บทที่ 2
ตัวกลางไบแอนไอโซทรอปิก

2.1 ความนำ

ปัจจุบันในงานวิจัยทางด้านคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีการประยุกต์นำวัสดุตัวกลางที่มีความซับซ้อนมาใช้กับอุปกรณ์ต่างๆ เช่น ท่อนำคลื่น, สายอากาศ, ตัวดูดกลืนคลื่น เป็นต้น ทั้งนี้ด้วยเหตุผลที่ว่าตัวกลางแต่ละชนิดมีคุณสมบัติอันโดดเด่นแตกต่างกัน ดังนั้นในบทนี้จะกล่าวถึงคุณสมบัติแม่เหล็กไฟฟ้าของตัวกลางไบแอนไอโซทรอปิก

ตัวกลางไบแอนไอโซทรอปิกเป็นตัวกลางที่กำลังได้รับความสนใจเนื่องจากคุณสมบัติพิเศษของตัวกลางชนิดนี้ที่มีผลต่อคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า วัสดุตัวกลางทั่วไปจะมีความสัมพันธ์ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เรียกว่าความสัมพันธ์ปรุงแต่ง (constitutive relation) ความสัมพันธ์ปรุงแต่งนี้จะแสดงถึงคุณสมบัติ การแยกขั้ว (polarization) และ อำนาจแม่เหล็ก (magnetization) ที่เกิดจาก ประจุไฟฟ้า ประจุแม่เหล็ก ของวัสดุเมื่อวางตัวกลางอยู่ในสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ตัวกลางไบแอนไอโซทรอปิกเป็นวัสดุที่เกิดจากการสังเคราะห์วัสดุไดอิเล็กทริกและวัสดุแม่เหล็กรวมกัน ด้วยเหตุนี้ตัวกลางไบแอนไอโซทรอปิกก็จะมีคุณสมบัติการแยกขั้วและอำนาจแม่เหล็กรวมกัน ยังผลให้สนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเนื้อของตัวกลางไบแอนไอโซทรอปิกแตกต่างไปจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในตัวกลางธรรมดา ดังนั้นความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้าและความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็กก็จะขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ของวัสดุตัวกลางคือ ค่าสภาพยอม (permitivity) ค่าซาบซึมได้ (permeability) และองค์ประกอบที่แสดงถึงการเชื่อมต่อไขว้ (cross-coupling) ระหว่างสนามไฟฟ้ากับสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจากวัสดุตัวกลางไบแอนไอโซทรอปิก ถ้าความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้าและความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็กในตัวกลางไบแอนไอโซทรอปิกเป็นฟังก์ชันของทิศทางความเข้มสนามแม่เหล็กไฟฟ้าพารามิเตอร์ทั้งหมดในความสัมพันธ์ปรุงแต่งก็จะอยู่ในรูปของเทนเซอร์ [5]

2.2 ความสัมพันธ์ปรุงแต่ง (Constitutive relation)

ความสัมพันธ์ปรุงแต่งเป็นคุณสมบัติของวัสดุแต่ละชนิดที่บรรจุภายในท่อนำคลื่นซึ่งจะมีลักษณะเฉพาะแตกต่างกัน J. A. Kong [7] ได้นิยามความสัมพันธ์ปรุงแต่งให้อยู่ในรูปแบบทั่วไปดังนี้

$$\begin{aligned} c\vec{D} &= \overline{\overline{P}} \cdot \vec{E} + \overline{\overline{L}} \cdot c\vec{B} \\ \vec{H} &= \overline{\overline{M}} \cdot \vec{E} + \overline{\overline{Q}} \cdot c\vec{B} \end{aligned} \tag{2.1}$$

โดยที่ $\overline{\overline{P}}$, $\overline{\overline{Q}}$, $\overline{\overline{L}}$ และ $\overline{\overline{M}}$ คือเทนเซอร์ของความสัมพันธ์ปรุงแต่งแสดงในรูปของเมทริกซ์ขนาด 3x3 และ c คือความเร็วแสงที่มีค่า $3\times10^8\ {}^{m}\!/_{s}$ ดังนั้นเทนเซอร์ $\overline{\overline{P}}$ จะหมายถึงค่าสภาพยอม และ $\overline{\overline{Q}}$ หมายถึงเทนเซอร์ความซาบซึมได้ $\overline{\overline{L}}$ และ $\overline{\overline{M}}$ จะแสดงถึงเทนเซอร์ที่แสดงถึงการเชื่อมต่อไขว้ระหว่างสนามแม่เหล็กกับสนามไฟฟ้า เมื่อ $\overline{\overline{L}} = \overline{\overline{M}} = 0$ ความสัมพันธ์ปรุงแต่งนี้ก็จะแสดงถึงความสัมพันธ์ของตัวกลางแอนไอโซทรอปิกโดยมีค่า $\overline{\overline{P}} = c\varepsilon\overline{\overline{I}}$ และ $\overline{\overline{Q}} = \left({}^{1}\!/_{c\mu}\right)\overline{\overline{I}}$ โดยที่ $\overline{\overline{I}}$ เป็นเทนเซอร์เอกลักษณ์ ความสัมพันธ์ปรุงแต่งดังสมการ 2.1 สามารถแสดงได้ในอีกรูปแบบหนึ่งในรูปของความสัมพันธ์ของความหนาแน่นฟลักซ์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและความเข้มสนามแม่เหล็กดังนี้

$$\begin{bmatrix} c\vec{D} \\ \vec{H} \end{bmatrix} = \overline{\overline{C}} \cdot \begin{bmatrix} \vec{E} \\ c\vec{B} \end{bmatrix} \tag{2.2a}$$

ในที่นี้ $\overline{\overline{C}}$ คือเมทริกซ์ปรุงแต่ง (constitutive matrix) ขนาด 6x6 ซึ่งสามารถหาได้จากเทนเซอร์ $\overline{\overline{P}}$, $\overline{\overline{Q}}$, $\overline{\overline{L}}$ และ $\overline{\overline{M}}$ ได้เป็น

$$\overline{\overline{C}} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{P}} & \overline{\overline{L}} \\ \overline{\overline{M}} & \overline{\overline{Q}} \end{bmatrix} \tag{2.2b}$$

ตัวกลางต่างๆนั้นจะขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของเมทริกซ์ $\overline{\overline{C}}$ ที่เป็นฟังก์ชันทางตำแหน่งและทางเวลา ดังเช่น หาก $\overline{\overline{C}}$ เป็นฟังก์ชันทางตำแหน่ง ตัวกลางชนิดนี้ก็จัดอยู่ในกลุ่มตัวกลางไม่เอกพันธุ์ หรือหากว่าเมทริกซ์ $\overline{\overline{C}}$ เป็นฟังก์ชันของความเข้มสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ตัวกลางนี้ก็จะจัดอยู่ในกลุ่มตัวกลางไม่เชิงเส้น (nonlinear) เป็นต้น เพื่อความเหมาะสมในการนำไปวิเคราะห์ท่อนำคลื่น เราจะ

แสดงความสัมพันธ์ปรุงแต่งแสดงในรูปของความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้ากับความหนาแน่นสนามแม่เหล็กดังนี้

$$\begin{pmatrix}\vec{D}\\ \vec{B}\end{pmatrix}=\overline{\overline{C}}_{EH}\begin{pmatrix}\vec{E}\\ \vec{H}\end{pmatrix} \tag{2.3}$$

โดยที่

$$\overline{\overline{C}}_{EH}=\begin{pmatrix}\overline{\overline{\varepsilon}} & \overline{\overline{\xi}}\\ \overline{\overline{\zeta}} & \overline{\overline{\mu}}\end{pmatrix}=\frac{1}{c}\begin{pmatrix}(\overline{\overline{P}}-\overline{\overline{L}}\cdot\overline{\overline{Q}}^{-1}\cdot\overline{\overline{M}}) & \overline{\overline{L}}\cdot\overline{\overline{Q}}^{-1}\\ \overline{\overline{Q}}^{-1}\cdot\overline{\overline{M}} & \overline{\overline{Q}}^{-1}\end{pmatrix}$$

เมื่อสนามแม่เหล็กไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงตามเวลาแบบฮาร์มอนิก เมทริกซ์ปรุงแต่ง $\overline{\overline{C}}$ จะมีความสมมาตรและยังผลให้เราทราบคุณสมบัติของ $\overline{\overline{P}}$, $\overline{\overline{Q}}$, $\overline{\overline{L}}$ และ $\overline{\overline{M}}$ มีคุณสมบัติดังนี้

$$\begin{aligned}\overline{\overline{P}}&=\overline{\overline{P}}^{T}\\ \overline{\overline{Q}}&=\overline{\overline{Q}}^{T}\\ \overline{\overline{M}}&=-\overline{\overline{L}}^{T}\end{aligned} \tag{2.4}$$

โดยที่ T หมายถึงการทรานโพส (transpose) ของเมทริกซ์ ผลจากสมการ (2.4) ทำให้สามารถสรุปได้ว่า $\overline{\overline{\varepsilon}}$, $\overline{\overline{\mu}}$, $\overline{\overline{\xi}}$ และ $\overline{\overline{\zeta}}$ จะมีคุณสมบัตินี้ด้วยเช่นเดียวกัน

$$\begin{aligned}\overline{\overline{\varepsilon}}&=\overline{\overline{\varepsilon}}^{T}\\ \overline{\overline{\mu}}&=\overline{\overline{\mu}}^{T}\\ \overline{\overline{\zeta}}&=\overline{\overline{\xi}}^{T}\end{aligned} \tag{2.5}$$

2.3 ตัวกลางไครัล (Chiral)

ในงานวิศวกรรมไมโครเวฟมีการคิดค้นและสังเคราะห์ที่เรียกว่าตัวกลางไครัลขึ้นมา โดยตัวกลางนี้จะเกิดจากการนำขดตัวนำอสมมาตร (asymetrical conductor helix) มาวางเรียงตัวอย่างอิสระ เมื่อความยาวคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เคลื่อนที่เข้าไปในตัวกลางมีขนาดใกล้เคียงกับขนาดของขดตัวนำนั้นก็ย่อมเกิดผลกระทบทางแม่เหล็กไฟฟ้า ผลกระทบนี้จะเรียกว่าการแพร่กระจายตามพิกัด (spatial dispersion) ผลของการแพร่กระจายตามพิกัดจะทำให้เกิดการเชื่อมต่อไขว้ระหว่างสนามแม่เหล็กกับสนามไฟฟ้า

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวกลางไครัลเป็นกรณีพิเศษของตัวกลางไบแอนไอโซทรอปิกซึ่งมีความสัมพันธ์ปรุงแต่งเป็น

$$\begin{aligned} \bar{D} &= \varepsilon\bar{E} + \xi\bar{H} \\ \bar{B} &= \varsigma\bar{E} + \mu\bar{H} \end{aligned} \qquad (2.6)$$

โดยที่

$\xi = (\chi + j\xi_c)\sqrt{\mu_o\varepsilon_o}$ คือค่าการเชื่อมต่อไขว้ระหว่างสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็ก

$\varsigma = (\chi - j\xi_c)\sqrt{\mu_o\varepsilon_o}$

ε คือสภาพยอม

μ คือความซาบซึมได้

χ คือพารามิเตอร์เทลลิเจน (Tellegen parameter)

ξ_c คือพารามิเตอร์ไครัลลิตี

จากความสัมพันธ์ปรุงแต่งในสมการ (2.6) จะเห็นว่าพจน์ของการเชื่อมต่อไขว้ ระหว่างสนามแม่เหล็กกับสนามไฟฟ้านั้นจะประกอบด้วยพารามิเตอร์เทลลิเจนและพารามิเตอร์ไครัลลิตี พารามิเตอร์เทลลิเจนจะเป็นค่าที่ใช้ในการวัดคุณสมบัติของตัวกลางว่ามีคุณสมบัติไร้ภาวะการทำงานย้อนกลับ (noreciprocal) ถ้าค่าเทลลิเจนนี้มีค่าเท่ากันศูนย์แล้ว ตัวกลางก็จะมีการทำงานที่มีภาวะการทำงานย้อนกลับได้ (reciprocal)

ตารางที่ 2.1 แสดงคุณสมบัติการมีภาวะการทำงานย้อนกลับและไร้ภาวะการทำงานย้อนกลับ

	Nonchiral ($\xi_c = 0$)	Chiral ($\xi_c \neq 0$)
คุณสมบัติมีภาวะการทำงานย้อนกลับ ($\chi = 0$)	ตัวกลางไอโซทรอปิก	ตัวกลางพาสเตอร์
คุณสมบัติไร้ภาวะการทำงานย้อนกลับ ($\chi \neq 0$)	ตัวกลางเทลลิเจน	ตัวกลางไบไอโซทรอปิก

2.4 ตัวกลางเฟอร์ไรต์ไครัล (ferrite chiral)

ตัวกลางชนิดนี้จะเป็นวัสดุสังเคราะห์ที่มีการผสมผสานคุณสมบัติของเฟอร์ไรต์กับคุณสมบัติไครัล การสังเคราะห์ตัวกลางเฟอร์ไรต์ไครัลจะนำขดตัวนำอสมมาตรวางเรียงตัวอย่างอิสระในตัวกลางเฟอร์ไรต์ โดยธรรมชาติแล้วตัวกลางเฟอร์ไรต์จะเป็นวัสดุที่ประกอบด้วยคริสตัล (crystal) และออกไซด์ของธาตุโลหะซึ่งมีการอิ่มตัวของความเข้มสนามแม่เหล็กต่ำกว่าโลหะ และประการสำคัญคือกำลังการสูญเสีย (power loss) มีค่าต่ำมากในการใช้งานย่านความถี่สูง ด้วยคุณสมบัตินี้เองเฟอร์ไรต์จึงถูกนำมาผสานกับคุณสมบัติของไครัลจึงทำให้ได้ตัวกลางที่เหมาะกับการนำไปประยุกต์ใช้งานต่างๆ [2] ความสัมพันธ์ปรุงแต่งของตัวกลางเฟอร์ไรต์ไครัลสมมาตรแสดงได้ดังนี้สมการที่ (2.7)

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{bmatrix} \tag{2.7a}$$

$$\bar{\bar{\mu}} = \begin{bmatrix} \mu & j\mu_a & 0 \\ -j\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{bmatrix} \tag{2.7b}$$

โดยที่มีการไบแอสสนามแม่เหล็กสถิตในแนวแกน z และพารามิเตอร์ที่แสดงการเชื่อมต่อไขว้ระหว่างสนามไฟฟ้ากับสนามแม่เหล็กมีค่าดังนี้

$$\bar{\bar{\xi}} = -\bar{\bar{\zeta}} = j\bar{\bar{\mu}}\xi_c \tag{2.7c}$$

2.5 สรุป

ตัวกลางสามารถแบ่งออกได้เป็นกลุ่มต่างๆ ตามคุณสมบัติคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าตัวกลางไบแอนไอโซทรอปิกจัดเป็นตัวกลางกลุ่มหนึ่งที่ครอบคลุมตัวกลางอื่นๆและมีความแตกต่างไปจากตัวกลางชนิดอื่นๆโดยสามารถอธิบายได้ด้วยความสัมพันธ์ปรุงแต่งที่ใช้ในการอ้างถึงผลกระทบที่เกิดจากตัวกลางต่อคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า พารามิเตอร์ของความสัมพันธ์ปรุงแต่งของตัวกลางไบแอนไอโซทรอปิกนอกจากจะประกอบด้วยเทนเซอร์สภาพยอม เทนเซอร์ความซาบซึมได้แล้วยังประกอบด้วยเทนเซอร์การเชื่อมต่อไขว้ระหว่างสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจำนวน 2 ตัว

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย