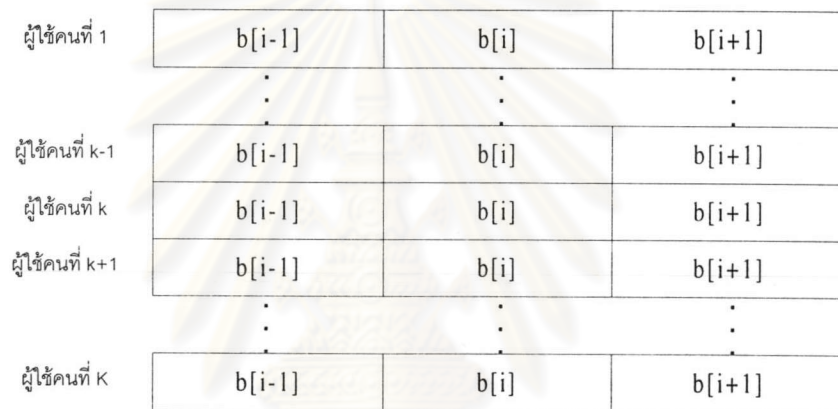


## บทที่ 2

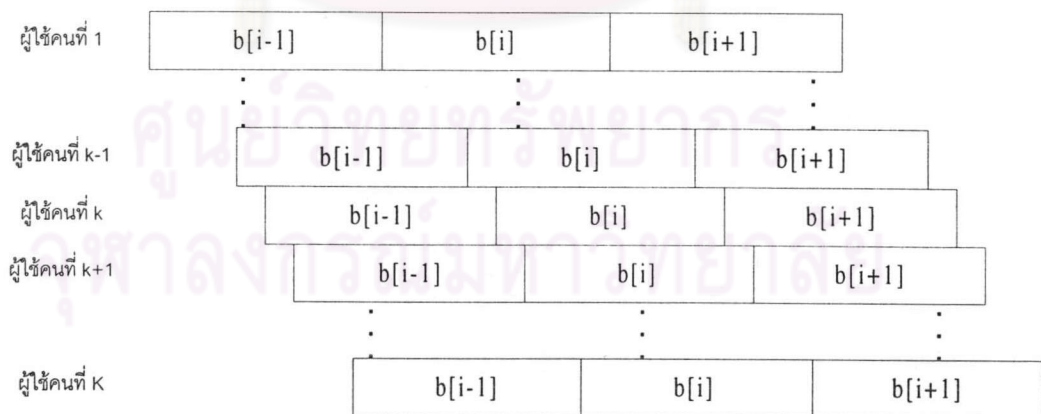
### ความรู้พื้นฐาน

รายละเอียดในบทนี้จะอธิบายถึง แบบจำลองของช่องสัญญาณ (Channel Model) หลักการทำงานของเครื่องรับมัลติยูสเซอร์แบบพื้นฐานได้แก่ เครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์, ดีคอดริ่งเลเตอร์, ADC, MOE\_DC\_BA\_PIC และ MOE\_ADC\_BA\_PIC

#### 2.1 แบบจำลองของช่องสัญญาณ



(ก)



(ข)

รูปที่ 2.1 โครงสร้างของสัญญาณที่สถานีฐานรับได้ในกรณี (ก) ช่องสัญญาณซิงโครนัส  
(ข) ช่องสัญญาณอะซิงโครนัส

กำหนดให้ช่องสัญญาณที่พิจารณาเป็นช่องสัญญาณแบบ Additive White Gaussian Noise (AWGN) ที่ไม่มีผลของเฟดดิ้งแบบหลายวิถี (Multipath Fading) และไม่คำนึงถึงสัญญาณแทรกสอดระหว่างเซลล์ (Inter-cell Interference) ถ้าสมมติให้ในเซลล์มีผู้ใช้เท่ากับ  $K$  คน สัญญาณเบสแบนด์ (Baseband Signal) ซึ่งผ่านช่องสัญญาณอะซิงโครนัส<sup>7</sup> (Asynchronous Channel) ที่สถานีฐานรับได้  $r(t)$  จะอยู่ในรูปผลรวมของสัญญาณของผู้ใช้ทุกๆ คนและสัญญาณรบกวน (Noise) ดังสมการที่ (2.1)

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \sum_i A_k b_k [i] s_k(t - iT_b - \tau_k) + n(t) \quad (2.1)$$

โดยที่  $A_k$  เป็นขนาดสัญญาณของผู้ใช้คนที่  $k$  ที่สถานีฐานรับได้

$b_k(i) \in \{\pm 1\}$  เป็นบิตข้อมูลที่  $i$  ของผู้ใช้คนที่  $k$  โดย  $E\{b_k(i)\} = 0$

$s_k(t)$  เป็นรหัสแผ่ของผู้ใช้คนที่  $k$  ซึ่งมีขนาดเท่ากับ 1 และอัตราขยายการประมวลผล (Processing Gain) เท่ากับ  $P_G$

$n(t)$  เป็น AWGN ซึ่งมีค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน (พลังงาน) เท่ากับ 0 และ  $\sigma^2$  ตามลำดับ

$T_b$  เป็นคาบเวลาของบิตข้อมูล

$\tau_k$  เป็นเวลาประวิง (Delay Time) ของสัญญาณของผู้ใช้คนที่  $k$  โดยสมมติให้

$$0 = \tau_1 \leq \tau_2 \leq \dots \leq \tau_K < T_b$$

จากรูปที่ 2.1 (ข) พบว่าในกรณีสัญญาณผ่านช่องสัญญาณอะซิงโครนัส สัญญาณของผู้ใช้คนที่  $k$  เมื่อพิจารณาบิตข้อมูลที่  $i$  จะถูกรบกวนโดย

- 1) สัญญาณจากบิตที่  $i$  และ  $i+1$  ของผู้ใช้คนที่ 1 ถึงคนที่  $k-1$  และ
- 2) สัญญาณจากบิตที่  $i$  และ  $i-1$  ของผู้ใช้คนที่  $k+1$  ถึงคนที่  $K$

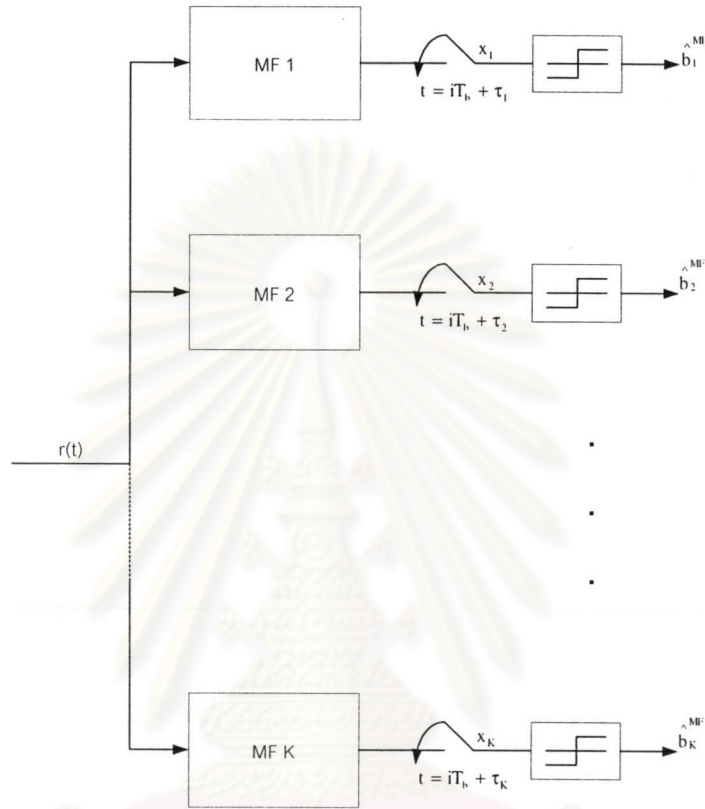
ในกรณีที่สัญญาณของผู้ใช้ทุกคนเดินทางผ่านช่องสัญญาณซิงโครนัส<sup>8</sup> (Synchronous Channel) สัญญาณของผู้ใช้คนที่  $k$  เมื่อส่งบิตที่  $i$  จะถูกรบกวนโดยสัญญาณจากบิตที่  $i$  ของผู้ใช้คนอื่นๆ เท่านั้น ดังนั้นจึงสามารถพิจารณาบิตข้อมูลที่ละบิตและระยะเวลาประวิงออกไปได้ ดังสมการที่ (2.2)

<sup>7</sup> สัญญาณของผู้ใช้แต่ละคนมาถึงสถานีฐานไม่พร้อมกัน

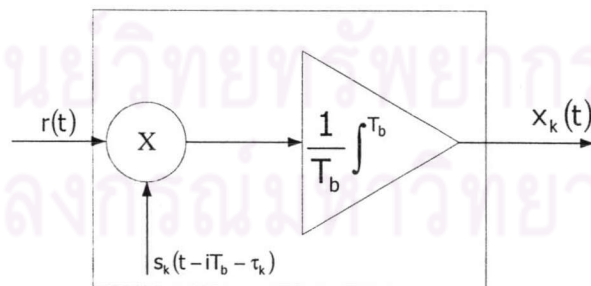
<sup>8</sup> สัญญาณของผู้ใช้ทุกคนมาถึงสถานีฐานพร้อมกัน

$$r(t) = \sum_{k=1}^K A_k b_k s_k(t) + n(t) \tag{2.2}$$

2.2 เครื่องรับแบบแมตช์ฟิลเตอร์ (Matched Filter)



รูปที่ 2.2 กลุ่มของเครื่องรับแบบแมตช์ฟิลเตอร์



รูปที่ 2.3 เครื่องรับแบบแมตช์ฟิลเตอร์ของผู้ใช้คนที่ k

การดีเทกต์ (Detect) สัญญาณของผู้ใช้แต่ละคนของระบบ DS-CDMA ในปัจจุบัน (Conventional DS-CDMA System) สัญญาณที่สถานีฐานรับได้จะถูกส่งไปยังกลุ่มของเครื่องรับแบบแมตช์ฟิลเตอร์ (Matched Filter Bank) (ดังแสดงในรูปที่ 2.2) ซึ่งเครื่องรับแบบแมตช์ฟิลเตอร์

ของผู้ใช้แต่ละคนจะถูกซิงโครไนซ์ (Synchronized) ให้เข้ากับเวลาประวิงของผู้ใช้นั้นๆ (ดูรูปที่ 2.3) โดยในที่นี้สมมติว่าผู้ใช้ที่กำลังพิจารณาคือผู้ใช้คนที่  $k$

### 2.2.1 ช่องสัญญาณซิงโครไนซ์

จากรูปที่ 2.1 (ก) สัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ของผู้ใช้คนที่  $k$  สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (2.3)

$$\begin{aligned}
 x_k &= \frac{1}{T_b} \int^{T_b} r(t) s_k(t) \\
 &= A_k b_k + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K \rho_{ki} A_i b_i + \frac{1}{T_b} \int^{T_b} n(t) s_k(t) \\
 &= A_k b_k + \text{MAI}_k + n_k
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

โดยค่าสหสัมพันธ์ข้าม (Cross Correlation) มีค่าดังสมการที่ (2.4)

$$\rho_{jk} = \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} s_j(t) s_k(t) dt
 \tag{2.4}$$

จากสมการที่ (2.3) พบว่าสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ของผู้ใช้คนที่  $k$  จะเป็นผลรวมของบิตข้อมูลที่ต้องการของผู้ใช้คนที่  $k$ , การแทรกสอดจากการเข้าถึงหลายทาง (Multiple Access Interference, MAI) ซึ่งเกิดจากความไม่ตั้งฉากกันอย่างสมบูรณ์ระหว่างรหัสแผ่ (Spreading Code) และสัญญาณรบกวน ตามลำดับ สัญญาณ MAI ดังกล่าวจะทำให้การตัดสินใจบิตข้อมูลของผู้ใช้คนที่  $k$  ผิดพลาดได้โดยเฉพาะเมื่อขนาดสัญญาณของผู้ใช้คนอื่นๆ มีค่าสูงกว่าขนาดสัญญาณของผู้ใช้คนที่  $k$  มาก (เกิดปรากฏการณ์ใกล้ - ไกล) จากสมการที่ (2.3) เราสามารถเขียนสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ของผู้ใช้คนที่ 1 ถึง  $K$  ได้ดังสมการที่ (2.5)

$$\begin{aligned}
 x_1 &= A_1 b_1 + \rho_{12} A_2 b_2 + \cdots + \rho_{1K} A_K b_K + n_1 \\
 x_2 &= \rho_{21} A_1 b_1 + A_2 b_2 + \cdots + \rho_{2K} A_K b_K + n_2 \\
 \vdots & \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\
 x_K &= \rho_{K1} A_1 b_1 + \rho_{K2} A_2 b_2 + \cdots + A_K b_K + n_K
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$



สมการที่ (2.5) สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปของเวกเตอร์ (Vector) และเมตริกซ์ (Matrix)<sup>9</sup> ได้ดังสมการที่ (2.6)

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1K} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{K1} & \rho_{K2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_K \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

หรือ

$$\mathbf{x} = \mathbf{R}\mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{n} \quad (2.7)$$

โดย  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{b}$  และ  $\mathbf{n}$  เป็นเมตริกซ์สหสัมพันธ์ข้าม, เมตริกซ์เส้นทแยงมุมหลักของขนาดสัญญาณ, เวกเตอร์ของบิตข้อมูล และเวกเตอร์ของสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ (Zero Mean Gaussian Noise Vector) ซึ่งมีเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม (Covariance Matrix) เท่ากับ  $\mathbf{E}\{\mathbf{nn}^T\} = \mathbf{R}\sigma^2$  ตามลำดับ

### 2.2.2 ช่องสัญญาณอะซิงโครนัส

จากรูปที่ 2.1 (ข) สัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ของผู้ใช้คนที่  $k$  เมื่อพิจารณาบิตข้อมูลที่  $i$  สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (2.8)

$$\begin{aligned} x_k[i] &= \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} r(t) s_k(t - iT - \tau_k) dt \\ &= A_k b_k[i] + \sum_{j=1, j \neq k}^K \rho_{kj}^0 A_j b_j[i] + \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{kj}^+ A_j b_j[i+1] + \sum_{j=k+1}^K \rho_{kj}^- A_j b_j[i-1] + \\ &\quad \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} n(t) s_k(t - iT - \tau_k) dt \\ &= A_k b_k[i] + \text{MAI}_k[i] + \text{MAI}_k[i+1] + \text{MAI}_k[i-1] + n_k \end{aligned} \quad (2.8)$$

โดยที่

<sup>9</sup> ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เวกเตอร์และเมตริกซ์จะถูกแทนด้วยตัวอักษรตัวหนาที่เป็นภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็ก และตัวพิมพ์ใหญ่ ตามลำดับ

$$\rho_{kj}^0 \equiv \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} s_k(t) s_j(t - \tau_j + \tau_k) dt \quad (2.9)$$

$$\rho_{kj}^+ \equiv \begin{cases} \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} s_k(t) s_j(t - T_b - \tau_j + \tau_k) dt, & k > j \\ 0 & , \quad k \leq j \end{cases} \quad (2.10)$$

$$\rho_{kj}^- \equiv \begin{cases} \frac{1}{T_b} \int_0^{T_b} s_j(t + T_b - \tau_j + \tau_k) s_k(t) dt, & k < j \\ 0 & , \quad k \geq j \end{cases} \quad (2.11)$$

จากสมการที่ (2.8) พบว่า นอกจากบิตข้อมูลที่  $i$  ของผู้ใช้คนที่  $k$  จะถูกรบกวนด้วย MAI เนื่องจากบิตที่  $i$  ของผู้ใช้คนอื่นแล้วยังถูกรบกวนจาก MAI เนื่องจากบิตที่  $i+1$  และบิตที่  $i-1$  ของผู้ใช้คนอื่น ๆ ด้วย (อาจพิจารณาว่า MAI จากบิตที่  $i+1$  และบิตที่  $i-1$  ของผู้ใช้คนอื่นเป็นการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (Inter Symbol Interference, ISI) ก็ได้ [17]) จึงเสมือนกับว่าในกรณีของช่องสัญญาณอะซิงโครนัส จำนวนของผู้ใช้ที่สร้าง MAI ต่อผู้ใช้คนที่  $k$  เพิ่มขึ้นจากกรณีช่องสัญญาณอะซิงโครนัสซึ่งเท่ากับ  $K-1$  คน ไปเป็น  $2(K-1)$  คน เมื่อนำสัญญาณออกจากเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ของผู้ใช้ทุกคนมาต่อเรียงกันเป็นเวกเตอร์  $\mathbf{x}[i]$  ขนาด  $K \times 1$  ดังสมการที่ (2.12)

$$\mathbf{x}[i] \equiv [x_1[i], x_2[i], \dots, x_k[i]]^T \quad (2.12)$$

ซึ่งสามารถเขียนในรูปของเวกเตอร์และเมตริกซ์ได้ดังสมการที่ (2.13)

$$\mathbf{x}[i] = [\mathbf{P}_u \ \mathbf{P} \ \mathbf{P}_L] \begin{bmatrix} \mathbf{d}[i-1] \\ \mathbf{d}[i] \\ \mathbf{d}[i+1] \end{bmatrix} + \mathbf{n}[i] \quad (2.13)$$

โดย  $\mathbf{d}[i] \equiv \mathbf{A}\mathbf{b}[i]$  ,  $\mathbf{n}$  มีเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม  $E\{\mathbf{nn}^T\} = \mathbf{P}\sigma^2$  และ

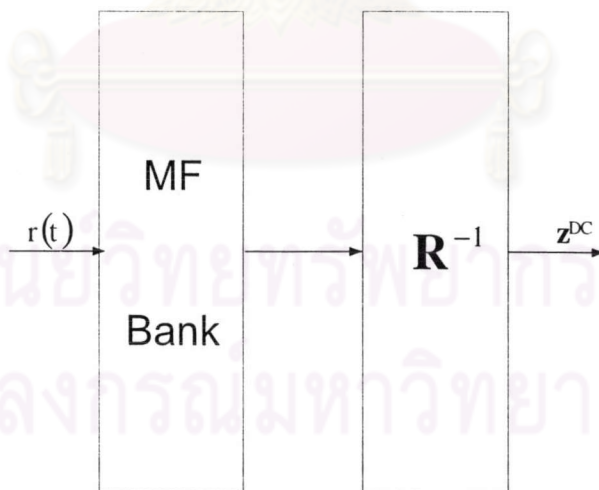
$$\mathbf{P}_U = \begin{bmatrix} 0 & \rho_{12}^- & \cdots & \rho_{1K}^- \\ 0 & 0 & \cdots & \rho_{2K}^- \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0_{KK} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12}^0 & \cdots & \rho_{1K}^0 \\ \rho_{21}^0 & 1 & \cdots & \rho_{2K}^0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{K1}^0 & \rho_{K2}^0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{P}_L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \rho_{21}^+ & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{K1}^+ & \rho_{K2}^+ & \cdots & 0_{KK} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

จากรูปที่ 2.1(ข) และนิยามของ  $\rho_{kj}^0$ ,  $\rho_{kj}^-$ , และ  $\rho_{kj}^+$  ตามสมการที่ (2.9), (2.10) และ (2.11) ตามลำดับ สามารถแสดงให้เห็นได้ว่า  $\mathbf{P}^T = \mathbf{P}$  และ  $\mathbf{P}_L = \mathbf{P}_U^T$

### 2.3 เครื่องรับแบบดีคอรรีเลเตอร์ (Decorrelator Receiver)



รูปที่ 2.4 เครื่องรับแบบดีคอรรีเลเตอร์

เครื่องรับแบบนี้ใช้อินเวอร์สของเมทริกซ์สหสัมพันธ์ข้าม ( $\mathbf{R}^{-1}$ ) ในการแปลงสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบแมตริกซ์ฟิลเตอร์เพื่อที่จะลดผลของ MAI ที่ผู้ใช้แต่ละคนมีต่อกัน (ดูรูปที่ 2.4)

### 2.3.1 ช่องสัญญาณเชิงโคโรนัส

จากรูปที่ 2.4 และสมการที่ (2.7) ซึ่งแสดงสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์ จะสามารถเขียนสมการของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบดีคอรรีเลเตอร์ ( $\mathbf{z}^{DC}$ ) ได้ดังสมการที่ (2.17)

$$\mathbf{z}^{DC} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x} = \mathbf{A} \mathbf{b} + \mathbf{R}^{-1} \mathbf{n} \quad (2.17)$$

จากสมการที่ (2.17) พบว่าถึงแม้เครื่องรับแบบดีคอรรีเลเตอร์จะสามารถกำจัด MAI ได้อย่างสมบูรณ์ แต่กำลังของสัญญาณเนื่องจากพจน์  $\mathbf{R}^{-1} \mathbf{n}$  จะมากกว่าหรือเท่ากับกำลังของสัญญาณจากพจน์  $\mathbf{n}$  เสมอ (เกิดการขยายสัญญาณรบกวน) [6]

### 2.3.2 ช่องสัญญาณอะซิงโครนัส

เพื่อให้เครื่องรับแบบดีคอรรีเลเตอร์ในช่องสัญญาณอะซิงโครนัสมีความทนทานต่อปรากฏการณ์ใกล้ - ไกล (Near-Far Effect Tolerance), ปรากฏจาก MAI และถูกรบกวนโดย ISI น้อยที่สุด [17] เสนอให้พิจารณาบิตข้อมูลครั้งละ  $N$  บิต ดังสมการที่ (2.18)

$$\begin{aligned} \underbrace{\begin{bmatrix} x[i - \frac{N-1}{2}] \\ \vdots \\ x[i] \\ \vdots \\ x[i + \frac{N-1}{2}] \end{bmatrix}}_{\mathbf{N} \times \mathbf{K}_s} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{P}_U & \mathbf{P} & \mathbf{P}_L & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_U & \mathbf{P} & \mathbf{P}_L & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{P}_U & \mathbf{P} & \mathbf{P}_L & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{P}_U & \mathbf{P} & \mathbf{P}_L \end{bmatrix}}_{\mathbf{N} \times (\mathbf{N}+2) \times \mathbf{K}} \begin{bmatrix} d[i - \frac{N+1}{2}] \\ \vdots \\ d[i] \\ \vdots \\ d[i + \frac{N+1}{2}] \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} n[i - \frac{N-1}{2}] \\ \vdots \\ n[i] \\ \vdots \\ n[i + \frac{N-1}{2}] \end{bmatrix} \\ &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{P}_L & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{P}_U & \mathbf{P} & \mathbf{P}_L & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_U & \mathbf{P} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \mathbf{P}_L \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{P}_U & \mathbf{P} \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_{\text{SISO}}} \begin{bmatrix} d[i - \frac{N-1}{2}] \\ \vdots \\ d[i] \\ \vdots \\ d[i + \frac{N-1}{2}] \end{bmatrix} \\ &+ \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{P}_U d[i - \frac{N+1}{2}] \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{P}_L d[i + \frac{N+1}{2}] \end{bmatrix}}_{\text{bias}} + \begin{bmatrix} n[i - \frac{N-1}{2}] \\ \vdots \\ n[i] \\ \vdots \\ n[i + \frac{N-1}{2}] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.18)$$



จากสมการที่ (2.18)  $R$  เป็นเมตริกซ์สหสัมพันธ์ข้ามที่ได้จากการพิจารณาข้อมูลครั้งละ  $N$  บิต และพบว่าถ้าจำนวนบิตข้อมูลที่พิจารณาต่อครั้งของการตีเทกต์บิตข้อมูล ( $N$ ) เพิ่มขึ้นจะทำให้การตีเทกต์บิตข้อมูลถูกต้องมากยิ่งขึ้นแต่ในขณะเดียวกันปริมาณการคำนวณก็เพิ่มตามค่า  $N$  ( $N \geq 3$ ) ด้วย ในที่นี่จะกำหนดให้พิจารณาข้อมูลครั้งละ  $N = 3$  บิต [17] ซึ่งสมการที่ (2.18) ในกรณี  $N = 3$  มีรูปแบบดังสมการที่ (2.19)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}[i-1] \\ \mathbf{x}[i] \\ \mathbf{x}[i+1] \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{P}_L & \mathbf{0} \\ \mathbf{P}_U & \mathbf{P} & \mathbf{P}_L \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_U & \mathbf{P} \end{bmatrix}}_{3K \times 3K} \begin{bmatrix} \mathbf{d}[i-1] \\ \mathbf{d}[i] \\ \mathbf{d}[i+1] \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{P}_U \mathbf{d}[i-2] \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{P}_L \mathbf{d}[i+2] \end{bmatrix}}_{\text{bias}} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}[i-1] \\ \mathbf{n}[i] \\ \mathbf{n}[i+1] \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

จากสมการที่ (2.19) พบว่าบิตข้อมูลที่  $i$  เป็นบิตข้อมูลชุดเดียวที่ไม่ถูกรบกวนด้วยพจน์ไบอัส (Bias) และจากคุณสมบัติของเมตริกซ์  $R$  ที่สมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลักมีค่าสูงกว่าสมาชิกในตำแหน่งอื่นๆ มาก (Diagonal Dominant Property) [17] จึงทำการหาอินเวอร์สของเมตริกซ์  $R$  เพียงบางส่วน (Partial Inverse of Matrix  $R$ ) โดยจะหาค่าเฉพาะส่วนที่ให้คำตอบออกมาเป็นบิตข้อมูลที่  $i$  ( $\mathbf{x}[i]$ ) เท่านั้น ซึ่งอินเวอร์สบางส่วนของเมตริกซ์  $R$  ( $R_p^{-1}$ , มีขนาดเท่ากับ  $K \times NK$ ) ในกรณี  $N = 3$  มีรูปแบบดังสมการที่ (2.20) [17]

$$\underbrace{R_p^{-1}}_{K \times 3K} = (-1) \left( \mathbf{P} - \mathbf{P}_L \mathbf{P}^{-1} \mathbf{P}_U - \mathbf{P}_U \mathbf{P}^{-1} \mathbf{P}_L \right)^{-1} \left[ \mathbf{P}_U \mathbf{P}^{-1} : -\mathbf{I} : \mathbf{P}_L \mathbf{P}^{-1} \right] \quad (2.20)$$

โดย  $\mathbf{I}$  เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix) ขนาด  $K \times K$  และ

$$[\mathbf{A} : \mathbf{B} : \mathbf{C}] \equiv \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1K} & b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1K} & c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1K} \\ a_{21} & a_{21} & \cdots & a_{2K} & b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2K} & c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2K} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{K1} & a_{K2} & \cdots & a_{KK} & b_{K1} & b_{K2} & \cdots & b_{KK} & c_{K1} & c_{K2} & \cdots & c_{KK} \end{bmatrix}$$

เมื่อ

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1K} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2K} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{K1} & a_{K2} & \cdots & a_{KK} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1K} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2K} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{K1} & b_{K2} & \cdots & b_{KK} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1K} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2K} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{K1} & c_{K2} & \cdots & c_{KK} \end{bmatrix}$$

จากสมการที่ (2.19) และ (2.20) สัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบดีคอรรีเลเตอร์ในช่องสัญญาณอิสระเชิงโคโรนัสจะเป็นดังสมการที่ (2.21)

$$\mathbf{z}^{\text{DC}}[i] = \mathbf{R}_p^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{x}[i-1] \\ \mathbf{x}[i] \\ \mathbf{x}[i+1] \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

#### 2.4 เครื่องรับแบบ Approximate Decorrelator (ADC) [18]

เครื่องรับแบบนี้พยายามหลีกเลี่ยงการหาอินเวอร์สของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ข้าม โดยจะประมาณอินเวอร์สของเมตริกซ์ดังกล่าวแทนการหาอินเวอร์สโดยตรง

##### 2.4.1 ช่องสัญญาณเชิงโคโรนัส

จาก [18] พบว่าในกรณีต่างๆ ไป ค่าสหสัมพันธ์ข้ามระหว่างรหัสแผ่ของผู้ใช้แต่ละคนจะมีค่าต่ำเมื่อเทียบกับพลังงานของตัวรหัสแผ่เองดังนั้นจึงทำให้เมตริกซ์สหสัมพันธ์ข้ามมีลักษณะที่เกือบจะเป็นเมตริกซ์ทแยงมุมซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ  $\mathbf{R} = \mathbf{I} + \mathbf{D}$  โดยที่

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & \rho_{1,2} & \cdots & \rho_{1,K} \\ \rho_{2,1} & 0 & \cdots & \rho_{2,K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{K,1} & \rho_{K,2} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

จาก [18]

$$(\mathbf{I} + \delta\mathbf{L})^{-1} = \mathbf{I} - \delta\mathbf{L} + o(\delta) \quad (2.22)$$

โดยที่

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{K \times K}$$

$\delta$  เป็นจำนวนจริงค่าน้อยๆ และ  $o(\delta)$  เป็นพจน์ประมาณของ  $(\mathbf{I} + \delta \mathbf{L})^{-1}$  ที่ได้จากการประมาณอันดับสูง (High-Order Approximation)

จากสมการที่ (2.22) เมื่อพิจารณาเฉพาะพจน์ที่ได้จากการประมาณอันดับหนึ่ง (First-Order Approximation) จะสามารถประมาณอินเวอร์สของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ข้ามได้ดังสมการที่ (2.23)

$$\mathbf{R}^{-1} \approx \mathbf{I} - \mathbf{D} = \mathbf{R}_{\text{App}}^{-1} \quad (2.23)$$

โดยสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบ ADC ( $\mathbf{z}^{\text{ADC}}$ ) จะอยู่ในรูปของสมการที่ (2.24)

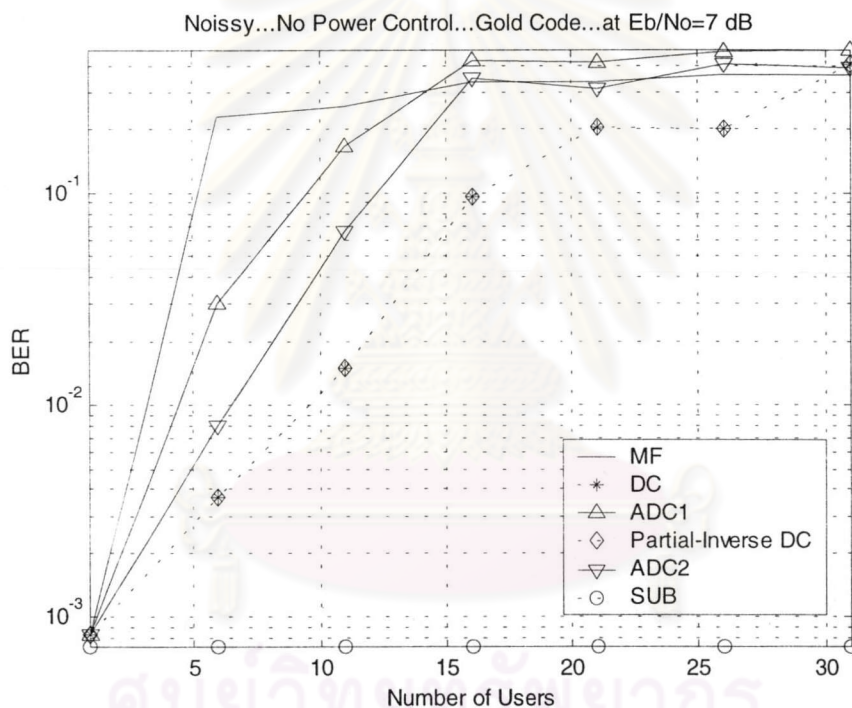
$$\begin{aligned} \mathbf{z}^{\text{ADC}} &= \mathbf{R}_{\text{App}}^{-1} \mathbf{x} \\ &= \mathbf{R}_{\text{App}}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{a} \mathbf{b} + \mathbf{R}_{\text{App}}^{-1} \mathbf{n} \\ &= \mathbf{R}_{\text{App}}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{a} \mathbf{b} + \mathbf{n}' \end{aligned} \quad (2.24)$$

#### 2.4.2 ช่องสัญญาณอะซิงโครนัส

เนื่องจากเมตริกซ์สหสัมพันธ์ข้ามในกรณีช่องสัญญาณอะซิงโครนัส ( $\mathbf{R}$ ) ก็มีลักษณะที่เกือบจะเป็นเมตริกซ์ทแยงมุมเช่นเดียวกับในกรณีช่องสัญญาณซิงโครนัส ดังนั้นจึงสามารถประยุกต์ใช้หลักการของเครื่องรับแบบ ADC ดังที่กล่าวถึงในหัวข้อที่ 2.4.1 โดยการประมาณเมตริกซ์  $\mathbf{R}$  โดยตรงได้เช่นกัน อย่างไรก็ตามจากการจำลองแบบด้วยคอมพิวเตอร์ (Computer Simulation) เบื้องต้น พบว่าสมรรถนะของเครื่องรับแบบ ADC ที่ประมาณเมตริกซ์  $\mathbf{R}$  โดยตรง (เครื่องรับแบบ ADC1) จะด้อยลงอย่างรวดเร็วเมื่อจำนวนผู้ใช้ในระบบเพิ่มสูงขึ้น (ดูรูปที่ 2.5) ทั้งนี้ น่าจะมีสาเหตุมาจากในกรณีช่องสัญญาณอะซิงโครนัสขนาดของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ข้ามที่ต้องประมาณจะเป็น 3 เท่า (กรณีใช้  $N=3$ ) ของขนาดเมตริกซ์สหสัมพันธ์ข้ามในกรณีช่องสัญญาณซิงโครนัส ดังนั้นความผิดพลาดจากการประมาณจึงสูงกว่าในกรณีช่องสัญญาณ

ซึ่งโคโรนัสมาก จึงส่งผลให้สมรรถนะของเครื่องรับแบบ ADC1 ดีอย่างรวดเร็วจนเมื่อจำนวนผู้ใช้สูงขึ้น

เมื่อพิจารณาพจน์  $(\mathbf{P} - \mathbf{P}_L \mathbf{P}^{-1} \mathbf{P}_U - \mathbf{P}_U \mathbf{P}^{-1} \mathbf{P}_L)$  ในสมการที่ (2.20) พบว่าพจน์ดังกล่าวเป็นเมตริกซ์สมมาตร (Symmetry Metrix) ขนาด  $K \times K$  ซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับเมตริกซ์ทแยงมุม เช่นเดียวกับเมตริกซ์สหสัมพันธ์ข้าม ดังนั้นในที่นี้จึงประมาณอินเวอร์สบางส่วนของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ข้าม  $(\mathbf{R}_p^{-1})$  แทนการประมาณเมตริกซ์สหสัมพันธ์ข้าม  $(\mathbf{R})$  โดยตรง โดยในการประมาณอินเวอร์สบางส่วนของเมตริกซ์  $\mathbf{R}_p^{-1}$  จะประมาณ  $\mathbf{P}^{-1}$  และ  $(\mathbf{P} - \mathbf{P}_L \mathbf{P}^{-1} \mathbf{P}_U - \mathbf{P}_U \mathbf{P}^{-1} \mathbf{P}_L)^{-1}$  ในสมการที่ (2.20) ด้วยสมการที่ (2.25) และ สมการที่ (2.26) ตามลำดับ



รูปที่ 2.5 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราบิดผิดพลาด กับ จำนวนผู้ใช้ ของเครื่องรับแบบแมตซ์ฟิลเตอร์, ดีคอรเรเลเตอร์, ADC1 (ประมาณ  $\mathbf{R}^{-1}$ ) และ ADC2 (ประมาณ  $\mathbf{R}_p^{-1}$ ) กรณีช่องสัญญาณอะซิงโครนัสและมีการควบคุมกำลังไม่สมบูรณ์ จากการจำลองแบบเบื้องต้น

$$\mathbf{P}^{-1} \approx \mathbf{I} - \mathbf{D}_p \tag{2.25}$$

โดยที่



$$\mathbf{D}_P = \begin{bmatrix} 0 & \rho_{12}^0 & \cdots & \rho_{1K}^0 \\ \rho_{21}^0 & 0 & \cdots & \rho_{2K}^0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{K1}^0 & \rho_{K2}^0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

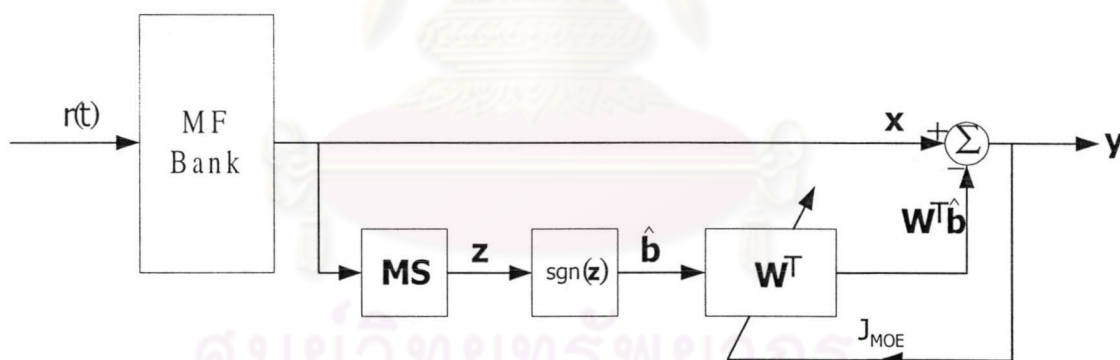
และ

$$\left( \underbrace{\mathbf{P} - \mathbf{P}_L \mathbf{P}^{-1} \mathbf{P}_U - \mathbf{P}_U \mathbf{P}^{-1} \mathbf{P}_L}_{\hat{\mathbf{P}}} \right)^{-1} \approx \mathbf{I} - \mathbf{D}_{\hat{\mathbf{P}}} \quad (2.26)$$

โดยที่  $\mathbf{D}_{\hat{\mathbf{P}}}$  คือเมตริกซ์  $\hat{\mathbf{P}}$  ที่สมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลักเท่ากับ 0

จากรูปที่ 2.5 พบว่าสมรรถนะของเครื่องรับ ADC ที่ประมาณเมตริกซ์  $\mathbf{R}_p^{-1}$  (ADC2) จะดีกว่าเครื่องรับแบบ ADC ที่ประมาณเมตริกซ์  $\mathbf{R}^{-1}$  (ADC1)

## 2.5 เครื่องรับแบบ MOE\_BA\_PIC



รูปที่ 2.6 โครงสร้างของเครื่องรับแบบ MOE\_BA\_PIC

เครื่องรับแบบ MOE\_BA\_PIC ใช้ตัวจัดที่ปรับตัวแบบบอด (Blind Adaptive Canceller) สำหรับสร้างสัญญาณแทรกสอดของผู้ใช้แต่ละคนขึ้นมาใหม่ซึ่งทำให้เครื่องรับแบบนี้ไม่ต้องมีการประมาณขนาดของสัญญาณของผู้ใช้แต่ละคน และในการปรับสัมประสิทธิ์ของตัวจัด (Canceller Coefficient) เครื่องรับดังกล่าวจะใช้ค่าเฉลี่ยของพลังงานของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับ (Mean of Output Energy, MOE) เป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective Function) และปรับสัมประสิทธิ์ของตัวจัดด้วยอัลกอริทึมเกรเดียนต์ (Gradient Algorithm, GA)

## 2.5.1 ช่องสัญญาณเชิงโคโรนัส [7][14]

จากโครงสร้างของเครื่องรับแบบ MOE\_BA\_PIC ซึ่งแสดงไว้ดังรูปที่ 2.6 พบว่าผลลัพธ์ที่ได้จากการหักล้างสัญญาณแทรกสอดโดยการประมาณแบบบอด ( $\mathbf{y}$ ) จะอยู่ในรูปของสมการที่ (2.27)

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} - \mathbf{W}^T \hat{\mathbf{b}} \quad (2.27)$$

$\hat{\mathbf{b}}$  ได้จากการผ่านสัญญาณออกจากเครื่องรับแบบ Multiuser Separator (MS,  $\mathbf{z}$ ) เข้าไปใน Signum Function ดังสมการที่ (2.28)

$$\hat{\mathbf{b}} = \text{sgn}(\mathbf{z}) \quad (2.28)$$

$$\text{โดยที่ } \text{sgn}(\mathbf{z}) = \text{sgn} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{sgn}(z_1) \\ \text{sgn}(z_2) \\ \vdots \\ \text{sgn}(z_K) \end{pmatrix}$$

$$\text{และ } \text{sgn}(z_i) = \begin{cases} -1, & z_i < 0 \\ +1, & z_i \geq 0 \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, K$$

ซึ่งเครื่องรับแบบ MS ที่ป้อนบิตข้อมูลสำหรับประมาณสัญญาณแทรกสอดในกรณีของเครื่องรับแบบ MOE\_DC\_BA\_PIC และ MOE\_ADC\_BA\_PIC ก็ได้แก่เครื่องรับแบบ DC และ ADC ตามลำดับ

$\mathbf{W}$  เป็นสัมประสิทธิ์ของตัวจัดแบบบอดที่ใช้ประมาณสัญญาณแทรกสอดซึ่งมีรูปแบบดังสมการที่ (2.29)

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & \cdots & w_{1K} \\ w_{21} & 0 & \cdots & w_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{K1} & w_{K2} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

จากสมการที่ (2.27) สัญญาณขาออกสำหรับผู้คนที่  $k$  ( $y_k$ ) จะอยู่ในรูปของสมการที่ (2.30)

$$y_k = x_k - \mathbf{w}_k^T \hat{\mathbf{b}}_k \quad (2.30)$$

โดยที่  $\mathbf{w}_k$  เป็นเวกเตอร์หลัก (Column vector) จากหลักที่  $k$  ของ  $\mathbf{W}$  ที่ถูกกำหนดให้องค์ประกอบที่  $w_{kk}$  มีค่าเป็นศูนย์,  $\hat{\mathbf{b}}_k$  เป็นเวกเตอร์ที่ได้จากการทำให้องค์ประกอบที่  $\hat{b}_k$  ของ  $\hat{\mathbf{b}}$  เป็นศูนย์ ซึ่งจะได้  $\hat{\mathbf{b}}_k$  ในรูปของเวกเตอร์  $\hat{\mathbf{b}}_k = [\hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_{k-1}, 0, \hat{b}_{k+1}, \dots, \hat{b}_K]^T$

ในการประมาณสัญญาณแทรกสอด สัมประสิทธิ์ของตัวจัดแบบบอดจะถูกปรับโดยใช้อัลกอริทึมเกรเดียนต์เพื่อทำให้พลังงานของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบนี้มีค่าต่ำที่สุด ซึ่งสามารถแสดงสมการสำหรับการปรับค่าสัมประสิทธิ์ของตัวจัดแบบบอดได้ดังนี้

$$\mathbf{w}_k[n+1] = \mathbf{w}_k[n] - \frac{1}{2} \mu_{\text{MOE}} \nabla_{\mathbf{w}_k} J_{\text{MOE}_k} \quad (2.31)$$

$$\text{โดยที่ } J_{\text{MOE}_k} = E\{(y_k)^2\} \quad (2.32)$$

เมื่อหาเกรเดียนต์ของสมการที่ (2.32) แล้วแทนลงไปนสมการที่ (2.31) จะได้ว่า

$$\mathbf{w}_k[n+1] = \mathbf{w}_k[n] - \mu_{\text{MOE}} E\left\{\hat{\mathbf{b}}_k^T \mathbf{w}_k[n] \hat{\mathbf{b}}_k - x_k \hat{\mathbf{b}}_k\right\} \quad (2.33)$$

เนื่องจากในทางปฏิบัติการหาค่าเฉลี่ยทั้งหมดเชิงสถิติ (Ensemble Average) ทำได้ยาก ดังนั้นในที่นี้จะประมาณค่าเฉลี่ยทั้งหมดเชิงสถิติด้วยค่าเฉลี่ยทางเวลา [14] ดังนี้

$$E\{a[n]\} \approx \frac{1}{W_d} \sum_{i=n-(W_d-1)}^n a[i] \quad (2.34)$$

โดยที่  $W_d$  เป็นขนาดของหน้าต่าง (Window Size) ที่ใช้ในการประมาณ

### 2.5.2 ช่องสัญญาณอะซิงโครนัส [19]

กรณีของช่องสัญญาณอะซิงโครนัส สามารถพิจารณาเหมือนกับกรณีช่องสัญญาณซิงโครนัสที่จำนวนผู้ใช้เพิ่มขึ้นจาก  $K$  คนเป็น  $2K-1$  คนได้ ซึ่งเมื่อพิจารณาบิตข้อมูลที่  $i$  ของผู้ใช้คนที่  $k$  จะสามารถเขียนสมการของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับแบบ MOE\_BA\_PIC ได้ดังสมการที่ (2.35)

$$y_k[i] = x_k[i] - \mathbf{w}_k^T [i] \hat{\mathbf{b}}_k [i] \quad (2.35)$$

โดย  $x_k[i]$ , เวกเตอร์  $\mathbf{w}_k$  และ  $\hat{\mathbf{b}}_k$  มีค่าดังสมการที่ (2.8), (2.36) และ (2.37) ตามลำดับ

$$\mathbf{w}_k = \underbrace{[w_{1k}^{i+1}, w_{1k}^i, \dots, w_{(k-1)k}^{i+1}, w_{(k-1)k}^i, 0, w_{(k+1)k}^i, w_{(k+1)k}^{i-1}, \dots, w_{Kk}^i, w_{Kk}^{i-1}]^T}_{1 \times (2K-1)} \quad (2.36)$$

$$\hat{\mathbf{b}}_k = \underbrace{[\hat{b}_1[i+1], \hat{b}_1[i], \dots, \hat{b}_{k-1}[i+1], \hat{b}_{k-1}[i], 0, \hat{b}_{k+1}[i], \hat{b}_{k+1}[i+1], \dots, \hat{b}_K[i], \hat{b}_K[i+1]]^T}_{1 \times (2K-1)} \quad (2.37)$$

และสมการที่ใช้สำหรับปรับค่าสัมประสิทธิ์ของตัวขจัดแบบบอดก็จะมีรูปแบบดังสมการที่ (2.33) เช่นเดียวกันกับกรณีช่องสัญญาณซิงโครนัส

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย