงสุดของความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้อง

จากสมการ (2.37) $\quad \hat{\tau}_i = \frac{\hat{\delta}_i \sqrt{n_o}}{S_{ik}}$, $i = 1, 2, \ldots, k-1$

โดย
$$n_o = \left(\frac{\sqrt{n_1} + \sqrt{n_2} + \ldots + \sqrt{n_k}}{k}\right)^2$$

$$S_{ik}^2 = \frac{(n_i-1)\ S_i^2 + (n_k-1)\ S_k^2}{n_1+n_k-2} , \quad i = 1, 2, \ldots, k-1$$

หาค่า n_o ; $n_o = \left(\frac{\sqrt{30} + \sqrt{20} + \sqrt{40} + \sqrt{30}}{4}\right)^2 = 29.56$

$\therefore \quad n_o = 50$

หาค่า S_{ik} ; $S_{1k}^2 = \frac{29(14.88)^2 + 29(16.77)^2}{58} = 251.32 \quad S_{1k} = 15.85$

$S_{2k}^2 = \frac{19(11.30)^2 + 29(16.77)^2}{48} = 220.46 \quad S_{2k} = 14.85$

$S_{3k}^2 = \frac{39(15.48)^2 + 29(16.77)^2}{68} = 257.37 \quad S_{3k} = 16.04$

หาค่า $\hat{\tau}_i$; $\hat{\tau}_1 = \frac{10.44\sqrt{30}}{15.85} = 3.607$

$\hat{\tau}_2 = \frac{6.77\sqrt{30}}{14.85} = 2.497$

$\hat{\tau}_3 = \frac{6.60\sqrt{30}}{16.04} = 2.254$

จากสมการ (2.25) $\overline{\tau} = \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\hat{\tau}_i}{k-1}$, $i = 1, 2, \ldots, k-1$

$\therefore \quad \overline{\tau} = \frac{3.607 + 2.497 + 2.254}{3} = 2.786$

จากค่า $\overline{\tau} = 2.786$ และ $k=4$ เมื่อเปิดตาราง A.2 จะได้ค่า $P_U = 0.936$

ดังนั้น ประมาณค่าสูงสุดของความน่าจะเป็นของการเลือกได้ถูกต้อง ได้เท่ากับ 0.936

สรุปได้ว่า การที่เลือกได้นักเรียนโรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย มีคะแนนเฉลี่ยวิชาภาษาอังกฤษสูงสุดในกลุ่มของนักเรียนโรงเรียน บดินทรเดชา วัดสุทธิวราราม เทพศิรินทร์ สวนกุหลาบวิทยาลัย นั้น มีความน่าจะเป็นของความถูกต้องอยู่ระหว่าง 0.907 กับ 0.936