

บรรณานุกรม



หนังสือ

- ชวาล แพทย์กุล. เทคนิคการวัดผล. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์พัฒนาพานิช, 2516.
- บุญเชิด วิทยุญจนันตพงษ์. การวัดผลและประเมินผลการศึกษา - ทฤษฎีและการประยุกต์. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์อักษรเจริญทัศน์, 2523.
- พิตร ทองชั้น. หลักการวัดผล. กรุงเทพมหานคร : โอเคียนส์โตร, 2524.
- ยุพิน พิพิธกุล. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : บริษัทการพิมพ์, 2524.
- ล้วน สายยศ. "ความเชื่อมั่นอีกวิธีหนึ่ง" พัฒนาวัดผล 12. กรุงเทพมหานคร : โคมการพิมพ์, 2519.
- วิเชียร เกตุสิงห์. "หลักการสร้างและวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย." กรุงเทพมหานคร : สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2523.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. แบบเรียนคณิตศาสตร์ ค.412. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภา, 2520.
- สภาการศึกษาแห่งชาติ. แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 4 พ.ศ.2520 - 2524 กรุงเทพมหานคร : เรืองแสงการพิมพ์, 2520.
- สุจริต เพียรชอบ. "บทบาทक्रमมัธยมศึกษาในการพัฒนาเศรษฐกิจ." ประมวลบทความเกี่ยวกับการมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2524.
- สุชา จันทน์เอม และสุรางค์ จันทน์เอม. สถิติเบื้องต้นและการประเมินผลการเรียน. กรุงเทพมหานคร . อักษรบัณฑิต, 2521.
- อนันต์ ศรีโสภา. การวัดและประเมินผลการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : ไทยวัฒนาพานิช, 2520.

อนาสตาซี, แอน. การตรวจสอบเชิงจิตวิทยา. แปลโดย ประชุมสุข อาชวามำรุงและ  
คนอื่น ๆ กรุงเทพมหานคร : ไทยวัฒนาพานิช, 2519.

อุทุมพร ทองอุไทย. แผนวิเคราะห์ข้อมูลพฤติกรรมศาสตร์. กรุงเทพมหานคร :  
โรงพิมพ์และท่าปกเจริญผล, 2523.

#### บทความ

สวณา พรพัฒน์กุล. "การหาความเชื่อมั่น." เอกสารประกอบการเรียนวิชาวิจัย 505.  
กรุงเทพมหานคร . มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2519.  
(อักษำเนา)

อุทัย บุญประเสริฐ. "เทคโนโลยีทางการศึกษา." วารสารบัณฑิตวิทยาลัย 1  
(มกราคม - มิถุนายน 2517) : 88

#### เอกสารอื่น ๆ

โสภา บุญศรีสวัสดิ์. "อิทธิพลของช่วงเวลาที่มีต่อสัมประสิทธิ์แห่งความเชื่อมั่นแบบ  
สอบซ้ำ." วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต แผนกวิชาวิจัยการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย  
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2520.

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



### Books

- Bloom, B.S.Hastings, J.T. and Madaus, G.F. Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. New York : McGraw-Hill Inc., 1971.
- Cronbach, Lee J. Essentials of Psychological Testing. 3 rd ed. New York : Harper & Row, 1970.
- Ferguson, George A. Statistical Analysis in Psychology and Education. 3 rd ed. New York : McGraw-Hill Inc.Co., 1966.
- Glass, Gene V. and Stanly, Julian C. Statistical Methods in Education and Psychology. N.J. : Prentice-Hall, 1970.
- Good, Carter V. ed. Dictionary of Education. New York : McGraw-Hill Inc., 1959.
- Gronlund, Norman E. Measurement and Evaluation in Teaching. New York : Macmillan Publishing Co., 1981.
- Guilford, J.P. Psychometric Methods. New York : McGraw-Hill Inc., 1954.
- Lindvall, C. Mauritz and Nitko, Anthony J. Measuring Pupil Achievement and Aptitude. New York : Harcourt Brace Jovanovich, Inc., 1967.
- Mc.Clelland, D.D., et al. The Achievement Motive. New York : Appleton, 1955.
- Mehrens, Willam A. and Lehman, Irvin J. Standardized Tests in Education. 3 rd ed. New York : Holt Rinehard and Winston, 1980.

- Nunnally, Jum C. Test and Measurement. New York : McGraw-Hill Inc., 1959.
- Otis, Arthur S. Otis-Quick Scoring Mental Ability Tests (Beta Test : Form FM) : Manual of Direction for Beta Test. New York : Harcourt, Brace and World, Inc., 1954.
- Popham, James W. Modern Education Measurement. N.J. : Prentice-Hall, 1981.
- Stanley, Julian C. and Hopkins, Kenneth D. Educational and Psychological Measurement and Evaluation. N.J. Prentice-Hall, 1972.
- Stufflebeam, Danial L. etal. Educational Evaluation and Dicision Making. Ind. : Phi Delta Kappa, 1971.
- Willmott, Alan S. and Nuttall, Desmond L. The Reliability of Examination at 16<sup>+</sup>. London : Mcmillan Education Ltd., 1979.

#### Articles

- Catanzano R. and Wilson, M.S. "The Effect of Retesting Contingencies on Achievement, Anxiety and Attitude in Seventh Grade Science." Science Education 61 (April-June 1977) : 173 - 180.
- Crouse, Jame H. "Acquisition of College Course Material Under Condition of Repeated Testing." Journal of Educational Psychology. 66 (August 1974) : 367 - 372.
- Deboer, George E. "The Effect of Retesting on End-of-Semester Performance in High School Chemistry at Three Levels of Previous Science Achievement." Journal of Research in Science Teaching 18 (May 1981) : 261 - 267.

- Fichten, Catharine, Adler, Lillian. "Examination Retest Procedures : Effects on Performance Test Anxiety and Attitudes." Improving College and University Teaching. 25 (Autumn 1977) : 247 - 250.
- Keys, N. "The Influence on Learning and Retention of Weekly as Apposed to Monthly Test." Journal of Educational Psychology 25 (October 1934) : 427 - 436.
- Noll, V.H. "The Effect of Written Test Upon Achievement in College Classes : An Experiment and Summary of Evidence." Journal of Educational Research 32 (May-June 1939) : 345 - 357.
- Stauffer, A.J. "The Validity of Test for Improving Learning and Measuring Achievement When Administered Repeatedly." Educational and Psychological Measurement 33 (winter 1973) : 951 - 954.

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

คะแนนสอบครั้งแรก ครั้งที่ 2 และผลของการสอบซ้ำของตัวอย่างประชากร  
การวิเคราะห์ข้อมูล



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4 คะแนนสอบครั้งแรก ครั้งที่ 2 และผลของการสอบซ้ำที่ 1 (ตรีโกณมิติ)  
ของตัวอย่างประชากรกลุ่มแก่ง

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก	คะแนนสอบครั้งที่ 2	ผลของการสอบซ้ำ
	$X_1$	$X_2$	$X_2 - X_1$
1	13	16	3
2	16	18	2
3	18	15	-3
4	16	16	0
5	15	18	3
6	15	15	0
7	14	17	3
8	17	17	0
9	17	17	0
10	15	15	0
11	16	18	2
12	18	20	2
13	11	15	4
14	19	19	0
15	17	17	0
16	16	18	2
17	15	17	2
18	19	19	0
19	12	16	4
20	19	20	1

ตารางที่ 4 (ต่อ)

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก	คะแนนสอบครั้งที่ 2	ผลของการสอบซ้ำ
	$X_1$	$X_2$	$X_2 - X_1$
21	19	20	1
22	19	20	1
23	15	15	0
24	17	19	2
25	18	18	0
26	9	15	6
27	20	17	-3
28	10	16	6
29	16	14	-2
30	16	16	0
31	9	17	8
32	19	18	-1
33	20	20	0
34	18	18	0
35	15	18	3
36	18	15	-3
37	16	15	-1
38	19	16	-3
39	20	19	-1
40	16	18	2
41	18	17	-1
42	13	18	5
43	19	19	0



ตารางที่ 4 (ต่อ)

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก	คะแนนสอบครั้งที่ 2	ผลของการสอบซ้ำ
	$X_1$	$X_2$	$X_2 - X_1$
44	14	14	0
45	17	19	2
46	20	19	-1
47	15	17	-2
48	11	16	5
49	19	20	1
50	14	16	2
51	11	18	7
52	15	14	-1
53	12	18	6
54	14	15	1
55	18	18	0
56	20	19	-1
57	10	12	2
58	13	14	1
59	11	15	4
60	17	17	0
61	13	14	1
62	13	17	4

ตารางที่ 5 คะแนนสอบครั้งแรก ครั้งที่ 2 และผลของการสอบซ้ำครั้งที่ 1 (กรณีโศกนาฏกรรม)  
ของตัวอย่างประชากรกลุ่มปานกลาง

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก $X_1$	คะแนนสอบครั้งที่ 2 $X_2$	ผลของการสอบซ้ำ $X_2 - X_1$
1	13	15	2
2	15	12	-3
3	14	12	-2
4	18	14	-4
5	15	16	1
6	17	16	-1
7	11	13	2
8	16	15	-1
9	19	16	-3
10	13	11	-2
11	11	15	4
12	15	18	3
13	12	17	5
14	10	17	7
15	10	11	1
16	12	18	6
17	20	17	-3
18	6	16	10
19	18	17	-1
20	14	14	0
21	13	9	-4
22	10	9	-1

ตารางที่ 5 (ต่อ)

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก $X_1$	คะแนนสอบครั้งที่ 2 $X_2$	ผลของการสอบซ้ำ $X_2 - X_1$
23	11	15	4
24	12	12	0
25	16	15	-1
26	15	18	3
27	7	8	1
28	15	11	-4
29	15	13	-2
30	12	12	0
31	18	12	-6
32	15	16	1
33	17	14	-3
34	16	17	1
35	15	19	4
36	16	19	3
37	15	17	2
38	17	15	-2
39	17	13	-4
40	15	16	1
41	10	13	3
42	12	15	3
43	18	14	-4
44	17	15	-2

ตารางที่ 5 (ต่อ)

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก $X_1$	คะแนนสอบครั้งที่ 2 $X_2$	ผลของการสอบซ้ำ $X_2 - X_1$
45	12	17	5
46	13	17	4
47	11	10	-1
48	13	14	1
49	14	18	4
50	14	13	-1
51	12	18	6
52	9	15	6
53	13	10	-3
54	12	13	1
55	8	15	7
56	10	15	5
57	13	14	1
58	11	10	-1
59	15	9	-6
60	16	19	3
61	13	19	6
62	14	7	-7
63	9	9	0
64	16	17	1
65	12	10	-2
66	7	11	4

ตารางที่ 5 (ต่อ)

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก $x_1$	คะแนนสอบครั้งที่ 2 $x_2$	ผลของการสอบซ้ำ $x_2 - x_1$
67	11	11	0
68	12	18	6
69	13	13	0
70	9	9	0
71	11	11	0
72	11	17	6
73	9	12	3

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 6 คะแนนสอบครั้งแรก ครั้งที่ 2 และผลของการสอบซ้ำที่ 1 (ตรีโกณมิติ)  
ของตัวอย่างประชากรกลุ่มอ่อน

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก $X_1$	คะแนนสอบครั้งที่ 2 $X_2$	ผลของการสอบซ้ำ $X_2 - X_1$
1	10	16	6
2	19	10	-9
3	11	11	0
4	9	12	3
5	11	9	-2
6	11	17	6
7	6	7	1
8	5	14	9
9	17	17	0
10	13	15	2
11	15	13	-2
12	14	15	1
13	15	13	-2
14	10	10	0
15	15	15	0
16	15	14	-1
17	14	16	2
18	11	13	2
19	16	17	1
20	8	14	6
21	9	14	5
22	13	15	2



ตารางที่ 6 (ต่อ)

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก	คะแนนสอบครั้งที่ 2	ผลของการสอบซ้ำ
	$X_1$	$X_2$	$X_2 - X_1$
23	5	13	8
24	16	7	-9
25	16	16	0
26	14	14	0
27	15	17	2
28	15	14	-1
29	15	14	-1
30	13	10	-3
31	16	14	-2
32	5	10	5
33	13	17	4
34	10	13	3
35	17	18	1
36	15	18	3
37	13	12	-1
38	13	12	-1
39	15	17	2
40	8	17	9
41	13	12	-1
42	12	15	3
43	11	13	2
44	12	11	-1

ตารางที่ 6 (ต่อ)

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก	คะแนนสอบครั้งที่ 2	ผลของการสอบซ้ำ
	$X_1$	$X_2$	$X_2 - X_1$
45	9	12	3
46	15	15	0
47	11	12	1
48	8	16	8
49	9	14	5
50	6	13	7
51	8	9	1
52	8	10	2
53	12	16	4
54	7	7	0
55	11	14	3
56	11	9	-2
57	5	3	-2
58	12	18	6
59	8	7	-1
60	7	11	4
61	14	14	0
62	6	8	2
63	9	11	2
64	7	8	1
65	12	12	0
66	14	14	0
67	12	14	2



ตารางที่ 6 (ต่อ)

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก	คะแนนสอบครั้งที่ 2	ผลของการสอบซ้ำ
	$X_1$	$X_2$	$X_2 - X_1$
68	8	12	4
69	17	20	3
70	10	11	1
71	10	9	-1
72	5	10	5
73	12	13	1
74	11	12	1
75	8	8	0
76	7	6	-1
77	12	10	-2
78	10	5	-5
79	9	6	-3
80	7	12	5
81	5	9	4
82	9	9	0
83	6	6	0
84	7	10	3

ตารางที่ 7 คะแนนสอบครั้งแรก ครั้งที่ 2 และผลของการสอบซ้ำที่ 2 (ภาคศึกษาราย)  
ของประชากรกลุ่มเก่ง

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก $X_1$	คะแนนสอบครั้งที่ 2 $X_2$	ผลของการสอบซ้ำ $X_2 - X_1$
1	15	16	1
2	18	20	2
3	16	19	3
4	19	20	1
5	16	19	3
6	17	16	-1
7	18	19	1
8	18	19	1
9	20	20	0
10	16	19	3
11	16	18	2
12	19	20	1
13	16	17	1
14	20	20	0
15	17	18	1
16	19	18	-1
17	17	19	2
18	17	19	2
19	15	17	2
20	16	20	4
21	18	19	1

ตารางที่ 7 (ต่อ)

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก	คะแนนสอบครั้งที่ 2	ผลของการสอบซ้ำ
	$X_1$	$X_2$	$X_2 - X_1$
22	19	20	1
23	19	17	-2
24	14	20	6
25	18	19	1
26	16	17	1
27	20	20	0
28	17	18	1
29	17	18	1
30	20	19	-1
31	17	20	3
32	20	19	-1
33	18	19	1
34	20	20	0
35	19	20	1
36	20	20	0
37	17	18	1
38	19	18	1
39	19	20	1
40	20	20	0
41	18	20	2
42	16	18	2
43	19	20	1
44	17	19	2

ตารางที่ 7 (ต่อ)

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก $X_1$	คะแนนสอบครั้งที่ 2 $X_2$	ผลของการสอบซ้ำ $X_2 - X_1$
45	19	20	1
46	19	20	1
47	17	18	1
48	18	18	0
49	20	20	0
50	19	19	0
51	13	19	6
52	14	17	3
53	18	20	2
54	17	19	2
55	15	17	2
56	19	20	1
57	17	19	2
58	17	20	3
59	18	19	1
60	19	20	1
61	17	18	1
62	14	17	3

ตารางที่ 8 คะแนนสอบครั้งแรก ครั้งที่ 2 และผลของการสอบซ้ำครั้งที่ 2 (ภาคตัดกรวย)  
ของประชากรกลุ่มปานกลาง

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก $X_1$	คะแนนสอบครั้งที่ 2 $X_2$	ผลของการสอบซ้ำ $X_2 - X_1$
1	18	19	1
2	10	17	7
3	15	18	3
4	16	17	1
5	19	20	1
6	14	19	5
7	15	18	3
8	17	19	2
9	17	13	-4
10	14	17	3
11	14	19	5
12	14	17	3
13	19	18	-1
14	15	18	3
15	14	18	4
16	15	17	2
17	17	16	-1
18	12	13	1
19	19	20	1
20	17	20	3
21	17	19	2

ตารางที่ 8 (ต่อ)

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก $X_1$	คะแนนสอบครั้งที่ 2 $X_2$	ผลของการสอบซ้ำ $X_2 - X_1$
22	15	15	0
23	15	17	2
24	15	16	1
25	15	17	2
26	15	20	5
27	6	13	7
28	17	19	2
29	16	17	1
30	16	20	4
31	19	19	0
32	19	17	-2
33	18	20	2
34	20	20	0
35	18	20	2
36	17	19	2
37	17	17	0
38	17	18	1
39	18	19	1
40	16	17	1
41	15	16	1
42	19	19	0
43	19	19	0

ตารางที่ 8 (ต่อ)

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก	คะแนนสอบครั้งที่ 2	ผลของการสอบซ้ำ
	$X_1$	$X_2$	$X_2 - X_1$
44	18	17	-1
45	16	18	2
46	14	19	5
47	16	18	2
48	17	20	3
49	18	20	2
50	18	17	-1
51	14	18	4
52	13	17	4
53	13	18	5
54	18	20	2
55	15	13	-2
56	17	18	1
57	15	19	4
58	12	15	3
59	17	19	2
60	18	20	2
61	19	19	0
62	16	16	0
63	17	16	-1
64	17	18	1
65	16	18	2

ตารางที่ 8 (ต่อ)

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก $X_1$	คะแนนสอบครั้งที่ 2 $X_2$	ผลของการสอบซ้ำ $X_2 - X_1$
66	11	17	6
67	16	18	2
68	17	18	1
69	17	16	-1
70	15	16	1
71	13	16	3
72	13	18	5
73	13	17	4

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ตารางที่ 9 คะแนนสอบครั้งแรก ครั้งที่ 2 และผลของการสอบซ้ำที่ 2 (ภาคตัดกรวย)  
ของตัวอย่างประชากรกลุ่มนอน

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก $X_1$	คะแนนสอบครั้งที่ 2 $X_2$	ผลของการสอบซ้ำ $X_2 - X_1$
1	14	14	0
2	16	20	4
3	17	20	3
4	13	13	0
5	18	7	-9
6	16	19	3
7	10	14	4
8	14	13	-1
9	17	20	3
10	15	18	3
11	14	15	1
12	14	14	0
13	18	17	-1
14	7	13	6
15	18	19	1
16	18	19	1
17	16	16	0
18	17	17	0
19	18	20	2
20	15	13	2
21	11	16	5

ตารางที่ 9 (ต่อ)

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก	คะแนนสอบครั้งที่ 2	ผลของการสอบซ้ำ
	$X_1$	$X_2$	$X_2 - X_1$
22	16	16	0
23	14	17	3
24	15	18	3
25	19	20	1
26	16	18	2
27	19	19	0
28	18	20	2
29	11	19	8
30	14	17	3
31	16	18	2
32	19	14	-5
33	16	19	3
34	13	18	5
35	14	20	6
36	17	20	3
37	12	13	1
38	12	13	1
39	16	16	0
40	15	13	-2
41	16	16	0
42	14	12	-2
43	12	15	3

ตารางที่ 9 (ต่อ)

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก	คะแนนสอบครั้งที่ 2	ผลของการสอบซ้ำ
	$X_1$	$X_2$	$X_2 - X_1$
44	14	16	2
45	16	16	0
46	18	17	-1
47	11	18	7
48	10	11	1
49	13	16	3
50	11	14	3
51	16	17	1
52	10	13	3
53	8	20	12
54	18	10	-8
55	13	15	2
56	10	11	1
57	10	17	7
58	5	18	13
59	17	15	-2
60	7	14	7
61	15	13	-2
62	14	18	4
63	7	11	4
64	11	11	0
65	11	20	9
66	16	20	4

ตารางที่ 9 (ต่อ)

คนที่	คะแนนสอบครั้งแรก $X_1$	คะแนนสอบครั้งที่ 2 $X_2$	ผลของการสอบซ้ำ $X_2 - X_1$
67	11	11	0
68	12	15	3
69	14	18	4
70	11	13	2
71	14	11	-3
72	6	4	-2
73	17	15	-2
74	14	15	1
75	9	14	5
76	12	17	5
77	15	15	0
78	16	17	1
79	8	13	5
80	15	17	2
81	10	14	4
82	15	15	0
83	14	16	2
84	8	11	3

ตารางที่ 10 การคำนวณค่าอัตราส่วน เอฟ(F - ratio)

กลุ่ม	n	ตรีโกณมิติ			ภาคตัดกรวย			รวม		
		$\Sigma Y$	$\Sigma Y^2$	$\bar{Y}$	$\Sigma Y$	$\Sigma Y^2$	$\bar{Y}$	$\Sigma Y$	$\Sigma Y^2$	$\bar{Y}$
เกว	62	75	469	1.210	81	233	1.306	156	702	1.258
ปานกลาง	73	62	948	0.849	136	574	1.863	198	1522	1.356
อ่อน	84	113	1055	1.345	164	1306	1.952	277	2361	1.688
รวม	219	250	2472	1.142	381	2113	1.740	631	4585	1.440

โดยที่

$$Y = X_2 - X_1$$

$$\bar{Y} = \frac{\Sigma(X_2 - X_1)}{n}$$

$$\begin{aligned}
 [X] &= \frac{\left[ \sum (x_2 - x_1) \right]^2}{2(n_1 + n_2 + n_3)} = \frac{(631)^2}{2(84 + 73 + 62)} \\
 &= \frac{398161}{438} = 909.043
 \end{aligned}$$

$$[ABS] = \sum_1^N (ABS)^2 = \sum_1^{438} (x_2 - x_1)^2$$

$$[A] = \sum_1^p \frac{1}{nq} = \frac{156^2}{2 \times 62} + \frac{198^2}{2 \times 73} + \frac{277^2}{2 \times 84}$$

$$= 196.258 + 268.521 + 456.720 = 921.499$$

$$[B] = \sum_1^q \frac{\left( \sum_1^p B \right)^2}{nq} = \frac{250^2}{219} + \frac{381^2}{219}$$

$$= 285.388 + 662.836 = 948.224$$

$$[AB] = \sum_1^p \sum_1^q \frac{(AB)^2}{n} = \left[ \frac{75^2}{62} + \frac{62^2}{73} + \frac{113^2}{84} + \frac{81^2}{62} + \frac{136^2}{73} + \frac{164^2}{84} \right]$$

$$= 90.726 + 52.658 + 152.012 + 105.823 + 253.370 + 320.190$$

$$= 974.779$$



$$\begin{aligned}
 SS_A &= [A] - [X] = 921.499 - 909.043 = 12.456 \\
 SS_B &= [B] - [X] = 948.224 - 909.043 = 39.181 \\
 SS_{AB} &= [AB] - [A] - [B] + [X] \\
 &= 974.779 - 921.499 - 948.224 + 909.043 = 14.099 \\
 SS_{w.cell} &= [ABS] - [AB] = 4585 - 974.779 = 3610.221 \\
 SS_{total} &= [ABS] - [X] = 4585 - 909.043 = 3675.957
 \end{aligned}$$

ANOVA	SS	df	MS	F
1 A	12.456	2	6.228	$\left[\frac{1}{4}\right]$ 0.7469 <sup>c</sup>
2 B	39.181	1	39.181	$\left[\frac{2}{4}\right]$ 4.6991 <sup>*</sup>
3 AB	14.099	2	7.050	$\left[\frac{3}{4}\right]$ 0.8455
4 Within Cell	3610.221	433	8.338	
Total	3675.957	438		

$$F_{2, \infty, \alpha = 0.05} = 3.00$$

$$F_{1, \infty, \alpha = 0.05} = 3.84$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การคำนวณค่าที (t)

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

$$\bar{X}_1 = 14.306$$

$$\bar{X}_2 = 15.737$$

$$S_1^2 = 13.279$$

$$S_2^2 = 11.997$$

$$n_1 = n_2 = 438$$

$$t = \frac{14.306 - 15.737}{\sqrt{\frac{(438 - 1)(13.279 + 11.997)}{438 + 438 - 2} \left( \frac{1}{438} + \frac{1}{438} \right)}}$$

$$= \frac{-1.431}{0.2402244}$$

$$= -5.9569$$

ที่  $df = \infty, \alpha = 0.05$        $t_{\text{ตาราง}} = -1.960$  (two-tailed test)

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ข

ตารางวิเคราะห์หลักสูตรและพฤติกรรม เรื่อง ตรีโกณมิติและภาคตัดกรวย

การวิเคราะห์แบบสอบ

การหาสัมประสิทธิ์สัมพันธ



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 11 ตารางวิเคราะห์หลักสูตรและพฤติกรรม เรื่อง ตรีโกณมิติ

เนื้อหา	พฤติกรรม	ความรู้ ความจำ (1)	ความเข้าใจ (2)	การนำไปใช้ (3)	วิเคราะห์ (4)	รวม
1. ฟังก์ชันตรีโกณมิติและ การหาค่าของฟังก์ชัน ตรีโกณมิติ		2	2	3	2	9
2. กราฟของฟังก์ชัน ตรีโกณมิติ		-	-	1	2	3
3. การวัดมุม ฟังก์ชัน ตรีโกณมิติและ สามเหลี่ยม		1	1	-	-	2
4. การอ่านค่าจาก ตารางของฟังก์ชัน ตรีโกณมิติ		1	1	-	-	2
5. เอกลักษณะและสมการ ตรีโกณมิติ		1	1	1	1	4
<b>รวม</b>		<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>20</b>

ตารางที่ 12 ตารางวิเคราะห์หลักสูตรและพฤติกรรม เรื่อง ภาคตัดกรวย

เนื้อหา	พฤติกรรม	ความรู้ ความจำ (1)	ความเข้าใจ (2)	การนำไปใช้ (3)	วิเคราะห์ (4)	รวม
1. วงกลม		1	2	1	1	5
2. พาราโบลา		2	1	1	1	5
3. วงรี		1	1	2	1	5
4. ไฮเพอร์โบลา		2	1	1	1	5
รวม		6	5	5	4	20

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 13 ค่าความยากง่าย (P) และอำนาจจำแนก (r) ของแบบสอบเรื่องตรีโกณมิติ ทั้งสองชุด

ข้อที่	ชุดที่ 1		ชุดที่ 2	
	P	r	P	r
1	0.55	0.55	0.59	0.45
2	0.72	0.36	0.68	0.27
3	0.55	0.36	0.45	0.36
4	0.36	0.55	0.36	0.36
5	0.55	0.36	0.36	0.36
6	0.77	0.27	0.77	0.27
7	0.59	0.45	0.50	0.45
8	0.73	0.36	0.68	0.45
9	0.68	0.45	0.64	0.55
10	0.59	0.27	0.59	0.45
11	0.77	0.45	0.68	0.45
12	0.50	0.45	0.55	0.36
13	0.68	0.45	0.68	0.27
14	0.41	0.45	0.41	0.64
15	0.36	0.55	0.36	0.55
16	0.41	0.27	0.55	0.55
17	0.36	0.36	0.41	0.45
18	0.27	0.36	0.36	0.36
19	0.68	0.72	0.59	0.27
20	0.50	0.45	0.50	0.27

ตารางที่ 14 ค่าความยากง่าย (P) และอำนาจจำแนก (r) ของแบบสอบเรื่อง  
ภาคศึกษารายทั้งสองชุด

ข้อที่	ชุดที่ 1		ชุดที่ 2	
	P	r	P	r
1	0.55	0.73	0.59	0.72
2	0.77	0.45	0.77	0.45
3	0.55	0.55	0.59	0.45
4	0.55	0.73	0.64	0.72
5	0.68	0.64	0.64	0.72
6	0.59	0.82	0.68	0.64
7	0.68	0.64	0.68	0.45
8	0.73	0.36	0.72	0.55
9	0.68	0.64	0.68	0.64
10	0.55	0.91	0.55	0.91
11	0.59	0.82	0.68	0.64
12	0.50	0.82	0.54	0.72
13	0.55	0.36	0.59	0.27
14	0.50	0.82	0.55	0.73
15	0.68	0.45	0.64	0.54
16	0.68	0.64	0.59	0.82
17	0.50	0.27	0.45	0.36
18	0.59	0.82	0.64	0.72
19	0.45	0.36	0.36	0.55
20	0.50	0.64	0.55	0.73

การหาค่าความเที่ยง (Reliability Coefficient) ของแบบสอบแต่ละชุดโดยใช้สูตร

KR - 20

$$\text{สูตร} \quad r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\sum_{i=1}^n PQ}{S_x^2} \right]$$

ชุดที่ 1 แบบสอบเรื่องตรีโกณมิติชุดที่ 1

$$S_x^2 = 13.99$$

$$n = 20$$

$$\sum_{i=1}^n PQ = 4.5041$$

$$r_{tt} = \frac{22}{20-1} \left[ 1 - \frac{4.5041}{13.99} \right]$$

$$r_{tt} = 0.71$$

ชุดที่ 2 แบบสอบเรื่องตรีโกณมิติชุดที่ 2

$$S_x^2 = 12.29$$

$$n = 20$$

$$\sum_{i=1}^n PQ = 4.6515$$

$$r_{tt} = \frac{22}{20-1} \left[ 1 - \frac{4.6515}{12.29} \right]$$

$$r_{tt} = 0.65$$

ชุดที่ 3 แบบสอบเรื่องภาคตัดกรวยชุดที่ 1

$$S_x^2 = 9.57$$

$$n = 20$$

$$\sum_{i=1}^n PQ = 4.5615$$

$$r_{tt} = \frac{20}{20-1} \left[ 1 - \frac{4.6515}{9.57} \right]$$

$$r_{tt} = 0.55$$

ชุดที่ 4 แบบสอบเรื่องภาคตัดกรวยชุดที่ 2

$$S_x^2 = 9.21$$

$$n = 20$$

$$\sum_{i=1}^n PQ = 4.6071$$

$$r_{tt} = \frac{20}{20-1} \left[ 1 - \frac{4.6071}{9.21} \right]$$

$$r_{tt} = 0.53$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การหาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ( Correlation Coefficient )

$$\rho_{12} = \frac{N \Sigma X_1 X_2 - \Sigma X_1 \Sigma X_2}{\sqrt{[N \Sigma X_1^2 - (\Sigma X_1)^2] [N \Sigma X_2^2 - (\Sigma X_2)^2]}}$$

สูตร

1. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของแบบสอบถามเรื่องครีโณมิติทั้ง 2 ชุด

$$N = 219$$

$$\Sigma X_1 = 2,863$$

$$\Sigma X_1^2 = 40,479$$

$$(\Sigma X_1)^2 = 8,196,769$$

$$\Sigma X_2 = 3,117$$

$$\Sigma X_2^2 = 47,043$$

$$(\Sigma X_2)^2 = 9,715,689$$

$$\Sigma X_1 X_2 = 42,510$$

$$\begin{aligned} \rho_{12} &= \frac{219 \times 42,510 - 2,863 \times 3,117}{\sqrt{[219 \times 40,479 - 8,196,769] [219 \times 47,043 - 9,715,689]}} \\ &= \frac{385,719}{626,108.42} \\ &= 0.616 \end{aligned}$$

จากตารางของ Glass (1970 : 536) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ

df = 100 ได้ค่า  $\rho_{12} = 0.195$

เนื่องจาก  $\rho_{12}$  จากการคำนวณสูงกว่า  $\rho_{12}$  จากตาราง ดังนั้นจึงปฏิเสธ

สมมติฐานศูนย์ที่ว่า  $\rho_{12} = 0$  และยอมรับสมมติฐานว่า  $\rho_{12} \neq 0$

ดังนั้นจึงสามารถกล่าวได้ว่า แบบสอบถามทั้งสองชุดเป็นแบบสอบถามคู่ขนานกัน



2. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของแบบสอบเรื่องภาคตัดกรวยทั้ง 2 ชุด

$$\begin{aligned} N &= 219 \\ \Sigma X_1 &= 3,403 \\ \Sigma X_1^2 &= 54,965 \\ (\Sigma X_1)^2 &= 11,580,409 \\ \Sigma X_2 &= 3,776 \\ \Sigma X_2^2 &= 66,678 \\ (\Sigma X_2)^2 &= 14,258,176 \\ \Sigma X_1 X_2 &= 59,505 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_{12} &= \frac{219 \times 59,505 - 3,403 \times 3,776}{\sqrt{(219 \times 54,965 - 11,580,409) (219 \times 66,678 - 14,258,176)}} \\ &= \frac{181,867}{396638.83} \\ &= 0.459 \end{aligned}$$

จากตารางของ Glass (1970 : 536) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ

df = 100 ได้ค่า  $r_{12} = 0.195$

เนื่องจาก  $r_{12}$  จากการคำนวณสูงกว่า  $r_{12}$  จากตาราง ดังนั้น จึงปฏิเสธสมมติฐานศูนย์ที่ว่า  $r_{12} = 0$  และยอมรับสมมติฐานว่า  $r_{12} \neq 0$

ดังนั้น จึงสามารถกล่าวได้ว่า แบบสอบทั้งสองชุดเป็นแบบสอบคู่ขนานกัน

หมายเหตุ การที่ต้องใช้ df = 100 เพราะในตารางค่าวิกฤตของ Glass ให้ค่า df ไว้น้อยที่สุดเพียงเท่านั้น

ภาคผนวก ค

แบบสอบที่ใช้ในการวิจัย พร้อมทั้งจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของแบบสอบเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ใช้ในการสร้างแบบสอบเรื่องตรีโกณมิติทั้งสองชุดได้แก่

1. เมื่อกำหนดจำนวนจริง  $\theta$  บางจำนวนมาให้ นักเรียนสามารถบอกค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริง  $\theta$  นั้นได้ถูกต้อง
2. เมื่อกำหนดค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติฟังก์ชันใดฟังก์ชันหนึ่งมาให้ นักเรียนสามารถหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่น ๆ ได้ถูกต้อง
3. เมื่อกำหนดฟังก์ชันตรีโกณมิติมาให้ นักเรียนสามารถหาค่าสูงสุดและต่ำสุดของฟังก์ชันนั้นได้ถูกต้อง
4. เมื่อกำหนดฟังก์ชันตรีโกณมิติตั้งแต่สองฟังก์ชันมาให้ นักเรียนสามารถเปรียบเทียบค่าของฟังก์ชันเหล่านั้นได้ถูกต้อง
5. เมื่อกำหนดมุมหนึ่งมุมและด้านหนึ่งด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากมาให้ นักเรียนสามารถคำนวณหาด้านและมุมที่เหลือได้ถูกต้อง
6. เมื่อกำหนดตารางค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติมาให้ นักเรียนสามารถคำนวณหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่ไม่มีอยู่ในตารางค่านั้นได้ถูกต้อง
7. เมื่อกำหนดสมการตรีโกณมิติมาให้ นักเรียนสามารถหาค่าตอบของสมการได้ถูกต้อง
8. เมื่อกำหนดสมการตรีโกณมิติตั้งแต่สองสมการมาให้ นักเรียนสามารถเปรียบเทียบความยาวของคาบของกราฟที่เกิดจากสมการนั้นได้ถูกต้อง
9. เมื่อกำหนดสมการตรีโกณมิติตั้งแต่สองสมการมาให้ นักเรียนสามารถเปรียบเทียบแอมพลิจูดของกราฟที่เกิดจากสมการเหล่านั้นได้ถูกต้อง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## แบบสอบวิชา ค.412 เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ ชุดที่ 1

(30 นาที)

คำสั่ง

- ห้ามทำเครื่องหมายหรือเขียนข้อความใด ๆ ลงบนข้อสอบนี้
- เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อละ 1 คำตอบ โดยทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบ
- ส่งคืนข้อสอบนี้พร้อมกับกระดาษคำตอบ

1.  $\sin^2 \frac{\pi}{4} + \cos^2 \frac{3\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{3}$  มีค่าเท่าไร

ก.  $1\frac{1}{4}$

ข.  $1\frac{1}{2}$

ค.  $2\frac{1}{4}$

ง.  $2\frac{1}{2}$

2. ค่าของฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวน  $-6$  เขียนให้อยู่ในรูปของจำนวนจริงระหว่าง  $0$  ถึง  $\frac{\pi}{2}$  โค้งงอคือ

ก.  $\cos (6 - 2\pi)$

ข.  $\cos (-6 - \pi)$

ค.  $\cos (\pi - 6)$

ง.  $\cos (2\pi - 6)$

3. ถ้า  $\sin \theta = -0.6$  และ  $\pi \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}$  แล้ว  $\tan \theta$  จะมีค่าเท่าไร

ก. 0.75

ข. 0.8

ค.  $-0.75$

ง.  $-0.8$

4. กำหนดให้  $\sin x = -\frac{1}{3}$  และ  $\sec x > 0$  ค่าของ  $\tan x$  คือจำนวนใด

ก.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

ข.  $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

ค.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

ง.  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

5. จำนวนจริง  $\theta$  ในข้อใดที่ทำให้  $\sin \theta + \cos \theta$  มีค่ามากที่สุด

ก.  $\theta = \frac{3\pi}{4}$

ข.  $\theta = \frac{5\pi}{2}$

ค.  $\theta = \frac{3\pi}{2}$

ง.  $\theta = \frac{5\pi}{4}$



12. กำหนดให้  $\sin 25^{\circ} 10' = 0.4253$  และ  $\cos 25^{\circ} 10' = 0.9051$

ค่า  $\cos 64^{\circ} 50'$  เป็นเท่าใด

ก. 0.9051

ข. 0.6652

ค. 0.4253

ง. 0.3548

13. กำหนดให้  $\cos 32^{\circ} 30' = 0.8434$  และ  $\cos 32^{\circ} 40' = 0.8418$

ค่า  $\cos 32^{\circ} 38'$  เป็นเท่าใด

ก. 0.8426

ข. 0.8431

ค. 0.8447

ง. 0.8421

14. ให้  $\frac{\cot \theta \cdot \cos \theta}{\sin \theta} + 1 = \square$  เป็นเอกลักษณ์  $\square$  คืออะไร

ก.  $\tan^2 \theta$

ข.  $\cot^2 \theta$

ค.  $\csc^2 \theta$

ง.  $\sec^2 \theta$

15. จงพิจารณาว่าข้อความใดเป็นจริง

ก.  $\sin(x + 2n\pi) = \sin x$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ข.  $\cos(x + 2n\pi) = \cos x$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มใด ๆ

ค.  $\cos(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x$

ง.  $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$

16. ฟังก์ชันต่อไปนี้ ข้อใดมี คาบ (Period) ของฟังก์ชันยาวกว่าคาบของฟังก์ชัน

$y = \sin x$

ก.  $y = \cos 3x$

ข.  $y = \sin 3x$

ค.  $y = \cos \frac{x}{3}$

ง.  $y = 3 \sin x$

17. ฟังก์ชันใดมี คาบ (Period) ยาวที่สุด

ก.  $y = 3 \sin \frac{x}{2}$

ข.  $y = \frac{1}{2} \cos 3x$

ค.  $y = 2 \csc 2x$

ง.  $y = 2 \cos \frac{x}{3}$

18. ฟังก์ชันใดมี แอมพลิจูด (Amplitude) ของกราฟน้อยที่สุด

ก.  $y = 2 \sin(x + \frac{\pi}{2})$

ข.  $y = \sin(\frac{x}{4} + 2\pi)$

ค.  $y = 3 \cos(\frac{x}{2} - \pi)$

ง.  $y = 4 \cos(\frac{x}{3} + \pi)$

19. จากสมการ  $\cos(90 - A) - x \cos A \cot(90 - A) = \cos A$

เมื่อ  $\sin A \neq 0$  ค่าของ  $x$  เป็นเท่าใด

ก.  $1 - \cot A$

ข.  $\cot A - 1$

ค.  $\tan A$

ง.  $0$

20. ถ้า  $\cos x(4 \sin^2 x - 1) = 0$  และ  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  แล้ว  $x$  จะมีค่าเท่าไร

ก.  $0, \frac{\pi}{3}$

ข.  $0, \frac{\pi}{6}$

ค.  $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}$

ง.  $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## แบบสอบวิชา ค.412 เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ ชุดที่ 2

(30 นาที)

คำสั่ง

- ห้ามทำเครื่องหมายหรือเขียนข้อความใด ๆ ลงบนข้อสอบนี้
- เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อละ 1 คำตอบ โดยทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบ
- ส่งคืนข้อสอบนี้พร้อมกับกระดาษคำตอบ



- $\cos^2 \frac{\pi}{4} + \sin^2 \frac{3\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{3} \cdot \sin \frac{\pi}{6}$  มีค่าเท่าไร
 

ก. $1\frac{1}{4}$	ข. $1\frac{3}{4}$
ค. $2\frac{1}{2}$	ง. $2\frac{1}{4}$
- ค่าของฟังก์ชันโคซายน์ของจำนวน  $-4$  เขียนให้อยู่ในรูปฟังก์ชันของจำนวนจริงระหว่าง  $0$  ถึง  $\frac{\pi}{2}$  ได้ดังข้อใด
 

ก. $-\cos(4 - \pi)$	ข. $\cos(4 - \pi)$
ค. $\cos(\pi - 4)$	ง. $-\cos(2\pi - 4)$
- ถ้า  $\sin \theta = -0.8$  และ  $\pi \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}$  แล้ว  $\tan \theta$  จะมีค่าเท่าไร
 

ก. 1.67	ข. -1.67
ค. 1.33	ง. -1.33
- กำหนดให้  $\sin x = -\frac{2}{3}$  และ  $\sec x > 0$  ค่าของ  $\tan x$  คือจำนวนใด
 

ก. $\frac{\sqrt{5}}{2}$	ข. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
ค. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$	ง. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- จำนวนจริง  $\theta$  ในข้อใดที่ทำให้  $\sin \theta + \cos \theta$  มีค่าน้อยที่สุด
 

ก. $\theta = \frac{3\pi}{4}$	ข. $\theta = \frac{5\pi}{2}$
ค. $\theta = \frac{3\pi}{2}$	ง. $\theta = \frac{5\pi}{4}$





12. กำหนดให้  $\sin 32^{\circ} 20' = 0.5348$  และ  $\cos 32^{\circ} 20' = 0.8450$

ค่า  $\sin 57^{\circ} 40'$  เป็นเท่าใด

ก. 0.8450

ข. 0.6899

ค. 0.5348

ง. 0.3102

13. กำหนดให้  $\cos 28^{\circ} 40' = 0.8774$  และ  $\cos 28^{\circ} 30' = 0.8788$

ค่า  $\cos 28^{\circ} 34'$  เป็นเท่าใด

ก. 0.8783

ข. 0.8780

ค. 0.8781

ง. 0.8768

14. ให้  $\tan \theta \cdot \sin \theta \cdot \sec \theta + 1 = \square$  เป็นเอกลักษณ์  $\square$  คืออะไร

ก.  $\tan^2 \theta$

ข.  $\cot^2 \theta$

ค.  $\sec^2 \theta$

ง.  $\csc^2 \theta$

15. จงพิจารณาข้อความใดเป็นจริง

ก.  $\cos(x + 2n\pi) = \cos x$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ข.  $\sin(x + 2n\pi) = \cos x$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มใด ๆ

ค.  $\tan(-x) = \tan x$

ง.  $\cot(-x) = -\cot x$

16. พังค์ชันต่อไปนี้ ข้อใดมี คาบ (Period) ของกราฟของฟังก์ชันยาวที่สุด

ฟังก์ชัน  $y = \cos x$

ก.  $y = 2 \cos 2x$

ข.  $y = \cos 3x$

ค.  $y = \sin \frac{x}{2}$

ง.  $y = 3 \sin x$

17. พังค์ชันใดมีคาบ (Period) สั้นที่สุด

ก.  $y = 3 \sin \frac{x}{2}$

ข.  $y = \frac{1}{2} \cos 3x$

ค.  $y = 2 \csc 2x$

ง.  $y = \cos \frac{x}{3}$

18. พังค์ชันใดมีแอมพลิจูด (Amplitude) ของกราฟมากที่สุด

ก.  $y = 2 \sin(x + \frac{\pi}{2})$

ข.  $y = \sin(\frac{x}{4} + \pi)$

ค.  $y = 3 \cos(\frac{x}{2} - \pi)$

ง.  $y = 4 \cos(\frac{x}{5} + \pi)$

19. จากสมการ  $\sin(90^\circ - A) - x \sin A \tan(90^\circ - A) = \sin A$

เมื่อ  $\cos A \neq 0$  ค่าของ  $x$  เป็นเท่าใด

ก.  $1 - \cot A$

ข.  $1 - \tan A$

ค.  $\cot A$

ง.  $\tan A - 1$

20. ถ้า  $\sin x (4 \cos^2 x - 1) = 0$  และ  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  แล้ว  $x$  จะมีค่า

เท่าไร

ก.  $0, \frac{\pi}{3}$

ข.  $0, \frac{\pi}{6}$

ค.  $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}$

ง.  $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของแบบสอบเรื่องภาคตัดกรวย

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ใช้ในการสร้างแบบสอบเรื่องภาคตัดกรวยทั้งสองชุดได้แก่

1. เมื่อกำหนดความสัมพันธ์มาให้ นักเรียนสามารถบอกลักษณะของกราฟที่เกิดจากความสัมพันธ์นั้นได้ถูกต้อง
2. เมื่อบอกสมการของวงกลมมาให้ นักเรียนสามารถบอกพิกัดของจุดศูนย์กลางของวงกลมที่เกิดจากสมการนั้นได้ถูกต้อง
3. เมื่อกำหนดจุดศูนย์กลางของวงกลมและสมการของเส้นสัมผัสมาให้ นักเรียนสามารถหาสมการของวงกลมนั้นได้ถูกต้อง
4. เมื่อกำหนดสมการมาให้สมการหนึ่ง นักเรียนสามารถหาจุดตัดแกน และของกราฟที่เกิดจากสมการนั้นได้ถูกต้อง
5. เมื่อกำหนดสมการมาให้สองสมการ นักเรียนสามารถหาจุดตัดของกราฟที่เกิดจากสมการทั้งสองนั้นได้ถูกต้อง
6. เมื่อกำหนดจุดยอด จุดโฟกัสและจุดอื่น ๆ อีกหนึ่งจุดมาให้ นักเรียนสามารถหาสมการของกราฟพาราโบลาจากพิกัดของจุดเหล่านั้นได้ถูกต้อง
7. เมื่อกำหนดสมการของกราฟพาราโบลามาให้ นักเรียนสามารถหาสมการของเส้นโคเรคทริกซ์ของกราฟที่เกิดจากสมการนั้นได้ถูกต้อง
8. เมื่อกำหนดสมการมาให้สองสมการ นักเรียนสามารถหาระยะทางระหว่างจุดยอดของกราฟที่เกิดจากสมการทั้งสองนั้นได้ถูกต้อง
9. เมื่อกำหนดสมการของวงรีมาให้ นักเรียนสามารถหาจุดยอดและจุดโฟกัสของกราฟที่เกิดจากสมการนั้นได้ถูกต้อง
10. เมื่อกำหนดโจทย์เกี่ยวกับวงรีมาให้ นักเรียนสามารถหาความยาวของแกนหลักได้ถูกต้อง
11. เมื่อกำหนดสมการของกราฟไฮเพอร์โบลามาให้ นักเรียนสามารถหาจุดยอดและจุดโฟกัสของกราฟที่เกิดจากสมการนั้นได้ถูกต้อง

## แบบสอบวิชา ค.412 เรื่องภาคตัดกรวย ชุดที่ 1

(30 นาที)

คำสั่ง

- ห้ามทำเครื่องหมายหรือเขียนข้อความใด ๆ ลงบนข้อสอบนี้
- เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อละ 1 คำตอบ โดยทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบ
- ส่งคืนข้อสอบนี้พร้อมกับกระดาษคำตอบ

- กราฟของความสัมพันธ์  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 6y^2 - 3x^2 = 72\}$  เป็นกราฟอะไร
  - วงกลม
  - พาราโบลา
  - วงรี
  - ไฮเพอร์โบลา
- กราฟของความสัมพันธ์  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 - 2x + y^2 + 4y = 11\}$  เป็นกราฟอะไร
  - วงกลม
  - พาราโบลา
  - วงรี
  - ไฮเพอร์โบลา
- กำหนดให้  $y^2 = ax$  ถ้า  $x, y$  และ  $a$  เป็นจำนวนจริง จะได้กราฟอย่างไร
  - พาราโบลาหงาย เมื่อ  $a$  มีค่าเป็นบวก
  - พาราโบลาหงาย เมื่อ  $a$  มีค่าเป็นลบ
  - พาราโบลาตะแคง เส้นกราฟอยู่ในควอดรันต์ที่ 1 และ 4 เมื่อ  $a$  มีค่าเป็นบวก
  - พาราโบลาตะแคง เส้นกราฟอยู่ในควอดรันต์ที่ 1 และ 4 เมื่อ  $a$  มีค่าเป็นลบ
- ข้อใดเป็นข้อใดเป็นจริง
  - กราฟวงกลมที่มีรัศมี 2 หน่วยคือ  $x^2 = y^2 + 4$
  - สมการ  $4y^2 - 9x^2 = 36$  เป็นกราฟวงรี
  - สมการ  $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$  ให้กราฟวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(-1, -2)$
  - สมการ  $x^2 + y^2 + 16 = 0$  ให้กราฟวงกลมที่มีรัศมียาว 4 หน่วย

5. สมการ  $x^2 + y^2 + 4x - 6y = 3$  ให้กราฟเป็นอย่างไร
- วงรีซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ในควอดรันต์ที่ 2
  - วงรีซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ในควอดรันต์ที่ 4
  - วงกลมซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ในควอดรันต์ที่ 2
  - วงกลมซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ในควอดรันต์ที่ 4
6. ข้อใดเป็นลักษณะของกราฟของสมการ  $x^2 - 8y + y^2 + 7 = 0$
- วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน  $x$  รัศมียาว 3 หน่วย
  - วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน  $y$  รัศมียาว 3 หน่วย
  - ไฮเพอร์โบล่าที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ในควอดรันต์ที่ 1
  - วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน  $x$
7. ข้อใดเป็นสมการของกราฟวงกลมที่สัมผัสกับเส้นตรง  $x = -3$  และมีจุด  $(1,5)$  เป็นจุดศูนย์กลาง
- $x^2 + 2x + y^2 + 10y = -35$
  - $x^2 - 2x + y^2 - 10y = -10$
  - $x^2 + 10y + y^2 - 10y = -22$
  - $x^2 - 10x + y^2 - 2y = -17$
8. กราฟของสมการ  $x^2 + y^2 - 6x - 7 = 0$  ตัดแกน  $x$  ที่จุดใดบ้าง
- $(3,0), (4,0)$
  - $(-1,0), (7,0)$
  - $(-7,0), (1,0)$
  - $(-4,0), (-3,0)$
9. กราฟของวงกลม  $x^2 + y^2 = 29$  ตัดกับกราฟเส้นตรง  $x - y = 3$  ที่จุดใด
- $(2,5), (-2,-5)$
  - $(5,2), (-5,-2)$
  - $(2,5), (-5,-2)$
  - $(5,2), (-2,-5)$
10. ข้อใดเป็นสมการของกราฟพาราโบลาที่ผ่านจุด  $(2,3)$  มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน และจุดยอดอยู่ที่จุด  $(0,0)$
- $2x^2 = 3y$
  - $3x^2 = 4y$
  - $2y^2 = 3x$
  - $3y^2 = 4x$
11. สมการในข้อใดให้กราฟพาราโบลาที่มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน  $x$  และมีสมการของเส้นโคเวคตริกซ์คือ  $x = -1$
- $y^2 = 4x$
  - $y^2 = -4x$
  - $x^2 = 4y$
  - $x^2 = -4y$



18. ข้อใดไม่ใช่ สมการของไฮเพอร์โบลา

ก.  $2x^2 = 6 + 3y^2$

ข.  $5xy + 2 = 0$

ค.  $x^2 + y^2 - 4x = 0$

ง.  $5y^2 = 5 + x^2$

19. ข้อใดเป็นสมการของกราฟไฮเพอร์โบลาที่มีจุด  $(2,0)$  และ  $(-2,0)$  เป็นจุดโฟกัส และผลต่างของระยะจากจุดใด ๆ บนกราฟไปยังจุดโฟกัสทั้งสองเท่ากับ 2 หน่วย

ก.  $3x^2 - y^2 = 1$

ข.  $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$

ค.  $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$

ง.  $y^2 - \frac{x^2}{3} = 1$

20. สมการใดที่ให้กราฟไฮเพอร์โบลาที่ผ่านจุด  $(2, 4\sqrt{2})$  และมีจุดยอดอยู่ที่  $(0,4)$  และ  $(0, -4)$

ก.  $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{16} = 1$

ข.  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$

ค.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$

ง.  $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} = 1$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



แบบสอบวิชา ค.412 เรื่องภาคตัดกรวย ชุดที่ 2

(30 นาที)

คำสั่ง

1. ห้ามทำเครื่องหมายหรือเขียนข้อความใด ๆ ลงบนข้อสอบนี้
2. เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อละ 1 คำตอบ โดยทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบ
3. ส่งคืนข้อสอบนี้พร้อมกับกระดาษคำตอบ

1. กราฟของความสัมพันธ์  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2y^2 - 5x^2 = 90\}$  เป็นกราฟอะไร
 

ก. วงกลม	ข. วงรี
ค. ไฮเพอร์โบลา	ง. พาราโบลา
2. กราฟของความสัมพันธ์  $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 - 4x + y^2 + 6y = 3\}$  เป็นกราฟอะไร
 

ก. วงกลม	ข. วงรี
ค. ไฮเพอร์โบลา	ง. พาราโบลา
3. กำหนดให้  $y^2 = ax$  ถ้า  $x, y$  และ  $a$  เป็นจำนวนจริงจะได้กราฟอย่างไร
 

ก. พาราโบลาว่า เมื่อ $a$ มีค่าเป็นลบ	ข. พาราโบลาว่า เมื่อ $a$ มีค่าเป็นบวก
ค. พาราโบลาตะแคง เส้นกราฟอยู่ในควอดรันต์ที่ 2 และ 3 เมื่อ $a$ มีค่าเป็นบวก	ง. พาราโบลาตะแคง เส้นกราฟอยู่ในควอดรันต์ที่ 2 และ 3 เมื่อ $a$ มีค่าเป็นลบ
4. ข้อใดต่อไปนี้ข้อใดเป็นจริง
 

ก. สมการของวงกลมที่มีรัศมี 2 หน่วยคือ $y^2 = x^2 + 4$	ข. สมการ $9x^2 - 4y^2 = 36$ ให้กราฟวงรี
ค. สมการ $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$ ให้กราฟวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(-1, -3)$	ง. สมการ $x^2 + y^2 + 9 = 0$ ให้กราฟวงกลมที่มีรัศมี 3 หน่วย

5. สมการ  $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 3$  ให้กราฟเป็นอย่างไร
- วงรีซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ในควอดรันต์ที่ 2
  - วงรีซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ในควอดรันต์ที่ 4
  - วงกลมซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ในควอดรันต์ที่ 2
  - วงกลมซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ในควอดรันต์ที่ 4
6. ข้อใดเป็นลักษณะของกราฟ  $x^2 - 6x + y^2 - 16 = 0$
- วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน  $x$  รัศมียาว 5 หน่วย
  - ไฮเพอร์โบล่าที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ในควอดรันต์ที่ 2
  - วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน  $y$  รัศมียาว 5 หน่วย
  - วงรีที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บนแกน  $x$
7. ข้อใดเป็นสมการซึ่งให้กราฟวงกลมที่สัมผัสกับเส้นตรง  $x = 2$  และมีจุด  $(-2, 5)$  เป็นจุดศูนย์กลาง
- $x^2 + 10x + y^2 - 4y = -27$
  - $x^2 - 10x + y^2 + 4y = -3$
  - $x^2 - 4x + y^2 + 10y = -25$
  - $x^2 + 4x + y^2 - 10y = -13$
8. กราฟของสมการ  $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$  ตัดแกน  $x$  ที่จุดใดบ้าง
- $(2, 0), (3, 0)$
  - $(1, 0), (5, 0)$
  - $(-1, 0), (-5, 0)$
  - $(-2, 0), (-3, 0)$
9. วงกลม  $x^2 + y^2 = 13$  ตัดกับกราฟเส้นตรง  $x - y = 5$  ที่จุดใดบ้าง
- $(-2, 3), (3, -2)$
  - $(-2, -3), (3, 2)$
  - $(2, 3), (-3, -2)$
  - $(2, -3), (3, -2)$
10. ข้อใดเป็นสมการของกราฟพาราโบลาที่ผ่านจุด  $(3, 4)$  มีจุดโฟกัสอยู่บนแกน  $x$  และจุดยอดอยู่ที่จุด  $(0, 0)$
- $3y^2 = 16x$
  - $16x^2 = 3y$
  - $3y^2 = 4x$
  - $4x^2 = 3y$



17. อีเลคตรอนโคจรรอบนิวเคลียสของธาตุชนิดหนึ่งเป็นวงรี โดยมีนิวเคลียสอยู่ที่จุดโฟกัสจุดหนึ่งระยะทางที่ไกลที่สุดจากอีเลคตรอนถึงนิวเคลียสประมาณ  $1.95 \times 10^{-5}$  ซม. และระยะทางที่ไกลที่สุดประมาณ  $2.04 \times 10^{-5}$  ซม. วงโคจรนี้มีแกนหลัก (Principal Axis) ยาวกี่ ซม.

ก.  $4.08 \times 10^{-5}$

ข.  $3.99 \times 10^{-5}$

ค.  $1.09 \times 10^{-5}$

ง.  $2.91 \times 10^{-5}$

18. ข้อใดไม่ใช่สมการของไฮเพอร์โบลา

ก.  $3y^2 = 6 + 2x^2$

ข.  $7xy + 4 = 0$

ค.  $x^2 + y^2 - 2x = 0$

ง.  $x^2 = 5y^2 + 5$

19. ข้อใดเป็นสมการของกราฟไฮเพอร์โบลาที่มีจุด  $(3, 0)$  และ  $(-3, 0)$  เป็นจุดโฟกัส และผลต่างของระยะจากจุดใด ๆ บนกราฟไปยังจุดโฟกัสทั้งสองเท่ากับ 4 หน่วย

ก.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$

ข.  $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$

ค.  $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{5} = 1$

ง.  $\frac{y^2}{5} - \frac{x^2}{4} = 1$

20. สมการใดเป็นสมการที่ให้กราฟไฮเพอร์โบลาที่ผ่านจุด  $(1, 2)$  และ  $(5, 2)$  และมีจุดยอดอยู่ที่  $(0, 4)$  และ  $(0, -4)$

ก.  $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{16} = 1$

ข.  $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} = 1$

ค.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$

ง.  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$

ภาคผนวก ง

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์อรพินท์ เจียรพงษ์
2. อาจารย์สุรภี เทศศิริ
3. อาจารย์ศิริพร อยู่ตรีรักษ์



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ประวัติการศึกษา

นายประสิทธิ์ มั่นมงคล เกิดวันที่ 25 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2496 ที่  
อำเภอเมือง จังหวัดระยอง สำเร็จการศึกษาวิทยาศาสตร์บัณฑิต (คณิตศาสตร์)  
จากมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2515 และเข้าศึกษาต่อในภาควิชามัธยมศึกษา  
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2523 ปัจจุบัน รัับราชการใน  
ตำแหน่ง อาจารย์ 1 ระดับ 4 โรงเรียนพุทธโสธร อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย