หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

สมมติฐานและทฤษฎี

1. สมมติฐานและคำจำกัดความ

A. การเกิดของน้ำใต้ผิวดิน

รูปที่ 2.1 แสดงรูปตัดส่วนบนของผิวโลกและการแสดงลักษณะการแบ่งชั้นของน้ำใต้ผิวดินไว้ด้วยชั้นของน้ำใต้ผิวดินสามารถแบ่งออกเป็นสองส่วนด้วยเส้นระดับน้ำใต้ดิน (water table) เส้นระดับน้ำใต้ดินก็คือ จุดโฟกัส (ในกรณี unconfined material) ซึ่งความดันของน้ำใต้ผิวดินหรือเรียกว่า hydrostatic pressure เท่ากับความดันของบรรยากาศ (atmospheric pressurs) ชั้นดินที่อยู่เหนือเส้นระดับน้ำใต้ดินเรียกว่า Vadose Zoneเนื่องจากในชั้นดินนี้ช่องว่างระหว่างอนุภาคของดินประกอบด้วยอากาศและน้ำ จึงนิยมเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า areration zone น้ำที่อยู่ในชั้นดินนี้เรียกว่า vadose water หรือ soil moisture ความหมายชั้นดินชนิดนี้จะแปรผันไปตามลักษณะโครงสร้างทางธรณีของดิน กล่าวคือในบริเวณ บ่อ หนอง บึง ความหนาจะเท่ากับดินนี้และจะหนาเป็นหลายร้อยฟุตที่บริเวณอยู่เหนือระดับน้ำทะเลมาก ๆ เป็นต้น คัดจาก aeration zone ลงมา หรือชั้นดินที่อยู่ใต้เส้นระดับน้ำใต้ดินเรียกว่า phreatic zone หรือ ground water zone เนื่องจากช่องว่างในระหว่างอนุภาคของดินจะเต็มไปด้วยน้ำ จึงมีชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า suturation zone น้ำที่อยู่ในชั้นที่น้ำลึกลงไปจะมีปริมาณน้อยลงตามลำดับ ทั้งนี้เพราะช่องว่างระหว่างอนุภาคดิน (pore space) จะมีขนาดเล็กลงเนื่องจากน้ำหนักดินที่อยู่ข้างบนถูกทับลงมา

ในบางครั้ง saturation zone จะเกิดขึ้นบนชั้นดินที่น้ำไม่สามารถซึมผ่านได้ (impervious stratum) ในช่วงที่ไม่กว้าง หรือใหญ่โตมากนัก จึงเรียกน้ำที่อยู่ในชั้นดินนี้ว่า perched ground water (รูปที่ 2.1) ในบางครั้งน้ำใต้ดินอาจจะถูกบังคับให้อยู่ในชั้นดินแบบ confined aquifer ซึ่งจะมีชั้นดินที่น้ำซึมผ่านได้ยากทั้งข้างบนและข้างล่าง ก็จะเรียกว่า confined หรือ artesian water น้ำที่อยู่ใน confined aquifer นี้จะอยู่ภายใต้ความดันถ้าหากเราเจาะบ่อบาดาลลงไปถึงชั้นนี้ น้ำในบ่อก็จะซึมขึ้นมาถึงระดับ piczometric

level ซึ่งมีความดันเท่ากับความดันบรรยากาศ ระดับ piezometric level นี้ก็คล้าย ๆ กับระดับ water table ในกรณี unconfined aquifer นั่นเอง ในกรณีที่ piezometric level อยู่เหนือระดับผิวดิน น้ำก็จะไหลออกมาจากบ่อบาดาลโดยไม่ต้องสูบซึ่งเรียกว่า flowing well และในบางครั้งถ้าหากว่าความดันของน้ำมีมาก ก็จะเกิดเป็นลักษณะน้ำพุ่งสูงขึ้นไป หรือเรียกกันว่า บ่อน้ำพุ นั่นเอง

B. ค่าคงที่ของชั้นดินชั้นน้ำบาดาล

1. Specific Capacity คือ ค่าที่วัดประสิทธิภาพของบ่อ ซึ่งมีค่าเท่ากับอัตราการลดลง ของระดับน้ำหารด้วยปริมาณการสูบ

2. Storage Coefficient, S คือปริมาตรของน้ำซึ่ง Aquifer ปล่อยออกมาหรือเก็บ เข้าไว้ใน Storage ต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ผิว (Surface Area) ของ Aquifer และต่อการเปลี่ยนแปลงหนึ่งหน่วย head ที่ตั้งฉากกับพื้นที่ผิวดังกล่าว

3. Coefficient of Transmissibility, T คือ สัมประสิทธิ์ของการไหลผ่านของ Aquifer ซึ่งมีค่าเท่ากับค่าของ coefficient of permeability หารด้วยความหนาของชั้น Aquifer หน่วยเป็นฟุต

4. Coefficient of Peameability U.S. Geological Survey กำหนดค่าเป็น 2 กรณี คือ

- Standard coefficient of permeability, Ks คืออัตราการไหลของน้ำที่ 60°F แกลลอนต่อวัน ผ่านตัวกลางที่มีหน้าตัด 1 ตารางฟุตต่อ hydraulic gradient 1 ฟุต/ฟุต

- Field coefficient of permeability, K_f คืออัตราการไหลของน้ำแกลลอนต่อวัน ผ่านตัวกลางที่มีหน้าตัด 1 ตารางฟุต ยาว 1 ไมล์ และ hydraulic gradient 1 ฟุต/ไมล์ ที่อุณหภูมิสนาม

2. ทฤษฎีที่ใช้

2.1 น้ำใต้ดินและชลศาสตร์บ่อบาดาล (Ground Water and Well Hydraulics)

1. การไหลคงที่ทิศทางเดียว (Steady Unidirectio-nal Flow)

ในกรณีแรกนี้ลักษณะการไหลของน้ำใต้ดินสมมุติให้มีลักษณะคงที่หรือไม่เปลี่ยนแปลงกับเวลา (steady flow) และมีทิศทางเดียว การประยุกต์สมการทั่วไปของการไหลน้ำใต้ดินจะแบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ confined และ unconfined aquifers ตามลำดับ

- Confined Aquifer พิจารณาการไหลของน้ำใต้ดินที่มีความเร็วเท่ากับ v ในทิศทางแกน x ของ confined aquifer ซึ่งมีความหนาสม่ำเสมอหรือคงที่ ดังแสดงในรูปที่ 2.3 สำหรับกรณีนี้สามารถประยุกต์สมการมาใช้ได้ดังนี้

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = 0 \qquad \text{..... (2.1)}$$

solution ของสมการก็คือ

$$h = C_1 x + C_2 \qquad \text{..... (2.2)}$$

ในเมื่อ h คือ head ที่พิจารณาอยู่เหนือ datum ที่สมมุติขึ้น C_1 และ C_2 คือค่าคงที่จากการอินทีเกรชั่น สมมุติว่า $h = 0$ เมื่อ $x = 0$ และจากกฎดาร์ซี $\frac{h}{x} = \frac{v}{K}$ จะได้ค่า $C_1 = \frac{v}{K}$ และมีค่า $C_2 = 0$ หรือจากสมการ (2.2) จะได้

$$h = \frac{vx}{K} \qquad \text{..... (2.3)}$$

สมการนี้แสดงว่า head จะมีขนาดลดลงแบบ linear กับการไหลซึ่งทิศทางตรงข้ามกับ x (รูปที่ 2.3)

- Unconfined Aquifer สำหรับการไหลในทำนองเดียวกันแต่เป็นกรณี unconfined aquifer การแก้สมการ Laplace Equation เพื่อให้ได้ solution โดยตรงนั้นไม่สามารถที่จะทำได้ ปัญหาที่ยุ่งยากก็คือ ระดับ water table จะแสดงลักษณะการไหลเป็นสองทิศทาง กล่าวคือ รูปร่างของระดับ water table จะเป็นตัวกำหนดการแพร่กระจายของการไหล และในขณะเดียวกันการแพร่กระจายหรือทิศทางการไหลจะเป็นตัวแสดงรูปร่างลักษณะของระดับ water table เพื่อจะหา solution ของการไหลโดยวิธีนี้จำเป็นต้องตั้งข้อสมมุติฐานขึ้น ซึ่งเรียกว่าข้อสมมุติฐานของ Dupuit ดังนี้(1) ความเร็วของการไหลของน้ำจะสมมุติให้เป็นสัดส่วนกับ tangent ของเส้น hydraulic gradient แทนที่จะเป็นสัดส่วนกับ sine และ (2) การไหลจะสมมุติให้มีทิศทางอยู่ในแนวราบ และ uniform ทุกจุดในแนว vertical section ใด ๆ ข้อสมมุติฐานดังกล่าวนี้จะมีขีดจำกัดในการประยุกต์เอาผลของ solution ไปใช้กับสภาพที่เป็นจริง สำหรับกรณีการไหลที่มีทิศทางเดียวดังแสดงในรูปที่ จะมีปริมาณการไหลต่อหนึ่งหน่วยความกว้างที่ vertical section ใด ๆ ดังสมการ

$$q = k\,h\,\frac{dh}{dx} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.4)$$

ในที่นี้ K คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความซึมผ่าน h คือ ความสูงของระดับ water table เหนือ impervious base และ x เป็นทิศทางตรงข้ามกับทิศทางของการไหล จากการอินทีเกรทจะได้

$$qx = \frac{K}{2} \cdot h^2 + C \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.5)$$

และเมื่อ $h = h_o$ ที่จุด $x = 0$ จะได้สมการสำหรับการไหลซึ่งเรียกว่า สมการ Dupuit ดังนี้

017741

$$q = \frac{K}{2x}(h^2 - h_o^2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.6)$$

ดังแสดงในรูปที่ 2.4 การไหลจะมีทิศทางตรงข้ามกับทิศทางของ x นอกจากนั้นสมการยังแสดงว่าระดับ water table จะเป็นรูปพาราโบร่า

ในแนวทิศทางของการไหล ระดับ water table ที่เป็นรูปพาราโบร่านี้จะเพิ่มความลาดชันขึ้นเรื่อย ๆ ดังแสดงในรูปที่ 2.4 เมื่อระดับ water table มีความลาดชันมาก ข้อสมมุติฐานสองข้อของ Dupuit จะคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมากด้วย ดังนั้นระดับ water table ที่แท้จริงจะผิดแผกจากระดับที่คำนวณได้จากสมการ (2.6) มากยิ่งขึ้นตามทิศทางการไหล หลักความจริงที่ว่าระดับ water table ที่แท้จริงอยู่เหนือระดับ water table ที่คำนวณได้จากสมการก็คือ ในสมการของ Dupuit การไหลสมมุติให้มีทิศทางเฉพาะในแนวราบเท่านั้น ส่วนในกรณีการไหลที่แท้จริงความเร็วขนาดเดียวกันจะมีทิศทางในแนวดิ่งด้วย ดังนั้นในสภาพที่แท้จริงจำเป็นต้องมีความหนาของ aquifer มากกว่าเพื่อที่จะให้ได้ขนาดของปริมาณการไหลเท่ากัน

จากข้อแตกต่างดังได้อธิบายแล้วนั้น จะเห็นว่าระดับ water table จะไม่เป็นไปตามรูปพาราโบร่าดังสมการ (2.6) เสียทีเดียว ถึงอย่างไรก็ตามสมการนี้จะให้ระดับ water table ใกล้เคียงกับความจริงมากในกรณีที่ความลาดชันน้อย ซึ่งค่าของ sine และ tangent จะใกล้เคียงกันมาก นอกจากนั้นสมการ (2.6) จะให้ค่าคำนวณของปริมาณการไหล q และค่าสัมประสิทธิ์ความซึมผ่าน K แม่นยำเพียงพอสำหรับการนำไปใช้งาน

2. <u>การไหลคงที่สู่บ่อบาดาล</u> (Steady Radial Flow to A Well)

เมื่อทำการสูบน้ำจากบ่อบาดาลน้ำที่อยู่ใน aquifer รอบ ๆ บ่อบาดาลจะเคลื่อนตัวเข้ามาสู่บ่อ ทำให้ระดับ water table (กรณี unconfined aquifer) และระดับ piezometric surface (กรณี confined aquifer) ลดต่ำลงหรือเรียกว่า drawdown ดังนั้น drawdown ที่จุด

ใด ๆ ก็คือระยะทางที่ระดับ water table ลดต่ำลงมา และ drawdown curve ก็คือ โค้งแสดงความเปลี่ยนแปลงของ drawdown จากระยะทางจากบ่อนั่นเอง (รูปที่ 2.5) ในกรณีที่การไหลเป็นแบบสามทิศทาง drawdown curve จะมีลักษณะคล้ายกับกรวยซึ่งเรียกว่า cone of depression และตรงขอบนอกของ cone of depression จะแสดงขอบเขตพื้นที่ที่อิทธิพลของการสูบน้ำจากบ่อมีไปถึง ต่อไปจะกล่าวถึงการไหลของน้ำใต้ดินเข้าสู่บ่อทั้งกรณี confined และ unconfined aquifer ตามลำดับ

(1) Confined Aquifer การไหลแบบคงที่สู่บ่อบาดาล สำหรับบ่อที่เจาะทะลุชั้น impermeable ด้านล่างของ confined aquifer นั้นแสดงไว้ในรูปที่ 2.5 ในกรณีนี้การไหลของน้ำสมมุติให้มีเพียงสองทิศทางเข้าสู่บ่อซึ่งเป็นศูนย์กลาง และสมมุติว่า aquifer เป็นแบบ homogeneous และ isotropic เนื่องจากการไหลจะมีทิศทางในแนวราบจึงสามารถประยุกต์ข้อสมมุติฐานการไหลของ Dupuit มาใช้ได้โดยไม่มีการผิดพลาดแต่อย่างใด และเพื่อให้ง่ายเข้า จะพิจารณา plane polar coordinates แทนแกน x - y และกำหนดให้ตำแหน่งของบ่อเป็นจุด origin ปริมาณน้ำที่ไหลมาสู่บ่อที่ระยะทาง r จากบ่อ คือ

$$Q = A\,V = 2\pi r\,b\,K\frac{dh}{dr} \qquad \text{.....} \qquad (2.7)$$

โดยการจัดรูปสมการเสียใหม่และทำการอินทีเกรท และด้วยการใช้ boundary conditions ที่บ่อ คือ $h = h_w$ ที่ $r = r_w$ และที่ขอบของ island คือ $h = h_o$ ที่ $r = r_o$ (ดูรูปที่ 2.5) จะได้สมการ drawdown ที่บ่อและสมการปริมาณการไหลของน้ำเข้าสู่บ่อดังนี้

$$h_o - h_w = \frac{Q}{} \ln\left(\frac{r_o}{r_w}\right) \qquad \text{.....} \qquad (2.8)$$

$$Q = \frac{2\ Kb\ (h_o - h_w)}{\ln\ (r_o/r_w)} \qquad \text{.....} \qquad (2.9)$$

ในรูปของสมการที่จะใช้ทั่วไปนั้น สมมุติว่าบ่อเจาะทะลุ confined aquifer ที่มีบริเวณกว้าง (extensive) ดังแสดงในรูปที่ 2.6 ในกรณีนี้รัศมี r จะไม่มีขีดจำกัด ดังนั้นจากสมการ (2.6) จะได้รูปทั่ว ๆ ไปดังนี้

$$Q = 2\pi Kb \frac{h - h_w}{\ln (r / r_w)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.10)$$

ซึ่งแสดงว่า h จะเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ เมื่อ r เพิ่มขึ้น และค่าสูงสุดของ h ก็คือ head h_o ก่อนเริ่มการสูบหรือเป็น uniform head ก่อนเริ่มการสูบน้ำจากบ่อนั่นเอง

ในเมื่อพิจารณาทางด้านทฤษฎีแล้ว การไหลของน้ำใต้ดินแบบคงที่สู่บ่อบาดาลใน extensive aquifer นั่นเกิดขึ้นได้ยากเพราะค่า h จะเพิ่มขึ้นเมื่อ r เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ถึงอย่างไรก็ตามในทางปฏิบัตินั้น h จะมีค่าเข้าไปใกล้ h_o ที่ระยะทางหนึ่งจากบ่อ และด้วยการสมมุติระยะทางดังกล่าวพอประมาณ กำหนดให้ radius of influence $r = r_o$ เมื่อ $h = h_o$ เพื่อจะคำนวณหาค่า Q จากสมการ (2.9) และโดยการแทนค่า Q จากสมการ (2.9) ในสมการ (2.10) จะได้

$$h - h_w = (h_o - h_w) \frac{\ln (r/r_w)}{\ln (r_o/r_w)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.11)$$

สมการ (2.11) จะแสดงว่า head จะเปลี่ยนแปลงแบบ linear กับ logarithm ของระยะทางหรือรัศมี r โดยไม่ต้องคำนึงถึงค่าปริมาณการไหล Q แต่อย่างใด

สมการ (2.10) เรียกว่าสมการ Equilibrium หรือ Thiem เป็นสมการที่ใช้ในการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ความซึมผ่านของ aquifer จากการสูบน้ำจากบ่อ วิธีการก็คือทำการสูบน้ำจากบ่อด้วยอัตราที่คงที่เป็นระยะเวลานานพอสมควร จนคิดว่าการไหลของน้ำใต้ดินเข้าสู่บ่อเป็นแบบ steady แล้วจากนั้นก็วัดระดับน้ำใต้ดินจากบ่ออีกสองบ่อที่มีระยะห่างจากบ่อที่สูบน้ำเป็นระยะทาง

แตกต่างกัน จากระดับน้ำใต้ดินที่วัดได้จะทำให้ทราบค่า h_1 และ h_2 ที่ระยะทาง r_1 และ r_2 จากบ่อ เมื่อนำค่าที่วัดได้นี้ไปแทนในสมการ (2.10) ก็จะคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ความซึมผ่านได้ดังนี้

$$K = \frac{Q}{2 \pi b (h_2 - h_1)} \ln \left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.12)$$

การใช้สมการ (2.11) หาค่าสัมประสิทธิ์ความซึมผ่านดังกล่าวแล้วนั้น จำเป็นต้องเข้าใจและใช้ให้ถูกต้อง เพราะสมการนี้มีข้อสมมุติฐานหลายประการด้วยกัน ถ้าสภาพที่แท้จริงในสนามแตกต่างจากข้อสมมุติฐานที่ตั้งขึ้นแล้ว ค่าสัมประสิทธิ์ความซึมผ่านที่หาได้จะมีข้อผิดพลาดมาก ในขั้นแรกนั้นการสูบน้ำออกจากบ่อจะต้องมีอัตราคงที่ และต้องสูบด้วยระยะนานพอสมควร เพื่อให้ได้ steady-state condition นั้นคือ drawdown จะเปลี่ยนแปลงไม่มากนักกับเวลา บ่อที่จะใช้วัด drawdown หรือระดับน้ำใต้ดินซึ่งเรียกว่า obsevation wells นั้น จะต้องอยู่ใกล้กับบ่อที่สูบน้ำพอสมควรเพื่อการวัด drawdowns จะได้สังเกตได้ง่าย นอกจากนั้นยังมีข้อสมมุติฐานอื่นที่จะต้องพิจารณาด้วยคือ การสมมุติว่า aquifer เป็นแบบ homogeneous และ isotropic บ่อที่เจาะลงไปจะต้องทะลุผ่านชั้น confined aquifer หรือเรียกว่า complete penetration และการไหลต้องเป็นไปตามกฎของดาร์ซี ถึงแม้ว่าจะมีข้อสมมุติฐานหลายอย่างก็ตามสมการ (2.12) ก็ยังเป็นที่นิยมในการใช้คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ความซึมผ่าน;K

(2) Unconfined Aquifer การหา solution ของสมการการไหลแบบ steady radial flow เข้าสู่บ่อสำหรับกรณี unconfined aquifer ก็ใช้หลักข้อสมมุติฐานของ Dupuit ดังแสดงในรูปที่ 2.7 บ่อจะต้องเจาะทะลุชั้น unconfined aquifer จนถึงชั้น impermeable layer และก่อนเริ่มสูบน้ำจะต้องมี head รอบ ๆ บ่อคงที่เท่ากับ h_o ที่ระยะทาง r จากบ่อจะได้สมการคำนวณหาปริมาณการไหลของน้ำใต้ดินดังนี้

$$Q = 2 \pi r K h \frac{dh}{dr} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.13)$$

ซึ่งเมื่อทำการอินทีเกรทระหว่าง limits $h = h_w$ ที่ระยะ $r = r_w$ และ $h = h_o$ ที่ระยะ $r = r_o$ จะได้สมการคำนวณหาปริมาณการไหลของน้ำใต้ดินดังนี้

$$Q = \pi K \frac{(h_o^2 - h_w^2)}{\ln (r_o/r_w)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.14)$$

เนื่องจากบริเวณใกล้ ๆ กับบ่อที่สูบน้ำ ความเร็วในทิศทางแนวดิ่งจะมีมากทำให้ข้อสมมุติฐานของ Dupuit คลาดเคลื่อนไป ดังนั้น curve ของ drawdown ที่คำนวณได้บริเวณใกล้ ๆ กับบ่อจะไม่ถูกต้องนัก ถึงอย่างไรก็ตาม การคำนวณหาค่าปริมาณการไหล Q จะถูกต้องพอเพียงกับการนำไปใช้งาน ในทางปฏิบัติการเลือกค่า radius of influence r_o นั้น กระทำได้โดยประมาณ แต่ค่าของ Q จะไม่เปลี่ยนแปลงมากนักถึงแม้ว่าค่า r_o ที่เลือกใช้จะเปลี่ยนแปลงมากก็ตาม ค่าของ r_o ที่แนะนำจะอยู่ในช่วง 500 ถึง 1,000 ฟุต ระยะทางจากบ่อดังกล่าวนี้ ไม่ได้แสดง limits ซึ่ง drawdown สามารถจะสังเกตเห็นได้ แต่จะเป็นค่าที่จะใช้โดยประมาณในการประยุกต์สมการ (2.14) นอกจากนั้นระยะทางใด ๆ หรือ r_1 และ r_2 กับ head h_1 และ h_2 สามารถนำไปใช้กับสมการ (2.14) ได้คล้ายกับในกรณีสมการ (2.12)

3. Steady Flow with Uniform Recharge

รูปที่ 2.8 แสดงบ่อสูบน้ำที่เจาะลงไปในชั้น unconfined aquifer ซึ่งมี recharge ให้กับน้ำใต้ดินนี้อาจเกิดจากฝนที่ตก การให้น้ำชลประทานที่มากเกินไป หรือจากแหล่งน้ำอื่น ๆ เป็นต้น ปริมาณการไหลของน้ำใต้ดินไปยังบ่อจะมีอัตราเพิ่มขึ้นที่ระยะทางเข้าใกล้บ่อ และจะมีค่าสูงสุดที่บ่อ อัตราการเพิ่มของปริมาณการไหล dQ ผ่านรูปทรงกระบอกที่มีความหนา dr และรัศมี r จะเกิดจากน้ำที่ recharge ลงบนรูปทรงกระบอกดังสมการ

$$dQ = -2 \pi r \, dr \, W \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.15)$$

และจากการอินทีเกรทจะได้

$$Q = -\pi r^2 W + C \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2.16)$$

แต่ที่บ่อ r จะเข้าใกล้กับ 0 และ Q จะเท่ากับ Q_w ดังนั้น $C = Q_w$

$$Q = -\pi r^2 W + Q_w \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2.17)$$

แทนค่า Q จากสมการ (2.16) ในสมการ (2.17) จะได้

$$2\pi r K h \frac{dh}{dr} = - \pi r^2 W + Q_W \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2.18)$$

จากการอินทีเกรทสมการ (2.18) และใช้ boundary condition $h = h_o$ ที่จุด $r = r_o$ จะได้สมการของ drawdown curve ดังนี้

$$h_o^2 - h^2 = \frac{W}{2K} (r^2 - r_o^2) + \frac{Q_w}{\pi K} \ln \left(\frac{r_o}{r}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2.19)$$

จากการเปรียบเทียบสมการ (2.19) กับสมการ (2.14) ในเทอมของปริมาณการไหล จะทำให้เข้าใจถึงการเพิ่ม recharge ให้แก่น้ำใต้ดินเป็นอย่างดี

จากการวิเคราะห์เพิ่มเติมก็จะสามารถพิสูจน์ได้ว่า radius of influence r_o จะไม่ขึ้นอยู่กับค่าสัมประสิทธิ์ความซึมผ่าน K จากการดิฟเฟอเรนเชียล สมการ (2.19) จะได้

$$-2 h \frac{dh}{dr} = \frac{rW}{K} - \frac{Q_w}{\pi K r} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2.20)$$

แต่สำหรับกรณี extensive aquifer ค่า $\frac{gh}{dr} = 0$ เมื่อ $r = r_o$ ดังนั้นสมการ (2.20) ก็คือ

$$Q_w = \pi r_o^2 W \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.21)$$

ซึ่งแสดงว่าปริมาณน้ำที่ไหลเข้าสู่บ่อหรือปริมาณน้ำทั้งหมดนั้น จะเท่ากับ recharge ภายในวงกลมซึ่งมีรัศมีเท่ากับ r_o นั่นเอง นอกจากนั้นยังอาจกล่าวได้ว่า r_o จะเป็นฟังก์ชั่นก์กับปริมาณน้ำที่สูบจากบ่อ และ recharge rate เท่านั้น และไม่ขึ้นอยู่กับค่าของ K

การคำนวณหาค่าของ base flow จากน้ำใต้ดินเข้าสู่แม่น้ำหรือลำน้ำ และในทางตรงกันข้าม การคำนวณหาค่า groundwater recharge จากแม่น้ำก็จะกระทำได้ในทำนองเดียวกับที่ได้กล่าวมาแล้ว ยกตัวอย่างรูปที่ 2.9 ซึ่งมีแม่น้ำ 2 สายมีแนวยาวขนานกัน และมีความยาวมากโดยไม่มีขีดจำกัด แม่น้ำทั้งสองนี้มีความลึกลงไปถึงชั้น impermeable ที่ผิวดินจะมี recharge ซึ่งมีอัตราคงที่ W และแผ่เป็นบริเวณกว้างเหนือ aquifer ทั้งหมด จากสภาพที่ได้แสดงในรูปที่ 2.9 นี้ สามารถคำนวณหา profile ของระดับ water table ในกรณีการไหลแบบคงที่ ได้ดังนี้

$$h^2 = h_a^2 + \frac{W}{K}(a^2 - x^2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.22)$$

ในเมื่อ h, h_a, x และ a แสดงไว้แล้วในรูปที่ 2.9 และ K คือค่าสัมประสิทธิ์ความซึมผ่าน และจากหลักของ symmetry และ continuity จะได้

$$Q_b = 2a\,W \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.23)$$

ในเมื่อ Q_b คือ base flow จากน้ำใต้ดินไหลสู่แม่น้ำทั้งสองด้านต่อหนึ่งหน่วยของความยาวของแม่น้ำ ถ้าค่าของ h ทราบที่จุดใด ๆ ก็ตาม ก็สามารถคำนวณหา Q_b หรือ W ได้ เมื่อ K นั้นทราบก่อนแล้ว

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4. Unsteady Radial Flow To A Well

เมื่อทำการสูบน้ำด้วยอัตราที่คงที่จากบ่อ ซึ่งเจาะลึกลงไปใน extensive aquifer อิทธิพลของการสูบน้ำนี้จะขยายหรือแผ่เป็นรัศมีกว้างออกไปจากบ่อเรื่อย ๆ กับเวลาอัตราที่ head ของน้ำใต้ดินจะลดต่ำลงคูณด้วยค่า storage coefficient และบวกสะสมตลอดทั้งพื้นที่ที่อิทธิพลของการสูบแผ่ไปถึงจะเท่ากับปริมาณน้ำทั้งหมดที่ไหลเข้าสู่บ่อ เนื่องจากน้ำที่จะไหลไปสู่บ่อได้จะต้องเกิดจากการลด storage ภายใน aquifer ดังนั้น head ของน้ำใต้ดินจะลดลงเรื่อย ๆ กับเวลา ทั้งนี้เพราะสมมุติให้ aquifer เป็นแบบ extensive กล่าวคือ มีบริเวณกว้างออกไปจากบ่อแบบไม่มีที่สิ้นสุด แสดงว่าการไหลแบบ steady-state flow จะไม่เกิดขึ้นได้ ถึงอย่างไรก็ตามเมื่อเวลาหลังจากเริ่มการสูบผ่านไปนานพอสมควร อัตราการลดลงของ h จะน้อยลงไปเรื่อย ๆ และพื้นที่ที่อิทธิพลของการสูบมีไปถึงก็จะเพิ่มขึ้นด้วยอัตราที่ช้าลงเรื่อย ๆ เช่นกัน

สมการที่จะนำมาประยุกต์ใช้กับกรณีการไหลของน้ำใต้ดินแบบ unsteady flow ก็คือสมการ (2.1) แต่สำหรับการไหลแบบเข้าสู่บ่อนั้นจะมีสองทิศทาง และการใช้ plane polar coordinates แทน plane ซึ่งมีแกน x - y จะง่ายกว่ามาก ดังนั้นสมการ (2.1) อาจจะเปลี่ยนให้อยู่ในรูปดังต่อไปนี้

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial h}{\partial r} = \frac{S}{T}\frac{\partial h}{\partial t} \qquad \text{..... (2.24)}$$

ในสมการนี้ T คือ สัมประสิทธิ์ของการผ่าน (transmissibility) ซึ่งมีค่าเท่ากับ Kb และ b คือ ความหนาของ aquifer สำหรับ t เป็นเวลาตั้งแต่เริ่มการสูบน้ำ Theis ได้แนะนำ solution ของสมการ (2.24) โดยใช้หลักของความคล้ายคลึง (analogy) ระหว่างการไหลของน้ำใต้ดินและ heat conduction โดยการสมมุติว่าบ่อที่สูบน้ำเป็นแบบ mathematical sink ด้วย strength ที่คงที่ คือ $h = h_o$ ก่อนเริ่มการสูบ หรือที่เวลา $t = o$ และ h มีค่าใกล้เคียงกับ h_o เมื่อ r เข้าไปใกล้กับ infinity หลังจากการสูบได้เริ่มไปแล้วหรือ t o Theis ได้

เสนอ solution ในรูปของสมการดังนี้

$$h_o - h = \frac{Q}{4\pi T}\int_u^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.25)$$

ในที่นี้ $u \frac{r^2 S}{4tT}$ และ Q คือ ปริมาณน้ำที่สูบจากบ่อ ซึ่งมีอัตราคงที่ตลอดเวลา สมการ (2.25) เรียกว่า สมการ Nonequilibrium หรือ Theis Equation รูปของการอินทีเกรทจะเป็นฟังก์ชั่นกับ lower limit และเรียกกันว่า exponential integral จากการขยายรูปของอินทีเกรทเป็นแบบ convergent series สมการ (2.28) จะเขียนได้เป็น

$$h_o - h = \frac{Q}{4\pi T}\left[-0.5772 - \ln u + u \frac{u^2}{(2)(2!)} + \frac{u^3}{(3)(3!)} - \frac{u^4}{(4)(4!)} + \cdots\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.26)$$

5. Nonequilibrium Equation For Pumping Tests

จากการทำ pumping test และใช้หลักของ nonequilibrium equation จะหาค่า formation constants หรือค่า storage coefficient S และค่า transmissbility T ของ aquifer ได้ ในทางตรงกันข้าม หากทราบค่าของ S และ T ก็สามารถคำนวณหา drawdown สำหรับ Q ต่าง ๆ ได้ ข้อสมมุติฐานที่จำเป็นต้องใช้เกี่ยวกับการประยุกต์สมการ (2.25) ก็คือ

- aquifer เป็นแบบ homogeneous, isotropic และ infinite areal extent

- บ่อจะต้องเจาะลึกตลอดทั้ง aquifer

- เส้นผ่าศูนย์กลางของบ่อมีขนาดเล็กมาก (infinitesimal)

- น้ำที่เคลื่อนตัวออกจาก storage จะเป็นแบบทันทีทันใดเมื่อ head ต่ำลง ค่าของ S และ T ที่ต้องการทราบคำนวณ ได้ในบริเวณใกล้ ๆ กับบ่อสูบ โดยการวัดอัตราการลด head ที่บ่อ observation ตั้งแต่ 1 บ่อ หรือมากกว่าที่อยู่ห่างจากบ่อที่สูบออกไป เนื่องจากการหา solution ที่แท้จริงของสมการ (2.25) ทำได้ยากมากจึงมีผู้แนะนำ solution แบบประมาณ ซึ่งสามารถประยุกต์ไปใช้งานได้อย่างถูกต้องพอเพียง ในที่นี้จะได้กล่าวถึงสามวิธีด้วยกัน คือ วิธีของ Theis, Jacob และของ Chow เท่านั้น

1. <u>Theis Method of Solution</u> วิธีนี้สมการ (2.25) จะเขียนอยู่ในรูปสมการดังนี้

$$h_o - h = \frac{114.6}{T} Q\, W(u) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.27)$$

ในเมื่อ $h_o - h$ คือ drawdown มีหน่วยเป็นฟุต Q คือ ปริมาณน้ำที่สูบจากบ่อ (well discharge) มีหน่วยเป็นแกลลอนต่อนาที T คือ สัมประสิทธิ์การผ่าน (transmissibility) มีหน่วยเป็น แกลลอนต่อวันต่อฟุต และ W (u) คือ exponential integral ซึ่งเรียกว่า well function ค่า u แสดงในรูปสมการดังนี้

$$u = \frac{1.87\, r^2\, S}{T\, t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.28)$$

ในเมื่อ S คือ storage coefficient ไม่มีหน่วย r คือ ระยะทางจากบ่อที่สูบถึงบ่อที่ทำการวัด drawdown มีหน่วยเป็นฟุต และ t คือ เวลานับจากเริ่มทำการสูบ มีหน่วยเป็นวัน เพื่อที่จะคำนวณค่าของ S และ T จากข้อมูลที่ได้จากการทำ pumping test ดังกล่าว Theis ได้เสนอวิธีการซึ่งเรียกว่า method of superposition ดังต่อไปนี้

ในขั้นแรกของวิธี method of superposition ก็คือ ทำการพล๊อต W(u) และ u ในกระดาษเลขยกกำลัง (logarithmic paper) ซึ่งโค้งที่พล๊อตได้จะเรียกว่า Type Curve ตารางที่ 2.1 แสดงค่าความสัมพันธ์ระหว่าง W(u) และ u สำหรับนำไปพล๊อต Type Curve ดังกล่าว ขั้นต่อไปก็ทำการพล๊อตค่า drawdown $h_o - h$ กับ r^2/t ในกระดาษเลขยกกำลังซึ่งแบ่งสเกลให้เหมือนกับใน Type Curve โค้งที่ได้จากการพล๊อต $h_o - h$ และ r^2/t จะนำไปทาบกับ Type Curve โดยให้แกน x - y ของกราฟทั้งสองขนานกันและขยับกราฟของ $h_o - h$ และ r^2/t ขึ้นลง หรือซ้าย ขวา จนกว่าจะได้จุดที่พล๊อตทับกับ Type Curve บางส่วนให้มากที่สุด วิธีการนี้เรียกว่า method of superposition ขั้นต่อไปก็เลือกจุดใด ๆ ก็ได้บนส่วนโค้งที่จุดของ $h_o - h$ และ r^2/t ทับอยู่บน Type Curve จากจุดที่เลือกนี้อ่านค่าของ $h_o - h$, r^2/t, W(u) และ u จากนั้นก็นำค่าต่าง ๆ ที่อ่านได้ไปแทนในสมการ (2.27) และ (2.28) พร้อมกับคำนวณหาค่าของ S และ T ได้ตามความต้องการ

ตัวอย่างของการคำนวณด้วยวิธีดังกล่าวนั้นให้พิจารณาสิ่งกำหนดให้ดังนี้ ปริมาณน้ำที่สูบจากบ่อซึ่งเจาะลึกลงไปในชั้น confined aquifer มีอัตราคงที่เท่ากับ 500 แกลลอนต่อนาที ในระหว่างเวลาที่สูบน้ำจากบ่อก็ทำการเก็บข้อมูลที่ observation well ซึ่งอยู่ห่างจากบ่อสูบน้ำประมาณ 200 ฟุต ข้อมูล drawdown ที่ได้แสดงไว้ในตารางที่ 2.2 จากข้อมูลที่ได้ก็คำนวณค่า r^2/t ซึ่งมีหน่วยเป็นตารางฟุตต่อวัน ผลการคำนวณต่าง ๆ แสดงไว้ในตารางที่ 2.2 จากนั้นก็ทำการพล๊อตกราฟของ $h_o - h$ และ r^2/t ในกระดาษเลขยกกำลัง ดังแสดงในรูปที่ 2.10 ในรูปนี้แสดงกราฟของ W(u) และ u ที่พล๊อตจากตารางด้วยเช่นกัน วิธีการทำ superposition ของกราฟทั้งสองก็แสดงไว้แล้วในรูปที่ จากนั้นก็ทำการเลือกจุดและอ่านค่าต่าง ๆ จะได้ $h_o - h = 1.2$, $r^2/t = 1.95 \times 10^7$, $W(u) = 2.15$ และ $u = 7.0 \times 10^{-2}$ จากสมการ (2.27) จะได้

$$T = \frac{114.6\ Q\ W(u)}{h_o - h} = \frac{114.6(500)\ (2.15)}{1.2} = 103{,}000 \text{ แกลลอน/วัน/ฟุต}$$

และจากสมการ (2.28) จะได้

$$S = \frac{u\ T}{1.87\ r^2/t} = \frac{(7.0 \times 10^{-2})\ (103{,}000)}{(1.87)\ (1.95 \times 10^{7})} = 0.000198$$

2. Jacob Method of Solution Jacob ได้เสนอว่าในกรณีที่ r มีค่าน้อย และ t มีค่ามาก ๆ นั้น u จะมีค่าน้อยตามไปด้วย เมื่อค่าของ u มีขนาดน้อยมาก series terms ทางด้านขวามือของสมการ (2.26) สามารถตัดลงให้เหลือเพียง 2 เทอมได้ ดังนั้นจากการแทนค่า u ในสมการ (2.26) และด้วยการพิจารณาเพียง 2 เทอมของ series ดังกล่าว แล้วจะได้

$$h_o - h = \frac{Q}{4\ \pi T}\ (-0.5772 - \ln \frac{r^2 S}{4Tt}) \quad \ldots\ldots\ldots\ (2.29)$$

หรืออาจเขียนให้อยู่ในรูป

$$h_o - h = \frac{Q}{4\ \pi T}\ [\ln (\frac{4Tt}{r^2 S}) - 0.5772] \quad \ldots\ldots\ldots\ (2.30)$$

จากการเปลี่ยนฐานของเลขยกกำลังในสมการ (2.30) จะได้

$$h_o - h = \frac{2.30\ Q}{4\ \pi\ T} \log (\frac{2.25\ Tt}{r^2\ S}) \quad \ldots\ldots\ldots\ (2.31)$$

สมการ (2.31) แสดงให้เห็นว่าถ้าทำการพล๊อต drawdown h_o-h กับ logarithm ของ t จะได้กราฟเป็นเส้นตรงในกระดาษสเกลธรรมดา ดังนั้นถ้าทำการวัด drawdown ใน observation well แล้วก็จะได้ข้อมูล h_o - h และ t ซึ่งจะนำมาพล๊อตในกระดาษ semilog โดยให้ h_o - h อยู่ในสเกลธรรมดาและ t อยู่ในสเกลเลขยกกำลัง ดังตัวอย่างแสดงในรูปที่ 2.11 ค่าความลาดเทของกราฟที่พล๊อตได้จะนำไปใช้ในการคำนวณหาค่า S และ T ของ aquifer ได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$T = \frac{264\ Q}{\Delta h} \quad \ldots\ldots\ldots\ (2.32)$$

$$S = \frac{0.3\ T\ t_o}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.33)$$

ในเมื่อ h คือความแตกต่าง drawdown มีหน่วยเป็นฟุตต่อ log cycle ของเวลา t_o คือ time intercept เมื่อ drawdown มีค่าเป็นศูนย์ Q คือปริมาณน้ำที่สูบจากบ่อมีหน่วยเป็นแกลลอนต่อนาที T คือ สัมประสิทธิ์ของการผ่านมีหน่วยเป็น แกลลอน/วัน/ฟุต r คือระยะระหว่างบ่อที่สูบน้ำและบ่อที่ทำการวัด drawdown มีหน่วยเป็นฟุต

จะเห็นว่าวิธีของ Jacob นี้ไม่ค่อยยุ่งยากมากนัก แต่เวลานำไปใช้จะต้องระมัดระวัง เพราะการที่จะพล๊อตกราฟของ $h_o - h$ และ t เป็นเส้นตรงนั้นจะต้องเป็นกรณีที่ u มีค่าน้อยมาก และค่าของ u ควรจะน้อยกว่า 0.01 วิธีนี้จึงจะได้ผลอย่างถูกต้องพอเพียง ตัวอย่างของวิธี Jacob จะนำไปใช้กับข้อมูลที่แสดงไว้ในตารางที่ 2.1 ค่าของ $h_o - h$ และ t นำไปพล๊อตดังแสดงในรูปที่ 2.11 หลังจากนั้นก็ทำการลากเส้นตรงโดยประมาณผ่านจุดที่พล๊อตได้ จากรูปกราฟที่พล๊อตได้ดังกล่าว จะได้ค่า $h = 1.30$ ฟุต และ $t_o = 2.60 \times 10^{-4}$ วัน ดังนั้นจากสมการ (2.32) และ (2.33) จะคำนวณหาค่าของ S และ T ได้ดังนี้

$$T = \frac{264\ Q}{h} = \frac{264\ (500)}{1.30} = 102{,}000 \text{ แกลลอน/วัน/ฟุต}$$

$$S = \frac{0.3\ T\ t_o}{r^2} = \frac{(0.3)\ (102{,}000)\ (2.60 \times 10^{-4})}{(200)^2}$$

$$= 0.000199$$

3. Chow Method of Solution Chow ได้เสนอวิธีการซึ่งมีข้อดี คือไม่ต้องทำ curve fitting และการนำวิธีนี้ไปใช้ไม่มีข้อกำหนดว่าค่าของ u จะต้องน้อยมาก ดังวิธีของ Jacob ข้อมูลที่จะต้องนำมาใช้ในวิธีของ Chow ก็เหมือนสองวิธีแรกที่ได้กล่าวไปแล้วคือ drawdown ที่เวลาต่าง ๆ กัน หลังจากเริ่มทำการสูบน้ำ ทำการพล๊อตกราฟระหว่าง $h_o - h$ และ t ในกระดาษ semilog คล้าย ๆ กับวิธีของ Jacob จากกราฟที่พล๊อตได้ก็เลือกจุดหนึ่งจุด

ใด และอ่านค่าของ $h_o - h$ และ t ที่จุดซึ่งเลือกแล้วนั้น และจากจุดดังกล่าวลากเส้นสัมผัสและต่อออกไปเพื่อคำนวณหาค่าของ h ซึ่งเป็นค่าแตกต่างของ drawdown มีหน่วยเป็นฟุตต่อ log cycle ของเวลา จากนั้นก็คำนวณค่า F(u) จากสมการ

$$F(u) = \frac{h_o - h}{\Delta h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.35)$$

จากค่า F(u) ที่คำนวณได้จากสมการ (2.35) นำไปอ่านค่า W (u) และ u จากกราฟที่เสนอโดย Chow ดังแสดงในรูปที่ 2.12 เมื่อทราบค่า W (u) และ u ก็นำไปคำนวณหา S และ T ได้จากสมการ (2.27) และ (2.28) เพราะค่าของ $h_o - h$ และ t ได้ทำการอ่านไว้แล้วที่จุดซึ่งเลือกไว้ดังกล่าว

ตัวอย่างการคำนวณวิธีของ Chow ซึ่งจะใช้ข้อมูลในตารางมีดังต่อไปนี้ ในขั้นแรกก็ทำการพล็อตกราฟระหว่าง $h_o - h$ และ t ดังแสดงไว้ในรูปที่ 2.13 จากนั้นก็เลือกจุด ซึ่งได้แก่จุด A ที่จุดนี้อ่านค่า $t = 4.0 \times 10^{-3}$ วัน และ $h_o - h = 1.55$ ฟุต ลากเส้นสัมผัสที่จุด A และอ่านค่า h ได้เท่ากับ 1.26 ฟุต ดังนั้นค่าของ F(u) คำนวณจากสมการ (2.35) จะเท่ากับ 1.55/1.26 = 1.23 และจากรูปที่ 2.12 ได้ W(u) = 2.72 และ u = 0.038 ดังนั้นจะสามารถคำนวณค่าของ S และ T ได้ดังนี้

$$T = \frac{114.6\ Q}{h_o - h} W(u) = \frac{(114.6)\ (500)\ (2.72)}{1.55}$$

$$= 101{,}000 \text{ แกลลอน/วัน/ฟุต}$$

$$S = \frac{uTt}{1.87\ r^2} = \frac{(0.038)\ (101{,}00)\ (4.0 \times 10^{-3})}{1.87\ (200)^2}$$

$$= 0.000205$$

จากรูปที่ 2.12 จะสังเกตเห็นว่า ในกรณีที่ (F(u) มากกว่า 2.0 นั้น W(u) จะเท่ากับ 2.30 F(u) และค่า u จะหาได้จากตาราง

4. Recovery pumping test จากสมการ nonequilibrium จะใช้วิเคราะห์หา Recovery pumping test ได้ เมื่อบ่อบาดาลได้ใช้มาช่วงเวลาหนึ่งและได้หยุดสูบน้ำ จากการสังเกตการคืนกลับของระดับน้ำบาดาลที่บ่อสุ่มหรือบ่อสังเกตการณ์ข้างเคียง ค่าคงที่ของ T และ S จะหาได้จาก

$$h_o - h' = \frac{Q}{4\pi T}\left[\int_{r^2S/4Tt}^{\alpha}\frac{e^{-u}du}{u} - \int_{r^2S/4Tt'}^{\alpha}\frac{e^{-u}du}{u}\right] \quad \ldots\ldots (2.36)$$

โดย h' = ระดับน้ำหลังช่วงเวลาหยุดสูบ

t = ระยะเวลาตั้งแต่เริ่มสูบน้ำบาดาล

t' = ระยะเวลาหลังจากหยุดสูบน้ำบาดาล

สำหรับค่า r น้อยและเวลา t' มาก ๆ ค่าของ Coefficient of Transmissibility มีค่าดังนี้

$$T = \frac{2.3\ Q}{4\pi (h_o - h')} \log t/_{t'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2.37)$$

เหมือนกับวิธีของ Jacob ค่าของ $h_o - h'$ กับค่าของ log t/t' ในกราฟจะหาค่า T จาก

$$T = \frac{264\ Q}{\Delta h'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.38)$$

ค่าของ S หาจาก

$$S = \frac{0.3\ T\ to}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.39)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.2 Artiticial Recharge

ตัวแปรทางทฤษฎีที่เป็นตัวกำหนดอัตราการอัดน้ำลงใต้ดิน มันมีตัวแปรที่สำคัญ ๆ ดังนี้

1. ระดับความสูงของน้ำ (Piezometric Head) ของบ่ออัดน้ำเทียบกับความสูงของน้ำของบ่อบาดาล
2. ค่าของ Transmissibility และ Storage Factor ของชั้นบาดาล
3. เส้นผ่าศูนย์กลางและความลึกที่เจาะผ่านชั้นน้ำบาดาลของบ่อ
4. ระยะเวลานับตั้งแต่เริ่มอัดน้ำ

ทฤษฎีของการอัดน้ำลงใต้ดินสามารถแบ่งได้เป็น 4 กรณี ดังนี้

1. Fully Penetrating Well in an isothropie confined aquifer
2. Partially Penetrating well in an isothropic confined aquiter
3. Partially Penetrating well with screen below the top at an anisotropic confined aquifer
4. Fully Penetrating well in an isothropic unconfined aquifer becoming confined due to recharging.

สัญญลักษณ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในสมการ

b - Thickness of saturated aquifer (m)

be - Thickness of the confined aquifer (m)

Id - The depth of the top of the screen or open section of well below the top of the saturated aquifer (m)

Is - The length of the screen or open section of well within the saturated aquifer (m)

ho - The initial water level in the well (m)

hw - The water level imediately adjacent to the well during recharge (m)

Vw - The raduis of well (m)

Q - The recharge rate (m^3/day)

t - The time since start of recharge (day)

Kv - The vertieal permeability of the aquifer (m/day)

Kh - The horizontal permeability of the aquifer (m/day)

T - The tranmissibility of the aquifer (m^2/day)

S^1 - The unconfined coefficient of starage

S - The confined coefficient of starage

W(u)- The standard well function

Ko - The first order modifud Bessel function

1. Fully penetrating well in an isothropie contined aquiter

สมการของอัตราการอัดน้ำลงใต้พื้นดินนี้ได้เสนอโดย JACOB (1950) ลักษณะของการอัดน้ำลงใต้ดินกรณีนี้แสดงได้ดังรูปที่ 2.1

$$Q = 4\pi T (h_w - h_o)/\ln\{\frac{2.25\ Tt}{\gamma_w^2 S}\} \quad \ldots\ldots\ldots (2.39)$$

2. Partially Penctrating well in an isotropic confined aquifer

ในรูปที่ 2.15 อัตราการอัดน้ำจะได้จาก

$$Q = 2\pi T (h_w - h_o)/[\frac{b}{I_s}\ln\{\frac{\pi I_s}{2\gamma_w}\} + \frac{1}{2}\ln\{\frac{0.91\ Tt}{b^2 S}\}] \ldots (2.40)$$

สมการที่ 2.41 ได้จากการวิเคราะห์ของ TODD (1959) อ้างถึงใน ASIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY, "GROUNDWATER RESOURCE IN BANGKOK AREA."

3. Partially penetrating well with screen below the top of an anisotropic contined aquifer

ในกรณีนี้แสดงไว้ในรูปที่ 2.16 อัตราการอัดน้ำคือ

$$Q = 4\pi K_h b (h_w - h_o)/[\ln\{\frac{2.25\ Tt}{\gamma_w^2 S}\} + \frac{4b^2}{\pi^2 I_s^2}\{X\}] \ldots (2.41)$$

โดย $$X = \sum_{n=1}^{\alpha}[\frac{1}{n^2}\sin^2\{\frac{n\pi Id}{b}\} K_o \frac{K_v}{Kn}\cdot\frac{n\pi\gamma_w}{b}$$

ถ้า $I_d = (b-1)$ และประมาณค่าของ $\frac{4b^2}{\pi^2 I_s^2}\{x\}$ ในสมการ 2.43) เป็น 0 ดังนั้นจะได้

$$Q = 4\pi Knb (hw - ho)/[\ln\frac{2.25\ Tt}{\gamma_w^2 S} + \frac{4b^2}{\pi^2 I_s^2} X] \ldots (2.42)$$

โดย $$X = \sum_{n=1}^{\alpha}[\frac{1}{n^2}\sin\{\frac{2n\pi Id}{b}\} K_o\{\sqrt{\frac{Kv}{kn}}\cdot\frac{2n\pi\gamma_w}{b}\}]$$

4. Full penctrating well in an isotropic uncontined aquiter bccoming confined due to rechavging

สมการนี้เสนอโดย (MOENCH PRICKEET, 1972) อ้างถึงใน ASIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY, "GROUNDWATER RESOURCE IN

BANGKOK AREA."แสดงได้ดังในรูป 2.17

$$Q = 4\pi T\{(hw - ho) - (b_c - h_o)\} / \{W(u) - W(v)\} \quad \ldots\ldots (2.43)$$

โดยค่าของ $u = \dfrac{Rw^2 S}{4 Tt}$

และค่าของ v หาได้จากสมการ

$$\frac{Q e^{-v}}{4 T (h_o - b_c)} - \frac{e^{-v(s'/s)}}{W V(S'/s)} = 0$$

2.3. <u>การทรุดตัวของพื้นดินเนื่องจากการสูบน้ำบาดาล</u>

2.3. <u>กลศาสตร์ของการทรุดตัวเนื่องจากการสูบน้ำบาดาล</u>

A) <u>การเพิ่มขึ้นของ Normal Stress ในชั้นดิน</u>

การทรุดตัวของดินอาจเกิดจากการลดลงของ piezometric pressure การลดลงของ piezometric pressure ในชั้นทรายรับน้ำนะทำให้เกิด hydraulic gradient ขึ้นระหว่างชั้นทรายและชั้นดินเหนียว และผลก็คือทำให้น้ำไหลผ่านชั้นดินเหนียวอ่อนและดินชั้นอื่นๆ ระหว่างชั้นทรายกับชั้นดินเหนียวซึ่งก่อให้เกิดลักษณะของ Consolidation และแรงน้ำไหลผ่านนี้จะกดดันชั้นดินเหนียวและชั้นดินอื่น ๆ ที่สามารถยุบต่อได้

ปรากฏการณ์อธิบายได้ง่าย ๆ โดยสมการของ Effective Stress

$$\sigma = \sigma - u \quad \ldots\ldots (2.44)$$

และ $$\Delta\sigma = \Delta u \quad \ldots\ldots (2.45)$$

โดย σ = Total Stress

σ = effective stress

u = neutral stress or pore pressure

จะได้ $$\sigma \Delta\sigma = \sigma - (u - u) \quad \ldots\ldots (2.46)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การพิจารณาลักษณะของกลศาสตร์แบ่งเป็น 2 กรณี คือ

<u>กรณีที่ 1</u> ระดับน้ำลดลง

จากการที่ Piezometric pressure ลดลง และมิได้มีการเพิ่มเติมน้ำจากดินชั้นบนลงมา จะทำให้ระดับน้ำลดลง water table (MARSHAL MAZAKI,1969) อ้างถึงใน ASIA INSTITUTE OF TECHNOLOGY "INVESTIGATION OF LAND SUBSIDENCE CAUSED BY DEEPWELL PUMPING IN BANGKOK." จากรูป ระดับน้ำลดลงมาเป็นระยะ H-h ในชั้นของดินเหนียวชั้นบน

H = ความลึกของระดับน้ำใต้ดินปัจจุบัน

h = ความลึกของระดับน้ำใต้ดินดั้งเดิม

สมมุติให้ลักษณะของความอิ่มน้ำของชั้นดินเหนียวไม่มีการเปลี่ยนแปลงพิจารณาความดันที่ section ab ที่ความลึก H จากผิวดิน

<u>กรณี 1-A</u> ระดับน้ำปัจจุบันอยู่เหนือ section ab

Original effective pressure, $\sigma\bar{o}$ $= \gamma th + \gamma sub\ (H1 - H)$ ... (2.47)

Increase effective pressure, σ^{-} $= \gamma th + \gamma sub\ (h' - H)$ ... (2.48)

Increase in effective pressure $\Delta\sigma^{-} = \sigma^{-} - \sigma\bar{o}$ ... (2.49)

$= (\gamma t - \gamma sub)\ (H - h)$ ... (2.50)

$\therefore \quad \Delta\bar{\sigma} = \gamma^{w}\ (H1 - h)$ ... (2.51)

จะเห็นได้ว่าการเพิ่มขึ้นของ effective pressure เท่ากับน้ำหนักของน้ำที่กดทับเนื่องจากการลดลงของระดับน้ำ

<u>กรณี 1-A</u> ระดับน้ำปัจจุบันอยู่ใต้ scction ab

$\bar{\sigma} = \gamma t\ H1$ ..... (2.52)

$\Delta\sigma^{-} = (\gamma t - \gamma sub)(H1 - h)$ ..... (2.53)

$\therefore \quad \Delta\bar{\sigma} = \gamma^{w}\ (H1 - h)$ ..... (2.54)

ในกรณีนี้การเพิ่มขึ้นของ effective pressure จะเท่ากับน้ำหนักของน้ำที่กดทับที่มีความสูงของน้ำระหว่างระดับน้ำเดิมกับหน้าตัดที่พิจารณา

การด้านลักษณะนี้ได้เสนอโดย TERZAGHI and PECK, (1948), DAWSON (1963), WILSON and GRACE (1942) อ้างถึงใน ASIA INSTITUTE OF TECHNOLOGY "INVESTIGATION OF LAND SUBSIDENCE CAUSED BY DEEPWELL PUMPING IN BANGKOK."

กรณีที่ 2 ระดับน้ำคงที่

ค่าของ piezometric pressure ลดลงแต่ระดับน้ำบาดาลยังคงอยู่ที่เดิมเนื่องจากน้ำไหลเข้ามาแทนที่อย่างเพียงพอ (MARSAL MAZARI, 1969) อ้างถึงใน ASIA INSTITUTE OF TECHNOLOGY "INVESTIGATION OF LAND SUBSIDENCE CAUSED BY DEEPWELL PUMPING IN BANGKOK." พิจารณาได้เป็น 2 ลักษณะคือ

กรณีที่ 2-A ระดับน้ำใต้ดินคงที่

ความดันที่พื้นด้านล่างของดินเหนียวชั้นบนเปลี่ยนแปลง UB และความดันของน้ำ neutral pressure ลดลงเป็นเส้นตรงดังรูปที่ 2.18b โดยพิจารณาหน้าตัดหนึ่งจุดนะได้

$$\Delta u = \Delta u_B \frac{H_1 - h}{(D - h)} \quad \text{..... (2.55)}$$

D = ความหนาของดินเหนียวชั้นบน

$$\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_o = \Delta u \quad \text{..... (2.56)}$$

$$\Delta\bar{\sigma} = \Delta u_B \frac{H_1 - h}{(D - h)} \quad \text{..... (2.57)}$$

กรณี 2-B ระดับน้ำ Perched (Perched Water table)

เหตุผลเกี่ยวกับกรณี 2-A ระดับน้ำ Perched อาจจะเกิดที่ผิวของชั้นดินได้แต่อย่างไรก็ตามก็ยังคงมีระดับน้ำอีกระดับหนึ่งที่อยู่ต่ำลงไปดังรูป 2.18C

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

i17350889

$$\bar{\sigma_0} = \gamma_w \frac{G - 1}{1 + e} H_1 \quad \text{..... (2.58)}$$

$$\sigma = \gamma_w \frac{G - 1}{1 + e} H_1 \quad \text{..... (2.59)}$$

$$u = \gamma_w H_1 \frac{G - 1}{1 + e} + \frac{H}{D} \quad \text{..... (2.60)}$$

$$\bar{\sigma} = \sigma - u \quad \text{..... (2.61)}$$

$$\bar{\sigma} = \gamma_w H_1 \frac{G - 1}{1 + e} + \frac{H}{D} \quad \text{..... (2.62)}$$

สมการนี้เสนอโดย WILSON and GRACE อ้างถึงใน ASIA INSTITUTE OF TECHNOLOGY "INVESTIGATION OF LAND SUBSIDENCE CAUSED BY DEEPWELL PUMPING IN BANGKOK." แต่ใช้กับ Perched water table ที่อยู่เหนือผิวดินเล็กน้อย

B) <u>การทรุดตัวเนื่องจากแรงกดทับ</u>

ขนาดของการทรุดต่อเนื่องจากแรงกดทับสามารถคาดประมาณได้จากทฤษฎี One - dimensional consolidation ของ Teraghi รูป 2.19

$$\bar{\sigma_v} = \sigma_v + \Delta ui \quad \text{..... (2.63)}$$

$$\bar{\sigma_{v2}} = \sigma_v + \Delta u \quad \text{..... (2.64)}$$

$$C_v \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad \text{..... (2.65)}$$

effective stress equations

จากทฤษฎีของ Terzaghi การทรุดตัวประมาณได้จากการเปลี่ยนปริมาตร โดยไม่มีการเคลื่อนตัวด้านข้างของดิน จากรูป 2.20

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta e}{1 + e_o} \qquad \text{..... (2.66)}$$

ค่าของ $\frac{\Delta e}{1 + e_o}$ คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงปริมาตรต่อปริมาตรทั้งหมด ดังนั้นสมการพื้นฐานของการหาการอัดตัวของพื้นดินที่มีความหนา Ho คือ

$$\rho u = H_o \frac{\Delta e}{1 + e_o} \qquad \text{..... (2.67)}$$

สมการนี้สามารถใช้เป็นสมการพื้นฐานในการหาการทรุดตัว ดังนี้

1. Compression Index., Cc

$$\rho u = \frac{H_o}{1 + e_o} C_c \log_{10} \left(\frac{\sigma v + \Delta\bar{\sigma}v}{\bar{\sigma}}\right) \qquad \text{..... (2.68)}$$

2. Coefficient of compressibility,

$$\rho u = H_o a_v \Delta\bar{\sigma}v \qquad \text{..... (2.69)}$$

3. Modulus of volume change, mv

$$\rho u = H_o m_v \Delta\bar{\sigma}v \qquad \text{..... (2.70)}$$

โดยทฤษฎี Terzaghi อัตราการทรุดตัวของพื้นดินหาได้จาก

$$t = \frac{TH^2}{C_v} \qquad \text{..... (2.71)}$$

โดย

t = ระยะเวลาของการ consolidation
Cv = coeffieient of consolidation
T = Time factor
H = longest length of dreinage

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

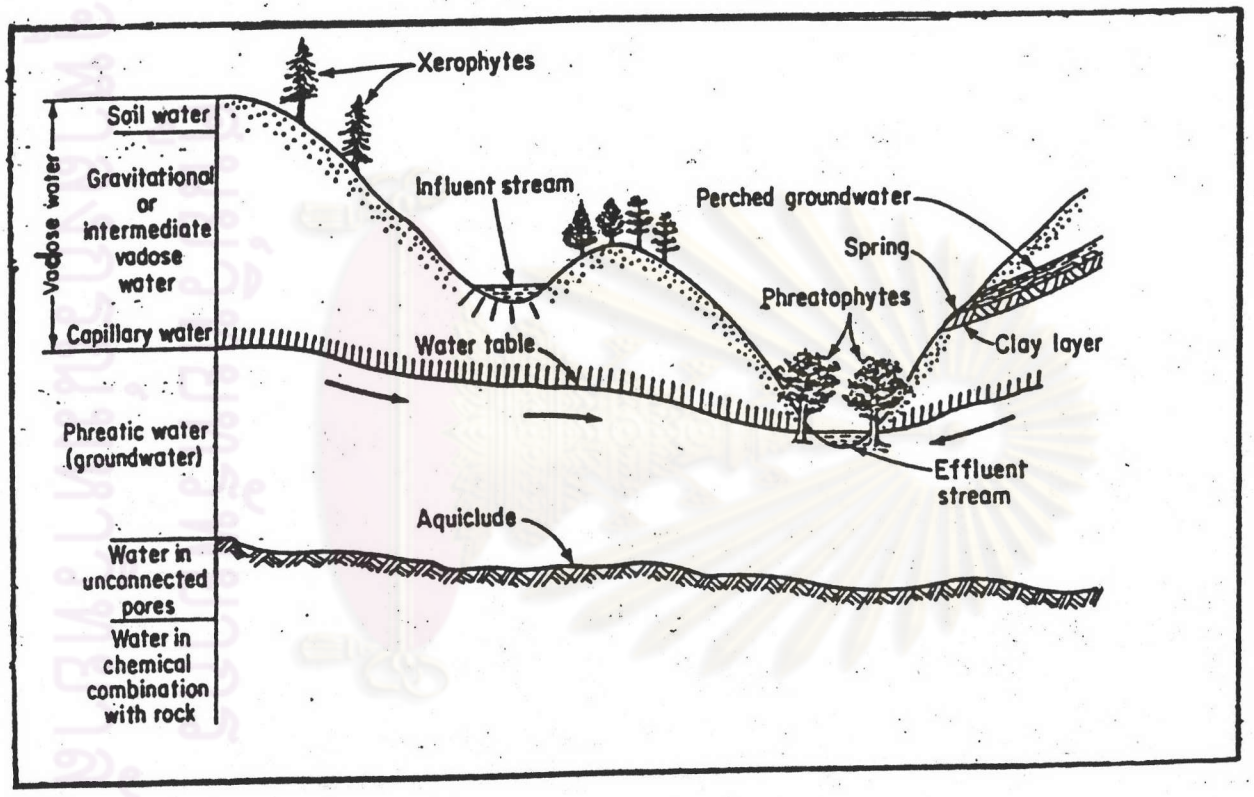
u	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0
$\times 1$	0.219	0.049	0.013	0.0038	0.0011	0.00036	0.00012	0.000038	0.000012
$\times 10^{-1}$	1.82	1.22	0.91	0.70	0.56	0.45	0.37	0.31	0.26
$\times 10^{-2}$	4.04	3.35	2.96	2.68	2.47	2.30	2.15	2.03	1.92
$\times 10^{-3}$	6.33	5.64	5.23	4.95	4.73	4.54	4.39	4.26	4.14
$\times 10^{-4}$	8.63	7.94	7.53	7.25	7.02	6.84	6.69	6.55	6.44
$\times 10^{-5}$	10.94	10.24	9.84	9.55	9.33	9.14	8.99	8.86	8.74
$\times 10^{-6}$	13.24	12.55	12.14	11.85	11.63	11.45	11.29	11.16	11.04
$\times 10^{-7}$	15.54	14.85	14.44	14.15	13.93	13.75	13.60	13.48	13.34
$\times 10^{-8}$	17.84	17.15	16.74	16.46	16.23	16.05	15.90	15.76	15.65
$\times 10^{-9}$	20.15	19.45	19.05	18.76	18.54	18.35	18.20	18.07	17.95
$\times 10^{-10}$	22.45	21.76	21.35	21.06	20.84	20.66	20.50	20.37	20.25
$\times 10^{-11}$	24.75	24.06	23.65	23.36	23.14	22.96	22.81	22.67	22.55
$\times 10^{-12}$	27.05	26.36	25.96	25.67	25.44	25.26	25.11	24.97	24.86
$\times 10^{-13}$	29.34	28.66	28.26	27.97	27.75	27.56	27.41	27.28	27.16
$\times 10^{-14}$	31.66	30.97	30.56	30.27	30.05	29.87	29.71	29.58	29.46
$\times 10^{-15}$	33.96	33.27	32.86	32.58	32.35	32.17	32.02	31.88	31.76

ตาราง 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง W (u) และ u

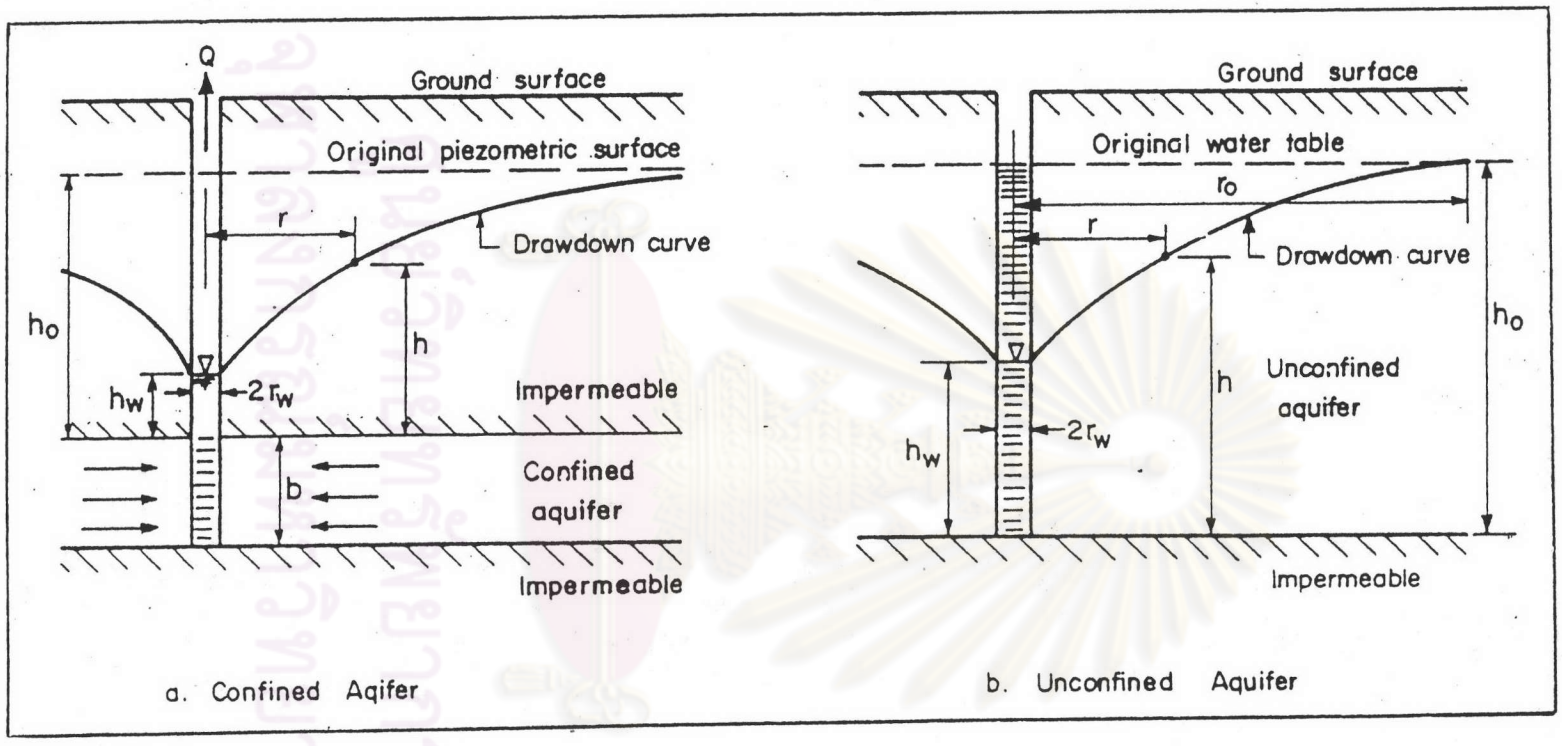
Time Since Pumping Began, t		Drawdown in Observation Well, $h_0 - h$	r^2/t
Minutes	Days	Feet	Feet^2/Day
0	0	0.00	∞
1.0	6.96×10^{-4}	0.66	5.76×10^7
1.5	1.02×10^{-3}	0.87	3.84×10^7
2.0	1.39×10^{-3}	0.99	2.88×10^7
2.5	1.74×10^{-3}	1.11	2.30×10^7
3.0	2.09×10^{-3}	1.21	1.92×10^7
4	2.78×10^{-3}	1.36	1.44×10^7
5	3.48×10^{-3}	1.49	1.15×10^7
6	4.17×10^{-3}	1.59	9.6×10^6
8	5.57×10^{-3}	1.75	7.2×10^6
10	6.96×10^{-3}	1.86	5.76×10^6
12	8.33×10^{-3}	1.97	4.80×10^6
14	9.72×10^{-3}	2.08	4.1×10^6
18	1.25×10^{-2}	2.20	3.2×10^6
24	1.67×10^{-2}	2.36	2.4×10^6
30	2.09×10^{-2}	2.49	1.92×10^6
40	2.78×10^{-2}	2.65	1.44×10^6
50	3.48×10^{-2}	2.78	1.15×10^6
60	4.17×10^{-2}	2.88	9.6×10^5
80	5.57×10^{-2}	3.04	7.2×10^5
100	6.96×10^{-2}	3.16	5.76×10^5
120	8.33×10^{-2}	3.28	4.8×10^5
150	1.02×10^{-1}	3.42	3.84×10^5
180	1.25×10^{-1}	3.51	3.2×10^5
210	1.46×10^{-1}	3.61	2.74×10^5
240	1.67×10^{-1}	3.67	2.4×10^5

ตาราง 2.2 ตัวอย่างข้อมูลจากการทำ pumping test (r=200)

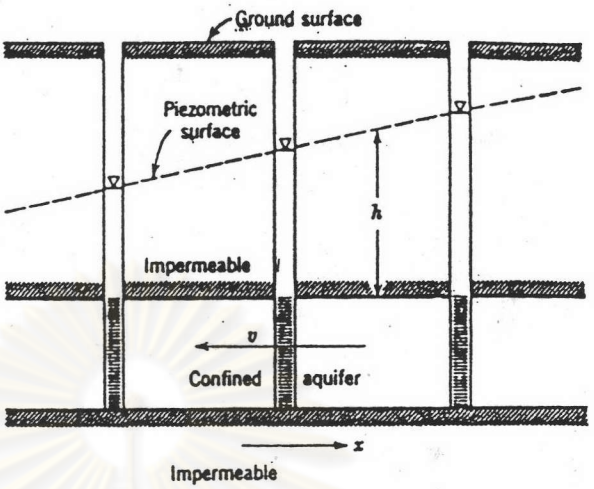
(U.S.Geology Survey)



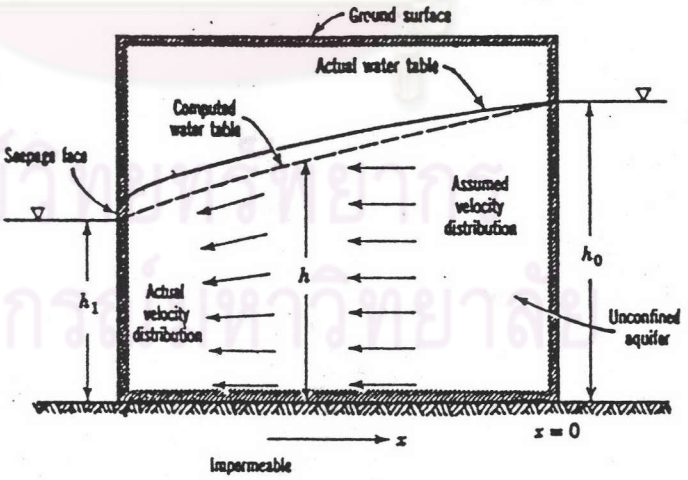
รูปที่ 2.1 รูปตัดเปลือกโลกแสดงการเกิดของน้ำใต้ผิวดิน



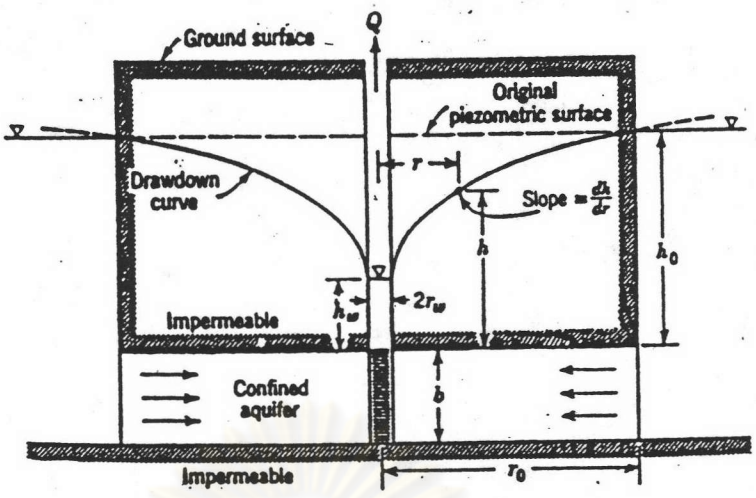
รูปที่ 2.2 Confined และ Unconfined Aquifer



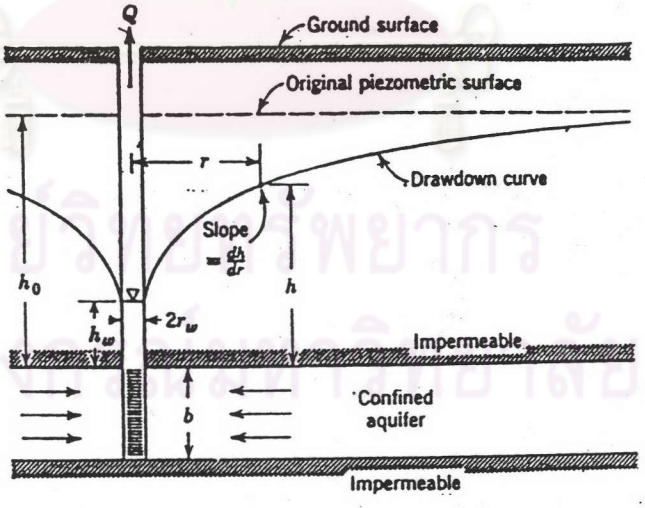
รูปที่ 2.3 Steady unidirectional flow ใน confined aquifer



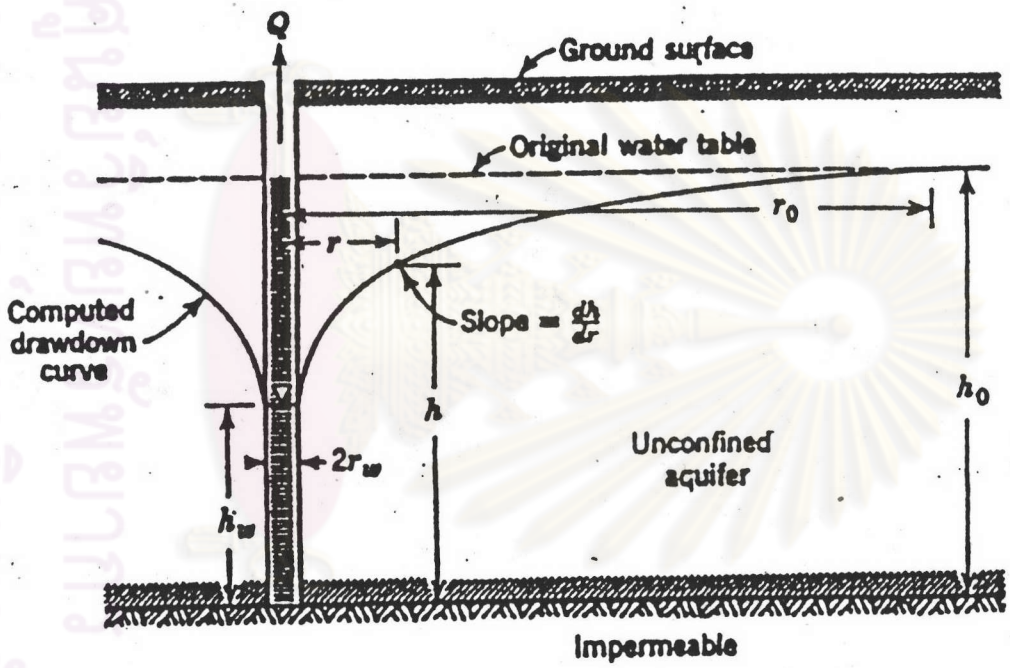
รูปที่ 2.4 Steady flow ใน unconfined aquifer ที่อยู่ระหว่างแหล่งน้ำ 2 แหล่ง



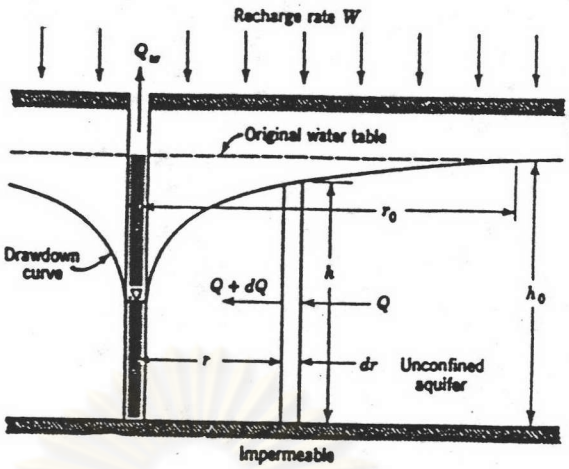
รูปที่ 2.5 Steady radial flow สู่บ่อสูบน้ำที่เจาะลงไปใน confined aquifer ซึ่งมีลักษณะเป็นเกาะ



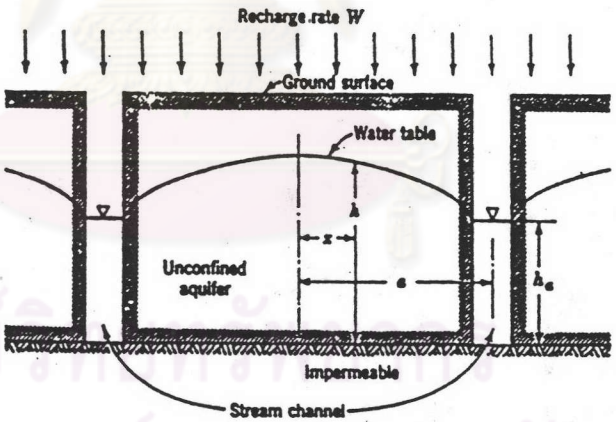
รูปที่ 2.6 Steady radial flow สู่บ่อสูบน้ำที่เจาะลงไปใน extensive confined aquifer



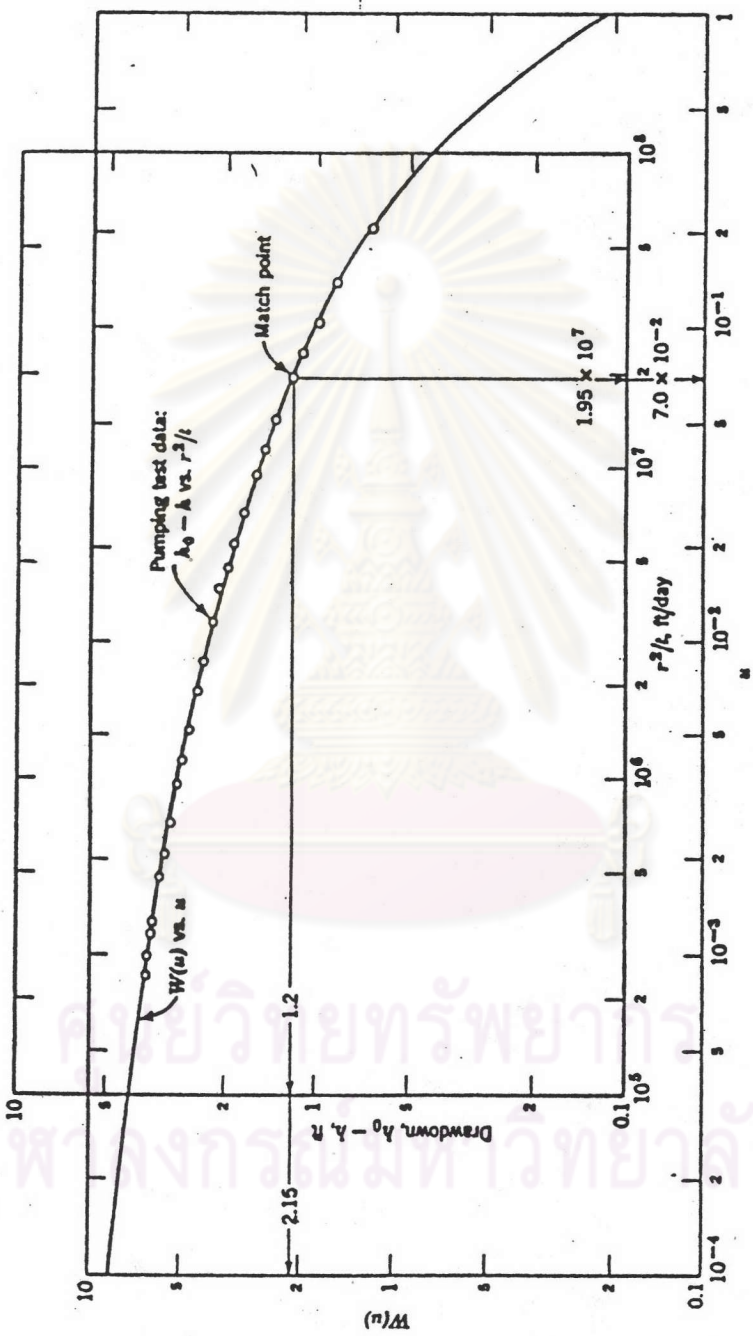
รูปที่ 2.7Steady radial flow สู่บ่อสูบน้ำที่เจาะลงไปใน Unconfined aquifer



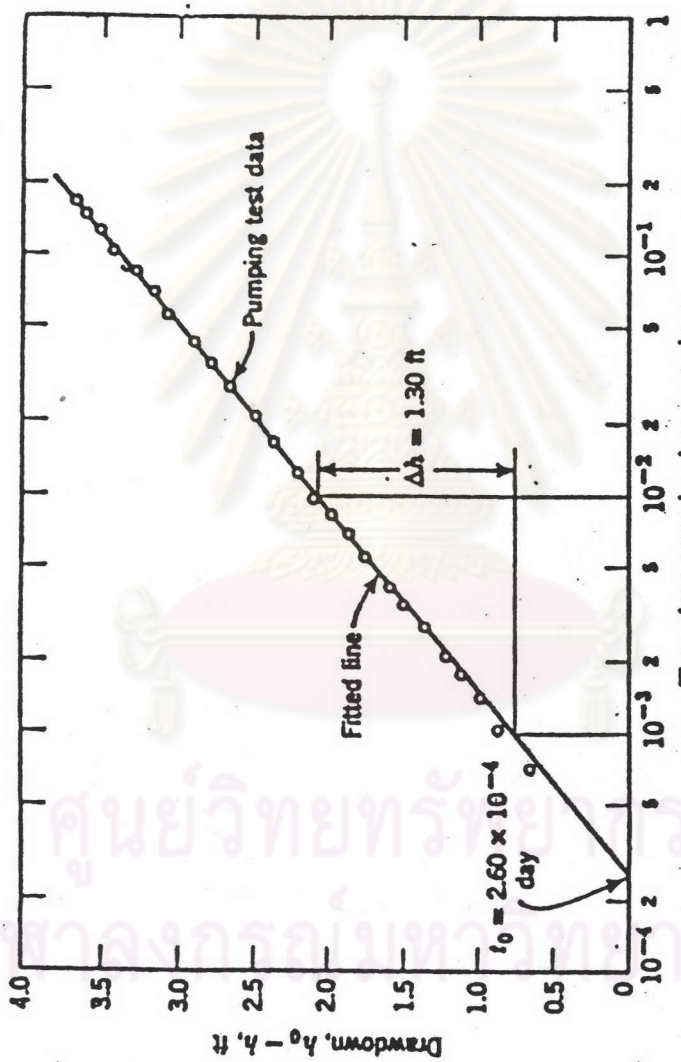
รูปที่ 2.8 Steady flow สู่บ่อสูบน้ำที่เจาะลงไปใน Unconfined aquifer และมี recharge ที่ผิวดินด้วยอัตราคงที่



รูปที่ 2.9 Steady radial สู่ลำน้ำ 2 สาย ที่ขนานกันระหว่าง Unconfined aquifer และมี recharge ที่ผิวดินด้วยอัตราคงที่

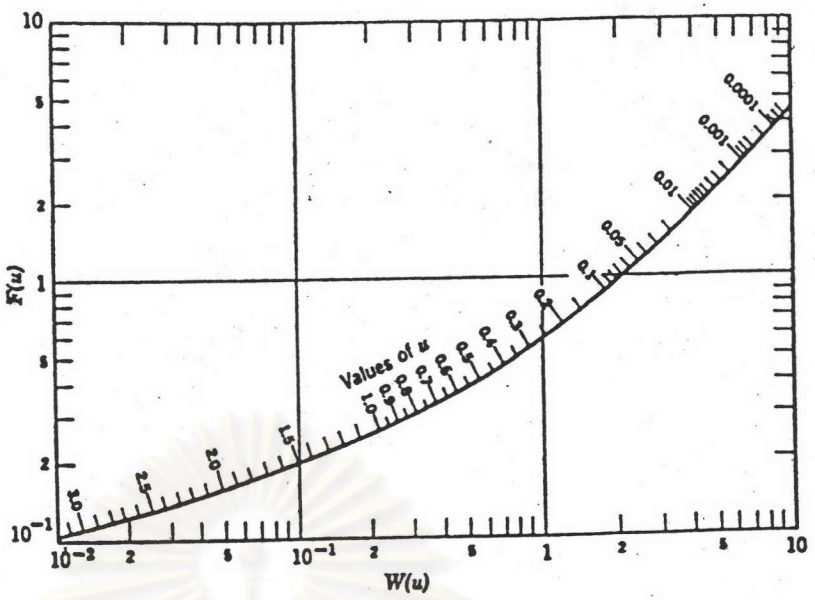


รูปที่ 2.10 ตัวอย่างการแก้สมการ Nonequilibrium equation ด้วยวิธี Theis Method

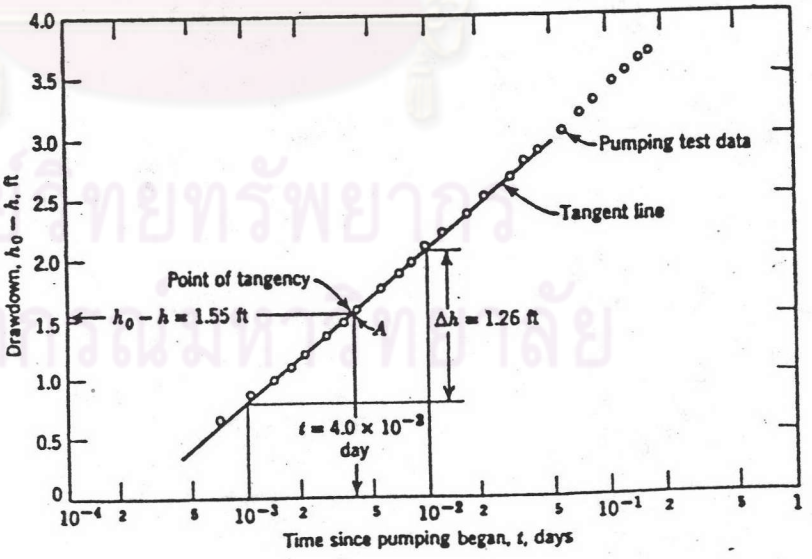


รูปที่ 2.11 การแก้สมการ nonequilibrium equation
ด้วยวิธี Jacob Method

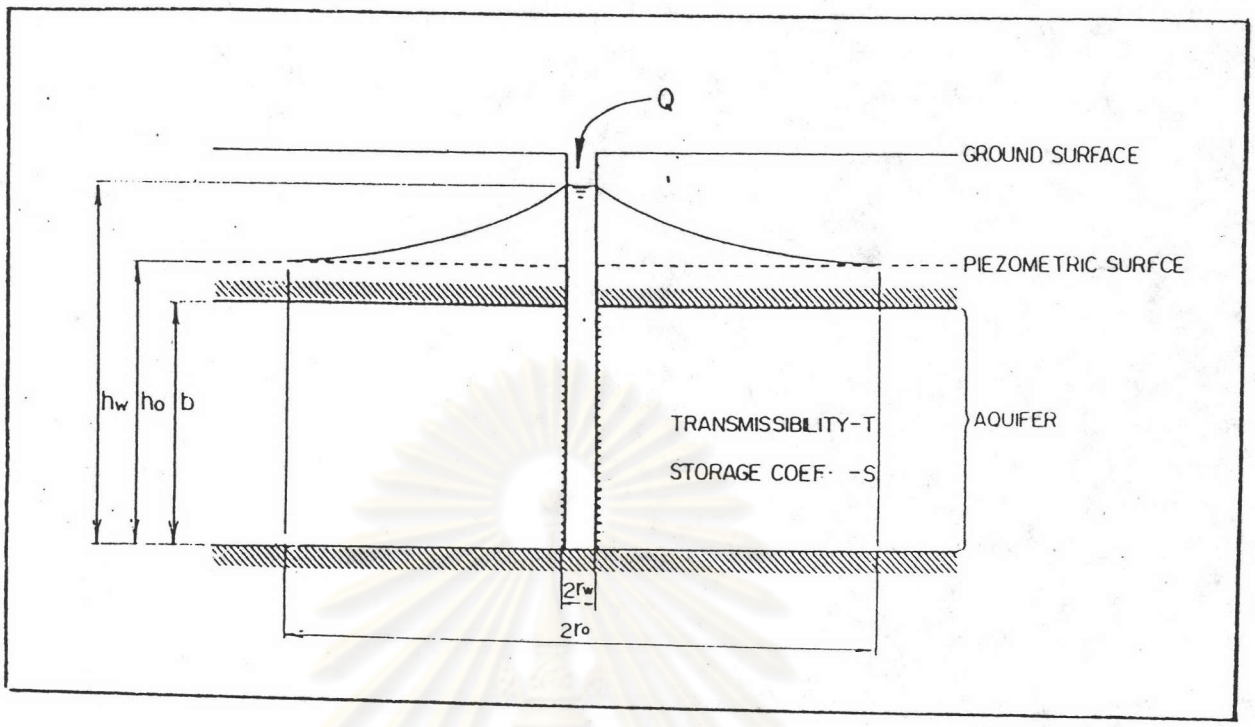
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



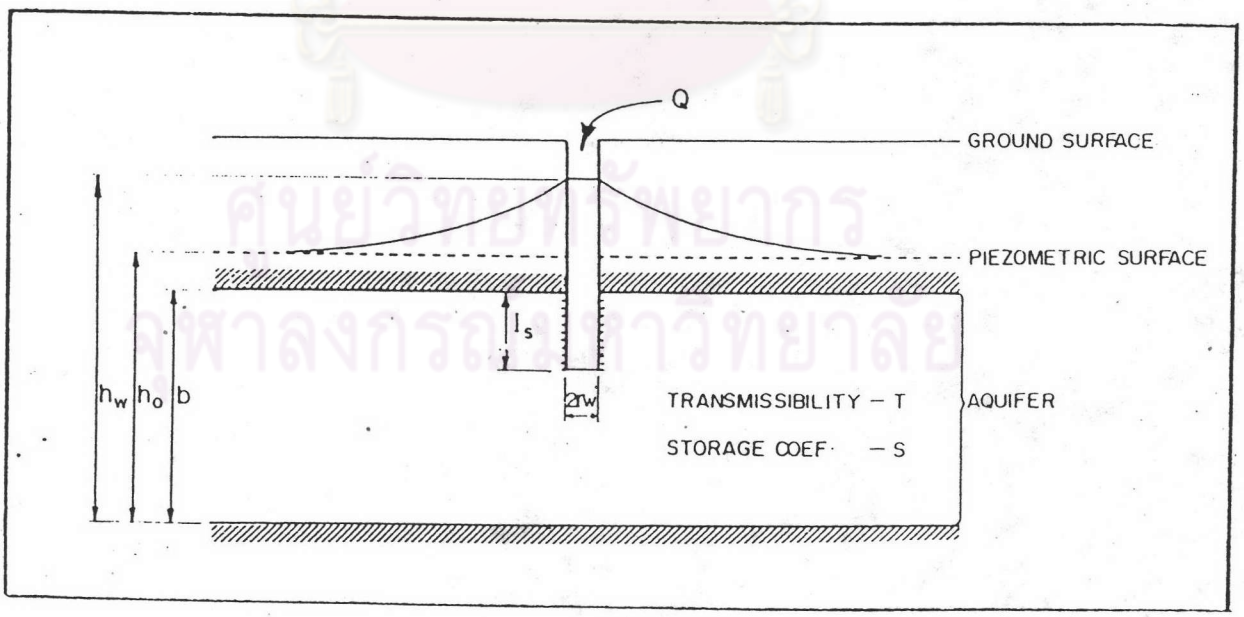
รูปที่ 2.12 ความสัมพันธ์ระหว่าง F (u), W (u) และ u



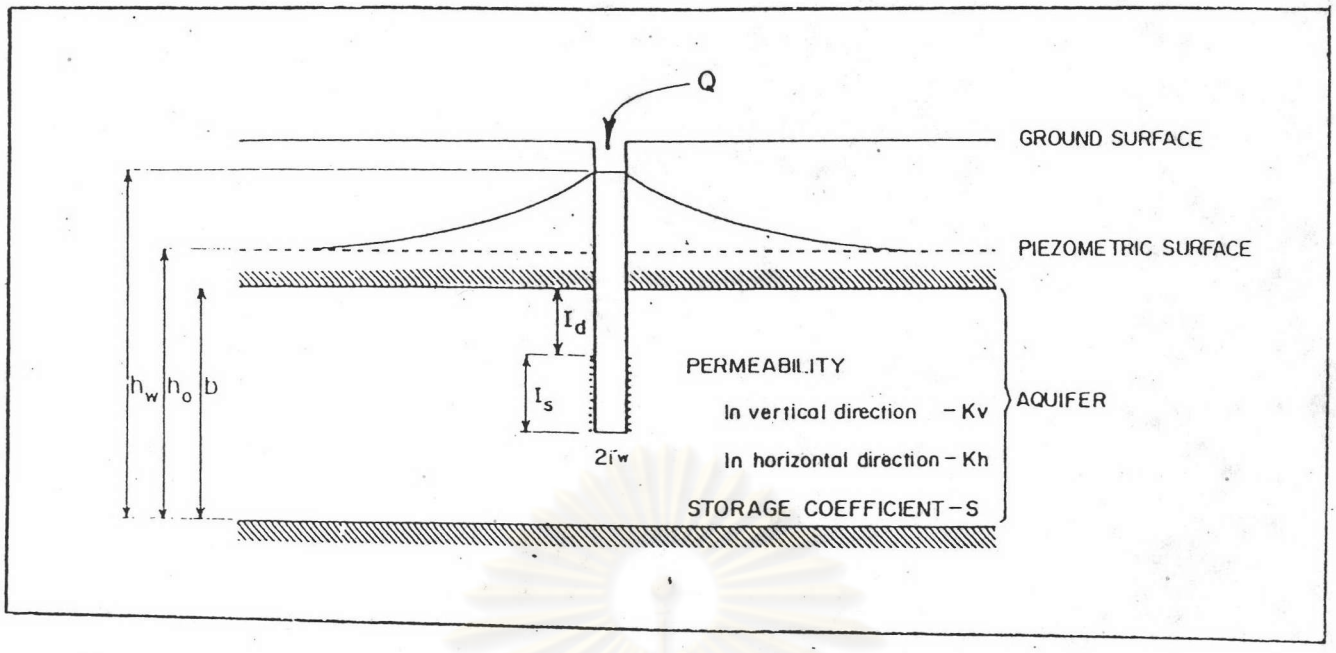
รูปที่ 2.13 ตัวอย่างการแก้สมการ nonequilibrium equation ด้วย Chow Method



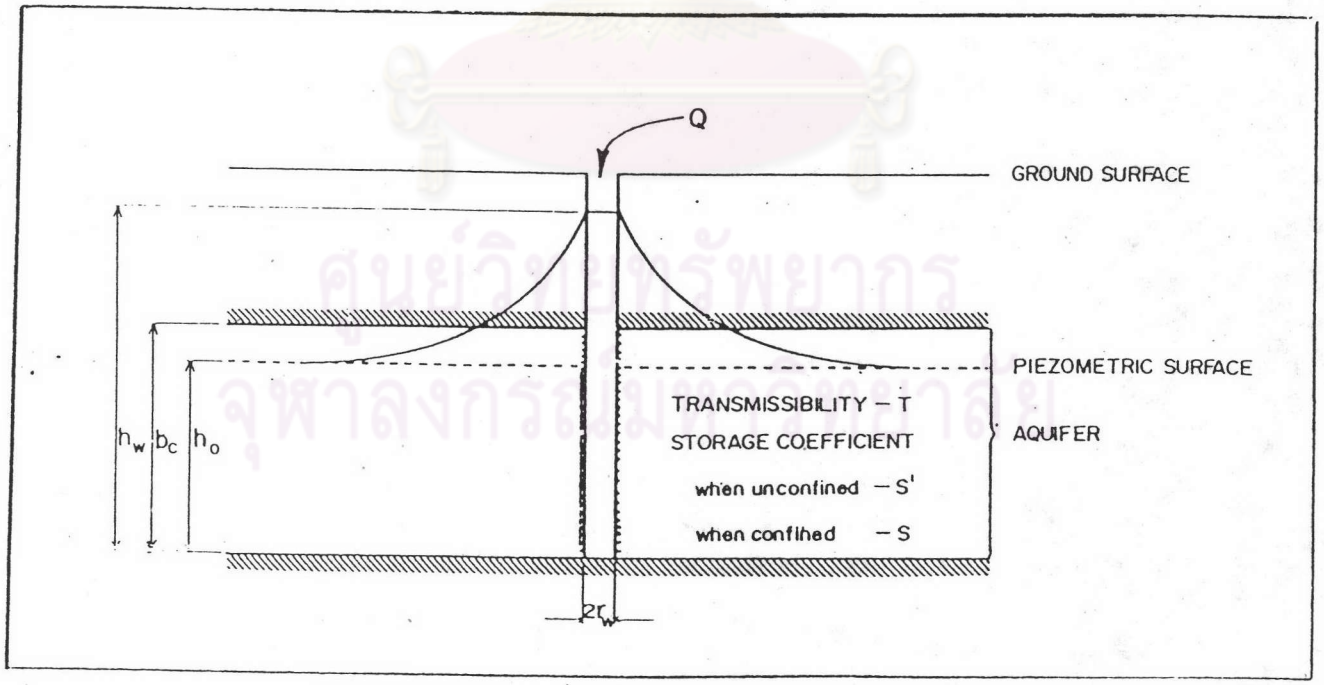
รูปที่ 2.14 Fully Penetrating Recharge well in an Isotropic confined Aquifer



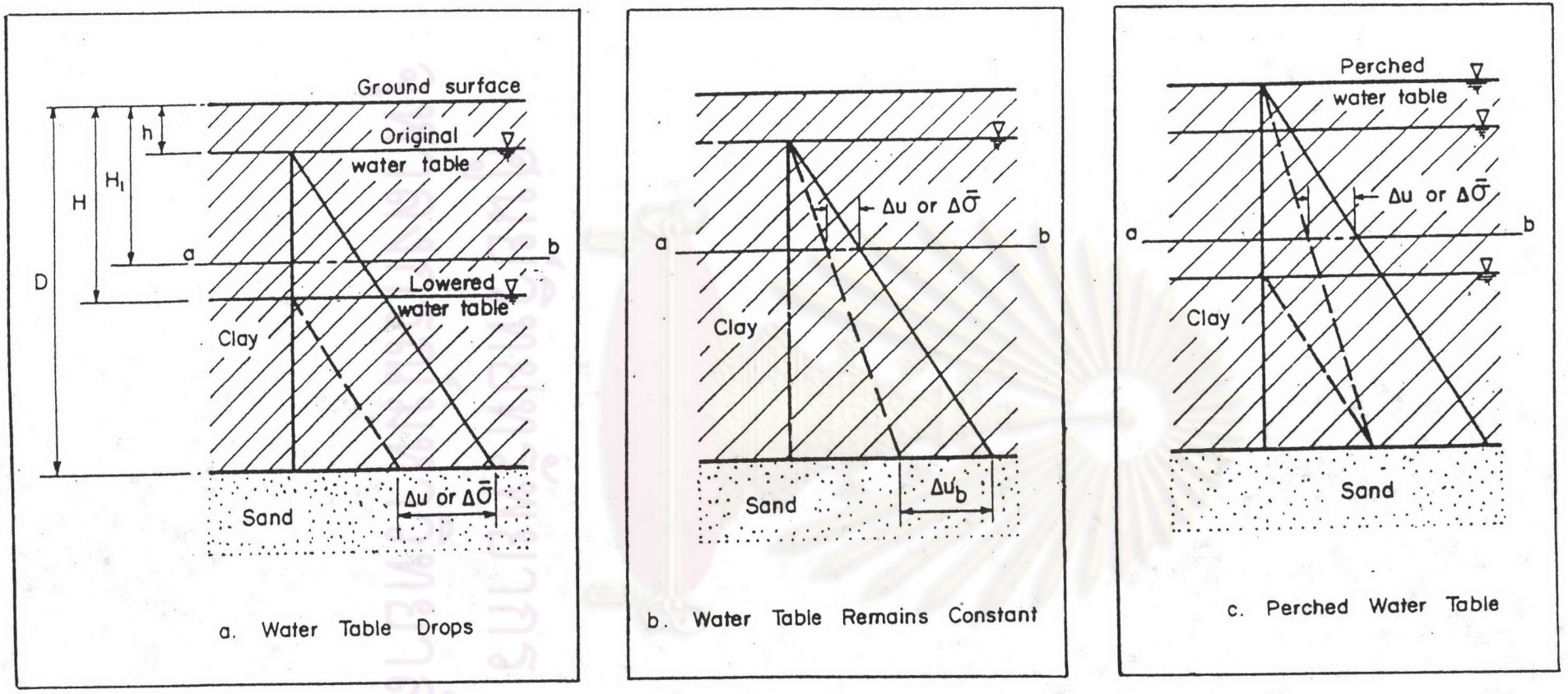
รูปที่ 2.15 Partially Penetrating Recharge well in an Isotropic confined Aquifer



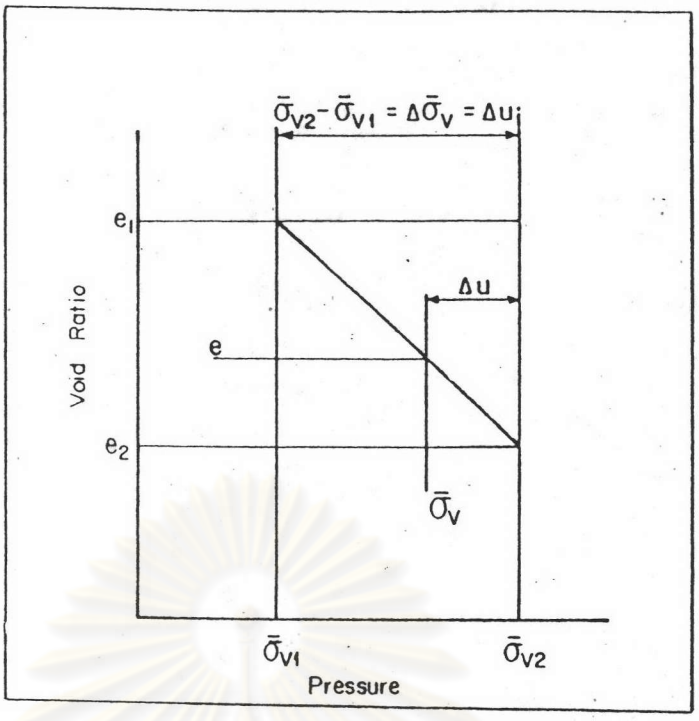
รูปที่ 2.16 Partially Penetrating Recharge well with the Screen below the top of an Anisotropic Confined Aquifer



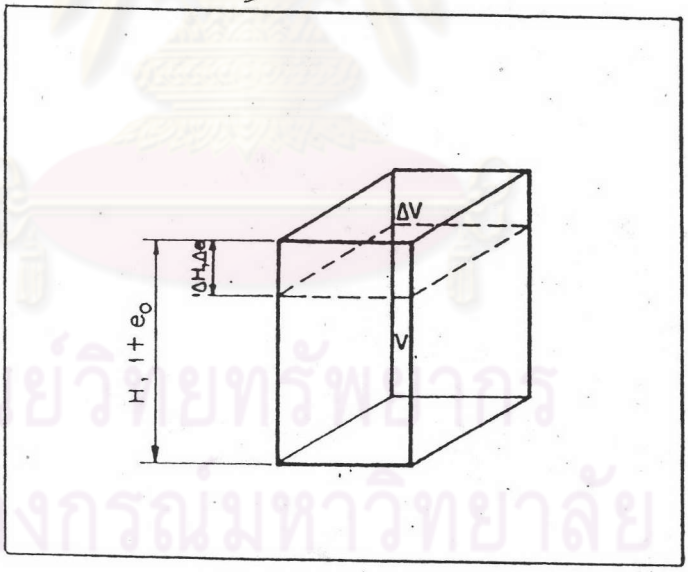
รูปที่ 2.17 Fully Penetrating Recharge well in an Isotropic Unconfined Aquifer which is Becoming confined due to Rocharging



รูปที่ 2.18 การลดลงของ Normal Stress ในชั้นดิน



รูปที่ 2.19 ความสัมพันธ์ของ Pressure - Void Ratio (Tersaghi Theory, TAYLOR 1948)



รูปที่ 2.20 ความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลงของ Volume และ Void Ratio (Tersaghi Theory)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย