บทที่ 2
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

เนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง และได้นำมาใช้

2.1 การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในกระบวนการผลิต (Failure Mode and Effect Analysis) [4]

FMEA (Failure Mode and Effect Analysis) เป็นการศึกษาถึงความล้มเหลวที่อาจเกิดขึ้น เพื่อจะระบุผลของมัน จุดประสงค์หลักของ FMEA คือเพื่อกำหนดแง่มุมของการออกแบบผลิตภัณฑ์ การผลิต หรือการปฏิบัติงาน ซึ่งมีความวิกฤตต่อการเกิดความล้มเหลวในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อที่จะลดความล้มเหลวนั้น

FMEA หรือ การวิเคราะห์ข้อบกพร่องและผลกระทบ เป็นเทคนิคทางวิศวกรรมตัวหนึ่ง ที่ถูกนำมาใช้เป็นเครื่องมือในการ ศึกษา วิเคราะห์ ถึงข้อบกพร่องที่อาจจะเกิดขึ้น หรือเกิดขึ้นแล้ว เพื่อ

1. ระบุไปถึงผลกระทบ และความรุนแรงของข้อบกพร่องเหล่านั้น จะนำไปสู่การบ่งชี้และระบุสาเหตุของข้อบกพร่องเหล่านั้น รวมถึงการพิจารณาอัตราการเกิดขึ้นของสาเหตุนั้น ๆ
2. ตรวจสอบการควบคุมในปัจจุบันว่า มีการควบคุมหรือป้องกันไม่ให้สาเหตุที่ถูกระบุมานั้นเกิดขึ้นได้อย่างไร มีประสิทธิภาพในการควบคุม ตรวจสอบ และป้องกันได้ดีเพียงไร
3. จัดลำดับความสำคัญและเร่งด่วนในการแก้ไขปัญหา
4. ทำการแก้ปัญหา (Corrective Action) สำหรับปัญหาและสาเหตุที่วิกฤต
5. รวบรวมแนวทางในการแก้ปัญหาโดยจัดเก็บเป็นลักษณะเอกสารเพื่อให้สามารถนำมาศึกษาถึงแนวทางการปฏิบัติที่ผ่านมา

จุดประสงค์หลักของ FMEA คือ การลดข้อบกพร่องต่าง ๆ ที่อาจจะเกิดขึ้น หรือเกิดขึ้นในการผลิต หรือการปฏิบัติงาน ซึ่งจำเป็นจะต้องใช้ประสบการณ์ ความสามารถและความเชี่ยวชาญจากแผนกต่าง ๆ เพื่อที่จะได้มาประชุมร่วมกันเพื่อระบุถึง

1. ข้อบกพร่อง
2. ผลกระทบ และความรุนแรง
3. สาเหตุ และอัตราการเกิด
4. วิธีการควบคุม และประสิทธิภาพในการควบคุม
5. แนวทางแก้ไข

FMEA มีหลายประเภท ขึ้นอยู่กับลักษณะการใช้งาน เช่น

System FMEA เป็นการวิเคราะห์แนวคิดของระบบ และระบบย่อย ก่อนขั้นตอนการออกแบบ

Design FMEA เป็นการวิเคราะห์ลักษณะความล้มเหลวและผลกระทบที่จะเกิดขึ้นจากความล้มเหลวนั้นในการใช้งานผลิตภัณฑ์ โดยผู้ออกแบบ (Design) จะต้องคำนึงว่า ในการใช้งานจริงนั้น จะเกิดความล้มเหลว (Failure) แบบใดขึ้นบ้าง และจะส่งผลกระทบไปยังชิ้นส่วนอื่น ๆ อย่างไร

Process FMEA เป็นการวิเคราะห์ลักษณะความล้มเหลวและผลกระทบที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิต หรือกระบวนการประกอบผลิตภัณฑ์

นอกจากนั้น ยังมีประเภทอื่นอีก เช่น Product FMEA หรือ System FMEA เป็นต้น

ขั้นตอนในการวิเคราะห์ FMEA

1. ระบุผลิตภัณฑ์หรือองค์ประกอบของระบบ หรือส่วนของกระบวนการ
2. ทำรายการ mode ของความล้มเหลวแต่ละส่วนนั้น
3. กำหนดผลที่แต่ละ mode ของความล้มเหลวจะมีต่อส่วนต่าง ๆ ในข้อ 1.
4. ทำรายการสาเหตุที่เป็นไปได้ของแต่ละ mode ของความล้มเหลว
5. ให้ประเมิน mode ของความล้มเหลวนั้นเป็นตัวเลข มีสเกล 1 – 10 อาจจะใช้ประสบการณ์หรือข้อมูลความเชื่อถืออื่นใด ร่วมกับวิจารณญาณเพื่อกำหนดค่าดังกล่าวให้กับ

   O : โอกาสในการเกิดความล้มเหลว (1 = low , 10 = high)

   S : ความร้ายแรงหรือความวิกฤตของความล้มเหลวนั้น (1 = low , 10 = high)

   D : ความยากลำบากในการค้นพบความเสียหายนั้นก่อนที่จะถึงมือลูกค้า
   (1 = ง่าย 10 = ยาก)

6. คำนวณผลคูณของ O x C x D ซึ่งจะเรียกค่านี้ว่า RPN (Risk Priority Number) ให้ทำการคำนวณทุก mode ของความล้มเหลว ค่า RPN จะแสดงถึงความเร่งด่วนเมื่อเทียบกับ mode อื่น ๆ
7. ให้ระบุการดำเนินการแก้ไข

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.2 การออกแบบการทดลองและการวิเคราะห์การทดลองเชิงสถิติ

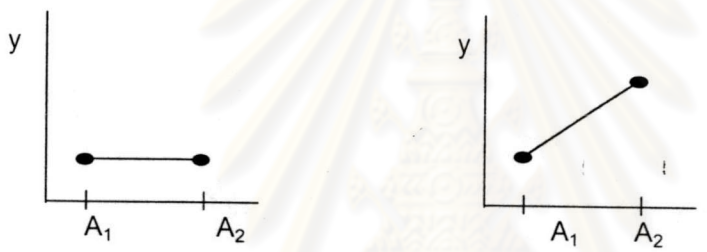
2.2.1 การออกแบบการทดลอง (Design of Experiment) [1]

หมายถึง การออกแบบการทดลองเพื่อตรวจสอบดูว่า ปัจจัย (Factor) ใด หรือตัวแปร (Input Variable) ใดที่มีผลต่อสิ่งที่ให้ความสำคัญ ในผลิตภัณฑ์ที่ออกมา โดยมีจุดมุ่งหมายดังนี้

1. เพื่อยืนยันข้อเท็จจริง (Confirmation) คือ การพิสูจน์ถึงข้อเท็จจริง หรือความเชื่อจากประสบการณ์ หรือทฤษฎีบางอย่างที่อธิบายเกี่ยวกับกระบวนการผลิต

2. เพื่อค้นหาข้อเท็จจริง (Exploration) คือ การศึกษาถึงอิทธิพลของเงื่อนไขใหม่ที่มีผลต่อกระบวนการ

การออกแบบการทดลองเพื่อวิเคราะห์ว่าปัจจัยใดมีผลต่อผลิตภัณฑ์หรือไม่ ต้องทำการเปลี่ยนแปลงระดับของปัจจัยอย่างน้อย 2 ระดับ แล้วทำการทดลอง จากนั้นจึงวิเคราะห์ผลการทดลอง ตัวอย่างเช่น ให้ y คือค่าPSA และ A คือ Arm Angle ซึ่งสามารถสรุปผลได้ดังกราฟตัวอย่าง ดังรูปที่ 2.1



(1) ปัจจัย A ไม่มีผลต่อผลิตภัณฑ์ (2) ปัจจัย A มีผลต่อผลิตภัณฑ์

รูปที่ 2.1 แสดงอิทธิพลที่ไม่มีผล และอิทธิพลที่มีผลของปัจจัยต่อผลิตภัณฑ์

2.2.2 ส่วนประกอบต่าง ๆ ของการทดลอง [1,7,8]

1. ทรีทเมนต์ (Treatment) คือ สิ่งหรือวิธีที่เราปฏิบัติต่อสิ่งทดลอง เพื่อวัดผลเปรียบเทียบตามวัตถุประสงค์ของการทดลอง

2. หน่วยทดลอง (Experiment Unit) เป็นมาตราหรือหน่วยซึ่งใช้วัดอิทธิพลของทรีทเมนต์ ซึ่งโดยคำจำกัดความแล้ว หมายถึง สิ่งหนึ่งหรือกลุ่มหนึ่งของสิ่งทดลองซึ่งได้รับทรีทเมนต์เดียวกันในการกระทำครั้งใดครั้งหนึ่ง หน่วยทดลองมีขนาดไม่จำกัด อาจผันแปรไปได้จากการทดลองหนึ่งไปสู่อีกการทดลองหนึ่ง แม้ว่าจะใช้สิ่งทดลองเหมือนกันก็ตาม ในการทำการทดลองแต่ละครั้งจึงต้องให้คำจำกัดความของหน่วยทดลองให้ชัดเจน

3. ปัจจัย (Factor) ได้แก่ กลุ่มของทรีทเมนต์ทั้งหลายที่มีความเกี่ยวข้องกัน อาจใช้คำว่าตัวแปรอิสระแทนก็ได้ ปัจจัยนั้นอาจเป็นได้ทั้งข้อมูลเชิงคุณภาพ และเชิงปริมาณ

ปัจจัยสามารถแบ่งออกได้เป็น

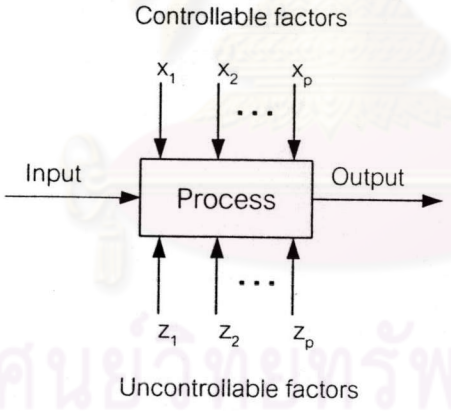
3.1) ปัจจัยที่ควบคุมได้ (Controllable Factors) หมายถึง ปัจจัยที่สามารถกำหนดค่าของปัจจัยนั้นได้ในการดำเนินการทดลอง

3.2) ปัจจัยที่ควบคุมไม่ได้ (Uncontrollable Factors) หมายถึง ปัจจัยที่ไม่สามารถกำหนดค่าของปัจจัยนั้นได้ อาจจะเนื่องมาจากมีข้อจำกัดทางด้านเทคโนโลยีและต้นทุน ปัจจัยที่ไม่สามารถควบคุมได้ แบ่งออกเป็น

3.2.1) ตัวแปรรบกวน (Noise Variable) หรือ Background Variable ซึ่งหมายถึง ตัวแปรที่มีผลต่อตัวแปรตอบสนอง (Response Variable) ในการทดลองแต่ไม่ใช่ปัจจัยที่เรากำลังทำการศึกษา ส่วนใหญ่มักได้แก่ เวลา หรือเครื่องมืออุปกรณ์ เป็นต้น

3.2.2) Nuisance Variable คือ ตัวแปรที่มีผลต่อตัวแปรตอบสนอง แต่เราไม่ทราบมาก่อน เราสามารกำจัดอิทธิพลของ Nuisance Variable ได้โดยการสุ่ม

4. ตัวแปรตอบสนอง (Response Variable) คือ ตัวแปรที่ถูกสังเกตหรือวัดค่าในการทดลอง เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ตัวแปรตาม ซึ่งเป็นตัวแปรที่สะท้อนให้เห็นถึงอิทธิพลของตัวแปรอิสระนั่นเอง ในการทดลองหนึ่ง ๆ อาจวัดค่าตัวแปรตามมากกว่า 1 ก็ได้ การเลือกตัวแปรตามที่ดีควรพิจารณาจากความไว (Sensitivity) ความเชื่อถือได้ (Reliability) การแจกแจงของตัวแปรนั้นและความเป็นไปได้ในทางปฏิบัติ นอกจากนี้ ในการเลือกตัวแปรตามจะต้องพิจารณาว่า ค่าสังเกตที่ได้จากทรีทเมนต์หนึ่ง ๆ ควรมีการแจกแจงแบบปกติโดยประมาณ ซึ่งข้อสมมุติในเรื่องความเป็นปกติ (Normality) นี้ เป็นสิ่งจำเป็นในการออกแบบการทดลอง ซึ่งอาจจะใช้การแปลงข้อมูล (Tranformation) ค่าสังเกตที่มีการแจกแจงไม่ปกติเป็นแบบปกติได้



รูปที่ 2.2 แสดงปัจจัย และพารามิเตอร์ของกระบวนการ

2.2.3 ลำดับขั้นการออกแบบและวิเคราะห์การทดลอง

การทดลองต่าง ๆ จะต้องมีขั้นตอนของการทดลองดังนี้ คือ

1. การนิยามปัญหา (Recognition of and statement of the problem) เป็นการระบุว่า ความต้องการในการผลิตคืออะไร และต้องการรู้อะไรบ้างในการผลิต ซึ่งการนิยามปัญหานี้ จะเกี่ยวโยงไปถึงวัตถุประสงค์ของการทดลอง

2. การเลือกปัจจัย และระดับของปัจจัย (Choice of factors , levels , and ranges) เป็นการใช้หลักการทางทฤษฎี และประสบการณ์จากงานวิจัยต่าง ๆ เพื่อระบุว่าปัจจัยใดบ้างที่น่าจะมีผลต่อ

การทดลอง และในแต่ละปัจจัยนั้น ควรจะมีช่วงในการทดลองอย่างไร สุดท้ายคือ ระบุว่าระดับที่ใช้เป็นแบบกำหนด (Fixed Effect) แบบสุ่ม (Random Effect) หรือแบบผสม ซึ่งสามารถอธิบายได้พอเป็นสังเขปดังนี้

2.1) แบบกำหนด (Fixed Effect) หมายถึง ระดับของปัจจัยที่สามารถควบคุมหรือกำหนดค่าได้แน่นอน

2.2) แบบสุ่ม (Random Effect) หมายถึง ระดับของปัจจัยที่ไม่สามารถควบคุมหรือกำหนดค่าของปัจจัยได้แน่นอน

2.3) แบบผสม (Mixed Effect) หมายถึง การผสมผสานระดับของปัจจัยที่เป็นทั้งแบบกำหนด และแบบสุ่ม

3. การเลือกตัวแปรตอบสนอง (Selection of the response variable) ในการเลือกตัวแปรตอบสนอง ผู้วิจัยจะต้องเลือกตัวแปรที่สามารถให้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการศึกษา และการวัดค่านั้นจะต้องมีความแม่นยำและถูกต้องด้วย

4. การเลือกแบบการทดลอง (Choice of experimental design) เมื่อกำหนดทรีทเมนต์และตัวแปรตอบสนองแล้ว ต้องทำการตัดสินใจเกี่ยวกับขนาดของการทดลอง ซึ่งหมายถึงจำนวนซ้ำของการทดลอง ความเหมาะสม ข้อจำกัดในการสุ่ม และการบล็อกที่เกี่ยวข้อง ทั้งนี้ต้องนำมาเกี่ยวโยงกันในด้านความเสี่ยง และต้นทุนที่ใช้ในการทดลองสำหรับการเลือกปัจจัย

5. ดำเนินการทดลอง (Performing the experiment) ในระหว่างการดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยจะต้องศึกษาดูแลอย่างใกล้ชิด ปฏิบัติตามหลักการที่ได้ออกแบบไว้ ข้อควรระวังในขณะทำการทดลอง คือ ความถูกต้องของเครื่องมือวัด และความสม่ำเสมอในการทดลอง เพื่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด ซึ่งจะมีเทคนิคแตกต่างกันไปในแต่ละสาขาวิจัย

6. การวิเคราะห์ข้อมูล (Statistical analysis of data) ในการวิเคราะห์ข้อมูล จะใช้ความรู้ทางด้านสถิติเข้ามาวิเคราะห์และสรุปผล รวมทั้งตัดสินความถูกต้องของข้อมูลที่เกิดขึ้น ก่อนที่จะตีความข้อมูลและวิธีการทางสถิติไม่สามารถบอกได้ว่าปัจจัยมีผล (Effect) เท่าใดแน่นอน แต่เป็นเพียงเครื่องมือที่ให้แนวทางในการวิเคราะห์ภายใต้ความเชื่อมั่นเป็นเปอร์เซนต์ในการสรุปผล

7. สรุปผลและข้อเสนอแนะ (Conclusions and recommendations) เมื่อทำการวิเคราะห์ข้อมูลแล้วจะต้องสรุปผลการวิเคราะห์ อาจแสดงในรูปกราฟ ตาราง แผนภูมิ ฯลฯ และให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงกระบวนการผลิตให้ดีขึ้น

2.2.4 หลักในการออกแบบการทดลอง [7,8]

1. การทำแบบสุ่ม (Randomization) คือ เทคนิคการจัดหน่วยทดลองให้แก่ทรีทเมนต์ หรือจัดหน่วยทรีทเมนต์ให้แก่หน่วยทดลอง โดยให้แต่ละหน่วยทดลองมีโอกาสที่จะได้รับทรีทเมนต์ใดทรีทเมนต์หนึ่งเท่า ๆ กัน

วัตถุประสงค์ของการสุ่มมีดังนี้

1.1) เพื่อขจัดอคติ หรือความเอนเอียงของผู้ทดลอง และเพื่อให้แน่ใจได้ว่าทรีทเมนต์ต่าง ๆ จะไม่ได้เปรียบและเสียเปรียบกันในเรื่องที่เกี่ยวกับการทดลอง การสุ่มจึงเป็นการประกันว่าจะไม่มีอคติใด ๆ เกิดขึ้นในการทดลอง

1.2) การวิเคราะห์และทดสอบทางสถิตินั้นมีข้อกำหนดว่า ความคลาดเคลื่อน (Error) จะต้องเกิดขึ้นโดยสุ่มเป็นอิสระต่อกัน การสุ่มจึงเป็นการทำให้ข้อมูลเป็นไปตามข้อกำหนดเหล่านี้ ทั้งนี้การสุ่มจะช่วยขจัด หรือเฉลี่ยความผันแปรภายนอกที่ควบคุมไม่ได้ให้เกิดขึ้นกับหน่วยทดลองด้วยโอกาสเท่า ๆ กัน

การทำแบบสุ่มยังสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 วิธี คือ

1.2.1) การทำแบบสุ่มสมบูรณ์ (Complete Randomization)

1.2.2) การทำแบบสุ่มอย่างง่าย (Simple Randomization)

1.2.3) การทำแบบสุ่มแบบสมบูรณ์ภายในบล็อก (Complete Randomization within Blocks)

2. การทำซ้ำ (Replication) คือ การที่ทรีทเมนต์หนึ่งกระทำต่อหน่วยทดลองมากกว่า 1 หน่วยทดลอง โดยมีจุดประสงค์ของการทำซ้ำ คือ

2.1) การทำซ้ำทำให้สามารถประมาณค่าความคลาดเคลื่อนในการทดลองได้ เพื่อนำค่าความผันแปรภายในกลุ่มนี้มาเป็นตัวทดสอบว่าทรีทเมนต์มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญในทางสถิติหรือไม่

2.2) เพิ่มความเที่ยง (Precision) ของการทดลองโดยการช่วยลดขนาดของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ย ซึ่ง

$$\sigma_{\bar{y}} = \sqrt{\sigma^2 / n}$$

จะเห็นว่า การเพิ่มจำนวนซ้ำ (n) จะช่วยลดค่า $\sigma_{\bar{y}}$ ได้

3. การบล็อก (Blocking) คือ การจัดกลุ่มทำการเก็บข้อมูลเป็นช่วง เพื่อลดผลจากปัจจัยที่ควบคุมไม่ได้ แต่ไม่จำเป็นที่ต้องทำเสมอไป

2.2.5 การเลือกแบบการทดลอง [1,7,8]

1. แผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ (Completely Randomized Design : CRD)

เป็นแผนการทดลองแบบที่ง่ายที่สุด เหมาะสมกับการทดลองที่ไม่สามารถแยกได้ว่า หน่วยทดลองที่นำมาใช้นั้นมีลักษณะแตกต่างกันอย่างไรก่อนการทดลอง การวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับแผนการทดลองนี้จะแยกสาเหตุของความผันแปรของข้อมูลทั้งหมดว่า เนื่องมาจากอิทธิพลของทรีทเมนต์แต่เพียงอย่างเดียว ไม่มีสาเหตุจากปัจจัยอื่นอีก จึงเรียกข้อมูลนี้ว่า ข้อมูลแบบแจกแจงทางเดียว (One-Way Classification)

ตามแผนการทดลองนี้แสดงว่า เมื่อหน่วยทดลองได้รับทรีทเมนต์ที่ต้องการทดสอบแล้ว ความแตกต่างของข้อมูลที่เก็บได้จากแต่ละหน่วยทดลองจะต้องเกิดจากอิทธิพลของทรีทเมนต์ที่ต่าง

กันเท่านั้น ดังนั้น เพื่อให้แผนการทดลองนี้มีประสิทธิภาพสูงสุด หน่วยทดลองที่นำมาใช้จึงควรมีลักษณะที่สม่ำเสมอหรือคล้ายคลึงกันมากที่สุด (Homogenous) หรือมีความผันแปรระหว่างหน่วยทดลองน้อยที่สุด หลักสำคัญของแผนการทดลองนี้คือ การจัดทรีทเมนต์ให้กับหน่วยทดลอง หรือจัดหน่วยทดลองให้แก่ทรีทเมนต์จะต้องเป็นไปโดยสุ่ม ไม่มีข้อจำกัดเกี่ยวกับการสุ่ม

1.1) ข้อดีและข้อเสีย

<u>ข้อดี</u>

1 เป็นแผนการทดลองที่จัดง่าย

2 ให้ค่าองศาแห่งความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อน (Degree of freedom for error) สูงสุด

3 วิธีการวิเคราะห์ง่ายที่สุดในบรรดาแผนการทดลองทั้งหลาย

4 ในแต่ละทรีทเมนต์ ถึงแม้ว่าจะมีจำนวนซ้ำไม่เท่ากัน ก็ไม่ทำให้การวิเคราะห์มีความซับซ้อนแต่อย่างใด

<u>ข้อเสีย</u>

1 มีข้อจำกัดว่าจะใช้ได้อย่างเหมาะสมเมื่อมีจำนวนทรีทเมนต์น้อย ๆ หากมีทรีทเมนต์จำนวนมากแล้ว จำเป็นต้องใช้หน่วยทดลองมากขึ้นอาจไม่สามารถกระทำได้

2 ใช้กับหน่วยทดลองที่มีความสม่ำเสมอ

3 ไม่สามารถตรวจสอบอิทธิพลของกิริยาร่วมได้ (Interaction effect)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1.2) โครงรูปข้อมูล

สมมุติให้ การทดลองมี a ทรีทเมนต์ (หรือ a ระดับ)

n คือ จำนวนค่าสังเกตในแต่ละทรีทเมนต์

Y_{ij} คือ ค่าสังเกตที่ j เมื่อได้รับทรีทเมนต์ i

Treatment

1	2	...	i	...	a	
y_{11}	y_{21}		y_{i1}		y_{a1}	
y_{12}	y_{22}		y_{i2}		y_{a2}	
y_{13}	y_{23}		y_{i3}		y_{a3}	
.	.		.		.	
.	.		.		.	
.	.		.		.	
y_{1n}	y_{2n}		y_{in}		y_{an}	
Totals $y_{1.}$	$y_{2.}$	...	$y_{i.}$		$y_{a.}$	$y_{..}$ = Grand Total
Sample means $\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$	...	$\bar{y}_{i.}$		$\bar{y}_{a.}$	$\bar{y}_{..}$ = Grand mean

ตัวแบบทางสถิติของแผนการทดลองนี้ คือ

$$Y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad ; \quad i = 1,2,\ldots,a$$

$$j = 1,2,\ldots,n$$

โดยที่ Y_{ij} คือ ค่าสังเกตที่ j เมื่อได้รับทรีทเมนต์ i

μ คือ ค่าเฉลี่ยรวมของทุกประชากร

τ_i คือ อิทธิพลอันเกิดจากทรีทเมนต์ i

ε_{ij} คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่ม

2.แผนการทดลองแบบบล็อกสุ่มสมบูรณ์ (Randomized Complete Block Design : RCB)

ในบางการทดลองอาจประสบปัญหาเกี่ยวกับหน่วยทดลองที่ใช้ไม่มีความสม่ำเสมอ ทำให้การใช้แผนการทดลองแบบสุ่มตลอดไม่มีประสิทธิภาพเท่าที่ควรจะเป็น เนื่องจากความผันแปรของข้อมูลจะไม่ใช่ผลของทรีทเมนต์เพียงอย่างเดียว แต่ยังมีความผันแปรที่เกิดจากหน่วยทดลองรวมอยู่ด้วย ซึ่งความผันแปรส่วนหลังนี้จะไปรวมอยู่กับความคลาดเคลื่อนของการทดลอง ทำให้ยอดรวมของผลบวกของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนมีค่าสูงขึ้น มีผลต่อการทดสอบทำให้ผิดพลาดได้ ดังนั้นจึงต้องพยายามแยกผลอันเกิดจากอิทธิพลอื่นที่ไม่ใช่ทรีทเมนต์ออกจากความแปรปรวนทั้งหมด

เพื่อให้แน่ใจว่าผลที่นำมาวิเคราะห์นั้นเป็นอิทธิพลของทรีทเมนต์ (Treatment Effect) แต่เพียงอย่างเดียว

แผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อก เป็นวิธีหนึ่งในหลาย ๆ วิธีของการจำแนกแบบ 2 ทาง (Two-Way Classification) จะใช้เมื่อหน่วยทดลองมีความแตกต่างกัน 2 ลักษณะ คือ ทางแนวนอน (Row) และแนวตั้ง (Column) มีหลักการคือ พยายามจัดหน่วยทดลองที่มีความคล้ายคลึงกันให้อยู่ในกลุ่มเดียวกัน ซึ่งจะเรียกว่าบล็อก ดังนั้นความแปรปรวนระหว่างหน่วยทดลองในบล็อกเดียวกันจึงมีค่าต่ำและให้ความแตกต่างระหว่างบล็อกมีค่าสูง ในแต่ละบล็อกจะมีครบทุกทรีทเมนต์ การจะให้ทรีทเมนต์ใดแก่หน่วยทดลองใดภายในแต่ละบล็อกกระทำโดยสุ่ม กรณีนี้จะทำให้เราแยกความแตกต่างระหว่างบล็อกออกมาจากยอดรวมของผลบวกของกำลังสองได้

2.1) ข้อดีและข้อเสีย

<u>ข้อดี</u>

1.ไม่มีข้อจำกัดเกี่ยวกับจำนวนทรีทเมนต์หรือบล็อก 2.ถ้าหากจำเป็นที่จะต้องมีซ้ำสำหรับทรีทเมนต์ใดก็อาจเพิ่มหน่วยทดลองเป็นสองหรือมากกว่านั้นในแต่ละบล็อก

3.กรณีที่ข้อมูลในบล็อกใดหรือทรีทเมนต์ใดใช้ไม่ได้หรือสูญหายไปสามารถละเว้นได้โดยไม่ก่อให้เกิดความยุ่งยากในการคำนวณวิเคราะห์สำหรับส่วนข้อมูลที่เหลือ

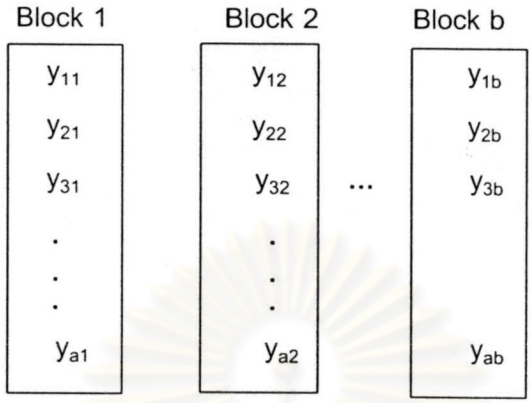
<u>ข้อเสีย</u>

1.ถ้าหน่วยทดลองในแต่ละบล็อกมีความผันแปรมากความผันแปรที่เกิดขึ้นจากการทดลองย่อมมากตามกรณีนี้มักเกิดขึ้นถ้าไม่สามารถควบคุมหน่วยทดลองภายในบล็อกให้สม่ำเสมอตลอดได้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.2) โครงรูปข้อมูล

สมมติให้การทดลองมี a ทรีทเมนต์ และ b บล็อก ตามแผนภาพจะเห็นว่ามีค่าสังเกต 1 ค่าต่อ 1 ทรีทเมนต์ในแต่ละบล็อก



ตัวแบบทางสถิติของแผนการทดลองนี้ คือ

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} \quad ; \quad i = 1, 2, \ldots, a$$
$$j = 1, 2, \ldots, b$$

โดยที่ Y_{ij} คือ ค่าสังเกตที่ j เมื่อได้รับทรีทเมนต์ i

μ คือ ค่าเฉลี่ยรวมของทุกประชากร

τ_i คือ อิทธิพลอันเกิดจากทรีทเมนต์ i

β_j คือ อิทธิพลอันเกิดจากบล็อกที่ j

ε_{ij} คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่ม

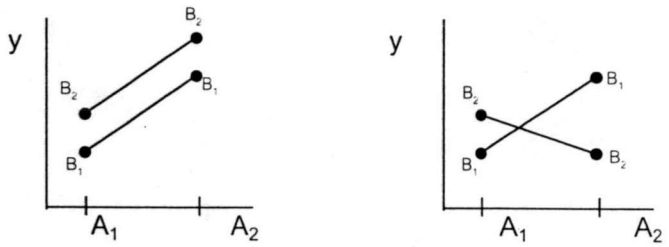
3. แผนการทดลองแบบแฟคตอเรียล (Factorial Experiment)

เป็นการทดลองที่มุ่งศึกษาถึงอิทธิพลของปัจจัยมากกว่าหนึ่งปัจจัยพร้อม ๆ กัน โดยให้ความสนใจที่อิทธิพลร่วมของปัจจัยซึ่งเป็นอิทธิพลที่ส่งผลให้กับตัวแปรตอบสนอง

โดยทั่วไปแล้วอาจกล่าวได้ว่าการทดลองแบบแฟคตอเรียล เป็นแผนการทดลองที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดในการตรวจสอบอิทธิพลของหลาย ๆ แฟกเตอร์พร้อมกัน คำว่า แฟกตอเรียล หมายถึงการทดลองที่สมบูรณ์ในแต่ละครั้ง หรือแต่ละซ้ำของการทดลองนั้น กล่าวคือมีการใช้ระดับของแฟกเตอร์ต่าง ๆ ร่วมกัน จึงสามารถตรวจสอบอิทธิพลต่าง ๆ ในการทดลองครั้งหนึ่ง ๆ ได้พร้อมกัน เช่น ถ้าแฟกเตอร์ A มี a ระดับ แฟกเตอร์ B มี b ระดับ แต่ละซ้ำจะมี ab treatment combination แบ่งได้ 2 ประเภท คือ

อิทธิพลหลัก (Main Effect) คือ อิทธิพลของปัจจัยที่แสดงต่อตัวแปรตอบสนองด้วยตัวของมันเองเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของปัจจัยเกิดขึ้น

อิทธิพลร่วม (Interaction Effect) คือ อิทธิพลของปัจจัยหนึ่งที่จะเปลี่ยนไปเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของปัจจัยร่วมกัน



(1) อิทธิพลของปัจจัยร่วมไม่มีผล (2) อิทธิพลของปัจจัยร่วมมีผล

<u>รูปที่ 2.3</u> แสดงอิทธิพลของปัจจัยร่วมที่ไม่มีผล และมีผล

การทดลองแบบแฟคตอเรียลนั้น เป็นการประกอบกันของทรีทเมนต์ ไม่ใช่ชนิดของแผนการทดลอง การประกอบกันของทรีทเมนต์นี้อาจใช้ในแผนการทดลองแบบใด ๆ ก็ได้ เช่น การทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ แบบสุ่มบล็อก หรือจัตุรัสลาตินก็ได้

3.1) ข้อดีและข้อเสีย

<u>ข้อดี</u>

1.เป็นการใช้หน่วยทดลองทั้งหมดเพื่อตรวจสอบอิทธิพลของทรีทเมนต์หลาย ๆ ทรีทเมนต์พร้อมกันได้จึงเป็นการประหยัดและเสียเวลาน้อยลงกว่าการทดสอบครั้งละ 1 แฟกเตอร์

2.ทำให้สามารถตรวจสอบอิทธิพลของกิริยาร่วมระหว่างแฟกเตอร์ได้ จึงช่วยในการสรุปผลได้กว้างขวางกว่าการทดลองครั้งละ 1 แฟกเตอร์

<u>ข้อเสีย</u>

1.เนื่องจากมี treatment combination จึงต้องใช้หน่วยทดลองมากขึ้น จึงอาจมีข้อจำกัดเกี่ยวกับจำนวนหน่วยทดลอง

2.ในกรณีที่มีกิริยาร่วมเกิดขึ้น อาจทำให้การสรุปผลเป็นภาษาที่เข้าใจง่ายได้ยาก

3.ถ้าจำนวนปัจจัยมีมาก ขนาดของการทดลองก็จะใหญ่ขึ้น ซึ่งเป็นการเสียค่าใช้จ่ายสูง และการหาวัตถุทดลองที่มีความสม่ำเสมอจำนวนมากก็เป็นไปได้ยาก

3.2) โครงรูปข้อมูล

สมมติการทดลองปัจจัย A มี i ระดับ (i = 1,2,...,a) และปัจจัย B มี j ระดับ (j = 1,2,...,b) ทำการทดลอง k ซ้ำ (k = 1,2,...,n) การทดลองแฟคตอเรียลของปัจจัย 2 ปัจจัยสามารถแสดงได้ดังนี้

Factor B

Factor A	1	2	...	b
1	$y_{111}, y_{112}, \cdots, y_{11n}$	$y_{121}, y_{122}, \cdots, y_{12n}$		$y_{1b1}, y_{1b2}, \cdots, y_{1bn}$
2	$y_{211}, y_{212}, \cdots, y_{21n}$	$y_{221}, y_{222}, \cdots, y_{22n}$		$y_{2b1}, y_{2b2}, \cdots, y_{2bn}$
...				
a	$y_{a11}, y_{a12}, \cdots, y_{a1n}$	$y_{a21}, y_{a22}, \cdots, y_{a2n}$		$y_{ab1}, y_{ab2}, \cdots, y_{abn}$

ตัวแบบทางสถิติของแผนการทดลองนี้ คือ

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad ; \quad i = 1, 2, \ldots, a$$
$$j = 1, 2, \ldots, b$$
$$k = 1, 2, \ldots, n$$

โดยที่ Y_{ij} คือ ค่าสังเกตที่ j เมื่อได้รับทรีทเมนต์ i

μ คือ ค่าเฉลี่ยรวมของทุกประชากร

τ_i คือ อิทธิพลของปัจจัย A ที่เกิดจากทรีทเมนต์ที่ i

β_j คือ อิทธิพลของปัจจัย B ที่เกิดจากทรีทเมนต์ที่ j

$(\tau\beta)_{ij}$ คือ อิทธิพลร่วมของปัจจัย A ที่เกิดจากทรีทเมนต์ที่ i และปัจจัย B ที่เกิดจากทรีทเมนต์ที่ j

ε_{ij} คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่ม

แผนการทดลองแบบแฟคตอเรียลทั่วไปมีรูปแบบ คือ A x B x C .... แฟคตอเรียล เช่น แฟคตอเรียล 3x2x3 รูปแบบของแผนการทดลองแบบแฟคตอเรียลที่สำคัญได้แก่

1. 2^k แฟคตอเรียล ใช้กับการทดลองหลายปัจจัย ที่กำหนดระดับของปัจจัยไว้ 2 ระดับ ในปัจจัยทั้งหมด k ปัจจัย

2. 3^k แฟคตอเรียล ใช้กับการทดลองหลายปัจจัย ที่กำหนดระดับของปัจจัยไว้ 3 ระดับ ในปัจจัยทั้งหมด k ปัจจัย

2^kแฟคตอเรียลเหมาะสมกับรูปแบบที่มีความเป็นเส้นตรงซึ่งจะทำให้สามารถตีความข้อมูลได้อย่างถูกต้อง แต่ถ้าหากว่าอิทธิพลของปัจจัยต่อตัวแปรตอบสนองมีความเป็นเส้นตรงไม่ดีแล้ว ใช้แบบ 3^k แฟคตอเรียล แทนจะเหมาะสมกว่า

2.2.6 หลักการทางสถิติที่จำเป็นในการวิเคราะห์ข้อมูล [1,8]

1. การทดสอบสัมประสิทธิ์ของการตัดสินใจ (R – Square)

เป็นการวิเคราะห์ว่าการออกแบบที่ได้ออกแบบขึ้นมาใช้ในการทดลองมีความเหมาะสมเพียงใด ซึ่งในการทดลองทุกครั้งจะต้องมีความผันแปรที่อธิบายไม่ได้ (Unexplained Variable) หรือ ความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นเสมอ การออกแบบการทดลองที่ดี จะต้องทำให้เกิดความผันแปรที่อธิบายไม่ได้น้อยที่สุด

$$\text{สัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R – Square)} = \frac{\text{ความผันแปรที่อธิบายได้}}{\text{ความผันแปรทั้งหมด}} \times 100\ \%$$

ถ้าค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R – Square) ต่ำสามารถแก้ไขได้โดย

1.1) เพิ่มจำนวนซ้ำในการทดลอง

1.2) ตรวจสอบหาปัจจัยอื่นที่เกี่ยวข้องแล้วออกแบบการทดลองใหม่

1.3) ถ้าทำการเพิ่มปัจจัยอื่นแล้ว ค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ (R – Square) ยังต่ำอยู่ แสดงว่าผลจากปัจจัยรบกวน (Noise Factor) มีมาก ต้องทำการบล็อก (Blocking) เพื่อลดปัจจัยรบกวน

2. การตรวจสอบความถูกต้องของรูปแบบ (Model Adequacy Checking)

จากสมการ $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$

ซึ่ง μ คือ ค่าเฉลี่ย

τ คือ อิทธิพลที่เกิดจากปัจจัย

ε คือ ความคลาดเคลื่อน

ในการออกแบบการทดลองส่วนใหญ่ มักจะตั้งสมมติฐานในการวิเคราะห์จากการที่ y (ตัวแปร) มีการกระจายแบบแจกแจงปกติ (Normal Distribution) ดังนั้น y จะมีการกระจายแบบนี้ได้ต้องให้ ε มีการกระจายแบบปกติด้วย และต้องเป็นการกระจายที่เป็นอิสระ $\varepsilon_{ij} \sim NID \quad (0, \sigma^2)$

การตรวจสอบ ε_{ij} มี 3 ขั้นตอน คือ

2.1) การตรวจสอบการกระจายว่าเป็นแบบแจกแจงปกติ (Normal distribution) หรือไม่ โดยใช้

1.การทดสอบแบบไคร์สแควร์ (χ^2 – Goodness of Fit Test)

2.การทดสอบแบบโคโมโกรอฟ–สเมอร์นอฟ (Kolgomorov–Smirnov Test)

3.การทดสอบโดยใช้กระดาษตรวจสอบการแจกแจงปกติ (NOPP)

2.2) การตรวจสอบความเป็นอิสระ (Independent) โดยใช้แผนภูมิการกระจาย (Scatter Plot) แล้วดูลักษณะการกระจายของจุดที่แทนข้อมูลบนแผนภูมิ ว่าเป็นรูปแบบอิสระหรือไม่

2.3) การตรวจสอบความเสถียรของความแปรปรวน (Variance Stability) โดยใช้แผนภูมิการกระจาย ซึ่งเป็นแผนภูมิการกระจายค่าความคลาดเคลื่อน (Residual) ในแต่ละระดับของ

ปัจจัย ถ้ารูปร่างของการกระจายของข้อมูลที่ออกมาไม่เป็นลักษณะของการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของความแปรปรวน (Megaphone) แสดงว่าข้อมูลมีความเสถียรของความแปรปรวน

3. การทดสอบสมมติฐาน (Hypothesis Testing)

การทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติ เป็นถ้อยแถลงที่เกี่ยวกับความน่าจะเป็นของตัวแปรแบบสุ่มที่มีความสัมพันธ์กับค่าพารามิเตอร์ที่มากกว่าหรือเท่ากับหนึ่งค่าพารามิเตอร์ โดยสมมติฐานแบ่งได้เป็น 2 ชนิด คือ

3.1) สมมติฐานที่กำหนด (Null Hypothesis) เป็นข้อสงสัยหรือข้อสมมติเกี่ยวกับลักษณะต่าง ๆ ในประชากรที่ต้องการจะพิสูจน์ว่าจริงหรือไม่ โดยใช้สัญลักษณ์ H_0

3.2) สมมติฐานแย้ง (Alternative Hypothesis) เป็นข้อความหรือความคิดเกี่ยวกับพารามิเตอร์ที่หวังว่าจะเป็น โดยจะต้องมีความหมายที่แย้งกับสมมติฐานที่กำหนดโดยชัดเจน โดยใช้สัญลักษณ์ H_1

โดยโอกาสหรือความน่าจะเป็นที่จะทำการปฏิเสธสมมติฐานที่กำหนด (Reject H_0) จะถูกกำหนดโดยระดับนัยสำคัญ ซึ่งเป็นโอกาสหรือความน่าจะเป็นที่น้อยมากที่ค่าพารามิเตอร์จะตกอยู่ในช่วงของการปฏิเสธสมมติฐานเมื่อสมมติฐานเป็นจริง โดยทั่วไปมักจะทำการเปลี่ยนช่วงของการปฏิเสธสมมติฐานหรือระดับความมีนัยสำคัญเป็นค่าวิกฤติ เพื่อใช้ในการเปรียบเทียบหรือใช้ในการตัดสินใจว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานที่กำหนด

การตัดสินใจที่จะยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานที่กำหนด อาจเกิดความผิดพลาดได้ 2 กรณี คือ

1.ความผิดพลาดที่เกิดจากการปฏิเสธสมมติฐานที่กำหนดโดยที่สมมติฐานที่กำหนดมีความถูกต้องหรือมีความเป็นจริง เรียกว่า ความผิดพลาดแบบที่ 1 (Type I error) ซึ่งความผิดพลาดนี้คือ ระดับความมีนัยสำคัญในการตรวจสอบสมมติฐาน

2.ความผิดพลาดที่เกิดจากการยอมรับสมมติฐานที่กำหนดโดยที่สมมติฐานที่กำหนดมีความไม่ถูกต้องหรือไม่มีความจริง เรียกว่า ความผิดพลาดแบบที่ 2 (Type II error) ซึ่งสามารถสรุปได้ดังตารางที่ 2.1

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 2.1 การตัดสินใจในการทดสอบสมมติฐาน

สมมติฐานที่กำหนด	สมมติฐานที่กำหนด มีความถูกต้อง	สมมติฐานที่กำหนด ไม่มีความถูกต้อง
ยอมรับ	การตัดสินใจถูกต้อง	ความผิดพลาดแบบที่ 2
ปฏิเสธ	ความผิดพลาดแบบที่ 1	การตัดสินใจถูกต้อง

โอกาสหรือความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดแบบที่ 1 และแบบที่ 2 สามารถแสดงได้ดังนี้

α = P (ความผิดพลาดแบบที่ 1)

= P (การปฏิเสธสมมติฐานที่กำหนด : สมมติฐานที่กำหนดถูกต้อง)

β = P (ความผิดพลาดแบบที่ 2)

= P (การยอมรับสมมติฐานที่กำหนด : สมมติฐานที่กำหนดไม่ถูกต้อง)

โดย $1 - \beta$ = อำนาจของการทดสอบ

= P (การปฏิเสธสมมติฐานที่กำหนด : สมมติฐานที่กำหนดถูกต้อง)

2.2.7 การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance ; ANOVA) [1,8]

ภายหลังจากที่ได้ออกแบบการทดลอง และทำการทดลองแล้ว งานขั้นต่อไปก็คือ การนำข้อมูลที่รวบรวมได้จากการทดลองมาวิเคราะห์ เพื่อทดสอบนัยสำคัญทางสถิติหรือหาแนวโน้มต่อไป โดยใช้หลักการของ ANOVA หรือการถดถอย

การวิเคราะห์ความแปรปรวนเป็นวิธีการคำนวณแบบเลขคณิต โดยการแยกผลรวมกำลังสองทั้งหมด (Total Sum of Square ; SST) ออกเป็นส่วนต่าง ๆ ตามแหล่งกำเนิดหรือสาเหตุ โดยจะวิเคราะห์ว่าปัจจัยใดมีอิทธิพลต่อการทดลองโดยพิจารณาความแตกต่าง โดยวัดความแตกต่างรวมออกมาในรูปของความแปรปรวนแล้วแตกออกมาเป็นความแตกต่างย่อย ทำการเปรียบเทียบความแตกต่างย่อยเหล่านั้น หากความแตกต่างใดมีค่ามากกว่า แสดงว่าปัจจัยนั้นทำให้เกิดความแตกต่าง โดยมีผลต่อค่าเฉลี่ยกำลังสอง (Mean Square ; MS) ซึ่งเป็นตัวที่ประมาณค่าความแปรปรวนที่ดีที่สุด ซึ่ง

$$MS = \frac{SS}{df}$$

เมื่อ SS คือ ผลรวมกำลังสอง (Sum of Square)

df คือ ขั้นของความอิสระ (Degree of Freedom)

สามารถอธิบายการวิเคราะห์ความแปรปรวนของแต่ละแบบการทดลองได้ดังนี้

1. การทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ (Completely Randomized Design : CRD)

เราจะแยกความแปรปรวนทั้งหมดออกเป็น 2 ส่วน คือ ความแปรปรวนเนื่องจากการให้ทรีทเมนต์ต่างกัน และความแปรปรวนเนื่องจากความคลาดเคลื่อนของการทดลอง

ตัวอย่างการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบที่มีอิทธิพลเป็นค่าคงที่ (Fixed Effect Model)

ตัวแบบ : $Y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$; $i = 1,2,\ldots,a$

$j = 1,2,\ldots,n$

โดยที่ Y_{ij} คือ ค่าสังเกตที่ j เมื่อได้รับทรีทเมนต์ i

μ คือ ค่าเฉลี่ยรวมของทุกประชากร

τ_i คือ อิทธิพลอันเกิดจากทรีทเมนต์ i

ε_{ij} คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่ม

ในการวิเคราะห์จะทำโดยการแบ่งความผันแปรทั้งหมดของค่าสังเกตออกเป็นส่วน ๆ โดยจะกำหนดความผันแปรทั้งหมดของค่าสังเกตในรูปของผลรวมกำลังสองทั้งหมด (The Total Sum of Squares) SST โดยที่

$$SST = (\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}^2) - (Y_{..}^2 / N)$$

$$SSTr = (\sum_{i=1}^{a} Y_{i.}^2 / n) - (Y_{..}^2 / N)$$

$$SSE = SST - SSTr$$

ซึ่งรายละเอียดต่าง ๆ ของผลรวมกำลังสองของแต่ละตัวได้แสดงไว้ในตารางที่ 2.2 โดยที่ถ้าหากค่า $F_0 \leq F_{\alpha, v1, v2}$ แล้ว ถือว่าปัจจัยนั้นไม่มีผล สามารถยอมรับ Null Hypothesis ได้

ตารางที่ 2.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวน สำหรับ One–way ANOVA

Source of Variation (SOV)	Sum of Squares (SS)	Degree of Freedom (df)	Mean Squares (MS)	F_0
Treatment	SSTr	a-1	MSTr	MSTr / MSE
Error	SSE	N-a	MSE	
Total	SST	N-1		

2. การทดลองแบบบล็อกสุ่มสมบูรณ์ (Randomized Complete Block Design : RCB)

เราจะแยกความแปรปรวนทั้งหมดออกเป็น 3 ส่วน คือ ความแปรปรวนเนื่องจากการให้ทรีทเมนต์ต่างกัน ความแปรปรวนเนื่องจากการบล็อก และความแปรปรวนเนื่องจากความคลาดเคลื่อนของการทดลอง

ตัวอย่างการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบที่มีอิทธิพลเป็นค่าคงที่ (Fixed Effect Model)

ตัวแบบ : $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$; $i = 1, 2, \ldots, a$

$j = 1, 2, \ldots, b$

โดยที่ Y_{ij} คือ ค่าสังเกตที่ j เมื่อได้รับทรีทเมนต์ i

μ คือ ค่าเฉลี่ยรวมของทุกประชากร

τ_i คือ อิทธิพลอันเกิดจากทรีทเมนต์ i

β_j คือ อิทธิพลอันเกิดจากบล็อกที่ j

ε_{ij} คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่ม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ในการวิเคราะห์จะทำโดยการแบ่งความผันแปรทั้งหมดของค่าสังเกตออกเป็นส่วน ๆ โดยจะกำหนดความผันแปรทั้งหมดของค่าสังเกตในรูปของผลรวมกำลังสองทั้งหมด (The Total Sum of Squares) SST โดยที่

$$SST = (\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}^2) - (Y_{..}^2 / N)$$

$$SSTr = (\sum_{i=1}^{a} Y_{i.}^2 / b) - (Y_{..}^2 / N)$$

$$SSB = (\sum_{j=1}^{b} Y_{.j}^2 / a) - (Y_{..}^2 / N)$$

$$SSE = SST - SSTr - SSB$$

ซึ่งรายละเอียดต่าง ๆ ของผลรวมกำลังสองของแต่ละตัวได้แสดงไว้ในตารางที่ 2.3 โดยที่ถ้าหากค่า $F_0 \leq F_{\alpha, \nu1, \nu2}$ แล้ว ถือว่าปัจจัยนั้นไม่มีผล สามารถยอมรับ Null Hypothesis ได้

ตารางที่ 2.3 การวิเคราะห์ความแปรปรวน สำหรับการทดลองแบบสุ่มในบล็อก

Source of Variation (SOV)	Sum of Squares (SS)	Degree of Freedom (df)	Mean Squares (MS)	F_0
Treatment	SSTr	a-1	MSTr	MSTr / MSE
Blocks	SSB	b-1	MSB	MSB / MSE
Error	SSE	(a-1)(b-1)	MSE	
Total	SST	N-1		

3. การทดลองแบบแฟกตอเรียล (Factorial Experiment)

เราจะแยกความแปรปรวนทั้งหมดออกเป็นความแปรปรวนเนื่องจากการปัจจัยต่าง ๆ ความแปรปรวนเนื่องจากอิทธิพลร่วม และความแปรปรวนเนื่องจากความคลาดเคลื่อนของการทดลอง

ตัวอย่างการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนกรณีที่มีตัวแปร 2 ตัวของตัวแบบที่มีอิทธิพลเป็นค่าคงที่ (Fixed Effect Model)

ตัวแบบ : $Y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$

โดย $i = 1,2,\ldots,a$

$j = 1,2,\ldots,b$

$k = 1,2,\ldots,n$

เมื่อ Y_{ij} คือ ค่าสังเกตที่ j ในทรีทเมนต์ที่ i

μ คือ พารามิเตอร์ คือ ค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตทั้งหมด

τ_i คือ อิทธิพลของปัจจัย A ที่เกิดจากทรีทเมนต์ที่ i

β_j คือ อิทธิพลของปัจจัย B ที่เกิดจากทรีทเมนต์ที่ j

$(\tau\beta)_{ij}$ คือ อิทธิพลร่วมของปัจจัย A ที่เกิดจากทรีทเมนต์ที่ i และปัจจัย B ที่เกิดจากทรีทเมนต์ที่ j

ε_{ijk} คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่ม

ในการวิเคราะห์จะทำโดยการแบ่งความผันแปรทั้งหมดของค่าสังเกตออกเป็นส่วน ๆ โดยจะกำหนดความผันแปรทั้งหมดของค่าสังเกตในรูปของผลรวมกำลังสองทั้งหมด (The Total Sum of Squares) SS_T โดยที่

$$SS_T = \left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} Y^2_{ijk}\right) - (Y^2\ldots / abn)$$

$$SS_A = \left(\sum_{i=1}^{a} Y^2_{i..} / bn\right) - (Y^2\ldots / abn)$$

$$SS_B = \left(\sum_{j=1}^{b} Y^2_{.j.} / an\right) - (Y^2\ldots / abn)$$

ผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมกันของปัจจัย 2 ตัว (The two factors interaction sum of squares)

$$SS_{AB} = \left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} Y^2_{ij.} / n\right) - (Y^2\ldots / abn) - SS_A - SS_B$$

$$= SS_{subtotals\ (AB)} - SS_A - SS_B$$

ดังนั้นเมื่อเอาผลรวมกำลังสองของ Main Effect แต่ละตัวและของ Interaction ไปหักออกจากผลรวมกำลังสองของทั้งหมด ก็จะได้ค่าผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (error) ดังสมการ

$$SS_E = SS_T - SS_{subtotals\ (AB)}$$

ซึ่งรายละเอียดต่าง ๆ ของผลรวมกำลังสองของแต่ละตัวได้แสดงไว้ในตารางที่ 2.4 โดยที่ถ้าหากค่า $F_0 \leq F_{\alpha, \nu1, \nu2}$ แล้ว ถือว่าปัจจัยนั้นไม่มีผล สามารถยอมรับ Null Hypothesis ได้

ตารางที่ 2.4 การวิเคราะห์ความแปรปรวน สำหรับ Two – Factor Fixed Effect Model

Source of Variation (SOV)	Sum of Squares (SS)	Degree of Freedom (df)	Mean Squares (MS)	F_0
A	SS_A	a-1	MS_A	MS_A / MSE
B	SS_B	b-1	MS_B	MS_B / MSE
AB	SS_{AB}	(a-1)(b-1)	MS_{AB}	MS_{AB} / MSE
Error	SSE	ab(n-1)	MSE	
Total	SST	abn-1		

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย