

รายการอ้างอิง

1. Moses, F. Weigh-In-Motion System Using Instrumented Bridges. *Transportation Engineering Journal*, ASCE, 1979, pp. 233-249
2. Boonchu Sedchaicharn , *Dynamic Interaction Between 10-Wheel Truck and Steel Multi-Girder Overpass Bridge*, Master's Thesis, Department of Civil Engineering, Graduate School, Asian Institute of Technology, 1998
3. WAVE , *Weighing-In-Motion of Axles and Vehicles for Europe* , RTD Project , RO-96-SC , 403
4. Robert D. Cook , David S. Malkus , Michael E. Plesha and Robert J. Witt, *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, John Wiley & Sons , INC
5. James W. Dally , William F. Riley and Kenneth G. McConnell, *Instrumentation for Engineering Measurements*, John Wiley & Sons , INC
6. FEA Ltd., *LUSAS (Version 13) Modeler User Manual and LUSAS (Version 13) Example Manual*

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

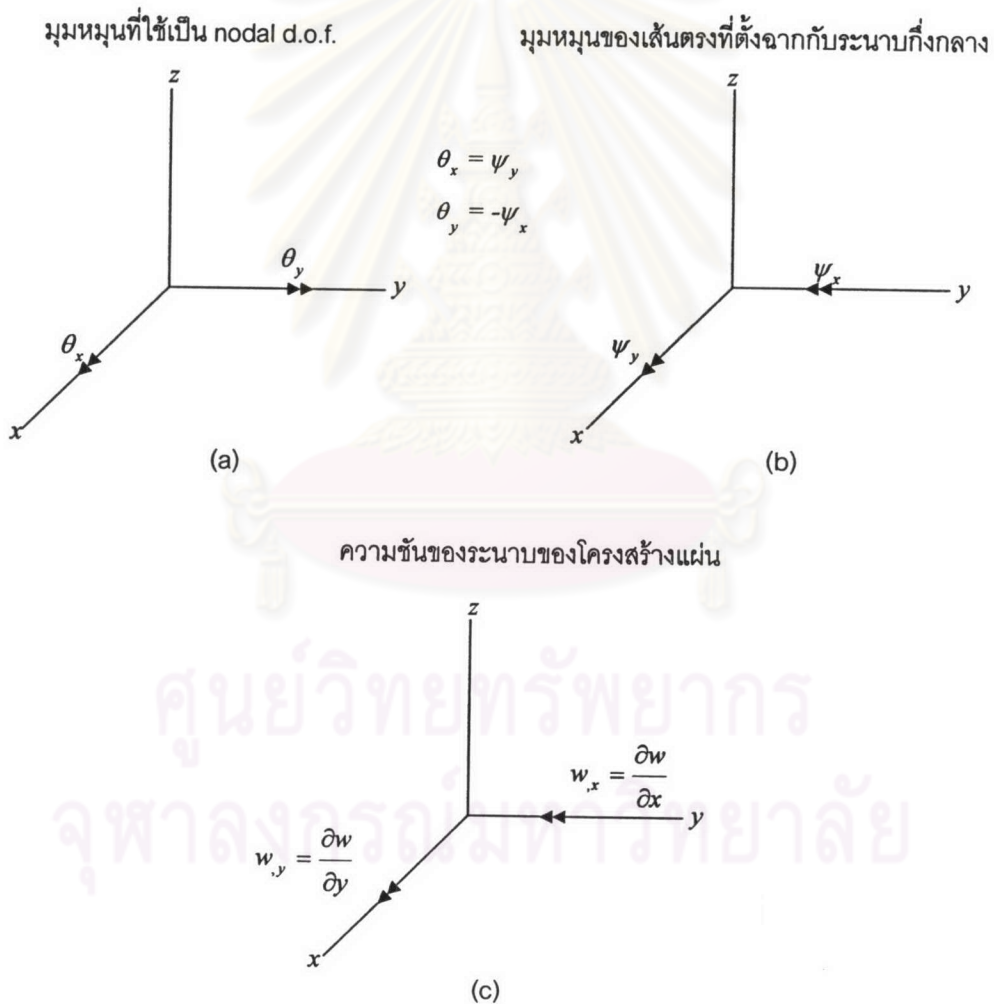
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

โครงสร้างแผ่นรับแรงดัด (Plate Bending)

โครงสร้างแผ่น (Plate) หมายถึง โครงสร้างที่มีความหนา น้อยมากเมื่อเปรียบเทียบกับความยาวและความกว้าง ซึ่งรับแรงกระทำตั้งฉากกับระนาบ โดยจะก่อให้เกิดโมเมนต์ดัดและโมเมนต์บิดใน 2 ทิศทาง จากลักษณะทางเรขาคณิตที่กล่าวมานี้ การวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะพิจารณาชิ้นส่วนโครงสร้างแผ่น (Plate Element) เป็นปัญหา 2 มิติ เพราะถ้าพิจารณาเป็นปัญหา 3 มิติ จะก่อให้เกิดปัญหา shear locking และ ill-condition ในทิศทางของความหนา ซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อโครงสร้างมีความหนาน้อยๆ



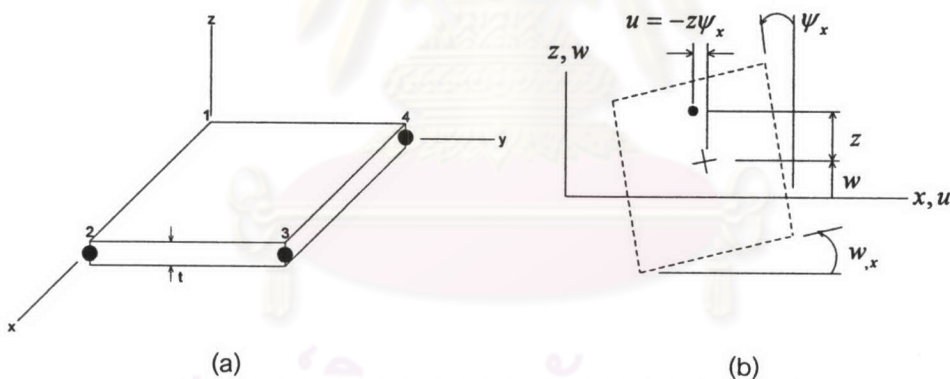
รูปที่ ก1 สัญลักษณ์และทิศทางของมุมหมุนของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับระนาบกึ่งกลาง และความชันของระนาบของโครงสร้างแผ่น

ทฤษฎีของโครงสร้างแผ่น: โครงสร้างแผ่นที่มีความหนา t จะมีระนาบกึ่งกลาง (mid surface) อยู่ห่างจากพื้นผิวบนและล่างเป็นระยะทาง $t/2$ ในการวิเคราะห์จะพิจารณาให้ระนาบกึ่งกลางของโครงสร้างแผ่นอยู่บนระนาบ $x-y$ ดังแสดงในรูปที่ ก2(a) พร้อมทั้งพิจารณาให้โครงสร้างแผ่นมีความหนาเท่ากันตลอดทั้งแผ่น เมื่อรับแรงดัดแล้วระนาบกึ่งกลางนั้นจะเป็นระนาบที่ไม่เกิดการเสียรูปร่าง (neutral surface) นั่นคือ $\epsilon_x = \epsilon_y = \gamma_{xy} = 0$ ที่ $z = 0$

พฤติกรรมการรับแรงของโครงสร้างแผ่น อาจกล่าวได้ว่า เส้นตรงที่ตั้งฉากกับระนาบกึ่งกลาง จะยังคงเป็นเส้นตรงทั้งก่อนและหลังการรับแรง โดยมุมหมุนของเส้นตรงนั้นจะมีทั้ง ψ_x และ ψ_y ซึ่งแสดงในรูปที่ ก1 และจะได้ว่าจุดต่างๆที่ไม่อยู่บนระนาบกึ่งกลางจะมีระยะการเปลี่ยนตำแหน่งเกิดขึ้น เช่นในทิศ x การเปลี่ยนตำแหน่งจะเท่ากับ u ดังแสดงในรูปที่ ก2(b) และในทิศ y การเปลี่ยนตำแหน่งจะเท่ากับ v สำหรับการเปลี่ยนตำแหน่งและการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุมที่มีขนาดเล็กๆ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} u &= -z\psi_x & \epsilon_x &= -z\psi_{x,x} & \gamma_{xy} &= -z(\psi_{x,y} + \psi_{y,x}) \\ v &= -z\psi_y & \epsilon_y &= -z\psi_{y,y} & \gamma_{yz} &= w_{,y} - \psi_y \\ & & & & \gamma_{zx} &= w_{,x} - \psi_x \end{aligned} \tag{ก1}$$

เมื่อ w เป็นการเปลี่ยนตำแหน่งในทิศทาง z



รูปที่ ก2 (a) ชิ้นส่วนของโครงสร้างแผ่นที่มี 4 ขั้ว
(b) หน้าตัดของโครงสร้างแผ่นที่เกิดการเสียรูปร่าง โดยสมมติว่าเส้นตรงในทิศทางของความหนายังคงเป็นเส้นตรง

ตามปกติ σ_z , γ_{yz} และ γ_{zx} นั้นมีค่าน้อยเมื่อเทียบกับ σ_x , σ_y และ τ_{xy} โดย σ_z จะมีค่าน้อยมากจนสามารถตัดทิ้งได้ ดังนั้นสำหรับวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้น (linearly elastic material) และ วัสดุที่มีคุณสมบัติเหมือนกันทุกทิศทาง (isotropic material) นั้น ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด (stress-strain relation) ในแต่ละชั้นของโครงสร้างแผ่นบาง จะพิจารณาเป็นปัญหาของความเค้นในระนาบ (plane-stress problem) ซึ่งคือ

$$\{\sigma\} = [E]\{\epsilon\} \tag{ก2}$$

หรือ

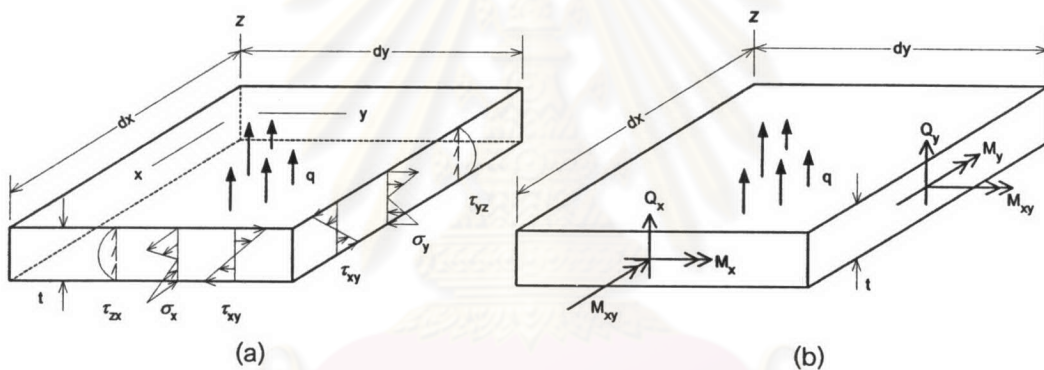
$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (n3)$$

ความเค้นที่หน้าตัดใดๆ จะแปรผันตรงกับระยะ z ตามความหนา โดยจะมีค่าเป็นศูนย์ที่ระนาบกึ่งกลาง ซึ่งจะก่อให้เกิดโมเมนต์ และแรงเฉือนภายใน ต่อความยาวในระนาบ $x-y$ ดังนี้

$$M_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x z dz \quad M_y = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y z dz \quad M_{xy} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} z dz \quad (n4)$$

$$Q_x = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xz} dz \quad Q_y = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{yz} dz \quad (n5)$$

โดย Q_x และ Q_y คือแรงเฉือน, M_x และ M_y คือโมเมนต์ดัด และ M_{xy} คือโมเมนต์บิด ซึ่งทิศทางของความเค้น ทิศทางของโมเมนต์ และทิศทางของแรงเฉือน ดังแสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 3 (a) ความเค้นที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงกระทำตั้งฉากกับระนาบของโครงสร้างแผ่น
(b) โมเมนต์และแรงเฉือนที่สอดคล้องกับค่าความเค้นที่เกิดขึ้น

ทฤษฎีโครงสร้างแผ่นของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff): พิจารณาการเสียรูปร่างเนื่องจากแรงเฉือนตามขวางมีค่าน้อยมากจนสามารถตัดทิ้งได้ ดังนั้น $w_{,x} = \psi_x$ และ $w_{,y} = \psi_y$ ในสมการที่ 11 ซึ่งจะทำได้ว่า $\varepsilon_x = -zw_{,xx}$, $\varepsilon_y = -zw_{,yy}$ และ $\gamma_{xy} = -2zw_{,xy}$ แทนความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับความโค้ง (strain-curvature relation) ลงในสมการที่ 4 และ 5 จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์กับความโค้ง (moment-curvature relation) สำหรับโครงสร้างแผ่นบางของเคอร์ชอฟฟ์ ชนิดที่มีความหนาคงที่ และเป็น isotropic material คือ

$$\{M\} = -[D]\{\kappa\} \quad (n6)$$

$$\text{หรือ} \quad \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} D & \nu D & 0 \\ \nu D & D & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)D}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_{,xx} \\ w_{,yy} \\ 2w_{,xy} \end{Bmatrix} \quad (n7)$$

$$\text{เมื่อ} \quad D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad \text{โดย } D \text{ คือ flexural stiffness} \quad (n8)$$

ทฤษฎีโครงสร้างแผ่นบางของมินด์ลิน (Mindlin): พิจารณา γ_{yz} และ γ_{xz} ด้วยเมื่อโครงสร้างมีความหนา มากๆ ดังนั้น ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับความโค้ง (strain-curvature relation) จะเป็นไปตามสมการที่ n1 และจากความสัมพันธ์ตามสมการที่ n4 และ n5 จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์กับความโค้ง (moment-curvature relation) หรือ ความสัมพันธ์ระหว่างแรงเฉือนกับความโค้ง (shear-curvature relation) สำหรับ โครงสร้างแผ่นบางของมินด์ลิน ชนิดที่มีความหนาคงที่ และเป็นวัสดุที่มีคุณสมบัติเหมือนกันทุกทิศทาง (isotropic material) คือ

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = - \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{[D]}_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & kGt & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & kGt \end{bmatrix}}_{\mathbf{[D_M]}} \underbrace{\begin{Bmatrix} \psi_{x,x} \\ \psi_{y,y} \\ \psi_{x,y} + \psi_{y,x} \\ \psi_x - w_{,x} \\ \psi_y - w_{,y} \end{Bmatrix}}_{\{\kappa_M\}} \quad (n9)$$

ซึ่ง $\mathbf{[D]}$ เป็นเมทริกซ์จัตุรัสเหมือนในสมการที่ n6 และ kt คือ ความหนาประสิทธิผล (effective thickness) สำหรับการเสียรูปเนื่องจากผลของแรงเฉือน โดยค่า k ของโครงสร้างแผ่นบางที่มีความหนาเท่ากันตลอดทั้งแผ่น มีค่าเท่ากับ 5/6

ชิ้นส่วนของโครงสร้างแผ่นชนิด c' (เคอร์ชอฟฟ์)

ตามทฤษฎีของเคอร์ชอฟฟ์ การเสียรูปร่างเนื่องจากผลของแรงเฉือนจะมีค่าน้อยมากจนไม่นำมาคิด ด้วยเหตุผลนี้ ปัญหาของโครงสร้างแผ่นบางนั้นจะสามารถอธิบายได้เมื่อทราบค่าการเคลื่อนที่ในทิศทาง z ของ ระนาบกึ่งกลางของโครงสร้างแผ่นบาง ซึ่งคือ $w = w(x, y)$ ค่าพลังงานความเครียด (strain energy, U) ของ โครงสร้างแผ่นบางที่เกิดจากการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงเส้นและการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุมที่ข้อ (node) ซึ่งสามารถ อธิบายได้ด้วยสมการดังนี้

$$U = \int \frac{1}{2} \{\boldsymbol{\varepsilon}\}^T \mathbf{[E]} \{\boldsymbol{\varepsilon}\} dV \quad (n10)$$

สามารถอธิบายในเทอมของความโค้ง (curvature) $\{\kappa\} = [w_{,xx} \quad w_{,yy} \quad 2w_{,xy}]^T$ ได้โดยการแทนค่า $\gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$ ในสมการที่ ก1 จากนั้นจึงทำการแทนค่าความเครียดที่ได้ลงในสมการพลังงานความเครียด (strain energy) แล้วทำการอินทิเกรตตลอดความหนา จะได้ว่า

$$U = \int_A \frac{1}{2} \{\kappa\}^T [D] \{\kappa\} dA \quad (\text{ก11})$$

เมื่อ A คือพื้นที่ของระนาบกึ่งกลาง และ $[D]$ เป็นเมตริกซ์จัตุรัสจากสมการที่ ก6 สำหรับโครงสร้างแผ่นชนิดที่มีความหนาคงที่ และเป็นวัสดุที่มีคุณสมบัติเหมือนกันทุกทิศทาง (isotropic material)

จากหลักการของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จะทำการสมมติให้การเคลื่อนที่ของจุดต่างๆบนชิ้นส่วนสามารถอธิบายได้ด้วยค่าการเคลื่อนที่ในแต่ละระดับขั้นความเสรี (degree of freedom) ของแต่ละข้อ (node) ของชิ้นส่วนนั้น โดยอาศัยการประมาณด้วยฟังก์ชันรูปร่าง (shape-function) ซึ่งจะได้ว่า

$$w = [N] \{d\} \quad (\text{ก12})$$

และ $\{\kappa\} = [B] \{d\} \quad (\text{ก13})$

เมื่อ $[B] = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{array} \right\} [N] \quad (\text{ก14})$

พิจารณาชิ้นส่วนของโครงสร้างแผ่นบางเพียง 1 ชิ้น จากสมการที่ ก11 จะได้ว่าพลังงานความเครียด (strain energy) และ stiffness matrix $[K]$ ของชิ้นส่วน สามารถแสดงได้ดังนี้

$$U = \frac{1}{2} \{d\}^T [K] \{d\} \quad (\text{ก15})$$

และ $[K] = \int_A [B]^T [D] [B] dA \quad (\text{ก16})$

ชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมของโครงสร้างแผ่น: ชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมจะมีจำนวนข้อทั้งหมด 4 ข้อ และจะมีจำนวนทั้งหมด 12 ระดับขั้นความเสรี ซึ่งจะมี 3 ระดับขั้นความเสรี ต่อ 1 ข้อ โดยการเคลื่อนที่ในทิศทาง z ของชิ้นส่วนสี่เหลี่ยมที่มีจำนวนระดับขั้นความเสรีทั้งหมด 12 ระดับขั้นความเสรี สามารถเขียนในรูปของพหุนาม 12 พจน์ ได้ดังนี้

$$w(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + a_6x^3 + a_7x^2y + a_8xy^2 + a_9y^3 + a_{10}x^3y + a_{11}xy^3 \quad (n17)$$

$$\text{หรือ } w(x, y) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & x^3 & x^2y & xy^2 & y^3 & x^3y & xy^3 \end{bmatrix}}_{[N_a]_{12 \times 1}} \{a\}_{12 \times 1} \quad (n18)$$

โดยค่าของ $w(x, y)$ จะต้องเขียนในเทอมของการเคลื่อนที่ในแต่ละระดับชั้นความเร็วของแต่ละตัวมากกว่าจะเขียนในเทอมของ $\{a\}$ ดังนั้นต้องทำการหาค่าของ w, θ_x และ θ_y ที่จุดใดๆบนชิ้นส่วน ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w \\ \frac{\partial w}{\partial y} \\ -\frac{\partial w}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (n19)$$

$$\text{หรือ } \begin{Bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & x^3 & x^2y & xy^2 & y^3 & x^3y & xy^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & x & 2y & 0 & x^2 & 2xy & 3y^2 & x^3 & 3xy^2 \\ 0 & -1 & 0 & -2x & -y & 0 & -3x^2 & -2xy & -y^2 & 0 & -3x^2y & -y^3 \end{bmatrix} \{a\} \quad (n20)$$

ทำการแทนค่า x และ y ของแต่ละตัวลงในสมการ n10 จะได้ค่า $\hat{w}, \hat{\theta}_x$ และ $\hat{\theta}_y$ ซึ่งเป็นค่าของ w, θ_x และ θ_y ในแต่ละตัว โดยสามารถเขียนในรูปของเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\{d\} = \begin{bmatrix} \hat{w}_1 & \hat{\theta}_{x1} & \hat{\theta}_{y1} & \hat{w}_2 & \hat{\theta}_{x2} & \hat{\theta}_{y2} & \hat{w}_3 & \hat{\theta}_{x3} & \hat{\theta}_{y3} & \hat{w}_4 & \hat{\theta}_{x4} & \hat{\theta}_{y4} \end{bmatrix}^T \quad (n21)$$

$$\text{และ } \{d\}_{12 \times 1} = [A]_{12 \times 12} \{a\}_{12 \times 1} \quad (n22)$$

$$\text{หรือ } \{a\} = [A]^{-1} \{d\} \quad (n23)$$

นำค่า $\{a\}$ ที่ได้จากสมการที่ n23 แทนลงในสมการ n18 จะได้

$$w(x, y) = [N_s][A]^{-1}\{d\} \quad (n24)$$

$$\text{และ } [N] = [N_s][A]^{-1} \quad (n25)$$

โดย $[N]$ คือ Displacement interpolation function

เมตริกซ์ $[N]$ ที่ได้นั้นจะใช้ในการคำนวณ เมตริกซ์ $[B]$ ในสมการที่ n14 และใช้ในการคำนวณ stiffness matrix $[K]$ ของชิ้นส่วนจากสมการ n16

ชิ้นส่วนของโครงสร้างแผ่นบางชนิด c^0 (มินต์ลิน)

จากทฤษฎีของมินต์ลิน เมื่อโครงสร้างแผ่นมีความหนามากขึ้น การเสียรูปร่างเนื่องจากผลของแรงเฉือน จะมีผลมากขึ้นจนไม่สามารถตัดทิ้งได้ สำหรับการเปลี่ยนตำแหน่งและการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุมของชิ้นส่วนของโครงสร้างแผ่นของมินต์ลินที่มีจำนวนข้อต่อทั้งหมด n ข้อ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} w \\ \psi_x \\ \psi_y \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 \\ 0 & N_i & 0 \\ 0 & 0 & N_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_i \\ \psi_{xi} \\ \psi_{yi} \end{Bmatrix} \quad (n26)$$

$$\text{หรือ } \{u\} = [N]\{d\} \quad (n27)$$

ค่าความโค้งและความเครียดจากผลของแรงเฉือนที่แสดงในสมการที่ n9 ซึ่งปรากฏใน $\{K_M\}$ สามารถเขียนให้อยู่ในเทอมของ $\{u\} = [w \ \psi_x \ \psi_y]^T$ ได้ดังนี้

$$\{K_M\} = \begin{Bmatrix} \psi_{x,x} \\ \psi_{y,y} \\ \psi_{x,y} + \psi_{y,x} \\ \psi_x - w_{,x} \\ \psi_y - w_{,y} \end{Bmatrix} = [D]\{u\} \quad \text{เมื่อ} \quad [D] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \\ -\frac{\partial}{\partial x} & 1 & 0 \\ -\frac{\partial}{\partial y} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (n28)$$

จากสมการ n27 และ n28 สำหรับชิ้นส่วนที่มีจำนวนข้อต่อ n ข้อ

$$\{\kappa_M\} = [B_M]_{5 \times 3n} \{d\} \quad (n29)$$

เมื่อ $[B_M] = [\partial][N] =$

$$\begin{bmatrix} 0 & N_{1,x} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & N_{1,y} & \dots & N_{n,y} \\ 0 & N_{1,y} & N_{1,x} & \dots & N_{n,x} \\ -N_{1,x} & N_1 & 0 & \dots & 0 \\ -N_{1,y} & 0 & N_1 & \dots & N_n \end{bmatrix} \quad (n30)$$

ค่าพลังงานความเครียดในชิ้นส่วนที่เกิดจากการเปลี่ยนตำแหน่งและการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุมที่ข้อ และค่าสติฟเนสเมทริกซ์ (stiffness matrix) ของชิ้นส่วนคือ

$$U = \frac{1}{2} \{d\}^T [K] \{d\} \quad (n31)$$

และ $[K] = \int_A [B_M]^T [D_M] [B_M] dA \quad (n32)$

โดย $[D_M]$ ได้จากสมการที่ n9

ค่าสติฟเนสเมทริกซ์ของชิ้นส่วน สามารถเขียนเป็นผลรวมของสติฟเนสเมทริกซ์สำหรับการดัด $[K_b]$ และค่าสติฟเนสเมทริกซ์สำหรับแรงเฉือน $[K_s]$ และจะให้ $[B_M]$ เป็นผลรวมของพจน์ของแรงดัด กับพจน์ของแรงเฉือน โดยจะกำหนดให้ $[B_b]$ ที่เป็นผลเนื่องจากการดัด คือ $[B_M]$ ที่มี 2 แถวสุดท้ายมีค่าเป็นศูนย์ทั้งหมด และ $[B_s]$ คือ $[B_M]$ ที่มี 3 แถวแรกมีค่าเป็นศูนย์ทั้งหมด ดังนั้นจะได้

$$[B_M] = [B_b] + [B_s] \quad (n33)$$

และจากสมการ n32 จะได้

$$[K] = \underbrace{\int [B_b]^T [D_M] [B_b] dA}_{[K_b]} + \underbrace{\int [B_s]^T [D_M] [B_s] dA}_{[K_s]} \quad (n34)$$

2.2 โครงสร้างเปลือก (Shell)

โครงสร้างเปลือก (Shell) หมายถึงโครงสร้างที่มีความโค้ง พื้นผิวภายในและภายนอกจะถูกแยกจากกันด้วยความหนา ซึ่งความหนาจะมีขนาดเล็กเมื่อเทียบกับมิติอื่นๆของโครงสร้าง โดยระนาบกึ่งกลาง (mid surface) จะอยู่ห่างจากพื้นผิวภายในและพื้นผิวภายนอกเป็นระยะทางครึ่งหนึ่งของความหนา โดยจะมีทั้งโครงสร้างที่มีความหนาคงที่ และความหนาไม่คงที่

ความเค้นในโครงสร้างเปลือกจะทำให้เกิดแรงลัพธ์ N ภายในระนาบซึ่งจะเป็นแรงต่อความยาวโดยจะมีทิศทางสัมผัส กับระนาบของโครงสร้างเปลือกโดยแรงลัพธ์ที่ได้คือ

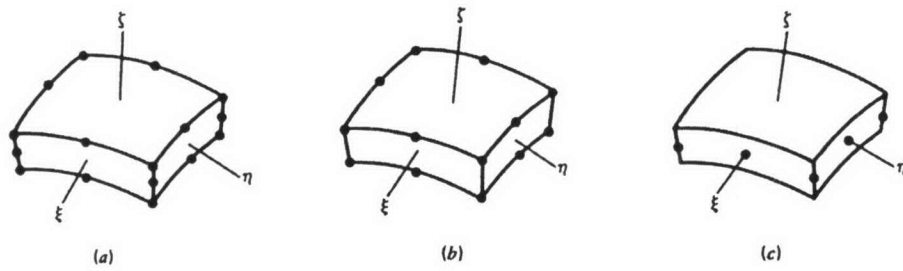
$$N_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x dz \quad N_y = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y dz \quad N_{xy} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} dz \quad (n35)$$

เมื่อ z คือทิศทางที่ตั้งฉากกับระนาบกึ่งกลาง และ x กับ y คือ แกนที่สัมผัสกับระนาบกึ่งกลาง โดยค่าโมเมนต์ดัด และโมเมนต์บิดของโครงสร้างเปลือกบาง สามารถอธิบายได้จากสมการที่ n4 และ n5เช่นเดียวกับโครงสร้างแผ่น (Plate) และความเค้นในทิศทาง x และ y จะพิจารณาเป็นผลรวมของความเค้นในระนาบกับความเค้นดัด ถ้าโครงสร้างมีความหนาน้อยๆ โดยมีความหนาคงที่ตลอดทั้งแผ่นและเป็นวัสดุยืดหยุ่นแบบเชิงเส้น (linear elastic material) แล้วความเค้นในระนาบจะไม่ขึ้นกับระยะ z ส่วนความเค้นดัด จะแปรผันตามระยะ z ดังนั้น จะได้ว่าค่าความเค้นในทิศทางที่สัมผัสกับระนาบของโครงสร้างที่ระยะ z ใดๆคือ

$$\sigma_x = \frac{N_x}{t} + \frac{M_x z}{t^3/12} \quad \sigma_y = \frac{N_y}{t} + \frac{M_y z}{t^3/12} \quad \tau_{xy} = \frac{N_{xy}}{t} + \frac{M_{xy} z}{t^3/12} \quad (n36)$$

ชิ้นส่วนทั่วไปของโครงสร้างเปลือก (General Shell Element)

การทำการจำลองโครงสร้างเปลือกที่มีรูปร่างทั่วไป ด้วยชิ้นส่วนใน 3 มิติที่มีความหนาน้อยกว่ามิติอื่นๆของโครงสร้างสามารถแสดงได้ดังรูปที่ n4(a) แต่อย่างไรก็ตามบางครั้ง โครงสร้างเปลือกที่หนามากๆก็ควรพิจารณาเป็น solid มากกว่าจะเป็นโครงสร้างเปลือก โดยมีข้อ 3 ข้อ ตามความหนาที่แต่ละมุมของชิ้นส่วน อันจะเป็นผลทำให้มีจำนวนองศาอิสระมากเกินไปจนเกิดความจำเป็น จึงต้องทำการกำจัดข้อที่อยู่บนระนาบกึ่งกลางดังแสดงในรูปที่ n4(b) แต่ยังคงสมมติฐานที่ว่า เส้นตรงในทิศทางของความหนาจะยังคงเป็นเส้นตรง แต่สามารถหมุนเทียบกับระนาบกึ่งกลางของโครงสร้างเปลือกบางได้ ซึ่งคือพฤติกรรมของชิ้นส่วนแผ่น และชิ้นส่วนเปลือก ตามสมมติฐานของ มินต์ลีน จากรูปที่ n4(a) และ n4(b) เมื่อชิ้นส่วนมีความหนาน้อยมากๆจะเกิดปัญหา ill-condition ดังนั้นเพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาจะทำการพิจารณาชิ้นส่วนของโครงสร้างเปลือก ที่มีเพียงข้อบนระนาบกึ่งกลาง ดังแสดงในรูปที่ n4(c) โดยแต่ละข้อที่ระนาบกึ่งกลางจะมีการเปลี่ยนตำแหน่งทั้งหมด 3 ระดับชั้นความเร็ว และมีการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุมทั้งหมด 2 ระดับชั้นความเร็ว คือ u, v, w, α และ β



รูปที่ 4 ชิ้นส่วนของโครงสร้างเปลือก

รูปร่างทางเรขาคณิตของชิ้นส่วน (Element Geometry): พิจารณาที่ข้อใดๆของชิ้นส่วน ดังแสดงในรูปที่ n5(a) เวกเตอร์ในทิศทางของความหนา (V_{3i}) คือ

$$V_{3i} = t_i \begin{Bmatrix} l_{3i} \\ m_{3i} \\ n_{3i} \end{Bmatrix} \quad (n37)$$

$$\text{เมื่อ } t_i \begin{Bmatrix} l_{3i} \\ m_{3i} \\ n_{3i} \end{Bmatrix} = \frac{1}{t_i} \begin{Bmatrix} x_j - x_k \\ y_j - y_k \\ z_j - z_k \end{Bmatrix} \quad (n38)$$

ซึ่ง l_{3i} , m_{3i} และ n_{3i} คือ direction cosines ของเส้นตรง kij ที่ตั้งฉากกับระนาบกึ่งกลาง และ xyz คือ global coordinate โดยทิศทางของจุดใดๆในชิ้นส่วนตาม global coordinate คือ

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \sum N_i \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix} + \sum N_i \zeta \frac{t_i}{2} \begin{Bmatrix} l_{3i} \\ m_{3i} \\ n_{3i} \end{Bmatrix} \quad (n39)$$

เมื่อ $x_i = (x_j + x_k)/2$, $y_i = (y_j + y_k)/2$ และ $z_i = (z_j + z_k)/2$ โดย shape function (N_i) จะขึ้นกับค่า ξ และ η แต่จะไม่ขึ้นกับค่า ζ

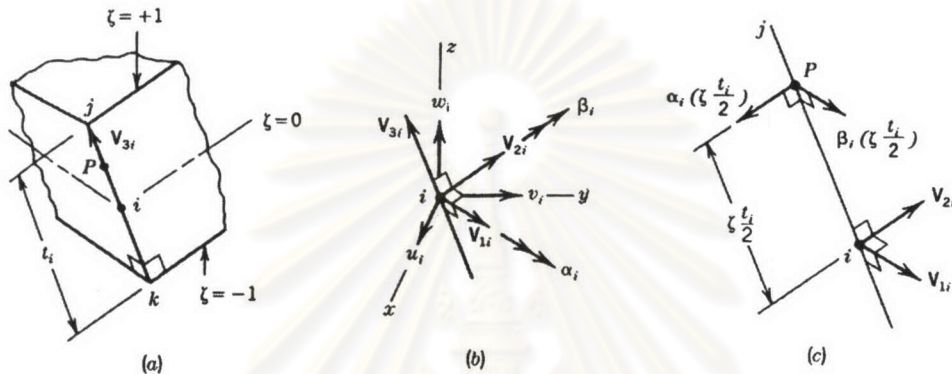
เวกเตอร์ V_{1i} และ V_{2i} ดังแสดงในรูปที่ n5(b) จะตั้งฉากซึ่งกันและกัน และยังตั้งฉากกับ V_{3i} อีกด้วย ดังนั้น V_{1i} และ V_{2i} จะขนานกับระนาบกึ่งกลางของชิ้นส่วนที่ข้อที่ i ซึ่ง V_{1i} และ V_{2i} จะใช้กำหนดทิศทางของระดับชั้นความเสถียรของมุมหมุนของข้อ คือ α_i และ β_i ตามลำดับ

การหา V_{1i} และ V_{2i} จะทำได้โดยเริ่มต้นด้วยการหา V_{1i} ที่ตั้งฉากทั้ง V_{3i} และ แกน y ซึ่งจะได้ว่า $V_{1i} = j \times V_{3i}$ เมื่อ j คือเวกเตอร์ 1 หน่วยในแกน y ดังนั้นจะได้ $V_{2i} = V_{3i} \times V_{1i}$ ถ้า j ขนานกับ V_{3i} ซึ่งจะได้

ว่า $V_{1i} = j \times V_{3i} = 0$ การหา V_{1i} และ V_{2i} จะทำโดยการหา V_{2i} ซึ่ง $V_{2i} = V_{3i} \times i$ และ $V_{1i} = V_{2i} \times V_{3i}$ หลังจากหา V_{1i} และ V_{2i} แล้วจะได้เมทริกซ์ direction cosines คือ

$$[\mu] = \begin{bmatrix} -\frac{V_{2i}}{V_{2i}} & \frac{V_{1i}}{V_{1i}} \\ \frac{V_{2i}}{V_{2i}} & \frac{V_{1i}}{V_{1i}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_{2i} & l_{1i} \\ -m_{2i} & m_{1i} \\ -n_{2i} & n_{1i} \end{bmatrix} \quad (n40)$$

เมื่อ V_{1i} และ V_{2i} คือขนาดของ V_{1i} และ V_{2i}



รูปที่ 5 ทิศทางของเวกเตอร์สำหรับชิ้นส่วนของโครงสร้างเปลือก

จากสมการที่ n39 จะได้ว่า หลัก (column) แรกของเมทริกซ์ $[J]$ จะประกอบด้วย

$$x_{,\xi} = \sum N_{i,\xi} (x_i + \zeta t_i l_{3i} / 2)$$

$$x_{,\eta} = \sum N_{i,\eta} (x_i + \zeta t_i l_{3i} / 2) \quad (n41)$$

$$x_{,\zeta} = \sum N_i (t_i l_{3i} / 2)$$

ซึ่งสำหรับหลักที่สองจะทำการหา $y_{,\xi}$, $y_{,\eta}$ และ $y_{,\zeta}$ ส่วนหลักที่สามจะทำการหา $z_{,\xi}$, $z_{,\eta}$ และ $z_{,\zeta}$

ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการเปลี่ยนตำแหน่ง (Strain-Displacement Relation): ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งของจุด P บนเวกเตอร์ V_{3i} ดังแสดงในรูปที่ 5(c) ซึ่งจะประกอบด้วยค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่ข้อ i รวมกับค่าการเปลี่ยนตำแหน่งสัมพัทธ์ของจุด P เทียบกับข้อ i ที่เกิดจากการเปลี่ยนตำแหน่งเชิงมุม (α_i และ β_i) ของ V_{3i} โดยการเปลี่ยนตำแหน่งของจุด P ใน global coordinate เช่นในทิศทาง x ได้แก่

$$u_p = u_i - \alpha_i \left(\zeta \frac{t_i}{2} \right) l_{2i} + \beta_i \left(\zeta \frac{t_i}{2} \right) l_{1i} \quad (n42)$$

ดังนั้นการเปลี่ยนตำแหน่งของจุดใดๆในชิ้นส่วน คือ

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum N_i \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix} + \zeta \frac{t_i}{2} [\mu_i] \begin{Bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{Bmatrix} \quad (n43)$$

และจะได้ว่า

$$[\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx}]^T = [\mathbf{H}] [u_x \ u_y \ u_z \ v_x \ \dots \ w_z]^T \quad (n44)$$

เมื่อ

$$[\mathbf{H}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (n45)$$

และ

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \\ v_x \\ \vdots \\ w_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{J}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{J}^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_\xi \\ u_\eta \\ u_\zeta \\ v_\xi \\ \vdots \\ w_\zeta \end{Bmatrix} \quad (n46)$$

จากสมการที่ n43 จะได้

$$\begin{Bmatrix} u_\xi \\ u_\eta \\ u_\zeta \\ v_\xi \\ \vdots \\ w_\zeta \end{Bmatrix} = \sum \begin{bmatrix} N_{i,\xi} & 0 & 0 & -\zeta t_i N_{i,\xi} l_{2i} / 2 & \zeta t_i N_{i,\xi} l_{1i} / 2 \\ N_{i,\eta} & 0 & 0 & -\zeta t_i N_{i,\eta} l_{2i} / 2 & \zeta t_i N_{i,\eta} l_{1i} / 2 \\ 0 & 0 & 0 & -t_i N_{i,\eta} l_{2i} / 2 & t_i N_{i,\eta} l_{1i} / 2 \\ 0 & N_{i,\xi} & 0 & -\zeta t_i N_{i,\xi} m_{2i} / 2 & \zeta t_i N_{i,\xi} m_{1i} / 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -t_i N_{i,n_{2i}} / 2 & t_i N_{i,n_{1i}} / 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \alpha_i \\ \beta_i \end{Bmatrix} \quad (n47)$$

จากสมการ n44, n46 และ n47 จะได้

$$[\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx}]^T = \sum [\mathbf{B}_i] [u_i \ v_i \ w_i \ \alpha_i \ \beta_i]^T \quad (n48)$$

$$\text{ดังนั้น } [\mathbf{B}] = [\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{B}_2 \quad \mathbf{B}_3 \quad \dots \quad \mathbf{B}_i] \quad (\text{n49})$$

โดย i คือจำนวนขั้วบนระนาบกึ่งกลางของชิ้นส่วน

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด (Stress–Strain Relation): ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดสามารถแสดงได้ด้วยสมการดังนี้

$$\{\sigma\} = [\mathbf{E}]\{\varepsilon\} \quad \text{หรือ} \quad \{\sigma'\} = [\mathbf{E}']\{\varepsilon'\} \quad (\text{n50})$$

เมื่อ $\{\sigma\}$ ประกอบไปด้วยความเค้นในระบบ global coordinate (xyz) และ $\{\sigma'\}$ จะประกอบไปด้วยความเค้นในระบบ local coordinate (123) โดยทิศทาง 1 และ 2 จะสัมพันธ์กับระนาบกึ่งกลาง ส่วนทิศทาง 3 จะตั้งฉากกับระนาบกึ่งกลาง และสำหรับวัสดุที่มีคุณสมบัติเหมือนกันทุกทิศทาง (isotropic material) จะได้ความสัมพันธ์ $\{\sigma'\} = [\mathbf{E}']\{\varepsilon'\}$ คือ

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E' & \nu E' & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nu E' & E' & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{Bmatrix} \quad (\text{n51})$$

โดย $E' = E/(1-\nu^2)$, $G = 0.5E/(1+\nu)$ และ $G^* = 5G/6$ สำหรับโครงสร้างเปลือกที่มีความหนาคงที่ และจากสมการ n51 จะได้ $\sigma_3 = 0$ ซึ่งจะสามารถพิจารณาเป็นปัญหาของความเค้นในระนาบ (plane-stress problem) ในแต่ละชั้นของโครงสร้าง ส่วน $[\mathbf{E}]$ จะหาได้จาก $[\mathbf{E}']$ ซึ่ง $[\mathbf{E}] = [\mathbf{T}_e]^T [\mathbf{E}'] [\mathbf{T}_e]$ โดยในหลักที่ 1, 2 และ 3 ของ $[\mathbf{T}_e]$ จะประกอบไปด้วย direction cosines ของเวกเตอร์ \mathbf{V}_1 , \mathbf{V}_2 และ \mathbf{V}_3 ของจุดที่สนใจตามลำดับ ซึ่งจะได้ว่า

$$\mathbf{V}_1 = \sum N_i \mathbf{V}_{1i} \quad \mathbf{V}_2 = \sum N_i \mathbf{V}_{2i} \quad \mathbf{V}_3 = \sum N_i \mathbf{V}_{3i} \quad (\text{n52})$$

สติฟเนสเมทริกซ์ของชิ้นส่วน (Element Stiffness Matrix): สติฟเนสเมทริกซ์ $[\mathbf{k}]$ ของชิ้นส่วนที่มีจำนวนขั้วทั้งหมด N ขั้วต่อ 1 ชิ้นส่วน คือ

$$[\mathbf{k}] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [\mathbf{B}]^T [\mathbf{E}] [\mathbf{B}] \det[\mathbf{J}] d\xi d\eta d\zeta \quad (\text{n53})$$

$5N \times 5N$ $5N \times 6$ 6×6 $6 \times 5N$

2.3 การวัดค่าความเครียดด้วยมาตรวัดความเครียด

มาตรวัดความเครียดชนิดความต้านทาน (Resistance strain gages) นั้นจะทำมาจากโลหะแผ่นบางๆ เพื่อใช้วัดค่าความเครียดที่เกิดขึ้นโดยจะทำการติดมาตรวัดความเครียดไว้กับผิวของโครงสร้าง เมื่อโครงสร้างรับน้ำหนักบรรทุกจะเกิดความเครียดขึ้นภายใน ค่าความต้านทานของมาตรวัดความเครียดจะเปลี่ยนแปลงไปเมื่อมีความเครียดเกิดขึ้นในตัวมาตรวัดความเครียด

ซึ่งค่าความต้านทาน (R) ของตัวนำโลหะจะสัมพันธ์กับขนาดของโลหะ ดังนี้

$$R = \frac{\rho L}{A} \quad (n54)$$

เมื่อ ρ คือ ความต้านทานจำเพาะ (specific resistance) ของโลหะ
 L คือ ความยาวของตัวนำ
 A คือ พื้นที่หน้าตัดของตัวนำ

จากสมการที่ n54 จะได้สมการเชิงอนุพันธ์ดังนี้

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - \frac{dA}{A} \quad (n55)$$

เทอม dA จะแสดงการเปลี่ยนแปลงของหน้าตัดของตัวนำที่เป็นผลเนื่องมาจากการรับแรงกระทำ สำหรับกรณีที่ได้รับแรงในแนวแกนจะได้ว่า

$$\varepsilon_a = \frac{dL}{L} \quad \text{และ} \quad \varepsilon_r = -\nu \varepsilon_a = -\nu \frac{dL}{L} \quad (n56)$$

เมื่อ ε_a คือ ความเครียดตามแกนในตัวนำ
 ε_r คือ ความเครียดตามขวางในตัวนำ
 ν คือ อัตราส่วนปัวซองของโลหะที่ใช้ทำตัวนำ

ถ้ากำหนดให้ d_0 คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของตัวนำก่อนการเกิดความเครียดตามแกน และ d_f คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของตัวนำหลังการเกิดความเครียดตามแกน นั่นคือ

$$d_f = d_0 \left(1 - \nu \frac{dL}{L} \right) \quad (n57)$$

จากสมการที่ n57 จะได้

$$\frac{dA}{A} = -2\nu \frac{dL}{L} + \nu^2 \left(\frac{dL}{L} \right)^2 \approx -2\nu \frac{dL}{L} \quad (\text{n58})$$

แทนสมการที่ n58 ลงในสมการที่ n55 จะได้

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} (1+2\nu) \quad (\text{n59})$$

ซึ่งสามารถเขียนได้ว่า

$$S_A = \frac{dR/R}{\varepsilon_a} = \frac{d\rho/\rho}{\varepsilon_a} + (1+2\nu) \quad (\text{n60})$$

กำหนดให้ S_A คือความไวของโลหะที่ใช้ทำตัวนำ ซึ่งจะเห็นได้ว่า S_A จะเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงของเส้นผ่านศูนย์กลางของตัวนำและเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงของค่าความต้านทานจำเพาะ

สำหรับมาตรวัดความเครียด ค่าอัตราส่วนการเปลี่ยนแปลงความต้านทานต่อความต้านทานเดิม ($\Delta R/R$) จะมีความสัมพันธ์กับค่าความเครียด (ε) ตามความยาวของเกจ ซึ่งอธิบายได้ดังนี้

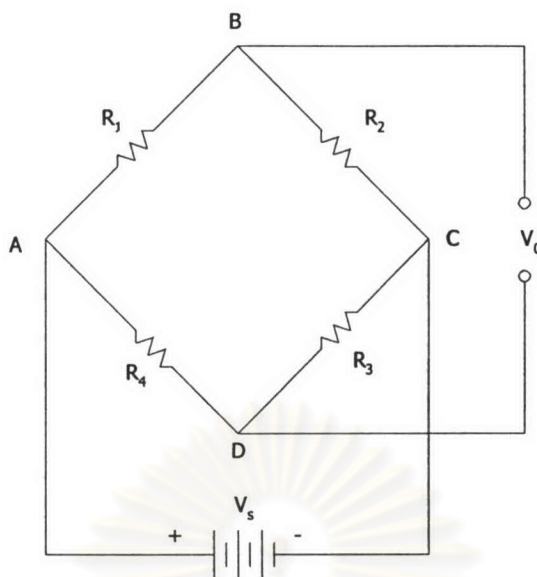
$$\frac{\Delta R}{R} = S_g \varepsilon \quad (\text{n61})$$

เมื่อ S_g คือค่าเกจแฟคเตอร์ (gauge factor) โดยค่าเกจแฟคเตอร์จะต้องมีค่าน้อยกว่าค่าความไวของโลหะที่ใช้ทำตัวนำเสมอ เนื่องจากลักษณะของเกจตัวนำตามขวางจะมีผลตอบสนองต่อค่าความเครียดในแนวแกนน้อยกว่าตัวนำชนิดเส้นตรงสม่ำเสมอ

วิธีสโตน บริดจ์ (Wheatstone Bridge) ที่แสดงดังรูปที่ n6 คือวงจรที่ใช้ในการวัดค่าการเปลี่ยนแปลงของค่าความต้านทานออกมาเป็นค่าความต่างศักย์ของวงจรบริดจ์ (output voltage) โดยค่าความต่างศักย์ของวงจรบริดจ์ (V_0) สามารถหาค่าได้โดยการพิจารณาให้ส่วนบนและส่วนล่างของวงจรบริดจ์เป็นตัวแบ่งความต่างศักย์ไฟฟ้า ดังนั้นจะได้ว่า

$$V_{AB} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_s \quad (\text{n62})$$

$$V_{AD} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot V_s \quad (\text{n63})$$



รูปที่ n6 วงจรวีทสโตน บริดจ์

โดยความต่างศักย์ของวงจรบริดจ์ที่ได้ คือ

$$V_0 = V_{BD} = V_{AB} - V_{AD} \quad (n64)$$

$$V_0 = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \cdot V_s \quad (n65)$$

จากสมการ n65 จะแสดงให้เห็นว่าค่าความต่างศักย์ของวงจรตอนเริ่มแรกจะมีค่าเป็นศูนย์ ($V_0 = 0$)

ถ้า

$$R_1 R_3 = R_2 R_4 \quad (n66)$$

เมื่อเป็นไปตามสมการที่ n66 จะกล่าวได้ว่า วงจรบริดจ์อยู่สถานะสมดุล และจากสถานะสมดุลนี้จะทำให้สามารถวัดค่าความต่างศักย์ที่เปลี่ยนแปลงซึ่งบางทีอาจจะมีค่าน้อยๆ ได้ง่ายกว่าการวัดจากวงจรบริดจ์ที่มีค่าความต่างศักย์เริ่มต้น

จากวงจรบริดจ์สมดุลในตอนแรก ค่าความต่างศักย์ที่เปลี่ยนแปลงไป (ΔV_0) เมื่อค่าความต้านทาน R_1, R_2, R_3 และ R_4 เปลี่ยนแปลงไปด้วยขนาด $\Delta R_1, \Delta R_2, \Delta R_3$ และ ΔR_4 ตามลำดับ จากสมการที่ n65 จะได้ว่า

$$\Delta V_0 = \frac{(R_1 + \Delta R_1)(R_3 + \Delta R_3) - (R_2 + \Delta R_2)(R_4 + \Delta R_4)}{(R_1 + \Delta R_1)(R_2 + \Delta R_2)(R_3 + \Delta R_3)(R_4 + \Delta R_4)} \cdot V_s \quad (n67)$$

จากสมการที่ n67 ทำการจัดรูปสมการและตัดพจน์กำลังสูงทิ้งจะได้

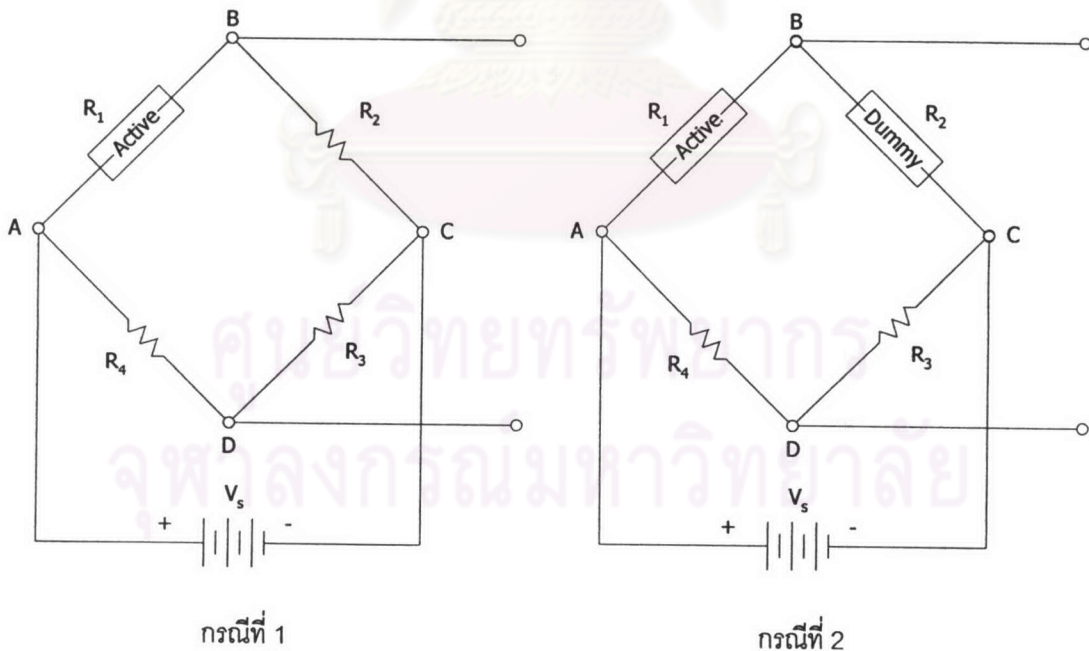
$$\Delta V_o = \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) \cdot V_s \quad (n68)$$

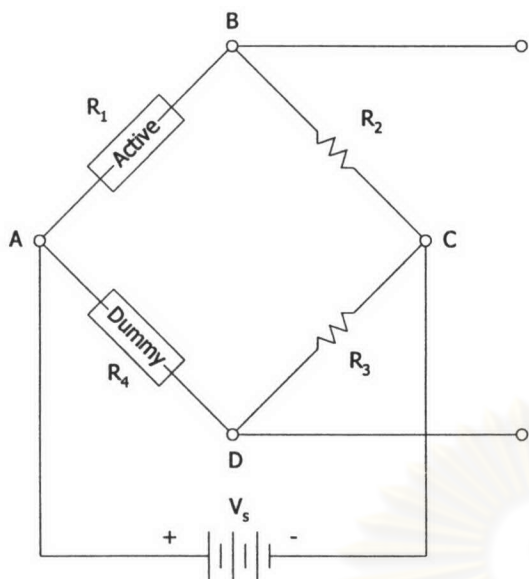
จากสมการที่ n68 ทำการแทนค่า $r = R_2/R_1$ จะได้

$$\Delta V_o = \frac{r}{(1+r)^2} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) \cdot V_s \quad (n69)$$

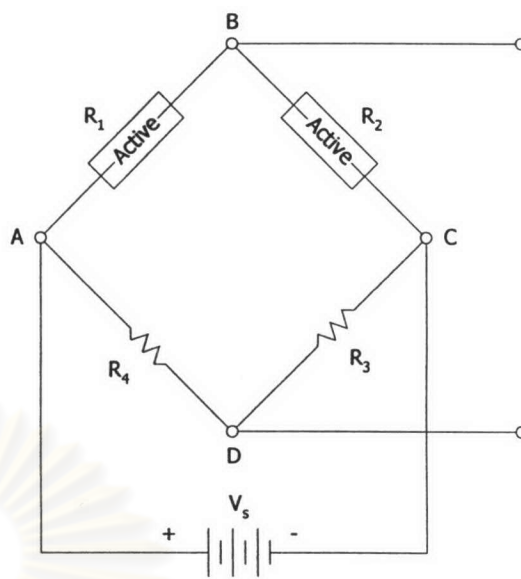
จากสมการที่ n68 และ n69 จะเห็นว่าค่าการเปลี่ยนแปลงความต่างศักย์ที่ได้จากวงจรบริดจ์ จะมีความสัมพันธ์เป็นแบบเชิงเส้นกับค่าความต้านทานที่เปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการไม่พิจารณาพจน์ที่กำลังสูงของสมการที่ n67

ลักษณะการติดตามวัดความเครียดในวงจรวิสโตน บริดจ์ เนื่องจากวงจรวิสโตน บริดจ์ เป็นวงจรที่ใช้ในการวัดค่าการเปลี่ยนแปลงของความต้านทานออกมาเป็นค่าความต่างศักย์ของวงจรดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ซึ่งส่วนใหญ่จะนิยมใช้สำหรับการวัดค่าความเครียด ด้วยการต่อมาตรวัดความเครียดเข้ากับวงจรบริดจ์ซึ่งจะมีรูปแบบในการจัดมาตราวัดความเครียดในวงจรบริดจ์ทั้งหมด 5 แบบ ดังแสดงในรูปที่ n7

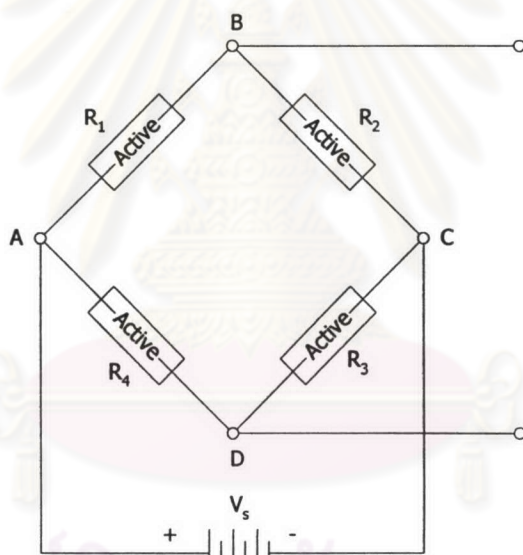




กรณี 3



กรณี 4



กรณี 5

รูปที่ ก7 การติดตามวัดความเครียดในวงจรวัดโตน บริดจ์ ในลักษณะต่างๆ

กรณี 1 ทำการต่อมาตรวัดความเครียดซึ่งเป็นแอคทีฟเกจเพียง 1 ตัว เข้ากับวงจรวัดโตน บริดจ์ ที่ตำแหน่ง R_1 โดยกรณีนี้จะนิยมใช้สำหรับการวัดทั้งแบบ สถิต และพลศาสตร์ เมื่อไม่พิจารณาผลของอุณหภูมิ ซึ่งจะได้ว่าค่าความต้านทาน $R_1 = R_2$ ส่วนความต้านทานอีก 3 ตัวจะทำการตั้งให้มีค่าคงที่โดยจะเป็นค่าความต้านทานที่ทำให้ค่าความไวของวงจรวัด (circuit sensitivity) มีค่ามากที่สุดและยังคงให้วงจรวัดโตน บริดจ์ อยู่ในสภาวะสมดุล ($R_1 R_2 = R_3 R_4$)

ค่าความไวของวงจรวัด (S_c) ของวงจรวัดโตน บริดจ์ ในกรณี 1 ที่ต่อมาตรวัดความเครียดเพียง 1 ตัว สามารถหาได้จากสมการที่ ก60 คือ

$$S_c = \frac{\Delta V_0}{\Delta R_1/R_1} = \frac{r}{(1+r)^2} \cdot V_s \quad (n70)$$

กรณีที่ 2 ทำการต่อมาตรวัดความเครียดที่เป็นแอกทีฟเกจในตำแหน่ง R_1 และต่อมาตรวัดความเครียดที่เป็นดัมมีเกจในตำแหน่ง R_2 โดยค่าของ R_3 และ R_4 จะกำหนดค่าให้คงที่ ซึ่งแอกทีฟเกจและดัมมีเกจจะต้องเหมือนกันและติดอยู่บนโครงสร้างที่ต้องการจะวัดค่าความเครียดเดียวกัน โดยดัมมีเกจสามารถติดตั้งในส่วนของโครงสร้างที่ไม่มีความเค้นได้ แต่จะต้องติดอยู่ในสภาพอุณหภูมิที่เหมือนกันกับแอกทีฟเกจ ในวงจรบริดจ์กรณีนี้ ดัมมีเกจจะมีประโยชน์ในการช่วยกำจัดผลของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นกับแอกทีฟเกจในระหว่างทำการทดสอบ โดยพิจารณาค่าการเปลี่ยนแปลงของความต้านทานทั้งของแอกทีฟเกจและดัมมีเกจ ดังนี้

$$\left(\frac{\Delta R_g}{R_g}\right)_a = \left(\frac{\Delta R_g}{R_g}\right)_c + \left(\frac{\Delta R_g}{R_g}\right)_{\Delta T} \quad (n71)$$

$$\left(\frac{\Delta R_g}{R_g}\right)_d = \left(\frac{\Delta R_g}{R_g}\right)_{\Delta T} \quad (n72)$$

โดยสมการ n71 คือ สมการของแอกทีฟเกจที่มีผลเนื่องจากความเครียดและผลของอุณหภูมิ และสมการ n72 คือสมการของดัมมีเกจที่มีผลมาจากอุณหภูมิอย่างเดียว

แทนสมการ n71 และสมการ n72 พร้อมทั้ง $\Delta R_3 = 0$ และ $\Delta R_4 = 0$ ลงในสมการ n69 จะได้ว่า

$$\Delta V_0 = V_s \frac{r}{(1+r)^2} \left[\left(\frac{\Delta R_g}{R_g}\right)_c + \left(\frac{\Delta R_g}{R_g}\right)_{\Delta T} - \left(\frac{\Delta R_g}{R_g}\right)_{\Delta T} \right] \quad (n73)$$

สองเทอมสุดท้ายของสมการ n73 ที่เป็นผลของอุณหภูมิจะหักล้างกันหมดไป ซึ่งส่งผลให้ค่าความต่างศักย์ของวงจรบริดจ์ที่เปลี่ยนแปลงเป็นผลมาจากความเครียดเพียงอย่างเดียว แต่การติดมาตรวัดความเครียดในกรณีนี้จะทำให้ประสิทธิภาพของวงจรลดลงประมาณ 50%

กรณีที่ 3 จะเหมือนกับกรณีที่ 2 แต่จะทำการติดดัมมีเกจไว้ที่ตำแหน่ง R_4 แทน R_2 ส่วนแอกทีฟเกจจะยังคงติดไว้ที่ตำแหน่ง R_1 เช่นเดิม แล้วทำการกำหนดค่า R_2 และ R_3 ให้เป็นค่าคงที่ ซึ่งผลที่ได้จะเหมือนกับกรณีที่ 2 แต่ประสิทธิภาพของวงจรจะไม่ลดลง

กรณีที่ 4 ทำการต่อมาตรวัดความเครียดที่เป็นแอกทีฟเกจเหมือนกันในตำแหน่ง R_1 และ R_2 โดยค่าของ R_3 และ R_4 จะกำหนดให้เป็นค่าคงที่ ซึ่งยังคงทำให้วงจรบริดจ์เริ่มต้นอยู่ในสภาวะสมดุล ตัวอย่างในการติดมาตรวัดความเครียดในลักษณะนี้ได้แก่ การติดมาตรวัดความเครียดบนคานยื่นที่รับแรงอัด ซึ่งจะทำการติดมาตรวัด

ความเครียดตัวที่ 1 ไว้ที่ผิวบนของคานาที่เกิดความเครียดดึง ส่วนมาตรวัดความเครียดตัวที่ 2 จะติดไว้ใต้ท้องคานาที่เกิดความเครียดอัด ดังนั้นจะได้ความสัมพันธ์คือ

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = -\frac{\Delta R_2}{R_2} \quad (n74)$$

แทนสมการที่ n74 พร้อมทั้ง $\Delta R_3 = 0$ และ $\Delta R_4 = 0$ ลงในสมการที่ n69 จะได้

$$\Delta V_0 = \frac{r}{(1-r)^2} \left(\frac{2\Delta R_g}{R_g} \right) \cdot V_s \quad (n75)$$

เมื่อกำหนดให้ $r=1$ จะได้

$$\Delta V_0 = \frac{1}{2} V_s \cdot \frac{\Delta R_g}{R_g} \quad (n76)$$

เมื่อแทนค่า $\frac{\Delta R}{R}$ จากสมการที่ n61 ลงในสมการที่ n75 จะได้

$$\Delta V_0 = \frac{1}{2} V_s S_g \varepsilon \quad (n77)$$

กรณีที่ 5 ในกรณีนี้วงจรมัดจะใช้มาตรวัดความเครียดทุกตัวเป็นแอคทีฟเกจ ซึ่งจะเหมือนกันทุกตัว ดังนั้นจะได้ว่า $r=1$ โดยตัวอย่างในการติดมาตรวัดความเครียดในลักษณะนี้ได้แก่ การติดมาตรวัดความเครียดบนคานายื่นที่รับแรงดัด ซึ่งจะทำให้การติดมาตรวัดความเครียดตัวที่ 1 และ 3 ไว้ที่ผิวบนของคานาที่เกิดความเครียดดึง ส่วนมาตรวัดความเครียดตัวที่ 2 และ 4 จะติดไว้ใต้ท้องคานาที่เกิดความเครียดอัด ดังนั้นจะได้ความสัมพันธ์ ดังนี้

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{\Delta R_3}{R_3} = -\frac{\Delta R_2}{R_2} = -\frac{\Delta R_4}{R_4} \quad (n78)$$

แทนสมการที่ n78 ลงในสมการที่ n69 จะได้

$$\Delta V_0 = \frac{1}{4} V_s \left(4 \cdot \frac{\Delta R_g}{R_g} \right) = V_s \cdot \frac{\Delta R_g}{R_g} \quad (n79)$$

เมื่อแทนค่า $\frac{\Delta R}{R}$ จากสมการที่ n61 ลงในสมการที่ n79 จะได้

$$\Delta V_0 = V_s S_g \varepsilon \quad (n80)$$

ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างค่าความต่างศักย์ของวงจรมืดที่เปลี่ยนแปลงกับค่าความเครียดที่เกิดขึ้น โดยการ
ติดเกจในลักษณะนี้จะทำให้ค่าความไวของวงจรมืดค่ามากกว่า กรณีที่ 4



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข

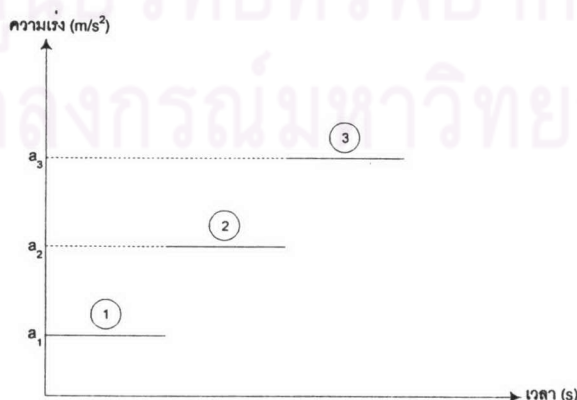
ปัจจัยที่มีผลทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลลา

จากผลการทดสอบความเร็วขณะใดขณะหนึ่งที่ได้จากเซ็นเซอร์ โดยความเร็วดังกล่าวได้แสดงไว้ในตารางที่ 3.2 ถึง ตารางที่ 3.5 จะพบว่า เมื่อนำค่าความเร็วมาทำการคำนวณหาค่าความเร่งของน้ำหนักบรรทุก ในช่วงต่างๆขณะที่กำลังเคลื่อนที่ผ่านสะพานจำลอง ความเร่งในแต่ละช่วงที่น้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่ จะมีค่าไม่คงที่ โดยพฤติกรรมในการเคลื่อนที่ดังกล่าวจะไม่ตรงกับสมมติฐานในการคำนวณความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลลาที่นำเสนอในหัวข้อที่ 2.1 ซึ่งมีสมมติฐานที่ว่า น้ำหนักบรรทุกที่เคลื่อนที่ ต้องเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ ดังนั้นปัจจัยประการแรกที่มีผลทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ คือ "น้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร่งไม่คงที่"

เมื่อพิจารณาจากเซ็นเซอร์ที่ใช้ นั้นจะพบว่า จุดเวลาที่อ่านได้จากกราฟสัญญาณความเครียดนั้นไม่ใช่เวลาเดียวกับเวลาที่เพลลาของน้ำหนักบรรทุกอยู่บนหน้าตัดที่ติดเกจวัดความเครียด ซึ่งการระบุจุดเวลาคลาดเคลื่อนไปนั้น จะทำให้ตำแหน่งของเพลลาที่ระบุได้ไม่ใช่ตำแหน่งเดียวกับตำแหน่งที่ติดมาตรงวัดความเครียด ดังนั้น "การระบุตำแหน่งของเพลลาคลาดเคลื่อน หรือ การระบุจุดเวลาคลาดเคลื่อน" จะเป็นปัจจัยอีกประการที่มีผลทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ

ด้วยปัจจัยทั้ง 2 ประการที่กล่าวมาข้างต้นจะส่งผลกระทบต่อเกิดการคำนวณความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลลาคลาดเคลื่อน โดยในหัวข้อนี้จะทำการพิจารณาผลกระทบของกรณีที่ความเร่งไม่คงที่ กับ กรณีที่ระบุตำแหน่งหรือจุดเวลาคลาดเคลื่อน แยกออกจากกัน ซึ่งปัจจัยทั้ง 2 ประการดังกล่าวมีรายละเอียดดังนี้

น้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร่งไม่คงที่ จากการทดสอบเมื่อพิจารณาความเร็วขณะใดขณะหนึ่งของน้ำหนักบรรทุกที่หน้าตัดที่ติดมาตรงวัดความเครียดต่างๆที่แสดงไว้ในตารางที่ 3.2 ถึง ตารางที่ 3.5 จะสามารถนำความเร็วดังกล่าวมาทำการคำนวณหาความเร่งเฉลี่ยในแต่ละช่วงของการเคลื่อนที่ได้ โดยความเร่งเฉลี่ยที่คำนวณได้จะแบ่งออกเป็น 3 ช่วงดังแสดงในรูปที่ ข1



รูปที่ ข1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร่งกับเวลา
ขณะที่น้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพาน

เนื่องจากระยะห่างระหว่างเพลลาของน้ำหนักบรทุกที่นำมาทดสอบมีหลายค่า (20 ซม. ถึง 70 ซม.) แต่ระยะห่างระหว่างหน้าตัดที่ติดมาตรงวัดความเครียดมีระยะทางที่คงที่ไม่เปลี่ยนแปลง (มีค่าเท่ากับ 1/3 ม.) ดังนั้นการคำนวณหาความเร่งเฉลี่ยในแต่ละช่วงสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กรณี คือ

กรณีที่ระยะห่างระหว่างเพลลามีค่าตั้งแต่ 20 ซม. ถึง 30 ซม. จากรูปที่ ข1 จะได้ว่า

ความเร่งในช่วงที่ 1 (a_1) คือความเร่งที่มีการเปลี่ยนแปลงความเร็วจาก U_1 ไปเป็น V_1
 ความเร่งในช่วงที่ 2 (a_2) คือความเร่งที่มีการเปลี่ยนแปลงความเร็วจาก V_1 ไปเป็น U_2
 ความเร่งในช่วงที่ 3 (a_3) คือความเร่งที่มีการเปลี่ยนแปลงความเร็วจาก U_2 ไปเป็น V_2

กรณีที่ระยะห่างระหว่างเพลลามีค่าตั้งแต่ 40 ซม. ถึง 70 ซม. จากรูปที่ ข1 จะได้ว่า

ความเร่งในช่วงที่ 1 (a_1) คือความเร่งที่มีการเปลี่ยนแปลงความเร็วจาก U_1 ไปเป็น U_2
 ความเร่งในช่วงที่ 2 (a_2) คือความเร่งที่มีการเปลี่ยนแปลงความเร็วจาก U_2 ไปเป็น V_1
 ความเร่งในช่วงที่ 3 (a_3) คือความเร่งที่มีการเปลี่ยนแปลงความเร็วจาก V_1 ไปเป็น V_2

โดยความเร่งที่คำนวณได้จากหัวข้อที่ 2.1 และความเร่งเฉลี่ยในแต่ละช่วงที่คำนวณได้จากเซ็นเซอร์บอกตำแหน่งแสดงไว้ในตารางที่ ข1 ถึง ตารางที่ ข4

ตารางที่ ข1 แสดงความเร่งที่คำนวณได้จากหัวข้อที่ 2.1 และความเร่งเฉลี่ยแต่ละช่วงที่คำนวณได้จากเซ็นเซอร์บอกตำแหน่ง สำหรับอัตราส่วนน้ำหนักบรทุก 1 ต่อ 1 เคลื่อนที่ผ่านเลนที่ 1

ระยะห่างระหว่างเพลลา (m)	ครั้งที่	ความเร่งที่คำนวณ (m/s^2) ได้จากหัวข้อที่ 3.1	ความเร่งเฉลี่ยที่คำนวณได้จากเซ็นเซอร์ (m/s^2)		
			ช่วงที่ 1	ช่วงที่ 2	ช่วงที่ 3
0.2	1	-0.045	0.000	-0.180	0.129
	2	-0.061	0.000	-0.098	-0.070
	3	-0.135	-0.053	-0.163	-0.206
0.3	1	0.014	0.011	0.000	-0.055
	2	0.064	-0.007	0.050	0.040
	3	0.031	0.021	0.000	-0.169
0.4	1	-0.047	-0.144	0.000	0.034
	2	-0.021	-0.019	-0.049	-0.015
	3	-0.003	-0.019	-0.032	-0.013
0.5	1	-0.341	-0.088	-0.466	-0.320
	2	-0.147	0.054	-0.120	-0.320
	3	-0.295	-0.234	-0.029	-0.296
0.6	1	-0.162	-0.115	-0.064	-0.122
	2	-0.364	-0.128	-0.329	-0.548
	3	-0.239	-0.067	-0.272	-0.303
0.7	1	-0.104	0.070	-0.231	-0.339
	2	-0.189	0.121	-0.223	-0.592
	3	-0.144	0.324	-0.052	-0.387

ตารางที่ ข2 แสดงความเร่งที่คำนวณได้จากหัวข้อที่ 2.1 และความเร่งเฉลี่ยแต่ละช่วงที่คำนวณได้จากเซ็นเซอร์บอกตำแหน่ง สำหรับอัตราส่วนน้ำหนักรรทก 1 ต่อ 3 เคลื่อนที่ผ่านเลนที่ 1

ระยะห่างระหว่างเพลา (m)	ครั้งที่	ความเร่งที่คำนวณ (m/s ²) ได้จากหัวข้อที่ 3.1	ความเร่งเฉลี่ยที่คำนวณได้จากเซ็นเซอร์ (m/s ²)		
			ช่วงที่ 1	ช่วงที่ 2	ช่วงที่ 3
0.3	1	0.029	0.141	0.265	0.073
	2	0.297	0.199	0.217	0.009
	3	0.619	0.083	0.000	0.143
0.4	1	-0.015	0.000	-0.090	0.006
	2	-0.013	0.056	-0.175	-0.109
	3	0.016	0.057	0.124	-0.059
0.5	1	-0.262	0.004	0.057	-0.446
	2	-0.229	-0.185	0.000	-0.553
	3	-0.085	0.065	-0.067	-0.438
0.6	1	-0.008	0.370	0.039	-0.221
	2	-0.242	0.000	-0.496	-0.478
	3	-0.069	0.101	0.035	-0.239
0.7	1	-0.126	0.284	-0.231	-0.181
	2	0.017	0.288	-0.237	-0.378
	3	-0.196	-0.130	0.107	-0.342

ตารางที่ ข3 แสดงความเร่งที่คำนวณได้จากหัวข้อที่ 2.1 และความเร่งเฉลี่ยแต่ละช่วงที่คำนวณได้จากเซ็นเซอร์บอกตำแหน่ง สำหรับอัตราส่วนน้ำหนักรรทก 1 ต่อ 1 เคลื่อนที่ผ่านเลนที่ 2

ระยะห่างระหว่างเพลา (m)	ครั้งที่	ความเร่งที่คำนวณ (m/s ²) ได้จากหัวข้อที่ 3.1	ความเร่งเฉลี่ยที่คำนวณได้จากเซ็นเซอร์ (m/s ²)		
			ช่วงที่ 1	ช่วงที่ 2	ช่วงที่ 3
0.2	1	-0.300	-0.527	0.191	-0.276
	2	-0.256	-0.120	-0.344	-0.110
	3	-0.277	0.000	0.000	-0.627
0.3	1	-0.190	0.042	0.000	-0.087
	2	-0.029	0.216	0.000	-0.394
	3	-0.501	0.229	1.326	-0.504
0.4	1	-0.029	-0.037	0.228	-0.023
	2	-0.073	0.085	-0.465	-0.059
	3	-0.096	-0.096	0.000	-0.029
0.5	1	-0.056	-0.033	-0.022	-0.257
	2	-0.104	-0.022	-0.236	-0.073
	3	-0.022	0.070	-0.040	-0.168
0.6	1	-0.128	0.000	-0.087	-0.175
	2	-0.113	-0.053	-0.093	-0.197
	3	-0.041	-0.083	-0.137	-0.188
0.7	1	-0.152	-0.122	-0.062	-0.359
	2	-0.003	0.158	-0.043	-0.292
	3	-0.176	0.180	-0.200	-0.253

ตารางที่ ข4 แสดงความเร่งที่คำนวณได้จากหัวข้อที่ 2.1 และความเร่งเฉลี่ยแต่ละช่วงที่คำนวณได้จากเซ็นเซอร์บอกตำแหน่ง สำหรับอัตราส่วนน้ำหนักบรรทุก 1 ต่อ 3 เคลื่อนที่ผ่านเลนที่ 2

ระยะห่างระหว่าง เพลลา (m)	ครั้งที่	ความเร่งที่คำนวณ (m/s ²) ได้จากหัวข้อที่ 3.1	ความเร่งเฉลี่ยที่คำนวณได้จากเซ็นเซอร์ (m/s ²)		
			ช่วงที่ 1	ช่วงที่ 2	ช่วงที่ 3
0.3	1	0.214	0.205	-0.437	-0.389
	2	-0.661	-0.190	0.000	-0.601
	3	-0.291	0.181	0.000	-0.401
0.4	1	-0.154	-0.172	0.707	-0.407
	2	-0.208	0.045	0.587	-0.470
	3	-0.126	0.157	0.388	-0.377
0.5	1	0.009	0.078	0.089	-0.241
	2	0.166	0.092	0.245	-0.265
	3	0.141	0.271	0.177	-0.057
0.6	1	-0.166	0.048	-0.251	-0.211
	2	-0.250	0.148	-0.137	-0.192
	3	-0.064	0.065	0.025	-0.244
0.7	1	-0.203	0.054	-0.251	-0.412
	2	-0.472	-0.134	-0.415	-0.570
	3	-0.254	0.065	-0.182	-0.413

จากตารางที่ ข1 ถึง ตารางที่ ข4 จะพบว่าน้ำหนักบรรทุกที่ทำการทดสอบนั้นเคลื่อนที่ผ่านสะพานโดยมีความเร่งไม่คงที่ ซึ่งต่างจากสมมติฐานในหัวข้อที่ 2.1 ดังนั้นจึงต้องทำการศึกษผลกระทบดังกล่าวที่มีผลต่อความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลลาที่คำนวณได้

จากการทำการทดสอบจะได้ว่าตัวเซ็นเซอร์บอกตำแหน่งนั้นสามารถบอกตำแหน่งหรือจุดเวลาที่ถูกต้องของเพลลาเมื่ออยู่บนหน้าตัดที่ติดมาตรวัดความเครียดได้ ซึ่งจะใช้เวลาดังกล่าวแทนจุดเวลาที่อ่านได้จากสัญญาณความเครียดที่ได้จากมาตรวัดความเครียดที่หน้าตัดต่างๆ โดยวิธีการดังกล่าวจะเป็นการพิจารณาเฉพาะผลกระทบของความเร่งที่ไม่คงที่ต่อความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลลาที่คำนวณได้จากหัวข้อที่ 2.1 ซึ่งผลกระทบดังกล่าวจะสามารถแสดงอยู่ในรูปของความคลาดเคลื่อนในการคำนวณความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลลาของน้ำหนักบรรทุกที่เคลื่อนที่ โดยสามารถคำนวณความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น ได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่าง การคำนวณความคลาดเคลื่อนในการหาความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลามีผลมาจากการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งไม่คงที่

พิจารณากรณีที่น้ำหนักบรรทุกชนิดเพลาคู่ที่มีอัตราส่วนน้ำหนักเพลาน้ำต่อน้ำหนักเพลาลงเท่ากับ 1 ต่อ 3 และมีระยะห่างระหว่างเพลาคู่เป็น 40 ซม. เคลื่อนที่ผ่านสะพานบนเลนที่ 1 และเพื่อหลีกเลี่ยงผลกระทบของการระบุดเวลาคลาดเคลื่อน จึงใช้จุดเวลาจากตัวเซ็นเซอร์บอกตำแหน่ง ซึ่งจะได้ว่า

เวลาขณะที่เพลาน้ำของน้ำหนักบรรทุกอยู่บนหน้าตัด $L/2$ คือวินาทีที่ 6.235 (หรือ 6385/1024)

เวลาขณะที่เพลาลงของน้ำหนักบรรทุกอยู่บนหน้าตัด $L/2$ คือวินาทีที่ 7.383 (หรือ 7560/1024)

เวลาขณะที่เพลาน้ำของน้ำหนักบรรทุกอยู่บนหน้าตัด $2L/3$ คือวินาทีที่ 7.193 (หรือ 7366/1024)

เวลาขณะที่เพลาลงของน้ำหนักบรรทุกอยู่บนหน้าตัด $2L/3$ คือวินาทีที่ 8.392 (หรือ 8593/1024)

จากหลักในการหาความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลาคู่ในหัวข้อที่ 2.1 จะได้ว่า

ΔT_1 คือ เวลาที่ลื่อนหน้าใช้ในการเคลื่อนที่จากหน้าตัด $L/2$ ไปยังหน้าตัด $2L/3$

ΔT_2 คือ เวลาที่ลื่อนหลังใช้ในการเคลื่อนที่จากหน้าตัด $L/2$ ไปยังหน้าตัด $2L/3$

Δt_1 คือ เวลาที่รถใช้ในการเคลื่อนที่ผ่านหน้าตัด $L/2$

Δt_2 คือ เวลาที่รถใช้ในการเคลื่อนที่ผ่านหน้าตัด $2L/3$

ซึ่งจากตัวเซ็นเซอร์บอกตำแหน่งจะได้เวลาดังกล่าวคือ

$$\Delta T_1 = 7.193 - 6.235 = 0.958 \text{ วินาที}$$

$$\Delta T_2 = 8.392 - 7.383 = 1.009 \text{ วินาที}$$

$$\Delta t_1 = 7.383 - 6.235 = 1.148 \text{ วินาที}$$

$$\Delta t_2 = 8.392 - 7.193 = 1.199 \text{ วินาที}$$

และจะได้ว่าหน้าตัด $L/2$ กับหน้าตัด $2L/3$ มีระยะห่างเท่ากับ $1/3$ ม. หรือประมาณ 0.333 ม. ซึ่งจะได้ว่า

$$s_1 = 0.333 \text{ ม.}$$

ดังนั้นเมื่อแทนค่า $\Delta T_1, \Delta T_2, \Delta t_1, \Delta t_2$ และ s_1 ลงในสมการที่ ข1

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ -\Delta T_2 / \Delta T_1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -\Delta t_2 / \Delta t_1 & 1 & -\Delta t_2 / \Delta t_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2s_1 / \Delta T_1 \\ 2s_1 / \Delta T_2 \\ s_1 \Delta T_2 (1 / \Delta T_2^2 - 1 / \Delta T_1^2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{ข1})$$

สมการดังกล่าวจะกลายเป็นสมการที่ ข2

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1.053 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1.044 & 1 & -1.044 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.696 \\ 0.661 \\ -0.036 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (ข2)$$

แล้วจึงทำการแก้สมการที่ ข2 จะได้

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.355 \\ 0.341 \\ 0.338 \\ 0.323 \end{bmatrix} \text{ เมตร/วินาที}$$

และ

$$\begin{aligned} s_2 &= \left(\frac{u_1 + v_1}{2} \right) \Delta t_1 \\ &= \left(\frac{0.355 + 0.338}{2} \right) \times 1.148 \\ &= 0.398 \text{ ม.} \end{aligned}$$

- โดย u_1 คือ ความเร็วต้นเมื่อเปลาน้ำของรถเคลื่อนที่ผ่านหน้าตัด $L/2$
 u_2 คือ ความเร็วต้นเมื่อเปลาน้ำของรถเคลื่อนที่ผ่านหน้าตัด $2L/3$
 v_1 คือ ความเร็วปลายเมื่อเปลาน้ำหลังของรถเคลื่อนที่ผ่านหน้าตัด $L/2$
 v_2 คือ ความเร็วปลายเมื่อเปลาน้ำหลังของรถเคลื่อนที่ผ่านหน้าตัด $2L/3$
 s_2 คือ ระยะห่างระหว่างเปล

ซึ่งค่าความเร็วทั้ง 4 ที่คำนวณได้จะได้มาจากสมมติฐานที่ว่า "น้ำนักบรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่" แต่จุดเวลาที่ใช้ในการคำนวณค่าความเร็วและระยะห่างระหว่างเปลดังกล่าวจะได้มาจากน้ำนักบรทุกที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่งไม่คงที่ ดังนั้นจึงต้องทำการเปรียบเทียบความเร็วที่คำนวณได้กับความเร็วขณะใดขณะหนึ่งที่ได้จากตัวเซ็นเซอร์บอกตำแหน่ง และทำการเปรียบเทียบระยะห่างระหว่างเปลที่คำนวณได้กับระยะห่างระหว่างเปลจริง

โดยการคำนวณความเร็วขณะใดขณะหนึ่งของน้ำนักบรทุกจากตัวเซ็นเซอร์บอกตำแหน่งจะทำได้เช่นเดียวกับตัวอย่างการคำนวณเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของความเร็ว ในหัวข้อที่ 3.4 ซึ่งความเร็วดังกล่าวที่ได้จากตัวเซ็นเซอร์นั้นจะมีค่าดังนี้

$$U_1 = 0.353 \text{ เมตร/วินาที}$$

$$U_2 = 0.353 \text{ เมตร/วินาที}$$

$$V_1 = 0.336 \text{ เมตร/วินาที}$$

$$V_2 = 0.341 \text{ เมตร/วินาที}$$

โดย U_1 คือ ความเร็วต้นที่ได้จากเซ็นเซอร์บอกตำแหน่งเมื่อเพลาน้ำของรถเคลื่อนที่ผ่านหน้าตัด $L/2$

U_2 คือ ความเร็วต้นที่ได้จากเซ็นเซอร์บอกตำแหน่งเมื่อเพลาน้ำของรถเคลื่อนที่ผ่านหน้าตัด $2L/3$

V_1 คือ ความเร็วปลายที่ได้จากเซ็นเซอร์บอกตำแหน่งเมื่อเพลาลงของรถเคลื่อนที่ผ่านหน้าตัด $L/2$

V_2 คือ ความเร็วปลายที่ได้จากเซ็นเซอร์บอกตำแหน่งเมื่อเพลาลงของรถเคลื่อนที่ผ่านหน้าตัด $2L/3$

โดยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของความเร็วจะคำนวณได้ดังนี้

$$\% \text{ ความคลาดเคลื่อนของความเร็ว } u_1 = \frac{u_1 - U_1}{U_1} \times 100\% \quad (n3)$$

ในกรณีนี้จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \% \text{ ความคลาดเคลื่อนของความเร็ว } u_1 &= \frac{(0.355 - 0.353)}{0.353} \times 100\% \\ &= 0.57\% \end{aligned}$$

ซึ่งเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนในการคำนวณความเร็วค่าอื่นๆ (u_2 , v_1 และ v_2) ก็จะสามารถทำการคำนวณได้ด้วยวิธีการเดียวกัน

และเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนในการคำนวณระยะห่างระหว่างเพลาก็คำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \% \text{ ความคลาดเคลื่อนในการคำนวณระยะห่างระหว่างเพลาก็} &= \frac{0.398 - 0.400}{0.400} \times 100\% \\ &= -0.50\% \end{aligned}$$

โดยผลการคำนวณเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนอันเนื่องมาจากการที่น้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร่งไม่คงที่ในการคำนวณความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลาก็สำหรับตัวอย่างทดสอบทั้งหมด จะแสดงได้ดังตารางที่ ข5 ถึงตารางที่ ข8

ศูนย์วิจัยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ๒5 แสดงความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลลาที่คำนวณได้จากหลักการในหัวข้อที่ 2.1 เมื่อนำหนักบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร่งไม่คงที่ สำหรับอัตราส่วนน้ำหนักบรรทุก 1 ต่อ 1 เคลื่อนที่ผ่านเลนที่ 1

ระยะห่างระหว่างเพลลา (m)	ครั้งที่	ระยะห่างระหว่างเพลลาที่คำนวณได้ (m)	% err.	ความเร็วขณะใดขณะหนึ่งทีคำนวณได้ (m/s ²)											
				u_1	U_1	% err.	v_1	V_1	% err.	u_2	U_2	% err.	v_2	V_2	% err.
0.200	1	0.193	-3.57	0.539	0.523	-2.99	0.539	0.506	-6.14	0.488	0.493	1.12	0.539	0.475	-11.85
	2	0.189	-5.58	0.539	0.551	2.22	0.539	0.529	-1.75	0.512	0.513	0.10	0.539	0.489	-9.18
	3	0.198	-1.05	0.488	0.490	0.42	0.466	0.431	-7.31	0.410	0.387	-5.60	0.293	0.310	5.85
0.300	1	0.295	-1.69	0.556	0.516	-7.22	0.562	0.524	-6.84	0.562	0.525	-6.65	0.532	0.533	0.24
	2	0.289	-3.74	0.475	0.400	-15.74	0.470	0.444	-5.55	0.475	0.450	-5.09	0.499	0.490	-1.79
	3	0.295	-1.54	0.680	0.622	-8.62	0.690	0.636	-7.80	0.690	0.638	-7.54	0.612	0.652	6.57
0.400	1	0.403	0.85	0.512	0.486	-5.14	0.410	0.445	8.56	0.410	0.452	10.36	0.427	0.408	-4.47
	2	0.394	-1.52	0.330	0.331	0.25	0.301	0.305	1.31	0.310	0.309	-0.33	0.284	0.281	-1.08
	3	0.394	-1.40	0.293	0.272	-6.96	0.263	0.268	2.07	0.270	0.269	-0.30	0.247	0.264	7.20
0.500	1	0.482	-3.56	0.918	0.940	2.44	0.797	0.745	-6.56	0.884	0.810	-8.37	0.640	0.573	-10.51
	2	0.480	-3.91	0.954	0.952	-0.22	0.954	0.874	-8.36	0.973	0.898	-7.64	0.832	0.816	-1.89
	3	0.474	-5.18	0.945	0.913	-3.33	0.797	0.744	-6.70	0.853	0.798	-6.49	0.653	0.597	-8.53
0.600	1	0.610	1.67	0.833	0.895	7.50	0.765	0.777	1.57	0.785	0.833	6.05	0.710	0.704	-0.86
	2	0.580	-3.30	1.035	1.064	2.84	0.901	0.843	-6.41	0.993	0.944	-4.95	0.657	0.684	4.09
	3	0.584	-2.68	0.918	0.934	1.74	0.811	0.770	-5.04	0.893	0.844	-5.43	0.666	0.658	-1.20
0.700	1	0.612	-12.55	0.927	0.863	-6.82	0.869	0.786	-9.48	0.954	0.822	-13.78	0.721	0.741	2.82
	2	0.602	-14.05	0.973	0.947	-2.63	0.935	0.818	-12.54	1.013	0.878	-13.35	0.691	0.737	6.68
	3	0.633	-9.64	0.853	0.930	8.94	0.954	0.826	-13.41	0.973	0.876	-9.91	0.797	0.765	-4.00

ตารางที่ 16 แสดงความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลาค่าที่คำนวณได้จากหลักการในหัวข้อที่ 2.1 เมื่อน้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร่งไม่คงที่ สำหรับอัตราส่วนน้ำหนักบรรทุก 1 ต่อ 3 เคลื่อนที่ผ่านเลนที่ 1

ระยะห่างระหว่างเพลาค่า (m)	ครั้งที่	ระยะห่างระหว่างเพลาค่าที่คำนวณได้ (m)	% err.	ความเร็วขณะใดขณะหนึ่งทีคำนวณได้ (m/s ²)											
				u_1	U_1	% err.	v_1	V_1	% err.	u_2	U_2	% err.	v_2	V_2	% err.
0.300	1	0.270	-10.06	0.766	0.710	-7.25	0.821	0.721	-12.13	0.834	0.724	-13.17	0.861	0.734	-14.70
	2	0.276	-8.05	0.754	0.612	-18.88	0.832	0.733	-11.79	0.843	0.756	-10.22	0.846	0.858	1.41
	3	0.279	-7.13	1.024	0.745	-27.27	1.049	0.948	-9.62	1.049	0.984	-6.28	1.093	1.146	4.81
0.400	1	0.398	-0.59	0.353	0.355	0.57	0.336	0.338	0.67	0.353	0.341	-3.49	0.341	0.323	-5.39
	2	0.386	-3.61	0.445	0.439	-1.45	0.466	0.427	-8.25	0.488	0.429	-12.08	0.379	0.417	9.87
	3	0.386	-3.53	0.488	0.486	-0.24	0.539	0.499	-7.42	0.525	0.497	-5.31	0.500	0.509	1.99
0.500	1	0.506	1.18	1.035	1.098	6.11	1.046	0.970	-7.28	1.036	1.015	-2.00	0.884	0.875	-1.04
	2	0.497	-0.57	1.165	1.136	-2.51	1.106	1.031	-6.77	1.106	1.066	-3.53	0.918	0.954	3.94
	3	0.482	-3.68	1.013	0.974	-3.92	1.024	0.931	-9.12	1.035	0.944	-8.78	0.869	0.900	3.57
0.600	1	0.582	-3.08	0.839	0.932	11.08	0.983	0.926	-5.71	0.973	0.929	-4.54	0.901	0.924	2.54
	2	0.561	-6.47	1.138	1.086	-4.59	1.024	0.952	-7.01	1.138	1.009	-11.36	0.853	0.863	1.18
	3	0.606	1.02	0.927	0.945	1.99	0.972	0.900	-7.47	0.963	0.920	-4.46	0.876	0.874	-0.32
0.700	1	0.636	-9.08	0.901	0.924	2.57	0.918	0.833	-9.24	1.003	0.877	-12.52	0.846	0.781	-7.67
	2	0.644	-7.97	0.948	0.893	-5.83	0.963	0.905	-6.07	1.049	0.899	-14.28	0.814	0.911	11.97
	3	0.632	-9.78	0.945	0.944	-0.07	0.938	0.802	-14.49	0.897	0.872	-2.85	0.792	0.715	-9.66

ตารางที่ ๗Z แสดงความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลลาที่คำนวณได้จากหลักการในหัวข้อที่ 2.1 เมื่อนำหนักบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร็วไม่คงที่ สำหรับอัตราส่วนน้ำหนักบรรทุกทุก 1 ต่อ 1 เคลื่อนที่ผ่านเลนที่ 2

ระยะห่างระหว่างเพลลา (m)	ครั้งที่	ระยะห่างระหว่างเพลลาที่คำนวณได้ (m)	% err.	ความเร็วขณะใดขณะหนึ่งที่คำนวณได้ (m/s ²)											
				u_1	U_1	% err.	v_1	V_1	% err.	u_2	U_2	% err.	v_2	V_2	% err.
0.200	1	0.202	1.09	0.931	0.965	3.67	0.819	0.900	9.88	0.853	0.855	0.24	0.788	0.781	-0.81
	2	0.202	0.90	0.640	0.673	5.12	0.602	0.591	-1.87	0.512	0.531	3.76	0.466	0.423	-9.08
	3	0.204	2.24	0.931	0.977	4.98	0.931	0.918	-1.44	0.931	0.878	-5.71	0.788	0.811	2.92
0.300	1	0.354	18.09	0.685	0.780	13.86	0.705	0.689	-2.31	0.705	0.694	-1.49	0.657	0.590	-10.27
	2	0.346	15.17	1.069	1.048	-1.93	1.138	1.039	-8.69	1.138	1.039	-8.66	1.003	1.030	2.68
	3	0.344	14.58	1.035	1.215	17.38	1.106	1.064	-3.80	1.081	1.068	-1.16	0.901	0.893	-0.90
0.400	1	0.418	4.44	0.315	0.342	8.68	0.320	0.305	-4.77	0.277	0.313	12.97	0.293	0.271	-7.42
	2	0.403	0.63	0.427	0.510	19.54	0.427	0.448	5.10	0.488	0.460	-5.73	0.379	0.390	2.87
	3	0.411	2.80	0.525	0.592	12.65	0.466	0.521	11.90	0.466	0.535	14.93	0.445	0.456	2.36
0.500	1	0.491	-1.79	0.737	0.686	-6.95	0.716	0.645	-9.95	0.721	0.658	-8.68	0.576	0.615	6.84
	2	0.495	-1.07	0.579	0.597	3.04	0.496	0.503	1.42	0.566	0.536	-5.31	0.442	0.429	-2.93
	3	0.504	0.76	0.649	0.658	1.50	0.676	0.641	-5.07	0.685	0.647	-5.55	0.586	0.630	7.50
0.600	1	0.602	0.35	0.824	0.876	6.29	0.797	0.783	-1.75	0.824	0.826	0.21	0.715	0.727	1.62
	2	0.598	-0.33	0.772	0.768	-0.60	0.715	0.673	-5.86	0.748	0.717	-4.24	0.608	0.615	1.10
	3	0.603	0.47	0.884	0.833	-5.83	0.811	0.802	-1.02	0.853	0.816	-4.35	0.726	0.785	8.15
0.700	1	0.688	-1.65	0.945	0.975	3.21	0.876	0.861	-1.76	0.901	0.921	2.30	0.726	0.800	10.20
	2	0.652	-6.92	0.839	0.837	-0.18	0.884	0.835	-5.58	0.901	0.836	-7.17	0.760	0.834	9.74
	3	0.668	-4.54	0.876	0.959	9.45	0.869	0.827	-4.75	0.945	0.896	-5.15	0.760	0.753	-0.93

ตารางที่ ๒๘ แสดงความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลลาที่คำนวณได้จากหลักการในหัวข้อที่ 2.1 เมื่อนำหนักบรรทุกทุกเคลื่อนด้วยความเร่งไม่คงที่ สำหรับอัตราส่วนน้ำหนักบรรทุก 1 ต่อ 3 เคลื่อนที่ผ่านเลนที่ 2

ระยะห่างระหว่างเพลลา (m)	ครั้งที่	ระยะห่างระหว่างเพลลาที่คำนวณได้ (m)	% err.	ความเร็วขณะใดขณะหนึ่งที่คำนวณได้ (m/s ²)											
				u_1	U_1	% err.	v_1	V_1	% err.	u_2	U_2	% err.	v_2	V_2	% err.
0.300	1	0.358	19.18	1.035	1.006	-2.76	1.106	1.080	-2.33	1.145	1.075	-6.08	1.024	1.144	11.71
	2	0.303	0.87	1.158	1.204	3.99	1.106	1.025	-7.29	1.106	1.005	-9.10	0.901	0.781	-13.29
	3	0.314	4.78	0.954	1.022	7.20	1.013	0.929	-8.36	1.013	0.923	-8.95	0.869	0.817	-5.89
0.400	1	0.399	-0.33	0.706	0.720	1.99	0.683	0.629	-7.82	0.621	0.645	3.95	0.445	0.542	21.67
	2	0.401	0.26	0.661	0.778	17.83	0.731	0.663	-9.42	0.683	0.683	0.11	0.466	0.548	17.70
	3	0.399	-0.34	0.683	0.773	13.28	0.788	0.706	-10.42	0.759	0.717	-5.45	0.602	0.644	6.83
0.500	1	0.493	-1.33	0.715	0.714	-0.25	0.772	0.720	-6.80	0.754	0.718	-4.84	0.657	0.724	10.10
	2	0.448	-10.38	0.705	0.600	-14.93	0.797	0.713	-10.56	0.748	0.686	-8.33	0.676	0.787	16.51
	3	0.498	-0.46	0.616	0.661	7.40	0.785	0.760	-3.09	0.748	0.729	-2.57	0.760	0.820	7.89
0.600	1	0.600	-0.05	0.935	0.977	4.48	0.884	0.870	-1.67	0.954	0.919	-3.64	0.797	0.804	0.77
	2	0.606	0.97	0.909	1.015	11.67	0.927	0.853	-7.91	0.963	0.930	-3.49	0.846	0.749	-11.42
	3	0.593	-1.14	0.811	0.849	4.76	0.846	0.804	-5.01	0.839	0.824	-1.75	0.737	0.777	5.38
0.700	1	0.632	-9.71	0.973	0.941	-3.32	0.901	0.792	-12.04	0.993	0.865	-12.82	0.726	0.702	-3.37
	2	0.644	-8.00	1.158	1.179	1.82	0.983	0.885	-9.95	1.118	1.037	-7.24	0.748	0.685	-8.53
	3	0.661	-5.55	1.013	1.069	5.52	0.973	0.899	-7.60	1.035	0.987	-4.63	0.811	0.799	-1.40

จากตารางดังกล่าวจะได้ว่าผลกระทบของการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งที่ไม่คงที่จะมีผลทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลลา โดยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนในการคำนวณความเร็วอันเนื่องมาจากผลของการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งไม่คงที่จะมีค่าสูงสุดเท่ากับ ± 21 เปอร์เซ็นต์ และค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนในการคำนวณระยะห่างระหว่างเพลลาเนื่องจากผลของการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งไม่คงที่จะมีค่าสูงสุดเท่ากับ ± 19 เปอร์เซ็นต์ โดยส่วนมากแล้วผลกระทบจากการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งไม่คงที่เพียงอย่างเดียวจะทำให้เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนในการคำนวณความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลลา มีค่าสูงกว่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนในการคำนวณความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลลาเนื่องจากผลของความเร่งไม่คงที่รวมกับผลของการระบุดาแหน่งของเพลลาคลาดเคลื่อน

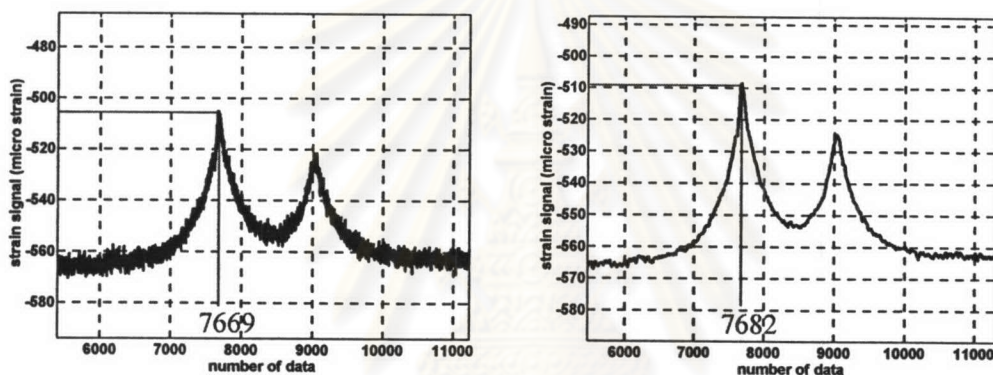
สำหรับความคลาดเคลื่อนของความเร็วที่คำนวณได้จะมีค่าน้อย เมื่อน้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร่งในแต่ละช่วงใกล้เคียงกัน เช่นในกรณีที่ น้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่ในแต่ละช่วงด้วยความเร่งเป็น -0.0188 , -0.0485 และ -0.0149 ม./วินาที² ซึ่งเป็นกรณีที่น้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่แต่ละช่วงด้วยความหน่วงและมีค่าใกล้เคียงกัน โดยค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจะมีค่าเท่ากับ $0.25, 1.31, -0.33$ และ -1.08 เปอร์เซ็นต์ ซึ่งเป็นค่าความคลาดเคลื่อนของ u_1, v_1, u_2 และ v_2 ตามลำดับ ซึ่งจากการทดสอบ น้ำหนักบรรทุกจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งแต่ละช่วงไม่เท่ากัน ทั้งยังมีความเร่งบางช่วงเป็นความเร่ง และบางช่วงเป็นความหน่วง ซึ่งจะส่งผลให้เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนในการคำนวณมีค่าเพิ่มมากขึ้น

สำหรับความคลาดเคลื่อนของระยะห่างระหว่างเพลลาที่คำนวณได้ จะเป็นไปในลักษณะเดียวกับการคำนวณความเร็วคือ ค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจะมีค่าน้อยเมื่อน้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่ในแต่ละช่วงด้วยความเร่งที่มีค่าใกล้เคียงกัน ส่วนการเคลื่อนที่แบบบางช่วงเป็นความหน่วง บางช่วงเป็นความเร่ง ในกรณีเช่นนี้จะทำให้มีค่าความคลาดเคลื่อนเพิ่มมากขึ้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การระบุตำแหน่งหรือจุดเวลาคลาดเคลื่อน จากการทดสอบพบว่าตำแหน่งหรือจุดเวลาขณะที่เพลลาของ น้ำหนักบรรทุกอยู่บนหน้าตัดที่ติดตามวัดความเครียดที่อ่านได้จากกราฟสัญญาณความเครียดกับที่ได้จาก เซ็นเซอร์บอกตำแหน่งมีค่าไม่ตรงกัน ซึ่งถ้าพิจารณาเป็นตำแหน่งแล้ว การระบุตำแหน่งจากกราฟสัญญาณ ความเครียดที่ได้จากหัวข้อ 2.3 นั้นจะมีความคลาดเคลื่อนอยู่ โดยสาเหตุที่การระบุตำแหน่งคลาดเคลื่อนนั้น เนื่องมาจาก ผลของสัญญาณรบกวน ผลของแรงทางพลศาสตร์ของตัวสะพานและน้ำหนักบรรทุก ลักษณะการ กระจายแรงของล้อยรถ รวมไปถึงการลดผลของสัญญาณรบกวนและผลทางพลศาสตร์ ด้วยวิธี moving average ด้วย

ซึ่งถ้าพิจารณาระหว่างกราฟสัญญาณความเครียดที่ได้จากการทดสอบโดยที่ยังคงมีผลของสัญญาณ รบกวนและผลทางพลศาสตร์ของตัวสะพาน กับสัญญาณความเครียดที่ได้จากการทดสอบโดยลดผลของ สัญญาณรบกวนและผลทางพลศาสตร์ ด้วยวิธีการ moving average ดังแสดงในรูปที่ ข2



รูปที่ ข2 สัญญาณความเครียดที่ยังคงมีผลของสัญญาณรบกวนและผลทางพลศาสตร์ (รูปซ้าย) และสัญญาณความเครียดที่ผ่านการทำ moving average (รูปขวา)

จากรูปจะเห็นได้ว่า ผลของสัญญาณรบกวนและผลทางพลศาสตร์นั้นมีผลทำให้ค่าสูงสุดของสัญญาณความ เครียดเปลี่ยนตำแหน่งไปเมื่อผ่านการทำ moving average ดังเช่นในรูปที่ ข2 ค่าสูงสุดของสัญญาณความเครียด อยู่ที่ตำแหน่งที่ 7669 หรือวินาทีที่ 7669/1024 เมื่อทำ moving average แล้วค่าสูงสุดของสัญญาณความเครียด จะเปลี่ยนไปอยู่ที่ตำแหน่งที่ 7682 หรือวินาทีที่ 7682/1024 ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบเป็นตำแหน่งแล้วการระบุตำแหน่ง จะคลาดเคลื่อนไป ± 0.5 ซม. ด้วยสาเหตุนี้เองผลของสัญญาณรบกวนและผลทางพลศาสตร์จะมีผลทำให้การ ทำ moving average เป็นอีกเหตุผลหนึ่งที่ทำให้การระบุตำแหน่งหรือจุดเวลาของสัญญาณความเครียดที่ได้จาก หัวข้อ 2.3 คลาดเคลื่อน โดยจะส่งผลทำให้จุดเวลาที่อ่านได้จากค่าสูงสุดของกราฟสัญญาณความเครียดไม่ใช่ เวลาเดียวกับเวลาที่เพลลาของน้ำหนักบรรทุกอยู่บนหน้าตัดที่ติดตามวัดความเครียด

ซึ่งเมื่อพิจารณาผลของการทำ moving average เพียงอย่างเดียวจะพบว่าตำแหน่งที่ได้จะคลาดเคลื่อน มากที่สุดเท่ากับ 0.5 ซม. และเมื่อพิจารณาผลของสัญญาณรบกวน ผลของแรงทางพลศาสตร์ของตัวสะพานและ น้ำหนักบรรทุก ลักษณะการกระจายแรงของล้อยรถเข้าไปด้วยจะพบว่า ตำแหน่งของเพลลาที่ระบุได้จากกราฟ สัญญาณความเครียดที่ได้จากหัวข้อที่ 2.3 จะคลาดเคลื่อนจากตำแหน่งจริงๆไปมากที่สุดเท่ากับ ± 2.5 ซม.

จากการทดสอบจะพบว่าจุดเวลาที่ได้จากกราฟสัญญาณความเครียดนั้นจะมีทั้งผลของการเคลื่อนที่ด้วยความเร่งไม่คงที่ และผลของการระบุจุดตำแหน่งคลาดเคลื่อน โดยการที่จะแยกพิจารณาผลของการระบุตำแหน่งคลาดเคลื่อนออกจากผลของความเร่งที่ไม่คงที่นั้นจะทำได้ลำบาก ดังนั้นจึงต้องอาศัยสมการการเคลื่อนที่เข้ามาช่วยในการคำนวณ ซึ่งจะสมมติให้น้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต้น (u_1) และเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ค่าหนึ่ง และจะอ้างอิงจากหลักในหัวข้อที่ 2.1

อันดับแรกจะทำการกำหนด ความเร็วต้น (u_1) ความเร่ง (a) และระยะห่างระหว่างเพลลา (s_2) โดยที่จะกำหนดให้น้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่จากหน้าตัด $L/2$ ไปยังหน้าตัด $2L/3$ ซึ่งมีระยะทางเท่ากับ $1/3$ ม. ($s_1 = \frac{1}{3}$) แล้วจึงทำการคำนวณความเร็วปลายแต่ละช่วงจากสูตร $v^2 = u^2 + 2as$ ดังนั้นจะได้ความเร็ว

$$v_1 = (u_1^2 + 2as_2)^{1/2}$$

$$u_2 = (u_1^2 + 2a(1/3))^{1/2}$$

$$v_2 = (u_1^2 + 2a(s_2 + 1/3))^{1/2}$$

พร้อมทั้งคำนวณระยะเวลาในการเคลื่อนที่แต่ละช่วงจากสูตร $t = \frac{2s}{u+v}$ ซึ่งจะได้ว่า

$$\Delta T_1 = \frac{2(1/3)}{u_1 + u_2}$$

$$\Delta T_2 = \frac{2(1/3)}{v_1 + v_2}$$

$$\Delta t_1 = \frac{2(s_2)}{u_1 + v_1}$$

$$\Delta t_2 = \frac{2(s_2)}{u_2 + v_2}$$

โดยจากช่วงเวลาที่คำนวณได้ดังกล่าวจะสามารถสรุปได้ดังนี้

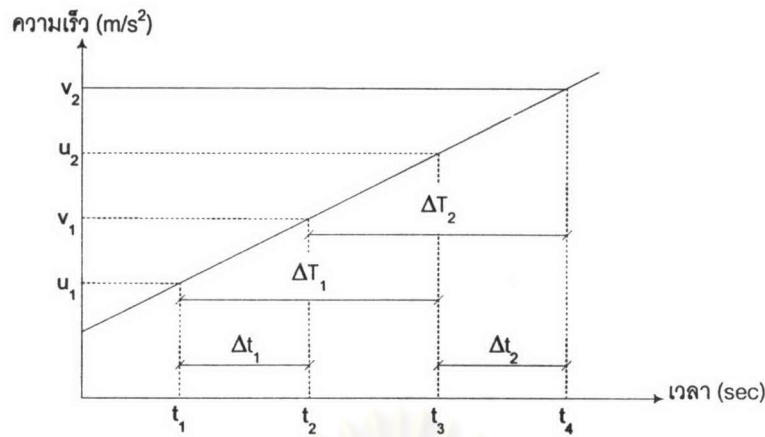
t_1 คือเวลาที่เพลาน้ำของน้ำหนักบรรทุกอยู่บนหน้าตัดที่ $L/2$ (กำหนดเอง)

t_2 คือเวลาที่เพลาลังของน้ำหนักบรรทุกอยู่บนหน้าตัดที่ $L/2$ และมีค่าเท่ากับ $t_1 + \Delta t_1$

t_3 คือเวลาที่เพลาน้ำของน้ำหนักบรรทุกอยู่บนหน้าตัดที่ $2L/3$ และมีค่าเท่ากับ $t_1 + \Delta T_1$

t_4 คือเวลาที่เพลาลังของน้ำหนักบรรทุกอยู่บนหน้าตัดที่ $2L/3$ และมีค่าเท่ากับ $t_3 + \Delta t_2$

ปริมาณต่างๆที่คำนวณได้สามารถแสดงอยู่ในรูปของกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับเวลาดังรูปที่ ๓3

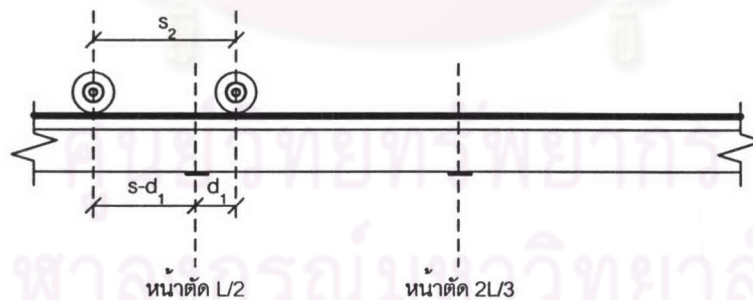


รูปที่ ๓3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับเวลา
เมื่อน้ำหนักเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่

จากค่าทั้งหมดที่คำนวณได้(ความเร็วและเวลา)จะเป็นไปตามทฤษฎีและเป็นไปตามสมมติฐานที่ว่าน้ำหนักบรรทุกทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ ซึ่งยังไม่ได้พิจารณาผลของการระบุตำแหน่งผิดพลาด โดยจากการทดสอบจะพบว่าผลของการระบุตำแหน่งคลาดเคลื่อนจะอยู่ในรูปของเวลาที่คลาดเคลื่อนนั่นเอง ดังนั้นเพื่อพิจารณาผลกระทบบ้างจึงต้องทำการปรับค่า t_1, t_2, t_3 และ t_4 ใหม่ดังนี้

- เมื่อพิจารณาเวลา t_1 ใหม่อันเนื่องมาจากผลของการระบุตำแหน่งคลาดเคลื่อน

กำหนดให้ d_1 คือระยะที่คลาดเคลื่อนไปจากตำแหน่งที่ติดมาตรวัดความเครียดเมื่อทำการระบุตำแหน่งของเพลาน้ำหนักที่อยู่บนหน้าตัด $L/2$ ซึ่งสามารถแสดงได้ดังรูปที่ ๓4 จะได้ว่า



รูปที่ ๓4 การระบุตำแหน่งคลาดเคลื่อนเมื่อเพลาน้ำหนักอยู่บนหน้าตัด $L/2$

ระยะทางที่น้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่เปลี่ยนจาก u_1 ไปเป็น v_1 จะมีค่าลดลง ซึ่งจะมีค่าเป็น $s_2 - d_1$ โดยจาก v_1 จะทำการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาความเร็วต้นใหม่ $(u_1)_n$ เนื่องจากการระบุตำแหน่งคลาดเคลื่อนคือ

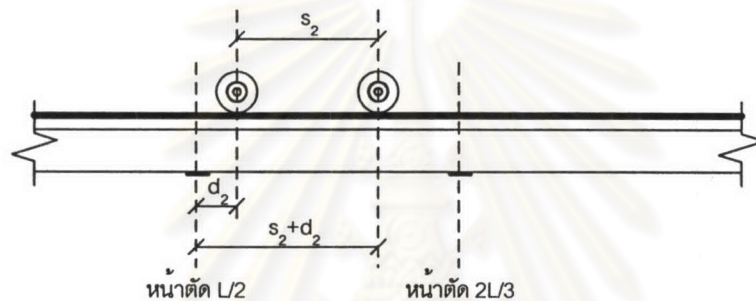
$$(u_1)_n = (v_1^2 - 2a(s_2 - d_1))^{1/2} \quad (n6)$$

และจะได้เวลาที่ตำแหน่งที่เพลาน้ำอยู่บนหน้าตัด $L/2$ เมื่อพิจารณาผลของการระบุดำแหน่งคลาดเคลื่อน $(t_1)_n$ คือ

$$(t_1)_n = t_2 - \frac{2(s_2 - d_1)}{(u_1)_n + v_1} \quad (n7)$$

- เมื่อพิจารณาเวลา t_2 ใหม่อันเนื่องมาจากผลของการระบุดำแหน่งคลาดเคลื่อน

กำหนดให้ d_2 คือระยะที่คลาดเคลื่อนไปจากตำแหน่งที่ติดมาตรวัดความเครียดเมื่อทำการระบุดำแหน่งของเพลาลงขณะที่อยู่บนหน้าตัด $L/2$ ซึ่งสามารถแสดงได้ดังรูปที่ ข5 จะได้ว่า



รูปที่ ข5 การระบุดำแหน่งคลาดเคลื่อนเมื่อเพลาลงอยู่บนหน้าตัด $L/2$

ระยะทางที่นำหนักบรรทุกเคลื่อนที่เปลี่ยนจาก u_1 ไปเป็น v_1 จะมีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งจะมีค่าเป็น $s_2 + d_2$ โดยจาก u_1 จะทำการคำนวณเพื่อหาความเร็วปลายใหม่ $(v_1)_n$ เนื่องจากการระบุดำแหน่งคลาดเคลื่อนคือ

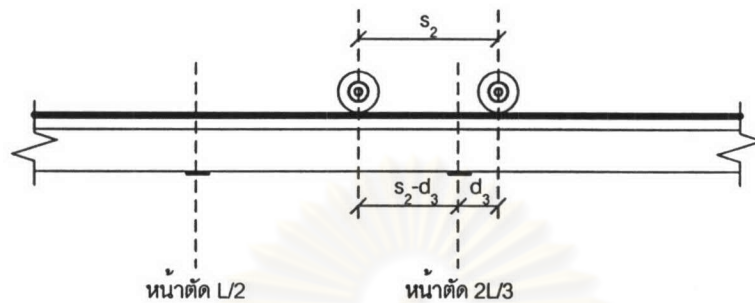
$$(v_1)_n = (u_1^2 + 2a(s_2 + d_2))^{1/2} \quad (n8)$$

และจะได้เวลาที่ตำแหน่งที่เพลาลงอยู่บนหน้าตัด $L/2$ เมื่อพิจารณาผลของการระบุดำแหน่งคลาดเคลื่อน $(t_2)_n$ คือ

$$(t_2)_n = t_1 + \frac{2(s_2 + d_2)}{u_1 + (v_1)_n} \quad (n9)$$

- เมื่อพิจารณาเวลา t_3 ใหม่อันเนื่องมาจากผลของการระบุตำแหน่งคลาดเคลื่อน

กำหนดให้ d_3 คือระยะที่คลาดเคลื่อนไปจากตำแหน่งที่ติดมาตรวจวัดความเครียดเมื่อทำการระบุตำแหน่งของเพลาน้ำขณะที่อยู่บนหน้าตัด $2L/3$ ซึ่งสามารถแสดงได้ดังรูปที่ ข6 จะได้ว่า



รูปที่ ข6 การระบุตำแหน่งคลาดเคลื่อนเมื่อเพลาน้ำอยู่บนหน้าตัด $2L/3$

ระยะทางที่นำนักบรทุกเคลื่อนที่เปลี่ยนจาก u_2 ไปเป็น v_2 จะมีค่าลดลง ซึ่งจะมีค่าเป็น $s_2 - d_3$ โดยจาก v_2 จะทำการคำนวณย้อนกลับเพื่อหาความเร็วต้นใหม่ $(u_2)_n$ เนื่องจากการระบุตำแหน่งคลาดเคลื่อนคือ

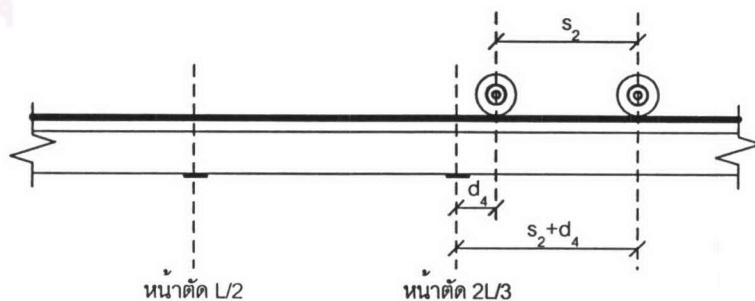
$$(u_2)_n = (v_2^2 - 2a(s_2 - d_3))^{1/2} \quad (\text{ก10})$$

และจะได้เวลาที่ตำแหน่งที่เพลาน้ำอยู่บนหน้าตัด $2L/3$ เมื่อพิจารณาผลของระบุตำแหน่งคลาดเคลื่อน $(t_3)_n$ คือ

$$(t_3)_n = t_4 - \frac{2(s_2 - d_3)}{(u_2)_n + v_2} \quad (\text{ก11})$$

- เมื่อพิจารณาเวลา t_4 ใหม่อันเนื่องมาจากผลของการระบุตำแหน่งคลาดเคลื่อน

กำหนดให้ d_4 คือระยะที่คลาดเคลื่อนไปจากตำแหน่งที่ติดมาตรวจวัดความเครียดเมื่อทำการระบุตำแหน่งของเพลาน้ำหลังขณะที่อยู่บนหน้าตัด $2L/3$ ซึ่งสามารถแสดงได้ดังรูปที่ ข7 จะได้ว่า



รูปที่ ข7 การระบุตำแหน่งคลาดเคลื่อนเมื่อเพลาน้ำอยู่บนหน้าตัด $2L/3$

ระยะทางที่น้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่เปลี่ยนจาก u_2 ไปเป็น v_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งจะมีค่าเป็น $s_2 + d_4$ โดยจาก u_2 จะทำการคำนวณเพื่อหาความเร็วปลายใหม่ $(v_2)_n$ เนื่องจากการระบุตำแหน่งคลาดเคลื่อนคือ

$$(v_2)_n = (u_2^2 + 2a(s_2 + d_4))^{1/2} \quad (ก12)$$

และจะได้เวลาที่ตำแหน่งที่เพลาลงอยู่บนหน้าตัด $2L/3$ เมื่อพิจารณาผลของระบุตำแหน่งคลาดเคลื่อน $(t_4)_n$ คือ

$$(t_4)_n = t_3 + \frac{2(s_2 + d_4)}{u_2 + (v_2)_n} \quad (ก13)$$

ซึ่งจากค่า $(t_1)_n, (t_2)_n, (t_3)_n$ และ $(t_4)_n$ ที่มีผลของการระบุตำแหน่งคลาดเคลื่อนจะนำมาทำการคำนวณหาความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลจากวิธีการในหัวข้อที่ 2.1 แล้วจึงนำค่าดังกล่าวมาเปรียบเทียบกับค่าความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลจริง โดยจะทำการทดสอบหาค่าความคลาดเคลื่อนของค่าต่างๆ ด้วยการจำลองบนคอมพิวเตอร์

การทดสอบดังกล่าวจะทำการเปลี่ยนความเร็วต้น u_1 และความเร่ง a โดยกำหนดให้ค่า u_1 มีค่าตั้งแต่ 0.300 ม./วินาที ถึง 1.100 ม./วินาที และค่า a มีค่าตั้งแต่ -0.500 ม./วินาที² ถึง 0.500 ม./วินาที² ส่วนค่า d_1, d_2, d_3 และ d_4 จะกำหนดให้มีค่าเป็น -0.0025 ม., 0.0000 ม. และ 0.0025 ม. ดังนั้นสำหรับตัวอย่างที่มีค่า u_1 และ a ชุดหนึ่งจะมีเหตุการณ์ที่ระบุตำแหน่งคลาดเคลื่อนเท่ากับ $3 \times 3 \times 3 \times 3$ เหตุการณ์ ซึ่งเท่ากับ 81 เหตุการณ์ ยกตัวอย่างเช่น เหตุการณ์ที่ $d_1 = d_2 = 0.0000$ ม. และ $d_3 = d_4 = 0.0025$ ม. ซึ่งมีความหมายว่าการระบุตำแหน่งเมื่อเพลหน้าและเพลหลังของน้ำหนักอยู่บนหน้าตัด $L/2$ ไม่มีความคลาดเคลื่อน ($d_1 = d_2 = 0.0000$ ม.) ส่วนการระบุตำแหน่งเมื่อเพลหน้าและเพลหลังของน้ำหนักบรรทุกอยู่บนหน้าตัด $2L/3$ จะได้ว่า ตำแหน่งที่ระบุได้จะมีค่ามากกว่าตำแหน่งที่ติดมาตรฐานวัดความเครียดเท่ากับ 0.0025 ม. ($d_3 = d_4 = 0.0025$ ม.)

สำหรับเหตุการณ์หนึ่งๆ จะนำค่า $(t_1)_n, (t_2)_n, (t_3)_n$ และ $(t_4)_n$ มาทำการคำนวณหาความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลพร้อมทั้งหาเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน ดังนั้นสำหรับ ความเร็วต้น u_1 และความเร่ง a ชุดหนึ่งที่มีเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้ทั้งหมด 81 เหตุการณ์ จะทำการหาความน่าจะเป็นในการเกิดความคลาดเคลื่อน โดยความคลาดเคลื่อนดังกล่าวจะแบ่งออกเป็นช่วงๆ ดังนี้ $|err| \leq 5\%$, $5\% \leq |err| \leq 10\%$,

$10\% \leq |err| \leq 15\%$, $15\% \leq |err| \leq 20\%$ และ $|err| \geq 20\%$ ซึ่งจากการทดสอบด้วยการจำลองบนคอมพิวเตอร์จะได้ผลดังแสดงในตารางที่ ค1 ถึง ตารางที่ ค24 ในภาคผนวก ค

จากตารางดังกล่าวจะสามารถจำแนกความเร็วที่คำนวณได้จากหลักการในหัวข้อที่ 2.1 อันเนื่องมาจากผลกระทบของการระบุตำแหน่งเพลาคลาดเคลื่อนได้ดังนี้

ความเร็วต้นขณะที่เพลาน้ำของน้ำหนักบรรทุกอยู่บนหน้าตัด $L/2$ (u_1) ซึ่งจะสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 กรณีคือ

1. เมื่อน้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานด้วยความหน่วงคงที่ ความเร็ว u_1 ที่คำนวณได้จะมีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมากกว่า 20% โดยสำหรับน้ำหนักรบรรทุกที่เคลื่อนที่ผ่านหน้าตัด $L/2$ ด้วยความเร็วต้นต่ำๆ ความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ u_1 จะอยู่ในช่วงไม่เกิน $\pm 10\%$ เป็นส่วนใหญ่ แต่ถ้าอิงน้ำหนักรบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านหน้าตัด $L/2$ ด้วยความเร็วต้นที่สูงขึ้น โอกาสที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณ u_1 จากความเป็นจริงมากกว่า $\pm 20\%$ จะมีมากขึ้น
2. เมื่อน้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานด้วยความเร็วคงที่ ความเร็ว u_1 ที่คำนวณได้จะมีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมากกว่า 20% สำหรับกรณีที่น้ำหนักรบรรทุกมีระยะห่างระหว่างเพลาน้อยๆ (20 ซม.) ส่วนกรณีที่น้ำหนักรบรรทุกมีระยะห่างระหว่างเพลามากขึ้น (30-70 ซม.) ความเร็ว u_1 ที่คำนวณได้โดยส่วนมากจะมีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงไม่เกิน $\pm 10\%$
3. เมื่อน้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานด้วยความเร่งคงที่ ความเร็ว u_1 ที่คำนวณได้จะมีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมากกว่า 20% สำหรับน้ำหนักรบรรทุกที่มีระยะห่างระหว่างเพลาท่ำกับ 20 ซม. และ 30 ซม. แต่สำหรับน้ำหนักรบรรทุกที่มีระยะห่างระหว่างเพลา 40 ซม. ถึง 70 ซม. ความเร็ว u_1 ที่คำนวณได้จะมีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมากกว่า $\pm 20\%$ เช่นกัน แต่โดยส่วนมาก ความเร็ว u_1 ที่คำนวณได้จะมีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมากกว่า $\pm 5\%$

ความเร็วปลายขณะที่เพลาลังของน้ำหนักรบรรทุกอยู่บนหน้าตัด $L/2$ (v_1) และความเร็วต้นขณะที่เพลาน้ำของน้ำหนักรบรรทุกอยู่บนหน้าตัด $2L/3$ (u_2) จะพบว่าไม่ว่าน้ำหนักรบรรทุกที่เคลื่อนที่ผ่านสะพานจะเคลื่อนที่ด้วยความหน่วงคงที่ ความเร็วคงที่ หรือความเร่งคงที่ก็ตาม ความเร็วทั้ง 2 ค่า (v_1, u_2) ที่คำนวณได้จะมีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงไม่เกิน $\pm 15\%$ โดยความคลาดเคลื่อนส่วนใหญ่จะอยู่ในช่วง $\pm 10\%$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ความเร็วปลายขณะที่เพลาลังของน้ำหนักบรรทุกอยู่บนหน้าตัด 2L/3 (v_2) ซึ่งจะสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 กรณีคือ

1. เมื่อน้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานด้วยความหน่วงคงที่ สำหรับน้ำหนักบรรทุกที่มีระยะห่างระหว่างเพลาท่เท่ากับ 20 ซม. และ 30 ซม. ส่วนใหญ่ ความเร็ว v_2 ที่คำนวณได้จะมีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมากกว่า 20% สำหรับน้ำหนักบรรทุกที่มีระยะห่างระหว่างเพลาท่เท่ากับ 40 ซม. ถึง 70 ซม. ความเร็ว v_2 ที่คำนวณได้จะมีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมากกว่า 20% สำหรับน้ำหนักบรรทุกที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วต้น u_1 ต่ำๆ ส่วนน้ำหนักบรรทุกที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วต้น u_1 สูงๆ ความเร็ว v_2 ที่คำนวณได้มีโอกาสที่จะคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมากกว่า 20% แต่ส่วนใหญ่แล้วจะไม่เกิน $\pm 5\%$
2. เมื่อน้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานด้วยความเร็วคงที่ ความเร็ว v_2 ที่คำนวณได้จะมีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมากกว่า 20% สำหรับกรณีที่น้ำหนักบรรทุกมีระยะห่างระหว่างเพลาน้อยๆ (20 ซม.) ส่วนกรณีที่น้ำหนักบรรทุกมีระยะห่างระหว่างเพลามากขึ้น (30-70 ซม.) ความเร็ว u_1 ที่คำนวณได้โดยส่วนมากจะมีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงไม่เกิน $\pm 10\%$
3. เมื่อน้ำหนักบรรทุกเคลื่อนที่ผ่านสะพานด้วยความเร่งคงที่ ความเร็ว v_2 ที่คำนวณได้จะมีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมากกว่า 20% สำหรับกรณีที่น้ำหนักบรรทุกมีระยะห่างระหว่างเพลาน้อยๆ (20 ซม.) ส่วนกรณีที่น้ำหนักบรรทุกมีระยะห่างระหว่างเพลามากขึ้น (30-70 ซม.) ความเร็ว v_2 ที่คำนวณได้โดยส่วนมากจะมีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงไม่เกิน $\pm 10\%$

จากการพิจารณาผลกระทบของการระบุตำแหน่งคลาดเคลื่อนที่มีต่อการคำนวณความเร็ว u_1 , v_1 , u_2 และ v_2 จะพบว่าความเร็ว u_1 และ v_2 ซึ่งเป็นความเร็วต้นขณะที่น้ำหนักบรรทุกกำลังเคลื่อนที่เข้าไปในช่วงที่ทำการคำนวณ และ เป็นความเร็วปลายขณะที่น้ำหนักบรรทุกกำลังเคลื่อนที่ออกจากช่วงที่ทำการคำนวณ ตามลำดับ จะมีความคลาดเคลื่อนสูง โดยความคลาดเคลื่อนในการคำนวณจะมีค่ามากกว่า 20% ส่วนความเร็ว v_1 และ u_2 จะเป็นความเร็วที่อยู่ในช่วงที่ทำการคำนวณ ซึ่งจะมีความคลาดเคลื่อนในช่วง $\pm 15\%$

จากตารางที่ ค25 ถึง ตารางที่ ค30 ในภาคผนวกจะพบว่าผลกระทบของการระบุตำแหน่งเพลาคคลาดเคลื่อนจะทำให้ระยะห่างระหว่างเพลาคที่คำนวณได้จากหลักการในหัวข้อที่ 2.1 มีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริง โดยถ้าน้ำหนักบรรทุกมีระยะห่างระหว่างเพลาคเท่ากับ 20 ซม. ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นส่วนใหญ่จะมีค่าอยู่ในช่วง $\pm 15\%$ แต่ถ้าน้ำหนักบรรทุกมีระยะห่างระหว่างเพลาคเท่ากับ 30 ซม. ถึง 70 ซม. ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นส่วนใหญ่จะมีค่าอยู่ในช่วง $\pm 10\%$

ภาคผนวก ค

ตารางแสดงความน่าจะเป็นในการเกิดความคลาดเคลื่อน

ตารางแสดงความน่าจะเป็นในการเกิดความคลาดเคลื่อนในการคำนวณความเร็วและระยะห่างระหว่างเพลอันเนื่องมาจากผลของการระบุตำแหน่งเพลารถผิดพลาดจากกราฟสัญญาณความเครียดที่สร้างขึ้นสำหรับรายละเอียดของตารางทั้งหมดได้รวบรวมไว้ในแผ่นซีดีประกอบวิทยานิพนธ์



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายนิคมเดช วีระฉันทะชาติ เกิดเมื่อวันที่ 28 กันยายน พ.ศ.2522 ที่จังหวัดชลบุรี เข้ารับการศึกษาชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลายที่โรงเรียนสาธิต ม.บูรพา จังหวัดชลบุรี สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2543 และเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโยธา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2544



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย