บรรณานุกรม

ภาษาไทย

หนังสือ

กองจัดวางระบบงาน, สำนักนายกรัฐมนตรี. เอกสาร The Bureau of The Budget. 2514.

ก่อ สวัสดิพาณิชย์ และสแตนลี่ย์ รอนสกี้. การมัธยมศึกษาการวางแผนกำลังคนและการศึกษาในประเทศไทย. พระนคร : ไทยวัฒนาพานิช, 2509.

กิติมา ปรีดีดิลก. การเงินโรงเรียนหลักการและแนวปฏิบัติ. กรุงเทพมหานคร : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2523.

________. การบริหารการเงินโรงเรียน. กรุงเทพมหานคร : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2523.

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. การอบรมขั้นพื้นฐานในการวางแผน. 7 เล่ม. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร :

____. นโยบาย รูปแบบการบริหารและการงบประมาณโรงเรียนมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร : สำนักงานคณะกรรมการการศึกษา, 2525.

____. แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 5 พ.ศ. 2525–2529. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์พัฒนศึกษา, 2524.

คณะกรรมการการดำเนินงาน งานวิจัยและฝ่ายสถิติวิเคราะห์และวิจัย, กรมสามัญศึกษา. โครงการศึกษาค่าใช้จ่ายในการจัดมัธยมศึกษาของกรมสามัญศึกษา. กรุงเทพมหานคร : กรมสามัญศึกษา, 2524.

คณะพัฒนาการเศรษฐกิจ, สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์. วิเคราะห์ผลกระทบของงบประมาณแผ่นดิน 2527. กรุงเทพมหานคร : ชัชวาลการพิมพ์, 2526.

ไพศาล ชัยมงคล. <u>งบประมาณแผ่นดิน : ทฤษฎีและปฏิบัติ</u>. พระนคร : ไทยวัฒนาพานิช, 2517.

สำนักงานวางแผนการศึกษา. <u>รายงานการวิเคราะห์งบประมาณของกระทรวงศึกษาธิการ พ.ศ. 2503-2507</u>. กรุงเทพมหานคร : กระทรวงศึกษาธิการ, 2508.

<u>วารสารและเอกสารอื่น ๆ</u>

กิจธุดา บ่อหิรัญรัตน์. "การวิเคราะห์อัตราการตายของทารกในประเทศไทยด้วยสมการคณิตศาสตร์" วิทยานิพนธ์ ปริญญาพาณิชยศาสตรมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,2517.

ณัตินา วัฒนาชยากูร. "การคาดคะเนความต้องการครูระดับประถมศึกษาของประเทศไทย ปีการศึกษา 2515-2519." วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2514.

ธีราพร ชัยอรุณดีกุล. "การเปรียบเทียบจำนวนนักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษา ด้วยวิธีคาดคะเนที่ต่างกัน." วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2524.

ประพนธ์ เจียรกูล. "การวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายทางการศึกษา." กรุงเทพมหานคร : 2522 (อัดสำเนา)

ภิญโญ สาธร. "การลงทุนเพื่อการศึกษา." ในวารสารการวิจัยทางการศึกษา หน้า 11-22, กรุงเทพมหานคร : 2525.

ลักษณา พงษ์ศรีกูร. "การคาดคะเนความต้องการอาจารย์ของสถาบันอุดมศึกษาของรัฐระหว่าง ปีการศึกษา 2525 ถึง 2529." วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2524.

วินัย วิไลลักษณ์ และกิตติมา นพรัตน์วรากร. "วิเคราะห์ค่าใช้จ่ายรายหัวนักเรียนอาชีวศึกษา ในปีการศึกษา 2516-2522 ของกรมอาชีวศึกษาและการคาดคะเนค่าใช้จ่ายรายหัวในอนาคต." กรุงเทพมหานคร : กรมอาชีวศึกษา, 2522. (อัดสำเนา)

วิไลวรรณ พิริยานุวัฒน์ และคณะ. "การคาดคะเนงบประมาณแผ่นดินปี 2524-2529." กองแผนงาน งานวิเคราะห์และงบประมาณ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2523.

_______. "การวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายรายนิสิต ปีงบประมาณ 2522 และค่าใช้จ่ายรายนิสิตในแผนพัฒนา ระยะที่ 5 (พ.ศ. 2525-2529)." กรุงเทพมหานคร : กองแผนงาน

_______. "วิเคราะห์งบดำเนินการในแผนพัฒนา ระยะที่ 4 และที่ 5 ตามแผนพัฒนาที่ขอไปและได้รับ." กองแผนงาน งานวิเคราะห์และงบประมาณ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2523.

สามัญศึกษา, กรม. "คำชี้แจงเหตุผลเงินรายจ่ายสูงหรือต่ำกว่างบประมาณ ประจำปีงบประมาณ 2525." กรุงเทพมหานคร : กรมสามัญศึกษา, 2525. (อัดสำเนา)

____. "โครงการศึกษาค่าใช้จ่ายในการจัดมัธยมศึกษา ของกรมสามัญศึกษา." กรุงเทพมหานคร : กรมสามัญศึกษา, 2524. (อัดสำเนา)

อุบล ต่อพินิจ. "การพยากรณ์จำนวนนักท่องเที่ยวที่เข้ามาในประเทศไทยปี 2518-2522." วิทยานิพนธ์ปริญญาพาณิชยศาสตรมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2519.

ภาษาอังกฤษ

Books.

Anderson, T.W. The Statistical Analysis of Time Series. New York : John Willey and Sons, Inc., 1971.

Claude Tibi. Budget, Resource allocation and Education Policy. Unesco, 1982.

Cochran, William G. and Gertrude M. Cox. Experimental Designs. New York : John Wiley & Sons, Inc., 1957.

Croxton and Others. Applied General Statistics. New Delhi, 1969.

Edwards, Allen L. Experimental Design in Psychological Research. New York : Holt Rinehart and Winston, Inc., 1968.

Gerald, Curtis F. Applied Numerical Analysis. Massachusetts : Addison - Wesley Publishing Company, 1970.

Griffin, John I. Statistics, Methods and Applications. New York : Holt Rinehart and Winston, Inc., 1962.

Mendenhall William. Introduction to Linear Models and the Design and Analysis of Experiments. California : Wadsworth Publishing Company, Inc., 1968.

Spiegel, Murray R. Theory and Problems of Statistics. New York : Schaum Publishing Company, 1961.

Yamanc, Taro. Statistics : An Introductory Analysis. 3rd ed. Singapore, 1973.

Young, Pauline V. Scientific Social Surveys and Research. New Jersey : Prenvice - Hall, Inc., 1939.

ภาคผนวก ก.

ตารางที่ 11 จำนวนนักเรียนในระดับชั้นต่าง ๆ สังกัดกองการมัธยมศึกษา กรมสามัญศึกษา ในปีการศึกษา 2519–2528

ปี พ.ศ.	นักเรียนชั้น ป. 6	ม.ศ. 1 และ ม.1	ม.ศ.2 และ ม.2	ม.ศ. 3 และ ม.3	ม.ศ. 3และ ม.3 ทุกสังกัด	ม.ศ. 4 และม. 4	ม.ศ. 5 และ ม. 5
2519			215,936	171,856	261,821	68,937	54,941
2520	540,306		236,330	198,919	278,599	79,605	63,598
2521	585,770	258,676	242,772	220,635	291,575	91,725	74,138
2522	802,798	279,720	504,398	228,489	293,188	111,553	85,651
2523	901,003	315,459	269,913	489,852	632,269	121,157	103,145
2524	972,348	343,730	305,679	264,573	328,004	290,630	114,136
2525	*1,045,510				*355,910		
2526	*1,112,030				*384,740		
2527	*1,147,600				*432,180		
2528	*1,179,720				*476,960		

ที่มา : ฝ่ายสถิติ วิเคราะห์และวิจัย กองแผนงาน กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

* ผลการคาดคะเนจากโครงการวิจัยร่วมระหว่างกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ กับ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ สำนักนายกรัฐมนตรี

ตารางที่ 12 จำนวนเงินงบดำเนินการที่ใช้จ่ายจริงของกองการมัธยมศึกษา กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ ปีงบประมาณ 2517–2525

ปีงบประมาณ	งบดำเนินการ		รวม
	หมวดเงินเดือน	หมวดดำเนินการ	
2517	433,749,792	25,749,205	459,498,997
2518	598,806,988	33,113,694	631,920,682
2519	731,314,526	53,984,047	785,298,573
2520	905,590,281	57,882,202	963,472,483
2521	1,167,652,792	83,071,303	1,250,724,095
2522	1,736,888,694	126,079,091	1,862,967,785
2523	2,269,138,175	126,866,556	2,396,004,731
2524	2,697,473,219	125,910,797	2,823,384,010
2525	3,218,671,613	196,848,910	3,415,520,523

ที่มา : กองคลัง กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ และกรมบัญชีกลาง กระทรวงการคลัง

หมายเหตุ ข้อมูลที่ปรากฏนี้ได้มาจากการแยกของหน่วยงานใหญ่ และข้อมูลเหลื่อมปี หรือใช้ข้ามปีงบประมาณไม่มี

ตารางที่ 13 ค่าต่าง ๆ ที่ใช้ในสมการปกติ (Normal Equations) เพื่อคำนวณหาค่า a, b

ปี	จำนวนนักเรียน ป. 6	จำนวนนักเรียน ม. 1	Y*	X	X^2	XY
2520	540,306					
2521	585,770	258,676	47.88	-1	1	-47.88
2522	802,798	279,720	47.75	1	1	47.75
รวม			95.63	0	2	-0.13

$$Y^* = \frac{\text{จำนวนนักเรียน ม. 1 + ม.ศ. 1}}{\text{จำนวนนักเรียน ป. 6 + ป. 7ในปีก่อน}} \times 100$$

จากตารางที่ 13 ให้ x เป็นเวลาที่กำหนดขึ้นโดยให้ xของปี 2521 เท่ากับ -1 และปี 2522 เท่ากับ 1

Y เป็นค่าอัตราส่วนจำนวนนักเรียนชั้น ม. 1 – ม.ศ. 1 กับจำนวนนักเรียนชั้นป. 6-ในปีก่อน คูณด้วย 100 ในปี 2521-2522

Y_e เป็นค่าประมาณของอัตราส่วนจำนวนนักเรียนปี พ.ศ. 2521-2522 ซึ่งได้จากการประมาณจากสมการเส้นตรงที่มีรูปสมการเป็น $Y_e = a + bx$

จากสมการจะหาค่า a, b โดยวิธีของกำลังสองน้อยที่สุด (Least square - method) ดังนี้

สมการเส้นตรง $Y_e = a + bx$ มีสมการปกติ (Normal Equations) เป็น

$$\sum Y = Na + b\sum X$$

$$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2$$

แทนค่า $95.63 = 2a$

$-0.13 = 2b$

แก้สมการหาค่า a, b ได้ดังนี้

$a = 47.82$

$b = -0.065$

∴ ดังนั้นสมการเส้นตรงที่ใช้ในการประมาณ คือ

$$Y_e = 47.82 - 0.065X$$

(จุดตั้งต้น : ปี พ.ศ. 2522, $X = \frac{1}{2}$ ปี)

ตารางที่ 14 จำนวนนักเรียนที่คาดคะเนได้ในชั้นมัธยมต้น

ปี	ม. 1	ม. 2	ม. 3
2522	279,720	504,398*	
2523	382,333	274,125	494,310*
2524	427,931	374,686	268,642
2525	460,553	419,372	367,192

* หมายถึง จำนวนนักเรียนที่มีชั้นมัธยมศึกษา (ม.ศ.) รวมอยู่ด้วย

ตัวอย่างที่ 15 ค่าต่าง ๆ ที่ใช้ในสมการปกติ (Normal Equations) เพื่อคำนวณหาค่า a, b และค่าที่คาดคะเนได้ของนักเรียนชั้น ม. 4 – ม.ศ. 4

ปี พ.ศ.	นักเรียน ม. 3, ม.ศ. 3	ม. 4, ม.ศ. 4	Y	X	X^2	XY	Y_e
2519	261,821						
2520	278,599	79,605	30.40	–1	1	–30.40	
2521	291,575	91,725	32.92	0	0	0	
2522	293,188	111,553	38.26	1	1	38.26	
2523	*632,269	**122,318					41.72
2524	328,004	**286,631					45.65
2525	355,910	**162,624					49.58
รวม			101.58	0	2	7.86	

** จำนวนนักเรียนที่คาดคะเนได้

จากตารางที่ 15 ให้ x เป็นเวลาที่กำหนดขึ้นโดยให้ x ของปี พ.ศ. 2520 เท่ากับ –1 ปี พ.ศ. 2521 เท่ากับ 0 และปี พ.ศ. 2522 เท่ากับ 1

$$Y = \frac{\text{จำนวนนักเรียน ม. 4 – ม.ศ. 4} \times 100}{\text{จำนวนนักเรียน ม. 3 – ม.ศ. 3 ทุกสังกัดในปีก่อน}}$$

ในปี 2520 – 2522

Y_e เป็นค่าประมาณของอัตราส่วนจำนวนนักเรียนปี พ.ศ. 2520 – 2522 ซึ่งได้จากการประมาณจากสมการเส้นตรงที่มีรูปสมการเป็น

$Y_e = a + bx$ จากสมการจะหาค่า a, b ดังนี้

$$\sum Y = Na + b\sum X$$

$$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2$$

แทนค่า $101.58 = 3a$

$7.86 = 2b$

แก้สมการหาค่า a, b ได้ดังนี้

$$a = 33.86$$

$$b = 3.93$$

ดังนั้นสมการเส้นตรงที่ใช้ในการประมาณ คือ

$$Y_e = 33.86 + 3.93X$$

(จุดตั้งต้น : ปี พ.ศ. 2522, X = 1 ปี)

ตารางที่ 16 ค่าต่าง ๆ ที่ใช้ในสมการปกติ (Normal Equations) เพื่อคำนวณหาค่า a, b และค่าที่คาดคะเนได้ของนักเรียนชั้น ม. 5–ม.ศ. 5

ปี พ.ศ.	นักเรียน ม.4,ม.ศ.4	ม.5,ม.ศ.5	Y	X	X^2	XY	Y_e
2519	68,937						
2520	79,605	63,598	92.26	–1	1	–92.26	
2521	91,725	74,138	93.13	0	0	0	
2522	111,553	85,651	93.38	1	1	93.38	
2523	*122,318	**104,904					94.04
2524	*288,631	**115,713					94.60
2525	*162,624	**274,661					95.16
รวม			278.77	0	2	1.12	

*จำนวนนักเรียนที่คาดคะเน

**จำนวนนักเรียนชั้น ม. 5 – ม.ศ. 5 ที่คาดคะเนได้จากสมการ

จากตารางที่ 16 ให้ X เป็นเวลาที่กำหนดขึ้นโดยให้ X ของปี พ.ศ. 2520 เท่ากับ –1 ปี พ.ศ. 2521 เท่ากับ 0 และปี พ.ศ. 2522 เท่ากับ 1

$$Y = \frac{\text{จำนวนนักเรียน ม.5–ม.ศ. 5}}{\text{จำนวนนักเรียน ม.4–ม.ศ. 4 ในปีก่อน}} \times 100$$

Y_e เป็นค่าประมาณของอัตราส่วนจำนวนนักเรียนปี พ.ศ. 2520–2522 ซึ่งได้จากการประมาณจากสมการเส้นตรงที่มีรูปสมการเป็น $Y = a + bx$ จากสมการจะหาค่า a, b ดังนี้

$$\sum Y = Na + b\sum X$$

$$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2$$

แทนค่า 278.77 = 3a

1.12 = 2b

แก้สมการหาค่า a, b ได้ดังนี้

$$a = 92.92$$

$$b = 0.56$$

ดังนั้นสมการเส้นตรง ที่ใช้ในการประมาณ คือ

$$Y_e = 92.92 + 0.56X$$

(จุดตั้งต้น : ปี พ.ศ. 2522, X = 1 ปี)

ตารางที่ 17 จำนวนนักเรียนที่คาดคะเนได้ในปี พ.ศ. 2523 - 2525

ปี พ.ศ.	ม. 1	ม. 2	ม. 3	ม. 4	ม. 5	รวม
2523	382,333	274,125	494,310*	122,318	104,904	1,377,990
2524	427,931	374,686	268,642	288,63*	115,713	1,475,603
2525	460,553	419,372	367,192	162,624	274,661*	1,684,402

* หมายถึง จำนวนนักเรียนที่มีชั้นมัธยมศึกษา (ม.ศ.) รวมอยู่ด้วย

ตารางที่ 18 จำนวนเงินงบดำเนินการและค่าใช้จ่ายรายหัวในปีต่าง ๆ

ปี พ.ศ.	หมวดเงินเดือน	หมวดดำเนินการ	รวมงบดำเนินการ	รายหัวนักเรียน	รายหัวครู	รายหัวนักเรียนในหมวดดำเนินการ
2517	433,749,792	25,749,205	459,498,997	853.73	20,144.67	47.84
2518	598,806,988	33,113,694	631,920,6[illegible]2	968.06	21,551.81	50.73
2519	731,314,526	53,984,047	785,298,573	1,027.71	22,795.31	70.65
2520	905,590,281	57,882,202	963,472,483	1,144.10	22,214.15	68.73
2521	1,167,652,792	83,071,303	1,250,724,095	1,089.50	23,717.60	72.36
2522	1,736,888,694	126,079,091	1,862,967,785	1,539.87	28,954.14	104.21

ตารางที่ 19 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของค่าใช้จ่ายรายหัวนักเรียน

SV	df	SS	MS	F
Total	6	7,589,357.6		
Reduction for mean	1	7,310,621.9		
Remainder from mean	5	278,735.66		
Linear	1	218,558.97	218,558.97	** 14.527817
Error for Linear	4	60,176.69	15,044.17	
Quadratic	1	17,812.12	17,812.12	1.261345
Error for Quadratic	3	42,364.56	14,121.52	
Cubic	1	24,852.66	24,852.66	2.83837
Error for Cubic	2	17,511.90	8,755.95	
Quartic	1	11,382.34	11,382.34	1.85695
Error for quartic	1	6,129.57	6,129.57	

จากผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนในตารางที่ 19 ปรากฏว่าค่า F ของโพลิโนเมียลกำลังหนึ่งมีนัยสำคัญที่ระดับความมีนัยสำคัญ .05 แสดงว่า ฟังก์ชั่น โพลิโนเมียล–กำลังหนึ่งเหมาะสมกับข้อมูลมากที่สุด ดังนี้

$$Y = 1,103.828 + 55.87728X$$

นั่นคือ ค่าใช้จ่ายรายหัวนักเรียนในงบดำเนินการ ของปี พ.ศ. 2517 – 2522 มีลักษณะเปลี่ยนแปลงที่เพิ่มขึ้นในปริมาณที่คงที่เป็นเส้นตรงอย่างสม่ำเสมอโดยตลอด ซึ่งสามารถแทนได้ด้วยสมการกำลังหนึ่ง

ตารางที่ 20 ค่าต่าง ๆ ที่ใช้สมการปกติ (Normal Equations) เพื่อคำนวณหาค่า a, b

ปี	X	X^2	Y	XY
2517	−5	25	853.73	−4,268.65
2518	−3	9	968.06	−2,904.18
2519	−1	1	1,027.71	−1,027.71
2520	1	1	1,144.10	1,144.10
2521	3	9	1,089.50	3,268.50
2522	5	25	1,539.87	7,699.35
รวม	0	70	6622.97	3911.41

จากตารางที่ 20 ให้ X เป็นเวลาที่กำหนดขึ้นโดยให้ X ของปี พ.ศ. 2517 เท่ากับ −5 ปี พ.ศ. 2518 เท่ากับ −3 ปี พ.ศ. 2519 เท่ากับ −1 เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ ถึงปี พ.ศ. 2522 เท่ากับ 5

Y เป็นค่าใช้จ่ายรายหัวนักเรียน ปี 2517 – 2522

Y_e เป็นค่าประมาณของค่าใช้จ่ายรายหัวนักเรียน ซึ่งได้จากการประมาณจากสมการเส้นตรงที่มีรูปสมการเป็น $Y_e = a + bX$

จากสมการจะหาค่า a, b โดยวิธีของกำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Method) ดังนี้

สมการเส้นตรง $Y_e = a + bX$ มีสมการปกติ (Normal Equations) เป็น

$$\sum Y = Na + b\sum X$$

$$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2$$

แทนค่า

$$662297 = 6a$$

$$391141 = 70b$$

แก้สมการหาค่า a, b ได้ดังนี้

$$a = 1103.828$$

$$b = 55.87728$$

ดังนั้น สมการเส้นตรงที่ใช้ในการประมาณ คือ

$$Y_e = 1103.828 + 55.87728\ X$$

(จุดตั้งต้น : ปี 2520, $X = \frac{1}{2}$ ปี)

ตารางที่ 21 ค่าต่าง ๆ ที่ใช้สมการปกติ (Normal Equations) ในสมการเอคโพเนนเชียลเพื่อคำนวณหาค่า a, b

ปี	X	X^2	Y	Log Y	X Log Y
2517	−5	25	853.73	2.9313205	−14.656603
2518	−3	9	968.06	2.9859023	− 8.9577068
2519	−1	1	1,027.71	3.0118706	− 3.0118706
2520	1	1	1,144.10	3.058464	3.058464
2521	3	9	1,089.50	3.0372272	9.1116817
2522	5	25	1,539.87	3.1874841	15.93742
รวม	0	70	6,622.97	18.212269	1.4813856

จากตารางที่ 21 ให้ X เป็นเวลาที่กำหนดขึ้นโดยให้ X ของปี พ.ศ. 2517 เท่ากับ −5 ปี พ.ศ. 2518 เท่ากับ −3 ปี พ.ศ. 2519 เท่ากับ −1 เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนถึง พ.ศ. 2522 เท่ากับ 5

Y เป็นค่าใช้จ่ายรายหัวนักเรียน ปี 2517 − 2522

Y_e เป็นค่าประมาณของค่าใช้จ่ายรายหัวนักเรียน ซึ่งได้จากการประมาณจากสมการ

เอกโพแนนเชียล ที่มีรูปสมการเป็น $Y_e = a\,b^X$

จากสมการ จะหาค่า a, b โดยวิธีของกำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Method) ดังนี้

สมการ $Y_e = a\,b^X$ มีสมการปกติ (Normal Equations) เป็น

$$\sum \text{Log } Y = N \text{ Log } a + (\text{Log } b)\sum X$$

$$\sum X \text{ Log } Y = (\text{Log } a)\sum X + (\text{Log } b)\sum X^2$$

แทนค่า

$$18.212269 = 6 \text{ Log } a$$

$$1.4813856 = 70 \text{ Log } b$$

แก้สมการหาค่า a, b ได้

$$\text{Log } a = 3.0353782$$

$$a = 1084.8712$$

$$\text{Log } b = 0.0211626$$

$$b = 1.0499356$$

ดังนั้นสมการเอคโพเนเชียล ที่ใช้ในการประมาณ คือ

$$Y_e = (1084.8712)(1.0499356)^X$$

(จุดตั้งต้น : ปี 2520, X = ½ ปี)

ตารางที่ 22 การเปรียบเทียบค่าประมาณกับค่าจริงของจำนวนค่าใช้จ่ายรายหัวของนักเรียนจากสมการเอกโพเนนเชียล ปี พ.ศ. 2517 – 2522

ปี	ค่าจริง(Y)	ค่าประมาณ(Y_e)	$(Y-Y_e)^2$	$(Y_e-\bar{Y})^2$	$(Y-\bar{Y})^2$
2517	853.73	850.2856	11.8632	64283.8550	62,549.01
2518	968.06	937.3249	944.6408	27723.3520	18,433.95
2519	1027.71	1033.2740	30.9585	4977.9092	5,793.95
2520	1144.10	1139.0449	25.5540	1240.2089	1,621.83
2521	1089.50	1255.6430	27603.4820	23047.7030	205.290
2522	1539.87	1384.1766	24240.4500	78595.1690	190132.630
รวม	6622.97		52856.949	199,868.200	277864.580

ค่ามัชฌิมเลขคณิตของตัวแปรไม่อิสระ $\bar{Y}$ = 1103.8283

ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าประมาณ

$$S = \sqrt{\frac{\sum(Y-Y_e)^2}{N-K}}$$

$$= \sqrt{\frac{52856.949}{4}}$$

$$= 114.9532$$

ดัชนีกำหนด

$$r^2 = \frac{\sum(Y_e-\bar{Y})^2}{\sum(Y-\bar{Y})^2}$$

$$= \frac{199868.2}{278935.66}$$

$$= 0.7190$$

ตารางที่ 23 การเปรียบเทียบค่าประมาณกับค่าจริงของค่าใช้จ่ายรายหัวของนักเรียน จากสมการเส้นตรง ปี 2517 – 2522

ปี	ค่าจริง(Y)	ค่าประมาณ (Y_e)	$(Y - Y_e)^2$	$(Y_e - \bar{Y})^2$	$(Y - \bar{Y})^2$
2517	853.73	824.4416	857.81037	78056.928	62549.01
2518	968.06	936.19616	1015.3043	28100.534	18432.95
2519	1027.71	1047.9507	409.68675	3122.306	5793.95
2520	1144.10	1159.7053	243.52539	3122.306	1621.83
2521	1089.50	1271.4598	33109.383	28100.534	205.29
2522	1539.87	1393.2144	24540.977	78056.928	190132.63
รวม	6622.97		60176.687	218559.54	278735.66

ค่ามัชฌิมเลขคณิตของตัวแปรไม่อิสระ $\bar{Y} = 1103.8283$

ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าประมาณ $S = \sqrt{\dfrac{\sum(Y - Y_e)^2}{N - K}}$

$$= \sqrt{\frac{60176.687}{4}}$$

$$= 122.6546$$

ดัชนีกำหนด $r^2 = \dfrac{\sum(Y_e - \bar{Y})^2}{\sum(Y - \bar{Y})^2}$

$$= \frac{218,559.54}{278,735.66}$$

$$= 0.78411$$

ตารางที่ 24 การคาดคะเนงบดำเนินการในปี พ.ศ. 2523 – 2525 จากจำนวนนักเรียนและค่าใช้จ่ายรายหัวของนักเรียนที่คาดคะเนได้

ปี	จำนวนนักเรียนที่คาดคะเนได้	ค่าใช้จ่ายรายหัวนักเรียนที่คาดคะเนได้	งบดำเนินการที่คาดคะเน
2523	1,377,990	1494.969	2,369,060,167
2524	1,475,603	1606,72	2,726,512,980
2525	1,664,402	1718.48	3,328,802,848

ตารางที่ 25 ผลการคาดคะเนจำนวนครู ค่าใช้จ่ายรายหัวของครูและงบดำเนินการในปีต่าง ๆ

	ปี 2523	ปี 2524	ปี 2525
จำนวนนักเรียนที่คาดคะเนได้	1,377,990	1,475,603	1,684,402
จำนวนครูที่ได้จากอัตราส่วนครูต่อนักเรียน 1 : 20	68,900	73,780	84,220
จำนวนครูที่ได้จากแนวโน้ม	73,746	81,647	96,255
ค่าใช้จ่ายรายหัวของครู	28,225.96	29,653.49	31,081.02
งบดำเนินการที่คาดคะเนได้จากจำนวนครูตามอัตราส่วน 1 : 20	2,236,483,941	2,516,009,666	3,010,290,030
งบดำเนินการที่คาดคะเนได้จากจำนวนครูตามแนวโน้ม	2,393,784,448	2,784,286,284	3,440,459,094

ตารางที่ 26 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของค่าใช้จ่ายรายหัวของครู

SV	df	SS	MS	F
Total	6	3,284,249,646.78		
Reduction for mean	1	3,237,689,567.24		
Remainder from mean	5	46,560,079.54		
Linear	1	35,662,246.97	35,662,246.97	13.08960**
Error for Linear	4	10,897,832.57	2,724,458.14	
Quadratic	1	4,851,272.50	4,851,272.50	2.406958
Error for quadratic	3	6,046,560.07	2,015,520.02	
Cubic	1	5,411,973.50	5,411,973.50	17.056691
Error for cubic	2	634,586.57	317,293.28	

จากผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนในตารางที่ 26 ปรากฏว่าค่า F ของโพลิโนเมียลกำลังหนึ่งมีนัยสำคัญที่ระดับความมีนัยสำคัญ .05 แสดงว่า ฟังก์ชั่นโพลิโนเมียลกำลังหนึ่งเหมาะสมกับข้อมูลมากที่สุด ดังนี้

$$Y_e = 23229.61 + 713.765\,X$$

นั่นคือ ค่าใช้จ่ายรายหัวของครูในงบดำเนินการของปี พ.ศ. 2517 – 2522 มีลักษณะเปลี่ยนแปลงที่เพิ่มขึ้นในปริมาณที่คงที่เป็นเส้นตรงอย่างสม่ำเสมอโดยตลอด ซึ่งสามารถแทนได้ด้วยสมการกำลังหนึ่ง

ตารางที่ 27 ค่าต่าง ๆ ที่ใช้สมการปกติ (Normal Equations) เพื่อคำนวณหาค่า a, b ของสมการเส้นตรง

ปี	X	X^2	Y	XY
2517	−5	25	20,144.67	−100,723.35
2518	−3	9	21,551.81	− 64,655.43
2519	−1	1	22,795.31	− 22,795.31
2520	1	1	22,214.15	22,214.15
2521	3	9	23,717.60	71,152.80
2522	5	25	28,954.14	144,770.70
รวม	0	70	139,377.68	49,963.56

จากตารางที่ 27 ให้ X เป็นเวลาที่กำหนดขึ้นโดยให้ X ของปี 2517 เป็น −5 ปี 2518 เท่ากับ −3 ปี 2519 เท่ากับ −1 เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ ถึงปี 2522 เท่ากับ 5

Y เป็นค่าใช้จ่ายรายหัวของครู ปี 2517−2522

Y_e เป็นค่าประมาณของค่าใช้จ่ายรายหัวของครู ซึ่งได้จากการประมาณจากสมการเส้นตรงที่มีรูปสมการเป็น $Y_e = a + bX$ จากสมการจะหาค่า a, b โดยวิธีของกำลังสองน้อยที่สุด (Least squares Method) ดังนี้

สมการเส้นตรง $Y_e = a + bX$ มีสมการปกติ (Normal Equations) เป็น

$\sum Y = Na + b\sum X$

$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2$

แทนค่า 139,377.68 = 6a

49,963.56 = 70b

แก้สมการหาค่า a, b ได้ดังนี้

$$a = 23,229.61$$

$$b = 713.765$$

ดังนั้น สมการเส้นตรงที่ใช้ในการประมาณ คือ

$$Y_e = 23,229.61 + 713.765X$$

(จุดตั้งต้น : ปี 2520, $X = \frac{1}{2}$ ปี)

ตารางที่ 28 ค่าต่าง ๆ ที่ใช้สมการปกติ (Normal Equations) ในสมการเอคโพเนนเชียล เพื่อคำนวณหาค่า a, b

ปี พ.ศ.	X	X^2	Y	Log Y	X Log Y
2517	−5	25	20,144.67	4.3041602	−21.520801
2518	−3	9	21,551.81	4.3334837	−13.000451
2519	−1	1	22,795.31	4.3578455	− 4.3578455
2520	1	1	22,214.15	4.3466297	4.3466297
2521	3	9	23,717.60	4.3750707	13.125212
2522	5	25	28,954.14	4.4617107	22.308553
รวม	0	70	139,377.68	26.178901	0.9012975

จากตารางที่ 28 ให้ X เป็นเวลาที่กำหนดขึ้นโดยให้ X ของปี พ.ศ. 2517 เท่ากับ −5 ปี พ.ศ. 2518 เท่ากับ −3 ปี พ.ศ. 2519 เท่ากับ −1 เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนถึงปี พ.ศ. 2522 เท่ากับ 5

Y เป็นค่าใช้จ่ายรายหัวของครู ปี พ.ศ. 2517 − 2522

Y_e เป็นค่าประมาณของค่าใช้จ่ายรายหัวของครู ซึ่งได้จากการประมาณจากสมการเอคโพเนนเชียลที่มีรูปสมการเป็น $Y_e = ab^X$ จากสมการจะหาค่า a, b โดยวิธีของ

กำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Method) ดังนี้

สมการ $Y_e = ab^X$ มีสมการปกติ (Normal Equations) เป็น

$$\sum \text{Log } Y = N \text{ Log } a + (\text{Log } b)\sum X$$

$$\sum X \text{ Log } Y = (\text{Log } a)\sum X + (\text{Log } b)\sum X^2$$

แทนค่า $26.178901 = 6 \text{ Log } a$

$0.9012975 = 70 \text{ Lob } b$

แก้สมการหาค่า a, b ได้ $\text{Log } a = 4.3631502$

$a = 23,075.449$

$b = 1.0300912$

ดังนั้นสมการเอคโพเนนเชียล ที่ใช้ในการประมาณ คือ

$$Y_e = (23,075.449)\ (1.0300912)^X$$

(จุดตั้งต้น : ปี 2520, $X = \frac{1}{2}$ ปี)

ตารางที่ 29 การเปรียบเทียบค่าประมาณกับค่าจริงของจำนวนค่าใช้จ่ายรายหัวของครูจากสมการเอคโพเนนเชียล ปี พ.ศ. 2517 – 2522

ปี พ.ศ.	ค่าจริง(Y)	ค่าประมาณ(Y_e)	$(Y - Y_e)^2$	$(Y_e - \bar{Y})^2$	$(Y - \bar{Y})^2$
2517	20144.67	19,896.275	51700.076	1111142.0	9516854.8
2518	21551.81	21,111.696	193700.100	4485572.4	2815012.8
2519	22795.31	22,401.365	155192.630	685994.7	188616.49
2520	22214.15	23,769.817	2420099.700	291820.3	1031159.1
2521	23717.60	25,221.865	2262812.200	3969068.0	238134.24
2522	28954.14	26,762.615	4802782.100	12482103.0	32770244.0
รวม			9,896,286.800	33,025,701	46,560,021

ค่ามัชฌิมเลขคณิตของตัวแปรไม่อิสระ $\bar{Y}$ = 23229.611

ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าประมาณ $S = \sqrt{\frac{\sum(Y - Y_e)^2}{N - K}}$

$= \sqrt{\frac{9,896,286.8}{4}}$

$= 1572.9182$

ดัชนีกำลัง $r^2 = \frac{\sum(Y_e - \bar{Y})^2}{\sum(Y - \bar{Y})^2}$

แทนค่า $r^2 = \frac{33025701.}{46560021}$

$= 0.7093145$

ตารางที่ 30 การเปรียบเทียบค่าประมาณกับค่าจริงของค่าใช้จ่ายรายหัวของครู จากสมการเส้นตรง ปี พ.ศ. 2517 – 2522

ปี พ.ศ.	ค่าจริง(Y)	ค่าประมาณ(Y_e)	$(Y - Y_e)^2$	$(Y_e - \bar{Y})^2$	$(Y - \bar{Y})^2$
2517	20,144.67	19,660.78	234149.53	12,736,548	9516854.8
2518	21.551.81	21,188.31	214827.62	4,585,166	2815012.8
2519	22,795.31	22,515.84	78100.69	509,468	188616.49
2520	22,214.15	23,943.37	2990219.10	509,468	1031159.00
2521	23,717.60	25,370.90	2733417.40	4,585,166	238134.24
2522	28,954.14	26,798.43	4647064.00	12,736,548	52770244.00
รวม			10,497,778	35,662,362	46,560,021

ค่ามัชฌิมเลขคณิตของตัวแปรไม่อิสระ $\bar{Y}$ = 23329.61

ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าประมาณ $s = \sqrt{\frac{\sum(Y - Y_e)^2}{N - K}}$

$= \sqrt{\frac{10,897,778}{4}}$

$= 1650.58$

คัชนีกำหนด $r^2 = \frac{\sum(Y_e - \bar{Y})^2}{\sum(Y - \bar{Y})^2}$

$= \frac{35,662,362}{46,560,021}$

$= 0.7659$

ตารางที่ 31 จำนวนครู จำนวนนักเรียนและอัตราส่วนครูต่อนักเรียน สังกัดกองการมัธยมศึกษา กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการในปีต่าง ๆ

ปี พ.ศ.	จำนวนครู	จำนวนนักเรียน	อัตราส่วนครู ต่อนักเรียน X1000
2517	22,810	538,221	42.38
2518	29,321	652,765	44.92
2519	34,450	764,125	45.08
2520	43,372	842,146	51.51
2521	52,734	1,147,977	45.94
2522	64,342	1,209,866	53.18

ที่มา : ฝ่ายสถิติวิเคราะห์และวิจัย กองแผนงาน กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ

ตารางที่ 32 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของอัตราส่วนครูต่อนักเรียน

SV	df	SS	MS	
Total	6	13451.541		
Reduction for mean	1	13364.208		
Remainder from mean	5	87.332		
Linear	1	56.143	56.143	7.200 *
Error for Linear	4	31.189	7.797	
Quadratic	1	0.022	0.022	0.002
Error for quadratic	3	31.166	10.388	
Cubic	1	2.298	2.298	0.159
Error for Cubic	2	28.868	14.434	

จากผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนในตารางที่ 32 ปรากฏว่าค่า F ของโพลิโนเมียลกำลังหนึ่งมีนัยสำคัญที่ระดับความมีนัยสำคัญ .10 แสดงว่าฟังก์ชั่นโพลิโนเมียลกำลังหนึ่งเหมาะสมกับข้อมูลมากที่สุด ดังนี้

$$Y_e = 47.168 + 0.907 X$$

นั่นคือ อัตราส่วนครูต่อนักเรียนของปี 2517 – 2522 มีลักษณะเปลี่ยนแปลงที่เพิ่มขึ้นในปริมาณที่คงที่ เป็นเส้นตรงอย่างสม่ำเสมอโดยตลอด ซึ่งสามารถแทนได้ด้วยสมการกำลังหนึ่ง

ตารางที่ 33 ค่าต่าง ๆ ที่ใช้ในสมการปกติ (Normal Equations) เพื่อคำนวณหาค่า a, b ของสมการเส้นตรง

ปี พ.ศ.	X	X^2	Y	XY
2517	−5	25	42.38	−211.9
2518	−3	9	44.92	−134.76
2519	−1	1	45.08	−45.08
2520	1	1	51.51	51.51
2521	3	9	45.94	137.82
2522	5	25	53.18	265.90
รวม	0	70	283.01	63.49

จากตารางที่ 33 ให้ X เป็นเวลาที่กำหนดขึ้นโดยให้ X ของปี 2517 เท่ากับ −5 ปี 2518 เท่ากับ −3 ปี 2519 เท่ากับ −1 เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนถึงปี 2522 เท่ากับ 5

Y เป็นอัตราส่วนครูต่อนักเรียน ปี 2517 − 2522

Y_e เป็นค่าประมาณของอัตราส่วนครูต่อนักเรียน ซึ่งได้จากการประมาณจากสมการเส้นตรงที่มีรูปสมการเป็น $Y_e = a+bx$ จากสมการจะหาค่า a, b โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Method) ดังนี้

สมการเส้นตรง $Y_e = a + bX$ มีสมการปกติ (Normal Equations) เป็น

$$\sum Y = Na + b\sum X$$

$$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2$$

แทนค่า $283.01 = 6a$

$$63.49 = 70b$$

แก้สมการหาค่า a, b ได้ดังนี้

$$a = 47.168$$

$$b = 0.907$$

ดังนั้น สมการเส้นตรงที่ใช้ในการประมาณ คือ

$$Y_e = 47.168 + 0.907X$$

(จุดตั้งต้น : ปี 2520, $X = \frac{1}{2}$ ปี)

ตารางที่ 34 ค่าต่าง ๆ ที่ใช้สมการปกติ (Normal Equations) ในสมการเอคโพเนนเชียล เพื่อคำนวณหาค่า a, b

ปี พ.ศ.	X	X^2	Y	Log Y	X Log Y
2517	−5	25	42.38	1.627161	8.1358048
2518	−3	9	44.92	1.6524397	4.9573192
2519	−1	1	45.08	1.6539839	1.6539839
2520	1	1	51.51	1.7118915	1.7118915
2521	3	9	45.94	1.662191	4.986573
2522	5	25	53.18	1.7257483	8.6287417
รวม	0	70	283.17	10.033416	0.5800983

จากตารางที่ 34 ให้ X เป็นเวลาที่กำหนดขึ้นโดยให้ X ของปี 2517 เท่ากับ −5 ปี 2518 เท่ากับ −3 ปี 2519 เท่ากับ −1 เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนถึงปี 2522 เท่ากับ 5

Y เป็นค่าอัตราส่วนครูต่อนักเรียน ปี 2517 − 2522

Y_e เป็นค่าประมาณของค่าอัตราส่วนครูต่อนักเรียน ซึ่งได้จากการประมาณจากสมการเอคโพเนนเชียลที่มีรูปสมการเป็น $Y_e = ab^X$ จากสมการ จะหาค่า a, b โดยวิธี

ของกำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Method) ดังนี้

สมการ $Y_e = ab^X$ มีสมการปกติ (Normal Equations) เป็น

$$\sum \text{Log } Y = N \text{ Log } a + (\text{Log } b)\sum X$$

$$\sum X\text{Log } Y = (\text{Log } a)\sum X + (\text{Log } b)\sum X^2$$

แทนค่า

$$10.033416 = 6a$$

$$0.5800983 = 70b$$

แก้สมการหาค่า a, b ได้

$$a = 47.014952$$

$$b = 1.019265$$

ดังนั้น สมการเอคโพเนนเชียล ที่ใช้ในการประมาณ คือ

$$Y_e = (47.014952)(1.019265)^X$$

(จุดตั้งต้น : ปี 2520, $X = \frac{1}{2}$ ปี)

ตารางที่ 35 การเปรียบเทียบค่าประมาณกับค่าจริงของอัตราส่วนครูต่อนักเรียนจากสมการเอคโพเนนเชียล ปี 2517 – 2522

ปี	ค่าจริง(Y)	ค่าประมาณ(Y_e)	$(Y - Y_e)^2$	$(Y_e - \bar{Y})^2$	$(Y - \bar{Y})^2$
2517	42.38	42.736646	0.1271963	19.636898	22.924944
2518	44.92	44.399151	1.271836	7.6665248	5.053504
2519	45.08	46.126328	1.0948023	1.0850806	4.359744
2520	51.51	47.920695	12.88311	0.5665497	18.852964
2521	45.94	49.784865	14.782987	6.8479824	1.507984
2522	53.18	51.721553	2.1270677	20.734845	36.144144
รวม			31.286447	56,537881	88.843284

ค่ามัชฌิมเลขคณิตของตัวแปรไม่อิสระ $\bar{Y} = 47.168$

ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าประมาณ $S = \sqrt{\frac{\sum(Y - Y_e)^2}{N - K}}$

$$= \sqrt{\frac{31.286447}{4}}$$

$$= 2.7967145$$

ดัชนีกำหนด $r^2 = \frac{\sum(Y_e - \bar{Y})^2}{\sum(Y - \bar{Y})^2}$

$$= \frac{56.537881}{88.843284}$$

$$= 0.6363776$$

ตารางที่ 36 การเปรียบเทียบค่าประมาณกับค่าจริงของอัตราส่วนครูต่อนักเรียน จากสมการเส้นตรง ปี 2517 - 2522

ปี พ.ศ.	ค่าจริง(Y)	ค่าประมาณ(Y_e)	$(Y - Y_e)^2$	$(Y_e - \bar{Y})^2$	$(Y - \bar{Y})^2$
2517	42.38	42.633	0.164009	20.566225	22.924944
2518	44.92	44.447	0.223729	7.403841	5.053504
2519	45.08	46.261	1.394761	0.822649	4.359744
2520	51.51	48.075	11.806096	0.820649	18.852964
2521	45.94	49.889	15.594601	7.403841	1.507984
2522	53.18	51.703	0.273529	20.566225	36.144144
รวม			29.356725	57.585430	88.843284

ค่ามัชฌิมเลขคณิตของตัวแปรไม่อิสระ $\bar{Y} = 47.168$

ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าประมาณ $S = \sqrt{\frac{\sum(Y - Y_e)^2}{N - K}}$

$$= \sqrt{\frac{29.356725}{4}}$$

$$= 2.7090923$$

ดัชนีกำหนด $r^2 = \frac{\sum(Y_e - \bar{Y})^2}{\sum(Y - \bar{Y})^2}$

$$= \frac{57.583617}{88.843284}$$

$$= 0.6481686$$

ตารางที่ 37 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของค่าใช้จ่ายรายหัวของครูในหมวดเงินเดือน

SV	df	SS	MS	F
Total	6	2884,266,731.8		
Reduction for mean	1	2846,344,214		
Remainder from mean	5	37,922,517.8		
Linear	1	20,550,746.36	28,550,746.36	12.1858**
Error for Linear	4	9,371,771.44	2,342,942.90	
Quadratic	1	4,322,821.85	4,322,821.85	2.5685
Error for Quadratic	3	5,048,949.59	1,682,983.20	
Cubic	1	4,353,147.75	4,353,147.75	12.5126
Error for Cubic	2	695,801.84	347,900.92	

จากผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนในตารางที่ 37 ปรากฏว่าค่า F ของโพลิโนเมียลกำลังหนึ่งมีนัยสำคัญที่ระดับความมีนัยสำคัญ .05 แสดงว่าฟังก์ชั่นโพลิโนเมียลกำลังหนึ่ง เหมาะสมกับข้อมูลมากที่สุด ดังนี้

$$Y_e = 21780.512 + 638.64529X$$

นั่นคือ ค่าใช้จ่ายรายหัวของครูในหมวดเงินเดือนของปี พ.ศ. 2517 – 2522 มีลักษณะเปลี่ยนแปลงที่เพิ่มขึ้นในปริมาณที่คงที่ เป็นเส้นตรงอย่างสม่ำเสมอโดยตลอด ซึ่งสามารถแทนได้ด้วยสมการกำลังหนึ่ง

ตารางที่ 38 ค่าต่าง ๆ ที่ใช้ในสมการปกติ (Normal Equations) เพื่อคำนวณหาค่า a, b ของสมการเส้นตรง

ปี พ.ศ.	X	X^2	Y	XY
2517	−5	25	19015.77	−95078.85
2518	−3	9	20422.46	−61267.38
2519	−1	1	21228.29	−21228.29
2520	1	1	20879.61	20879.61
2521	2	9	22142.31	66426.93
2522	3	25	26994.63	134973.15
รวม	0	70	130,683.07	44705.17

จากตารางที่ 38 ให้ x เป็นเวลาที่กำหนดขึ้น โดยให้ x ของปี พ.ศ. 2517 เท่ากับ 25 ปี พ.ศ. 2518 เท่ากับ −3 ปี พ.ศ. 2519 เท่ากับ −1 เช่นนี้เรื่อย ๆ ไปจนถึงปี พ.ศ. 2522 เท่ากับ 5

Y เป็นค่าใช้จ่ายรายหัวของครูในหมวดเงินเดือน

Y_e เป็นค่าประมาณของค่าใช้จ่ายรายหัวของครูในหมวดเงินเดือน ซึ่งได้จากการประมาณจากสมการเส้นตรงที่มีรูปสมการเป็น $Y_e = a + bX$ จากสมการจะหาค่า a, b โดย**วิธีกำลังสองน้อยที่สุด** (Least Squares Method) ดังนี้

สมการเส้นตรง $Y_e = a + bX$ มีสมการปกติ (Normal **Equations**) เป็น

$$\sum Y = Na + b\sum X$$

$$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2$$

แทนค่า $130{,}683.07 = 6a$

$44{,}705.17 = 70b$

แก้สมการหาค่า a, b ได้ $\quad a = 21780.512$

$b = 638.64529$

ดังนั้น สมการเส้นตรงที่ใช้ในการประมาณ คือ

$$Y_e = 21780.512 + 638.64529\,X$$

(จุดตั้งต้น : ปี พ.ศ. 2520, $X = \frac{1}{2}$ ปี)

ตารางที่ 39 การเปรียบเทียบค่าประมาณกับค่าจริงของค่าใช้จ่ายรายหัวของครูในหมวดเงินเดือนจากสมการเส้นตรง ปี พ.ศ. 2517 – 2522

ปี พ.ศ.	ค่าจริง(Y)	ค่าประมาณ(Y_e)	$(Y - Y_e)^2$	$(Y_e - \bar{Y})^2$	$(Y - \bar{Y})^2$
2517	19015.77	18587.286	183598.54	10196692.0	7643798.3
2518	20422.46	19864.576	311234.41	3670810.80	1844305.2
2519	21228.29	21141.867	7468.98	407867.44	304949.14
2520	20879.61	22419.157	2370205.90	407867.44	811624.41
2521	22142.31	23696.448	2415344.50	3670810.80	130897.79
2522	26994.63	24973.738	4084002.70	10196692.00	2718702.0
รวม			9371855.03	28,550,741	37,922,601

ค่ามัชฌิมเลขคณิตของตัวแปรไม่อิสระ $\bar{Y}_e = 21780.512$

ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าประมาณ $\quad S = \sqrt{\frac{\sum(Y - Y_e)^2}{N - K}}$

$$= \sqrt{\frac{9,371,855.03}{4}}$$

$$= 1530.6743$$

ดัชนีกำหนด $r^2 = \frac{\sum(Y_e - \bar{Y})^2}{\sum(Y - \bar{Y})^2}$

$= \frac{28,550,741}{37,922,601}$

$= 0.7528687$

ตารางที่ 40 ค่าต่าง ๆ ที่ใช้สมการปกติ (Normal Equations) ในสมการเอคโพเนเชี่ยล เพื่อคำนวณหาค่า a, b

ปี พ.ศ.	X	X^2	Y	Log Y	X Log Y
2517	–5	25	19015.77	4.2791139	21.39557
2518	–3	9	20422.46	4.3101081	12.930324
2519	–1	1	21228.29	4.326915	4.326915
2520	1	1	20879.61	4.3197224	4.3197224
2521	3	9	22142.31	4.3452229	13.035669
2522	5	25	26994.63	4.4312774	22.156387
รวม	0	70	130,683.07	26.01236	0.8589694

จากตารางที่ 40 ให้ X เป็นเวลาที่กำหนดขึ้นโดยให้ X ของปี พ.ศ. 2517 เท่ากับ –5 ปี พ.ศ. 2518 เท่ากับ –3 ปี พ.ศ. 2519 เท่ากับ –1 เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนถึงปี พ.ศ. 2522 เท่ากับ 5

Y เป็นค่าใช้จ่ายรายหัวของครูในหมวดเงินเดือน

Y_e เป็นค่าประมาณของค่าใช้จ่ายรายหัวของครูในหมวดเงินเดือน ซึ่งได้จากการประมาณจากสมการเอคโพเนนเชี่ยลที่มีรูปสมการเป็น $Y_e = ab^X$ จากสมการจะหาค่า a, b โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Method)

สมการ $Y_e = ab^X$ มีสมการปกติ (Normal Equations) เป็น

$$\sum \text{Log } Y = N \text{ Log } a + (\text{Log } b)\sum X$$

$$\sum X \text{ Log } Y = (\text{Log } a)\sum X + (\text{Log } b)\sum X^2$$

แทนค่า

$$26.01236 = 6 \text{ Log } a$$

$$0.0589694 = 70 \text{ Log } b$$

แก้สมการหาค่า a, b ได้

$$a = 21646.781$$

$$b = 1.028658$$

ดังนั้นสมการเอคโพเนนเชียลที่ใช้ในการประมาณ คือ

$$Y_e = (21646.781) \times (1.028658)^X$$

(จุดตั้งต้น : ปี พ.ศ. 2520, $X = \frac{1}{2}$ ปี)

ตารางที่ 41 การเปรียบเทียบค่าประมาณกับค่าจริงของค่าใช้จ่ายรายหัวของครูในหมวดเงินเดือนจากสมการเอกโพเนนเชียล ปี พ.ศ. 2517–2522

ปี พ.ศ.	ค่าจริง (Y)	ค่าประมาณ (Y_e)	$(Y - Y_e)^2$	$(Y_e - \bar{Y})^2$	$(Y - \bar{Y})^2$
2517	19015.77	18794.825	48816.748	8914326.9	7643798.30
2518	20422.46	19887.505	286176.970	3583475.5	1844305.20
2519	21228.29	21043.710	34069.648	542877.19	304949.14
2520	20879.61	22267.134	1925224.10	236800.97	811624.41
2521	22142.31	23561.685	2014625.70	3172577.30	130897.79
2522	26994.63	24931.497	4256516.16	9928706.50	27187027
รวม			8565429.20	26378764	37922601

ค่ามัชฌิมเลขคณิตของตัวแปรไม่อิสระ $\bar{Y} = 21780.512$

ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าประมาณ

$$S = \sqrt{\frac{\sum(Y - Y_e)^2}{N - K}}$$

$$= \sqrt{\frac{8565429.20}{4}}$$

$$= 1463.3377$$

ดัชนีกำหนด

$$r^2 = \frac{\sum(Y_e - \bar{Y})^2}{\sum(Y - \bar{Y})^2}$$

$$= \frac{26378764}{37922601}$$

$$= 0.6955948$$

ตารางที่ 42 ผลการคาดคะเนค่าใช้จ่ายในหมวดเงินเดือน ค่าใช้จ่ายในหมวดดำเนินการ และจำนวนเงินงบดำเนินการในปีต่าง ๆ

	ปี 2523	ปี 2524	ปี 2525
ค่าใช้จ่ายรายหัวของครูในหมวดเงินเดือน	26,251.029	27,528.320	28,805.610
จำนวนครู	72,746	81,647	96,255
ค่าใช้จ่ายในหมวดเงินเดือน	1,935,908,385	2,247,604	2,772,683,592
ค่าใช้จ่ายรายหัวนักเรียนในหมวดดำเนินการ	103.56865	113.42065	123.27265
ค่าใช้จ่ายหมวดดำเนินการ	142,716,564	167,363,851	207,640,698
จำนวนเงินงบดำเนินการ	2,390,418,691	2,777,213,883	3,427,372,934

ตารางที่ 43 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของค่าใช้จ่ายรายหัวของนักเรียนในหมวดดำเนินการ

SV	df	SS	MS	F
Total	6	30673.128		
Reduction for mean	1	28637.805		
Remainder from mean	5	2035.3228		
Linear	1	1698.5833	1698.5833	20.176823 **
Error for Linear	4	336.7395	84.184875	
Quadratic	1	75.5063	75.5063	0.8671137
Error for quadratic	3	261.2332	87.077733	
Cubic	1	105.98408	105.98408	1.3653421
Error for Cubic	2	155.24912	77.62456	

จากผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนในตารางที่ 43 ปรากฏว่าค่า F ของโพลิโนเมียลกำลังหนึ่งมีนัยสำคัญที่ระดับความมีนัยสำคัญ .05 แสดงว่าฟังก์ชั่นโพลิโนเมียลกำลังหนึ่ง เหมาะสมกับข้อมูลมากที่สุด ดังนี้

$$Y_e = 69.08666 + 4.925999\,X$$

นั่นคือ ค่าใช้จ่ายรายหัวของนักเรียนในหมวดดำเนินการของปี 2517 – 2522 มีลักษณะเปลี่ยนแปลงที่เพิ่มขึ้นในปริมาณที่คงที่ เป็นเส้นตรงอย่างสม่ำเสมอโดยตลอด ซึ่งสามารถแทนได้ด้วยสมการกำลังหนึ่ง

ตารางที่ 44 ค่าต่าง ๆ ที่ใช้ในสมการปกติ (Normal Equations) เพื่อคำนวณหาค่า a, b ของสมการเส้นตรง

ปี พ.ศ.	X	X^2	Y	XY
2517	−5	25	47.84	−239.20
2518	−3	9	50.73	−152.19
2519	−1	1	70.65	−70.65
2520	1	1	68.73	68.73
2521	3	9	72.36	217.08
2522	5	25	104.21	521.05
รวม	0	70	414.52	344.82

จากตารางที่ 44 ให้ X เป็นเวลาที่กำหนดขึ้นโดยให้ X ของปี 2517 เท่ากับ −5 ปี พ.ศ. 2518 เท่ากับ −3 ปี พ.ศ. 2519 เท่ากับ −1 เช่นนี้เรื่อย ๆ ไปจนถึงปี พ.ศ. 2522 เท่ากับ 5

Y เป็นค่าใช้จ่ายรายหัวของนักเรียนในหมวดดำเนินการปี 2517 – 2522

Y_e เป็นค่าประมาณของค่าใช้จ่ายรายหัวของนักเรียนในหมวดดำเนินการ ซึ่งได้จากการประมาณจากสมการเส้นตรงที่มีรูปสมการเป็น $Y_e = a + bX$ จากสมการจะหาค่าโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Method) ดังนี้

สมการเส้นตรง $Y_e = a + bX$ มีสมการปกติ (Normal Equations) เป็น

$$\sum Y = Na + b\sum X$$

$$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2$$

แทนค่า

$$414.52 = 6a$$

$$344.82 = 70b$$

แก้สมการหาค่า a, b ได้ดังนี้

$$a = 69.08666$$

$$b = 4.925999$$

ดังนั้น สมการเส้นตรงที่ใช้ในการประมาณ คือ

$$Y_e = 69.08666 + 4.925999\,X$$

(จุดตั้งต้น : ปี พ.ศ. 2520, $x = \frac{1}{2}$ ปี)

ตารางที่ 45 ค่าต่าง ๆ ที่ใช้สมการปกติ (Normal Equations) ใน สมการเอกโพเนนเชียล เพื่อคำนวณหาค่า a, b

ปี พ.ศ.	X	X^2	Y	Log Y	X Log Y
2517	−5	25	47.84	1.6797912	−8.3989559
2518	−3	9	50.73	1.7052649	−5.1157946
2519	−1	1	70.65	1.8491122	−1.8491122
2520	1	1	68.73	1.8371463	1.8371463
2521	3	9	72.36	1.8594986	5.5784957
2522	5	25	104.21	2.0179094	10.089547
รวม	0	70	414.52	10.948723	2.1413263

จากตารางที่ 45 ให้ X เป็นเวลาที่กำหนดขึ้นโดยให้ X ของปี พ.ศ. 2517 เท่ากับ −5 ปี พ.ศ. 2518 เท่ากับ −3 ปี พ.ศ. 2519 เท่ากับ −1 เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนถึงปี พ.ศ. 2522 เท่ากับ 5

Y เป็นค่าใช้จ่ายรายหัวของนักเรียนในหมวดดำเนินการ

Y_e เป็นค่าประมาณของค่าใช้จ่ายรายหัวของนักเรียนในหมวดดำเนินการ

ซึ่งได้จากการประมาณจากสมการเอกโพเนนเชียลที่มีรูปสมการเป็น $Y_e = ab^X$ จากสมการ จะหาค่า a, b โดยวิธีของกำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Method)

สมการ $Y_e = ab^X$ มีสมการปกติ (Normal Equations) เป็น

$$\sum \text{Log } Y = N \text{ Log } a + (\text{Log } b)\sum X$$

$$\sum X \text{ Log } Y = (\text{Log } a)\sum X + (\text{Log } b)\sum X^2$$

แทนค่า $10.948723 = 6 \text{ Log } a$

$2.1413263 = 70 \text{ Log } b$

แก้สมการหาค่า a, b ได้

$$a = 66.801646$$

$$b = 1.0729769$$

ดังนั้น สมการเอกโพเนนเชียล ที่ใช้ในการประมาณ คือ

$$Y_e = (66.801646)\ (1.0729769)^X$$

(จุดตั้งต้น : ปี พ.ศ. 2520, $X = \frac{1}{2}$ ปี)

ตารางที่ 46 การเปรียบเทียบค่าประมาณกับค่าจริงของค่าใช้จ่ายรายหัวของนักเรียนในหมวดดำเนินการจากสมการเอคโพเนนเชียล ปี 2517–2522

ปี พ.ศ.	ค่าจริง(Y)	ค่าประมาณ(Y_e)	$(Y - Y_e)^2$	$(Y_e - \bar{Y})^2$	$(Y - \bar{Y})^2$
2517	47.84	46.971594	0.7541289	489.07645	451.42086
2518	50.73	54.07743	11.205288	225.2772	336.96722
2519	70.65	62.258233	70.421753	46.627511	2.4440101
2520	68.73	71.676623	8.6825871	6.7078721	0.1272113
2521	72.36	82.519822	103.22198	180.44965	10.714709
2522	104.21	95.003373	84.761981	671.67565	1233.6485
รวม			279.04772	1619.8143	2035.3225

ค่ามัชฌิมเลขคณิตของตัวแปรไม่อิสระ $\bar{Y}$ = 69.086667

ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าประมาณ S $= \sqrt{\dfrac{\Sigma(Y - Y_e)^2}{N - K}}$

$= \sqrt{\dfrac{279.04772}{4}}$

$= 8.3523607$

ดัชนีกำหนด r^2 $= \dfrac{\Sigma(Y_e - \bar{Y})^2}{\Sigma(Y - \bar{Y})^2}$

$= \dfrac{1619.8143}{2035.3225}$

$= 0.7958514$

ตารางที่ 47 การเปรียบเทียบค่าประมาณกับค่าจริงของค่าใช้จ่ายรายหัวของนักเรียนในหมวดดำเนินการ จากสมการเส้นตรง ปี พ.ศ. 2517–2522

ปี พ.ศ.	ค่าจริง(Y)	ค่าประมาณ(Y_e)	$(Y - Y_e)^2$	$(Y_e - \bar{Y})^2$	$(Y - \bar{Y})^2$
2517	47.84	44.45665	11.446956	606.63765	451.42056
2518	50.73	54.308663	12.806829	218.3892	336.96697
2519	70.65	64.160661	42.111521	24.265466	2.444032
2520	68.73	74.012659	27.906486	24.265466	0.1272063
2521	72.36	83.864657	132.35713	218.3892	10.714755
2522	104.21	93.716655	110.11029	606.63665	1233.649
รวม			336.73921	1698.5826	2035.3225

ค่ามัชฌิมเลขคณิตของตัวแปรไม่อิสระ $\bar{Y}$ = 69.08666

ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าประมาณ $S = \sqrt{\frac{\sum(Y - Y_e)^2}{N - K}}$

$$= \sqrt{\frac{336.73921}{4}}$$

$$= 9.1752277$$

ดัชนีกำหนด $r^2 = \frac{\sum(Y_e - \bar{Y})^2}{\sum(Y - \bar{Y})^2}$

$$= \frac{1698.5826}{2035.3225}$$

$$= 0.834552$$

ตารางที่ 48 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของค่าใช้จ่ายจริงของงบดำเนินการ

SV	df	SS	MS	F
Total	6	719,039,761.63		
Reduction for mean	1	590,811,933.60		
Remainder from mean	5	128,227,828.03		
Linear	1	117,053,417.10	117,053,417.10	41.900562 ****
Error for Linear	4	11,174,410.93	2,793,602.73	
Quadratic	1	8,902,453.17	8,902,453.17	11.755219 **
Error for quadratic	3	2,271,957.76	757,319.23	
Cubic	1	2,162,681.35	2,162,681.35	39.581855 **
Error for cubic	2	109,276.41	54,638.20	

จากตารางผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนในตารางที่ 48 ปรากฏว่าค่า F ของโพลิโนเมียลกำลังหนึ่งมีนัยสำคัญที่ระดับความมีนัยสำคัญ .001 แสดงว่าฟังก์ชั่นโพลิโนเมียลกำลังหนึ่งเหมาะสมกับข้อมูลมากที่สุด ดังนี้

$$Y_e = 9923.13 + 1293.13\,X$$

นั่นคือ ค่าใช้จ่ายจริงของงบดำเนินการของปี พ.ศ. 2517 – 2522 มีลักษณะเปลี่ยนแปลงที่เพิ่มขึ้นในปริมาณที่คงที่ เป็นเส้นตรงอย่างสม่ำเสมอโดยตลอด ซึ่งสามารถแทนได้ด้วยสมการกำลังหนึ่ง

ตารางที่ 49 ค่าต่าง ๆ ที่ใช้ในสมการปกติ (Normal Equations) เพื่อคำนวณหาค่า a, b ของสมการเส้นตรง

ปี พ.ศ.	X	X^2	Y	XY
2517	−5	25	4594.98997	−22974.95
2518	−3	9	6319.20682	−18957.62
2519	−1	1	7852.98573	− 7852.99
2520	1	1	9634.72483	9634.73
2521	3	9	12507.24095	37521.72
2522	5	25	18629.67765	93148.38
รวม	0	70	59538.824	90519.275

จากตารางที่ 49 ให้ X เป็นเวลาที่กำหนดขึ้นโดยให้ X ของปี พ.ศ. 2517 เท่ากับ −5 ปี พ.ศ. 2518 เท่ากับ −3 ปี พ.ศ. 2519 เท่ากับ −1 เช่นนี้เรื่อย ๆ ไป จนถึงปี พ.ศ. 2522 เท่ากับ 5

Y เป็นค่าใช้จ่ายจริงในงบดำเนินการปี 2517–2522

Y_e เป็นค่าประมาณของค่าใช้จ่ายจริงในงบดำเนินการ ซึ่งได้จากการประมาณจากสมการเส้นตรง ที่มีรูปสมการเป็น $Y_e = a + bX$ จากสมการจะหาค่า a, b โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Method) ดังนี้

สมการเส้นตรง $Y_e = a + bX$ มีสมการปกติ (Normal Equations)

เป็น
$$\sum Y = Na + b\sum X$$
$$\sum XY = a\sum X + b\sum X^2$$

แทนค่า

แก้สมการหาค่า a, b ได้ดังนี้

$$a = 9923.13$$

$$b = 1293.13$$

ดังนั้น สมการเส้นตรงที่ใช้ในการประมาณ คือ

$$Y_e = 9923.13 + 1293.13\,X$$

(จุดตั้งต้น : ปี พ.ศ. 2520, $X = \frac{1}{2}$ ปี)

ตารางที่ 50 ค่าต่าง ๆ ที่ใช้สมการปกติ (Normal Equations) ในสมการเอกโพเนนเชียล เพื่อคำนวณหาค่า a, b

ปี พ.ศ.	X	X^2	Y	Log Y	X Log Y
2517	−5	25	4594.98997	3.6622846	−18.311423
2518	−3	9	6319.20682	3.8006626	−11.401988
2519	−1	1	7852.98573	3.8950348	−3.8950348
2520	1	1	9634.72483	3.9838393	3.9838393
2521	3	9	12507.24095	4.0971615	12.291484
2522	5	25	18629.67785	4.2702053	21.351027
รวม	0	70	59538.824	23.709188	4.0179041

จากตารางที่ 50 ให้ X เป็นเวลาที่กำหนดขึ้นโดยให้ X ของปี พ.ศ. 2517 เท่ากับ −5 ปี พ.ศ. 2518 เท่ากับ −3 ปีพ.ศ. 2519 เท่ากับ −1 เช่นนี้เรื่อย ๆ ไปจนถึงปี พ.ศ. 2522 เท่ากับ 5

Y เป็นค่าใช้จ่ายจริงในงบดำเนินการปี 2517 − 2522

Y_e เป็นค่าประมาณของค่าใช้จ่ายจริงในงบดำเนินการ ซึ่งได้จากการประมาณจาก

สมการเอคโพเนนเชียลที่มีรูปสมการเป็น $Y_e = ab^X$ จากสมการจะหาค่า a, b โดยวิธีของกำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Method)

สมการ $Y_e = ab^X$ มีสมการปกติ (Normal Equations) เป็น

$$\sum \text{Log } Y = N \text{ Log } a + (\text{Log } b)\sum X$$

$$\sum X \text{ Log } Y = (\text{Log } a)\sum X + (\text{Log } b)\sum X^2$$

แทนค่า

$$23.709188 = 6\text{Log } a$$

$$4.0179041 = 70\text{Log } b$$

แก้สมการหาค่า a, b ได้

$$a = 8942.9906$$

$$b = 1.1412969$$

ดังนั้น สมการเอคโพเนนเชียล ที่ใช้ในการประมาณ คือ

$$Y_e = (8943.9906)\ (1.1412969)^X$$

(จุดตั้งต้น : ปี พ.ศ. 2520, $X = \frac{1}{2}$ ปี)

ตารางที่ 51 การเปรียบเทียบค่าประมาณกับค่าจริงของค่าใช้จ่ายจริงในงบดำเนินการจากสมการเอคโพเนนเชียล ปี พ.ศ. 2517–2522

ปี พ.ศ.	ค่าจริง (Y)	ค่าประมาณ (Y_e)	$(Y - Y_e)^2$	$(Y_e - \bar{Y})^2$	$(Y - \bar{Y})^2$
2517	4594.98997	4618.8956	571.48242	28134981	28389156
2518	6319.20682	6016.3822	91702.709	15262736	12988316
2519	7852.98573	7836.6905	265.5328	4353260.7	4285528.1
2520	9634.72483	10207.749	328356.44	81003.763	83181.838
2521	12507.24095	13296.191	622429.57	11376202	6677586.2
2522	18629.67785	17319.068	1717695.4	54699789	75803832
รวม			2761021.2	113907972	128227600

ค่ามัชฌิมเลขคณิตของตัวแปรไม่อิสระ $\bar{Y}$ = 9923.13

ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าประมาณ S

$$S = \sqrt{\frac{\sum(Y - Y_e)^2}{N - K}} = \sqrt{\frac{2761021.2}{4}} = 830.81604$$

ดัชนีกำหนด r^2

$$r^2 = \frac{\sum(Y_e - \bar{Y})^2}{\sum(Y - \bar{Y})^2} = \frac{113907972}{128227600} = 0.8883264$$

ตารางที่ 52 การเปรียบเทียบค่าประมาณกับค่าจริงของค่าใช้จ่ายจริงในงบดำเนินการจากสมการเส้นตรง ปี พ.ศ. 2517 – 2522

ปี พ.ศ.	ค่าจริง(Y)	ค่าประมาณ(Y_e)	$(Y - Y_e)^2$	$(Y_e - \bar{Y})^2$	$(Y - \bar{Y})^2$
2517	4594.98997	3457.48	1293928.8	41804630	28389156
2518	6319.20682	6043.74	75881.958	15049667	12988316
2519	7852.98573	8630.00	603751.22	1672185.2	4285528.1
2520	9634.72483	11216.26	2501253.60	1672185.2	83181.83
2521	12507.24095	13802.52	1677750.30	15049667	6677586.2
2522	18629.67785	16388.78	5021619.4	41804630	75803832
รวม			11174185	117052964	128227600

ค่ามัชฌิมเลขคณิตของตัวแปรไม่อิสระ $\bar{Y}$ = 9923.13

ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าประมาณ S

$$S = \sqrt{\frac{\sum(Y - Y_e)^2}{N - K}} = \sqrt{\frac{11174185}{4}} = 1671.3905$$

ดัชนีกำหนด r^2

$$r^2 = \frac{\sum(Y_e - \bar{Y})^2}{\sum(Y - \bar{Y})^2} = \frac{117052964}{128227600} = .91286$$

ตารางที่ 53ก ร้อยละของจำนวนเงินงบดำเนินการที่คาดคะเนด้วยวิธีวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายรายหัวของนักเรียน

ปี พ.ศ.	จำนวนเงินที่คาดคะเนได้	คิดเป็นร้อยละ
2523	2,369,060,167	28.12
2524	2,726,512,980	32.37
2525	3,328,802,848	39.51
รวม	8,424,375.995	100.11

ตารางที่ 53ข ร้อยละของจำนวนเงินงบดำเนินการที่คาดคะเนด้วยวิธีวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายรายหัวของครูและจำนวนครูจากอัตราส่วนจำนวนครูต่อนักเรียน 1 : 20

ปี พ.ศ.	จำนวนเงินที่คาดคะเนได้	คิดเป็นร้อยละ
2523	2,236,483,941	28.81
2524	2,516,009,666	32.41
2525	3,010,290,030	38.78
รวม	7,762,783,637	100.00

ตารางที่ 53ค ร้อยละของจำนวนเงินงบดำเนินการที่คาดคะเนด้วยวิธีวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายรายหัวของครูและจำนวนครูจากแนวโน้มของอัตราส่วนครูต่อนักเรียน

ปี พ.ศ.	จำนวนเงินที่คาดคะเนได้	คิดเป็นร้อยละ
2523	2,393,784,448	27.78
2524	2,784,286,284	32.30
2525	3,440,459,094	39.92
รวม	8,618,529,826	100.00

ตารางที่ 53ง ร้อยละของจำนวนเงินงบดำเนินการที่คาดคะเนด้วยวิธีแบ่งงบดำเนินการเป็นหมวดเงินเดือนกับหมวดดำเนินการ

ปี พ.ศ.	จำนวนเงินที่คาดคะเนได้	คิดเป็นร้อยละ
2523	2,390,418,691	28.01
2524	2,777,213,883	32.31
2525	3,427,372,934	39.88
รวม	8,595,005,508	100.00

ตารางที่ 53จ ร้อยละของจำนวนเงินงบดำเนินการที่คาดคะเนด้วยวิธีวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายจริงในปีที่ผ่านมา

ปี พ.ศ.	จำนวนเงินที่คาดคะเนได้	คิดเป็นร้อยละ
2523	2,182,129,600	29.34
2524	2,479,549,500	33.33
2525	2,776,969,400	37.33
รวม	7,438,648,500	100.00

ตารางที่ 54 เปรียบเทียบจำนวนเงินงบดำเนินการที่คาดคะเนด้วยวิธีที่เหมาะสมกับแผนพัฒนาการศึกษา ระยะที่ 5 ในปี พ.ศ. 2526 – 2529

ปี พ.ศ.	แผนพัฒนาการศึกษาระยะที่ 5	วิธีวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายรายหัวของครูตามอัตราส่วนแนวโน้มของข้อมูลในอดีต	วิธีแบ่งงบดำเนินการเป็นหมวดเงินเดือนกับหมวดดำเนินการ
2526	4,244,190,000	4,056,628,175	4,012,509,952
2527	4,830,330,000	4,753,807,791	4,722,307,871
2528	5,495,730,000	5,557,750,252	5,512,786,290
2529	6,247,840,000	6,436,676,167	6,375,042,521

ตารางที่ 55 เปรียบเทียบจำนวนเงินงบดำเนินการที่คาดคะเนด้วยวิธีที่เหมาะสมกับจำนวนเงินงบดำเนินการที่ใช้จ่ายจริงและงบประมาณ ในปี พ.ศ. 2523 – 2525

	ปี พ.ศ. 2523	ปี พ.ศ. 2524	ปี พ.ศ.2525
ค่าใช้จ่ายจริง	2,396,004,731	2,823,384,016	3,415,520,523
งบประมาณ	2,245,330,900	3,000,890,800	3,397,493,600
วิธีวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายรายหัวของครูตามอัตราส่วนแนวโน้มของข้อมูลในอดีต	2,393,784,448	2,784,286,284	3,440,459,094
วิธีแบ่งงบดำเนินการเป็นหมวดเงินเดือนกับหมวดดำเนินการ	2,390,418,691	2,777,213,883	3,427,372,934

ภาคผนวก ข

วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Square Method)

กระบวนการทางสถิติเพื่อคำนวณหาเส้นตรงที่กำหนดให้ดีที่สุดสำหรับกลุ่มของจุด ส่วนเบี่ยงเบนของค่า Y ที่สังเกตได้ที่แตกต่างไปจากเส้นแนวโน้มที่เขียนขึ้นจากวิธีกำลังสองน้อยที่สุด เมื่อยกกำลังสองและรวมกันเข้าจะมีค่าน้อยที่สุด เมื่อเปรียบเทียบกับเส้นแนวโน้มที่เขียนตามวิธีอื่น ๆ เช่น วิธีมือเปล่า (Free hand method) หรือวิธีกึ่งถัวเฉลี่ย (Semi-Average Method)

การคำนวณสมการค่าแนวโน้มตามวิธีกำลังสองน้อยที่สุด มีวิธีการกำหนดระยะเวลา 2 วิธีคือ

1. จำนวนปีเป็นจำนวนคี่ จะกำหนดค่า x ให้ปีที่อยู่กึ่งกลางเป็น 0 ดังนี้ −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3 เป็นต้น

2. จำนวนปีเป็นจำนวนคู่ จะกำหนดค่า x ให้ปีที่อยู่กึ่งกลางทั้งสองเป็น +1 และ −1 ดังนี้ −7, −5, −3, −1, +1, 2, 3, 5, 7 เป็นต้น

เมื่อจะคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ของสมการแนวโน้มต้องอาศัยสมการปกติ ดังนี้

สมการแนวโน้มเป็นเส้นตรง $Y = a + bx$

สมการปกติ

$$\sum Y = an + b\sum x \qquad \ldots\ldots(1)$$

$$\sum xY = a\sum x + b\sum x^2 \qquad \ldots\ldots(2)$$

สมการแนวโน้มเป็นเส้นโค้งกำลังสอง $Y = a + bx + cx^2$

สมการปกติ

$$\sum Y = an + b\sum x + c\sum x^2 \qquad \ldots\ldots(1)$$

$$\sum xY = a\sum x + b\sum x^2 + c\sum x^3 \qquad \ldots\ldots(2)$$

$$\sum x^2Y = a\sum x^2 + b\sum x^3 + c\sum x^4 \qquad \ldots\ldots(3)$$

สมการแนวโน้มเป็นสมการกำลังสาม

$$Y = a + bx + cx^2 + dx^3$$

สมการปกติ

$$\sum Y = na + b\sum x + c\sum x^2 + d\sum x^3 \qquad \ldots\ldots(1)$$

$$\sum XY = a\sum x + b\sum x^2 + c\sum x^3 + d\sum x^4 \qquad \ldots\ldots(2)$$

$$\sum x^2 Y = a\sum x^2 + b\sum x^3 + c\sum x^4 + d\sum x^5 \qquad \ldots\ldots(3)$$

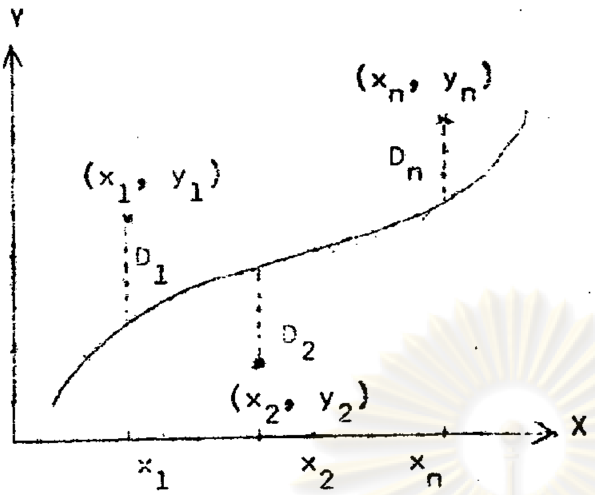
$$\sum x^3 Y = a\sum x^3 + b\sum x^4 + c\sum x^5 + d\sum x^6 \qquad \ldots\ldots(4)$$

สำหรับกำลังสี่และห้าก็จะได้สมการปกติในทำนองเดียวกัน และสามารถแก้สมการหาค่าสัมประสิทธิ์ได้

วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Method) เป็นวิธีประมาณค่าที่เที่ยงตรงและมีประสิทธิภาพสูง คิดเป็นครั้งแรกในปี ค.ศ. 1806 โดย เลอชองดร์ (Adrian Legendre) (John I. Griffin, 1962;p.230.)โดยนำมาใช้กับข้อมูลที่ได้จากการสังเกตทางดาราศาสตร์ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ทางสถิติได้อย่างกว้างขวาง เช่น โคแครน (William G. Cochran) (William G. Cochran and Gertrude M. Cox, 1957; p. 80.) ได้กล่าวถึงปัญหาที่เกิดจากการรวบรวมข้อมูลและการนำวิธีกำลังสองน้อยที่สุดไปช่วยแก้ไขเพื่อให้การวิเคราะห์ข้อมูลถูกต้องยิ่งขึ้น เอ็ดเวิร์ด (Allen L. Edwards) (Allen L. Edwards, 1968 ;p.350) ใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด หาสูตรที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการวิจัย เมนเดนฮอลล์ (William Mendenhall) (William Mendenhall, 1968 ; p. 129) ได้ใช้หลักการของวิธีกำลังสองน้อยที่สุดวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการทดลองทางวิทยาศาสตร์ ยัง (Pauline V. Young) (Pauline V. Young, 1939 ; p. 342.) กล่าวถึงการวิเคราะห์อนุกรมเวลาเพื่อหาแนวโน้มวิธีต่าง ๆ และสรุปว่า วิธีกำลังสองน้อยที่สุดเป็นวิธีที่ให้ผลใกล้เคียงที่สุด เป็นต้น นอกจากนี้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดยังสามารถนำไปใช้ได้หลายสาขาวิชา เช่น ทางการศึกษา จิตวิทยา สังคมศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ ประชากรศาสตร์ บริหารธุรกิจ และวิทยาศาสตร์

วิธีกำลังสองน้อยที่สุด เป็นวิธีประมาณค่าโดยใช้หลักว่าจะหาเส้นกราฟจากจุดต่าง ๆ ที่ได้จากการทดลองโดยให้ส่วนที่เบี่ยงเบนไปจากเส้นกราฟนี้มีค่าน้อยที่สุด เกณฑ์ที่จะทำให้ค่าผิดพลาดนี้น้อยที่สุดคือ ทำให้ผลบวกกำลังสองของค่าเบี่ยงเบนนี้มีค่าน้อยที่สุด (Curtis F. Gerald, 1970 ; p. 284.)

ถ้าจากการทดลองได้ข้อมูลชุดหนึ่งมีค่าเป็น $(x_1, y_2), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$ ให้ $D_1, D_2, \ldots, D_n$ เป็นค่าที่จุดต่าง ๆ เบี่ยงเบนไปจากเส้นกราฟตามรูป (Murray R. Spiegel, 1961 ; p. 219)



ถ้าเส้นกราฟนั้นมีคุณสมบัติว่า $D_1^2 + D_2^2 + \ldots D_n^2$ มีค่าน้อยที่สุด เส้นกราฟ นั้นจะเป็นเส้นที่เหมาะสมที่สุด D อาจมีค่าเป็นบวก ศูนย์ หรือลบก็ได้ เส้นกราฟที่มีคุณสมบัติ นี้จะเรียก "เส้นโค้งกำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Curve)" พาราโบลา ที่มีคุณสมบัตินี้เรียก "พาราโบลากำลังสองน้อยที่สุด (Least Squares Parabola) เป็นต้น

การใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดวิเคราะห์อนุกรมเวลา (Time Series Analysis)

ข้อมูลที่เก็บบันทึกตามเวลา (Chronological data) ซึ่งถือเป็นตัวแปรเชิงสุ่ม (Random variable) ที่สุ่มในเวลาที่แบ่งไว้เท่า ๆ กัน ถือเป็นลักษณะหนึ่งของอนุกรมเวลา ข้อมูลอนุกรมเวลานี้ สามารถนำมาวิเคราะห์แนวโน้ม (Long term trend) ของตัวแปรสุ่มว่า ในระยะยาวจะมีลักษณะใด คือ มีแนวโน้มที่จะเพิ่มขึ้น หรือลดลงในอัตราใด การวิเคราะห์อนุกรมเวลาตามระเบียบวิธีสถิติกระทำโดยพยายามหาสมการเส้นแนวโน้มตามลำดับเวลา (Trend) อธิบายข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีอยู่เพื่ออธิบายแนวโน้มด้วยการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเชิงสุ่มกับเวลา วัตถุประสงค์ที่สำคัญในการใช้สมการเส้นแนวโน้ม คือศึกษาความเปลี่ยนแปลง (Deviation) ที่ต่างไปจากแนวโน้ม เป็นภาพจำลองเหตุการณ์ในอดีต และใช้ในการประมาณค่าตัวแปรในเวลาที่ต้องการตลอดจนการคาดคะเนในอนาคต สมการเส้นแนวโน้มซึ่งมีตัวแปรเป็นฟังก์ชั่นของเวลาอาจเป็น

1. โพลีโนเมียลฟังก์ชั่น (Polynomial Function)

สมการทั่ว ๆ ไปของ โพลีโนเมียลกำลัง k คือ

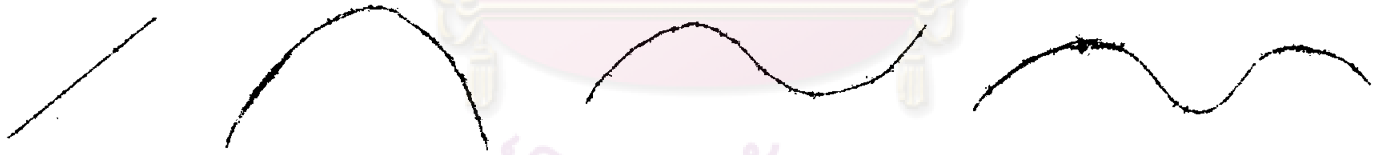
$$Y = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \ldots\ldots + b_kx^k$$

ถ้าเป็นโพลีโนเมียลกำลังหนึ่ง หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ ตั้งแต่ b_2, b_3, ... b_k มีค่าเป็นศูนย์หมด ลักษณะของเส้นกราฟที่ได้จะเป็นเส้นตรง

ถ้าเป็นโพลีโนเมียลกำลังสอง หมายถึง ค่าสัมประสิทธิ์ ตั้งแต่ b_3, b_4, ... b_k มีค่าเป็นศูนย์หมด ลักษณะของเส้นกราฟที่ได้จะเป็นเส้นโค้งครั้งหนึ่ง เรียกว่า พาราโบลา (Parabola)

ถ้าเป็นโพลีโนเมียลกำลังสาม จะโค้งสองครั้ง กำลังสี่จะโค้งสามครั้ง เพิ่มขึ้นเป็นลำดับไป

สรุปได้ว่า จำนวนโค้งจะน้อยกว่ากำลังของสมการอยู่ 1 เสมอ ดังรูป



$Y = b_0+b_1x$ $Y = b_0+b_1x + b_2x^2$ $Y = b_0+b_1x + b_2x^2+b_3x^3$ $Y=b_0+b_1x+b_2x^2+b_3x^3+b_4x^4$

สูตรและวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบออโทโกนัล โพลีโนเมียล

SV.	df.	SS.	MS.	F.
Total	n	$\sum Yi^2$		
Reduction for mean	1	$\bar{Y} \sum Yi$		
Remainder from mean	(n-1)	$\sum Yi^2 - \bar{Y} \sum Yi$		
Linear	1	$R(\alpha_1/\alpha_0)$	R_1	R_1/ V_1
Error for Linear	(n-2)	E_1	V_1	
Quadratic	1	$R(\alpha_2/\alpha_0,\alpha_1)$	R_2	R_2/ V_2
Error for Quadratic	(n-3)	E_2	V_2	
Cubic	1	$R(\alpha_3/\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2)$	R_3	R_3/ V_3
Error for Cubic	(n-4)	E_3	V_3	
Quartic	1	$R(\alpha_4/\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$	R_4	R_4/ V_4
Error for Quartic	(n-5)	E_4	V_4	
Quintic	1	$R(\alpha_5/\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)$	R_5	R_5/ V_5
Error for Quintic	(n-6)	E_5	V_5	

n = จำนวนข้อมูลที่ใช้ศึกษา

df = จำนวนชั้นแห่งความเป็นอิสระ

SS = ผลบวกของส่วนเบี่ยงเบนกำลังสอง

MS = ส่วนเบี่ยงเบนกำลังสองเฉลี่ย

Yi = ข้อมูลเป็นรายปี ตั้งแต่ปี 2517 ถึง 2522 (i = 1,2,3,...,6)

$\sum Yi$ = ผลบวกของจำนวนข้อมูล ตั้งแต่ปี 2517 – 2522

$\bar{Y}$ = ค่ามัชฌิมเลขคณิตของข้อมูล

$R(\alpha_q/\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_{q-1})$ = ผลบวกของส่วนเบี่ยงเบนกำลังสองจากแหล่งความแปรปรวน อันเนื่องมาจากกำลังต่าง ๆ ของฟังก์ชั่น

$$= \frac{(\sum Y_i P_q)^2}{\sum P_q^2}$$

P_q = ค่าสัมประสิทธิ์ของออโทโกนัล โพลีโนเมียล

E_q = ผลบวกของส่วนเบี่ยงเบนกำลังสอง จากแห่งความแปรปรวน ที่เนื่องมาจากความคลาดเคลื่อนกำลังต่าง ๆ ของฟังก์ชั่น

$$= \left[\sum Y_i^2 - \bar{Y}\sum Y_i\right] - R(\alpha_q/\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_{q-1})$$

F = ค่าทดสอบเอฟ (F - test)

ในการทดสอบค่า F ที่คำนวณได้ กับค่า F ในตาราง เมื่อพบว่าค่า F มีนัยสำคัญที่ฟังก์ชั่นกำลังใด จะสรุปได้ว่าฟังก์ชั่นกำลังนั้น ๆ เหมาะสมกับข้อมูลมากที่สุด

ตารางแสดงค่าสัมประสิทธิ์ของออโทโกนัล โพลีโนเมียล

(Coefficients of Orthogonal Polynomial)

K	Polynomial	Coefficients							$\sum p_q^2$
3	Linear	-1	0	1					2
	Quadratic	1	-2	1					6
4	Linear	-3	-1	1	3				20
	Quadratic	1	-1	-1	1				4
	Cubic	-1	3	-3	1				20
5	Linear	-2	-1	0	1	2			10
	Quadratic	2	-1	-2	-1	2			14
	Cubic	-1	2	0	-2	1			10
	Quartic	1	-4	6	-4	1			70
6	Linear	-5	-3	-1	1	3	5		70
	Quadratic	5	-1	-4	-4	-1	5		84
	Cubic	-5	7	4	-4	-7	5		180
	Quartic	1	-3	2	2	-3	1		28
7	Linear	-3	-2	-1	0	1	2	3	28
	Quadratic	5	0	-3	-4	-3	0	5	84
	Cubic	-1	1	1	0	-1	-1	1	6
	Quartic	3	-7	1	6	1	-7	3	154

K	Polynomial	Coefficients										P_q^2
8	Linear	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7			168
	Quadratic	7	1	-3	-5	-5	-3	1	7			168
	Cubic	-7	5	7	3	-3	-7	-5	7			264
	Quartic	7	-13	-3	9	9	-3	-13	7			616
	Quintic	-7	23	-17	-15	15	17	-23	7			2184
9	Linear	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4		60
	Quadratic	28	7	-8	-17	-20	-17	-8	7	28		2772
	Cubic	-14	7	13	9	0	-9	-13	-7	14		990
	Quartic	14	-21	-11	9	18	9	-11	-21	14		2002
	Quintic	-4	11	-4	-9	0	9	4	-11	4		468
10	Linear	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	330
	Quadratic	6	2	-1	-3	-4	-4	-3	-1	2	6	132
	Cubic	-42	14	35	31	12	-12	-31	-35	-14	42	8580
	Quartic	18	-22	-17	3	18	18	3	-17	-22	18	2860
	Quintic	-6	14	-1	-11	-6	6	11	1	-14	6	780

2. สมการเอคโพเนเชียล (Exponential Trend) ในการตัดสินใจว่าควรใช้เส้นโค้งชนิดใด จึงเหมาะสมกับข้อมูลที่ได้มานั้น มักนิยมเขียนกราฟของข้อมูลลงบนกระดาษกราฟ ถ้าลองเขียนรูปร่างกราฟลงในกระดาษ Semi-Log แล้วรูปร่างของกราฟเป็นเส้นตรง ในกรณีนี้เราอาจจะคำนวณหาเส้นแนวโน้มได้จากสมการเอคโพเนนเชียล ซึ่งมีรูปสมการเป็น $Y_c = ab^X$ หรือ $\log Y_c = \log a + X \log b$ ถ้าให้ $\log Y_c = Y_c$, $\log a = A$, $\log b = B$ จะได้ $Y_c = A + BX$ ซึ่งเป็นสมการเส้นตรงนั่นเอง

จากสมการ $Y_c = ab^x$

a = ระยะตัดแกน Y

b = อัตราการเปลี่ยนแปลง

ถ้า b มีค่าระหว่าง 0 กับ 1 แสดงว่า Y จะลดลงเมื่อ x เพิ่มขึ้น

ถ้า b มีค่ามากกว่า 1 แสดงว่า Y จะเพิ่มขึ้นเมื่อ x เพิ่มขึ้น

วิธีการหาค่า a, b ใช้วิธี Least Squares Method เช่นกัน โดยการใส่ log ในสมการ $Y_c = ab^x$ เมื่อเปลี่ยนให้อยู่ในรูปสมการเส้นตรง สมการปกติ (Normal Equations) คือ

$$\sum \log Y_c = N \log a + (\log b)\sum x$$

$$\sum x \log Y_c = (\log a)\sum x + (\log b)\sum x^2$$

ถ้าเลือกจุดตั้งต้นที่มีตรงกลาง และทำให้ $\sum x = 0$ จะได้สมการปกติ (Normal Equations) เป็น

$$\sum \log Y_c = N \log a$$

$$\sum x \log Y_c = (\log b)\sum x^2$$

หาค่าของ log a, log b ได้แล้วเปิดตาราง Anti-logarithms เพื่อหาค่า a, b เป็นต้น

จะเห็นได้ว่า มีสมการเส้นแนวโน้มหลายชนิดที่สามารถนำมาแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเชิงสุ่มกับเวลา เพื่อใช้ในการคาดคะเนในอนาคต วิธีตรวจสอบเบื้องต้น อาจทำได้โดยการพิจารณาจาก Scatter diagram และค่าความแตกต่าง (Difference) เช่น สร้างสมการเส้นตรง $Y_c = a + bx$ ถ้าหากว่า ค่าความแตกต่างที่ 1 (first difference) หรือค่าแตกต่างระหว่างค่าตัวแปรในปีปัจจุบันกับปีที่แล้วมีค่าคงที่ หรือ scatter diagram บนกระดาษกราฟที่มีหน่วยแบบเลขคณิต (Arithmetic paper) มีลักษณะแบบเส้นตรง (Croxton and Other, 1969 ; p.282-283)

สำหรับสมการเส้นตรงในหน่วย log ที่มีรูปเป็น $\log Y_c = \log a + X \log b$ ค่าแตกต่างที่ 1 ของตัวแปร มีแนวโน้มที่จะลดลงหรือเพิ่มขึ้นในเปอร์เซนต์ที่คงที่ หรือค่าแตกต่างที่ 1 ของค่า log ของตัวแปรคงที่ ถ้าดูจาก scatter diagram บน Semi-logarithmic paper จะมีลักษณะแนวโน้มเป็นเส้นตรง ดังได้กล่าวมาแล้ว

ในการตัดสินใจว่า จะใช้สมการใดในการประมาณหาเส้นแนวโน้มจะพิจารณาจาก

1. ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าประมาณ (Standard error of estimate) ซึ่งหาได้จากสูตร

$$S = \sqrt{\frac{\sum (Y - Y_c)^2}{N - K}}$$

Y = ค่าของตัวแปรไม่อิสระ

Y_c = ค่าประมาณของตัวแปรไม่อิสระ

N = จำนวนข้อมูล

K = จำนวน Parameter

2. ดัชนีกำหนด (Coefficient of determination) ซึ่งคำนวณได้จาก

$$r^2 = \frac{\sum (Y_c - \bar{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2}$$

เป็นเครื่องมือในการตัดสินใจ โดยดูว่า ค่าของความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าประมาณและดัชนี กำหนดของแต่ละสมการนั้น สมการใดให้ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานน้อยที่สุด และดัชนีกำหนดมีค่ามากที่สุด ก็จะใช้สมการนั้นในการประมาณ (Yamane, p. 411.)

ในการพยากรณ์จำนวนนักท่องเที่ยวที่เข้ามาในประเทศไทยปี 2518–2522 อุบล ต่อพินิจ (อุบล ต่อพินิจ, 2519.) ได้พยากรณ์จำนวนนักท่องเที่ยวด้วยวิธี (Least Squares Method) แล้วนำผลของการพยากรณ์ที่ได้ไปเปรียบเทียบกับค่าพยากรณ์ที่ได้จากการพยากรณ์ขององค์การส่งเสริมการท่องเที่ยวแห่งประเทศไทย (อ.ส.ท. หรือ T.O.T.), สมาคมส่งเสริมการท่องเที่ยวภาคแปซิฟิค (PATA), บริษัท โบอิ้ง (Boeing Company) ซึ่งเป็นบริษัทผลิตเครื่องบินที่ใหญ่ที่สุดในสหรัฐอเมริกา, Dr. Bullockus ผู้เชี่ยวชาญสหประชาชาติและ Dr. Bar-on ผู้เชี่ยวชาญทางด้านวิจัยและสถิติของประเทศอิสราเอล ผลจากการวิจัยปรากฏว่าการพยากรณ์โดยอาศัยสมการเส้นแนวโน้มแบบพาราโบลา (Parabola Trend) ให้ค่าพยากรณ์ใกล้เคียงกับค่าพยากรณ์จากชุดอื่น ๆ และเปอร์เซนต์การเพิ่มของจำนวนนักท่องเที่ยวที่คำนวณไว้ใกล้เคียงกับเปอร์เซนต์ของการเพิ่มขึ้นของนักท่องเที่ยว ซึ่งพยากรณ์จากชุดอื่น แสดงว่าการพยากรณ์ด้วยวิธีดังกล่าวเป็นวิธีหนึ่งที่ใช้ในการพยากรณ์จำนวนนักท่องเที่ยว ทั้งนี้ค่าพยากรณ์ที่ได้จะขึ้นอยู่กับความถูกต้องของข้อมูลที่มีอยู่ วิธีการคำนวณ เหตุการณ์ หรือสถานการณ์ในช่วงระยะเวลานั้น

กิจสุดา บ่อหิรัญรัตน์ (กิจสุดา บ่อหิรัญรัตน์, 2517.) ได้วิเคราะห์อัตราตายของทารกในประเทศไทยด้วยสมการคณิตศาสตร์ ผลปรากฏว่า อัตราตายของทารก อธิบายได้ด้วยแบบจำลอง Linear Regression ทั้งเสกลเลขคณิตและเสกล Log แต่แบบจำลอง Linear Regression เสกล Log ดีกว่าแบบจำลอง Linear Regression เสกลเลขคณิต โดยการเปรียบเทียบค่า r^2

ประวัติผู้เขียน

นายอำนวย เสี้ยจันทร์บริบูรณ์ เกิดวันที่ 9 เมษายน 2497 ที่อำเภอโพธาราม จังหวัดราชบุรี ได้รับปริญญาการศึกษาบัณฑิต จากวิทยาลัยครูจันทรเกษม ในปีการศึกษา 2518 และเข้าศึกษาต่อในภาควิจัยการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2524 สถานที่ทำงาน โรงเรียนรัตนราษฎร์บำรุง อำเภอบางโป่ง จังหวัดราชบุรี