บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ลักษณะเป็นแบบการวิจัยเชิงทดลองซึ่งดำเนินการด้วยการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล ซิมูเลชั่น เพื่อหาผลสรุปในการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบการเท่ากันของความแปรปรวนของ 3 ประชากร โดยใช้ตัวสถิติ 3 ประเภทดังกล่าว มีวิธีดำเนินการวิจัยเป็นไปตามขั้นตอนตามลำดับคือ

3.1 การวางแผนการทดลอง

กำหนดสถานการณ์ต่าง ๆ สำหรับเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทั้งสามคือ

3.1.1 เลือกกลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่มโดยวิธีสุ่มมาจากประชากร 3 ประชากรที่มีการแจกแจงแบบเดียวกันโดยกำหนดเป็น การแจกแจงแบบปกติและการแจกแจงแบบไม่ปกติซึ่งกำหนดความโด่ง 3 ลักษณะคือ แบบพลาติเคอร์ติค เป็นการแจกแจงที่มีความโด่งน้อยกว่าการแจกแจงแบบปกติ ในการทดลองนี้กำหนดความโด่งเท่ากับ 1.8 และ 2.8 แบบเมโซเคอร์ติค เป็นการแจกแจงที่มีความโด่งเท่ากับการแจกแจงแบบปกติคือมีความโด่งเท่ากับ 3 และแบบเลปโตเคอร์ติค เป็นการแจกแจงที่มีความโด่งมากกว่าการแจกแจงแบบปกติ ในการทดลองนี้กำหนดความโด่งเท่ากับ 3.2 , 6 และ 9 ส่วนความเบ้กำหนดเป็น 0, 0.25, 0.5, 0.75 และ 2 ลักษณะการแจกแจงของประชากรในแผนการทดลองนี้มีทั้งหมด 13 รูปแบบซึ่งอธิบายโดยใช้ K แทนความโด่ง และ S แทนความเบ้ดังนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ความโด่ง* (K)		ความเบ้ (S)				
		0	0.25	0.5	0.75	2
แบบ platykurtic	K = 1.8	(1.8,0)				
	K = 2.8		(2.8,0.25)	(2.8,0.5)	(2.8,0.75)	
แบบ mesokurtic	K = 3.0	(3.0,0)	(3.0,0.25)	(3.0,0.5)	(3.0,0.75)	
แบบ leptokurtic	K = 3.2		(3.2,0.25)	(3.2,0.5)	(3.0,0.75)	
	K = 6	(6,0)				
	K = 9					(9,2)

* ความโด่ง (kurtosis) ในการวิจัยครั้งนี้คำนวณจากสูตร $K = \Sigma(x - \mu)^4 / n\sigma^4$

การแจกแจงของประชากรในแผนการทดลองนี้แบบที่มีลักษณะสมมาตร (symmetric) มี (K,S) = (1.8,0) จะเรียกว่า การแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม (Uniform distribution) ซึ่งมี

$$f(x) = 1 \quad ; \quad 0 \leq x \leq 1$$

(K,S) = (3.0,0) จะเรียกว่าการแจกแจงแบบปกติ (Normal distribution) ซึ่งมี

$$f(x) = (1/2\ \pi\sigma^2)^{\frac{1}{2}} \exp\left\{-(x - \mu)^2 / 2\sigma^2\right\} \quad ; \quad -\infty < x < \infty$$

(K,S) = (6.0,0) จะเรียกว่าการแจกแจงแบบดับเบิลเอกซ์โปเนนเชียล (Double Exponential distribution) ซึ่งมี

$$f(x) = \frac{1}{2} \exp\left\{-|x - \mu|\right\} \quad ; \quad -\infty < x < \infty$$

และการแจกแจงแบบที่มีลักษณะไม่สมมาตร (asymmetric) (K,S) = (9,0,2) จะเรียกว่าการแจกแจงแบบเอกซ์โปเนนเชียล (Exponential distribution) ซึ่งมี

$$f(x) = e^{-(x - \mu)} \quad ; \quad x > \mu$$

Blair และ Higgins (1980 : 309-335) กล่าวว่าการแจกแบบยูนิฟอร์มเป็นตัวแทนที่ดีของการแจกแจงที่ต่างจากการแจงแบบสมมาตรธรรมดา (extreme symmetric) คือ มีลักษณะที่ส่วนปลายโค้งของการแจกแจงบาง (light-tailed symmetric distribution) ส่วนการแจกแจงแบบดับเบิลเอกซ์โปเนนเชียลเป็นตัวแทนที่ดีของการแจกแจงที่ต่างจากแบบสมมาตรธรรมดา คือมีลักษณะที่ส่วนปลายโค้งของการแจกแจงหนา (heavy-tailed symmetric distribution) ซึ่งตรงข้ามกับการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม และการแจงแบบเอกซ์โปเนนเชียลเป็นตัวแทนที่ดีของการแจกแจงแบบไม่สมมาตรที่มีลักษณะส่วนปลายโค้งของการแจกแจงหนา

3.1.2 การกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่าง (sample size) กำหนดให้กลุ่มตัวอย่างทั้งสามมีขนาดเท่ากัน คือ ขนาด 5, 11, 21, 31 และ 61 กำหนดพารามิเตอร์ (parameter) μ คือค่าเฉลี่ยเลขคณิตของประชากรในแผนการทดลองนี้เท่ากับ 100 และ $\sigma_1^2 : \sigma_2^2 : \sigma_3^2$ คืออัตราส่วนของความแปรปรวนของประชากรทั้งสามโดยกำหนดให้เป็นอัตราส่วนที่เท่ากันคือ 100 : 100 : 100 หรือ 1 : 1 : 1 อัตราส่วนที่แตกต่างกันซึ่งวัดความแตกต่างโดย noncentrality parameter $\phi^2 = \Sigma (\sigma_k^2 - \sigma^2)^2 / K \sigma_1^2$ เมื่อ $\sigma^2 = (\pi \sigma_k^2)^{\frac{1}{k}}$ คือค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของความแปรปรวนของประชากรทั้งสาม อัตราส่วนที่แตกต่างกันน้อยกำหนด $0 < \phi < 1.5$ แตกต่างกันปานกลางกำหนด $1.5 < \phi < 3$ และอัตราส่วนที่แตกต่างกันมากกำหนด $\phi > 3$

3.1.3 การทดสอบการเท่ากันของความแปรปรวนเพื่อหาอำนาจการทดสอบของตัวสถิติแต่ละประเภทกำหนดความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ที่ระดับ เท่ากับ 0.05 และ 0.01

3.2 วิธีทดลอง

เขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาฟอร์แทรน (FORTRAN) ซึ่งใช้กับเครื่องคอมพิวเตอร์ IBM 370/3031 เพื่อสร้างข้อมูลให้เป็นไปตามแผนการทดลองและคำนวณอำนาจการทดสอบของตัวสถิติด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล ตามลำดับดังนี้คือ

1. สร้างข้อมูลเพื่อให้เป็นไปตามแผนการทดลอง

1.1 สร้างตัวเลขสุ่ม (random number) โดยใช้โปรแกรมสับรูทีน RANDOM จะได้ตัวเลขสุ่มถึง 2^{29} หรือ 536,870,912 จำนวนก่อนจะเกิดการซ้ำของชุดตัวเลขสุ่มและใช้ค่า 65539 เป็นตัวเลขเริ่มต้นซึ่ง Maclaren และ Marsaglia ได้เสนอแนะว่าค่าเริ่มต้น 65539 เป็นค่าที่เหมาะสมกับการทดสอบทางสถิติ ซึ่งจะได้ชุดของตัวเลขสุ่มจำนวนมาก ตัวเลข

ลุ่มที่สร้างขึ้นจะมีลักษณะการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง 0 ถึง 1 โปรแกรมสับรูทีน RANDOM จะทำงานโดยใช้คำสั่ง CALL RANDOM (IX, IY, RN) ซึ่ง RN คือตัวเลขสุ่มที่สร้างขึ้น ตัวอย่างโปรแกรมอยู่ในภาคผนวก

1.2 แปลงตัวเลขสุ่ม ไม่มีการแจกแจงแบบปกติและการแจกแจงแบบไม่ปกติโดยใช้วิธีดังต่อไปนี้คือ

1.2.1 ใช้โปรแกรมสับรูทีน NORMAL (Shanon 1975 : 363) เป็นโปรแกรมสับรูทีนสำหรับแปลงตัวเลขสุ่มให้เป็นข้อมูลที่มีการแจกแจงเป็นแบบปกติของ Gauss เป็นวิธีซึ่งใช้หลักทฤษฎีแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง คือ ถ้านำตัวอย่างขนาด n มาจากประชากรที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต μ และความแปรปรวน σ^2 ผลรวมของ n ตัวอย่างนั้นจะมีแนวโน้มการแจกแจงเข้าใกล้การแจกแจงแบบปกติเมื่อใกล้อนันต์ (asymptotically normally distributioned) ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต $n\mu$ และความแปรปรวน $n\sigma^2$ เมื่อ n มีขนาดใหญ่เพียงพอ ซึ่งถ้า n ตัวอย่างมาจากการแจกแจงยูนิฟอร์มในช่วง 0 ถึง 1 แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิต μ จะเท่ากับ $\frac{1}{2}$ และ σ^2 เท่ากับ $\frac{1}{12}$ ดังนั้นถ้า x คือผลรวมของ n ตัวอย่าง นั่นคือ x จะมีการแจกแจงแบบปกติซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $n/2$ และความแปรปรวนเท่ากับ $n/12$ ดังนั้นถ้ากำหนดให้ n เท่ากับ 12 ความแปรปรวนของ x จะเท่ากับ 1 และถ้านำ 6 ไปลบจากผลรวมของตัวอย่างทั้ง 12 ค่านั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของ x จะเท่ากับ 0 โปรแกรมสับรูทีน NORMAL อยู่ในภาคผนวก

1.2.2 ใช้ฟังก์ชั่นของ Ramberg และคณะ(1979 : 201-214) แปลงตัวเลขสุ่ม RN ในข้อ 1.1 ให้มีการแจกแจงแบบไม่ปกติซึ่งกำหนดด้วยความโด่งและความเบ้ตามแผนการทดลองคือ

$$R(p) = \lambda_1 + (p^{\lambda_3} - (1-p)^{\lambda_4})/\lambda_2 \quad ---(1)$$

เมื่อ p คือตัวเลขสุ่ม (RN) ซึ่งมีค่าระหว่าง 0 และ 1

λ_1 คือพารามิเตอร์ที่กำหนดตำแหน่ง

λ_2 คือพารามิเตอร์ที่กำหนดสเกล

λ_3, λ_4 คือพารามิเตอร์ที่กำหนดรูปแบบแจกแจง

จะได้ข้อมูลที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1 ถ้าต้องการทำให้ข้อมูลชุดนี้มีค่าเฉลี่ยเป็น μ และความแปรปรวนเป็น σ^2 ต้องแปลงค่า λ_1 และ λ_2 ในตารางของ Ramberg ก่อนที่จะแทนให้สมการ (1) ดังนี้คือ

$$\lambda_1 (\mu, \sigma) = \lambda_1 (0,1)\sigma + \mu$$

$$\lambda_2 (\mu, \sigma) = \lambda_2 (0,1)/\sigma$$

ส่วน λ_3 และ λ_4 จะกำหนดค่าต่าง ๆ กันตามความโด่งและความเบ้ของการแจกแจงที่ต้องการ

1.3 ตรวจสอบรูปแบบการแจกแจงของประชากรซึ่งกำหนดตามแผนการทดลองโดยเขียนโปรแกรมภาษาฟอร์แทรนเรียกตัวเลขสุ่ม 100,000 จำนวนจากสับรูทีน NORMAL และสับรูทีน RANDOM แล้วนำมาแปลงค่าตามข้อ 1.2.2 เพื่อเปรียบกับค่าที่กำหนดไว้ดังตัวอย่างที่แสดงในตารางที่ 1

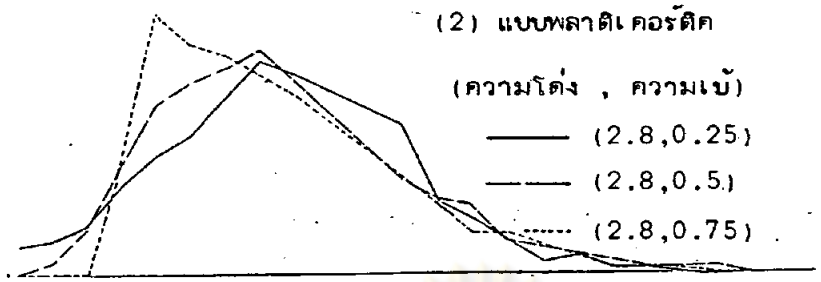
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

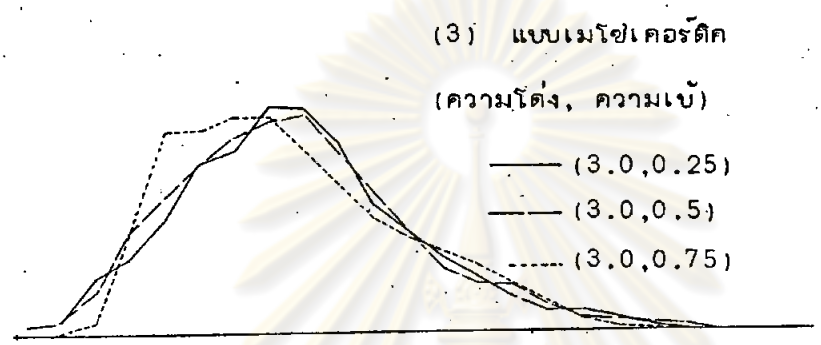
ตารางที่ 1 ตัวอย่างการเปรียบเทียบค่าสถิติของการแจกแจงของประชากรที่กำหนดและผลจากการทดลอง เมื่อใช้ตัวเลขสุ่ม 100,000 จำนวน เป็นประชากรในการศึกษาครั้งนี้

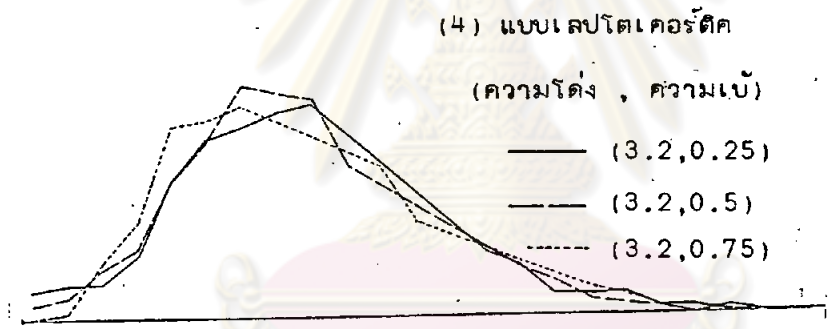
ลักษณะการแจกแจง	กำหนด $\mu = 100$	กำหนดความแปรปรวน $\sigma^2 = 100$	ความโด่ง		ความเบ้	
			กำหนด	ทดลอง	กำหนด	ทดลอง
แบบปกติ (K,S,) = (3,0)	99.9940	100.1255	3.0	3.0021	0	0.0154
แบบยูนิฟอร์ม (K,S) = (1.8,0)	99.9917	99.9917	1.8	1.8011	0	0.0218
(K,S) = (6,0)	99.9974	100.0032	6.0	5.8390	0	0.0272
(K,S) = (2.8,0.25)	99.943	100.1448	2.8	2.8028	0.25	0.2651
(K,S) = (2.8,0.5)	100.0634	100.2008	2.8	2.7924	0.5	0.4940
(K,S) = (2.8,075)	99.9953	100.2742	2.8	2.8083	0.75	0.7625
(K,S) = (3.0,0.25)	99.9944	100.1477	3.0	3.0026	0.25	0.2655
(K,S) = (3.0,0.5)	99.9950	100.2145	3.0	3.0063	0.5	0.5151
(K,S) = (3.0,0.75)	99.9954	100.2828	3.0	3.0087	0.75	0.7637
(K,S) = (3.2,0.25)	99.9945	100.1595	3.2	3.2026	0.25	0.2667
(K,S) = (3.2,0.5)	99.9950	100.2145	3.2	3.2068	0.5	0.5158
(K,S) = (3.2,0.75)	99.995	100.2807	3.2	3.2090	0.75	0.7641
(K,S) = (9,2)	99.9930	100.5820	9.0	8.9808	2.0	2.0074

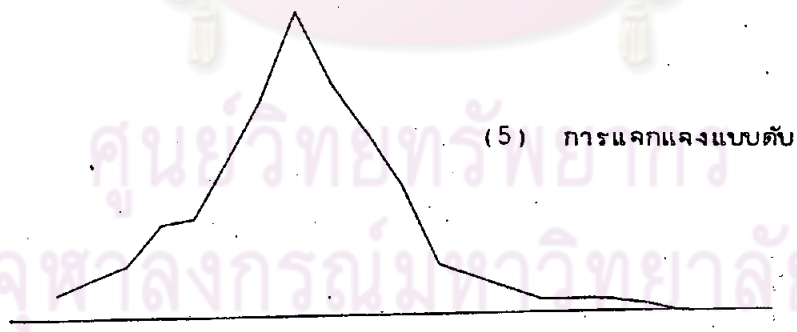
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

(1) การแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม

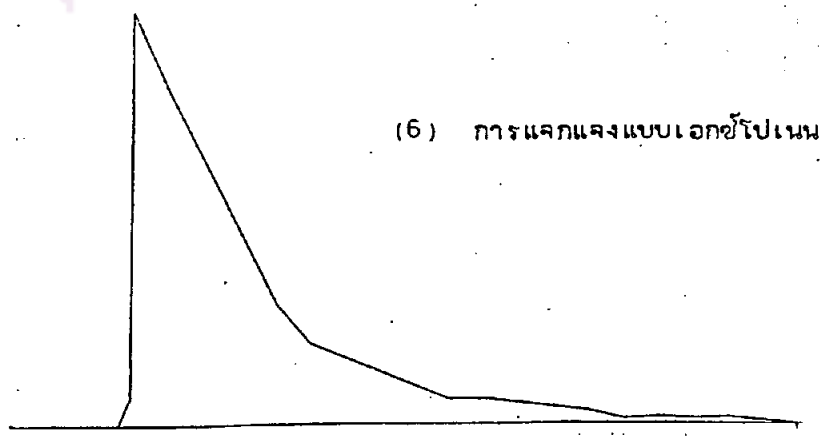








(5) การแจกแจงแบบดับเบิลเอกซ์โปเนนเชียล



(6) การแจกแจงแบบเอกซ์โปเนนเชียล

แผนภาพชุดที่ 1 แสดงการแจกแจงของประชากรที่กำหนดในการทดลองครั้งนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. คำนวณความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 หรือ $Pr(EI)$ ในการทดลองและค่าอำนาจการทดสอบการเท่ากันของความแปรปรวนของตัวสถิติทั้งสาม

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้คำนวณ $Pr(EI)$ เมื่ออัตราส่วนความแปรปรวนของประชากรเป็น 100 : 100 : 100 หรือ 1 : 1 : 1 และอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทั้งสามเมื่อกำหนดอัตราส่วนความแปรปรวนแตกต่างกันถ้ากำหนดการแจกแจงของประชากรที่มีลักษณะต่าง ๆ กันเขียนรวมเป็นโปรแกรมเดียวกัน ตัวอย่างโปรแกรมอยู่ในภาคผนวก ซึ่งขั้นตอนการคำนวณมีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 เป็นคำสั่งให้เครื่องคอมพิวเตอร์อ่านค่าตัวแปรต่าง ๆ ที่ใช้เป็นตัวกำหนดสถานการณ์ในแผนการทดลองได้แก่ รูปแบบการแจกแจงซึ่งแบ่งเป็น 2 รูปแบบคือแบบปกติแทนด้วยเลข 1 และแบบไม่ปกติแทนด้วยเลข 2 พารามิเตอร์ λ_1, λ_2, λ_3 และ λ_4 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตซึ่งกำหนดเท่ากับ 100 ความแปรปรวน ความโด่ง ความเบ้ ขนาดของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่มและค่าวิกฤต (Critical value) ของตัวสถิติทั้งสามที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.01

ตอนที่ 2 ถ้าต้องการคำนวณเมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ(แบบ 1) ใช้คำสั่ง CALL NORMAL (EX, STD, X) เพื่อเรียกข้อมูลที่มีลักษณะการแจกแจงแบบปกติซึ่งสร้างด้วยโปรแกรมสับรูทีน NORMAL มีจำนวนตามขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่เครื่องอ่านเข้าไป 3 กลุ่ม แต่ถ้าต้องการคำนวณเมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบไม่ปกติ (แบบ 2) ใช้คำสั่ง CALL RANDOM (IX, IY RN) เพื่อเรียกตัวเลขสุ่มที่สร้างด้วยโปรแกรมสับรูทีน RANDOM จำนวนตามขนาดของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่มแล้วนำมาแปลงค่าเป็นข้อมูลที่มีลักษณะความโด่งและความเบ้ตามต้องการโดยฟังก์ชั่นของ Ramberg และคณะ ซึ่งใช้คำสั่งให้เครื่องคอมพิวเตอร์เริ่มตัวเลขสุ่มที่ 65539 ทุกครั้งที่เริ่มข้อมูลชุดใหม่

ตอนที่ 3 เมื่อสร้างข้อมูลที่ต้องการทั้ง 3 กลุ่มแล้วจะนำข้อมูลมาทดสอบด้วยตัวสถิติของบาร์ตเลต และนำค่าสถิติที่คำนวณได้ไปเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตของไคกำลังสองที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$ และ 0.01 ถ้าค่าที่คำนวณได้มากกว่าค่าวิกฤตจะปฏิเสธ สมมติฐานว่าง ($H_o : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2$) แล้วนำข้อมูลเดิมทั้ง 3 กลุ่มไปทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบของแคดเวล และตัวสถิติทดสอบของลีเวน และนำค่าสถิติที่คำนวณได้ไปเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตของแต่ละการ

ทดสอบที่กำหนดในตอนที่ 1 ถ้าค่าที่คำนวณได้มากกว่าค่าวิกฤตจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง

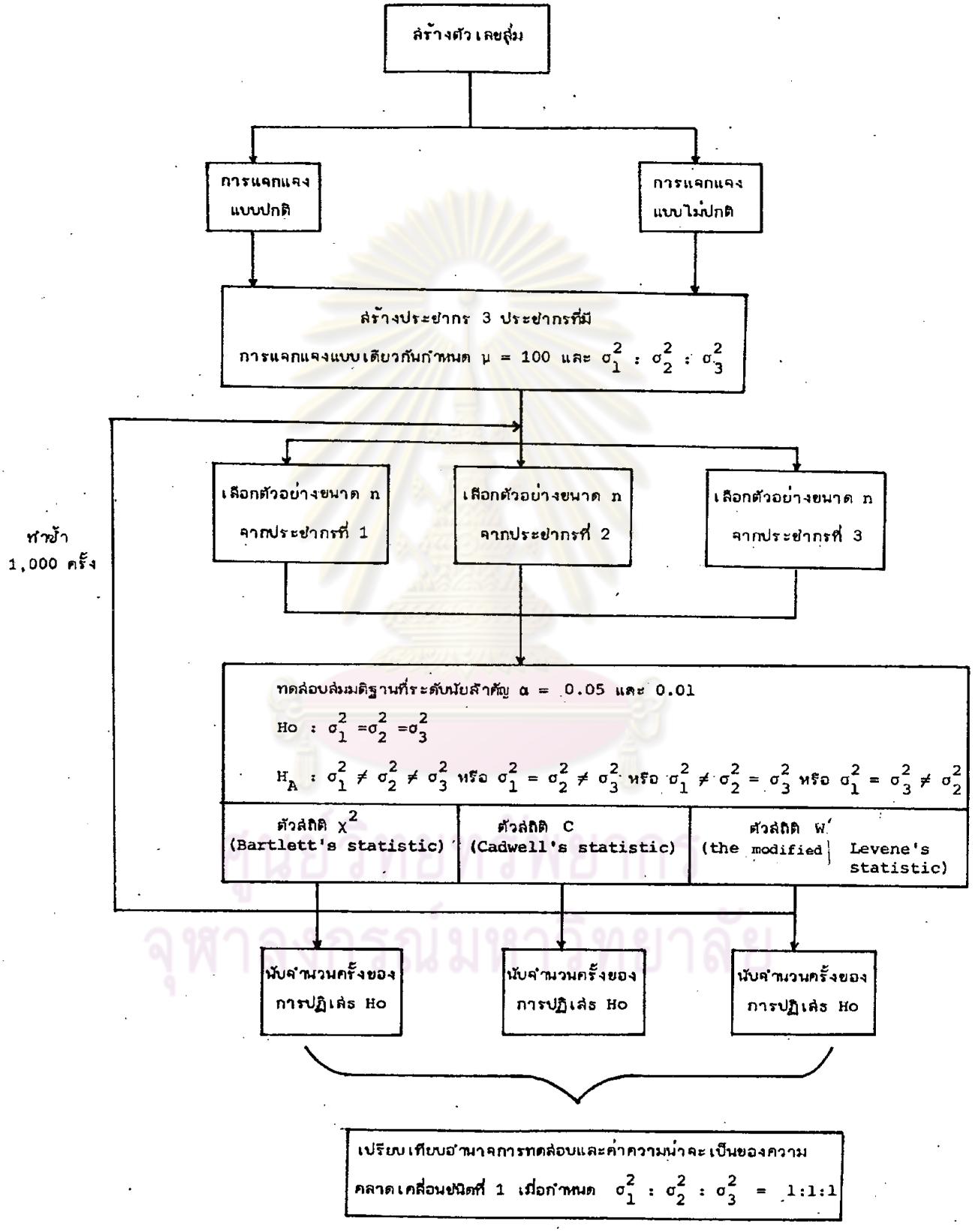
ทำเช่นนี้ซ้ำ 1,000 ครั้งด้วยชุดของตัวเลขสุ่มชุดใหม่จากสัปรูทีน RANDOM ทุก ๆ ครั้งของการทดลองซ้ำแล้วนับจำนวนครั้งที่ปฏิเสธสมมติฐานว่าง ถ้าเป็นการคำนวณความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 จะกำหนดค่าความแปรปรวนของประชากรทั้ง 3 กลุ่มเท่ากันตามแผนการทดลองและเมื่อคำนวณหาค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติจะกำหนดค่าความแปรปรวนของประชากรทั้ง 3 กลุ่มแตกต่างกัน โปรแกรมจะสั่งให้เครื่องคอมพิวเตอร์พิมพ์จำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่างในการทดลองซ้ำทั้งหมด 1,000 ครั้ง

ขั้นตอนต่าง ๆ ของแผนการดำเนินการวิจัย และแผนผังการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์ อธิบายได้ดังนี้

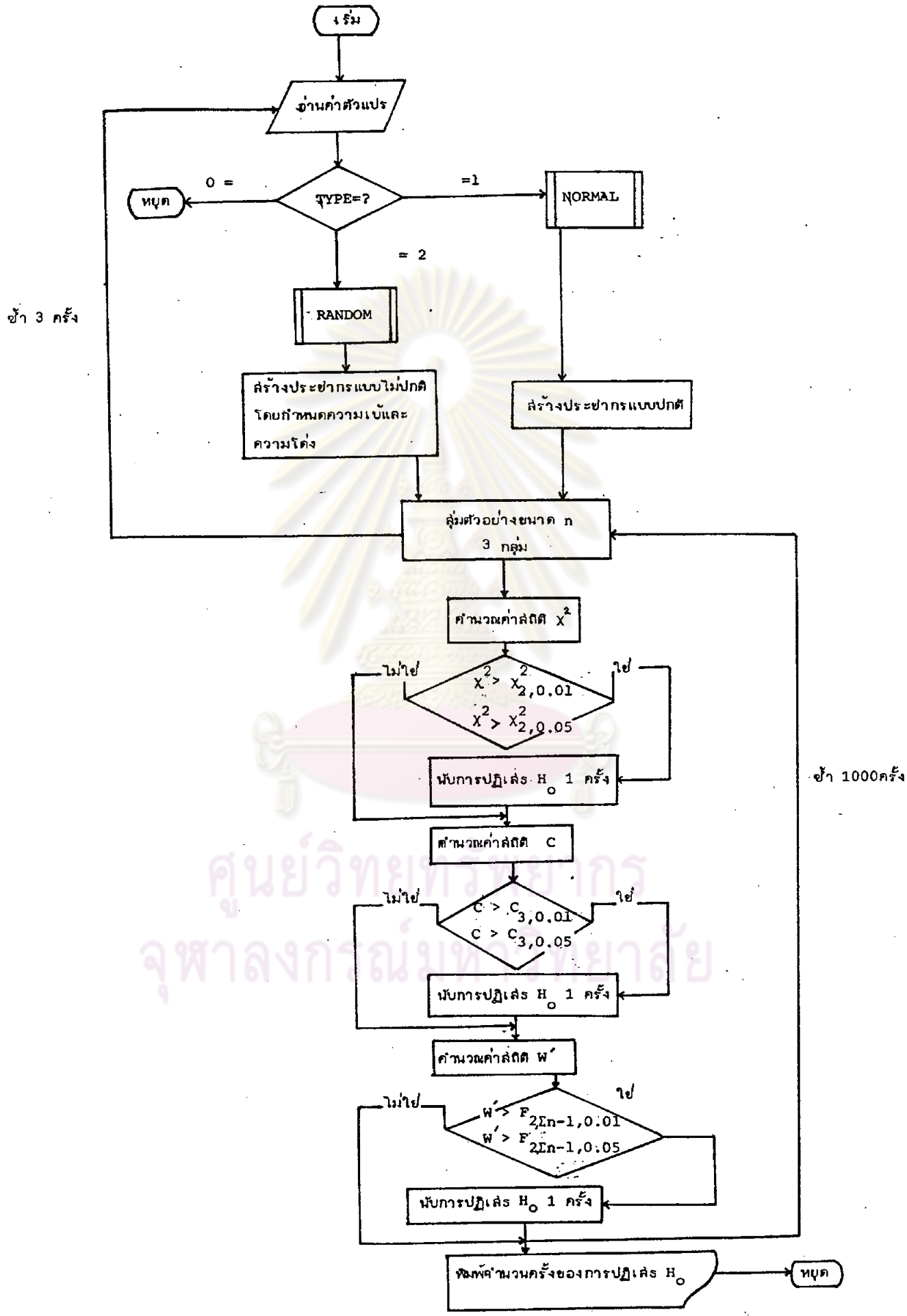
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนภาพที่ 2 แผนผังแสดงขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

แผนการดำเนินการวิจัย



แผนภาพผุดที่ 3 แผนผังโปรแกรมคอมพิวเตอร์คำนวณอำนาจการทดสอบ



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

i 16126865