หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

วิธีการวิเคราะห์

2.1 แนวความคิดที่ใช้

ในการวิเคราะห์ใช้แนวความคิดที่เสนอโดย Coull และ Mohammed [7] เมื่อโครงสร้างของอาคารสูงรับแรงกระทำด้านข้าง ที่อาจก่อให้เกิดแรงที่ผ่านศูนย์กลางของโครงสร้างและแรงบิด โดยการแทนที่แรงที่ผ่านศูนย์กลางของโครงสร้างและแรงบิด ที่กระทำต่อโครงสร้างของอาคารซึ่งอาจประกอบด้วย โครงข้อแข็ง และ ผนังต้านแรงเฉือน ด้วยแรงเดี่ยวกระทำที่จุดยอดสุดรวมกับแรงกระจายในรูปพหุนามอันดับต่าง ๆ หรือแรงบิดเดี่ยวกระทำที่จุดยอดสุดรวมกับแรงบิดกระจายในรูปพหุนามอันดับต่างๆ จากนั้นนำความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่ผ่านศูนย์กลางของโครงสร้างกับระยะเอนและแรงบิดกับมุมบิดของโครงอาคารแต่ละตัวมารวมกัน อาศัยความสมดุลระหว่างแรงที่ผ่านศูนย์กลางของโครงสร้างที่ต้านทานโดยโครงสร้างทั้งหมด ต่อแรงกระทำภายนอกที่ผ่านศูนย์กลางของโครงสร้าง และความสมดุลระหว่างแรงบิดที่ต้านทานโดยโครงอาคารทั้งหมดต่อแรงบิดที่กระทำภายนอก ซึ่งในที่สุดจะได้สมการแสดงความสมดุลของแรงที่ผ่านศูนย์กลางของโครงสร้างกับระยะเอนและแรงบิดกับมุมบิดของโครงสร้าง เมื่อคำนวนหาค่าระยะเอนและมุมบิดของแต่ละโครงสร้างได้ ก็สามารถที่จะหาแรงที่ผ่านศูนย์กลางของโครงสร้างและแรงบิดของแต่ละโครงอาคารได้

2.2 สมมุติฐาน

พฤติกรรมภายใต้แรงกระทำด้านข้างของโครงสร้าง ในงานวิจัยนี้อาศัยข้อสมมุติฐานในการวิเคราะห์ดังต่อไปนี้

2.2.1 โครงอาคารใด ๆ ประกอบไปด้วยองค์อาคารที่มีวัสดุประเภทเดียวกัน และมีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดเป็นเส้นตรง

2.2.2 ภายใต้แรงกระทำด้านข้างโครงสร้างมีพฤติกรรมในช่วงอีลาสติก

2.2.3 ระยะโก่งของอาคาร ระยะเอน และ มุมบิดของโครงสร้างมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับขนาดของโครงอาคาร

2.2.4 ระบบพื้นมีความแข็งแกร่ง (Rigidity) ในระนาบของระบบพื้นสูง

2.2.5 ความสามารถในการรับแรงบิดของโครงข้อแข็ง และผนังต้านแรงเฉือนมีค่าน้อยมากไม่นำมาพิจารณา

2.2.6 ฐานรากของอาคารเป็นแบบยึดแน่น

2.3 <u>ทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย</u>

โครงสร้างอาคารสูงทั่วไป อาจจะประกอบไปด้วยโครงข้อแข็งและผนังต้านแรงเฉือน (รูปที่ 2.1) จำนวนรวมกันเท่ากับ J โดยการสมมุติว่าแผ่นพื้นทำหน้าที่เป็นแผ่นไดอะแฟรม (Diaphragm) ที่มีความแข็งแกร่งในระนาบตัวเองสูงมาก เมื่อโครงสร้างรับแรงกระทำด้านข้างจะมีการเคลื่อนที่ตามแนวราบ (รูปที่ 2.2) ที่ระดับใดๆ ขององค์อาคารตัวที่ j ที่ระยะ z_j จากจุดอ้างอิง ดังเช่นจุด O จะมีการเคลื่อนที่เท่ากับ $y_i + \theta_i \cdot z_j$ และมุมบิดเท่ากับ θ_i โดยที่ y_i เป็นค่าการเคลื่อนที่เทียบกับแกนอ้างอิงและ θ_i เป็นมุมบิดรอบแกนที่ระดับ x_i

เมื่อโครงสร้างรับแรงกระทำด้านข้างที่ระดับใดๆ แรงกระทำด้านข้างสามารถแยกได้เป็น 2 ชนิดคือ แรงที่ผ่านศูนย์กลางของโครงสร้าง (W_{Li}) และแรงบิด (M_{Ti}) และโดยการสมมุติให้องค์อาคารใดๆ มีการกระจายแรงซึ่งประกอบไปด้วยแรงเดี่ยวกระทำที่จุดยอดสุดร่วมกับแรงกระจายในรูปพหุนามอันดับต่างๆ รวมกัน (รูปที่ 2.3 และ 2.4)

สำหรับแรงกระทำที่ผ่านศูนย์กลางขององค์อาคารที่ j เขียนได้เป็น

$$P_j = P_{oj} + \sum_{i=0}^{m} p_{ij}\xi^i \qquad (1)$$

โดยที่ m = จำนวนเต็มใดๆ ที่แสดงค่าอันดับสูงสุดของพหุนาม ($m \leq 8$)

= N -2 โดยที่ N = จำนวนจุดอ้างอิง

P_{oj}= แรงเดี่ยวกระทำที่จุดยอดสุด

p_{ij}= สัมประสิทธิ์คงที่ของแรงกระทำผ่านศูนย์กลางในรูปพหุนามอันดับต่างๆ

ξ = x/H

ในทำนองเดียวกัน แรงบิดที่ระดับใดๆ ขององค์อาคารตัวที่ j (t_j) ที่สามารถต้านทานแรงบิดได้ก็จะประกอบไปด้วย แรงบิดเดี่ยวกระทำที่จุดยอดสุด ร่วมกับแรงบิดกระจายในรูปพหุนามอันดับต่างๆ รวมกัน เขียนได้เป็น

$$t_j = T_{oj} + \sum_{i=0}^{m} t_{ij}\xi^i \qquad (2)$$

โดยที่ T_{oj} = แรงบิดเดี่ยวกระทำที่จุดยอดสุด

t_{ij} = สัมประสิทธิ์คงที่ของแรงบิดพหุนามอันดับต่างๆ

กำหนดให้ Q_j = แรงเฉือนที่ระดับใดๆ ของโครงอาคารที่ j แสดงได้ว่า

$$Q_j = P_{oj} + \int_0^H \sum_{i=0}^{m} p_{ij}\xi^i \, dx \qquad (3)$$

$$Q_j = P_{oj} + H \sum_{i=0}^{m} \frac{p_{ij}\xi^{i+1}}{i+1} \qquad (4)$$

$$Q_j = P_{oj} + \sum_{i=0}^{m} s_i p_{ij} \qquad (5)$$

กำหนดให้ T_j = แรงบิดที่ระดับใดๆ ขององค์อาคารตัวที่ j แสดงได้ว่า

$$T_j = T_{oj} + \sum_{i=0}^{m} s_i t_{ij} \qquad (6)$$

โดยที่ $s_i = \frac{H\cdot\xi^{i+1}}{i+1}$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

โดยอาศัยความสมดุลของแรงเฉือนและแรงบิดที่ต้านทานโดยโครงอาคารกับแรงกระทำภายนอกที่ก่อให้เกิดแรงที่ผ่านศูนย์กลางและแรงบิด จะได้ว่า

$$W_L = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_J \qquad (7)$$

$$W_L = \sum_{j=1}^{J} Q_j \qquad (8)$$

$$M_T = (Q_1 z_1 + Q_2 z_2 + \ldots + Q_J z_J) + (T_1 + T_2 + \ldots + T_J) \qquad (9)$$

$$M_T = \sum_{j=1}^{J} Q_j z_j + \sum_{j=1}^{J} T_j \qquad (10)$$

โดยที่ W_L = แรงที่ผ่านศูนย์กลางของโครงสร้างเนื่องจากแรงภายนอกที่ระดับใดๆ

M_T = แรงบิดเนื่องจากแรงภายนอกที่ระดับใดๆ รอบจุดอ้างอิง

โดยการกำหนดให้องค์อาคารมีการเชื่อมกันด้วยจุดเชื่อม จำนวนเท่ากับ m+2 หรืออีกนัยหนึ่งอาจเรียกว่า ระดับอ้างอิง (Reference Level) ซึ่งจะต้องประกอบด้วยจุดเชื่อมที่จุดยอดสุด และจุดอื่นใดระหว่างโครงอาคาร จากความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับการเคลื่อนที่ขององค์อาคารตัวที่ j สามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ได้ว่า

$$\tilde{y}_j = \tilde{\tilde{F}}_j \tilde{P}_j \qquad (11)$$

โดยที่ $\tilde{y}_j$ คือเวกเตอร์ (Vector) ของการเคลื่อนที่ที่ระดับอ้างอิงใดๆของ องค์อาคารตัวที่ j

$\tilde{\tilde{F}}_j$ คือเฟลกซิบิลิตีเมตริกซ์ (Flexibility) ของแรงที่ผ่านศูนย์กลาง ขององค์อาคารตัวที่ j

$\tilde{P}_j$ คือเวกเตอร์ของแรงกระทำที่จุดยอดสุด และแรงในรูปฟหุนามอันดับต่างๆ

และจากความสมดุลตามแนวราบ อาจแสดงในรูปเมตริกซ์ได้ว่า

$$\tilde{Q}_j = \tilde{s}.\tilde{P}_j \qquad (12)$$

โดยที่ $\tilde{Q}_j$ คือเวกเตอร์ของแรงเฉือนที่ต้านทานโดยองค์อาคารตัวที่ j ที่ระดับอ้างอิงใดๆ

$\tilde{s}$ คือเมตริกซ์คงที่

โดยสมมุติฐานข้อที่ 4 ดังนั้นการเคลื่อนที่ที่ระดับอ้างอิงใดๆ ขององค์อาคารตัวที่ j แสดงได้ว่า

$$\tilde{y}_j = \tilde{y} + \tilde{\theta}.z_j \qquad (13)$$

และจากสมการ (11) และ (13) จะได้ว่า

$$\tilde{y} + \tilde{\theta}.z_j = \tilde{F}_j\tilde{P}_j$$

$$\tilde{P}_j = \tilde{F}_j^{-1}(\tilde{y} + \tilde{\theta}.z_j) \qquad (14)$$

และจากสมการ (8) แสดงในรูปเมตริกซ์ได้ว่า

$$\tilde{W}_L = \tilde{s} \sum_{j=1}^{J} \tilde{F}_j^{-1}(\tilde{y} + \tilde{\theta}.z_j) \qquad (15)$$

จากความสัมพันธ์ระหว่างแรงบิดกับการหมุนขององค์อาคารตัวที่ j สามารถเขียนได้ว่า

$$\tilde{\theta}_j = \tilde{F}'_j\tilde{T}_j \qquad (16)$$

โดยที่ $\tilde{\theta}_j$ คือเวกเตอร์การหมุนที่ระดับอ้างอิงใดๆ ของโครงอาคารตัวที่ j

$\tilde{F}'_j$ คือเฟลกซิบิลิตีเมตริกซ์ของแรงบิดขององค์อาคารตัวที่ j

$\tilde{T}_j$ คือเวกเตอร์ของแรงบิดที่จุดยอดสุดและแรงบิด ในรูปพหุนามอันดับต่างๆ

และจากความสมดุลย์ของแรงบิด สมการ (6) อาจแสดงในรูปเมตริกซ์ได้ว่า

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\tilde{M}_{TJ} = \tilde{S}.\tilde{T}_j \qquad (17)$$

โดยที่ $\tilde{M}_{TJ}$ คือเวกเตอร์ของแรงบิดที่ระดับอ้างอิงใดๆ

ในทำนองเดียวกันจากสมการ (10) , (12) และ (16) จะได้ว่า

$$\tilde{M}_T = \tilde{S} \sum_{j=1}^{J} [\tilde{F}_j^{-1}(\tilde{y} + \tilde{\theta}.z_j).z_j + (\tilde{F}_j')^{-1}\tilde{\theta}] \qquad (18)$$

โดยกำหนดให้ $\tilde{G}_1 = \tilde{S} \sum_{j=1}^{J} \tilde{F}_j^{-1}$

$$\tilde{G}_2 = \tilde{S} \sum_{j=1}^{J} \tilde{F}_j^{-1} z_j$$

$$\tilde{G}_3 = \tilde{S} \sum_{j=1}^{J} [\tilde{F}_j^{-1} z_j^2 + (\tilde{F}_j')^{-1}]$$

จากสมการ (15) และ (18) สามารถหาค่า $\tilde{y}$ และ $\tilde{\theta}$ ได้คือ

$$\tilde{y} = [\tilde{G}_2 - \tilde{G}_3\tilde{G}_2^{-1}\tilde{G}_1]^{-1}[\tilde{M}_T - \tilde{G}_3\tilde{G}_2^{-1}\tilde{W}_L] \qquad (19)$$

$$\tilde{\theta} = [\tilde{G}_2 - \tilde{G}_1\tilde{G}_2^{-1}\tilde{G}_3]^{-1}[\tilde{W}_L - \tilde{G}_1\tilde{G}_2^{-1}\tilde{M}_T] \qquad (20)$$

จากสมการที่ (19) และ (20) ทำให้สามารถทราบค่าการเคลื่อนที่และการบิดขององค์อาคารที่ทุกระดับอ้างอิงได้

สำหรับค่าการเคลื่อนที่ และการบิดขององค์อาคารที่ j หาได้จากความสัมพันธ์ดังที่กล่าวมาในตอนต้น ดังนั้นหาการกระจายแรงกระทำผ่านศูนย์กลางของโครงสร้างและแรงบิดขององค์อาคารใดๆ ทุกระดับอ้างอิงได้โดยการแทนในสมการ (11) และ (16) จะได้ว่า

$$\tilde{P}_j = \tilde{F}_j^{-1}\tilde{y}_j \qquad (21)$$

$$\tilde{T}_j = (\tilde{F}'_j)^{-1}\tilde{\theta}_j \qquad (22)$$

ในกรณีโครงสร้างอาคารประกอบด้วย โครงอาคารหลายประเภทประกอบกันค่าที่ได้จากสมการ (21) และ (22) จะแสดงถึงสัดส่วนของการต้านทานแรงกระทำด้านข้าง ที่ก่อให้เกิดแรงกระทำผ่านศูนย์กลางของโครงสร้าง และแรงบิดของแต่ละโครงอาคาร จากนั้นจะสามารถหาแรงภายในโครงสร้างได้ โดยการคูณค่าเคลื่อนที่ที่หาได้ด้วยสติฟเนสของชิ้นส่วนแต่ละอัน

ถ้าโครงสร้างและแรงกระทำภายนอกมีความสมมาตร (symmetry) สมการที่ (19) อาจลดรูปได้เป็น

$$\tilde{y}_j = \tilde{G}_1^{-1}\tilde{W} \qquad (23)$$

จากทฤษฎีที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่าหากสามารถหาค่า $\tilde{F}_j$ และ $\tilde{F}'_j$ ของโครงสร้างย่อยใดๆได้ เราก็จะสามารถหาค่าการกระจายของแรงผ่านศูนย์กลางและแรงบิดของโครงสร้างย่อยได้ ในงานวิจัยนี้จะใช้การวิเคราะห์โครงสร้างย่อยโดยวิธีสติฟเนสโดยตรง (direct stiffness) ในการหา $\tilde{F}_j$ ของโครงสร้างย่อยใดๆ โดยถือว่าโครงสร้างย่อยคือ โครงข้อแข็งที่ประกอบด้วยคาน เสา และไม่มีชิ้นส่วนเอียง โดยที่สติฟเนสของคานและเสาคิดผลของแรงเฉือนและแรงในแนวแกน และคิดผลของส่วนแข็งอนันต์ที่ปลาย (Rigid end zone) ในคานด้วย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย