บทที่ 2

วรรณคดีที่เกี่ยวข้อง

ทฤษฎีและแนวคิดพื้นฐาน รวมทั้งงานวิจัยที่เกี่ยวข้องที่ใช้เป็นแนวทาง และเป็นข้อสนับสนุนสำหรับการศึกษาในครั้งนี้ แบ่งเป็น 3 ส่วนใหญ่ ๆ ดังนี้คือ

1. ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์
2. การสอนและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget's Theory of Intellectual Development)

"สติปัญญา" ตามความหมายของเพียเจต์นั้นหมายถึง ความสามารถในการปรับตัวให้เข้ากับสิ่งแวดล้อม เพื่อให้เกิดความสมดุลย์และความมั่นคง ในการปรับตัวนี้ใช้กระบวนการ 2 กระบวนการคือ กระบวนการซึมซาบประสบการณ์ (Assimilation) และกระบวนการปรับโครงสร้าง (Accommodation) ซึ่งกระบวนการทั้งสองนี้มีอยู่ทั้งในร่างกายและจิตใจ[1]

ปัจจัยสำคัญในการพัฒนาความคิด และสติปัญญาตามทฤษฎีของเพียเจต์ ได้แก่ การที่ร่างกายได้มีการปะทะสัมพันธ์ (Interaction) กับสิ่งแวดล้อม การปะทะสัมพันธ์

---

[1] Herbert Ginsberg and Sylvia Opper, Piaget's Theory of Intellectual Development: An Introduction (New Jersey: Prentice Hall Inc., 1969), p. 24.

นี้ทำให้เกิดการปรับตัว เพื่อรักษาความสมดุลย์ กล่าวคือ เมื่อมีการรับรู้ (Perceive) สิ่งแวดล้อมเข้ามา สมองก็จะมีการจัดระบบ (Organization)และมีการปรับตัว (Adaptation) เพื่อให้เข้าสู่สภาวะสมดุลย์ ซึ่งเป็นผลทำให้เกิดการสร้างมโนทัศน์ต่าง ๆ เพียเจต์ให้ความเห็นว่า ตามหลักชีววิทยาแล้ว การจัดระบบและการปรับตัวจะไม่แยกออกจากกัน กระบวนการทั้งสองนี้จะทำงานไปพร้อม ๆ กัน โดยการจัดระบบเป็นการทำงานภายใน และการปรับตัวเป็นการสร้างด้านภายนอก[1] ซึ่งก็หมายความว่าพัฒนาการทางสติปัญญานั้นขึ้นอยู่กับวุฒิภาวะทางสมองและสิ่งแวดล้อมนั่นเอง[2] เพียเจต์สรุปโครงสร้างของสติปัญญาของมนุษย์ไว้ว่าจะต้องประกอบด้วยโครงแบบ (Schema) กระบวนการซึมซาบประสบการณ์ (Assimilation) กระบวนการปรับโครงสร้าง (Accommodation) และสภาวะสู่สมดุลย์ (Equilibrium)

เพียเจต์ได้แบ่งลำดับของพัฒนาการทางสติปัญญาออกเป็นขั้น พัฒนาการแต่ละขั้นหมายถึง ระยะเวลาตั้งแต่เริ่มเกิดพฤติกรรมจนสามารถรวบรวมความรู้ ความคิด ที่มีลักษณะเฉพาะได้ นอกจากนี้ การมีพัฒนาการในขั้นหนึ่ง ๆ จะเป็นพื้นฐานสำหรับพัฒนาการในขั้นต่อไป และขั้นของพัฒนาการนี้จะเป็นไปตามลำดับก่อนหลัง ข้ามขั้นไม่ได้[3] ประการ

---

[1]แบรี วอดส์เวทท์, พัฒนาการทางสติปัญญาตามทฤษฎีของเพียเจต์, แปลโดย ดวงเดือน ศาสตรภัทร์ (กรุงเทพมหานคร: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2520), หน้า 5.

[2]Henry W. Maier, Three Theories of Child Development (New York: Harper & Row Inc., 1969), p. 87.

[3]Barbel Inhelder, "Some Aspects of Piaget's Genetic Approach to Cognition," in Piaget and Knowledge, Edited by Hans G. Furth (New Jersey: Prentice-Hall, 1969), p. 27.

สำคัญอีกประการหนึ่งก็คือ นอกจากพัฒนาการจะมีลักษณะต่อเนื่องกันแล้ว ยังมีความเหลื่อมล้ำ (Overlapping) กันในแต่ละขั้นอีกด้วย[1] ส่วนช่วงอายุที่กำหนดไว้ในแต่ละขั้นนั้นได้จากเกณฑ์ที่เด็กส่วนใหญ่แสดงพฤติกรรม ซึ่งระดับอายุนี้อาจเปลี่ยนแปลงได้ตามสภาพแวดล้อม แรงจูงใจ และปัจจัยอื่น ๆ รวมทั้งแต่ละคนก็จะมีอัตราของพัฒนาการในระดับที่แตกต่างกันด้วย[2] แนวคิดที่สำคัญในแต่ละขั้นมีดังนี้

1. ขั้นรับความรู้สึกจากประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensorimotor Stage) พัฒนาการขั้นนี้ เริ่มตั้งแต่แรกเกิดจนถึงอายุประมาณ 2 ปี ในระยะนี้พฤติกรรมจะอยู่ในรูปของการเคลื่อนไหวโดยอัตโนมัติ หรือปฏิกริยาสะท้อน (Reflex) การรับรู้ประสาทสัมผัสจะอยู่ในระดับง่าย ๆ เช่น การดูด การกำมือ เป็นต้น เด็กจะใช้อวัยวะทางกายสำรวจสิ่งแวดล้อมรอบ ๆ ตัว ซึ่งจะทำให้เด็กเริ่มมีโครงสร้างทางความคิดที่เป็นของตนเองขึ้น และเมื่อได้แสดงพฤติกรรมนั้นบ่อย ๆ ในที่สุดก็จะเกิดเป็นนิสัยเมื่อโตขึ้นได้ประสบกับสิ่งแวดล้อมมากขึ้น โครงสร้างทางสติปัญญาก็จะมีการเปลี่ยนแปลงมากขึ้น เพิ่มทั้งปริมาณและคุณภาพ พฤติกรรมทั้งหลายก็จะเปลี่ยนจากแบบปฏิกริยาสะท้อนมาเป็นพฤติกรรมที่กระทำด้วยความจงใจ (Intention Behavior) ในตอนปลายของพัฒนาการขั้นนี้ เด็กจะเริ่มรับรู้เรื่องความคงที่ของขนาด รูปร่างของวัตถุ รวมทั้งการไม่สูญหายไปของวัตถุหรือสสาร ทางด้านภาษาก็จะค่อย ๆ พัฒนาไปพร้อมกัน

---

[1] D.M.G. Hyde, Measurement and Piaget (London: Holt, Rinehart and Winston, 1970), p. 2.

[2] Henry W. Maier, Three Theories of Child Development, p. 102.

2. ขั้นการคิดก่อนปฏิบัติการ (Preoperational Stage) อยู่ในช่วงที่เด็กอายุประมาณ 2-7 ปี คุณภาพทางความคิดของเด็กในขั้นนี้จะดีกว่าความคิดในขั้นรับความรู้สึกจากประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว พัฒนาการทางด้านการใช้ภาษาและการเข้าใจสิ่งต่าง ๆ เป็นไปอย่างรวดเร็ว รวมทั้งเข้าใจในเรื่องสัญญลักษณ์ต่าง ๆ และเริ่มรู้จักการเลียนแบบพฤติกรรมจากบุคคลอื่น พฤติกรรมในระยะแรกของขั้นนี้จะยึดตนเองเป็นศูนย์กลาง (Egocentric) แต่ลักษณะดังกล่าวนี้จะลดน้อยลงในราวอายุประมาณ 6-7 ปี เพราะมีการปะทะสัมพันธ์กับสังคมมากขึ้น ในตอนปลายของขั้นนี้เอง เด็กจะเริ่มเข้าสู่ระดับของการคิดอย่างมีเหตุมีผล แต่ยังไม่มีความสามารถในการอนุรักษ์ด้านต่าง ๆ ได้ เพราะความคิดส่วนใหญ่อยู่ภายใต้อิทธิพลของการรับรู้ (Perception) และยังไม่สามารถคิดแบบย้อนกลับ (Reversibility) รวมทั้งติดตามการเปลี่ยนรูปต่าง ๆ (Transformation) ได้

3. ขั้นคิดด้วยรูปธรรม (Concrete Operational Stage) อยู่ในช่วงที่เด็กอายุประมาณ 7-11 ปี ในระหว่างขั้นนี้เด็กจะมีพัฒนาการถึงขั้นการคิดอย่างมีเหตุมีผลในการแก้ปัญหาที่มองเห็นและจับต้องได้ ความคิดของเด็กจะไม่อยู่ภายใต้อิทธิพลของการรับรู้อีกต่อไป การคิดแบบยึดตัวเองเป็นศูนย์กลางจะลดลง เด็กจะไม่มองวัตถุแบบยึดติดอยู่กับมุมใดมุมหนึ่ง (Centering) แต่จะมองวัตถุแบบกระจายออกไป (Decentering) สามารถติดตามการเปลี่ยนแปลงรูป และเข้าใจในความสัมพันธ์ของกระบวนการเปลี่ยนแปลงรูปแต่ละขั้นได้อย่างถูกต้อง ลักษณะความคิดที่พัฒนาในขั้นนี้พอสรุปได้คือ

ก. ความสามารถในการคิดในใจ (Mental Representation) เป็นความสามารถที่จะวาดภาพความคิดในใจ ถ่ายทอดสิ่งที่พบเห็นได้ เช่นสามารถอธิบายหรือวาดแผนที่ทิศทางที่ตนเคยผ่านไปได้

ข. ความสามารถในการจัดจำแนกประเภท (Classification) เป็นความสามารถในการตั้งเกณฑ์ที่จะช่วยแบ่งหรือจัดสิ่งแวดล้อมสิ่งของรอบตัวออกเป็นประเภท เช่น เข้าใจว่าสุนัข ม้า แมว รวมกันเป็นหมู่ของสัตว์ 4 เท้า เป็นต้น

ค. ความสามารถในการหาความสัมพันธ์ (Relative Terms) เป็นความสามารถในการเปรียบเทียบและเข้าใจได้ว่าสิ่งใดใหญ่กว่า หรือเล็กกว่า มากกว่า หรือน้อยกว่า นอกจากนี้ ยังมีความสามารถในการเข้าใจความหมายของส่วนย่อย และส่วนรวมว่ามีความสัมพันธ์กัน

ง. ความสามารถในการจัดลำดับ (Seriation) เป็นความสามารถในการจัดเรียงวัตถุตามคุณสมบัติที่กำหนด เช่น ตามขนาด หรือความยาว จากใหญ่ที่สุดเป็นเล็กที่สุด หรือยาวที่สุดไปสั้นที่สุด เป็นต้น เด็กจะเรียนรู้การจัดลำดับความยาวได้เป็นสิ่งแรกตอบด้วยการจัดลำดับน้ำหนักและปริมาตร

จ. ความสามารถในการอนุรักษ์ (Conservation) เป็นความสามารถที่จะเข้าใจว่า จำนวนหรือปริมาณของสสารคงเดิมไม่ว่าจะเปลี่ยนรูปร่าง หรือตำแหน่งไปก็ตาม การอนุรักษ์มีด้วยกันหลายด้าน และไม่ได้เกิดขึ้นพร้อมกันทั้งหมด แต่เป็นไปตามลำดับ การอนุรักษ์จำนวนจะเกิดขึ้นก่อนเป็นอันดับแรก โดยมีการอนุรักษ์ปริมาตรเกิดขึ้นหลังสุด สามารถแสดงให้เห็นเด่นชัดขึ้น ดังนี้

การอนุรักษ์จำนวน	เกิดที่อายุ 5 - 6 ปี
การอนุรักษ์มวลสาร	เกิดที่อายุ 7 - 8 ปี
การอนุรักษ์พื้นที่	เกิดที่อายุ 7 - 8 ปี
การอนุรักษ์น้ำหนัก	เกิดที่อายุ 9 - 10 ปี
การอนุรักษ์ปริมาตร	เกิดที่อายุ 11 - 12 ปี[1]

ประการสำคัญคือ เมื่อเด็กมีความสามารถในการอนุรักษ์ขั้นหนึ่งได้ก็หมายความว่าเขามีความสามารถในการอนุรักษ์ขั้นก่อนหน้ามาแล้ว เช่น การที่จะอนุรักษ์

---

[1]ดวงเกือน ศาสตรภัทร์, "การศึกษาเปรียบเทียบเด็กไทยเชื้อชาติไทยกับเด็กไทยเชื้อชาติจีน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจในการอ่าน การรับรู้ทางสายตาและแบบการคิดให้เหตุผลตามหลักการอนุรักษ์ของเพียเจต์," (ปริญญานิพนธ์ การศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีสรครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2515), หน้า 57.

ปริมาตรได้จะต้องสามารถอนุรักษ์จำนวน มวลสาร พื้นที่ และน้ำหนักได้มาก่อนแล้ว

การอนุรักษ์จำนวน (Conservation of Number) หมายถึง ความสามารถที่จะเข้าใจว่าสิ่งของ 2 กลุ่ม ที่มีจำนวนสมาชิกในแต่ละกลุ่มเท่ากันอยู่แล้ว เมื่อจัดวางกลุ่มหนึ่งให้อยู่ในลักษณะที่แตกต่างไปจากเดิม โดยอาจจะรวมกันเข้าหรือกระจายออก จำนวนสมาชิกของทั้ง 2 กลุ่มก็ยังคงเท่ากัน

การแสดงถึงความสามารถในการอนุรักษ์นั้น นอกจากจะบอกได้ว่าจำนวนหรือปริมาณยังคงเท่ากันแล้วยังต้องสามารถให้เหตุผลได้ การให้เหตุผลมี 3 แบบดังนี้คือ

แบบอิงลักษณะเดิม (Identity) คือการให้เหตุผลในลักษณะที่แสดงว่า เป็นสิ่งของเดิมซึ่งไม่ได้เพิ่มสิ่งใดเข้าไปหรือนำสิ่งใดออกมา

แบบชดเชย (Compensation) คือ การให้เหตุผลในลักษณะที่มีสิ่งหนึ่งหายไปก็จะต้องมีสิ่งหนึ่งเข้ามาแทนที่

แบบย้อนกลับ (Reversibility) คือ การให้เหตุผลในลักษณะย้อนกลับไปหาจุดเริ่มต้นและวกกลับมาที่จุดจบ

ฉ. ความสามารถในการคิดย้อนกลับ (Reversibility) หมายถึง ความสามารถในการคิดให้เหตุผลย้อนกลับตามแนวทางเดิมมาถึงจุดตั้งต้นใหม่ได้ เช่น น้ำ 2 แก้วที่บรรจุในแก้วที่มีขนาดเดียวกันมีปริมาณเท่ากัน เมื่อเทน้ำจากแก้วใบหนึ่งลงในแก้วที่สูงกว่า น้ำยังคงเท่ากัน โดยสามารถที่จะคิดได้ว่า ถ้าเทน้ำจากแก้วใบสูงกลับไปใส่แก้วใบเดิมเหมือนตอนแรก ก็จะเห็นได้ชัดว่าปริมาณน้ำเท่ากัน

4. ขั้นคิดอย่างมีแบบแผน (Formal Operation Stage) อยู่ในช่วงที่เด็กอายุประมาณ 11-15 ปี ในขั้นนี้เด็กจะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาโดยการใช้ความคิดอย่างมีเหตุผลกับปัญหาทุกชนิด เป็นขั้นที่โครงสร้างทางสติปัญญาพัฒนาอย่างสมบูรณ์จึงจัดว่าเป็นขั้นของการใช้สติปัญญาอย่างแท้จริง เพราะสามารถแก้ปัญหาทั้งที่เป็นรูปธรรมและนามธรรมได้ สามารถคิดในลักษณะที่เป็นภววิทยา ใช้เหตุผลทางวิทยาศาสตร์ และสร้างสมมติฐานในการแก้ปัญหาได้อย่างดี

การสอนคณิตศาสตร์

ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด มีโครงสร้าง แสดงความเป็นเหตุเป็นผลกัน และเป็นวิชาที่สื่อความหมายโดยใช้สัญญลักษณ์ นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม ซึ่งมีความยากลำบากต่อการเรียนรู้ และทำความเข้าใจสำหรับเด็ก และเป็นปัญหาสำหรับครูผู้สอนที่จะต้องคิดค้น และหาวิธีที่จะให้เด็กเกิดการเรียนรู้ และมีความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด

เมื่อการสอนเป็นองค์ประกอบหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของเด็ก จึงมีผู้สนใจศึกษาและแสวงหาหลักการสอนที่จะยึดเป็นแนวทางปฏิบัติ เพื่อที่จะนำมาซึ่งผลสำเร็จในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ยุทธนา ตรีนุสนธิ์ และ ประทีป สยามชัย ได้ให้แนวคิดที่มีอยู่ในทำนองเดียวกันถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ว่ามีองค์ประกอบที่สำคัญ 3 ประการคือ ทฤษฎีการเรียนรู้ หลักทางการศึกษา และหลักทางจิตวิทยา[1, 2]

ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีอิทธิพลต่อการสอนคณิตศาสตร์มีอยู่ 2 ทฤษฎีคือ จิตวิทยาพันธนาการ(Bond Psychology) มีหลักอยู่ว่า การเรียนรู้เกิดจากการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนอง เน้นการแยกความรู้ออกเป็นส่วนย่อย ๆ อีกทฤษฎีหนึ่งได้แก่ จิตวิทยาเกสตอลท์ (Gestalt Psychology)ซึ่งมีหลักว่า การเรียนรู้จะเกิดโดยการวิเคราะห์แผนโครงสร้างและจัดรูปใหม่ของสภาพการณ์นั้น ๆ เน้นในการเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง[3]

---

[1]ยุทธนา ตรีนุสนธิ, "ข้อควรคำนึงในการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา," ประชาศึกษา 24 (มีนาคม, 2516): 12-16.

[2]ประทีป สยามชัย, "การสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนประถมศึกษา," ประชาศึกษา 20 (สิงหาคม, 2511): 41-43.

[3]ยุทธนา ตรีนุสนธิ, "ข้อควรคำนึงในการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา": 12-13.

หลักทางการศึกษา นักการศึกษาเน้นการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้เกิดความเข้าใจมากกว่าเกิดทักษะการคำนวณ เพราะการฝึกทักษะเพียงอย่างเดียวแต่ขาดความเข้าใจไม่อาจทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์บรรลุจุดมุ่งหมายได้ รวมทั้งยึดหลักที่จะทำการสอนให้เด็กสามารถค้นพบหลักการได้ด้วยตนเอง[1]

หลักทางจิตวิทยา นักจิตวิทยาและนักการศึกษาเน้นให้เห็นว่าความแตกต่างระหว่างบุคคลและการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับวัยจะช่วยทำให้การสอนคณิตศาสตร์ของครูมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น เด็กควรจะได้เรียนไปตามความสามารถของตน ซึ่งหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ควรจะมีความยืดหยุ่นเพียงพอที่จะจัดให้เด็กมีโอกาสเรียนรู้ในอัตราของตนเอง นอกจากนี้การเรียนรู้ที่เหมาะสมกับวัยจะช่วยให้ผู้เรียนได้มีความเข้าใจและมีพัฒนาการก้าวหน้าด้วยความมั่นคง[2] และสิ่งที่จะช่วยให้รู้ว่าจะจัดการสอนให้เหมาะสมกับวัยได้อย่างไรก็โดยอาศัยทฤษฎีพัฒนาการต่าง ๆ เช่น ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์

กระบวนการที่จะช่วยเสริมหลักการสอนดังกล่าวเพื่อให้เด็กมีการเรียนรู้ที่ดียิ่งขึ้น ก็คือ การจัดลำดับขั้นของการสอนคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม ซึ่งได้แก่

1. ขั้นเตรียม (Preparation)
2. ขั้นสำรวจและค้นคว้า (Exploration and Discovery) เป็นขั้นที่จะให้เด็กมีความรู้ ความเข้าใจในเรื่องที่จะสอน
3. ขั้นใช้สัญญลักษณ์และสรุปเป็นกฎเกณฑ์ (Abstraction and Organization)
4. ขั้นฝึกทักษะ (Fixing Skill)
5. ขั้นนำไปใช้ (Application)[3]

---

[1] เรื่องเดียวกัน, หน้า 14.

[2] เรื่องเดียวกัน, หน้า 15-16

[3] สุรชัย ขวัญเมือง, วิธีสอนและการวัดผลวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา (กรุงเทพมหานคร: เทพนิมิตการพิมพ์, 2522), หน้า 19.

การสอนที่ได้ผลดี โดยเฉพาะการสอนคณิตศาสตร์ครูจำเป็นต้องศึกษาและอาศัยองค์ประกอบหลายอย่างที่จะช่วยให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพมากที่สุด จึงขอสรุปการสอนคณิตศาสตร์ด้วยคำกล่าวของ คีน (Kean) ที่ว่า การสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาควรเน้นที่ความเข้าใจ ทักษะการคำนวณเป็นส่วนสำคัญที่ครูจะต้องสอน แต่ควรจะสอนภายหลังที่เด็กได้รับแนวคิดพื้นฐานแล้ว เด็กควรจะได้ใช้ทั้งวิธีอนุมานและอุปมานในการทำความเข้าใจ เพื่อนำไปสู่แนวคิดที่เป็นนามธรรม การสอนจึงควรจัดให้เด็กได้มีโอกาสค้นพบแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยของตัวเอง การสอนจะต้องเป็นไปอย่างมีความหมาย และใช้หลักจิตวิทยาด้วย[1]

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษานั้น เลอบลองซ์ (Le blance)[2] เฟอร์ และ ฟิลลิปส์ (Fehr and Phillips)[3] ได้กล่าวไว้ในทำนองเดียวกันว่าองค์ประกอบที่สำคัญในการสอนมีอยู่ด้วยกัน 3 ประการคือ ทักษะการคำนวณ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เลอบลองซ์ยังได้กล่าวต่ออีกว่า ในองค์ประกอบทั้ง 3 นี้ เป้าหมายสูงสุดของการสอนคณิตศาสตร์อยู่ที่การแก้ปัญหา โดยมุ่งที่กระบวนการในการแก้ปัญหา ส่วนเทราท์แมนและลิชเทนเบอร์ก (Troutman and Lichtenberg) ได้กล่าวถึงการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า การพัฒนาความ

---

[1] John M. Kean, The Teaching of Mathematics in The Elementary School (Pennsylvania: The Hadden Craftsmen Inc., 1969), p. 1-2.

[2] John F. Leblance, "You Can Teach Problem Solving," p. 16.

[3] Howard F. Fehr and Jo McKeeby Phillips, Teaching Modern Mathematics in The Elementary School (London: Addison-Wesley Publishing Company, 1971): pp. 3-5.

สามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่ง คาดหวังที่สำคัญที่สุดในการให้การศึกษา ความสามารถด้านนี้จะช่วยให้บุคคลตัดสินใจ และเลือกทางดำเนินชีวิตได้ครบถ้วนสมบูรณ์ยิ่งขึ้น[1] ดังนั้น การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งสำคัญที่ครูผู้สอนคณิตศาสตร์จะต้องให้ความสนใจ และส่งเสริมความสามารถทางด้านนี้ให้แก่เด็กจนเต็มความสามารถ

เดอ วอลท์ (De Vault) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาจะเกิดขึ้นเมื่อมีคำถามซึ่งต้องการคำตอบ และแต่ละคนก็จะมีวิธีการที่แตกต่างกันที่จะให้ได้มาซึ่งคำตอบ นอกจากนี้ เขายังได้แสดงความคิดเห็นต่อไปอีกว่าเด็กจะไม่สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยไม่มีความรู้พื้นฐาน หรือความสามารถในการคำนวณ, ความเข้าใจในวิธีการ หรือความสามารถในการจัดลำดับทางเหตุผล ดังนั้นทักษะซึ่งต้องใช้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จึงจะต้องได้รับมากพอจากการเรียนการสอน ประสบการณ์ และการฝึกหัดจะช่วยเด็กในการเรียนรู้การใช้เครื่องมือเหล่านี้[2] เฮนเดอร์สันและพิงกรี้ (Henderson and Pingry) ก็ได้ให้แนวคิดที่คล้ายคลึงกันว่าในการแก้ปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหาจะทำได้ต้องมีกระบวนการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์ และการตัดสินใจโดยพร้อมมูล[3]

---

[1] Andria Price Troutman and Betty Plunkett Lichtenberg, "Problem Solving in the General Mathematics Classroom," The Mathematics Teacher 67 (November, 1974): 590.

[2] M. Vere De Vault, "Doing Mathematics is Problem Solving," p. 40.

[3] Kenneth B. Henderson and Robert E. Pingry, "Problem-Solving in Mathematics" in The Learning of Mathematics: It Theory and Practice, ed. The National Council of Teachers of Mathematics, 5 th. ed (Washington D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics, 1967), p. 228.

ทางด้านลำดับขั้นในการแก้ปัญหานั้น เลอบลองซ์ (Le blance)[1], เทร้าท์แมนและลิชเทนเบอร์ก (Troutman and Lichtenberg)[2] ได้เสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาที่คล้ายกัน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา
2. วางแผนเพื่อแก้ปัญหา โดยรู้จักรวบรวมข้อมูลที่จำเป็นเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา
3. แก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้
4. ทบทวนปัญหา และคำตอบ

เทร้าท์แมนและลิชเทนเบอร์ก (Troutman and Lichtenberg) ยังให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมว่า การสอนให้เด็กแก้ปัญหานั้นไม่ควรให้เด็กสังเกต หรือจดจำวิธีแก้ปัญหานั้นจากข้ออื่น ๆ แต่ควรให้เด็กพิจารณาโดยคำนึงถึงเหตุผล ความเป็นจริงเป็นสำคัญ นอกจากนี้ เมื่อเด็กมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้แล้วเขาก็จะมีความสามารถเฉพาะที่มีลักษณะดังนี้

1. ความสามารถในการหาลักษณะหรือคุณสมบัติของแนวคิดทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการแปลงภาษาคณิตศาสตร์เป็นสัญญลักษณ์ต่าง ๆ
3. ความสามารถในการหาลักษณะที่เหมือนกันและต่างกัน
4. ความสามารถในการหาเงื่อนไข หรือองค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหา
5. ความสามารถในการวางหลักเกณฑ์ทั่ว ๆ ไป
6. ความสามารถในการหาวิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ ทาง
7. ความสามารถในการกะประมาณคำตอบตามข้อเท็จจริง[3]

---

[1] John F. LeBlance, "You Can Teach Problem Solving," pp. 16-18.

[2] Andria Price Troutman and Betty Plunkett Lichtenberg, "Problem Solving in the General Mathematics Classroom,", p. 591.

[3] Ibid., pp. 592-593.

การบวก การลบ

โคปแลนด์ (Copeland) ได้ให้ความหมายของการบวกไว้ว่า การบวกเป็นการรวมจำนวนสองจำนวนเข้าด้วยกันให้เป็นจำนวนเพียงจำนวนเดียว[1] ส่วนการลบนั้น เพกและคณะ (Paige and others) กล่าวว่า เป็นการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวน หรือเป็นการนำเอาจำนวนหนึ่งออกจากอีกจำนวนหนึ่ง[2]

การเข้าใจในเรื่องที่เกี่ยวกับข้อเท็จจริงพื้นฐานและคุณสมบัติของการบวกการลบจะทำให้การเรียนรู้ในเรื่องการบวก การลบ เป็นไปอย่างมีความหมายยิ่งขึ้น[3] ในชีวิตประจำวันมนุษย์ต้องพบและใช้ตัวเลขทั้งสิ้นสิบตัว ได้แก่ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9 ตัวเลขทั้งสิบตัวนี้จะเกี่ยวข้องโดยตรงกับข้อเท็จจริงพื้นฐาน กล่าวคือ ข้อเท็จจริงพื้นฐานของการบวกเป็นการรวมจำนวนตัวเลขสองตัวเข้าด้วยกัน เช่น 2+3, 5+4 เป็นต้น จะได้การรวมจำนวนทั้งสิ้นหนึ่งร้อยแบบ ส่วนข้อเท็จจริงพื้นฐานของการลบนั้นจะแสดงในทางกลับกันกับข้อเท็จจริงของการบวก เป็นต้นว่า ข้อเท็จจริงของการบวกเป็น 2 + 3 = 5 ข้อเท็จจริงของการลบก็จะเป็น 5 - 2 = 3 และ 5 - 3 = 2 ประโยคคณิตศาสตร์สามประโยคนี้จัดเป็นชุดของข้อเท็จจริงหนึ่งชุด ดังนั้น จากข้อเท็จจริงพื้นฐานของการบวก การลบ แต่ละชุดจะช่วยชี้ให้เห็นและเข้าใจว่าการลบเป็นวิธีกลับของการบวก และการบวกกับการลบมีความสัมพันธ์กัน

---

[1] Richard W. Copeland, How Children Learn Mathematics: Teaching Implications of Piaget's Research, p. 147.

[2] Donald D. Paige and Others, Elementary Mathematical Methods (New York: John Wiley & Sons, 1978), p. 106.

[3] Lola June May, Teaching Mathematics in the Elementary School (New York: The Free Press, 1970), p. 51.

คุณสมบัติของการบวกและการลบก็เป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยให้การเรียนรู้ข้อเท็จจริงพื้นฐานและการคิดคำนวณดียิ่งขึ้น คุณสมบัติที่สำคัญได้แก่

1. การสลับที่ ในการบวกเมื่อมีการสลับที่ระหว่างตัวตั้ง และตัวบวกแล้ว ผลบวกจะยังคงเดิม ส่วนวิธีการลบไม่สามารถสลับที่ระหว่างตัวตั้งและตัวลบได้

2. การจัดหมู่ ในการบวกจำนวนสามจำนวน ไม่ว่าจะรวมสองจำนวนแรกก่อน หรือรวมสองจำนวนหลังก่อน แล้วนำมารวมกับจำนวนที่เหลือ ผลบวกก็จะยังคงเท่ากัน แต่การลบเลขสามจำนวนจะนำมาจัดหมู่เช่นเดียวกับการบวกไม่ได้

3. คุณสมบัติของเลขศูนย์ที่เกี่ยวข้องกับการบวกและการลบ ได้แก่ การบวกหรือการลบเลขจำนวนใด ๆ ด้วยศูนย์ ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นเลขจำนวนเดิม นอกจากนี้ เลขจำนวนใดลบด้วยตัวเอง ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นศูนย์[1]

ในการสอนเรื่องการบวก การลบ เพื่อให้เด็กเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพนั้น เฟอร์ และ ฟิลลิปส์ (Fehr and Phillips) กล่าวว่า การสอนการบวกและลบในเวลาเดียวกันไม่ใช่เป็นการฝึกหัดที่ดี สิ่งที่สมควรก็คือให้เด็กได้มีความคิดรวบยอดทางการบวกก่อนแล้วจึงให้ความคิดรวบยอดทางการลบ และเมื่อเข้าใจดีแล้วจึงให้รู้ถึงความสัมพันธ์ของวิธีการสองวิธีนี้[2] นอกจากลำดับการสอนดังกล่าวแล้ว ไรส์แมน (Reisman) ยังได้เสนอแนวคิดไว้ว่า บางครั้งความยากลำบากในการทำความ

---

[1] Donald D. Paige and Others, Elementary Mathematical Methods, pp. 85, 112-113.

[2] Howard F. Fehr and Jo Makcoby Phillips, Teaching Modern Mathematics in the Elementary School, p. 55.

เข้าใจ มาจากการที่เด็กขาดความพร้อมที่จะเรียนในเรื่องนั้น ๆ งานที่กำลังทำอยู่อาจจะยากเกินไปสำหรับระดับการเรียนรู้ของเขาก็เป็นได้[1] ดังนั้นความพร้อมในการเรียนของเด็กจึงเป็นสิ่งที่ครูจะต้องให้ความสนใจและศึกษา

อันเดอร์ฮิลล์ (Underhill) กล่าวว่า ความพร้อมที่จะทำเรื่องบวกและลบขึ้นอยู่กับสิ่งสำคัญสองประการคือ ประสบการณ์และวุฒิภาวะ[2] ประสบการณ์เป็นสิ่งที่ผู้เรียนได้เรียนรู้และฝึกหัดมาก่อนที่จะเรียนเรื่องบวกลบ ประสบการณ์ที่จำเป็นได้แก่ เรื่องของตัวเลข, การจัดลำดับ, การนับ, การจับคู่ หนึ่งต่อหนึ่ง เป็นต้น ทางด้านวุฒิภาวะนั้น อันเดอร์ฮิลล์ (Underhill) เห็นว่าเด็กจะไม่สามารถเข้าใจเรื่องของการบวกลบได้อย่างถ่องแท้จนกว่าจะมีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน[3] เพราะเมื่อเด็กยังไม่มีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน เขาก็จะไม่สามารถเข้าใจถึงความเท่ากันอย่างแท้จริงได้ เช่น วางลูกกวาดห้าอันรวมกันให้เด็กเห็น ต่อมาแยกลูกกวาดออกเป็นสองกอง กองละสองกับสามอัน เด็กที่ยังไม่มีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนจะบอกว่า เมื่อวางโดยแบ่งลูกกวาดเป็นสองกองจะมากกว่าเมื่อวางรวมกัน แสดงให้เห็นว่า เด็กที่ไม่มีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน จะไม่เชื่อว่า 2 + 3 กับ 5 เท่ากัน หรือ 2 + 3 กับ 5 เป็นจำนวนเดียวกัน ดังนั้น เด็กจะเข้าใจความหมายของ 2 + 3 = 5 ในวงจำกัด

---

[1] Fredricka K. Reisman, A Guide To the Diagnostic Teaching of Arithmetic, 2nd ed. (Ohio: Charles E Merrill Publishing Company, 1978), p. 55.

[2] Robert Underhill, Teaching Elementary School Mathematics, p. 106.

[3] Ibid., p. 107.

นอกจากนี้ ความเข้าใจเกี่ยวกับวิธีการกลับกัน (Inverse Operation) ขึ้นอยู่กับความสามารถในการคิดย้อนกลับ (Reversibility) ซึ่งความสามารถในการคิดย้อนกลับนี้มีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับความสามารถในการอนุรักษ์ กล่าวคือ เมื่อการลบเป็นวิธีกลับของการบวก เด็กที่ไม่มีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนก็จะไม่เข้าใจถึงความสัมพันธ์ระหว่างการบวกกับการลบ[1] ดังนั้น ถึงแม้ว่าเขาจะสามารถหาได้ว่า $2 + 3 = \square$ แต่ก็เป็นการยากที่เขาจะเข้าใจ และหาคำตอบของ $2 + \square = 5$ ได้ ถึงแม้ $2 + 3 = \square$ และ $2 + \square = 5$ จะมีความสัมพันธ์กันก็ตาม แต่ในเด็กที่มีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนแล้ว เมื่อเขาทราบว่า $2 + 3 = 5$ ก็จะเข้าใจได้ว่ายังมีประโยคคณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์กับประโยคนี้อยู่อีกสองประโยคคือ $5 - 2 = 3$ และ $5 - 3 = 2$ เพราะฉะนั้น เด็กที่มีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน จะหาคำตอบของ $2 + \square = 5$ ได้อย่างถูกต้อง และด้วยความเข้าใจ ดังนั้น ความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนจึงมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการเรียนเรื่องการบวก และ การลบ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาในประเทศไทยที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีของเปียเจต์ โดยเฉพาะในเรื่องของการอนุรักษ์นั้น ส่วนใหญ่จะอยู่ในรูปของการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการอนุรักษ์ด้านต่าง ๆ และการศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการอนุรักษ์ระหว่างเด็กใน

---

[1] Ibid., pp. 107-108.

เมืองกับเด็กในชนบท เช่น การศึกษาของ สุพล บุญทรง[1] อรนุช หลิมประเสริฐ[2] อัญชลี สริยาภรณ์[3] เพ็ญศิริ ชุติกุล[4]..... เป็นต้น ส่วนการศึกษาจากประเทศทางตะวันตกนั้นได้มีผู้สนใจทำการศึกษาค้นคว้ามากมาย ซึ่งมีขอบเขตในการศึกษาต่างกันออกไป

สุพล บุญทรง ได้ทำการศึกษาการอนุรักษ์สสาร น้ำหนัก และปริมาตรกับกลุ่มตัวอย่างระดับอายุ 6 - 13 ปี พบว่า พัฒนาการของการอนุรักษ์ทั้ง 3 อย่างเป็นไปตามทฤษฎีของเพียเจท์ คือ การอนุรักษ์จะเป็นไปตามลำดับขั้นจากการอนุรักษ์มวลสาร และน้ำหนัก ซึ่งเด็กไทยจะเกิดขึ้นพร้อม ๆ กันที่อายุประมาณ 11 - 12 ปี ส่วนการอนุรักษ์ปริมาตรอายุ 13 ปีแล้วยังไม่ปรากฏในเด็ก[5] การศึกษานี้สอดคล้องกับ มณี เลิศปัญญานุช

---

[1]สุพล บุญทรง, "พัฒนาการของเด็กไทยทางด้านการสร้างมโนภาพเกี่ยวกับการคงอยู่ของสสาร."

[2]อรนุช หลิมประเสริฐ, "การศึกษาเปรียบเทียบเด็กในเมืองและชนบทเกี่ยวกับพัฒนาการของสังกัปในการอนุรักษ์ความยาว และปริมาตรกับการอบรมเลี้ยงดู"

[3]อัญชลี สริยาภรณ์, "การตรวจสอบข้อค้นพบจากงานวิจัยของออปเปอร์เกี่ยวกับพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาของเด็กไทย" (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาจิตวิทยา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2511)

[4]เพ็ญศิริ ชุติกุล, "การศึกษาเปรียบเทียบพัฒนาการด้านสังกัปการอนุรักษ์สสารและความสามารถในการแก้ปัญหาของเด็กในเมืองและเด็กชนบทจังหวัดน่าน" (ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต ภาควิชาจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2522)

[5]สุพล บุญทรง, "พัฒนาการของเด็กไทยทางด้านการสร้างมโนภาพเกี่ยวกับการคงอยู่ของสสาร," หน้า 33-35.

และ อรนุช หลิมประเสริฐ ที่ได้ศึกษาไว้ในด้านพัฒนาการในการอนุรักษ์เป็นไปตามลำดับขั้น และช่วงอายุที่เกิดการอนุรักษ์นั้น ๆ รวมทั้งพบว่า การอนุรักษ์ความยาวจะเกิดขึ้นเมื่อเด็กมีอายุประมาณ 11 - 12 ปีด้วย[1, 2]

ออปเปอร์ (Opper) เป็นอีกคนหนึ่งที่ใช้แนวคิดเกี่ยวกับลำดับขั้นพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจท์มาศึกษากับเด็กไทย พบว่า เด็กไทยมีพัฒนาการทางการอนุรักษ์เช่นเดียวกับเด็กในประเทศทางตะวันตก แต่เด็กไทยมีพัฒนาการช้ากว่าเด็กตะวันตกประมาณ 1 - 3 ปี[3] การศึกษานี้ได้ผลแนวเดียวกันกับ ไฮด์ (Hyde) ที่ทำการศึกษากับเด็กชาวอาหรับ และชาวอินเดีย ก็พบว่า เด็กเหล่านั้นมีพัฒนาการเป็นไปตามทฤษฎีของเพียเจท์ แต่พัฒนาการต่าง ๆ เกิดช้ากว่าเด็กชาวยุโรป[4] เมื่อการศึกษาได้ผลออกมาในลักษณะเช่นนี้จึงมีผู้สนใจศึกษาถึงองค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับพัฒนาการทางด้านการอนุรักษ์ดังกล่าว

---

[1]มณี เลิศปัญญานุช, "มโนทัศน์ของนักเรียนประถมศึกษาเกี่ยวกับความทรงไว้ของความยาว," หน้า 62.

[2]อรนุช หลิมประเสริฐ, "การศึกษาเปรียบเทียบเด็กในเมืองและชนบทเกี่ยวกับพัฒนาการของสังกัปในการอนุรักษ์ความยาวและปริมาตรกับการอบรมเลี้ยงดู," หน้า 67-69.

[3]เฉลา ประเสริฐสังข์, "พัฒนาการของสังกัปในด้านการเปรียบเทียบและปัญหาการอนุรักษ์จำนวนของเด็กระดับอายุ 3 - 7 ปี ในกรุงเทพมหานคร และภาคตะวันตกเฉียงเหนือ," หน้า 26.

[3]J.G. Wallace, Concept Growth and The Education of The Child (London: Kingthorne & Stace Ltd., 1967), p. 79.

คอนเฮาน์ (Colhoun)[1] ลาปองต์ (La Pointe)[2] เมเลอร์และบีเวอร์ (Mehler and Bever)[3] รวมทั้งประทุมราช และจอห์นสัน (Pratoomraj and Johnson)[4] ได้ทำการศึกษาและพบว่า ผลมุ่งไปที่จุดเดียวคือความเข้าใจในปัญหาการอนุรักษ์นั้นจะเพิ่มขึ้นตามระดับอายุที่มากขึ้น นั่นก็หมายถึงว่าเด็กจะเริ่มมีการอนุรักษ์จำนวนก่อน เมื่ออายุมากขึ้นจึงจะมีการอนุรักษ์มวลสาร น้ำหนักและปริมาตร เป็นอันดับสุดท้าย

---

[1]L.G. Colhoun, "Number Conservation in Very Young Children: The Effect of Ages and Mode Responding," Child Development 42 (June, 1971): 569-572.

[2]Karen La Pointe, "Number Conservation in Children before Age Six: It's Relationship to Age Perception Dimension and Language Comprehension," Journal of Child Development Abstract and Bibliography 49 (June - August, 1975): 139.

[3]J. Mehler and T. Bever, "Cognitive Capacity of Very Young Children," Quoted in Sohan Modjil, Piagetian Research: A Handbook of Recent Studies, p.p. 40-41.

[4]S. Pratoomraj and R.C. Johnson, "Kinds of Questions and Types of Conservation Tasks as Related to Children's Conservation Responses," Quoted in Sohan Modjil, Piagetian Research: A Handbook of Recent Studies, pp. 49-50.

ทางด้านการศึกษาของเพ็ญศิริ ชุติกุล[1] เฉลา ประเสริฐสังข์[2] อรนุช หลิมประเสริฐ[3] และวิชัย ชำนิ[4] ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบเกี่ยวกับพัฒนาการทางการอนุรักษ์ด้านต่าง ๆ และการอบรมเลี้ยงดูระหว่างเด็กในเมืองกับชนบท เช่นเด็กในกรุงเทพ ฯ กับเด็กต่างจังหวัด ผลการศึกษาพบว่า เด็กในเมืองมีพัฒนาการทางการอนุรักษ์สูงกว่าเด็กในชนบท นอกจากนี้ การศึกษาของ มณี เลิศบัญญานุช[5] ที่นำเอางานการอนุรักษ์ของเพียเจต์ไปศึกษากับเด็กที่อยู่ในโรงเรียนสาธิตกับโรงเรียนประเภทอื่น ๆ ที่อยู่ในเขตกรุงเทพมหานคร เด็กที่อยู่ในโรงเรียนสาธิตมีพัฒนาการในการอนุรักษ์สูงกว่าเด็กในโรงเรียนสังกัดอื่น ๆ ที่ระดับอายุเดียวกัน ดังนั้นจึงชี้ให้เห็นว่าสิ่งแวดล้อมและการอบรมเลี้ยงดูมีส่วนเกี่ยวข้องกับพัฒนาการทางการอนุรักษ์

---

[1] เพ็ญศิริ ชุติกุล, "การศึกษาเปรียบเทียบพัฒนาการด้านสังกัปการอนุรักษ์สสาร และความสามารถในการแก้ปัญหาของเด็กในเมืองและเด็กชนบทจังหวัดน่าน," หน้า 52-53.

[2] เฉลา ประเสริฐสังข์, "พัฒนาการของสังกัปในด้านการเปรียบเทียบและปัญหาการอนุรักษ์จำนวนของเด็กระดับอายุ 3-7 ปี ในเขตกรุงเทพมหานครและภาคตะวันออกเฉียงเหนือ," หน้า 95.

[3] อรนุช หลิมประเสริฐ, "การศึกษาเปรียบเทียบเด็กในเมืองและชนบทเกี่ยวกับพัฒนาการของสังกัปในการอนุรักษ์ความยาว และปริมาตร กับการอบรมเลี้ยงดู," หน้า 67-69.

[4] วิชัย ชำนิ, "การเปรียบเทียบพัฒนาการด้านมโนภาพเกี่ยวกับการอนุรักษ์จำนวน และการบวกจำนวนของเด็กในเมืองใหญ่กับเด็กชนบท" (ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2519), หน้า 42-43.

[5] มณี เลิศบัญญานุช, "มโนทัศน์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาเกี่ยวกับความทรงไว้ของความยาว พื้นที่ และปริมาตร," หน้า 63.

งานวิจัยเกี่ยวกับการอนุรักษ์จำนวน

ตามแนวความคิดของเพียเจท์นั้น พัฒนาการในการอนุรักษ์เรื่องต่าง ๆ ไม่ได้เกิดขึ้นพร้อมกันหมดแต่จะมีลำดับก่อนหลัง ในบรรดาพัฒนาการในการอนุรักษ์ การอนุรักษ์จำนวนเป็นพัฒนาการอันดับแรกที่จะเกิดขึ้นในเด็ก ช่วงอายุประมาณ 5-6 ปี จากหลักการนี้เองได้มีผู้ทำการศึกษาต่อเพื่อตรวจสอบ และขยายแนวความคิดออกไปอีก ดังนี้

ซีเกล (Siegel) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการใช้ถ้อยคำบางคำกับการอนุรักษ์จำนวนในเด็กอายุ 2 - 6 ปี ผลการศึกษาพบว่า เด็กจะเข้าใจความหมายของคำที่ใช้ในการเปรียบเทียบปริมาณ เมื่ออายุ 4 ปี 7 เดือน และเด็กเข้าใจการอนุรักษ์จำนวนได้เมื่ออายุประมาณ 5 ปี[1] เกี่ยวกับระดับอายุของเด็กและการอนุรักษ์จำนวนนี้ ไวเนอร์ (Winer) ได้ศึกษาการอนุรักษ์จำนวนนี้โดยแบ่งเป็น 2 ระดับคือ การอนุรักษ์จำนวนที่ใช้สมาชิกน้อย ๆ (จำนวนสมาชิกเท่ากับ 2 - 3) กับการอนุรักษ์จำนวนที่ใช้จำนวนสมาชิกมากขึ้น (จำนวนสมาชิกเท่ากับ 5-6) ผลการศึกษาพบว่า ถ้าเป็นปัญหาที่ใช้จำนวนน้อย ๆ เด็กที่ระดับอายุ 4 - 5 ปี ก็สามารถทำความเข้าใจได้[2] การศึกษาที่สนับสนุนข้อค้นพบของไวเนอร์นี้ ได้แก่ การศึกษาของ วิชัย ชำนิ และเฉลา ประเสริฐสังข์ วิชัย ชำนิ พบว่า เมื่อใช้จำนวนสมาชิกในการทดสอบเท่ากับ 8 นั้น เด็ก

---

[1] Linda S. Siegel, "Conservation of Number in Young Children Recenry Versus Relation Response Strategies," Journal of Child Development Abstract and Bibliography 47 (October-December, 1969): 175.

[2] Gerald A. Winer, "Conservation of Different Quantities Among Preschool Children," Child Development 45 (September, 1974): 839-842.

จะมีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน เมื่ออายุได้ 9 ปี[1] ส่วน เฉลา ประเสริฐสังข์ ใช้จำนวนเสมาชิกในการทดสอบเป็น 4 เด็กที่มีอายุได้ 6 ปีก็มีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนได้แล้ว[2] จึงอาจกล่าวได้ว่า อายุของเด็กมีความสัมพันธ์กับพัฒนาการในการอนุรักษ์จำนวน

องค์ประกอบด้านอื่นที่มีผู้ทำการศึกษาพบว่ามีส่วนเกี่ยวข้องกับพัฒนาการทางการอนุรักษ์จำนวน ได้แก่ การศึกษาของลอยด์ (Lloyd) ซึ่งได้ศึกษาถึงพัฒนาการทางการอนุรักษ์ในส่วนของการอนุรักษ์จำนวนและการอนุรักษ์ปริมาตร กับเด็กที่มีระดับอายุ และประชากรณ์ที่แตกต่างกันในเมืองโยรูบา ประเทศไนจีเรีย พบว่า เด็กที่มีระดับสติปัญญาดีจะเข้าใจในเรื่องของการอนุรักษ์จำนวนสูงกว่า เด็กที่มีระดับสติปัญญาต่ำ เด็กที่ครอบครัวมีฐานะทางเศรษฐกิจสูงจะมีพัฒนาการทางการอนุรักษ์จำนวนสูงกว่าเด็กที่มาจากครอบครัวที่มีฐานะทางเศรษฐกิจต่ำ[3] ซึ่งผลการศึกษาทางด้านฐานะทางเศรษฐกิจนี้สอดคล้องกับผลการศึกษาของ อีทุค (Etuk)[4] และดอดเวล (Dodwell)[5] ที่ได้ศึกษาไว้เช่นเดียวกัน

---

[1]วิชัย ชำนิ, "การเปรียบเทียบพัฒนาการด้านมโนภาพเกี่ยวกับการอนุรักษ์จำนวนและการบวกจำนวนของเด็กในเมืองใหญ่กับเด็กชนบท," หน้า 42-43.

[2]เฉลา ประเสริฐสังข์, "พัฒนาการของสังกัปในด้านการเปรียบเทียบ และปัญหาการอนุรักษ์จำนวนของเด็กที่ระดับอายุ 3-7 ปี ในกรุงเทพมหานคร และภาคตะวันออกเฉียงเหนือ," หน้า 41.

[3]Barbara B. Lloyd, "The Development of Conservation with Yoruba Childrn of Differing Ages and Experiences," Child Development 42 (June, 1971): 415-428.

[4]Elizabeth Eme Samson Etuk, "The Development of Number Concepts: An Examination of Piaget's Theory with Yoruba-Speaking Nigerian Children," Dissertation Abstract International 27 (April, 1967): 1295-A.

[5]P.C. Dodwell, "Children Understanding of Number Concepts: Characteristics of Individual and Group Test," Canadian Journal of

ทางด้านเพศ การศึกษาของ บี บี รอทเท็นเบอร์ก และอาร์จี คอร์ทนี (B.B. Rothenberg and R.G. Courtney)[1] พบว่า ความแตกต่างทางด้านเพศไม่มีส่วนเกี่ยวข้องกับความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน ซึ่งรอทเท็นเบอร์กและคอร์ทนีได้กล่าวอีกว่า ผลจากการศึกษาในครั้งนี้สอดคล้องกับผลการศึกษาของเบรน (Braine), ประทุมราชและจอห์นสัน (Pratoomraj and Johnson) รวมทั้งชานท์และซีเกล (Shantz & Siegel) ด้วย

งานวิจัยที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การเตรียมผู้เรียนให้มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้นับเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญสำหรับการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นจึงเป็นสิ่งที่ควรศึกษาว่ามีสิ่งใดบ้างที่เข้ามาเกี่ยวข้อง หรือมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตาม งานวิจัยส่วนใหญ่ยังเน้นศึกษาในส่วนของการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ลินเกรนและคณะ (Lingren and Others) ได้ทำการศึกษาถึงทัศนคติที่มีต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของเด็กชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ประเทศบราซิล โดยใช้แบบสอบถามวัดทัศนคติที่มีต่อกิจกรรมการแก้ปัญหา และการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า ทัศนคติที่มีต่อกิจกรรมการแก้ปัญหากับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กัน[2]

---

[1] B.B. Rothenberg and R.G. Courtney, "Conservation of Number in Very Young Children: a Replication of and Comparison with Mehler and Bever's Study," Quoted in Sohan Modgil, Piagetian Research: A Handbook of Recent Studies, pp. 41-42.

[2] Henry Clay Lindgren and Others, "Attitudes toward Problem Solving as a Function of Success in Arithmetic in Brazilian Elementary Schools," The Journal of Educational Research 58 (September, 1964): 44-45.

การศึกษาของสุมนมาศ สันโดษ เกี่ยวกับความเข้าใจโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนมีความเข้าใจโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีการบวก การลบ มากกว่าโจทย์ปัญหาที่ต้องใช้วิธีคูณหรือหาร เพื่อหาคำตอบ เพราะการคูณและหารเป็นกระบวนการคิดสองชั้นที่ต้องใช้การบวกหรือลบเป็นพื้นฐานการคิด[1] ส่วนการศึกษาของเพซ (Pace) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีบวก ลบ คูณ และหาร โดยการแบ่งเด็กเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ทดลองสอนโดยให้กลุ่มทดลองได้มีการอภิปรายร่วมกันในการวิเคราะห์ และหาวิธีการในการแก้ปัญหา ส่วนกลุ่มควบคุมไม่มีการอภิปรายร่วมกัน ผลปรากฏว่า กลุ่มทดลองมีคะแนนการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนแตกต่างกันแตกลุ่มควบคุมไม่พบความแตกต่าง[2]

ทางด้านองค์ประกอบเกี่ยวกับการอ่านกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ทิซเซน (Thiessen) ได้ศึกษาถึงอิทธิพลของหนังสืออ่านทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อทัศนคติ และทักษะในการแก้ปัญหาของเด็ก การศึกษาพบว่า จำนวนหนังสือที่เด็กอ่านเพิ่มขึ้น กับการเปลี่ยนแปลงในด้านทัศนคติและคะแนนการแก้โจทย์คณิตศาสตร์ไม่มีความสัมพันธ์ต่อกัน[3] ส่วนการศึกษาของมูรัสกี้ (Muraski) เกี่ยวกับโครงการสอนอ่าน

---

[1] สุมนมาศ สันโดษ, "ความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับชั้นประถมปีที่ 2" (ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2520), หน้า 62.

[2] Angela Pace, "Understanding and the Ability to Solve Problem," The Arithmetic Teacher V (March, 1958): 74-78.

[3] Piane Lee Thiessen, "The Effect of Reading Selected Children's Book in Mathematics on the Attitudes and Problem Solving Skill of Elementary School Children," Dissertation Abstracts International 39 (April, 1979): 6007-A.

กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นพบว่า เมื่อแบ่งเด็กเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแล้ว สอนการอ่านแก่เด็กกลุ่มทดลองเพื่อฝึกทักษะ 5 ประเภทคือ การจำสัญญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ การวิเคราะห์โครงสร้าง การทำนายเหตุการณ์หรือเรื่องราวการวินิจฉัยอย่างมีเหตุผล และการคิดประเมินค่า เมื่อครบเวลาการทดลองสอนแล้ว การฝึกดังกล่าวจะทำให้นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม[1] นอกจากนี้จากการศึกษาของบุญรวย ชูรักษา เกี่ยวกับความเข้าใจในการอ่านกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดสุราษฎร์ธานี พบว่า ความเข้าใจในการอ่านกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กัน ซึ่งผลการศึกษานี้สอดคล้องกับการศึกษาของ บาโล (Balow) ที่พบว่ามีความสัมพันธ์ระหว่างการอ่านกับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เช่นเดียวกัน[3]

---

[1] Virginia Sue Muraski, "A Study of the Effects of Explicit Reading Instruction on Reading Performance in Mathematics and Problem Solving Abilities of Sixth Graders," Dissertation Abstracts International 39 (January, 1979): 4104-A.

[2] บุญรวย ชูรักษา, "ความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจในการอ่านกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมปีที่สาม จังหวัดสุราษฎร์ธานี" (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2524), หน้า 43.

[3] Irving H. Balow, "Reading and Computation Ability as Determinants of Problem Solving," The Arithmetic Teacher XI (January 1964): 18-22.

I 17086048

การวิจัยที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างการอนุรักษ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

มีการวิจัยจำนวนมากที่แสดงให้เห็นว่าความสามารถทางคณิตศาสตร์ของเด็กนั้นขึ้นกับกิจกรรมการเรียนการสอนที่น่าสนใจ อย่างไรก็ตามความไม่เข้าใจในเนื้อหาและความขัดแย้งทางความคิด ก็มีส่วนเกี่ยวข้องกับความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ด้วย ดังนั้นเพื่อที่จะตัดสินใจว่าจะสอนอะไร เมื่อไร และอย่างไร ก็ควรจะต้องคำนึงถึงขั้นตอนของพัฒนาการทางจิตวิทยาของเด็กด้วย

เฮล์ม (Helm) ได้ทำการศึกษาถึงความสามารถในการอนุรักษ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และการอ่าน โดยทำการศึกษากับเด็กชั้นประถมปีที่ 1 ผลปรากฏว่าความสามารถในการอนุรักษ์กับผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์และการอ่าน มีความสัมพันธ์กันในทางบวก ซึ่งชี้ให้เห็นว่า ความสามารถในการอนุรักษ์ตามทฤษฎีของเพียเจต์ ใช้เป็นตัวทำนายผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และการอ่านได้[1] ผลของการศึกษานี้สอดคล้องกับการศึกษาของโอโมโทโซ (Omotoso) ที่ทำการศึกษากับเด็กไนจีเรีย และพบว่าระหว่างความสามารถทางการอนุรักษ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันเช่นเดียวกัน[2] ส่วนโรเบิร์ตสัน (Robertson) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพัฒนาการทางการอนุรักษ์ ซึ่งกำหนดโดยทฤษฎีการทวนกลับของเพียเจต์ กับความสำเร็จในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในส่วนของทักษะการบวกและการลบ กับเด็กชั้นประถมปีที่ 2 จำนวน 72 คน ผลการศึกษาปรากฏว่า ความสามารถในการอนุรักษ์กับความสามารถ

---

[1] Estelle Bailey Helm, "Piagetian Conservation Tasks As Predictors of First Grode Achievement in Reading And Mathematics," Dissertation Abstracts International 41 (January, 1981): 2912-A.

[2] Helen Mobolup Omotoso, "Conservation, Seriation and Classification as Factors in the Acquisition of Mathematics in Nigerian Children," p. 1398-A.

ในการบวก การลบ มีความสัมพันธ์ในทางบวก นอกจากนี้ เขายังพบว่าระดับสติปัญญา, เพศ มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และระดับฐานะทางเศรษฐกิจก็มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการอนุรักษ์ด้วย[1]

กีเซลและมิเวล (Gisele and Miveille) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลกับโครงสร้างทางจำนวนในวิชาคณิตศาสตร์ ด้วยการทดสอบความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ซึ่งประกอบด้วยแบบทดสอบการจัดรวมประเภท, การจัดลำดับ, การอนุรักษ์จำนวน และการจับคู่แสดงลำดับ เพื่อแบ่งเด็กเป็นสองกลุ่มได้แก่กลุ่มที่พบว่ามีความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลในทั้งสี่แบบทดสอบ ซึ่งจัดเป็นกลุ่มการคิดด้วยรูปธรรม (Concrete Operational) และกลุ่มที่ไม่มีความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลในทุกแบบทดสอบ ซึ่งจัดเป็นกลุ่มการคิดก่อนปฏิบัติการ (Preoperational) แล้วจึงทำการทดสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคลกับเด็กทั้งสองกลุ่มด้วยแบบทดสอบที่เป็นประโยคคณิตศาสตร์หกรูปแบบ ได้แก่ $a + b = \square$ $a + \square = c$, $\square + b = c$, $a - b = \square$, $a - \square = c$ และ $\square - b = c$ ผลการศึกษาพบว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีบวก ลบ ดังกล่าว เด็กที่อยู่ในกลุ่มการคิดด้วยรูปธรรมทำได้ดีกว่าเด็กในกลุ่มการคิดก่อนปฏิบัติการ และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลกับโครงสร้างทางจำนวนในวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กัน[2]

---

[1] Joan H. Samson Robertson, "The Effectiveness of Piagetian Conservation Tasks in the Prediction of Arithmetic Achievement of Second Grade Students," Dissertation Abstracts International 39 (April, 1979): 2462-A.

[2] Gisele Lemoyne and Miveille Favreau, "Piaget's Concept of Number Development: It's Relevance to Mathematics Learning," Journal for Research in Mathematics Education 12 (May, 1981): 179-195.

ในประเทศไทย สถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ได้ทำการศึกษาเด็กอายุ 7 ถึง 8 ปี ถึงความสัมพันธ์ระหว่างสังกัปทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ซึ่งทดสอบได้โดยแบบทดสอบของเพียเจต์ 7 ชุด กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชานั้น โดยแบ่งเด็กเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แล้วทำการสอนกลุ่มทดลองด้วยบทเรียนที่จะช่วยเสริมให้เด็กเกิดความพร้อมในการเรียนสังกัปดังกล่าว แบบทดสอบของเพียเจต์ที่จะนำมาใช้ได้แก่ แบบทดสอบการอนุรักษ์ของเหลว, การอนุรักษ์สสาร, การอนุรักษ์น้ำหนัก, การอนุรักษ์ความยาว, การจัดรวมประเภท (ดอกไม้), การจัดรวมประเภท (สัตว์) และแบบทดสอบภาพการเคลื่อนไหวในสมอง ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันทุกแบบทดสอบของเพียเจต์ ยกเว้น แบบทดสอบการอนุรักษ์น้ำหนัก และภาพการคิดในสมอง และถ้ารวมคะแนนแบบทดสอบของเพียเจต์ทุกชุดแล้ว ปรากฏว่า โดยส่วนรวมคะแนนจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบของเพียเจต์มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์[1]

ทางด้านการศึกษาที่เกี่ยวกับการอนุรักษ์จำนวนโดยตรงนั้น วูดวาร์ด (Woodward) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนและมวลสารกับความสามารถทางคณิตศาสตร์ และความพร้อมทางการอ่านโดยทำการทดสอบกับเด็กชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ในรัฐเท็กซัส จำนวน 84 คน การทดสอบทางคณิตศาสตร์นั้น เป็นแบบเติมคำตอบลงในช่องว่าง มีเนื้อหาครอบคลุมเฉพาะทักษะการบวกและการลบเท่านั้น ส่วนการวัดความพร้อมใช้แบบทดสอบของ The Metropolitan Readiness Test และ Short Form Test of Academic Aptitude ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนมีความสัมพันธ์กับความสามารถ

---

[1] สถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์, การทดลองสอนสังกัปวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์แก่เด็กไทยระดับ 7 - 8 ขวบ, หน้า 39-41.

ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของเด็ก และสามารถใช้อนุรักษ์จำนวนนี้เป็นตัวทำนายความสามารถทางคณิตศาสตร์ของเด็กชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ได้[1] เช่นเดียวกับวิลเลียมส์ (Williams) ก็ศึกษาพบว่า เด็กที่มีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนสามารถทำแบบทดสอบคณิตศาสตร์ ได้ดีกว่า เด็กที่ไม่มีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน นอกจากนี้เขายังพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของเด็กมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน และความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนก็ยังมีความสัมพันธ์กับสภาพแวดล้อมทางบ้านอีกด้วย[2]

การศึกษาของพี ซี ดอดเวลล์ (P.C. Dodwell) สนับสนุนคำกล่าวของเพียเจต์ที่ว่า การที่เด็กนับได้ มิใช่ เป็นเครื่องยืนยันว่าเขามีความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน ในการศึกษาครั้งนี้ เขาได้ทำการทดสอบความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนกับทดสอบความสามารถทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับจำนวนและการนับกับเด็ก 250 คน ที่มีอายุอยู่ในช่วง 5 ปี 1 เดือน ถึง 10 ปี 1 เดือน ผลปรากฏว่า คะแนนจากแบบทดสอบที่วัดความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน กับแบบทดสอบคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ และความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน สามารถเป็นตัวทำนายความก้าวหน้าหรือผลสัมฤทธิ์ทางการ

---

[1]Linda Rae White Woodward, "The Relationship Between Children's Ability To Conserve Substance and Number and Their Ability To Solve Addition and Subtraction Problems for Missing Place - Holders," Dissertation Abstracts International 38 (January, 1978): 4006-A.

[2]Paul David Williams Jr., "The Relationship of Primary School Children's Ability to Conserve Number and Quantity to Their Achievement in Arithmetic and to Certain Other Characteristics," Dissertation Abstracts International 35 (March, 1975): 5796-A-

เรียนคณิตศาสตร์ของเด็กได้[1] ผลการศึกษานี้สอดคล้องกับของจี เอ็ช วีทเลย์ (G.H. Wheatley)[2] ที่ได้ศึกษาพบเช่นเดียวกัน

ผลจากทฤษฎีพื้นฐาน บทความ เอกสาร และงานวิจัยต่าง ๆ ที่กล่าวมาข้างต้น แสดงให้เห็นว่า ความสามารถในการอนุรักษ์จำนวนมีส่วนเกี่ยวข้องกับระดับอายุ, ระดับสติปัญญา, ฐานะทางเศรษฐกิจ และความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในขณะที่ความแตกต่างทางด้านเพศไม่มีส่วนเกี่ยวข้องกับความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน นอกจากนี้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับทัศนคติ และความเข้าใจในการอ่านก็มีส่วนเกี่ยวข้องด้วย

---

[1] P.C. Dodwell, "Children's Understanding of Number Concepts: Characteristics of an Individual and Group Test," Quoted in Sohan Modgil, Piagetian Research: A Handbook of Recent Studies, pp. 39-40.

[2] G.H. Wheatley, "Conservation Cardination and Counting as Factors in Mathematics Achievement," Quoted in Sohan Modgil, Piagetian Research: A Handbook of Recent Studies, pp. 42-43.