



บรรณานุกรม

หนังสือ

- จุง เต ฟาน. ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ. จัดพิมพ์ในประเทศไทย ได้รับอนุญาตจาก  
 แห่งสหรัฐอเมริกา. พระนคร : ไทยวัฒนาพานิช, 2514.
- ชวาล แพร์ทกุล. เทคนิคการวัดผล. พิมพ์ครั้งที่ 3. พระนคร: อักษรเจริญทัศน์, 2506.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์, สมเชาว์ เนตรประเสริฐ และสุภา สิ้นสกุล. ระบบสื่อการสอน.  
 กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2521.
- ประคอง กรรณสูต . สถิติศาสตร์ประยุกต์สำหรับครู. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพมหานคร :  
 ไทยวัฒนาพานิช, 2520.
- ประยงค์ บุญมงคล และ คนอื่น ๆ. พจนานุกรมวิชาปีที่ 1 A Programmed Text  
 Book. พระนคร: โรงพิมพ์ครุสภาลาดพร้าว, 2508.
- ประสงค์จรรยา, ชุน., เลขคณิต-พีชคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. พระนคร: ไทยวัฒนาพานิช,  
 2509.
- พรรณี ชูทัย. สารัตถทางจิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : ภาควิชาการศึกษา  
 มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2519. (อัครสำเนา).
- \_\_\_\_\_ . จิตวิทยาการเรียนการสอน. กรุงเทพมหานคร : บริษัทวารุณีการพิมพ์ จำกัด,  
 2522.
- พรรณทิพย์ ม้าณี. การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ในระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร :  
 สารศึกษาการพิมพ์, 2520.
- บุพิน พิพิธกุล. การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: กรุงเทพมหานครการพิมพ์,  
 2519.
- ยม ไทยวุฒิพงศ์. หนังสือประกอบการเรียนพีชคณิตศาสตร์เล่มหนึ่ง. พระนคร: ไทยวัฒนา  
 พานิช, 2515.

รัตนา ศิริพานิช และ กมล ภูประเสริฐ. จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมและการวิเคราะห์ลำดับ  
ชั้นของพฤติกรรมในการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร: กรุงเทพมหานครการพิมพ์, 2519.

ดิยอาจ ภมระภาภา. แบบเรียนเลข-พีชคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง. พระนคร: ไทยวัฒนาพานิช,  
2509.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. แบบเรียนคณิตศาสตร์เล่มหนึ่งและ  
เล่มสอง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง, สองและ สาม. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภา  
ลาดพร้าว, 2521.

สุชาติ รัตนกุล. คณิตศาสตร์ แผนปัจจุบันประโยคมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลาย. พระนคร:  
โรงพิมพ์ศาสนา กรมการศาสนา, 2507.

อุทุมพร ทองอุไทย. แผนวิเคราะห์ข้อมูลทางพฤติกรรมศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชา  
วิจัยการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2519.

### บทความ

กมล ภูประเสริฐ. "การวิเคราะห์กิจกรรมการเรียนรู้." วารสารการวัดผลการศึกษา 3  
(มกราคม-เมษายน 2523) : 10-15.

กมล สุกประเสริฐ. "การเรียนรู้เพื่อรอบรู้." พัฒนาวิคิด 13 (2520) : 7-17.

โกวิท ประวาลพฤษย์. "การทดสอบแบบอิงเกณฑ์." วารสารการวัดผลการศึกษา 3  
(มกราคม-เมษายน 2523) : 16-25.

รุจิรี ภูสาระ. "บทความ...ปริญญาบัณฑิตการศึกษาคณะบัณฑิต." วารสารการศึกษา 16  
(พฤศจิกายน-ธันวาคม 2523) : 19.

สวัสดิ์ ปทุมราช. "การเรียนรู้เพื่อรู้" พัฒนาวิคิด 10 (2517) : 19-38.

สำเริง บุญเรืองรัตน์. "การเรียนรู้เพื่อรู้." วารสารการวัดผลการศึกษา 3 (มกราคม-เมษายน  
2523) : 1-9.

### เอกสารอื่น ๆ

- กมล ภูประเสริฐ. "การเปรียบเทียบวิธีสอนสองวิธีในการทดสอบความเที่ยงตรงของลำดับชั้นการเรียนรู้." วิทยานิพนธ์การศึกษาบัณฑิต มหาวิทาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2520.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์. "ความหมายของบทเรียนแบบโปรแกรม." เอกสารประกอบคำบรรยาย Programmed Instruction. แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2516.
- ผ่องฉวี ไชยวาทย์. "เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่หนึ่ง ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง "อัตราส่วนร้อยละ" โดยใช้สื่อประสมกับวิธีสอนแบบบอกใหญ่." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต ภาคศึกษามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2523.
- ยุพิน พิพิธกุล. "การวางแผนการสอน." เอกสารประกอบการอบรมครูธุรกิจศิลป์ ภาคศึกษามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2523.
- วรรณี พร้อมมูล. "การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โปเนนและฟังก์ชันลอการิทึม สำหรับระดับมัธยมปลาย." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต ภาคศึกษามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2519.
- อุษาวดี จันทรสนธิ. "การใช้ลำดับชั้นการเรียนรู้ในการส่งเสริมการเรียนรู้." วิทยานิพนธ์ศิลปศาสตรมหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2522.

### Books.

- A Sullivan Associated Program. Programmed Math. California :  
Department of Education, Sacramento, 1970.
- Block, James H. Mastery Learning in Classroom Instruction. New York:  
Macmillan Co., 1975.

- Block, James H. "A Description and Comparison of Bloom's Learning for Mastery Strategy and Keller's Personalized System of Instruction." School Society and Mastery Learning. New York : Rinehart and Winston, 1974.
- Bloom, Benjamin S.; Hastings, J. Thomas, and Madaus, George F. Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. New York : McGraw-Hill Book Co., 1971.
- Bloom, Benjamin S. Mastery Learning : Theory and Practice. New York : Holt, Rinehart and Winston, 1971.
- Cooney, Thomas ; Davis, Edward J., and Handerson, K.B. Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics. Boston : Houghton Mafflin Co., 1975.
- Dolciani, Mary P., et al. Modern School Mathematics, Algebra I. Boston : Houghton Mafflin Co., 1970.
- \_\_\_\_\_, Modern School Mathematics Structure and Method Course 2. Boston : Houghton Mafflin Co., 1976.
- Downie, N.M.; and Heat, R.W. Basic Statistical Method. New York: Harper and Row Publishers, 1970.
- Ferguson, George A. Statistical Analysis Psychology and Education. Tokyo : McGraw-Hill Kogaku Sha, LTD., 1976.
- Gagné, Robert M., and Briggs, Leslie. Principle of Instructional Design. New York : Rinehart and Winston, 1974.
- Good, Carter V. Dictionary of Education. New York : McGraw-Hill Book Co., 1973.

- Gronlund, Norman E. "Bloom's Mastery Learning Strategy." Individualized Classroom Instruction. New York : Macmillan, 1974.
- Heat, Alice G., and Sanders, Walter J. Modern Mathematics in the Secondary School Part Two. Illinois : The University of Illinois, Urbana, 1964.
- Keller, Fred S. Behavior Modification : Application to Education. New York : Academic Press, 1974.
- Keller, Fred S. PSI : The Keller Plan Handbook. California : W.A. Benjamin, 1974.
- Meserve, Bruce E.; and Sobel, Max A. Mathematic for Secondary School Teachers. New York : Prentice-Hall, Inc., 1962.

#### Articles

- Beeson, Geoffrey. "Hierarchical Learning in Electrical Science." Journal of Research in Secondary Teaching 2(1977):117-127.
- Born, David G.; and Herbert, Emily W. "A Further of Personalized Instruction for Student in Large University Classes." The Journal of Experimental Education. 1 (1971): 6-11.
- Callahan, Leroy G.; and Robinson, Mary L. "Task - Analysis Procedures in Mathematics Instruction of Achievers and Underachievers." School Science and Mathematics (1973): 578-584.
- Carroll, John A. "A Model of School Learning." Teacher College Record 8 (1963) : 723 - 733.
- Fehlen, Joan E. "Mastery Learning Techniques in the Traditional Classroom Settings." School Science and Mathematics 3 (1976) : 241-245.

- Gabel, Dorothy L., Kagan, Martin H.; and Sherwood, Robert D.  
"Teaching Learning Strategies." Science Education 4  
(September 1980) : 450-469.
- Gagné, Robert M. "Learning Hierarchies." Educational Psychologist 6  
(1968) : 1-9.
- Gagné, Robert M., and Paradise, N.E. "The Identificational and  
Decomposition of Hierarchical Tasks." American Educational  
Research Journal 3 (1977) : 189-212.
- Hofman, Richard J. "Reproducibility and Learning Hierarchies:  
A Classification." Journal of Research in Science Teaching 6  
(1977) : 563-569.
- Keller, Fred S. "Good Bye Teacher..." Journal of Applied Behavioral  
Analysis 1 (1968) : 79-89.
- Merrill, David M., Bartor, Keith, and Wood, Larry E. "Specific  
Review in Learning A Hierarchical Imaginary Science."  
Journal of Educational Psychology 2 (1970): 102-109.
- Resnic, L.B.; Wang, M.C.; and Kaplan, J. "Task Analysis in  
Curriculum Design : A Hierarchically Sequenced Introductory  
Mathematics Curriculum." Journal of Applied Behavior  
Analysis 4 (1973): 679-710.
- Sacco, James M., and Cook, Marvin J. "Learning Hierarchies Improve  
Teachers' Attitude Toward Accountability." Journal of  
Teacher Education 2 (Summer 1976): 113-115.
- Swanson, David H.; and Denton, Jon J. "Learning for Mastery Versus  
Personalized System of Instruction : A Comparison of  
Remediation Strategies with secondary School Chemistry



Students." Journal of Research in Science Teaching 6  
(1977) : 515 - 524.

Thompson, Samuel B. "Do Individualized Mastery and Traditional Instructional System Yield Different Course Effects in College Calculus ?" American Educational Research Journal 3  
(Fall 1980) : 4 361-375.

White, Richard T. "Indexes Used In Testing The Validity of Learning Hierarchies." Journal of Research in Science Teaching (1974):  
61-65.

\_\_\_\_\_, "The Validation of Learning Hierarchy." American Education Research Journal 2 (1974): 121-136.

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก ก

ลำดับชั้นการ เรียนรู้ เรื่อง สมการ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
โปรแกรมการ เรียนรู้ตามลำดับชั้นการ เรียนรู้



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



โปรแกรมการเรียนรู้ตามลำดับชั้นการเรียนรู้

เรื่อง สมการ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เวลา 4 คาบ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เมื่อกำหนดสัญญลักษณ์ต่าง ๆ มาให้ นักเรียนสามารถบอกความหมายของสัญญลักษณ์ และสามารถใส่สัญญลักษณ์แทนจำนวนใดถูกต้อง
  2. เมื่อกำหนดโจทย์การหาร เลขยกกำลัง ซึ่งเลขชี้กำลังของเศษมากกว่าของส่วน นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ และสรุปหลักการหาร เลขยกกำลัง ซึ่งเลขชี้กำลังของเศษมากกว่าของส่วนได้ถูกต้อง
  3. เมื่อกำหนดโจทย์การหาร เลขยกกำลังซึ่งเลขชี้กำลังของเศษเท่ากับส่วน นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ และหาค่าของ  $a^0$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนใด ๆ ยกเว้นศูนย์ได้ถูกต้อง
  4. เมื่อกำหนดพจน์มาให้ นักเรียนสามารถบอกนิยามของพจน์ได้ถูกต้อง
  5. เมื่อกำหนดนิพจน์มาให้ นักเรียนสามารถบอกนิยามของนิพจน์ได้ถูกต้อง
  6. เมื่อกำหนดพจน์ หรือนิพจน์ ที่อยู่สองข้างของเครื่องหมายเท่ากับมาให้ นักเรียนสามารถบอกความหมายของสมการได้ถูกต้อง
- เมื่อกำหนดสมการชั้นเดียวหนึ่งตัวแปรมาให้
7. นักเรียนสามารถแก้สมการโดยการหาค่าคอมของสมการหรือรากของสมการ โดยการลองแทนค่าตัวแปรในสมการได้ถูกต้อง
  8. นักเรียนสามารถแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก และตรวจคำตอบได้ถูกต้อง
  9. นักเรียนสามารถแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการลบ
  10. นักเรียนสามารถแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ และตรวจคำตอบได้ถูกต้อง
  11. นักเรียนสามารถแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการหาร และตรวจคำตอบได้ถูกต้อง

12. เมื่อกำหนดสมการชั้นเดียวหนึ่งตัวแปรที่ยกชั้นมาให้ นักเรียนสามารถแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันมากกว่า 1 อย่าง และตรวจคำตอบได้ถูกต้อง

13. เมื่อกำหนดโจทย์สมการชั้นเดียวหนึ่งตัวแปรมาให้ นักเรียนสามารถสร้างสมการจากโจทย์สมการ และสามารถแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันได้ถูกต้อง

คำแนะนำสำหรับนักเรียนในการใช้โปรแกรมการเรียนรู้เรื่องสมการ สำหรับ  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

1. ให้นักเรียนศึกษาไปตามลำดับ จากหัวข้อที่ 1 จนถึงหัวข้อที่ 13
2. นักเรียนต้องปฏิบัติตามคำสั่ง หรือคำแนะนำในโปรแกรมการเรียนรู้
3. ในการศึกษา และตอบคำถามในโปรแกรมการเรียนรู้ เรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใช้เวลาทั้งหมด 4 คาบ
4. นักเรียนพยายามตอบคำถามในแต่ละหัวข้อให้ถูกต้องอย่างน้อย 80 %
5. โปรแกรมการเรียนรู้เรื่องสมการ สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 นี้ สร้างขึ้นเพื่อใช้หาลำดับชั้นการเรียนรู้ และให้นักเรียนศึกษาและเรียนรู้ด้วยตนเอง

1. การบอกความหมายของสัญลักษณ์และการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน

1.1 ให้นักเรียนพิจารณาข้อต่อไปนี้ แล้วนำไปใส่ในตารางข้างล่าง

1) 3, 10, III, 2

2)  $\square$ ,  $\square$

3)  $\triangle$ ,  $\odot$

4) =,  $\angle$ ,  $\triangle$ ,  $\neq$

5) +, -,  $\times$ ,  $\div$

6) a, b, c

7) ก.ท.ม., ม.ธ.

8) x, y,

9) ร. 9

10)  $\textcircled{P}$ ,  $\textcircled{P}$

11) ในนิทาน "ลา" เป็นสัญลักษณ์ "ความโง่ง"

"สี่แควง" บนขงไทรรงค์ หมายถึง "ชาติ"

"สี่เขี้ยว" ของไฟสัญญาณจราจร หมายถึง "ไป"

"สุนัขจิ้งจอก" เป็นสัญลักษณ์ของ "ความเจ้าเล่ห์"

12. อนุสาวรีย์ชาวมานบางระจัน เป็นสัญลักษณ์ของการต่อสู้ของชาวมาน

บางระจัน

อนุสาวรีย์ชัยสมรภูมิ เป็นสัญลักษณ์ของผู้กล้าหาญที่เสียชีวิตในสงคราม

โลกครั้งที่ 2

ตราพระเกี้ยว เป็นสัญลักษณ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1.2

ประเภท

เครื่องหมาย	คำย่อ	ตัวเลข	ตัวอักษร	คำที่ใช้แทน ความคิด	วัตถุที่ใช้แทน ความหมาย
+ , - , ...	ร.9	3	a	ลา,	อนุสาวรีย์ ชาวมาน บางระจัน





ประเภท	สัญลักษณ์	โชแทน						
		บุคคล	สถานที่	จำนวน	คำพูด	คำสั่ง	วิธีการใน คณิตศาสตร์	ความคิดที่ เป็นนาม ธรรม
วัตถุ	อนุสาวรีย์ ชาวบ้าน บางระจัน อนุสาวรีย์ ชัยสมรภูมิ ตราพระ เกี้ยว							การต่อสู้ ของชาว บ้านบาง ระจัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



จากตารางดังกล่าวข้างต้น จะสรุปได้ว่า

สัญญลักษณ์เป็นเครื่องหมาย หรือ

ที่ใช่แทน บุคคล,

1. ในนิทาน ลา เป็นสัญญลักษณ์ของความโง่ แต่ในคณิตศาสตร์ใช้อักษร เช่น  $a, b, c$  เป็นสัญญลักษณ์แทนจำนวนใด ๆ ดังนั้น  $y$  เป็นสัญญลักษณ์แทน
2. ถ้า  $a$  และ  $b$  เป็นสัญญลักษณ์แทนจำนวนใด ๆ สองจำนวน  
เขียน  $a + b$  แทนผลบวกของเลขสองจำนวนนี้  
ดังนั้น  $x + y$  เป็นสัญญลักษณ์แทน \_\_\_\_\_ ของ  $x$  และ  $y$
3.  $m$  เป็นสัญญลักษณ์แทน \_\_\_\_\_  
 $P$  เป็น \_\_\_\_\_  
 $m - P$  เป็นสัญญลักษณ์แทนผลต่างของ \_\_\_\_\_ และ \_\_\_\_\_
4.  $ab$  (หมายถึง  $a \times b$ ) เป็นสัญญลักษณ์แทน \_\_\_\_\_
5.  $\frac{p}{q}$  เป็นสัญญลักษณ์แทน \_\_\_\_\_

## 2. การหารเลขยกกำลัง เมื่อเลขชี้กำลังของเศษมากกว่าของส่วน

2.1 จงพิจารณาข้อต่อไปนี้แล้วนำไปเติมลงในตารางข้างล่างนี้

1)  $\frac{2^5}{2^2}$

2)  $\frac{3^7}{3^4}$

3)  $\frac{5^{10}}{5^8}$

4)  $\frac{a^6}{a}$  เมื่อ  $a \neq 0$  (ถ้าเขียน  $a$  หมายถึง  $a^1$  แต่ไม่นิยม

เขียนกัน

5)  $\frac{b^4}{b^3}$  เมื่อ  $b \neq 0$

6)  $\frac{a^{11}}{a^6}$  เมื่อ  $a \neq 0$

ประเภทตัวเลข	ประเภทตัวอักษร
$\frac{2^4}{2^2}$	$\frac{a^6}{a}$ เมื่อ $a \neq 0$

## 1.3

ประเภท	โจทย์	เขียนรูปการกระจาย	ผลลัพธ์	ผลลัพธ์เขียนในรูปยกกำลัง	ความสัมพันธ์ของเลขชี้กำลังของผลลัพธ์กับเลขชี้กำลังของเทอมและส่วน	ผลลัพธ์เขียนในรูปเลขยกกำลังอีกแบบหนึ่ง	ความสัมพันธ์ของเลขชี้กำลังของเทอมและส่วน	ความสัมพันธ์ของฐานของเศษและส่วนและฐานของผลลัพธ์
ตัวเลข	$\frac{2^5}{2^2}$	$\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2}$	2 2 2	$2^3$	$3 = 5 - 2$	$2^{5-3}$	มากกว่า	ฐานเดียวกัน และ $\neq 0$
ตัวอักษร	$\frac{a^6}{a}$ เมื่อ $a \neq 0$							

จากตารางดังกล่าวมาแถวข้างต้น แสดงว่า การหาร เลขยกกำลัง เมื่อฐานของ เลขและฐานของตัวเป็นฐาน ..... และไม่ใช่เท่ากับ ..... ผลลัพธ์จะเป็นเลข ฐานนั้นโดยที่เลขกำลังของผลลัพธ์เกิดจาก ..... เมื่อเลขกำลังของ เลข ..... เลขกำลังของตัว .....  
(มากกว่า/น้อยกว่า)

$$\text{ดังนั้น } \frac{a^m}{a^n} = \dots\dots\dots$$

x เป็น ..... แทน .....

ลวในนิทานเป็นตัวอย่าง ตัวอย่างหนึ่งซึ่งเป็นสัญลักษณ์แทน .....  
(สัตว์/ความคิด)

ถ้า  $\frac{1}{2}(a+b)$  แทนครึ่งหนึ่งของผลบวกของ a กับ b แล้ว

2(a + b) แทน .....

เครื่องหมาย +, -, ×, ÷ เป็นสัญลักษณ์ประเภท .....

3. การหาค่าของ  $a^0$  เมื่อ a เป็นจำนวนใด ๆ ยกเว้นศูนย์

3.1 จงพิจารณาข้อต่อไปนี้แล้วเติมลงในตารางที่กำหนดให้ข้างล่างนี้

1)  $\frac{4^2}{4^2}$

2)  $\frac{6^4}{6^4}$

3)  $\frac{5^3}{5^3}$

4)  $\frac{a^2}{a^2}$  เมื่อ  $a \neq 0$

5)  $\frac{b^4}{b^4}$  เมื่อ  $b \neq 0$

6)  $\frac{c^5}{c^5}$  เมื่อ  $c \neq 0$





4.3

ประเภท	พจน์	ตัวเลขหรือเรียกกว่าตัวคงที่	ตัวอักษรหรือเรียกกว่าตัวแปรหรือตัวไม่ทราบค่า					ความสัมพันธ์ของตัวคงที่และตัวแปร
			ยกกำลังศูนย์	ยกกำลัง 1	ยกกำลัง 2	ยกกำลัง 3	ยกกำลังมากกว่า 3	
ตัวแปร 1 ตัว	$3x^0$	3	$x^0$					คู่กัน
	5	5	$a^0$					
	2a							
	$7y^3$							
	$5b^7$							
	12							
ตัวแปร 2 ตัว	$\frac{3}{2}x^2$							คู่กัน
	ab	1	ab					
	$2^4$							
	$3x^2y^3$							
	$5a^3t$							
ตัวแปร 3 ตัว	$5x^{100}y^{70}$							คู่กัน
	$x^2y^3z^3$	1		$y$	$x^2$	$z^3$		
	$x^3y^{50}z^{40}$							
อื่น ๆ	$3a^2bc^4d^3$							



จากตารางข้างบน จะสรุปได้ว่า

พจน์ คือ จำนวนที่สามารถเขียนอยู่ในรูปผลคูณของ ..... กับ .....

ซึ่งตัวแปรที่มีตั้งแต่ ..... ขึ้นไปเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็น .....

หรือ .....

$$\frac{2^3}{2^3} = \dots ; \frac{a^5}{a^5} = \dots ; a^0 = \dots$$

### 5. การบอกนิยามของพจน์

5.1 ให้นักเรียนพิจารณาข้อต่อไปนี้ แล้วนำไปใส่ในตารางข้างล่างนี้

1)  $x + 3$

2)  $3a^2 + 5x$

3)  $5x - 2$

4)  $4x - 3y^5$

5)  $2xy + \frac{1}{2} - x$

6)  $x^2 + 2x^3 - x + 3$

7)  $xy + y^2 - x + x^2 + y^3 + 2x^4$

8)  $2 + 3, 2a + 3a$

5.2

ประเภทพจน์ส่วนประกอบ			
พจน์ 2 พจน์	พจน์ 3 พจน์	พจน์ 4 พจน์	พจน์มากกว่า 4 พจน์
$x + 3$			

## 5.3

ประเภท ประกอบด้วย	นิพจน์	พจน์ที่ 1	พจน์ที่ 2	พจน์ที่ 3	พจน์ที่ 4	พจน์ที่ 5	พจน์ที่ 6	ความสัมพันธ์ แต่ละพจน์
พจน์ 2 พจน์	$x + 3$	$x$	$3$					บวก
พจน์ 3 พจน์	$2xy + \frac{1}{2}y^2 - x$	$2xy$	$\frac{1}{2}y^2$	$x$				บวก, ลบ
พจน์ 4 พจน์								
พจน์มากกว่า 4 พจน์								

จากตารางข้างบน จะสรุปได้ว่า

นิพจน์คือจำนวนที่สามารถเขียนอยู่ในรูปของการ \_\_\_\_\_ หรือการ \_\_\_\_\_  
ของพจน์ ตั้งแต่ \_\_\_\_\_ ขึ้นไป

ดังนั้น  $x^2 - x + 2 + 3x - 1$  เป็น \_\_\_\_\_ ประกอบด้วยพจน์ \_\_\_\_\_ พจน์  
พจน์ คือ \_\_\_\_\_

$a^0$  เป็น \_\_\_\_\_ ;  $12345x$  เป็น \_\_\_\_\_  
(พจน์/นิพจน์) (พจน์/นิพจน์)

## 6. การบอกความหมายของสมการ

6.1 จงพิจารณาข้อต่อไปนี้ แล้วเติมลงในตารางข้างล่างนี้

1)  $3 + 2 = 5$

2)  $7 - 2 = 5$

3)  $5 \times 2 = 10$

4)  $\frac{10}{2} = 5$

5)  $x + 7 = 12$

6)  $x - 3 = 6$

7)  $3x = 21$

8)  $\frac{x}{3} = 5$

9)  $3 = x + 2$

10)  $30 = 10 + 2$

6.2

ประเภทไม่มีตัวแปร	ประเภทมีตัวแปร
$3 + 2 = 5$	$x + 7 = 12$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## 6.3

ประเภท	สมการ	ข้างชาย"="เป็น		ข้างขวา"="เป็น		ความสัมพันธ์ของพจน์ หรือนิพจน์ที่อยู่ 2 ข้าง "="
		พจน์	นิพจน์	พจน์	นิพจน์	
ไม่มีตัวแปร	$3 + 2 = 5$		$3 + 2$	5		เท่ากัน
มีตัวแปร	$x + 7 = 12$		$x + 7$	12		เท่ากัน

จากตารางข้างบน จะสรุปได้ว่า

สมการคือ \_\_\_\_\_ หรือ \_\_\_\_\_ ที่อยู่ 2 ข้างของเครื่องหมาย \_\_\_\_\_

ดังนั้น  $x^2 + y^2 = 1$  เป็น \_\_\_\_\_

และ  $4 + 2 + 1 = 5 + 2$  เป็น \_\_\_\_\_

$1 + x$  เป็น \_\_\_\_\_

(สมการ/นิพจน์)

$x^0 + a^0$  รูปแบบที่เห็นเป็น \_\_\_\_\_

(สมการ/นิพจน์)

$3 + 2$  เป็น \_\_\_\_\_

(สมการ/นิพจน์)

7. การแก้สมการโดยการดองแทนค่าตัวแปร

7.1 ให้นักเรียนหาค่าเติมลงในรูป  $[\ ]$  และ  $\triangle$  เพื่อให้สมการแต่ละสมการเป็นจริง

ก)  $[\ ] + 5 = 7$

$[\ ] + 6 = 9$

$[\ ] - 9 = 11$

ข)  $\triangle - 3 = 1$

$\triangle - 10 = 9$

$\triangle - 5 = 3$

ค)  $2 \times [\ ] = 10$

$5 \times [\ ] = 15$

$3 \times [\ ] = 6$

ง)  $\frac{\triangle}{2} = 4$

$\frac{\triangle}{7} = 7$

$\frac{\triangle}{9} = 2$

7.2 ให้นักเรียนแทนค่า  $[\ ]$  ด้วย  $x$  และแทนค่า  $\triangle$  ด้วย  $a$

ก)  $x + 5 = 7$

ข)  $a - 1 = 1$

ค)  $2x = 10$

ง)  $\frac{a}{2} = 9$



7.3 ใ้แก้ใ้หาคำตอบของสมการโดยการลองหาคำมาแทนตัวแปร  
และ แล้วทำให้สมการเป็นจริง

$$ก) \quad x + 5 = 7$$

$$\therefore x = 2$$

$$x + 6 = 9$$

$$\therefore x =$$

$$x + 9 = 11$$

$$\therefore x =$$

$$ข) \quad a - 3 = 1$$

$$\therefore a =$$

$$a - 10 = 9$$

$$\therefore a =$$

$$a - 5 = 3$$

$$\therefore a =$$

$$ค) \quad 2x = 10$$

$$\therefore x = 5$$

$$5x = 15$$

$$\therefore x =$$

$$3x = 6$$

$$\therefore x =$$

$$ง) \quad \frac{a}{2} = 4$$

$$\therefore a =$$

$$\frac{a}{7} = 7$$

$$\therefore a =$$

$$\frac{a}{9} = 2$$

$$\therefore a =$$



สรุปแล้ว จำนวนใด ๆ ที่แทนค่าลงในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริงเรียกว่า คำตอบของสมการหรือรากของสมการ และเรียกวิธีหาคำตอบของสมการ หรือวิธีหาคำตัวแปรหรือหารากของสมการว่า การแก้สมการ

ก) จงหาคำตอบของสมการต่อไปนี้ โดยวิธีหาคำตัวแปร แล้วทำให้สมการเป็นจริง

$$1) \quad x + 3 = 9$$

$$\therefore x =$$

$$2) \quad y - 8 = 7$$

$$\therefore y =$$

$$3) \quad 5a = 60$$

$$\therefore a =$$

$$4) \quad \frac{a}{2} = 10$$

$$\therefore a =$$

$$5) \quad a + a = 0$$

ข) จงหาวาจำนวนที่อยู่ในวงเล็บเป็นคำตอบหรือรากของสมการในข้อนั้น ๆ หรือไม่

$$1) \quad 15 + a = 20 \quad [5]$$

( เป็น / ไม่เป็น )

$$2) \quad y - 8 = 27 \quad [35]$$

( เป็น / ไม่เป็น )

$$3) \quad \frac{x}{3} = 8 \quad [21]$$

( เป็น / ไม่เป็น )

$$4) \quad 3x = 93 \quad [31]$$

( เป็น / ไม่เป็น )

$$5) \quad 5y - 8 = 37 \quad [9]$$

( เป็น / ไม่เป็น )

ค) จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) สมการคือ, \_\_\_\_\_

2)  $1 + 2 = 3 + 1$  \_\_\_\_\_ สมการ  
(เป็น/ไม่เป็น)

3)  $x + y = a$  \_\_\_\_\_ สมการ  
(เป็น/ไม่เป็น)

4)  $x^2 + y^2 = 1$  \_\_\_\_\_ สมการ  
(เป็น/ไม่เป็น)

5)  $x + 1 = 0$  \_\_\_\_\_ สมการ  
(เป็น/ไม่เป็น)

8. การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก และการตรวจคำตอบ

8.1 จงตอบคำถามต่อไปนี้

1)  $2 + 3 = 5$  \_\_\_\_\_  
(จริง/เท็จ)

2)  $(2 + 3) + 10 = 5 + 10$  \_\_\_\_\_  
(จริง/เท็จ)

3)  $(2 + 3) + x = 5 + x$  \_\_\_\_\_  
(จริง/เท็จ)

4) ให้  $a = b$  ดังนั้น  $a + 3 = b + 3$  \_\_\_\_\_ เมื่อ  
(จริง/เท็จ)

แทนจำนวนใด ๆ

5) ให้  $a = b$  ดังนั้น  $a + c = b + c$  \_\_\_\_\_ เมื่อ  
(จริง/เท็จ)

แทนจำนวนใด ๆ

8.2 ให้นักเรียนหาค่าเติมลงใน  $\triangle$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

$$\begin{aligned} 1) \quad 4 + 6 &= 10 \\ (4 + 6) + 2 &= 10 + \triangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad 3 + 10 &= 13 \\ (3 + 10) + \triangle &= 13 + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad 5 + a &= 12 \\ (5 + a) + \triangle &= 12 + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad \text{ให้ } y & \\ y + \triangle & \end{aligned}$$

8.3 ให้นักเรียนหาค่าเติมลงใน  $\triangle$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

$$\begin{aligned} 1) \quad \square - 5 &= 7 \\ \square - 5 + 5 &= 7 + \triangle \\ \therefore \square &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad \square - 3 &= 8 \\ \square - 3 + \triangle &= 8 + 3 \\ \therefore \square &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad \square - 8 &= 15 \\ \square - 8 + \triangle &= 15 - \triangle \\ \therefore \square &= \end{aligned}$$

8.4 จากข้อ 7.3 จงแทนค่า  $\square$  ด้วย  $x$  แล้วให้นักเรียนหาค่า  $x$ .

$$\begin{aligned} 1) \quad x - 5 &= 7 \\ &= \\ \therefore x &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad x - 3 &= 8 \\ &= \\ \therefore x &= \end{aligned}$$

$$3) \quad x - 8 = 15$$

$$=$$

$$\therefore x =$$

8.5 ให้นักเรียนตรวจคำตอบของสมการแต่ละข้อ ในหัวข้อที่ 8.4 โดยการแทนค่าคำตอบ หรือค่าตัวแปรในสมการแต่ละสมการ

$$\text{เช่น } x - 5 = 17$$

$$\therefore x = 22$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า  $x = 22$  ในสมการ  $x - 5 = 17$

$$\text{จะได้ } 22 - 5 = 17 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$\therefore x = 22 \quad \text{เป็นคำตอบของสมการ}$$

1)

2)

3)

จากข้อ 8.5 สรุปได้ว่า ค่าตัวแปร หรือรากของสมการที่จะเป็นคำตอบของสมการที่แท้จริงนั้น เมื่อนำค่าตัวแปรหรือรากของสมการนั้นไปแทนในสมการแล้วจะทำให้สมการ \_\_\_\_\_

จากข้อ 8.1 และ 8.2 สรุปได้ว่า ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากันแล้ว นำจำนวนที่เท่ากันมาบวกเข้าทั้งสองข้าง ผลลัพธ์จะ \_\_\_\_\_

จงแก้สมการ และตรวจสอบคำตอบ

$$1) \quad x + 6 = 27$$

$$2) \quad x + 8 = 20$$

3) จงแก้สมการโดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

$$3.1 \quad x + 3 = 5 ; \quad x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3.2 \quad y - 7 = 10 ; \quad y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3.3 \quad 10x = 5 ; \quad x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3.4 \quad \frac{a}{3} = 10 ; \quad a = \underline{\hspace{2cm}}$$

9. การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการลบและการตรวจคำตอบ

9.1 ให้นักเรียนหาค่าเติมลงใน  $\triangle$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

$$1) \quad 4 + 6 = 10$$

$$(4 + 6) - 2 = 10 - \triangle$$

$$2) \quad 3 + 10 = 13$$

$$(3 + 10) - \triangle = 13 - 5$$

$$3) \quad \text{ให้ } x = y \quad \text{ดังนั้น } x - \triangle$$

$$4) \quad \text{ให้ } y = 34 \quad \text{ดังนั้น } y - 4 = 34 - \triangle$$

$$5) \quad \text{ให้ } x + 1 = 18 \quad \text{ดังนั้น } x + 1 - 1 = 18 - \triangle$$

$$6) \quad \text{ให้ } 72 = a + 8 \quad \text{ดังนั้น } 72 - \triangle = a + 8 - 8$$

$$7) \quad \text{ให้ } a = b \quad \text{ดังนั้น } a - c = b - \triangle \quad \text{เมื่อ}$$

a, b, c เป็นจำนวนใด ๆ

9.2 ให้นักเรียนหาค่าเติมลงใน  $\triangle$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

$$1) \quad \square + 10 = 15$$

$$\square + 10 - 10 = 15 - \triangle$$

$$\therefore \square =$$

$$2) \square + 3 = 12$$

$$\square + 3 - 3 = 12 - \triangle$$

$$\therefore \square =$$

$$3) \square + 8 = 10$$

$$\square + 8 - \triangle = 10 - 8$$

$$\therefore \square =$$

$$4) 72 = \square + 8$$

$$72 - \triangle = \square + 8 - \triangle$$

$$\therefore \square =$$

9.3 จากข้อ 8.2 จงแทนค่า  $\square$  ด้วย  $x$  แล้วให้นักเรียนหาค่า  $x$

$$1) x + 10 = 15$$

$$=$$

$$\therefore x =$$

$$2) x + 3 = 12$$

$$=$$

$$3) x + 8 = 10$$

$$=$$

$$\therefore x =$$

$$4) 72 = x + 8$$

$$=$$

$$\therefore x =$$



9.4 ให้แก้ระบบตรวจคำตอบของสมการแต่ละสมการในตัวข้อที่ 9.3

1)

2)

3)

4)



จากข้อ 9.1 และ 9.2 สรุปได้ว่า ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากันแล้ว นำ  
จำนวนที่เท่ากันมากบวกเข้าทั้งสองข้าง ผลลัพธ์จะ \_\_\_\_\_  
ซึ่งเรียกว่าคุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก

จงแก้สมการและตรวจคำตอบ

$$1) \quad x + 2 = 5$$

$$2) \quad x + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$3) \quad x - 2 = 5$$

$$4) \quad x - \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$$

10. การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณและการบวกด้วย

10.1 จงตอบคำถามต่อไปนี้

$$1) 2 \times 3 = 6 \quad \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{( จริง / เท็จ )}$$

$$2) (2 \times 3) \times 5 = 6 \times 5 \quad \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{( จริง / เท็จ )}$$

$$3) (2 \times 3) \times = 6 \times a \quad \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{( จริง / เท็จ )}$$

$$4) \text{ให้ } a = b \text{ ดังนั้น } 2a = 2b \quad \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{( จริง / เท็จ )}$$

เมื่อ  $a, b$  แทนจำนวนใด ๆ

$$5) \text{ให้ } a = b \text{ ดังนั้น } ac = bc \quad \underline{\hspace{2cm}} \\ \text{( จริง / เท็จ )}$$

เมื่อ  $a, b, c$  แทนจำนวนใด ๆ

10.2 ให้นักเรียนหาค่าเติมลงใน  $\triangle$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

$$1) 5 \times 2 = 10$$

$$5 \times 2 \times 15 = 10 \times \triangle$$

$$2) \text{ให้ } 2a = 18 \text{ ดังนั้น } \triangle \times 2a = 18 \times 2$$

$$3) \text{ให้ } \frac{x}{7} = 4 \text{ ดังนั้น } \triangle \times \frac{x}{7} = 4 \times 7$$

$$4) \text{ให้ } a = b \text{ ดังนั้น } 2a = \triangle b$$

$$5) \text{ให้ } x = 2a \text{ ดังนั้น } 3x = \triangle a$$

$$6) \text{ให้ } a = b \text{ ดังนั้น } ax = b \triangle$$

10.3 ให้นักเรียนหาค่าเติมลงใน  $\triangle$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

$$1) \frac{\square}{5} = 7$$

$$\frac{\square}{5} \times 5 = 7 \times \triangle$$

$$\therefore \square =$$

$$2) \frac{\square}{2} = 1$$

$$\frac{\square}{2} \times \triangle = 1 \times 2$$

$$\therefore \square = 2$$

$$3) \frac{\square}{3} = 30$$

$$\frac{\square}{3} \times \triangle = 30$$

$$\therefore \square = 90$$

10.4 จากข้อ 10.3 ให้นักเรียนแทนค่า  $\square$  ด้วย  $a$  แล้วให้ค่า  $a$

$$1) \frac{a}{5} = 7$$

$$=$$

$$\therefore a = 35$$

$$2) \frac{a}{2} =$$

$$=$$

$$\therefore a =$$

$$3) \frac{a}{3} = 30$$

$$=$$

$$\therefore a = 90$$

10.5 ให้นักเรียนตรวจคำตอบของสมการ แต่ละสมการในหัวข้อ 10.4

1)

2)

3)

จากข้อ 10.1 และ 10.2 สรุปได้ว่า ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากันแล้ว นำจำนวนที่เท่ากันมาบวกทั้งสองข้าง ผลลัพธ์จะ  
 หนึ่งเรียกว่า คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ

จงแก้สมการ และตรวจคำตอบ

$$1) \frac{a}{8} = 2$$

$$2) \frac{x}{16} = 5$$

$$3) a + 8 = 12$$

$$4) x + 16 = 25$$

### 11. การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการหารและการตรวจคำตอบ

11.1 ให้นักเรียนหาคาค่าเติมลงใน  $\triangle$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

$$1) 3 \times 5 = 15$$

$$\frac{(3 \times 5)}{3} = \frac{15}{\triangle}$$

$$2) 2 + 5 = 7$$

$$\frac{(2 + 5)}{\triangle} = \frac{7}{7}$$

$$3) \text{ ให้ } 2a = 18 \quad \text{ดังนั้น} \quad \frac{2a}{2} = \frac{18}{\triangle}$$

$$4) \text{ ให้ } 3x = 11 \quad \text{ดังนั้น} \quad 11 = \frac{x}{\triangle}$$

$$5) \text{ ให้ } a = b \quad \text{ดังนั้น} \quad \frac{a}{5} = \frac{b}{\triangle}$$

เมื่อ a, b เป็นจำนวนใด ๆ

$$6) \text{ ให้ } 10 = b \quad \text{ดังนั้น} \quad \frac{10}{\triangle} = \frac{b}{c}$$

เมื่อ b เป็นจำนวนใด ๆ และ  $c \neq 0$

7) ให้  $a = b$  ดังนั้น  $\frac{a}{c} = \frac{b}{\Delta}$  เมื่อ  $c \neq 0$   
 และ  $a, b$  เป็นจำนวนใด ๆ

11.2 ให้นักเรียนหาค่าเติมลงใน  $\Delta$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

$$1) 7 \times [\ ] = 6$$

$$\frac{7 \times [\ ]}{7} = \frac{6}{\Delta}$$

$$\therefore [\ ] =$$

$$2) 3 \times [\ ] = 6$$

$$\frac{3 \times [\ ]}{\Delta} = \frac{6}{3}$$

$$\therefore [\ ] =$$

$$3) 2 \times [\ ] = 16$$

$$\frac{2 \times [\ ]}{\Delta} = \frac{16}{\Delta}$$

$$\therefore [\ ] =$$

11.3 จากข้อ 11.2 ให้นักเรียนแทนค่า  $[\ ]$  ด้วย  $a$  แล้วให้หาค่า

$$1) 7a = 6$$

$$\therefore a =$$

$$2) 3a = 6$$

$$\therefore a =$$

$$3) 2a = 16$$

$$\therefore a =$$

11.4 ให้นักเรียนตรวจคำตอบของสมการแต่ละสมการในหัวข้อ 11.3

1)

2)

3)

จากข้อ 11.1 สรุปลike ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากันแล้ว นำจำนวนที่เท่ากันมาบวกทั้งสองข้างผลลัพธ์จะ

จงแก้สมการและตรวจคำตอบ

$$1) \quad 5a = 20$$

$$2) \quad 7a = 21$$

$$3) \quad \frac{a}{5} = 20$$

$$4) \quad \frac{a}{7} = 21$$

12. การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันมากกว่า 1 อย่าง และการตรวจคำตอบ

12.1 ให้นักเรียนหาค่าเติมลงในรูป  $\square$  เพื่อให้สมการเป็นจริง

$$12.1.1) \quad ก) \quad \frac{\square}{2} + 8 = 18$$

$$ข) \quad \frac{\square}{6} - 1 = 13$$

$$ค) \quad \frac{\square}{3} + 7 = 37$$

$$12.1.2) \quad ก) \quad 8 \square - 4 = 12$$

$$ข) \quad 2 \square + 1 = 5$$

$$ค) \quad 2 \square - 9 = 53$$

12.2 ให้นักเรียนหาค่าเติมลงในรูป  $\triangle$ ,  $\circ$ ,  $\square$  เพื่อให้สมการเป็นจริง

$$12.2.1) \quad ก) \quad \frac{\square}{2} + 8 = 18$$

$$\frac{\square}{2} + 8 - 8 = 18 - 8 \quad \triangle$$

$$\frac{\square}{2} = \triangle$$

$$\frac{\square}{2} \times 2 = \triangle \times \circ$$

$$\therefore \square = \triangle \times \circ$$

$$ข) \quad \frac{\square}{6} - 1 = 13$$

$$\frac{\square}{6} - 1 \triangle = 13 + 1$$

$$\frac{\square}{6} = \triangle$$

$$\frac{\square}{6} \times \circ = \triangle \times 6$$

$$\therefore \square = \triangle \times 6$$



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$ก) \frac{\square}{3} + 7 = 37$$

$$\frac{\square}{3} + 7 - \triangle = 37 - 7$$

$$\frac{\square}{3} = \triangle$$

$$\frac{\square}{3} \times 3 = \triangle \times \bigcirc$$

$$\therefore \square = \triangle$$

$$12.2.2) ก) 8 \square - 4 = 12$$

$$8 \square - 4 + 4 = 12 + \triangle$$

$$8 \square = \triangle$$

$$\frac{8 \square}{8} = \frac{\triangle}{8}$$

$$\therefore \square = \frac{\triangle}{8}$$

$$ข) 2 \square + 1 = 5$$

$$2 \square + 1 - \triangle = 5 - 1$$

$$2 \square = 4$$

$$\frac{2 \square}{2} = \frac{4}{2}$$

$$\therefore \square = 2$$

$$ค) 2 \square - 9 = 53$$

$$2 \square - 9 - \triangle = 53 - \triangle$$

$$2 \square = \triangle$$

$$\frac{2 \square}{2} = \frac{\triangle}{2}$$

$$\therefore \square = \frac{\triangle}{2}$$



12.3 จากข้อ 12.2 ให้นักเรียนแทนค่า  $\square$  ด้วย  $x$  แล้วให้นักเรียนหาค่า  $x$  ตามขั้นตอนในข้อ 12.2 ทุกประการ

$$12.3.1) \quad \text{ก) } \frac{x}{2} + 8 = 12$$

=

=

=

=

. . . x

$$\text{ข) } \frac{x}{6} - 1 = 13$$

=

=

=

=

. . . x

ค)

=

=

=

=

. . . x

$$12.3.2) \quad \text{ก) } 8 - 4 = 12$$

=

=

=

. . . x

ข)

=

=

=

=

. . . x

=

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

12.4 ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบของสมการแต่ละสมการในข้อ 11.3

12.4.1) ก)

ข)

ค)

12.4.2) ก)

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ค)

จงแก้สมการ พร้อมทั้งตรวจคำตอบ

$$1) \frac{a}{2} + 7 = 74$$

$$2) 5x - 7 = 13$$

$$3) a + 7 = 74$$

$$4) a - 5 = 10$$

$$5) \frac{x}{3} = 9$$

$$6) 2 = 4$$

13. การแก้โจทย์สมการและการตรวจคำตอบ

13.1 จงเปลี่ยนสมการต่อไปนี้เป็นประโยคภาษา

ตัวอย่าง 1)  $\square + 5 = 7$

ให้  $\square$  แทน เลขจำนวนหนึ่ง

จากสมการข้างบนเมื่อเปลี่ยนเป็นประโยคภาษาจะได้ เลขจำนวนหนึ่ง รวมกับห้าได้ เจ็ด

2)  $\square + 6 = 9$

ให้  $\square$  แทน เลขจำนวนหนึ่ง

เขียนเป็นประโยคภาษาจะได้ว่า .....

3)  $\triangle - 3 = 1$

ให้  $\triangle$  แทน เลขจำนวนหนึ่ง

เขียนเป็นประโยคภาษา จะได้ว่า .....

4)  $2 \times \square = 10$

ให้  $\square$  แทน อายุของนั้น

เขียนเป็นประโยคภาษาจะได้ว่า .....

5)  $\frac{\bigcirc}{2} = 4$

ให้  $\bigcirc$  แทน เงินจำนวนหนึ่ง

เขียนเป็นประโยคภาษา จะได้ว่า \_\_\_\_\_

$$6) \quad x + 9 = 11$$

ให้  $x$  แทน เลขจำนวนหนึ่ง

เขียนเป็นประโยคภาษา จะได้ว่า \_\_\_\_\_

$$7) \quad a - 5 = 3$$

ให้  $a$  แทน อายุของคุณ

เขียนเป็นประโยคภาษา จะได้ว่า \_\_\_\_\_

$$8) \quad 5y = 15$$

ให้  $y$  แทน เงินจำนวนหนึ่ง

เขียนเป็นประโยคภาษา จะได้ว่า \_\_\_\_\_

$$9) \quad \frac{b}{7} = 7$$

ให้  $b$  แทน เงินจำนวนหนึ่ง

เขียนเป็นประโยคภาษา จะได้ว่า \_\_\_\_\_

13.2 จงเขียนสมการจากโจทย์ที่กำหนดให้

1) สี่เท่าของเลขจำนวนหนึ่ง มีค่าเท่ากับ สี่สิบ

ให้  $a$  แทน เลขจำนวนหนึ่ง

สมการคือ \_\_\_\_\_

2) สี่เท่าของเลขจำนวนหนึ่งบวกกับสิบหก มีค่าเท่ากับสี่สิบ

ให้  $x$  แทน

สมการคือ \_\_\_\_\_

3) ฉันมีอายุ 28 ปี ซึ่งเป็น  $\frac{4}{7}$  เท่า ของอายุของนุชยา

ให้  $b$  แทน

สมการคือ \_\_\_\_\_

4) สองเท่าของผลบวกของเงินจำนวนหนึ่งกับสี่เท่าหนึ่งร้อย  
ให้  $a$  แทน

สมการคือ \_\_\_\_\_

5)  $\frac{2}{3}$  ของนักเรียนชั้นหนึ่งเป็นผู้หญิง ถ้ามีนักเรียนหญิง 18 คน

ให้  $x$  แทน

๓) สมการคือ \_\_\_\_\_

13.3 จงพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้ และหาคำมาเติมลงใน  $\square$ ,  $\triangle$ ,  $\circ$   
เพื่อให้สมการเป็นจริง

ตัวอย่าง สองเท่าของเลขจำนวนหนึ่ง รวมกับสาม แล้วผลลัพธ์เป็นสิบเก้า  
จงหาเลขจำนวนนั้น

วิธีทำ ให้  $x$  เป็นเลขจำนวนนั้น

สองเท่าของเลขจำนวนหนึ่ง คือ  $2x$

สองเท่าของเลขจำนวนหนึ่งรวมกับสามคือ  $2x + 3$

$$\therefore \text{สมการคือ } 2x + 3 = 19$$

$$2 + 3 - 3 = 19 - 3$$

$$2x = 16$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{16}{2}$$

$$\therefore x = \triangle$$

ตรวจคำตอบ

สองเท่าของเลขจำนวนหนึ่งรวมกับ 3, เท่ากับ 19

$$(2 \times \triangle) + 3 = 19$$

(จริง / เท็จ)

$$\square = \square$$

ดังนั้นเลขจำนวนนั้นคือ  $\triangle$

ตอบ

ตัวอย่าง ในห้อง ๆ หนึ่งมีนักเรียนชายเป็นสองเท่าของนักเรียนหญิง  
ปรากฏว่ามีนักเรียนชาย 20 คน จงหาจำนวนนักเรียนหญิง

วิธีทำ ให้นักเรียนหญิงมี  $x$  คน

นักเรียนชายเป็น 2 เท่าของนักเรียนหญิง

∴ มีนักเรียนชาย =

สมการคือ  =

=

$x$

=

ตรวจคำตอบ

นักเรียนชายเป็น 2 เท่าของนักเรียนหญิง คือ

$$(2 \times \bigcirc) = 20$$

=

นั่นคือ มีนักเรียนหญิง  $\bigcirc$  คน

ตอบ

ตัวอย่าง ถ้าครึ่งหนึ่งของผลบวกของเลขจำนวนหนึ่งกับ 5 เป็น 11 จงหา  
เลขจำนวนนั้น

วิธีทำ ให้เลขจำนวนนั้นเป็น  $x$

$$\text{สมการคือ } \frac{1}{2} \times (x + 5) = 11$$

$$\frac{1}{2} \times (x + 5) \times 2 = 11 \times 2$$

$$x + 5 = 22$$

$$x + 5 - 5 = 22 - 5$$

$$\therefore x = 17$$



ตรวจคำตอบ

ครึ่งหนึ่งของผลบวกของเลขจำนวนหนึ่งกับ 5 คือ

$$\frac{1}{2} (17 + 5) = \frac{22}{2} = 11$$

∴ เลขจำนวนนั้นคือ 17

ตอบ

สรุป หลักการแก้สมการ

1. เปลี่ยนโจทย์ให้อยู่ในรูปของสมการ โดยให้สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

เป็นตัวแปร

2. หาค่าตัวแปรนั้น

จงแก้สมการต่อไปนี้ พร้อมทั้งตรวจคำตอบ

1) สามเท่าของผลบวกของจำนวน ๆ หนึ่งกับ 7 เป็น 33 จงหาจำนวน ๆ

นั้น

ให้จำนวน ๆ นั้นคือ a

ผลบวกของจำนวน ๆ หนึ่งกับ 7 คือ a + 7

สามเท่าของผลบวกของจำนวน ๆ หนึ่งกับ 7 คือ  $3 \times (\text{ } \square \text{ } )$

∴ สมการคือ  $3 \times (\text{ } \square \text{ } ) = 11$

=

ศูนย์วิทยพัชกร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

∴ a =

ตรวจคำตอบ สามเท่าของผลบวกของจำนวน ๆ หนึ่งกับ 7 คือ 11

$$3 \times (\bigcirc + 7) = 11$$

=

เป็นจริง

นั่นคือ เลขจำนวนนั้นเป็น  $\bigcirc$

ตอบ

2) ผู้เทศมนมถวายฟูกอยู่หนึ่ง แบริงไทนอง  $\frac{1}{4}$  ของนม ในถุนั้นปรากฏว่า นองโคชนมไป 5 ชัน เคิมผู้เทศมนมอยูกัน

วิธีทำ . . . **โพเคิม** ชนมอยูกัน  $x$  ชัน

$$\therefore \text{สมการคือ } \frac{x}{4} = 5$$

$$\frac{x}{4} \times \triangle = 5 \times 4$$

$$\therefore x = \square$$

ตรวจคำตอบ  $\frac{1}{4}$  ของนมในถุน คือ

$$\frac{1}{4} \times 20 = 5$$

$\therefore$  เคิมมีนม 20 ชัน

ตอบ

3) สี่เท้าของผลบวกของจำนวน ๆ หนึ่งกับ 5 เป็น 100 จงหาจำนวน ๆ นั้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



- 4) นลินี มีอายุเป็น  $\frac{4}{7}$  เท่าของอายุนุชบา ถ้านลินีมีอายุ 28 ปี จงหาอายุของนุชบา  
วิธีทำ

- 5) จงแก้สมการ

$$5.1 \quad \frac{y}{3} - 2 = 4$$

$$5.2 \quad 3x + 5 = 10$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข

สมุดปฏิบัติการ

บทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง สมการ ฐานมัธยมศึกษาปีที่ 1  
แบบฝึกหัด

เอกสารประกอบการเรียน เรื่อง สมการ ฐานมัธยมศึกษาปีที่ 1



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## หน่วยการเรียนรู้ 1

### คำชี้แจงสำหรับผู้เรียน

#### 1. หน่วยการเรียนรู้นี้ประกอบด้วยเรื่อง

- 1.1 การบอกความหมายของสัญลักซ์และการใช้สัญลักซ์แทนจำนวน
- 1.2 การหารเศษยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังของเศษมากกว่า ของส่วน
- 1.3 การหาค่าของ  $a^0$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนใด ๆ ยกเว้นศูนย์
- 1.4 การบอกนิยามของพจน์
- 1.5 การบอกนิยามของนิพจน์
- 1.6 การบอกความหมายของสมการ
- 1.7 การแก้สมการโดยวิธี การลองแทนค่าตัวแปร

#### 2. เวลาที่ใช้ในการศึกษา 1 สัปดาห์คือ 1 หน่วยการเรียนรู้

#### 3. นักเรียนต้องศึกษาตามลำดับ และปฏิบัติตามคำสั่งในแต่ละตอนอย่างเคร่ง

กรัด

#### 4. นักเรียนแต่ละคนให้นำที่ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองอย่างอิสระ เป็นรายบุคคลและเตรียมตัวทำแบบฝึกหัดหลังจากอ่านจบแต่ละตอน

#### 5. การบรรยายรวมทั้งห้อง เพื่อเตรียมหรืออภิปรายจะเฉพาะหลักการสำคัญที่นักเรียนต้องนำไปใช้เท่านั้น

#### 6. หลังจากจบหน่วยการเรียนรู้แล้วจะมีการทดสอบ นักเรียนทุกคนจะต้องทำแบบทดสอบได้ 100 % จึงจะเรียนหน่วยการเรียนรู้ 2 ได้

สำหรับนักเรียนที่ผ่านแบบทดสอบ จะเรียนหน่วยการเรียนรู้ 2 หรือศึกษาค้นคว้าอย่างอิสระจากเอกสารประกอบการเรียนรู้ที่แจกให้แล้วแต่กรณี

สำหรับนักเรียนที่ไ้ผ่านแบบ สอบ ต้องศึกษาหน่วยการเรียนรู้เดิม พร้อมกับศึกษาพิเศษจากครู แล้วทำแบบสออบ ฉบับใหม่ที่มีเนื้อหาคงเดิม

#### 7. นักเรียนที่ศึกษาค้นคว้าอย่างอิสระในงานที่มอบหมาย (assignment) ตอนใดไม่เข้าใจสามารถถามครูเป็นรายบุคคลได้

บทนำ

คำชี้แจง

บทเรียนแบบโปรแกรมนี้ สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง ผู้เรียนจะต้องปฏิบัติตามคำสั่งของบทเรียนอย่างเคร่งครัดจึงจะได้ผล

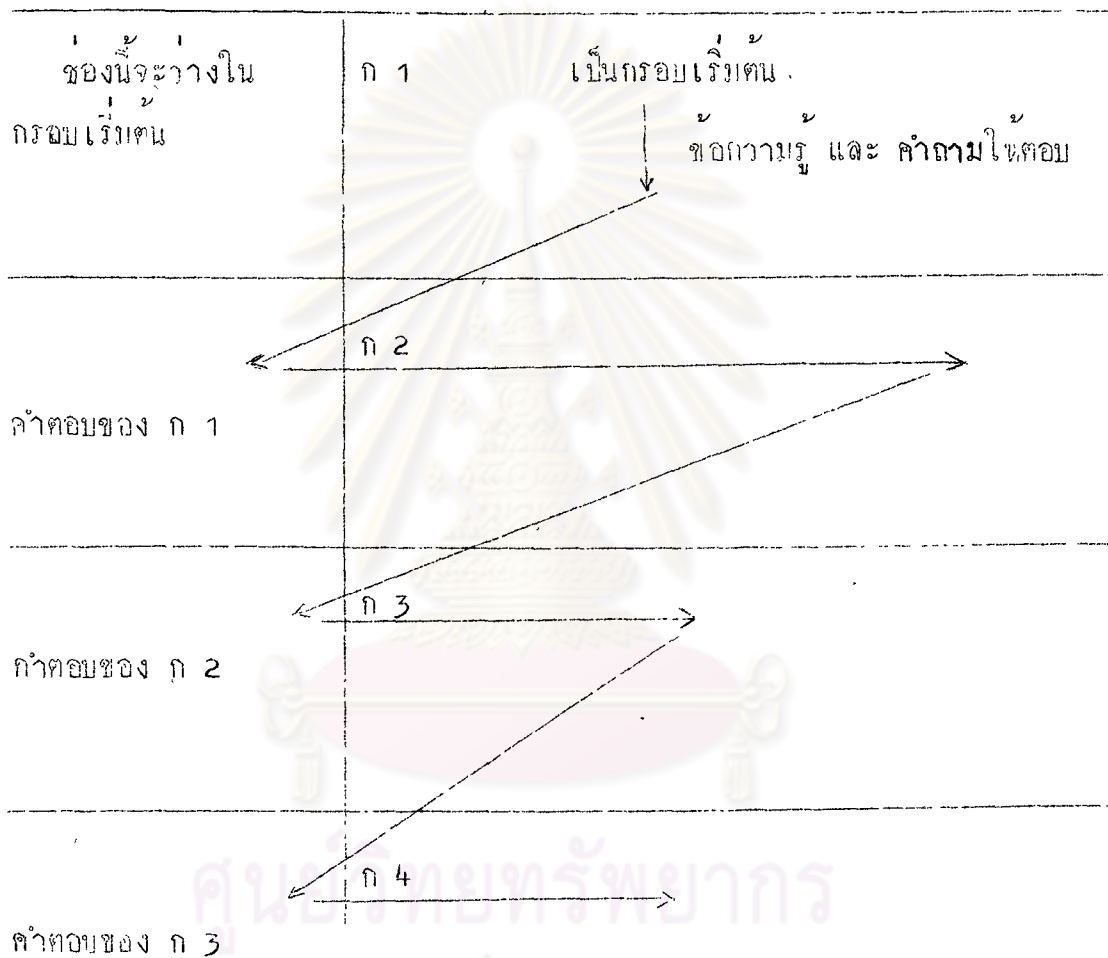
รายละเอียดเกี่ยวกับบทเรียน

1. บทเรียนแบบโปรแกรมนี้เป็นบทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง การแกสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร
2. บทเรียนแบบโปรแกรมแบ่งออกเป็น กรอบ เรียงจากง่ายไปยากตามลำดับ
3. ในแต่ละกรอบจะให้ความรู้ให้นักเรียนอ่านและป้คำถามนำให้คิด นักเรียนจะเรียนรู้ทีละขั้น และถ้าบรรทัดสอบความเข้าใจไปพร้อม ๆ กับการเรียนด้วยการตอบคำถามเป็นขั้น ๆ ไป
4. นักเรียนจะทราบคำตอบทันทีว่าถูกหรือผิด เพราะมีการเฉลยคำตอบไว้อย่างรวดเร็ว
5. เมื่อนักเรียนเปิดดูคำตอบแล้วให้เปรียบเทียบกับคำตอบของนักเรียนถ้าตรงกันหรือไปในทำนองเดียวกัน ก็ทำกรอบต่อไป แต่ถ้าผิดหรือไม่เป็นไปในการทำนองเดียวกันให้กลับไปอ่านและทำความเข้าใจกับเรื่องในกรอบแล้ว ๆ มาอีกครั้งหนึ่ง แล้วตอบใหม่
6. ทำทุก ๆ กรอบจากเร็วต้น อย่างช้ากรอบใดกรอบหนึ่ง ระลึกไว้เสมอว่าคำถามและคำตอบแต่ละขั้นไว้ใช้ขอสอบ แต่เป็นบทเรียนที่นักเรียนลองเรียนรู้
7. ผู้เรียนต้องรู้สึก คือ เรียนจากการอ่านและพยายามทำความเข้าใจในแต่ละกรอบให้ดี ถ้ายังเขียนคำตอบไม่เสร็จห้ามเปิดดูคำตอบที่ให้ไว้ เพราะถ้าเปิดดูคำตอบเสียก่อนก็เท่ากับนักเรียนลอกคำตอบ ซึ่ง จะไม่ได้ผลอะไร
8. ในแต่ละกรอบแบ่งเป็น 2 ช่องดังนี้
  - 8.1 ช่องขวาคือ เป็นข้อความรู้ที่จะให้อ่าน หรือตั้งคำถามให้นักเรียนตอบ คำถามที่ใช่เป็นแบบเติมคำลงในช่องว่าง เหยยให้นักเรียนเติมคำตอบ

ลงไปในช่วงที่เวทไว้ให้

8.2 ช่องทางขายมีด เป็นค่าเฉลี่ยของกรอบที่แผดเผา

ตัวอย่าง



ศูนย์ทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิธีทำ  
รอย

1. อ่านขอความรู้ และคำถามใน ก 1 ก่อน แล้วตอบคำถามให้เรียบร้อย

รอย

2. ดูคำตอบของ ก 1 ถ้าถูก ทำ ก 2 ถ้าผิดอ่าน ก 1 และทำความเข้าใจใหม่ ทำเช่นนี้เรื่อย ๆ ไปจนจบ

เข้าใจใหม่ ทำเช่นนี้เรื่อย ๆ ไปจนจบ

ความหมายของสัญลักษณ์และการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน

	<p>ก 1</p> <p>ในสมัยศึกคำรบพระนุชยุรจัก <u>จำนวน</u> จึงเป็นบริยายบอกให้ทราบถึงความ "ยาวกว่า" "นอยกว่า" "ยาวเท่า" "สั้นกว่า" ฯลฯ</p> <p>ต่อมาพระนุชพยายามหาวิธีบันทึกว่า <u>จำนวน</u> แต่ละนั้นด้วย <u>สัญลักษณ์</u> โดยใช้ <u>ตัวเลข</u> แทน</p> <p>ดังนั้น <u>ตัวเลข</u> เช่น 1, 2, 3 จึงเป็นสัญลักษณ์แทน _____</p>
<p>จำนวน</p>	<p>ก 2</p> <p>สัญลักษณ์ไม่ได้หมายถึง <u>ตัวเลข</u> อย่างเดียวเท่านั้น แต่สัญลักษณ์หมายถึง <u>เครื่องหมาย</u> หรือ <u>คำย่อ</u> <u>ตัวอักษร</u> <u>ตัวเลข</u> <u>คำ</u> <u>วัตถุ</u> ที่ใช้แทน <u>คำพูด</u> <u>บุคคล</u> <u>สถานที่</u> <u>สิ่งของ</u> หรือ <u>แนวความคิดที่เป็นนามธรรม</u> ต่าง ๆ เช่น ในนิทานเล่าว่า <u>สุนัขจิ้งจอก</u> เป็นตัวแสดงถึงความฉลาดแกมโกง ดังนั้นคำว่า "สุนัขจิ้งจอก" เป็นสัญลักษณ์ของความฉลาด _____</p> <p>เช่นเดียวกับ ในนิทาน <u>ลา</u> เป็นตัวแสดงถึงความโง่ ดังนั้นคำว่า "ลา" จึงเป็นสัญลักษณ์ของ _____</p> <p>จะเห็นได้ว่า สุนัขจิ้งจอก และ ลา เป็นสัญลักษณ์ที่ใช้แทน <u>ความคิดที่เป็นนามธรรม</u></p>
<p>แกมโกง</p> <p>ความโง่</p>	<p>ก 3</p> <p>นอกจากนี้ <u>วัตถุ</u> และ <u>สิ่งก่อสร้าง</u> บางอย่างที่มีมนุษย์สร้างขึ้น ก็เป็นสัญลักษณ์ที่ใช้แทนความคิดที่เป็นนามธรรมเช่นกัน ดังตัวอย่าง</p>

อนุสาวรีย์ชาวบางระจัน เป็นสัญลักษณ์ของการต่อสู้  
 ของชาวมานบางระจัน  
 แสดงว่า อนุสาวรีย์ชาวบางระจัน เป็นสัญลักษณ์ใช้  
 แทน \_\_\_\_\_

อนุสาวรีย์ชัยสมรภูมิ เป็นสัญลักษณ์ของผู้กล้าหาญที่เสียชีวิต  
 ในสงครามโลกครั้งที่สอง  
 ดังนั้น อนุสาวรีย์ชัยสมรภูมิ เป็นสัญลักษณ์ใช้แทน \_\_\_\_\_

ตราพระเกี้ยว เป็นสัญลักษณ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
 ดังนั้นตราพระเกี้ยว เป็นสัญลักษณ์ใช้แทน \_\_\_\_\_

การต่อสู้ของชาวมาน  
 บางระจัน ผู้กล้า  
 ผู้กล้าหาญที่เสียชีวิตใน  
 สงครามโลกครั้งที่สอง

ก 4

เครื่องหมาย จราจรต่าง ๆ เช่น  
 สีเขียวของสัญญาณไฟจราจร หมายถึง "ไป"

หมายถึง ห้ามจอด

หมายถึง ห้ามเลี้ยวขวา

เครื่องหมาย เหล่านี้ใช้แทน คำสั่ง หรือ คำพูด ได้ จึงเป็น

สัญลักษณ์

ก 5

คำย่อต่าง ๆ เช่น

ก.ท.ม. ย่อมาจาก \_\_\_\_\_

ดังนั้น ก.ท.ม. เป็น \_\_\_\_\_ ใช้แทน สถานที่ \_\_\_\_\_



ร. 9 ย่อมาจาก

ดังนั้น ร.9 จึงเป็น

ใช้แทนบุคคล

กรุงเทพมหานคร

สัญลักษณ์

รัชกาลที่ 9

สัญลักษณ์

ก 6

ในวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนจะพบเครื่องหมายต่าง ๆ เช่น



ใช้แทนคำว่า สามเหลี่ยม



ใช้แทนคำว่า \_\_\_\_\_



ใช้แทนคำว่า \_\_\_\_\_



ใช้แทนคำว่า \_\_\_\_\_



ใช้แทนคำว่า \_\_\_\_\_



ใช้แทนคำว่า \_\_\_\_\_



ใช้แทนคำว่า น้อยกว่า



ใช้แทนคำว่า \_\_\_\_\_

$+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\div$  ใช้แทนคำว่า \_\_\_\_\_

จะเห็นได้ว่า เครื่องหมายเหล่านี้เป็น \_\_\_\_\_

ใช้แทนค่าพูด

สี่เหลี่ยมผืนผ้า

วงกลม

สี่เหลี่ยมจัตุรัส

เท่ากับ

ไม่เท่ากับ

มากกว่า

ก 7

ในคณิตศาสตร์ ใช้ตัวเลข เช่น 1, 2, 3, 10, III

เป็นสัญลักษณ์แทน \_\_\_\_\_

นอกจากนี้ยังสามารถใช้ตัวอักษร เช่น a, b, c หรือ

x, y, z หรือ p, q, r เป็นสัญลักษณ์แทนจำนวนใด ๆ

เช่น



บวก, ลบ, คูณ, หาร สัญลักษณ์	ให้นัก $x = 10$ แสดงว่า $x$ ใช้แทน 10 $a = 2$ แสดงว่า $a$ ใช้แทน 2 เป็นต้น
จำนวน	ก 8 ตัวอักษรเช่น $a, b, c, y$ เป็นสัญลักษณ์แทนจำนวน ใด ๆ ดังนั้น $c$ เป็นสัญลักษณ์ที่ใช้แทน _____
จำนวนใด ๆ	ก 9 ถ้า $a, b$ เป็นสัญลักษณ์แทนเลขสองจำนวนใด ๆ ถ้าเขียน $a + b$ แทน <u>ผลบวก</u> ของเลขสองจำนวนนั้น แล้ว $x + y$ เป็นสัญลักษณ์แทนผล _____ ของ $x$ และ $y$ แล้ว $p - q$ เป็นสัญลักษณ์แทนผล _____ ของ $p$ และ $q$
บวก ทางหรือลบ	ก 10 ถ้า $a, b$ เป็นสัญลักษณ์แทนเลขของจำนวนใด ๆ ถ้าเขียน $ab$ (หมายถึง $a \times b$ ) เป็นสัญลักษณ์แทนผล _____ ของ $a$ และ $b$ และ $2(a + b)$ เป็นสัญลักษณ์แทนสองเท่าของผล _____ ของ $a$ และ $b$ $3(x - y)$ เป็นสัญลักษณ์แทนสามเท่าของผล _____

<p>คุณ บวก ทางหรือลบของ <math>x</math> และ <math>y</math></p>	<p>ก. 11</p> <p>ถ้า <math>P, q</math> เป็นสัญลักษณ์แทนจำนวนใด ๆ สอง จำนวน ถ้าเขียน <math>\frac{P}{q}</math> เป็นสัญลักษณ์แทนผลหารของ <math>P</math> และ <math>q</math> และ <math>\frac{P}{2}</math> เป็นสัญลักษณ์แทนครึ่งหนึ่งของ <math>P</math> <math>\frac{1}{2}(P + q)</math> เป็นสัญลักษณ์แทนครึ่งหนึ่งของผล ของ <math>P</math> และ <math>q</math> <math>\frac{3}{4}(P - q)</math> เป็นสัญลักษณ์แทนสามส่วนสี่เท่าของ ผล</p>
<p>บวก ทางของ <math>P</math> และ <math>q</math></p>	<p>ก. 12</p> <p>จากกรอบที่ 9 ถึง 11 จะเห็นได้ว่าจะสามารถเขียน ข้อความบางข้อความให้รัดกุมและชัดเจน การใช้สัญลักษณ์ ดังตัวอย่าง</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) "ผลบวกของสองและสามคือห้า" อาจเขียนได้ว่า <math>2 + 3 = 5</math> ดังนั้น</li> <li>2) "ผลบวกของ <math>a</math> กับ สามคือห้า" อาจเขียนได้ว่า <math>a + 3 = 5</math></li> <li>3) "ผลทางของ <math>P</math> กับ ห้าคือสิบ" อาจเขียนได้ว่า <math>P \times 5 = 10</math></li> <li>4) "ผลคูณของสองกับ <math>x</math> คือสาม" อาจเขียนได้ว่า <math>2x = 3</math> ดังนั้น</li> </ol>

5) "ผลคูณของ แปด กับ a คือ สิบหก" อาจเขียน  
ได้ว่า \_\_\_\_\_

6) "ครึ่งหนึ่งของ b คือ สาม" อาจเขียนได้ว่า  
 $\frac{b}{2} = 3$

7) "สามส่วนสี่เท่าของ c คือ สิบ" อาจเขียนได้ว่า  
\_\_\_\_\_

$$a + 3 = 5$$

$$p - 5 = 10$$

$$8a = 16$$

$$\frac{3}{4}c = 10$$

จงกรอมนำแบบฝึกหัดที่ 1

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การหาร เลขยกกำลัง เมื่อเลขชี้กำลังของเศษมากกว่าเลขชี้กำลังของส่วน

	<p>ก. 13</p> <p>ถ้า <math>2 \times 2 \times 2</math> อาจเขียนผลคูณเป็นรูปย่อได้ว่า <math>2^3</math>  <math>2^3</math> อ่านว่า "สองกำลังสาม"</p> <p>ดังนั้น <math>2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2</math> เขียนผลคูณในรูปย่อ          ได้ว่า _____</p> <p>และ <math>3 \times 3 \times 3 \times 3</math> เขียนผลคูณในรูปย่อได้ว่า _____</p> <p>ถ้าเขียน <math>4^6</math> แสดงว่ามี 4 คูณ กัน _____ ตัว</p>
<p><math>2^5</math>  <math>3^4</math>          6</p>	<p>ก. 14</p> <p>ถ้า <math>a \times a \times a</math> เขียนผลคูณในรูปย่อได้ว่า <math>a^3</math>  <math>a^3</math> อ่านว่า "เอกกำลังสาม"</p> <p>ดังนั้น <math>P \times P \times P \times P \times P</math> เขียนผลคูณในรูปย่อได้ว่า          _____</p> <p>และ <math>b \times b \times b</math> เขียนผลคูณในรูปย่อได้ว่า _____</p> <p>ถ้าเขียน <math>y^5</math> หมายถึง <math>y</math> คูณกัน _____ ตัว</p>
<p><math>P^5</math>  <math>b^3</math>          5</p>	<p>ก. 15</p> <p>ถ้าเขียน <math>a^2</math> เรียก <math>a</math> ว่า <u>เลขชี้กำลัง</u>          และเรียก <math>a</math> ว่า <u>ฐาน</u></p> <p>ดังนั้น <math>2^3</math> มี 2 เป็นฐาน และ 3 เป็นเลขชี้กำลัง</p>

$b^5$  มี \_\_\_\_\_ เป็นฐาน และ \_\_\_\_\_ เป็นเลขชี้กำลัง

$x^n$  มี \_\_\_\_\_ เป็นฐาน และ \_\_\_\_\_ เป็นเลขชี้กำลัง

$3^4$  มี \_\_\_\_\_ เป็นฐาน และ \_\_\_\_\_ เป็นเลขชี้กำลัง

b ; 5

x ; n

3 ; 4

ก. 16

$2^5$  หมายถึง  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$2^2$  หมายถึง  $2 \times 2$

$2^5$  และ  $2^2$  มีฐานเหมือนกันคือ \_\_\_\_\_ แต่เลขชี้กำลังต่างกัน

ถ้า นำ  $2^5$  หารด้วย  $2^2$  จะได้

$$\frac{2^5}{2^2} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2}$$

$$= 2 \times 2 \times 2$$

$$= 2^3 = 2^{5-2}$$

$$\text{ถ้า } \frac{3^7}{3^4} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$= 3 \times 3 \times 3$$

$$= 3^3 = 3^{7-4}$$

$$\text{และ } \frac{5^{10}}{5^8} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}$$

$$= 5 \times 5$$

$$= 5^2 = 5^{10-8}$$

จะเห็นได้ว่าถ้านำเลขยกกำลังฐานเดียวกันมาหารกัน และเลขชี้กำลังของเศษ มากกว่าส่วน แล้ว ผลลัพธ์จะเป็น เลขฐานเดิม ซึ่งนี่เองคือกำลังของผลลัพธ์ที่เกิดจากเลขชี้กำลัง ของเศษลบด้วย \_\_\_\_\_

เลขชี้กำลังของส่วน

ก. 17

จากกรอบที่ 16 จะเห็นได้ว่า เลขยกกำลังที่นำมา หารกันนั้นเป็นฐานเดียวกัน และส่วนไปเท่ากับศูนย์ ดังนั้น

$$\frac{7^5}{7^3} = 7^{5-3}$$

$$= 7^2$$

และ

$$\frac{5^{10}}{5^4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{6^8}{6^5} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$5^{10-4}$   
 $5^6$   
 $6^{8-5}$   
 $6^3$

ก. 18

ถ้า  $a^6$  หมายถึง  $a \times a \times a \times a \times a \times a$   
 $a^2$  หมายถึง  $a \times a$

แล้ว

$$\frac{a^6}{a^2} = \frac{a \times a \times a \times a \times a \times a}{a \times a} \text{ เมื่อ } a \neq 0$$

$$= a \times a \times a \times a$$

$$= a^4$$

$$= a^{6-2}$$

$$\text{และ } \frac{b^4}{b^3} = \frac{b \times b \times b \times b}{b \times b \times b} \quad \text{เมื่อ } b \neq 0$$

$$= b$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{และ } \frac{a^{11}}{a^6} = \frac{a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a \times a \times a \times a}$$

$$= a \times a \times a \times a \times a$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

b

 $b^{4-3}$  $a^5$  $a^{11-6}$ 

ก. 19

จากกรอบที่ 18 จะเห็นได้ว่า a, b เป็นจำนวนใด ๆ  
ซึ่งไม่เท่ากับศูนย์ ดังนั้น

ถ้านำเลขยกกำลังฐานเดียวกันของจำนวนใด ๆ มาหาร  
กัน และเลขชี้กำลังของเศษมากกว่าส่วนแล้ว ผลลัพธ์จะเป็น  
เลขฐานเดิม ซึ่งมีเลขชี้กำลังของผลลัพธ์เกิดจาก                       
                     โดยที่ส่วนไม่เท่ากับศูนย์

เลขชี้กำลังของเศษ

ลบด้วยเลขชี้กำลัง

ของส่วน

ก. 20

จากขอสรุปในกรอบที่ 19 จงหาผลลัพธ์ของข้อต่อไปนี้

$$1) \frac{a^5}{a^4} = a^{5-4}$$

$$= a^1$$

$$= a$$

$$2) \frac{x^3}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3) \frac{x^m}{x^n} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \begin{matrix} \uparrow \\ \text{เมื่อ } m > n \end{matrix}$$

$$x^{3-1}$$

$$x^2$$

$$x^{m-n}$$

ก. 21

$$\frac{a^3 \times a^5}{a^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a^6$$

จากกรอนหน้าแบบฝึกหัดที่ 2

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



การหาค่า  $a^0$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนใด ๆ ยกเว้นศูนย์

ก. 22

ให้พิจารณาข้อต่อไปนี้

$$1) \frac{4^2}{4^2}$$

จาก  $\frac{4^2}{4^2} = \frac{4 \times 4}{4 \times 4} = 1$

แต่  $\frac{4^2}{4^2}$  เขียนผลลัพธ์ในรูปแบบเลขยกกำลังจะได้  $4^{2-2}$

$$= 4^0$$

แสดงว่า  $4^0$  มีค่าเท่ากับ 1

ดังนั้น

$$2) \frac{6^4}{6^4} = 6^{4-4}$$

$$= 6^0$$

แสดงว่า  $6^0$

$$3) \frac{5^3}{5^3}$$

แสดงว่า  $5^0$

ศูนย์วิทยุพัชกร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1

1

 $5^{3-5}$  $5^0$ 

1

1

ก. 23

จากกรอขที่ 22 จะเห็นได้ว่า การหาร เลขยกกำลัง  
 เลขฐานของเลขและส่วนเป็นฐานเดียวกัน และเลขชี้กำลัง  
 และเลขชี้กำลังของเลขและส่วนเท่ากัน แล้วผลลัพธ์จะเป็นเลข  
 ฐานนั้นโดยที่เลขชี้กำลังเป็นศูนย์ เลข ซึ่งมีค่าเท่ากับ \_\_\_\_\_

เลขอ ดังนั้น  $\frac{7^5}{7^5} =$  \_\_\_\_\_  
 $\frac{7^5}{7^5} =$  \_\_\_\_\_  
 $\frac{7^5}{7^5} =$  \_\_\_\_\_

1

 $7^{5-5}$  $7^0$ 

1

ก. 24

ให้พิจารณาข้อต่อไปนี้

1)  $\frac{a^2}{a^2}$  เมื่อ  $a \neq 0$

$$\frac{a^2}{a^2} = \frac{a \times a}{a \times a} = 1$$

แต่  $\frac{a^2}{a^2}$  เขียนผลลัพธ์อยู่ในรูปเลขยกกำลังจะได้  $a^{2-2} = a^0$

แสดงว่า  $a^0 = 1$

ดังนั้น 2)  $\frac{b^4}{b^4}$  เมื่อ  $b \neq 0$

$$\frac{b^4}{b^4} = \frac{b \times b \times b \times b}{b \times b \times b \times b} = 1$$



๑  
ศูนย์

1

$a^{m-n}$

$a^0$

1

1

ฉบับรอนทำแบบฝึกหัดที่ 3



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## การบอกนิยามของพจน์

	<p>ก. 26</p> <p>ถ้า <math>a^0 = 1</math> เมื่อ <math>a</math> เป็นจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่          เท่ากับศูนย์แล้ว <math>3x^0</math> หมายถึง <math>3 \cdot x^0</math> ซึ่งมีค่าเท่ากับ  <u>3</u> เมื่อ <math>x \neq 0</math></p> <p>ดังนั้น 5 ถ้าจะเขียนอยู่ในรูปผลคูณของ <u>ตัวเลข</u> หรือ          เรียกว่า <u>ตัวคงที่</u> กับ <u>ตัวอักษร</u> หรือเรียกว่า <u>ตัวแปร</u> จะได้  <math>5a^0</math> เมื่อ <math>a \neq 0</math></p> <p>และ 12 เขียนอยู่ในรูปผลคูณตัวคงที่กับตัวแปรจะได้  <u>          </u> เมื่อให้ <math>a</math> เป็นตัวแปร และไปเท่ากับศูนย์</p>
12 $a^0$	<p>ก. 27</p> <p>ถ้า เขียน <math>3x^0</math> จะเห็นได้ว่ามีตัวแปร 1 ตัว คือ <math>x^0</math>          และ <math>5a^0</math> มีตัวแปร 1 ตัว คือ <u>          </u></p> <p>ดังนั้น 5 มีตัวแปร <u>          </u> ตัว          12 มีตัวแปร <u>          </u> ตัว</p> <p>และ <math>2a</math> มีตัวแปร 1 ตัว คือ <math>a</math>  <math>\frac{2}{3}x^2</math> มีตัวแปร 1 ตัว คือ <math>x^2</math></p> <p>ดังนั้น <math>7y^3</math> มีตัวแปร <u>          </u> ตัว คือ <u>          </u>  <math>5b^7</math> มีตัวแปร <u>          </u> ตัว คือ <u>          </u></p>

$a^0$ 1 1 1 $y^3$ 1 $b^7$	<p>11. 28</p> <p>ถ้าเขียน <math>ab</math> หมายถึง <math>1 \times a \times b</math></p> <p>จะเห็นได้ว่า <math>ab</math> มีตัวแปร 2 ตัว คือ <math>a</math> และ <math>b</math></p> <p>ดังนั้น <math>3x^2y^4</math> มีตัวแปร _____ ตัว คือ _____</p> <p>และ _____</p> <p>และ <math>5a^3t</math> มีตัวแปร _____ ตัว คือ _____ และ _____</p> <p><math>5x^{100}y^7</math> มีตัวแปร _____ ตัว คือ _____</p> <p>และ _____</p>
2 $x^2$ และ $y^4$ 2 $a^3$ และ $t$ 2 $x^{100}$ และ $y^7$	<p>ก. 29</p> <p>ถ้าเขียน <math>x^2yz^0</math> หมายถึง <math>1 \times x^2 \times y \times z^0</math></p> <p>จะเห็นได้ว่า <math>x^2yz^0</math> มีตัวแปร 3 ตัว คือ <math>x^2, y</math> และ <math>z^0</math></p> <p>ดังนั้น <math>x^{30}y^{50}z^{40}</math> มีตัวแปร _____ ตัว คือ _____</p> <p>และ <math>3a^2b^4c^4d^3</math> มีตัวแปร _____ ตัว คือ _____</p>
3 $x^3, y^{50}$ และ $z^{40}$ 4 $a^2, b, c^4$ และ $d^3$	<p>ก. 30</p> <p>ถ้าเขียน <math>3x^0</math> หมายถึง <math>3 \times x^0</math></p> <p>จะเห็นได้ว่าเป็นผลคูณของ <u>3</u> และ <math>x^0</math> โดยที่ตัวแปร <u>ยกกำลังศูนย์</u></p> <p>และ 5 หรือเขียนว่า <math>5a^0</math></p> <p>จะเห็นได้ว่าเป็นผลคูณของ 5 และ <math>a^0</math> โดยที่ตัวแปร <u>ยกกำลังศูนย์</u></p>

ดังนั้น  $5x^0$  เป็นผลคูณของ \_\_\_\_\_ และ \_\_\_\_\_ โดยที่ตัวแปร  
ยกกำลัง \_\_\_\_\_

และ 12 เป็นผลคูณของ \_\_\_\_\_ และ \_\_\_\_\_ โดยที่ตัวแปร  
ยกกำลัง \_\_\_\_\_

$5, x^0$   
คูณ  
12, ตัวแปร  
คูณ

ก. 31

ถ้าเขียน  $2a$  เป็นผลคูณของ 2 และ a  
โดยที่ตัวแปรยกกำลังหนึ่ง

และ  $7y^3$  เป็นผลคูณของ \_\_\_\_\_ และ \_\_\_\_\_ ซึ่งตัวแปร  
ยกกำลัง \_\_\_\_\_

$3x^2y^4$  เป็นผลคูณของ \_\_\_\_\_ กับ \_\_\_\_\_,  
ซึ่งตัวแปรยกกำลัง \_\_\_\_\_ และ \_\_\_\_\_

$x^2yz^3$  เป็นผลคูณของ 1 กับ \_\_\_\_\_,  
ซึ่งตัวแปรยกกำลัง \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

$7, y^3$   
3  
 $3; x^2, y^4$   
2, 4  
 $x^2, y, z^3$   
2, 1, 3

ก. 32

ให้พิจารณา พจน์ ต่อไปนี้

1)  $3x^0, 5, 2a, 7y^3, 5b^7, 12, \frac{3}{2}x^2,$

2)  $ab, 3x^2y^4, 5a^3t, 5x^{100}y^{70}$

3)  $x^2yz^3, x^3y^{50}z^{40}$

4)  $3a^2b^4c^3d^3$

จากพจน์ดังกล่าวข้างต้นจะเห็นว่าจำนวนที่กำหนดให้ข้างต้น  
เป็นผลคูณของตัวคงที่ และ ตัวแปร โดยที่ตัวแปรมีตั้งแต่

1. ตัว ขึ้นไป และเลขที่กำกับของตัวแปรแต่ละตัวเป็นศูนย์  
หรือหนึ่งขึ้นไป

- ดังนั้น พจน์ คือ จำนวนที่สามารถเขียนอยู่ในรูปผลคูณ  
ของ \_\_\_\_\_ และ \_\_\_\_\_ ซึ่งตัวแปรที่มีค่า  
\_\_\_\_\_ ตัว ขึ้นไป และเลขที่กำกับของตัวแปรแต่ละตัว  
เป็น \_\_\_\_\_ หรือหนึ่งขึ้นไป ดังนั้น

$x^{100}$  เป็น \_\_\_\_\_

3 เป็น \_\_\_\_\_

2 xyzab เป็น \_\_\_\_\_

ตัวแปร  
ตัวคงที่

1

ศูนย์

พจน์

พจน์

พจน์

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จบกรอนี้ทำแบบฝึกหัดที่ 4

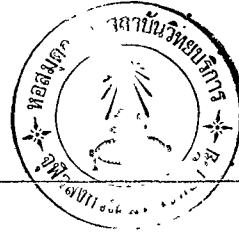


## การบอกนิยามของนิพจน์

	<p>ก.33</p> <p>ให้พิจารณาข้อต่อไปนี้</p> <p>1) <math>x + 3</math> ประกอบด้วยพจน์ 2 พจน์ ได้แก่ <math>x</math> และ <math>3</math></p> <p>2) <math>3a^2 + 5x</math> ประกอบด้วยพจน์ _____ พจน์ ได้แก่ _____</p> <p>3) <math>5x - 2</math> ประกอบด้วยพจน์ _____ พจน์ ได้แก่ _____</p> <p>4) <math>4x - 3y^5</math> ประกอบด้วยพจน์ _____ พจน์ ได้แก่ _____</p>
<p>2</p> <p><math>3a^2</math> และ <math>5x</math></p> <p>2</p> <p><math>5x</math> และ 2</p> <p>2</p> <p><math>4x</math> และ <math>3y^5</math></p>	<p>ก. 34</p> <p>พิจารณาข้อต่อไปนี้</p> <p>1) <math>2xy + \frac{1}{2}y^2 - x</math> ประกอบด้วยพจน์ 3 พจน์ ได้แก่ <math>2xy</math>, <math>\frac{1}{2}y^2</math> และ <math>x</math></p> <p>2) <math>x^2 + 2x^3 - x + 3</math> ประกอบด้วยพจน์ _____ พจน์ ได้แก่ _____</p> <p>3) <math>xy + y^2 - x + x^2 + y^3 + 2x^4</math> ประกอบด้วยพจน์ _____ พจน์ ได้แก่ _____</p> <p>4) <math>2 + 3</math> ประกอบด้วยพจน์ _____ พจน์ ได้แก่ _____</p> <p>5) <math>2a + 3a</math> ประกอบด้วยพจน์ _____ พจน์ ได้แก่ _____</p>

<p>4  <math>x^2, 2x^3, x</math> และ 3</p> <p>6  <math>xy, y^2, x, x^2, y^3, 2x^4</math></p> <p>2            2 และ 3</p>	<p>ก. 35</p> <p>ให้พิจารณา <u>พจน์</u> ต่อไปนี้</p> <p>1) <math>x + 3</math> ; <math>2a^2 + 5x</math> ; <math>5x - 2</math> ; <math>4x - 3y^5</math></p> <p>2) <math>2xy + \frac{1}{2}y^2 - x</math></p> <p>3) <math>x^2 + 2x^3 + x + 3</math></p> <p>4) <math>xy + y^2 - x + x^2 + y^3 + 2x^4</math></p>
<p>2            2a และ 3a</p>	<p>จากนิพจน์ดังกล่าวข้างต้นจะเห็นว่า นิพจน์เป็น <u>ผลบวก</u> หรือ <u>ผลต่าง</u> ของพจน์ตั้งแต่ <math>\geq</math> พจน์ขึ้นไป</p> <p>ดังนั้นนิพจน์ ก็คือ จำนวนที่สามารถเขียนอยู่ในรูปของ _____ หรือ _____ ของพจน์ ตั้งแต่ _____ ขึ้นไป</p> <p>และ <math>x^2 - x + 2 + 3x^3 - 1</math> เป็น _____</p> <p>ประกอบด้วยพจน์ _____ พจน์</p>
<p>ผลบวก, ผลต่าง</p> <p>2 พจน์</p> <p>นิพจน์</p> <p>5</p>	<p>จบบรรณทำแบบฝึกหัดที่ 5</p>

ความหมายของสมการ



ก. 36

ให้พิจารณารูปแบบของข้อต่อไปนี้

$$1) 3 + 2 = 5$$

จะเห็นได้ว่าข้างซ้ายของเครื่องหมาย "=" เป็น นิพจน์  
และข้างขวาเป็น พจน์ ดังนั้น

$$2) 7 - 2 = 5$$

ข้างซ้ายเครื่องหมาย "=" เป็น \_\_\_\_\_ ข้างขวาเป็น  
\_\_\_\_\_

$$3) 5 \times 2 = 10$$

ข้างซ้ายเครื่องหมาย "=" เป็น \_\_\_\_\_ ข้างขวาเป็น  
\_\_\_\_\_

$$4) \frac{10}{2} = 5$$

ข้างซ้ายเครื่องหมาย "=" เป็น \_\_\_\_\_ ข้างขวาเป็น  
\_\_\_\_\_

นิพจน์ ; พจน์

พจน์ ; พจน์

พจน์ ; พจน์

ก. 37

จากกรอบที่ 36 จะเห็นได้ว่าข้อความที่กำหนดให้แต่ละ  
ข้อ แสดงให้เห็นถึงการ เท่ากันของพจน์หรือนิพจน์

และข้อความที่กำหนดให้ในกรอบที่ 36 \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

(มีตัวแปร / ไม่มีตัวแปร)

ก. 38

ให้พิจารณาข้อต่อไปนี้

1)  $x + 7 = 12$

จะเห็นได้ว่าข้างซ้ายของเครื่องหมาย "=" เป็น

นิพจน์ และข้างขวาเป็น พจน์

ดังนั้น

2)  $x - 3 = 6$

ข้างซ้ายเครื่องหมาย "=" เป็น \_\_\_\_\_ ข้างขวาเป็น

\_\_\_\_\_

3)  $3x = 21$

ข้างซ้ายเครื่องหมาย "=" เป็น \_\_\_\_\_ ข้างขวาเป็น

\_\_\_\_\_

4)  $\frac{x}{3} = 5$

ข้างซ้ายเครื่องหมาย "=" เป็น \_\_\_\_\_ ข้างขวาเป็น

\_\_\_\_\_

5)  $3 = x + 2$

ข้างซ้ายเครื่องหมาย "=" เป็น \_\_\_\_\_ ข้างขวาเป็น

\_\_\_\_\_

6)  $30 = 10 + 20$

ข้างซ้ายเครื่องหมาย "=" เป็น \_\_\_\_\_ ข้างขวาเป็น

\_\_\_\_\_

นิพจน์ ; พจน์

พจน์ ; พจน์

พจน์ ; พจน์

พจน์ ; นิพจน์

พจน์ ; นิพจน์

ก. 39

จากกรอบที่ 38 จะเห็นได้ว่าข้อความที่กำหนดให้  
แสดงให้เห็นถึงการ เทากันของพจน์หรือนิพจน์

ดังนั้น ถ้ากล่าวหาข้อความที่กำหนดให้ในกรอบที่ 36  
และกรอบที่ 38 เป็นตัวอย่างของสมการ แล้ว

สมการ คือ \_\_\_\_\_ หรือ \_\_\_\_\_ ที่อยู่ 2 ข้าง  
เครื่องหมายเท่ากับ

ดังนั้น  $x^2 + y^2 = 1$  เป็น \_\_\_\_\_

และ  $4 + 2 + 1 = 5 + 2$  เป็น \_\_\_\_\_

พจน์ ; นิพจน์

สมการ

สมการ

จบกรอบนี้ทำแบบฝึกหัดที่ 6

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การแก้สมการโดยการลองแทนค่าตัวแปร

ก. 40

จำนวนใด ๆ ที่แทนค่าลงในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง เรียกว่าคำตอบของสมการ หรือ รากของสมการ และเรียกวิธีหาคำตอบของสมการหรือวิธีหาค่าตัวแปรหรือหารากของสมการว่า การแก้สมการ แล้ว

ถ้าจะหาคำตอบของสมการโดยหาจำนวน ๆ หนึ่งเติมลงใน  $\square$  ของสมการ เพื่อให้สมการเป็นจริง เช่น

$$\square + 2 = 10$$

ได้  $\square = 8 + 2 = 10$

ดังนั้นคำตอบของสมการคือ \_\_\_\_\_

8

ก. 41

ให้นักเรียนหาค่าเติมลงใน  $\square$  และ  $\triangle$  เพื่อให้สมการแต่ละสมการเป็นจริง

1)  $\square + 5 = 7$

2)  $\square + 6 = 9$

3)  $\square + 9 = 11$

4)  $\triangle - 3 = 1$

5)  $\triangle - 10 = 9$

6)  $\triangle - 5 = 3$

<p>2</p> <p>3</p> <p>2</p> <p>4</p> <p>19</p> <p>8</p>	<p>ก. 42</p> <p>ให้นักเรียนหาค่าเติมลงใน <math>\square</math> และ <math>\triangle</math> เพื่อให้ สมการแต่ละสมการเป็นจริง .</p> <p>1) <math>2 \times \square = 10</math></p> <p>2) <math>5 \times \square = 15</math></p> <p>3) <math>3 \times \square = 6</math></p> <p>4) <math>\frac{\triangle}{2} = 4</math></p> <p>5) <math>\frac{\triangle}{7} = 7</math></p> <p>6) <math>\frac{\triangle}{9} = 2</math></p>
<p>5</p> <p>3</p> <p>2</p> <p>8</p> <p>49</p> <p>18</p>	<p>ก. 43</p> <p>จากกรอบที่ 41 และกรอบที่ 42 จะเห็นได้ว่าค่าที่ เลือกเติมลงในสมการแต่ละสมการนั้น เป็นค่าที่ทำให้สมการ เป็นจริง ซึ่งแสดงว่าค่าที่อยู่ทางซ้ายเครื่องหมายเท่ากับ จะ เท่ากับค่าที่อยู่ทางขวาของเครื่องหมายเท่ากับ</p> <p>ดังนั้นค่าแต่ละค่าที่เติมลงใน <math>\square</math> และ <math>\triangle</math> ในสมการ แต่ละสมการในกรอบที่ 41 และกรอบที่ 42 จึงเป็นรากของสมการ หรือ _____</p>

คำตอบของสมการ

ก. 44

จากกรอบที่ 41 ให้นักเรียนแทนค่า  $\square$  ด้วย  $x$   
และแทนค่า  $\triangle$  ด้วย  $a$

1)  $\square + 5 = 7$  จะได้  $x + 5 = 7$

2)  $\square + 6 = 9$  จะได้ \_\_\_\_\_

3)  $\square + 9 = 11$  จะได้ \_\_\_\_\_

4)  $\triangle - 3 = 1$  จะได้  $a - 3 = 1$

5)  $\triangle - 10 = 9$  จะได้ \_\_\_\_\_

6)  $\triangle - 5 = 3$  จะได้ \_\_\_\_\_

$x + 6 = 9$

$x + 9 = 11$

$a - 10 = 9$

$a - 5 = 3$

ก. 45

จากกรอบที่ 42 ให้นักเรียนแทนค่า  $\square$  ด้วย  $x$   
และแทนค่า  $\triangle$  ด้วย  $a$

1)  $2 \times \square = 10$  จะได้  $2x = 10$

2)  $5 \times \square = 15$  จะได้ \_\_\_\_\_

3)  $3 \times \square = 6$  จะได้ \_\_\_\_\_

4)  $\frac{\triangle}{2} = 4$  จะได้  $\frac{a}{4} = 4$

5)  $\frac{\triangle}{7} = 7$  จะได้ \_\_\_\_\_

6)  $\frac{\triangle}{9} = 2$  จะได้ \_\_\_\_\_



$$5x = 15$$

$$3x = 6$$

$$\frac{a}{7} = 7$$

$$\frac{a}{9} = 2$$

ก. 46

ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการโดยการลองหาค่ามาแทนตัวแปร  $x$  และ  $a$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

$$1) x + 5 = 7$$

$$\therefore x = 2$$

เรียก  $x = 2$  เป็นคำตอบของสมการหรือรากของสมการ เพราะว่าเมื่อนำค่า  $x = 2$  แทนลงในสมการจะทำให้สมการเป็นจริงดังนั้น

$$2) x + 6 = 9$$

$$\therefore x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3) x + 9 = 11$$

$$\therefore x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4) a - 3 = 1$$

$$\therefore a = 4$$

$$5) a - 10 = 9$$

$$\therefore a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$6) a - 5 = 3$$

$$\therefore a = \underline{\hspace{2cm}}$$

3

2

19

8

ก. 47

ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการโดยการลองหาค่ามาแทนตัวแปร  $x$  และ  $a$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

$$1) 2x = 10$$

$$\therefore x = 5$$

4)  $3x = 93$  [31] \_\_\_\_\_  
 ( เป็น / ไม่ใช่ )

5)  $5y - 8 = 37$  [9] \_\_\_\_\_  
 ( เป็น / ไม่ใช่ )

เป็น  
 เป็น  
 ไม่ใช่  
 เป็น  
 เป็น

จบกรอบนี้แล้วทำแบบฝึกหัดที่ 7

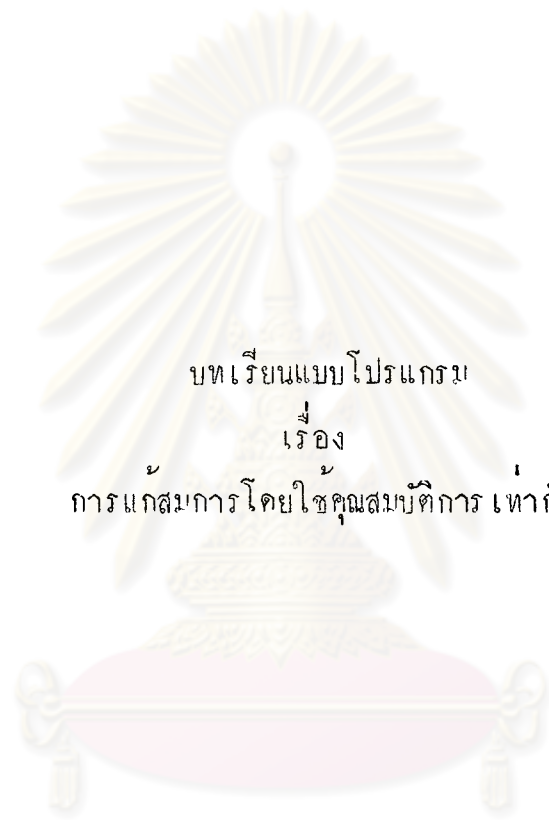
จบบทเรียนสำหรับหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

คำชี้แจงสำหรับผู้เรียน

1. หน่วยการเรียนรู้ประกอบด้วยเรื่อง
    - 1.1 การแกสมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก, การลบ และการตรวจคำตอบ
    - 1.2 การแกสมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ, การหารและการตรวจคำตอบ
    - 1.3 การแกสมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันมากกว่า 1 อย่าง และการตรวจคำตอบ
  2. หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 นี้ ใช้บทเรียนแบบโปรแกรมให้นักเรียนศึกษาค้นคว้าอย่างอิสระเป็นรายบุคคล
  3. หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 นี้ให้เวลาศึกษา 1 สัปดาห์
  4. นักเรียนต้องปฏิบัติตามอย่างเคร่งครัดตามคำชี้แจงการใช้บทเรียนแบบโปรแกรม
- นอกจากนี้ใช้หลักการเดียวกับหน่วยการเรียนรู้ที่ 1



บทเรียนแบบโปรแกรม  
เรื่อง  
การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การแก้สมการโดยวิธีคูณสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวกและการตรวจคำตอบ

ก. 1

จงพิจารณาข้อต่อไปนี้ เป็นสมการหรือไม่

1)  $2 + 3 = 5$  เป็นสมการ

2)  $10 < 5$

\_\_\_\_\_

(เป็น / ไม่เป็น )

3)  $13 > 10$

\_\_\_\_\_

(เป็น / ไม่เป็น )

4)  $8 + 3 \neq 10$

\_\_\_\_\_

(เป็น / ไม่เป็น )

5)  $x + 3 = 5$

\_\_\_\_\_

(เป็น / ไม่เป็น )

6)  $13 + a = 16$

\_\_\_\_\_

(เป็น / ไม่เป็น )

7)  $n - 1 < 5$

\_\_\_\_\_

(เป็น / ไม่เป็น )

8)  $\frac{a}{2} = 3$

\_\_\_\_\_

(เป็น / ไม่เป็น )

ไม่เป็น

ไม่เป็น

ไม่เป็น

เป็น

เป็น

ไม่เป็น

เป็น

ก. 2

จากกรอบที่ 1

สมการที่เป็นจริง และมีตัวแปรคือ \_\_\_\_\_

สมการที่มีตัวแปร คือ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

$$2 + 3 = 5$$

$$x + 3 = 5$$

$$13 + a = 16$$

$$\frac{a}{2} = 3$$

ก. 3

$$\text{ถ้า } x - 3 = 5 \text{ เป็นสมการ}$$

จะเห็นได้ว่า  $x$  เป็นตัวแปรหรือตัวไม่ทราบค่า

ถ้าจะลองหาตัวเลขมาแทนค่าตัวแปรแล้วทำให้สมการ

เป็นจริง ตัวเลขตัวนั้นคือ  $x = 8$

$$\text{เพราะ } 8 - 3 = 5 \text{ เป็นจริง}$$

เรียก  $x = 8$  นี้ว่า คำตอบของสมการ หรือรากของสมการ

$$\text{ดังนั้น } a + 2 = 8$$

รากของสมการคือ \_\_\_\_\_

$$n + 7 = 10$$

$$\therefore n = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x + 2 = 6$$

คำตอบของสมการคือ \_\_\_\_\_

ดังนั้นจึงเรียกการหาคำตอบของสมการหรือการหาค่าตัวแปร หรือการหารากของสมการว่า การแก้สมการ

6

3

8

ก. 4

จงตอบคำถามต่อไปนี้

$$1) \quad 2 + 3 = 5$$

$$2) \quad (2 + 3) + 10 = 5 + 10$$

\_\_\_\_\_ (จริง / เท็จ)

$$3) \quad (2 + 3) + x = 5 + x$$

\_\_\_\_\_ (จริง / เท็จ)

$$4) \text{ ให้ } a = b \quad \text{ดังนั้น } a + 3 = b + 3 \underline{\hspace{2cm}}$$

เมื่อ  $a, b$  แทนจำนวนใด ๆ (จริง/เท็จ)

$$5) \text{ ให้ } a = b \quad \text{ดังนั้น } a + c = b + c \underline{\hspace{2cm}}$$

(จริง/เท็จ)

เมื่อ  $a, b$  แทนจำนวนใด ๆ

จริง

จริง

จริง

จริง

จริง

ก. 5

ให้นักเรียนหาค่าเติมลงใน  $\Delta$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

$$1) 4 + 6 = 10$$

$$(4 + 6) + 2 = 10 + \Delta$$

$$2) 3 + 10 = 13$$

$$(3 + 10) + \Delta = 13 + 5$$

$$3) 5 + a = 12$$

$$(5 + a) + \Delta = 12 + 2$$

$$4) \text{ ให้ } y = z$$

$$y + \Delta = z + a$$

2

5

2

a

ก. 6

จากกรอบที่ 4 และกรอบที่ 5 จะเห็นได้ว่า ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน แล้วนำจำนวนที่เท่ากันมาบวกเข้าทั้งสองข้าง ผลลัพธ์จะ \_\_\_\_\_ ซึ่งเรียกคุณสมบัตินี้ว่า คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก



เท่ากัน

ก. 7

ให้นักเรียนหาค่าเติมลงใน  $\triangle$  และทำให้สมการ  
เป็นจริง

$$1) \square - 5 = 7$$

$$\square - 5 + 5 = 7 + \triangle$$

$$\therefore \square = \triangle$$

$$2) \square - 3 = 8$$

$$\square - 3 + \triangle = 8 + 3$$

$$\therefore \square = \triangle$$

$$3) \square - 8 = 15$$

$$\square - 8 + \triangle = 15 + \triangle$$

$$\therefore \square = \triangle$$

5

ก. 8

12

จากกรอบที่ 7 จะเห็นได้ว่าสามารถหาค่าของ  $\square$

3

โดยใช้คุณสมบัติการเท่ากัน สำหรับ \_\_\_\_\_

11

ดังนั้นจึงพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

8

$$\text{จงหาคำตอบของสมการ } x - 3 = 6$$

8

(ในขั้นตอนการทราบค่า  $x$  เท่ากับเท่าใดจึงจะทำให้สมการ  
เป็นจริง )

23

วิธีทำ

$$x - 3 = 6$$

นำ 3 บวกเข้าทั้งสองข้าง จะได้



$x - 3 + 3 = 6 + 3$  ใช้คุณสมบัติการเท่ากัน  
สำหรับ \_\_\_\_\_

$$\therefore x = 9$$

$\therefore$  รากของสมการ  $x - 3 = 6$  คือ \_\_\_\_\_

การตรวจคำตอบ แทนค่า  $x = 9$  ใน  $x - 3 = 6$

จะได้  $9 - 3 = 6$

$$6 = 6$$

นั่นคือ  $x = 9$  เป็นรากของสมการ  $x - 3 = 6$

การบวก

9

ก. 9

จงแก้สมการ  $a - 10 = 25$

วิธีทำ  $a - 10 = 25$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\therefore a = \underline{\hspace{2cm}}$$

ตรวจคำตอบ

แทนค่า  $a = \underline{\hspace{2cm}}$  ใน  $a - 10 = 25$

จะได้  $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ เป็นจริง}$$

นั่นคือ  $\underline{\hspace{2cm}}$  เป็นรากของสมการ  $a - 10 = 25$

$$a - 10 + 10$$

$$25 + 10$$

$$35$$

$$35$$

ก. 10

จากกรอบที่ 8 และกรอบที่ 9 ใช้คุณสมบัติการเท่ากัน  
สำหรับการบวกแก้สมการ และในการตรวจคำตอบของสมการ  
นั้น ให้นำคำตอบของสมการหรือรากของสมการหรือค่าตัวแปร

$$35 - 10$$

$$25$$

$$25$$

$$25$$

$$a = 35$$

ไปแทนค่าในสมการเดิมแล้วทำให้สมการนั้น \_\_\_\_\_

ดังนี้

จงแก้สมการ  $x - 8 = 10$  โดยแสดงวิธีทำเป็นขั้น ๆ

พร้อมทั้งตรวจคำตอบ

วิธีทำ  $x - 8 = 10$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

ตรวจคำตอบ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

นั่นคือ

\_\_\_\_\_

$$x - 8 + 8 = 10 + 8$$

$$x = 18$$

แทนค่า  $x = 18$

ใน  $x - 8 = 10$

จะได้

$$18 - 8 = 10$$

$$10 = 10 \text{ เป็นจริง}$$

$x = 10$  เป็นรากของ

สมการ  $x - 8 = 10$

ก. 11

จงแก้สมการ  $x - 3 = 0$  โดยแสดงวิธีทำเป็นขั้น ๆ

วิธีทำ  $x - 3 = 0$

\_\_\_\_\_

ตรวจคำตอบ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

นั่นคือ

\_\_\_\_\_

$$x - 3 + 3 = 0 + 3$$

$$\therefore x = 3$$

แทนค่า  $x = 3$  ใน

$$x - 3 = 0 \text{ จะได้}$$

$$3 - 3 = 0$$

$$0 = 0$$

นั่นคือ  $x = 3$

เป็นรากของสมการ

$$x - 3 = 0$$



คุนยวิทยทรพยากร  
จุพาลงกรณมหาวิททยาลัย

การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการลบและการตรวจคำตอบ

ก. 12

จากกรอบที่ 10 และกรอบที่ 11 เป็นการนำเอาคุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวกมาแก้สมการ หรือหารากของสมการ หรือหาคำตอบของสมการ

ให้นักเรียนหาคำมาเติมลงใน  $\Delta$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

$$1) 4 + 6 = 10$$

$$(4 + 6) - 2 = 10 - \Delta$$

$$2) 3 + 10 = 13$$

$$(3 + 10) - \Delta = 13 - 5$$

$$3) \text{ ให้ } x = y \text{ ดังนั้น } x - \Delta = y - 5$$

$$4) \text{ ให้ } y = 34 \text{ ดังนั้น } y - 4 = 34 - \Delta$$

$$5) \text{ ให้ } x + 1 = 18 \text{ ดังนั้น } x + 1 - 1 = 18 - \Delta$$

$$6) \text{ ให้ } 72 = a + 8 \text{ ดังนั้น } 72 - \Delta = a + 8 - 8$$

$$7) \text{ ให้ } a = b \text{ ดังนั้น } a - c = b - \Delta$$

เมื่อ a, b, c, เป็นจำนวนใด ๆ

จากข้างบนจะเห็นได้ว่า ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน แล้วนำจำนวนที่เท่ากันมาบวกเข้าทั้งสองข้าง ผลลัพธ์จะ

\_\_\_\_\_ ซึ่งเรียกว่าคุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการลบ

2

ก. 13

5

ให้นักเรียนหาคำมาเติมลงใน  $\triangle$  แล้วทำให้สมการ

5

เป็นจริง

4

1)  $\square + 10 = 15$

1

$\square + 10 - 10 = 15 - \triangle$

8

$\therefore \square = \triangle$

๐

2)  $\square + 3 = 12$

เท่ากัน

$\square + 3 - 3 = 12 - \triangle$

$\therefore \square = \triangle$

3)  $\square + 8 = 10$

$\square + 8 - \triangle = 10 - 8$

$\therefore \square = \triangle$

4)  $72 = \square + 8$

$72 - \triangle (7) = \square + 8 - \triangle$

$\therefore \square = \triangle$

จากข้างบน จะเห็นได้ว่าเราสามารถหาค่าของ  $\square$  ได้ โดยที่คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการ \_\_\_\_\_

10

ก. 14

5

ตัวอย่าง จงแก้สมการ  $y + 6 = 27$  และตรวจ

3

คำตอบ

9

วิธีทำ  $y + 6 = 27$

8

นำ 6 มาลบทั้ง 2 ข้าง

2

\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

8

$\therefore y =$  \_\_\_\_\_

8  
64  
ลบ

ตรวจสอบค่าตอบ แทนค่า \_\_\_\_\_ ใน  $y + 6 = 27$   
 \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ เป็นจริง  
 ∴ รากของสมการ  $y + 6 = 27$  คือ \_\_\_\_\_

$y + 6 = 27$   
 $27 - 6$   
 21  
 $y = 21$   
 $21 + 6$   
 27  
 27  
 27  
 21

ก. 15  
 ตัวอย่าง จงหาคำคำตอบของสมการ  $x + 2 = 8$   
 และตรวจสอบคำตอบ  
 วิธีทำ  $x + 2 = 8$   
 นำ \_\_\_\_\_ มาลบทั้ง 2 ข้างจะได้  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 ตรวจสอบค่าตอบ แทนค่า \_\_\_\_\_ ในสมการ  $x + 2 = 8$   
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_ เป็นจริง  
 นั่นคือ คำคำตอบของสมการ  $x + 2 = 8$  คือ \_\_\_\_\_

2  
 $x + 2 - 2 = 8 - 2$   
 $x = 6$   
 $x = 6$   
 $6 + 2 = 8$   
 $8 = 8$   
 $x = 6$

ก. 16  
 จากกรอบที่ 14 และกรอบที่ 15 จะเห็นได้ว่าเราสามารถใส่คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการลบแก่สมการ และในการตรวจสอบคำตอบของสมการนั้นให้นำคำตอบของสมการหรือรากของสมการแทนค่าในสมการเดิม แล้วทำให้สมการ \_\_\_\_\_ คั้งนั้น

จงแก้สมการ  $x + 9 = 11$  และแสดงวิธีทำเป็นขั้น ๆ  
 พร้อมทั้งตรวจคำตอบ

วิธีทำ  $x + 9 = 11$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

ตรวจคำตอบ

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

นั่นคือ

\_\_\_\_\_

$x + 9 - 9 = 11 - 9$

$x = 2$

แทนค่า  $x=2$  ใน

สมการ  $x + 9 = 11$

จะได้  $2 + 9 = 11$

$11 = 11$

เป็นจริง

$x = 2$  เป็นรากของ

สมการ  $x + 9 = 11$

ก. 17

จงแก้สมการ  $x + 3 = 15$  และแสดงวิธีทำเป็นขั้น ๆ

พร้อมทั้งตรวจคำตอบ

วิธีทำ  $x + 3 = 15$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

ตรวจคำตอบ

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

นั่นคือ

\_\_\_\_\_

$$x + 3 - 3 = 15 - 3$$

$$x = 12$$

แทนค่า  $x = 12$  ใน

สมการ  $x + 3 = 15$

$$12 + 3 = 15$$

$$15 = 15 \text{ . เป็นจริง}$$

$$x = 12 \text{ เป็นราก}$$

ของสมการ  $x + 3 = 15$

ก. 18

จงหาค่าของสมการต่อไปนี้ โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ

1)  $x - 18 = 17$  ;  $x =$

2)  $y - 9 = 45$  ;  $y =$

3)  $x + 5 = 26$  ;  $x =$

4)  $7 + a = 10$  ;  $a =$

$$x = 35 ; y = 54$$

$$x = 21 ; a = 3$$

จงกรอมนี่ทำแบบฝึกหัดที่ 8

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณและการตรวจคำตอบ

ก. 19

จากกรอบที่ 16 และกรอบที่ 17 เป็นการนำเอาคุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณมาแก้สมการ หรือหาคำตอบของสมการ หรือหารากของสมการ ดังนี้

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1)  $2 \times 3 = 6$  (จริง / เท็จ)

2)  $(2 \times 3) \times 5 = 6 \times 5$  (จริง / เท็จ)

3)  $(2 \times 3) \times a = 6 \times a$  (จริง / เท็จ)

4) ให้  $a = b$  ดังนั้น  $2a = 2b$  (จริง / เท็จ)

เมื่อ  $a, b$  แทนจำนวนใด ๆ

5) ให้  $a = b$  ดังนั้น  $ac = bc$  (จริง / เท็จ)

เมื่อ  $a, b, c$  แทนจำนวนใด ๆ

จริง  
จริง  
จริง  
จริง  
จริง

ก. 20

ให้นักเรียนหาค่าเติมลงใน  $\Delta$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

1)  $5 \times 2 = 10$

$5 \times 2 \times 15 = 10 \times \Delta$

2) ให้  $2a = 18$  ดังนั้น  $\Delta \times 2a = 18 \times 2$

$$3) \text{ ให้ } \frac{x}{7} = 4 \text{ ดังนั้น } \Delta \therefore x \frac{x}{7} = 4 \times 7$$

$$4) \text{ ให้ } a=b \text{ ดังนั้น } 2a = \Delta \times b$$

$$5) \text{ ให้ } x=2a \text{ ดังนั้น } 3x = \Delta \times a$$

$$6) \text{ ให้ } a=b \text{ ดังนั้น } ax = b \Delta$$

จากกรอบที่ 18 และกรอบที่ 19 จะเห็นได้ว่า ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากันแล้ว นำจำนวนที่เท่ากันมาคูณทั้งสองข้าง ผลลัพธ์จะ \_\_\_\_\_ ซึ่งเรียกว่าคุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ

15

2

7

2

6

x

เท่ากัน

ก. 21

ให้นักเรียนหาค่าเติมลงใน  $\Delta$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

$$1) \frac{\square}{5} = 7$$

$$\frac{\square}{5} \times 5 = 7 \times \Delta$$

$$\therefore \square = \Delta$$

$$2) \frac{\square}{2} = 1$$

$$\frac{\square}{2} \times 2 = 1 \times 2$$

$$\therefore \square = \Delta$$

$$3) \frac{\square}{3} = 30$$

$$\frac{\square}{3} \times 3 = 30 \times \Delta$$

$$\therefore \square = \Delta$$

จากข้างบนจะเห็นได้ว่า เราสามารถหาค่าของ  $\square$  ได้  
โดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการ \_\_\_\_\_

5

ก. 22

35

ตัวอย่าง จงแก้สมการ  $\frac{a}{3} = 30$  และตรวจคำตอบ

2

วิธีทำ  $\frac{a}{3} = 30$

2

นำ 3 คูณทั้ง 2 ข้าง.

3

$$\frac{a}{3} \times 3 = 30 \times 3$$

3

90

$$\therefore a = \underline{\hspace{2cm}}$$

คุณ

ตรวจคำตอบ แทนค่า  $\underline{\hspace{2cm}}$  ในสมการ  $\frac{a}{3} = 30$

$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$  เป็นจริง

นั่นคือ  $\underline{\hspace{2cm}}$  เป็นรากของสมการ  $\frac{a}{3} = 30$

90

ก. 23

$$a = 90$$

จงหาคำตอบของสมการ  $\frac{x}{2} = 5$  และตรวจคำตอบ

$$\frac{90}{3} = 30$$

วิธีทำ  $\frac{x}{2} = 5$

$$30 = 30$$

นำ  $\underline{\hspace{2cm}}$  คูณทั้ง 2 ข้าง

$$a = 90$$

$$\therefore x = \underline{\hspace{2cm}}$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า \_\_\_\_\_ ในสมการ  $\frac{x}{2} = 5$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ เป็นจริง

นั่นคือ \_\_\_\_\_ เป็นรากของสมการ  $\frac{x}{2} = 5$

2

$$\frac{x}{2} \times 2 = 5 \times 2$$

10

$$x = 10$$

$$\frac{10}{2} = 5$$

$$5 = 5$$

$$x = 10$$

ก. 24

จากกรอบที่ 21 และกรอบที่ 22 จะเห็นได้ว่า สามารถใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณแก่สมการ และในการตรวจคำตอบของสมการนั้นให้นำคำตอบของสมการ หรือรากของสมการแทนค่าในสมการ เดิม แล้วทำให้สมการนั้น \_\_\_\_\_ ดังนั้นจึงแก้สมการ  $\frac{x}{4} = 5$  และแสดงวิธีทำเป็นขั้น ๆ พร้อม

ทั้งตรวจคำตอบ

วิธีทำ  $\frac{x}{4} = 5$

\_\_\_\_\_

$$\therefore x = \underline{\hspace{2cm}}$$

ตรวจคำตอบ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

นั่นคือ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

เป็นจริง

$$\frac{x}{4} \times 4 = 5 \times 4$$

20

แทนค่า  $x = 20$  ใน

$$\text{สมการ } \frac{x}{4} = 5 \text{ จะได้}$$

$$\frac{20}{4} = 5$$

$$5 = 5 \text{ เป็นจริง}$$

 $x = 20$  เป็นรากของ

$$\text{สมการ } \frac{x}{4} = 5$$

ก. 25

จงแก้สมการ  $\frac{x}{8} = \frac{1}{4}$  และแสดงวิธีทำเป็นขั้น ๆ

พร้อมทั้งตรวจคำตอบ

$$\text{วิธีทำ } \frac{x}{8} = \frac{1}{4}$$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

ตรวจคำตอบ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

นั่นคือ \_\_\_\_\_

$$\frac{x}{8} \times 8 = \frac{1}{4} \times 8$$

$$x = 2$$

แทนค่า  $x = 2$  ใน

$$\text{สมการ } \frac{x}{8} = \frac{1}{4} \text{ จะได้}$$

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \text{ เป็นจริง}$$

 $x = 2$  เป็นรากของ

$$\text{สมการ } \frac{x}{8} = \frac{1}{4}$$

การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการหารและการตรวจคำตอบ

ก. 26

จากกรอบที่ 23 และกรอบที่ 24 เป็นการนำเอาคุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณมาแก้สมการ หรือหาคำตอบของสมการหรือหารากของสมการ ดังนี้

ให้นักเรียนหาคำมาเติมลงใน  $\triangle$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

$$1) 3 \times 5 = 15$$

$$\frac{(3 \times 5)}{3} = \frac{15}{\triangle}$$

$$2) 2 + 5 = 7$$

$$\frac{(2 + 5)}{\triangle} = \frac{7}{7}$$

$$3) \text{ ให้ } 2a = 18 \text{ ดังนั้น } \frac{2a}{2} = \frac{18}{\triangle}$$

$$4) \text{ ให้ } 33 = x \text{ ดังนั้น } 11 = \frac{x}{\triangle}$$

$$5) \text{ ให้ } a = b \text{ ดังนั้น } \frac{a}{5} = \frac{b}{\triangle} \text{ เมื่อ } a, b \text{ เป็นจำนวนใด ๆ}$$

$$6) \text{ ให้ } 10 = b \text{ ดังนั้น } \frac{10}{\triangle} = \frac{b}{c} \text{ เมื่อ } b \text{ เป็นจำนวนใด ๆ และ } c \neq 0$$

$$7) \text{ ให้ } a = b \text{ ดังนั้น } \frac{a}{c} = \frac{b}{\triangle} \text{ เมื่อ } c \neq 0 \text{ และ } a, b \text{ เป็นจำนวนใด ๆ}$$

3

7

2

3

5

c

c

ก. 27

ให้นักเรียนหาค่าเติมลงใน  $\triangle$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

1)  $7 \times \square = 6$

$$\frac{7 \times \square}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\therefore \square = \frac{6}{7}$$

2)  $3 \times \square = 6$

$$\frac{3 \times \square}{3} = \frac{6}{3}$$

$$\therefore \square = \frac{6}{3}$$

3)  $2 \times \square = 16$

$$\frac{2 \times \square}{2} = \frac{16}{2}$$

$$\therefore \square = \frac{16}{2}$$

จากข้างบนจะเห็นได้ว่า เราสามารถหาค่าของ  $\square$ 

ได้โดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการ \_\_\_\_\_

7

 $\frac{6}{7}$ 

3

2

2

2

8

หาร

ก. 28

ตัวอย่าง จงแก้สมการ  $3x = 6$  และตรวจคำตอบ

วิธีทำ  $3x = 6$

นำ 3 หารทั้ง 2 ข้าง

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

$$\therefore x = \underline{\hspace{2cm}}$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า \_\_\_\_\_ ในสมการ  $3x = 6$

\_\_\_\_\_ เป็นจริง  
 นั่นคือ \_\_\_\_\_ เป็นรากของสมการ  $3x = 6$

2  
 $x = 2$   
 $3 \times 2 = 6$   
 $6 = 6$   
 $x = 2$

ก. 29  
 จงหาคำตอบของสมการ  $5x = 25$  และตรวจคำตอบ  
 วิธีทำ  $5x = 25$   
 นำ \_\_\_\_\_ ทหารทั้งสองข้าง  
 \_\_\_\_\_  
 $\therefore x =$  \_\_\_\_\_  
 ตรวจคำตอบ แทนค่า \_\_\_\_\_ ในสมการ  $5x = 25$  จะได้  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_ เป็นจริง  
 นั่นคือ \_\_\_\_\_ เป็นรากของสมการ  $5x = 25$

5  
 $\frac{5x}{5} = \frac{25}{5}$   
 5  
 $x = 5$   
 $5 \times 5 = 25$   
 $25 = 25$   
 $x = 5$

ก. 30  
 จากกรอบที่ 27 และกรอบที่ 28 จะเห็นได้ว่าเป็นการใช้  
 คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการหาร แกสมการ และในการตรวจ  
 คำตอบของสมการนั้นให้นำคำตอบของสมการ หรือรากของสมการ  
 แทนค่าในสมการเดิม แล้วทำให้สมการนั้น \_\_\_\_\_ ดังนั้น  
 จงแกสมการ  $5a = 30$  และแสดงวิธีทำเป็นขั้น ๆ  
 พร้อมทั้งตรวจคำตอบ  
 วิธีทำ  $5a = 30$   
 \_\_\_\_\_  
 $\therefore a =$  \_\_\_\_\_



ตรวจคำตอบ แทนค่า \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 นั่นคือ \_\_\_\_\_

เป็นจริง  
 $\frac{5a}{5} = \frac{30}{5}$   
 $a = 6$  ในสมการ  
 $5a = 30$  จะได้  
 $5 \times 6 = 30$   
 $30 = 30$  เป็นจริง  
 $a = 6$  เป็นราก  
 ของสมการ  $5a = 30$

ก. 31  
 จงแก้สมการ  $4x = 32$  และแสดงวิธีทำเป็นขั้น ๆ  
 พร้อมทั้งตรวจคำตอบ  
 วิธีทำ  $4x = 32$   
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 ตรวจคำตอบ \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 นั่นคือ \_\_\_\_\_

$\frac{4x}{4} = \frac{32}{4}$   
 $x = 8$   
 แทนค่า  $x = 8$   
 ในสมการ  $4x = 32$   
 จะได้  $4 \times 8 = 32$   
 $32 = 32$  เป็นจริง  
 $x = 8$  เป็นราก  
 ของสมการ  $4x = 32$

ก. 32  
 จงหารากของสมการต่อไปนี้ โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ  
 1)  $\frac{a}{5} = 7$  ;  $a =$  \_\_\_\_\_  
 2)  $\frac{x}{2} = 1$  ;  $x =$  \_\_\_\_\_  
 3)  $7y = 6$  ;  $y =$  \_\_\_\_\_  
 4)  $5y = 30$  ;  $y =$  \_\_\_\_\_

จบกรอบนี้ทำแบบฝึกหัดที่ 9 และ 10

35

2

$\frac{6}{7}$

6



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันมากกว่า 1 อย่างและการตรวจคำตอบ

ก. 33

จากที่ผ่านมานักเรียนจะเห็นได้ว่า การแก้สมการนั้นใช้  
คุณสมบัติการเท่ากัน เพียงคุณสมบัติใดคุณสมบัติหนึ่งเท่านั้น ดังนั้น  
ให้นักเรียนลองหาคำเติมลงในรูป  $\square$  เพื่อให้สมการ  
เป็นจริง

$$(1) \frac{\square}{2} + 8 = 18$$

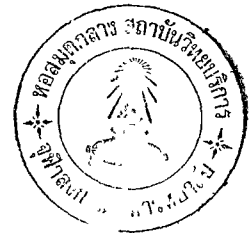
$$(2) \frac{\square}{6} - 1 = 13$$

$$(3) \frac{\square}{3} + 7 = 37$$

$$(4) 8\square - 4 = 12$$

$$(5) 2\square + 1 = 5$$

$$(6) 2\square - 9 = 53$$



20

84

90

2

2

31

ก. 34

ให้นักเรียนหาคำเติมลงในรูป  $\Delta$ ,  $\circ$ ,  $\square$  เพื่อให้  
สมการเป็นจริง

$$1) \frac{\square}{2} + 8 = 18$$

$$\frac{\square}{2} + 8 - 8 = 18 - \Delta$$

$$\frac{\square}{2} = \Delta$$

$$\frac{\square}{2} \times 2 = \Delta \times \circ$$

$$\therefore \square = \square$$

$$2) \frac{\square}{6} - 1 = 13$$

$$\frac{\square}{6} - 1 + \triangle = 13 + 1$$

$$\frac{\square}{6} = \triangle$$

$$\frac{\square}{6} \times \circ = \triangle \times 6$$

$$\therefore \square = \square$$

8

10

10, 2

20

1

14

6

84

ก. 35

ให้นักเรียนหาคำมาเติมลงใน  $\triangle, \circ, \square$  เพื่อให้สมการเป็นจริง

$$1) 8 \square - 4 = 12$$

$$8 \square - 4 + 4 = 12 + \triangle$$

$$\therefore 8 \square = \triangle$$

$$\frac{8 \square}{8} = \frac{\triangle}{\circ}$$

$$\therefore \square = \square$$

$$2) 2 \square + 1 = 5$$

$$2 \square + 1 - \triangle = 5 - 1$$

$$2 \square = 4$$

$$\frac{2 \square}{\triangle} = \frac{4}{\circ}$$

$$\therefore \square = \square$$

4

16

16, 8

2

1

2

2

2

ก. 36

จากกรอบที่ 34 และกรอบที่ 35 จะเห็นได้ว่า สามารถ  
หาค่าของ  $\square$  โดยใช้คุณสมบัติการเท่ากัน มากกว่า 1 ข้อ  
ดังนั้นจึงพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง จงแก้สมการ  $\frac{a}{2} + 8 = 18$  และตรวจ

คำตอบ

วิธีทำ  $\frac{a}{2} + 8 = 18$

นำ 8 ลบทั้งสองข้าง

$$\frac{a}{2} = 10$$

นำ \_\_\_\_\_ คูณทั้งสองข้าง

$$a = \underline{\hspace{2cm}}$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า \_\_\_\_\_ ในสมการ  $\frac{a}{2} + 8 = 18$

\_\_\_\_\_ เป็นจริง

นั่นคือ \_\_\_\_\_ เป็นรากของสมการ  $\frac{a}{2} + 8 = 18$

$$\frac{a}{2} + 8 - 8 = 18 - 8$$

นำ 2 คูณทั้งสองข้าง

$$\frac{a}{2} \times 2 = 10 \times 2$$

20

ก. 37

จงหาค่าคำตอบของ  $\frac{x}{5} + 9 = 17$  และตรวจคำตอบ

วิธีทำ  $\frac{x}{5} + 9 = 17$

นำ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

$$a = 20$$

$$\left(\frac{20}{2}\right) + 8 = 18$$

$$a = 20$$

$$\frac{x}{5} = 8$$

นำ \_\_\_\_\_

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า \_\_\_\_\_ ในสมการ  $\frac{x}{5} + 9 = 17$   
 \_\_\_\_\_ เป็นจริง

นั่นคือ \_\_\_\_\_ เป็นรากของสมการ  $\frac{x}{5} + 9 = 17$

นำ 9 คูณทั้งสองข้าง

$$\frac{x}{5} + 9 - 9 = 17 - 9$$

นำ 5 คูณทั้งสองข้าง

$$40$$

$$x = 40$$

$$\left(\frac{40}{5}\right) + 9 = 17$$

$$x = 40$$

ก. 38

ตัวอย่าง จงหาค่าคำตอบของ  $\frac{x}{7} - 3 = 1$  และตรวจ

คำตอบ

วิธีทำ  $\frac{x}{7} - 3 = 1$

นำ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

นำ \_\_\_\_\_

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า \_\_\_\_\_ ในสมการ  $\frac{x}{7} - 3 = 1$   
 \_\_\_\_\_ เป็นจริง

นั่นคือ \_\_\_\_\_ เป็นรากของสมการ  $\frac{x}{7} - 3 = 1$

นำ 3 บวกทั้งสองข้าง

$$\frac{x}{7} - 3 + 3 = 1 + 3$$

$$\frac{x}{7} = 4$$

นำ 7 คูณทั้งสองข้าง

$$28$$

$$x = 28$$

$$\left(\frac{28}{7}\right) - 3 = 1$$

$$x = 28$$

ก. 39

จงหาคำคำตอบของ  $\frac{x}{6} - 1 = 13$  และตรวจคำตอบ

วิธีทำ  $\frac{x}{6} - 1 = 13$

นำ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

นำ \_\_\_\_\_

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

นั่นคือ \_\_\_\_\_

นำ 1 บวกทั้งสองข้าง

$$\frac{x}{6} - 1 + 1 = 13 + 1$$

$$\frac{x}{6} = 14$$

นำ 6 คูณทั้งสองข้าง

$$84$$

$$x = 84 \text{ ในสมการ}$$

$$\frac{x}{6} - 1 = 13$$

$$\left(\frac{84}{6}\right) - 1 = 13$$

เป็นจริง

$$x = 84 \text{ เป็นรากของ}$$

$$\text{สมการ } \frac{x}{6} - 1 = 13$$

ก. 40

ตัวอย่าง จงหาคำคำตอบของ  $2x + 1 = 5$

วิธีทำ  $2x + 1 = 5$

นำ 1 ลบทั้งสองข้าง .

$$2x + 1 - 1 = 5 - 1$$

$$2x = 4$$

นำ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

ตรวจคำตอบ แทนค่า \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ เป็นจริง

นั่นคือ \_\_\_\_\_

นำ 2 หารทั้งสองข้าง

$$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

$x = 2$  ในสมการ

$$2x - 1 = 5$$

$$(2 \times 2) - 1 = 5$$

$x = 2$  เป็นรากของ

$$\text{สมการ } 2x + 1 = 5$$

ก. 41

จงหาคำคำตอบของ  $5y + 7 = 32$  และตรวจคำตอบ

วิธีทำ

$$5y + 7 = 32$$

นำ

$$\underline{\hspace{10em}}$$

$$\underline{\hspace{10em}}$$

นำ

$$\underline{\hspace{10em}}$$

$$\underline{\hspace{10em}}$$

$$\underline{\hspace{10em}}$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า

$$\underline{\hspace{10em}}$$

$$\underline{\hspace{10em}}$$

นั่นคือ

นำ 7 ลบทั้งสองข้าง

$$5y + 7 - 7 = 32 - 7$$

$$5y = 25$$

นำ 5 หารทั้งสองข้าง

$$\frac{5y}{5} = \frac{25}{5}$$

$$y = 5$$

แทนค่า  $y = 5$  ใน

$$5y + 7 = 32$$

$$(5 \times 5) + 7 = 32$$

เป็นจริง

$y = 5$  เป็นรากของ

$$\text{สมการ } 5y + 7 = 32$$

ก. 42

ตัวอย่าง จงหาคำคำตอบของ  $2x - 9 = 55$  และตรวจคำตอบ

วิธีทำ

$$2x - 9 = 55$$

นำ 9 บวกทั้งสองข้าง

$$2x - 9 + 9 = 55 + 9$$

$$2x = 64$$

นำ 2 หารทั้งสองข้าง

$$\underline{\hspace{10em}}$$

$$\underline{\hspace{10em}}$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า

$$\underline{\hspace{10em}}$$

$$\underline{\hspace{10em}}$$

นั่นคือ

$$\underline{\hspace{10em}}$$



$$\frac{2x}{2} = \frac{64}{2}$$

$$x = 32$$

$x = 3$  ในสมการ

$$2x - 9 = 59$$

$$(2 \times 32) - 9 = 55$$

$x = 32$  เป็นรากของ

$$\text{สมการ } 2x - 9 = 55$$

ก. 43

จงหาคำคำตอบของ  $6a - 3 = 18$  และตรวจคำตอบ

วิธีทำ  $6a - 3 = 18$

นำ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

นำ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

ตรวจคำตอบ แทนค่า \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

นั่นคือ \_\_\_\_\_

นำ 3 บวกทั้งสองข้าง

$$6a - 3 + 3 = 18 + 3$$

$$6a = 21$$

นำ 6 หารทั้งสองข้าง

$$\frac{6a}{6} = \frac{21}{6}$$

$$a = \frac{21}{6}$$

$a = \frac{21}{6}$  ใน  $6a - 3 = 18$

$$(6 \times \frac{21}{6}) - 3 = 18$$

$a = \frac{21}{6}$  เป็นรากของ

$$\text{สมการ } 6a - 3 = 18$$

ก. 44

ตัวอย่าง จงหาคำคำตอบของ  $3(x - 5) = 3$  และตรวจ

คำตอบ

วิธีทำ  $3(x - 5) = 3$

นำ 3 หารทั้งสองข้าง

$$\frac{3(x - 5)}{3} = \frac{3}{3}$$

$$x - 5 = 1$$

นำ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

ตรวจคำตอบ แทนค่า \_\_\_\_\_ ในสมการ  $3(x - 5) = 3$

นั่นคือ \_\_\_\_\_

นำ 5 บวกทั้งสองข้าง

$$x - 5 + 5 = 1 + 5$$

$$x = 6$$

$$x = 6$$

$$3(6-5) = 3$$

$$3 \times 1 = 3 \text{ เป็นจริง}$$

$$x = 6 \text{ เป็นรากของ}$$

$$\text{สมการ } 3(x - 5) = 3$$

จงหาคำตอบของ  $5(2 + x) = 15$

วิธีทำ  $5(2 + x) = 15$

นำ \_\_\_\_\_

นำ \_\_\_\_\_

ตรวจคำตอบ แทนค่า \_\_\_\_\_

นั่นคือ \_\_\_\_\_

นำ 5 ทหารทั้งสองข้าง

$$5(2 + x) = \frac{15}{5}$$

$$2 + x = 3$$

นำ 2 ลบทั้งสองข้าง

$$2 + x - 2 = 3 - 2$$

$$x = 1$$

$$x = 1 \text{ ในสมการ}$$

$$5(2 + x) = 15$$

ก. 45

ตัวอย่าง จงหาคำตอบของ  $12 + 5b = 19$  (ไม่ต้องตรวจคำตอบ)

วิธีทำ  $12 + 5b = 19$

นำ 12 ลบทั้งสองข้าง

$$12 + 5b - 12 = 19 - 12$$

$$5b = 7$$

นำ \_\_\_\_\_

$$5 \times 3 = 15 \text{ เป็นจริง}$$

$$x = 1 \text{ เป็นรากของ}$$

$$\text{สมการ } 5(2 + x)$$

$$= 15$$

นั่นคือ \_\_\_\_\_ เป็นรากของสมการ  $12 + 5b = 19$

นำ 5 ทารทั้งสองข้าง

$$\frac{5b}{5} = \frac{7}{5}$$

$$b = \frac{7}{5}$$

$$b = \frac{7}{5}$$

ก. 46

จงหาคำตอบของ  $\frac{2}{3}y - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

วิธีทำ  $\frac{2}{3}y - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

นำ  $\frac{1}{2}$  บวกทั้งสองข้าง

$$\frac{2}{3}y - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3}y = \frac{3}{4}$$

นำ 3 คูณทั้งสองข้าง

$$\frac{2}{3}y \times 3 = \frac{3}{4} \times 3$$

$$2y = \frac{9}{4}$$

นำ \_\_\_\_\_

ตรวจคำตอบ แทนค่า \_\_\_\_\_ ในสมการ  $\frac{2}{3}y - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

นั่นคือ \_\_\_\_\_ เป็นรากของสมการ  $\frac{2}{3}y - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

นำ 2 พารทังสองข้าง

$$\frac{2y}{2} = \frac{9}{4} \times \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{9}{8}$$

$$y = \frac{9}{8}$$

$$\left(\frac{2}{3} \times \frac{9}{8}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ เป็นจริง}$$

$$y = \frac{9}{8}$$

ก. 47

จงหาคาคำตอบของ  $\frac{2x}{3} + 17 = 19$

วิธีทำ  $\frac{2}{3}x + 17 = 19$

นำ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

นำ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

นำ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

ตรวจคำตอบ แทนค่า \_\_\_\_\_ ในสมการ  $\frac{2x}{3} + 17 = 19$   
 นั่นคือ \_\_\_\_\_ เป็นรากของสมการ  $\frac{2x}{3} + 17 = 19$

นำ 17 ลบทั้งสองข้าง

$$\frac{2x}{3} + 17 - 17 = 19 - 17$$

$$\frac{2x}{3} = 2$$

นำ 3 คูณทั้งสองข้าง

$$\frac{2x}{3} \times 3 = 2 \times 3$$

$$2x = 6$$

จบกรอบนี้แล้วทำแบบฝึกหัดที่ 11



นำ 2 ทารทั้งสองข้าง

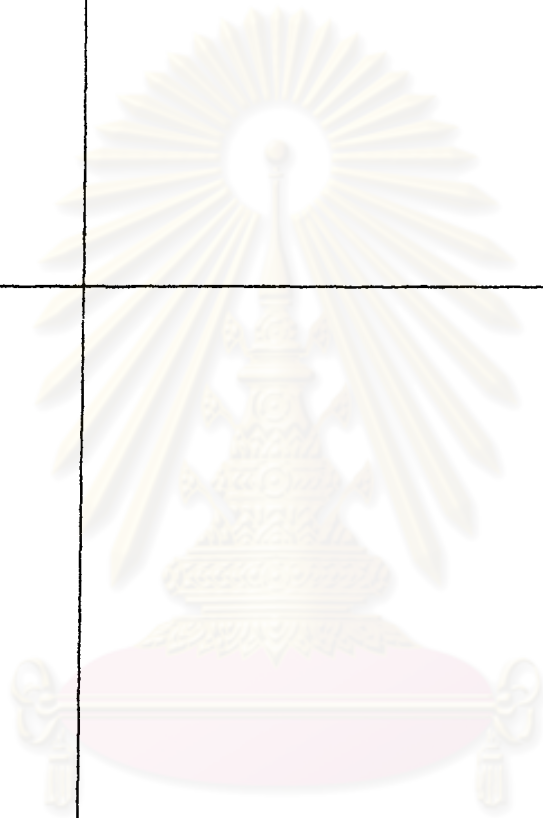
$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

$$x = 3$$

$$x = 3$$

จบบทเรียนสำหรับหน่วยการเรียนรู้ที่ 2



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## หน่วยการเรียนรู้ที่ 3

คำชี้แจงสำหรับผู้เรียน

1. หน่วยการเรียนรู้นี้ประกอบด้วยเรื่อง การแก้ไขข้อสมการชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
  2. หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ใช้บทเรียนแบบโปรแกรม ให้นักเรียนศึกษาค้นคว้าอย่างอิสระเป็นรายบุคคล
  3. นักเรียนต้องปฏิบัติอย่างเคร่งครัดตามคำชี้แจงในการใช้แบบเรียนแบบโปรแกรม
  4. เมื่อจบหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 แล้ว จะมีการสอบประจำหน่วย และสอบเนื้อเรื่องทั้งหมดอีก
- นอกจากนี้ใช้หลักการเกี่ยวกับหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



บทเรียนแบบโปรแกรม

เรื่อง

การแก้โจทย์สมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## การแก้โจทย์สมการและการตรวจคำตอบ

	<p>ก. 1</p> <p>ตัวอักษร เช่น <math>a, b, x, y</math> เป็นสัญลักษณ์แทนจำนวน เลข ดังนั้น <math>c</math> เป็นสัญลักษณ์แทน _____ ถ้า <math>a</math> และ <math>b</math> เป็นสัญลักษณ์แทนเลขสองจำนวนใด ๆ แล้ว</p> <p><math>a + b</math> แทนผลบวกของเลขสองจำนวนนั้น ดังนั้น <math>x - y</math> เป็นสัญลักษณ์แทนผล _____ ของ <math>x</math> และ <math>y</math></p>
จำนวนเลข ต่าง หรือ ลบ	<p>ก. 2</p> <p>ถ้า <math>a, b</math> เป็นสัญลักษณ์แทนเลขสองจำนวนใด ๆ แล้ว <math>ab</math> แทน ผลคูณของเลขสองจำนวนนั้น และ <math>2a</math> แทน ผลคูณของสองและเลขจำนวนหนึ่ง หรือ สอง เท่าของ _____ <math>2(a + b)</math> แทน สองเท่าของผลบวกของ _____ ดังนั้น <math>2(x - y)</math> แทน สองเท่าของ _____</p>
เลขจำนวนหนึ่ง เลขสองจำนวน ผลต่างของเลขสอง จำนวน	<p>ก. 3</p> <p>ถ้า <math>a, b</math> เป็นสัญลักษณ์แทนเลขสองจำนวนใด ๆ แล้ว <math>\frac{a}{b}</math> แทน ผลหารของเลขสองจำนวนนั้น และ <math>\frac{a}{2}</math> แทน ผลหารของเลขจำนวนหนึ่งกับสอง, หรือ ครึ่งหนึ่งของเลขจำนวนหนึ่ง ดังนั้น <math>\frac{1}{2}(x + y)</math> แทนครึ่งหนึ่งของ _____ <math>\frac{3}{4}(a - b)</math> แทนสามส่วนสี่เท่าของ _____</p>



<p>ผลบวกของเลข สองจำนวน ผลต่างของเลข สองจำนวน</p>	<p>ก. 4</p> <p>ถ้าให้ <math>\square</math> แทน เลขจำนวนหนึ่ง ให้นักเรียนเปลี่ยนสามตัวต่อไปนี้เป็นประโยคภาษา</p> <p>เช่น <math>\square + 5 = 7</math> แทน ผลบวกของเลขจำนวนหนึ่ง กับ ห้า เท่ากับเจ็ด ดังนั้น</p> <p><math>\square + 9 = 11</math> แทน _____</p> <p><math>\square - 5 = 3</math> แทน _____</p> <p>และ <math>2\square = 10</math> แทน สอง เท่าของเลขจำนวนหนึ่งเท่ากับสิบ ดังนั้น <math>5\square = 15</math> แทน _____</p> <p>และ <math>\frac{\square}{2} = 4</math> แทน ครึ่งหนึ่งของเลขจำนวนหนึ่งเท่ากับสี่ ดังนั้น <math>\frac{3\square}{4} = 5</math> แทน สามส่วนสี่เท่าของ _____</p>
<p>ผลบวกของเลข จำนวนหนึ่งกับ 9 เท่า กับ 11 ผลต่างของเลข จำนวนหนึ่งกับ 5 เท่า กับ 3 หาเท่าของเลข จำนวนหนึ่งเท่ากับ 15 เลขจำนวนหนึ่ง เท่ากับหา</p>	<p>ก. 5</p> <p>ถ้าให้ <math>x</math> แทน เงินจำนวนหนึ่ง ให้นักเรียนเปลี่ยนสมการต่อไปนี้เป็นประโยคภาษา</p> <p><math>x + 6 = 9</math> แทน ผลบวกของเงินจำนวนหนึ่งกับหก เท่ากับเก้า</p> <p><math>\frac{1}{2}(x + 6) = 9</math> แทน ครึ่งหนึ่งของ _____</p> <p><math>\frac{3}{4}(x - 6) = 9</math> แทน _____</p> <p><math>\frac{x}{2} = 5</math> แทน _____</p> <p><math>3x = 81</math> แทน _____</p>

<p>ผลบวกของเลขจำนวน หนึ่งกับ 9 เท่ากับ 11 ผลต่างของเลขจำนวน หนึ่งกับ 5 เท่ากับ 3 ห่างเท่าของเลขจำนวน หนึ่งเท่ากับ 15 เลขจำนวนหนึ่งเท่า กับหา</p>	<p>ก. 5 ถ้าให้ <math>x</math> แทน เงินจำนวนหนึ่ง ให้นักเรียนเปลี่ยนสมการต่อไปนี้เป็นประโยคภาษา <math>x + 6 = 9</math> แทน ผลบวกของเงินจำนวนหนึ่งกับหก <math>\frac{1}{2}(x + 6) = 9</math> แทน ครึ่งหนึ่งของ _____ <math>\frac{3}{4}(x - 6) = 9</math> แทน _____ <math>\frac{x}{2} = 5</math> แทน _____ <math>3x = 81</math> แทน _____</p>
--	---

<p>ผลบวกของเงินจำนวน หนึ่งกับหก เท่ากับ เก้า สามส่วนสี่ เท่าของผล ต่างของเงินจำนวนหนึ่ง กับหก เท่ากับ เก้า ครึ่งหนึ่งของ เงิน จำนวนหนึ่ง เท่ากับ ห้า สามเท่าของเงิน จำนวนหนึ่ง เท่ากับ แปด สิบเอ็ด</p>	<p>ก. 6 ให้นักเรียนเปลี่ยนประโยคต่อไปนี้ เป็นรูปสมการ 1) สี่เท่าของจำนวนหนึ่งบวกกับ 16 มีค่าเท่ากับ 40 ให้ <math>a</math> เป็นจำนวน ๆ หนึ่ง สี่เท่าของจำนวนหนึ่งคือ <math>4a</math> สี่เท่าของจำนวนหนึ่งบวกกับ 16 คือ <math>4a + 16</math> สี่เท่าของจำนวนหนึ่งบวกกับ 16 เท่ากับ 40 คือ <math>4a + 16 = 40</math> ดังนั้น สมการคือ _____ 2) สองเท่าของจำนวนหนึ่งหักออกด้วย สี่เท่ากับ 30 ให้ <math>a</math> เป็นจำนวน ๆ หนึ่ง สองเท่าของจำนวนหนึ่งคือ _____ สองเท่าของจำนวนหนึ่งหักออกด้วย สี่ คือ ∴ สมการ คือ _____</p>
--	--

$4a + 16 = 40$ $2a$ $2a - 4$ $2a - 4 = 30$	<p>ก. 7</p> <p>ให้นักเรียนเปลี่ยนประโยคต่อไปนี้เป็นรูปสมการ ฉันมีอายุ 28 ปี ซึ่งเท่ากับ <math>\frac{4}{7}</math> เท่าของอายุของบุษบา ให้ <math>x</math> แทนอายุของบุษบา <math>\frac{4}{7}</math> เท่าของอายุของบุษบา คือ _____ ∴ สมการ คือ _____</p>
$\frac{4x}{7}$ $\frac{4x}{7} = 28$	<p>ก. 8</p> <p>ให้นักเรียนเปลี่ยนประโยคต่อไปนี้เป็นรูปสมการ สองเท่าของผลบวกของเงินจำนวนหนึ่งกับสี่ เท่ากับ 100 ให้ <math>y</math> แทนเงินจำนวนหนึ่ง ผลบวกของเงินจำนวนหนึ่งกับสี่ คือ _____ สองเท่าของผลบวกของเงินจำนวนหนึ่งกับสี่ คือ _____ ∴ สมการคือ _____</p>
$y + 4$ $2(y + 4)$ $2(y + 4) = 100$	<p>ก. 9</p> <p>ให้นักเรียนเปลี่ยนประโยคต่อไปนี้เป็นรูปสมการ <math>\frac{2}{3}</math> ของนักเรียนชั้นหนึ่งเป็นผู้หญิง ถ้ามีนักเรียนผู้หญิงในชั้น 18 คน ให้ <math>b</math> เป็นจำนวนนักเรียนชั้นหนึ่ง <math>\frac{2}{3}</math> ของนักเรียนชั้นหนึ่งคือ <math>\frac{2a}{3}</math> นั่นคือมีนักเรียนผู้หญิง _____ ซึ่งเท่ากับ 18 คน ∴ สมการ คือ _____</p>

$\frac{2a}{3}$ $\frac{2a}{3} = 18$	<p>ก. 10</p> <p>ให้นักเรียนเปลี่ยนประโยคต่อไปนี้เป็นรูปสมการสามเท่าของผลบวกของจำนวน ๆ หนึ่งกับ 7 เป็น 33 ให้ <math>c</math> แทนจำนวน ๆ หนึ่ง</p> <p>ผลบวกของจำนวน ๆ หนึ่งกับเจ็ด คือ _____</p> <p>สามเท่าของผลบวกของจำนวน ๆ หนึ่งกับเจ็ดคือ _____</p> <p>∴ สมการ คือ _____</p>
$c + 7$ $3(c + 7)$ $3(c + 7) = 33$	<p>ก. 11</p> <p>จากกรอบที่ 6 ถึงกรอบที่ 10 จะเห็นได้ว่าการเปลี่ยนโจทยสมการ ซึ่งเป็นภาษาคำพูดให้เป็นรูปสมการนั้น จะต้องหาตัวแปรในโจทย หรือหาสิ่งที่โจทยต้องการทราบให้ได้แล้วจึงนำสัญลักษณ์ต่าง ๆ มาแทนความหมายของตัวแปรนั้น ๆ ดังเช่น</p> <p>สี่เท่าของจำนวนหนึ่งบวกกับ 10 มีค่า 50</p> <p>ตัวแปรในที่นี้คือ จำนวนหนึ่ง</p> <p>∴ ให้ <math>a</math> แทน _____</p> <p>ดังนั้น สี่เท่าของจำนวนหนึ่งคือ _____</p> <p>และสี่เท่าของจำนวนหนึ่งบวกสิบหกคือ _____</p> <p>สมการคือ _____</p> <p>เมื่อได้สมการแล้วจึงดำเนินการแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากัน</p>

จำนวนหนึ่ง

4 a

4 a + 16

4 a + 16 = 50

ก. 12

หลักการแก้โจทย์สมการ

1. แปลโจทย์ให้อยู่ในรูปสมการ โดยให้สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบเป็นตัวแปร เช่น x, y, z, a, b, c เป็นต้น

2. หาค่าตัวแปรโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากัน

ตัวอย่าง สองเท่าของเลขจำนวนหนึ่ง รวมกับ 3 แล้วผลลัพธ์เป็น 19 จงหาจำนวนนั้น

วิธีทำ ให้ x แทน เลขจำนวนนั้น

สองเท่าของเลขจำนวนหนึ่ง คือ 2x

สองเท่าของเลขจำนวนหนึ่งรวมกับ 3 คือ 2x + 3

สมการคือ  $2x + 3 = 19$

นำ \_\_\_\_\_ มาลบทั้งสองข้าง

นำ \_\_\_\_\_ มาหารทั้งสองข้าง

ตรวจคำตอบ

2 เท่าของเลขจำนวนหนึ่ง รวมกับ 3 เท่ากับ 19 คือ

$$(2 \times (7)) + 3 = 19$$

$$16 + 3 = 19 \text{ จริง}$$

ดังนั้น เลขจำนวนนั้นคือ 8

หมายเหตุ การตรวจคำตอบต้องตรวจจากโจทย์ไม่ใช่ตรวจ

จากสมการที่สร้างขึ้นเพราะสมการอาจสร้างผิดก็ได้

<p>นำ 3 ลบทั้งสองข้าง</p> $2x + 3 - 3 = 19 - 3$ $2x = 18$ <p>นำ 2 หารทั้งสองข้าง</p> $\frac{2x}{2} = \frac{18}{2}$ $x = 8$ $(2 \times 8) + 3 = 19$	<p>ก. 13</p> <p>ผลบวกของจำนวนหนึ่งกับ 9 มีค่าเท่ากับ 30 จงหา<u>จำนวน</u></p> <p><u>นั้น</u> วิธีทำ ให้ <math>x</math> แทน</p> <p>ผลบวกของเลขจำนวนนั้นกับ 9 คือ</p> <p>สมการคือ _____</p> <p>นำ _____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>ตรวจสอบ ผลบวกของจำนวนหนึ่งกับ 9 มีค่าเท่ากับ 30</p> $_____ + 9 = 30$ <p>_____ เป็นจริง</p> <p>เลขจำนวนนั้นคือ _____</p>
<p>จำนวนนั้น</p> $x + 9$ $x + 9 = 30$ <p>นำ 9 ลบทั้งสองข้าง</p> $x + 9 - 9 = 30 - 9$ $x = 21$ $21$ $30 = 30$ $21$	<p>ก. 14</p> <p>ตัวอย่าง ชุมชนคณิตศาสตร์โรงเรียนแห่งหนึ่ง มีสมาชิกชายเป็น</p> <p>สามเท่าของสมาชิกหญิง ถ้าสมาชิกชายมี 36 คน <u>สมาชิกหญิงมีกี่คน</u></p> <p>วิธีทำ ให้สมาชิกหญิงมี <math>x</math> คน</p> <p>∴ สมาชิกชายมี _____ คน</p> <p>สมการคือ <math>3x = 36</math></p> <p>นำ _____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>ตรวจสอบ สมาชิกชาย 3 เท่าของสมาชิกหญิง</p> <p>_____</p> <p>∴ สมาชิกหญิงมี _____ คน</p>

$$3x$$

3 ทหารทั้งสองข้าง

$$\frac{3x}{3} = \frac{36}{3}$$

$$x = 12$$

$$3 \times 12 = 36$$

12

ก. 15

ในห้อง ๆ หนึ่ง มีนักเรียนชายเป็น 2 เท่าของนักเรียนหญิง แต่มีนักเรียนชายมี 20 คน จงหาจำนวนนักเรียนหญิง  
วิธีทำ ให้ \_\_\_\_\_ b คน

∴ นักเรียนชายมี \_\_\_\_\_ คน

สมการคือ \_\_\_\_\_

นำ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

ตรวจคำตอบ นักเรียนชายเป็น 2 เท่านักเรียนหญิง

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

นักเรียนหญิงมี

$$2b$$

$$2b = 20$$

นำ 2 ทหารทั้งสองข้าง

$$\frac{2b}{2} = \frac{20}{2}$$

$$b = 10$$

$$2 \times 10 = 20$$

มีนักเรียนหญิง 10 คน

ก. 16

ตัวอย่าง ถ้าครึ่งหนึ่งของผลบวกของเลขจำนวนหนึ่งกับ 5 เท่ากับ 11 จงหาเลขจำนวนนั้น

วิธีทำ ให้เลขจำนวนนั้น คือ a

ครึ่งหนึ่งของผลบวกของเลขจำนวนหนึ่งกับ 5 คือ

$$\frac{1}{2}(a + 5)$$

∴ สมการคือ  $\frac{1}{2}(a + 5) = 11$

นำ 2 คูณทั้งสองข้าง

$$\frac{1}{2}(a + 5) \times 2 = 11 \times 2$$

\_\_\_\_\_



นำ \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

ตรวจคำตอบ ครึ่งหนึ่งของผลบวกของเลขจำนวนหนึ่งกับ 5  
 เท่ากับ 11

$$\frac{1}{2} (\text{_____} + 5) = 11$$

เลขจำนวนนั้นคือ \_\_\_\_\_

$$a + 5 = 22$$

นำ 5 ลบทั้งสองข้าง

$$a + 5 - 5 = 22 - 5$$

$$a = 17$$

17

$$\frac{1}{2} \times 22 = 11$$

17

ก. 17

2 เท่าของผลต่างของเลขจำนวนหนึ่งกับ 3 เท่ากับ 22

จงหาเลขจำนวนนั้น

ให้เลขจำนวนนั้นคือ b

สมการคือ \_\_\_\_\_

นำ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

นำ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

ตรวจคำตอบ 2 เท่าของผลต่างของเลขจำนวนหนึ่งกับ 3 เท่า  
 กับ 22

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

เลขจำนวนนั้นคือ \_\_\_\_\_



$$2(b-3) = 22$$

นำ 2 หำรทั้งสองข้าง

$$\frac{2(b-3)}{2} = \frac{22}{2}$$

$$b-3 = 11$$

นำ 3 บวกทั้งสองข้าง

$$b-3+3 = 11+3$$

$$b = 14$$

$$2(14-3) = 22$$

$$2 \times 11 = 22$$

14

ก. 18

ตัวอย่าง อีก 5 ปี บิดามีอายุ 60 ปี ปัจจุบันบิดามีอายุ

เท่าใด

วิธีทำ ให้ปัจจุบันบิดามีอายุ  $x$  ปี

อีก 5 ปี บิดามีอายุ  $x+5$  ปี

$$\therefore \text{สมการคือ } x+5 = 60$$

นำ

---



---



---

ตรวจคำตอบ อีก 5 ปี บิดามีอายุ 60 ปี

ปัจจุบันบิดามีอายุ \_\_\_\_\_

นำ 5 ลบทั้งสองข้าง

$$x+5-5 = 60-5$$

$$x = 55$$

$$55+5 = 60$$

55

ก. 19

ปัจจุบันคุณพ่อมีอายุ 33 ปี อายุคุณพ่อน้อยกว่าสี่สองเท่าของอายุบุตรชาย 3 ปี บุตรชายมีอายุกี่ปี

วิธีทำ ให้บุตรชายมีอายุ  $x$  ปี

อายุคุณพ่อน้อยกว่าสี่สองเท่าของอายุบุตร 3 ปี

$$\text{สมการคือ } \underline{\hspace{2cm}} = 3$$

นำ

---



---



---

นำ

---



---



---

ตรวจคำตอบ อายุคุณพ่อน้อยกว่าสิบสองเท่าของอายุบุตร 3 ปี

$$(12 \times \underline{\quad}) - 33 = 3$$

อายุบุตร                     

$$12x - 33$$

นำ 33 บวกทั้งสองข้าง

$$12x - 33 + 33 = 3 + 33$$

$$12x = 36$$

นำ 12 หารทั้งสองข้าง

$$\frac{12x}{12} = \frac{36}{12}$$

$$x = 3$$

$$(12 \times 3)$$

$$(12 \times 3) - 33 = 3$$

$$36 - 33 = 3$$

3 ปี

ก. 20

จงเขียนเป็นรูปสมการ

1) ตั้งปากออมสินรวมกับตัว 440 บาท ถ้าตั้งฝากเงินไว้ 380 บาท ตัวฝากเงินไว้ เท่าใด.

ให้ตัวฝากเงินไว้  $a$  บาท

สมการคือ                       $a =$                      

2) จงหาจำนวนหนึ่งคูณกับ 6 แล้ว มีค่าเท่ากับ 72

ให้เลขจำนวนนั้นคือ  $b$

สมการคือ                     

$$b = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$380 + a = 440$$

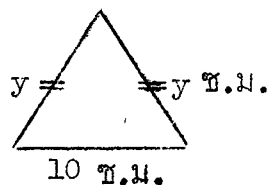
$$a = 60$$

$$6b = 72$$

12

ก. 21

สามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งตั้งรูป ถ้าเส้นรอบรูปของสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปนี้ยาว 22 เซนติเมตร จงเขียนสมการ



สมการคือ                      ;  $y =$

$$y + y + 10 = 22$$

$$y = 6$$

ก. 22

ถ้านำ  $\frac{1}{2}$  ไปลบออกจากผลคูณของ  $1\frac{1}{2}$  และจำนวนจำนวน  
หนึ่งแล้ว ผลลัพธ์จะเท่ากับ  $\frac{5}{2}$  จงหาจำนวนนั้น  
ให้จำนวนนั้นเป็น  $c$   
สมการคือ \_\_\_\_\_ ;  $c =$  \_\_\_\_\_

$$\frac{3}{2}c - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$c = 2$$

ก. 23

ฉันคิดถึงจำนวน ๆ หนึ่ง ถ้าบวก 7 เข้ากับจำนวนนั้น  
และคูณผลบวกด้วย 3 ผลลัพธ์จะเป็น 57 จงหาจำนวนนั้น  
ให้จำนวนนั้นคือ  $d$   
สมการคือ \_\_\_\_\_ ;  $d =$  \_\_\_\_\_

$$(d + 7) \times 3 = 57$$

$$d = 12$$

จบกรอบบนทำแบบฝึกหัดที่ 12 และ 13

จบบทเรียน

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



แบบฝึกหัด

เรื่อง

สมการ อนุกรมศึกษาปีที่ 1

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## แบบฝึกหัดที่ 1

## 1) จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ประโยคภาษา	ประโยคที่ใช้สัญลักษณ์
1. สามารถหาได้แปด	$3 + 5 = 8$
2. ยี่สิบหารสองได้สิบ	
3. สองเท่าของสี่บวกด้วยแปด เท่ากับศูนย์	
4. ผลต่างของ $x$ และ 5 เท่ากับ 3	
5. ผลต่างของ $v$ และ 5 เท่ากับ 7	( $>$ หมายถึงมากกว่า)
6. ผลคูณของ 4 และ 8 เท่ากับ 7	
7. หนึ่งส่วนของสี่ของ $w$ น้อยกว่า 5	( $<$ หมายถึงน้อยกว่า)
8. 5 เท่าของจำนวนหนึ่งไปเท่ากับ 10	
9. จำนวน $a$ หนึ่งบวกด้วยสี่เท่ากับ 13	( $a$ เป็นจำนวน $a$ หนึ่ง)
10. จำนวน $b$ หนึ่งหักออกเจ็ดเหลือ 10	( $b$ เป็นจำนวน $b$ หนึ่ง)
11. ผลคูณของ 9 กับจำนวนหนึ่งเท่ากับ 45	( $c$ เป็นจำนวน $c$ หนึ่ง)

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2) จงเปลี่ยนเป็นประโยคที่แสดงด้วยสัญลักษณ์

ประโยคภาษา	ประโยคที่แสดงด้วยสัญลักษณ์
1. สองมากกว่าสาม	$2 > 3$
2. ครึ่งหนึ่งของ $a$	
3. สามส่วนสี่เทาจของผลต่างของ $a$ และ $b$	
4. ครึ่งหนึ่งของสี่สิบเท่ากับสิบ	
5. $x$ บวก $y$ เท่ากับ สาม	
6. สามเทาจของ $x$ คูณ $y$	
7. $\frac{22}{7}$ เทาจของผลบวกของ $x$ และ $y$	
8. ห้าคูณแปดน้อยกว่า เท่ากับ 50	
9. แปดมากกว่า เท่ากับสิบ	
10. สองน้อยกว่าสาม	

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## แบบฝึกหัดที่ 2

จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

1)  $\frac{a^8}{a^3}$

2)  $\frac{m^4}{m^3}$

3)  $\frac{x^6}{x}$

4)  $\frac{2^3}{2}$

5)  $\frac{3^5}{3^4}$

6)  $\frac{9}{5^2}$

7)  $\frac{(1.8)^4}{(1.3)^2}$

8)  $\frac{x^3}{y^2}$

9)  $\frac{a^5}{a^3}$

10)  $\frac{2^4}{2^2}$

11)  $\frac{(.3)^2}{.3}$

12)  $\frac{4x^3y^4}{2xy^2}$

13)  $\frac{x^5}{x^2}$

14)  $\frac{11}{a^3}$

15)  $\frac{7^3}{7}$

16)  $\frac{3^4y^4}{3y^4}$

17)  $\frac{b^3}{b^2}$

18)  $\frac{6a^{12}b^{16}c^{20}}{2a^{10}b^{18}c^{10}}$

19)  $\frac{25ab}{10a}$

## แบบฝึกหัดที่ 3

จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

1)  $\frac{4^2}{4^2}$

2)  $\frac{b^3}{b^3}$  เมื่อ  $b \neq 0$

3)  $\frac{b^p}{b^p}$  เมื่อ  $b \neq 0$

4)  $\frac{a^m}{a^m}$  เมื่อ  $a \neq 0$

5)  $\frac{3^{10}}{3^{10}}$

6)  $\frac{10^3 \times x^5}{10 \times x}$  เมื่อ  $x \neq 0$

7)  $\frac{9^3 \times b^5}{9^3 \times b^4}$  เมื่อ  $b \neq 0$

8)  $\frac{5^2 \times a^5}{5 \times a}$  เมื่อ  $a \neq 0$

9)  $\frac{3^5 \times a^2 \times b^7}{3^5 \times a^2 \times b^7}$  เมื่อ  $a \neq 0, b \neq 0$

10)  $\frac{3^2 \times 2^5 \times a^0}{3 \times 2 \times a}$  เมื่อ  $a \neq 0$

11)  $\frac{5^2 \times 5^3}{5^5}$

12)  $\frac{4^2 \times 4^3}{4^3}$

13)  $\frac{x^5 y^7}{x^2 y^7}$  เมื่อ  $x, y \neq 0$

14)  $\frac{x^5 y^8}{x^3 y^5}$  เมื่อ  $x, y \neq 0$

15)  $\frac{8^2 \times 8^6}{8^8 \times 8^0}$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## แบบฝึกหัดที่ 4

1) จำนวนต่อไปนี้ เป็นพจน์หรือไม่ ถ้าเป็นพจน์ จงบอกว่าตัวใด เป็นตัวคงที่ ตัวใด เป็นตัวแปร และตัวแปรแต่ละตัวมีเลขชี้กำลังเท่าใด

ก)  $6x^3y$

ข)  $x^{12}$

ค)  $x - 6y$

ง)  $\frac{x}{6y}$

จ)  $1 - x^0$

ฉ)  $x$

ช)  $x^3 + 2x^2 - 4x - 5$

ซ)  $x + 2$

ฅ)  $x^3z$

ฎ)  $2^3 \times x^3$

2) จงเขียนพจน์ที่มีตัวแปร เคียวแต่มีเลขชี้กำลังและตัวคงที่ต่างกันมา 5 พจน์

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## แบบฝึกหัดที่ 5

1) จงตรวจดูนิพจน์ต่อไปนี้จนพบ

1)  $5x^3 - 2x + 2$

2)  $4x^4 + 3x^2 - 2x$

3)  $3x^2 + 4x^6 - 2x - 3x^4 - 2x^5$

4)  $7x^2 + 1 - x^2 + x^3 - 1 - 3x^2$

5)  $\frac{3}{2}x^5 + 4x - \frac{1}{2}x^5 - x + 7$

6)  $\frac{3}{4}x^3 + 2x^2 - x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}$

7)  $\frac{2}{3}x^4 - 3 - \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x^4 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$

8)  $3x^2 + 4x^5 - 2x + 3 - 5x^2 + 5x^5 - 1 - x$

9)  $x + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 7x - 1 + x^3 - 2x - 4x^4$

10)  $3x^3 - 7x^8 + 2x - 4 - 2x^3 + 7x^3 + 5$

2) จงสร้างนิพจน์ จากข้อความต่อไปนี้

1) ผลบวกของ  $2a$  และ  $b$ 2) ผลต่างของ  $b$  และ  $c$ 

3) 5 เท่าของเงินจำนวนหนึ่งบวก 3

4) เศษสองส่วนสามของ  $(x + y)$ 5) ผลคูณของ  $x$  และ  $(x + y)$ 

3) จงเขียนนิพจน์ที่ประกอบด้วยพจน์ 2 พจน์ มา 5 นิพจน์



## แบบฝึกหัดที่ 6

ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ข้อความ	ช่างชายเครื่อง หมาย "="		ช่างชาว เครื่อง หมาย "="		ตัวแปร	ไม่เป็น สมการ	เป็น สมการ
	พจน์	นิพจน์	พจน์	นิพจน์			
1. $3 + 2 = 5$		$3 + 2$	5		-		✓
2. $2 \quad 3 = 6$							
3. $7 - 2 \quad > \quad 5$							
4. $\frac{14}{2} \quad < \quad 7$							
5. $x + 3 = 5$							
6. $2a \quad \leq \quad 4$							
7. $x - 7 = 5$							
8. $\frac{6}{3} = 10$							
9. $5 - 1 \neq 9$							
10. $\frac{a}{7} + 3 = 10$							
11. $x + 1 = x$							

## แบบฝึกหัดที่ 7

1) ให้นักเรียนใช้วิธีค้นหาตัวเลขมาแทนค่าตัวแปรแล้วทำให้สมการเป็นจริง

สมการ	ตัวแปร	ค่าของ ตัวแปร	แทนค่า	เป็นจริง	รากของสมการ หรือคำตอบของ สมการ
1. $3 + 7 = \square$	$\square$	10	$3 + 7 = 10$	✓	10
2. $11 + 4 = \square$					
3. $\triangle + 7 = 10$					
4. $\triangle + 4 = 15$					
5. $23 + \square = 35$					
6. $13 + 17 = \triangle$					
7. $7 + n = 20$					
8. $b + 16 = 30$					
9. $n + 24 = 40$					
10. $7 + p = 57$					
11. $a + 11 = 15$					
12. $30 = 16 + a$					
13. $3 + a = 23$					
14. $q + 12 = 12$					
15. $\frac{x}{4} = 36$					
16. $2x = 86$					
17. $3 + \frac{1}{2}x = 17$					
18. $5y - 8 = 37$					
19. $(x - 1)(x - 2) = 0$					
20. $y + 1 = y + 2$					

2) จงแสดงว่าจำนวนที่อยู่ในวงเล็บเป็นคำตอบของสมการในข้อนั้น ๆ หรือไม่

$$2.1 \quad 15 + x = 21 \quad [7]$$

$$2.2 \quad y - 8 = 27 \quad [35]$$

$$2.3 \quad \frac{x}{3} = 8 \quad [21]$$

$$2.4 \quad 3x = 93 \quad [31]$$

$$2.5 \quad 3 + x = 4 \quad 5 \quad [6]$$

3) จงตรวจดูว่า จำนวนที่ให้ไว้ในวงเล็บเป็นคำตอบของสมการหรือไม่เป็น  
(ไม่ต้องแสดงวิธีทำ)

$$3.1 \quad x + 3 = 24 \quad [21]$$

$$3.2 \quad y - 5 = 35 \quad [30]$$

$$3.3 \quad 2x = 86 \quad [43]$$

$$3.4 \quad \frac{x}{4} = 36 \quad [80]$$

$$3.5 \quad 5y - 8 = 37 \quad [9]$$

4) จงหาคำตอบของสมการต่อไปนี้โดยวิธีการลองแทนค่าตัวแปรในสมการ

$$4.1 \quad x + 3 = 9$$

$$4.2 \quad y - 8 = 7$$

$$4.3 \quad 5a = 60$$

$$4.4 \quad \frac{a}{2} = 10$$

$$4.5 \quad x + 3 = 3$$

$$4.6 \quad x + 4 = -3$$

$$4.7 \quad (x - 1)(x - 2) = 0$$

$$4.8 \quad 14 - x = 6$$

$$4.9 \quad \underline{56} = 8$$

$$4.10 \quad a + a = 0$$

5) ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้

สมการ	ตัวแปร	ค่า ตัวแปร	แทนค่า	จริง	เท็จ	รากสมการหรือ คำตอบของสมการ
1. $x + 3 = 5$		2	$2 + 3 = 5$	✓		2
2. $2a = 4$						
3. $b - 7 = 5$						
4. $\frac{c}{3} = 10$						
5. $5a - 1 = 9$						
6. $\frac{a}{7} + 3 = 10$						
7. $x + 1 = x$						
8. $y - 1 = y$						

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

6) จงหาค่าตัวแปรที่ทำให้ประโยคเป็นจริงเท่านั้น

ประโยคเปิด	ค่าตัวแปร	แทนค่า
1. $x + x = 2$	$x = 1$	$1 + 1 = 2$
2. $3a = 6$	$a =$	
3. $2x - 1 = 3$	$x =$	
4. $b + 3 = 5$	$b =$	
5. $x < 2$	$x =$	
	$x =$	
	$x =$	
6. $3b \neq 0$	$b =$	
	$b =$	
	$b =$	
7. $x - x = 0$	$x =$	
8. $a + 2 = a$	$a =$	
9. $y - 1 = y$	$y =$	
10. $3 + n = 10$	$n =$	

## แบบฝึกหัดที่ 8

จงแก้สมการต่อไปนี้โดยแสดงวิธีทำเป็นขั้น ๆ และแสดงวิธีตรวจคำตอบ

$$1. \quad x - 18 = 7$$

$$2. \quad 2 - 9 = 45$$

$$3. \quad x - 5 = 26$$

$$4. \quad x + 5 = 26$$

$$5. \quad y + 58 = 99$$

$$6. \quad 7 + a = 10$$

$$7. \quad 3 + y = 39$$

$$8. \quad x - 81 = 6$$

$$9. \quad a + \frac{1}{2} = 8.7$$

$$10. \quad y - \frac{1}{2} = 5$$

$$11. \quad a - 0.4 = 8.7$$

$$12. \quad x + 1\frac{3}{4} = 9$$

$$13. \quad y - 4 = 6\frac{2}{3}$$

$$14. \quad 7.5 + x = 10.1$$

$$15. \quad 4 + x = 90$$

$$16. \quad x - 7\frac{1}{4} = 10\frac{1}{2}$$

$$17. \quad x - 29 = 7.9$$

$$18. \quad x + 4.3 = 16.2$$

$$19. \quad \frac{3}{4} + x = 2\frac{1}{2}$$

$$20. \quad 2.5 + x = 3.7$$



## แบบฝึกหัดที่ 9

จงแก้สมการต่อไปนี้ โดยแสดงวิธีทำและวิธีตรวจคำตอบ

1.  $\frac{a}{5} = 7$

2.  $\frac{x}{2} = 1$

3.  $\frac{a}{9} = 2$

4.  $\frac{x}{11} = 3$

5.  $2x = 16$

6.  $5y = 30$

7.  $5a = 22$

8.  $8x = 56$

9.  $9a = 18$

10.  $7y = 6$

11.  $\frac{x}{4} = 9.5$

12.  $\frac{x}{2} = \frac{4}{7}$

13.  $y - 3 = 7$

14.  $12.7 + y = 38.1$

15.  $\frac{r}{4} = 7.5$

16.  $9s = 7$

17.  $5c = 16$

18.  $\frac{1}{2}d = \frac{5}{6}$

19.  $6b = 96$

20.  $\frac{x}{3} = 11$

## แบบฝึกหัดที่ 10

1) จงเติมข้อความลงในช่องว่างต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

1.1 ถ้า  $x = 7$  แล้ว  $x + 3 = 7 + \underline{\hspace{2cm}}$

1.2 ถ้า  $m = n$  แล้ว  $m + 9 = \underline{\hspace{2cm}}$

1.3 ถ้า  $P = 10$  แล้ว  $\underline{\hspace{2cm}} = 10 + 5$

1.4 ถ้า  $a - 3 = 10 - 3$  แล้ว  $a = \underline{\hspace{2cm}}$

1.5 ถ้า  $b = c$  แล้ว  $\underline{\hspace{2cm}} = c - 2$

1.6 ถ้า  $d + 2 = 17$  แล้ว  $d = \underline{\hspace{2cm}}$

1.7 ถ้า  $53 = q + 3$  แล้ว  $\underline{\hspace{2cm}} = q$

1.8 ถ้า  $r = 7$  แล้ว  $3r = \underline{\hspace{2cm}}$

1.9 ถ้า  $s = 2t$  แล้ว  $5s = \underline{\hspace{2cm}}$

1.10 ถ้า  $5y = 15$  แล้ว  $y = \underline{\hspace{2cm}}$

1.11 ถ้า  $4 = h$  แล้ว  $2 = \underline{\hspace{2cm}}$

1.12 ถ้า  $\frac{x}{3} = 12$  แล้ว  $x = \underline{\hspace{2cm}}$

1.13 ถ้า  $x - 5 = y$  แล้ว  $x = \underline{\hspace{2cm}}$

1.14 ถ้า  $a = 24$  แล้ว  $\frac{a}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$

1.15 ถ้า  $b = 7$  แล้ว  $\frac{6b}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$

1.16 ถ้า  $n = 6$  แล้ว  $2n - 1 = \underline{\hspace{2cm}}$

1.17 ถ้า  $\frac{1}{m} = 10$  แล้ว  $m = \underline{\hspace{2cm}}$

- 2) นายและนิกมีเงินคนละ 5 บาท ถ้าเขาทั้งสองซื้อส้มลิ้นเงินเท่า ๆ กัน ทั้งสองจะเหลือเงินเท่าใด .
- 3) แดงและดำมีเงินคนละเท่า ๆ กัน
- 3.1 ถ้าเขาซื้อดินสอคนละ 2 บาท เขาจะเหลือเงินเท่าใด
  - 3.2 ถ้าแดงซื้อดินสอราคา 5 บาท แต่ดำซื้อสมุดราคา 5 บาท เขาจะยังคงเหลือเงินเท่าใด
  - 3.3 ถ้าแดงซื้อปากกา 1 ด้าม แต่ดำซื้อดินสอ 1 แท่ง เขาจะยังเหลือเงินเท่าใด
- 4) ขาวและเขียวมีขนมอยู่เท่า ๆ กัน ถ้าทั้งสองแบ่งให้เพื่อนเสียคนละครึ่ง จะเหลือขนมเท่าใด
- 5) ขนมกล้วยและขนมไส้ไส้ ราคาห่อละ 50 สต. เท่ากัน ถ้าบุตรซื้อขนมกล้วยและนัตซื้อขนมไส้ไส้คนละ 4 ห่อ เท่ากัน บุตรจะจ่ายเงินค่าขนมเท่ากับเท่าใด
- 6) ชัน และ ขอบ ต้องการตัดถนนให้ได้คนละ 15 เมตร ทั้งสองคนตัดถนนได้ยาววันละเท่ากัน ชันและขอบจะใช้เวลาตัดถนนเท่ากับเท่าใด

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## แบบฝึกหัดที่ 11

จงแก้สมการต่อไปนี้

1.  $x - 1 = 13$

2.  $\frac{b}{4} + 1 = 31$

3.  $\frac{a}{2} + 7 = 74$

4.  $\frac{x}{9} = \frac{3}{4}$

5.  $5(x + 1) = 15$

6.  $12 + 5c = 19$

7.  $2a + 1 = 4$

8.  $5y + 7 = 30$

9.  $2x - 9 = 50$

10.  $6a - 3 = 15$

11.  $3x - 5 = 13$

12.  $2x + 3 = 17$

13.  $25 = 5 + 5x$

14.  $7x - 6 = 15$

15.  $3(n + 1) = 21$

16.  $4(m + 5) = 28$

17.  $\frac{r}{3} + 5 = 5$

18.  $\frac{e}{5} - 4 = 9$

19.  $9 + (2x - 12) = 9$

20.  $\frac{2}{3}a + 17 = 20$

21.  $\frac{2}{3}y - \frac{1}{2} = 1$



ศูนย์วิจัยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## แบบฝึกหัดที่ 12

1) จงเปลี่ยนโจทย์สมการต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปสมการ


โจทย์สมการ	ตัวแปร	สมการ
1. เจ็ดหักออกเสียสามแล้วเหลือสี่	-	
2. สี่เท่าของน้ำหนักของอิฐก้อนหนึ่งเท่ากับสองกรัม	a เป็น น.น. อิฐก้อนหนึ่ง	
3. อีก 7 ปี อายุของเท่ากับ 15 ปี	b เป็นอายุปัจจุบัน	
4. จำนวนนักเรียนแต่ละชั้นเท่ากับ 35 คน	c เป็นจำนวน นร. แต่ละชั้น	
5. หาท่าของเนื้อที่นาแปลงนี้เท่ากับ 7 ไร่	x เป็นเนื้อที่นา	
6. ผลบวกของ a กับ 3 เท่ากับ 4	-	
7. จำนวนหนึ่งลบ 1 เท่ากับ 4	y เป็นจำนวนหนึ่ง	
8. จำนวนใด ๆ คูณกับ 2 ได้ 10	z เป็นจำนวนใด ๆ	
9. จำนวน ๆ หนึ่งบวกกับสิบได้ 50	P เป็นจำนวนหนึ่ง	
10. จำนวน ๆ หนึ่งคูณกับเจ็ดได้ 21	a เป็นจำนวนหนึ่ง	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2) จงเปลี่ยนเป็นรูปสมการ เมื่อกำหนด  $x$  เป็นตัวแปร

1. ครึ่งหนึ่งของเลขจำนวนหนึ่งเป็นห้า
2. อีก 3 ปีมานะจะมีอายุครบ 21 ปี
3. ห้าเท่าของจำนวน ๆ หนึ่งลบออกเสียแล้วมีค่าเท่ากับสามสิบหก
4. ปลาตัวหนึ่งมีส่วนหัวยาวเป็นเศษหนึ่งส่วนสี่เท่าของตัวปลา ถ้าส่วนหัวยาว





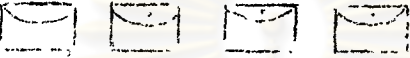
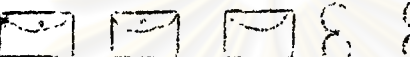



5.5 ข.ม.

5. น้อยมีเงินมากกว่านิต 6 บาท ทั้งสองคนมีเงินรวมกัน 40 บาท
6.  ปีเหรียญทั้งหมด 38 เหรียญ (ในกระเป๋าสตางค์ใบมีเหรียญเท่ากัน)
7. ครึ่งหนึ่งของผลบวกของเลขจำนวนหนึ่งกับ 5 เป็น 11
8. เมื่อ 10 ปีมาแล้ว แดงมีอายุเป็น  $\frac{3}{5}$  เท่าของอายุของเขาในปัจจุบัน
9. คานทั้งสี่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาวรวมกันเป็น 24 นิ้ว โดยคานยาวเป็น 3 เท่าของคานกว้าง
10. แบ่งเงิน 47 บาทให้ ก, ข, ค, ให้ ก ได้มากกว่า ข 10 บาท และ ข ได้มากกว่า ค 8 บาท

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## แบบฝึกหัดที่ 13

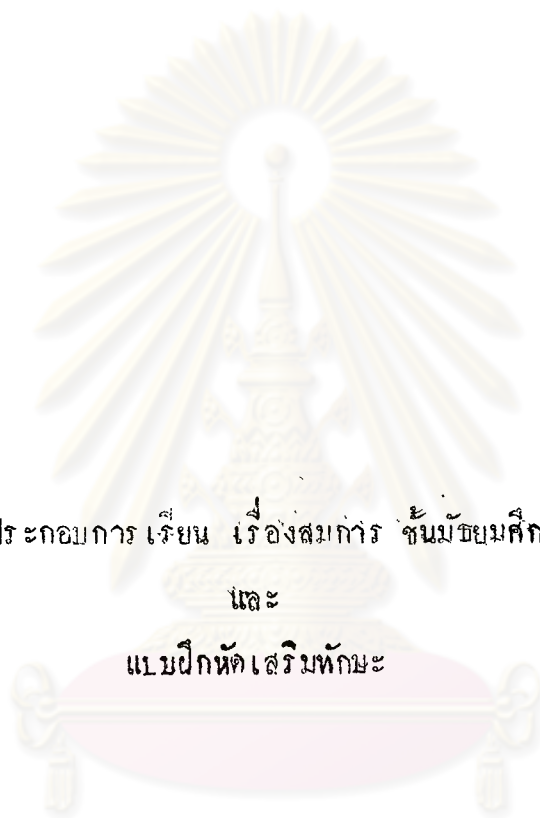
1. กำหนดให้กระเปาะแต่ละใบในข้อเดียวกันมีจำนวนเหรียญเท่า ๆ กัน ในกระเปาะใบหนึ่งจะมีเหรียญกี่เหรียญ จงเขียนสมการจากรูป แล้วหาคำตอบ

1.1			มีเหรียญทั้งหมด	25	เหรียญ
1.2			มีเหรียญทั้งหมด	12	เหรียญ
1.3			มีเหรียญทั้งหมด	32	เหรียญ
1.4			มีเหรียญทั้งหมด	16	เหรียญ
1.5			มีเหรียญทั้งหมด	14	เหรียญ

2. ถ้าไม่คิดกระดุกส่วนหัว 29 ชิ้นแล้ว ร่างกายคนจะมีกระดุกของส่วนที่เหลือ 177 ชิ้น จงหาว่าในร่างกายคนมีกระดุกทั้งหมดกี่ชิ้น
3. เอดิสัน เกิดเมื่อ ค.ศ. 1847 เขาประดิษฐ์หลอดไฟฟ้าสำเร็จเมื่ออายุเท่าใด ถ้าปีที่คิดหลอดไฟฟ้าคือ ค.ศ. 1879
4. จรเขี้ยวที่ยาวที่สุดยาวเป็น 4 เท่าของเรือบค ถ้าจรเขี้ยวที่ยาวที่สุดยาว 10 เมตร เรือบคยาวเท่าใด
5.  $\frac{2}{3}$  ของนักเรียนชั้นหนึ่งเป็นผู้หญิง ถ้ามีนักเรียนผู้หญิงในชั้น 18 คน นักเรียนชั้นนั้นมักกี่คน
6. สองเท่าของจำนวน ๆ หนึ่ง บวกกับ 13 แล้วมีค่า 27 จงหาจำนวนนั้น
7. ถาน้ำ 6 มาบวกกับจำนวน ๆ หนึ่งแล้ว สี่เท่าของผลบวกนั้นคือ 48 จงหาจำนวน ๆ นั้น
8. เด็กชายชอบคิด กล่าวว่า "ฉันคิดถึงจำนวน ๆ หนึ่ง ซึ่งคูณด้วย 10 แล้วบวกด้วย 10 จะได้ผลลัพธ์เป็น 100" ชอบคิด นี้ถึงจำนวนใด
9. เศษหรือส่วนสี่ของจำนวน ๆ หนึ่งมีค่าเท่ากับ 15 จงหาจำนวน ๆ นั้น
10. สามเท่าของผลบวกของจำนวน ๆ หนึ่งกับ 7 เป็น 33 จงหาจำนวน ๆ นั้น
11. แปดเท่าของส่วนที่จำนวน ๆ หนึ่งมากกว่า 3 เท่ากับ 96 จงหาจำนวน ๆ นั้น
12. นลินีมีอายุเป็น  $\frac{4}{7}$  เท่าของอายุบุษบา ถ้านลินีมีอายุ 28 ปี บุษบาจะมีอายุกี่ปี

13. กนก วัดความยาวของห้องเรียนได้ 12 เมตร แต่เขารูวว่าความยาวรอบห้องเรียนเป็น 40 เมตร จงหาว่าห้องนี้กว้างเท่าใด
14. พิทักษ์มีเงินจำนวนหนึ่ง เขาใช้เงินครึ่งหนึ่งของที่มีอยู่ซื้อหนังสือ แล้วซื้อข้าวกลางวันอีก 3 บาท ปรากฏว่าเหลือเงินอีก 6 บาท เดิมเขามีเงินเท่าใด
15. ศักดิ์ตัดหญ้าที่สนามโดยใช้เวลา  $\frac{2}{3}$  ของเวลาที่เคยใช้ตัดหญ้าจนสำเร็จ แล้วมีงานอื่นจึงมอบให้ยุทธิตัดหญ้าต่อ ยุทธิใช้เวลาตัดหญ้าอีก 2 ชั่วโมงจึงเสร็จ ถ้าการตัดหญ้าครั้งนี้ใช้เวลาทั้งสิ้น 5 ชั่วโมง จงหาว่าศักดิ์ตัดหญ้าตั้งแต่ตอนจนเสร็จเขาต้องใช้เวลากี่ชั่วโมง
16. ในการจัดงานชุมนุมศิษย์เก่าของโรงเรียน นักเรียนที่ทำหน้าที่จัดสถานที่ใช้กระดาษย่นสีเหลืองไป  $\frac{2}{5}$  ของกระดาษย่นสีเหลืองที่มีอยู่ เมื่อจัดสถานที่เสร็จแล้วพบว่าใช้กระดาษย่นไปทั้งสิ้น 18 พับ ในจำนวนนี้เป็นกระดาษย่นสีเหลือง 8 พับ จงหาว่ามีกระดาษย่นสีเหลืองอยู่ทั้งหมดกี่พับ
17. ระยะทางจากโลกถึงดวงอาทิตย์น้อยกว่าสามเท่าของระยะทางจากดาวพุธถึงดวงอาทิตย์อยู่ 24,000,000 ก.ม. ถ้าระยะทางจากโลกถึงดวงอาทิตย์เท่ากับ 150,000,000 ก.ม. จงหาระยะทางจากดาวพุธถึงดวงอาทิตย์
18. กฤษณ์ หาเงินได้ บาท ต่อเดือน เป็นเวลา 6 เดือน และได้รับของขวัญวันเกิดอีก 100 บาท ถ้าปัจจุบันกฤษณ์มีเงินรวมทั้งสิ้น 520 บาท เขาหาเงินได้เดือนละเท่าใด
19. คอมพิวเตอร์น้อยกว่าสารเท่าของคินสอของคุย 4 แท่ง ถ้าคอมพิวเตอร์ 17 แท่ง คุยมีคินสอกี่แท่ง
20. ปัจจุบันพอมีอายุ 40 ปี อายุของพอนน้อยกว่า 10 เท่าของอายุนุครชาย 5 ปี นุครอายุกี่ปี



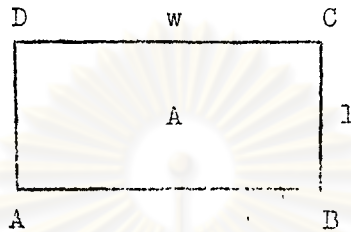



เอกสารประกอบการเรียน เรื่อง สมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
และ  
แบบฝึกหัดเสริมทักษะ

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เอกสารประกอบการเรียนเรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เรื่อง กฎการแทนค่า ( Law of Substitution )



จากรูป ถ้า ABCD เป็น  พื้นผารูปหนึ่ง ซึ่งมีด้านยาวเท่ากับ w หน่วย และด้านกว้างเท่ากับ 1 หน่วย

ถ้า A เป็นพื้นที่ของ  พื้นผารูปนี้

จากสูตร พ.ท.  พื้นผา = ก x ย

แทนค่า A = w x 1

ถ้าให้ w ยาวเท่ากับ 3 ฟุต

1 ยาวเท่ากับ 2 ฟุต

แทนค่า A = 3 x 2

6 ตารางฟุต

ถ้าให้ w ยาว 5 ซม.

1 ยาว 3 ซม.

แทนค่า A = 5 x 3 = 15 ตารางเซนติเมตร

ตัวอย่าง ถ้า  $x = 3 + b$  และให้  $b = 4$

แทนที่ b ด้วย 4 จะได้  $x = 3 + 4 = 7$

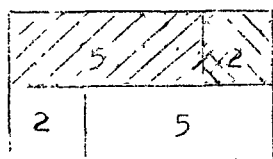
ตัวอย่าง ถ้า  $x = 5 \times c$  และให้  $c = 2$

แทนที่ c ด้วย 2 จะได้

$$x = 5 \times 2 = 10$$

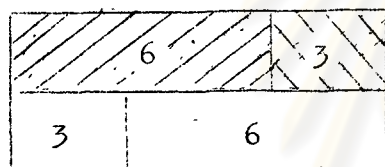
## เรื่องกฎการสลับที่ ( Commutative Law )

### 1. กฎการสลับที่สำหรับการบวก

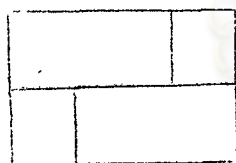


จากรูปจะเห็นได้ว่าพื้นที่แรกเงา เท่ากับพื้นที่  
พื้นที่ไม่แรกเงา

$$\begin{aligned} & \text{ดังนั้น พ.ท. } 5 \text{ หน่วย} + \text{พ.ท.} \\ & 2 \text{ หน่วย} = \text{พ.ท. } 2 \text{ หน่วย} + \text{พ.ท. } 5 \text{ หน่วย} \\ \text{หรือ} \quad & 5 + 2 = 2 + 5 \end{aligned}$$



$$6 + 3 = 3 + 6$$



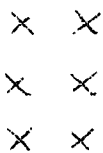
$$a + b = b + a$$

ถ้า  $a, b$  เป็นจำนวนใด ๆ แล้ว  $a + b = b + a$  เราเรียกวามี  
คุณสมบัติการสลับที่สำหรับการบวก

### 2. กฎการสลับที่สำหรับการคูณ



รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 1 มี 2 แถว ๆ 3 รูป มีทั้งหมด  $2 \times 3 = 6$  รูป

รูปที่ 2 มี 3 แถว ๆ 2 รูป มีทั้งหมด  $3 \times 2 = 6$  รูป

ดังนั้น  $2 \times 3 = 3 \times 2$



มีทั้งหมด  $3 \times 4$  รูป มีทั้งหมด  $4 \times 3$  รูป

ดังนั้น  $3 \times 4 = 4 \times 3$  รูป

ถ้า a, b, เป็นจำนวนใด ๆ แล้ว

$a \times b = b \times a$  เราเรียกว่ามีคุณสมบัติการสลับที่สำหรับ

การคูณ

เรื่องกฎการจัดหมู่ (Associative Law)

1. กฎการจัดหมู่สำหรับการบวก

ถ้าจะหาผลลัพธ์ของ  $121 + 3 + 2$

ถ้าเขียน  $121 + (3 + 2)$  แสดงว่าต้องการบวกจำนวนในวงเล็บก่อน

จะได้  $121 + 5 = 126$

ถ้าเขียน  $(121 + 3) + 2 = 124 + 2 = 126$

แสดงว่า  $121 + (3 + 2) = (121 + 3) + 2$

ถ้า a, b, c เป็นจำนวนใด ๆ แล้ว

$a + (a + c) = (a + b) + c$  เราเรียกว่ามีคุณสมบัติการจัดหมู่

สำหรับการบวก

## 2. การจัดหมู่สำหรับการคูณ

ถ้าจะหาค่าของ  $3 \times 2 \times 13$

ถ้าเขียน  $(3 \times 2) \times 13 = 6 \times 13 = 78$

ถ้าเขียน  $3 \times (2 \times 13) = 3 \times 26 = 78$

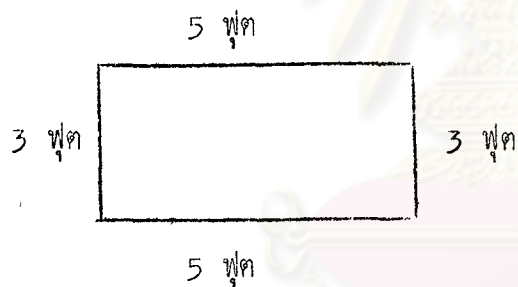
แสดงว่า  $(3 \times 2) \times 13 = 3 \times (2 \times 13)$

ถ้า  $a, b, c$  เป็นจำนวนใด ๆ แล้ว

$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$  เราเรียกว่ามีคุณสมบัติการ

จัดหมู่สำหรับการคูณ

เรื่องกฎการกระจาย ( Distributive Law )



ถ้าจะหาความยาวของเส้นรอบรูปของ  $\square$  นี้หน้า หาได้โดย

คนที่หนึ่ง หาโดย  $5 + 3 + 5 + 3 = 16$  ฟุต

คนที่สอง หาโดย  $2 \times (5 + 3) = 16$  ฟุต

คนที่สาม หาโดย  $(2 \times 5) + (2 \times 3) = 10 + 6 = 16$  ฟุต

จะเห็นได้ไว้ว่า  $2 \times (5 + 3) = (2 \times 5) + (2 \times 3)$

ถ้าให้  $a, b, c$  เป็นจำนวนใด ๆ แล้ว

$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$  เรียกว่ามีคุณสมบัติการกระจาย

สำหรับการคูณ

ตัวอย่าง

$$2 \times (x + 3) = 2 \times x + 6$$

$$3 \times (5 - x) = 3 \times 5 - 3 \times x$$

$$\frac{1}{2} \times (2 \times x + 4) = \frac{1}{2} \times 2 \times x + \frac{1}{2} \times 4$$

$$= 1 \times x + 2$$

$$= x + 2$$



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

### การบวก ลบ พจน์เหมือนที่มีเลขชี้กำลังเป็นหนึ่ง

ถ้ามี  $5a$  และ  $7a$  เราเรียก  $5a$  และ  $7a$  เป็นพจน์เหมือน

$x$  และ  $3x$  เป็นพจน์เหมือน

$11b$  และ  $\frac{1}{2}b$  เป็นพจน์เหมือน

จะเห็นว่าพจน์ดังกล่าวที่เปรียบเทียบกันจะเรียกว่าเป็นพจน์เหมือนนั้นตัวแปรต้องเหมือนกัน

ถ้า  $5a$  และ  $7a$  เป็นพจน์เหมือนแล้ว

$$5a + 7a = (5 + 7)a = 12a$$

$$7a - 5a = (7 - 5)a = 2a$$

ดังนั้นถ้า  $11b$  และ  $\frac{1}{2}b$  เป็นพจน์เหมือนแล้ว

$$11b + \frac{1}{2}b = \frac{23}{2}b$$

$$11b - \frac{1}{2}b = \frac{21}{2}b$$

และ  $x + 3x = 4x$

$$3x - x = 2x$$

จะเห็นว่าพจน์เหมือนกัน สามารถนำมาบวกลบกันได้

แต่  $5$  และ  $3x$  เป็นพจน์ไม่เหมือน

$10$  และ  $10x$  เป็นพจน์ไม่เหมือน

$2$  และ  $3y$  เป็นพจน์ไม่เหมือน

ดังนั้น  $5 + 3x$  จะหาผลลัพธ์อย่างข้างบนไม่ได้ซึ่งจะได้  $5 + 3x$  คงเดิม

$$5 - 3x = 5 - 3x$$

$$10 + 10x = 10 + 10x$$

$$2x + 3y = 2x + 3y$$

$$10 - 10x = 10 - 10x$$

$$2x - 3y = 2x - 3y$$

จะเห็นได้ว่า พจน์ไม่เหมือนกัน ไม่สามารถนำมาบวก ลบกันได้

การแก้สมการแบบต่าง ๆ

ตัวอย่าง      จงแก้สมการ       $12a + 8a = 100$

วิธีทำ                               $12a + 8a = 100$

$$\therefore 20a = 100$$

$$\frac{20a}{20} = \frac{100}{20}$$

$$\therefore a = 5$$

ดังนั้น ราคาของสมการ  $12a + 8a = 100$  คือ 5

ตอบ

ตัวอย่าง      จงแก้สมการ       $9x - 3x = 18$

วิธีทำ                               $9x - 3x = 18$

$$\therefore 6x = 18$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{18}{6}$$

$$\therefore x = 3$$

ดังนั้น ราคาของสมการ  $9x - 3x = 18$  คือ 3

ตอบ



ตัวอย่าง จงแก้สมการ  $6x = 30 - 4x$

วิธีทำ  $6x = 30 - 4x$

นำ  $4x$  มาบวกทั้งสองข้าง

$$6x + 4x = 30 - 4x + 4x$$

$$10x = 30$$

นำ 10 มาหารทั้งสองข้าง

$$\frac{10x}{10} = \frac{30}{10}$$

$$\therefore x = 3$$

ตรวจคำตอบ

แทนค่า  $x$  ในสมการ  $6x = 30 - 4x$

$$6 \times 3 = 30 - (4 \times 3)$$

$$18 = 30 - 12$$

$$18 = 18$$

$\therefore$  รากของสมการ  $6x = 30 - 4x$  คือ 3

ตอบ

ตัวอย่าง จงแก้สมการ  $5a = 10 + 2a$

วิธีทำ  $5a = 10 + 2a$

นำ  $2a$  ลบทั้งสองข้าง

$$5a - 2a = 10 + 2a - 2a$$

$$3a = 10$$

นำ 3 หารทั้งสองข้าง

$$\frac{3a}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore a = \frac{10}{3}$$

ตรวจคำตอบ

แทนค่า  $a$  ในสมการ  $5a = 10 + 2a$

$$5 \times \frac{10}{3} = 10 + (2 \times \frac{10}{3})$$

$$\frac{50}{3} = 10 + \frac{20}{3}$$

$$\frac{50}{3} = \frac{30 + 20}{3}$$

$$\therefore \frac{50}{3} = \frac{50}{3}$$

$\therefore$  รากของสมการ  $5a = 10 + 2a$  คือ  $\frac{10}{3}$

ตอบ

แบบฝึกหัดเสริมทักษะชุดที่ 1

1) จงเติมข้อความในช่องว่าง

1. ให้  $x = a + b$  ถ้า  $a = 5$  ดังนั้น  $x = \underline{\hspace{2cm}} + b$   
 แต่ถา  $b = 2$  ดังนั้น  $x = a + \underline{\hspace{2cm}}$

2. ให้  $x + y + z = a$  และ  $z = 10$  ดังนั้น  $x + y + \underline{\hspace{2cm}} = a$   
 แต่ถา  $x + y = 7$  ดังนั้น  $\underline{\hspace{2cm}} + z = a$

3. ถา  $a = 3$  และ  $a = b$  ดังนั้น  $\underline{\hspace{2cm}} = 3$

4. ถา  $x + y = a + 5$  ถา  $x = 3$  ดังนั้น  $\underline{\hspace{2cm}} = a + 5$

5. ถา  $a = b$  และ  $a = 2$  ดังนั้น  $\underline{\hspace{2cm}} = 2$

2) ข้อความต่อไปนี้เป็นถูกทองหรือไม่

ก  $5 + 2 = 2 + 5$

ข  $3 + 9 = 8 + 3$

ค  $7 + 2 = 8 + 1$

เป็นไปตามกฎการสลับที่สำหรับการบวก

ง.  $(7 + 5) + 2 = 2 + (7 + 5)$  เป็นไปตามกฎการสลับที่สำหรับการบวก

จ.  $(7 + 5) + 2 = (2 + 7) + 5$  เป็นไปตามกฎการสลับที่สำหรับการบวก

3) กฎที่กล่าวว่า  $a + b = b + a$  นั้น เป็นจริงเมื่อ  $a$  และ  $b$  แทนอะไร

4) จงตอบว่า ต่อไปนี้เป็นไปตามกฎข้อใด

ก.  $(3 \times 4) \times 6 = (4 \times 3) \times 6$

ข.  $(3 \times 4) \times 6 = 6 \times (3 \times 4)$

ค.  $3 \times 12 = 36$  ดังนั้น  $36 = 3 \times 12$

ง.  $7 \times 9 = 63$  และ  $a = 9$  ดังนั้น  $7 \times a = 63$

จ.  $40 = a \times b$  ดังนั้น  $b \times a = 40$

5) จงหาผลคูณต่อไปนี้ โดยหาผลคูณในวงเล็บก่อน

ก) 1.  $(5 \times 2) \times 67$

2.  $5 \times (2 \times 67)$

ข) 1.  $(12 \times 9) \times 5$

2.  $12 \times (9 \times 5)$

6) จงเขียนผลคูณต่อไปนี้ให้เป็นผลบวกของสองจำนวน

ตัวอย่าง  $5 \times (4 \times 3) = (5 \times 4) + (5 \times 3)$

ก.  $7 \times (8 + 11)$

ข.  $2 \times (5 + 3)$

ค.  $5 \times (1 + 7)$

ง.  $1 \times (9 + 12)$

7) จงเขียนผลคูณต่อไปนี้ให้เป็นผลบวกของสองจำนวน

ตัวอย่าง  $3(a + c) = 3a + 3c$

1)  $6(y + 1)$

2)  $r(x + 5)$

3)  $b(3 + a)$

## แบบฝึกหัดเสริมทักษะชุดที่ 2

จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

1)  $2a + 3a$

2)  $5x - x$

3)  $4a + 7a$

4)  $3y - y$

5)  $14a + 5a$

6)  $x - x$

7)  $8a - 5a$

8)  $3b - 2b$

9)  $5y - 3y$

10)  $4a - 3a$

11)  $a + 8a$

12)  $2x + x$

13)  $a + a$

14)  $7c - 7c$

15)  $-7c + 7c$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## แบบฝึกหัดเสริมทักษะชุดที่ 3

จงแก้สมการต่อไปนี้

- 1)  $10x + 2x = 24$
- 2)  $5y + 2y = 49$
- 3)  $3a - a = 4$
- 4)  $4b - 3b = 10$
- 5)  $3x = 30 - 2x$
- 6)  $7a = 18 - a$
- 7)  $5b = 9 + 2b$
- 8)  $6c = 25 + c$
- 9)  $3x + 4x = 2 + 5x$
- 10)  $4x = 6 - (x + x)$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

แบบสอบ

แบบสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ตามกลวิธีการเรียนรู้ของบุดม

แบบสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ตามแผนการเรียนการสอนของเคลเดออร์

แบบสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ ด้านพุทธิพิสัย เรื่องสมการ  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



แบบสอบประจำหน่วยการเรียนรู้  
เรื่อง  
สมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(ก)

แบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1  
ของการใช้กลวิธีการเรียนรู้ของบลูม

(30 นาที)

จงเลือก  $\times$  ตรงหัวข้อที่ถูกข้อที่สุดเพียงข้อเดียว (ทำในกระดาษคำตอบ)

1. ข้อใด เมื่อ เปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์แล้ว ไม่มีตัวแปร

- ก. 2 น้อยกว่า 8
- ข. 15 เป็นสามเท่าของจำนวน  $x$  หนึ่ง
- ค. 7 ไม่เท่ากับ 9 รวมกับจำนวน  $x$  หนึ่ง
- ง. ครึ่งหนึ่งของเลขจำนวนหนึ่งมากกว่า 10

2. " $\frac{1}{2}(x + 3) = 3x$ " เมื่อเปลี่ยนเป็นประโยคคำพูดแล้วตรงกับข้อใด  
เมื่อ  $x$  แทนจำนวน  $x$  หนึ่ง

- ก. ครึ่งหนึ่งของจำนวน  $x$  หนึ่งบวกกับสามเท่ากับสามเท่าจำนวน  $x$  นั้น
- ข. ครึ่งหนึ่งของสามบวกจำนวน  $x$  หนึ่งเท่ากับสามเท่าจำนวนนั้น
- ค. ครึ่งหนึ่งของผลบวกของจำนวน  $x$  หนึ่งกับสามเท่ากับสามเท่าจำนวนนั้น
- ง. ครึ่งหนึ่งของจำนวน  $x$  หนึ่งบวกครึ่งหนึ่งของสามเท่ากับสามส่วนสองเท่าจำนวนนั้น

3. ข้อใดคือค่าของ  $\frac{a^6}{a^5} \times a$  เมื่อ  $a \neq 0$

- ก.  $a^2$
- ข.  $a^3$
- ค.  $a^4$
- ง.  $a^5$



4. ข้อใดคือค่าของ  $\frac{(0.3)^5}{0.3}$

ก. 0.0081

ข. 0.0012

ค. 0.0003

ง. 0.0001

5. ข้อใดคือค่าของ  $\frac{2^m}{2^n} \times 3$  เมื่อ  $m = n$

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

6. ข้อใดคือค่าของ  $1^0 \times 2^0 \times 3^0 \times \frac{a^5}{a}$

ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. a

7. ข้อใดไม่ใช่พจน์

ก.  $2x$

ข.  $\frac{1}{2}x^2y$

ค.  $x + 0x^0$

ง.  $3x^0$

8. เลขชี้กำลังของตัวแปรในข้อใดต่ำสุด
- $0.1$
  - $0.01$
  - $0.001 a^0 b$
  - $0.0001 a^0 c$
9. ข้อใดไม่ใช่นิพจน์ เมื่อทำเป็นผลสำเร็จแล้ว
- $(x + 3) - 3$
  - $(x \div 3) \times 3$
  - $(x - 3) + 3$
  - $(3 \times x) + 3$
10. ข้อใดเมื่อเปลี่ยนเป็นประโยคที่ใช้สัญลักษณ์แล้วไม่เป็นนิพจน์
- นำ 6 ลบออกจาก 10
  - จำนวนหนึ่งลบ 3
  - จำนวนหนึ่งหาร 5 และลบ 7
  - จำนวนหนึ่งหาร 3
11. ข้อใดเป็นสมการ
- หนึ่งน้อยกว่าสอง
  - สี่เป็นสองเท่าของจำนวนหนึ่ง
  - สามไม่เท่ากับสองรวมกับจำนวน ๆ หนึ่ง
  - หนึ่งในสองมากกว่าจำนวน ๆ หนึ่ง
12. ข้อใดเป็นสมการ
- $x + 1 \geq 0$
  - $y < 3$
  - $2 + 3 = x$
  - $x^0 + 3 \neq xy$

13. สมการใดเป็นจริง

ก.  $15 + x = 21$  เมื่อ  $x = 7$

ข.  $y - 8 = 30$  เมื่อ  $y = 35$

ค.  $\frac{x}{8} = 3$  เมื่อ  $x = 21$

ง.  $3x = 93$  เมื่อ  $x = 31$

14. กำหนด  $3 + x = 4 + 5$  เป็นจริง ค่า  $x$  ตรงกับข้อใด

ก. 6

ข. 7

ค. 8

ง. 9

15. 10 เป็นคำตอบของข้อใด

ก.  $x - 10 = 7$

ข.  $x - 3 = 7$

ค.  $x + 10 = 0$

ง.  $x + 3 = 10$

16. ข้อใดคือรากของสมการ  $x - 17 = 4$

ก. 68

ข. 21

ค. 13

ง.  $\frac{13}{4}$

17. ข้อใดคือรากของสมการ  $\frac{3}{4} + x = 2\frac{1}{2}$

ก.  $\frac{23}{4}$

ข.  $\frac{13}{4}$

ค.  $\frac{7}{4}$

ง.  $\frac{2}{4}$

18. ข้อใดคือรากของสมการ  $3x = 11$

ก. 33

ข. 14

ค. 8

ง.  $\frac{11}{3}$

19. ข้อใดคือรากของสมการ  $\frac{x}{4} = 7.5$

ก. 30

ข. 11.5

ค. 3.5

ง. 1.9

20. ข้อใดคือรากของสมการ  $\frac{2}{3}y + 1 = 1$

ก. 3

ข. 4

ค. 5

ง. 6

21. ข้อใดคือรากของสมการ  $2(n + 1) = 20$

ก. 17

ข.  $\frac{19}{2}$

ค. 9

ง. 5

22. ข้อใดคือรากของสมการ  $25 = 5 + 5x$

ก. 4

ข. 5

ค. 6

ง. 7

23. ข้อใดคือรากของสมการ  $\frac{1}{2}d = \frac{5}{6}$

ก. 5

ข.  $\frac{5}{3}$

ค.  $\frac{4}{3}$

ง.  $\frac{2}{3}$

24. ข้อใดคือรากของสมการ  $5c = 16$

ก. 80

ข. 11

ค.  $\frac{16}{5}$

ง.  $\frac{5}{16}$

25. ข้อใดคือรากของสมการ  $2.5 + x = 3.7$

- ก. 31
- ข. 11
- ค. 62
- ง. 1.2



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

(ข)

แบบสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

ของการใช้กลวิธีการเรียนรู้ของบดุม

(30 นาที)

จงเลือก  $\times$  ตรงหัวข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงหัวข้อเดียว

(ทำในกระดาษคำตอบ)

1. ข้อใดเมื่อเปิดคนเป็นประโยคที่ใช้สัญลักษณ์แล้วไม่มีตัวแปร .

ก. นิ่งน้อยกว่า 2

ข. สี่เป็นสองเท่าของจำนวน ๆ นิ่ง

ค. สามไม่เท่ากับสองรวมกับจำนวน ๆ นิ่ง

ง. นิ่งในสองมากกว่าจำนวน ๆ นิ่ง

2. ข้อใดถูกต้องเมื่อกำหนด

"ครึ่งหนึ่งของผลบวกของเลขจำนวนหนึ่งกับสองใดหา" เมื่อ a เป็นเลขจำนวนหนึ่ง

ก.  $\frac{1}{2} \times (2a) = 5$

ข.  $\frac{1}{2} \times (a + 2) = 5$

ค.  $\frac{1}{2} \times (2) + a = 5$

ง.  $\frac{1}{2} \times a + 2 = 5$

3. ข้อใดเป็นค่าของ  $\frac{x^3}{x^2} \times x$  เมื่อ  $x \neq 0$ 

ก. x

ข.  $x^2$ ค.  $x^3$ ง.  $x^4$

4. ข้อใดคือค่าของ  $\frac{(0.01)^2}{0.01}$

- ก. 0.01
- ข. 0.001
- ค. 0.0001
- ง. 0.00001

5. ข้อใดคือค่าของ  $\frac{a^m}{a^n} \times 2$  เมื่อ  $m = n$

- ก. 0
- ข. 1
- ค. 3
- ง. 5

6. ข้อใดคือค่าของ  $a^0 \times \frac{3^5}{3^5} \times 3$

- ก. 0
- ข. 1
- ค. 3
- ง. 5

7.- ข้อใดเมื่อเปลี่ยนเป็นข้อความที่ใช้สัญลักษณ์แล้วเป็นพจน์

- ก. จำนวน ๆ หนึ่งหักออกสอง
- ข. จำนวน ๆ หนึ่งคูณสองลบสอง
- ค. จำนวน ๆ หนึ่งหารสามบวกหนึ่ง
- ง. จำนวน ๆ หนึ่งคูณสอง

8. เลขชี้กำลังของตัวแปรในข้อใดต่ำสุด

- ก. .1
- ข.  $a^0x$
- ค.  $2a^0y$
- ง.  $3a^0z$



9. ข้อใดไม่ใช่นิพจน์ เมื่อทำเป็นผลสำเร็จแล้ว

ก.  $(x + y) + x$

ข.  $(x + y) - x$

ค.  $(x \times y) \div x$

ง.  $(x + y) \times x$

10. ข้อใดเมื่อเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์แล้วไม่เป็นนิพจน์

ก. จำนวน

ข. สามลบสอง

ค. สองเท่าของสองบวกสาม

ง. เส้นตรง 2 เส้นต่อกับเส้นหนึ่งยาว  $x$  ซม. อีกเส้นหนึ่งยาว  $y$  ซม.

11. ข้อใดเป็นสมการ

ก. 2 น้อยกว่า 8

ข. 15 เป็นสามเท่าของจำนวน ๆ หนึ่ง

ค. 7 ไม่เท่ากับ 9 รวมกับจำนวน ๆ หนึ่ง

ง. ครึ่งหนึ่งของเลขจำนวนหนึ่งมากกว่า 10

12. สมการใดเป็นจริง

ก.  $8 + 3 = 8 \times 3$

ข.  $4 + 2 = 5 + 1$

ค.  $65 \times 1 = 65 + 1$

ง.  $12 = 4 \times 4 \times 4$

13. จำนวนในข้อใดที่แทนค่าตัวแปรใน  $a + \frac{1}{6} = 1$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

ก.  $\frac{3}{6}$

ข.  $\frac{4}{6}$

ค.  $\frac{5}{6}$

ง. 1

14. จำนวนที่ให้ไว้ในวงเล็บของข้อใดคือรากของสมการ

ก.  $15 + x = 21$  [ 7 ]

ข.  $y - 8 = 27$  [ 35 ]

ค.  $\frac{x}{8} = 3$  [ 21 ]

ง.  $3n = 99$  [ 31 ]

15. กำหนด  $\frac{9x}{2} = 0$  ค่า  $x$  ในข้อใดที่ทำให้สมการ เป็นจริง

ก. 0

ข. 9

ค.  $\frac{9}{2}$

ง.  $\frac{2}{9}$

16. รากของสมการ  $x - 3$  คือข้อใด

ก. 30

ข. 13

ค. 7

ง.  $\frac{10}{3}$

17. รากของสมการ  $1\frac{1}{3} + x = 2\frac{2}{3}$  คือข้อใด

ก. 4

ข.  $\frac{4}{3}$

ค. 2

ง.  $1\frac{1}{3}$

18. รากของสมการ  $10x = 10$  คือข้อใด
- ก. 1,000  
ข. 110  
ค. 90  
ง. 10
19. รากของสมการ  $\frac{3}{2}d = \frac{5}{2}$  คือข้อใด
- ก.  $\frac{5}{2}$   
ข. 2  
ค.  $1\frac{1}{3}$   
ง. 1
20. รากของสมการ  $2(a+2) = 4$  คือข้อใด
- ก. 0  
ข. 2  
ค. 4  
ง. 6
21. รากของสมการ  $\frac{1}{2}y - 2 = 4$  คือข้อใด
- ก. 2  
ข. 4  
ค. 6  
ง. 8
22. รากของสมการ  $0.5 + x = 2.5$  คือข้อใด
- ก. 3  
ข. 2.5  
ค. 2  
ง. 1.5

23. รากของสมการ  $5c = 24$  คือข้อใด

ก. 29

ข. 19

ค.  $\frac{24}{5}$

ง.  $\frac{5}{24}$

24. รากของสมการ  $15 = 2 + 13x$  คือข้อใด

ก. 1

ข. 4

ค. 20

ง. 26

25. รากของสมการ  $3x = 11$  คือข้อใด

ก. 9

ข. 14

ค.  $\frac{11}{3}$

ง.  $\frac{3}{11}$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

(ก)

แบบสอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2  
ของกลวิธีการเรียนรู้ของบลูม

(20 นาที)

จงเลือก X ตรงหัวข้อที่ถูกท้องที่สุดเพียงหัวข้อเดียว

(ทำในกระดาษคำตอบ)

1. สีเทาของจำนวนหนึ่งบวกกับ 16 มีค่าเท่ากับ 40

ถ้าให้  $a$  เป็นเลขจำนวนนั้น สมการตรงกับข้อใด

ก.  $4(a + 16) = 40$

ข.  $4a + 16 = 40$

ค.  $a + (16 \times 4) = 40$

ง.  $4 + a + 16 = 40$

2. จากข้อ 1 ข้อใดคือเลขจำนวนนั้น

ก. 6

ข. 7

ค. 8

ง. 9

3. หาเงินได้  $x$  บาท ต่อเดือน เป็นเวลา 6 เดือน นำเงินทั้งหมดไปซื้อของอย่าง  
หนึ่ง สิ้นเงิน 500 บาท

ข้อใดคือจำนวนเงินที่เขาหาได้ใน 6 เดือน

ก.  $x - 6$

ข.  $x + 6$

ค.  $6x$

ง.  $\frac{x}{6}$

4. จากข้อ 3 จำนวนมะม่วงที่ซื้อได้ตรงกับใด

- ก. .25
- ข. 3.35
- ค. 5.75
- ง. 6.66

5. จำนวนมะม่วงที่ซื้อตรงกับข้อใด

- ก. 1
- ข. 3
- ค. 6
- ง. 7

6. ครึ่งหนึ่งของผลบวกของเลขจำนวนหนึ่งกับ 5 เป็น 11  
ถ้าให้  $c$  เป็นเลขจำนวนหนึ่ง สมการตรงกับข้อใด

- ก.  $\frac{1}{2}(c + 5) = 11$
- ข.  $\frac{1}{2}c + 5 = 11$
- ค.  $c + \left(\frac{1}{2} \times 5\right) = 11$

ง.  $\frac{1}{2} + c + 5 = 11$

7. จากข้อ 6 ข้อใดคือเลขจำนวนนั้น

- ก.  $5\frac{1}{2}$
- ข. 17
- ค. 27
- ง. 32

8. เมื่อ 10 ปีมาแล้ว แดงมีอายุเป็น  $\frac{3}{5}$  เท่าของอายุของเขาในปัจจุบัน ให้  $x$  เป็นอายุของแดงในปัจจุบัน ข้อใดคืออายุของแดงเมื่อ 10 ปีที่แล้ว

ก.  $10x$

ข.  $\frac{x}{10}$

ค.  $x - 10$

ง.  $x + 10$

9. จากข้อ 8 สมการตรงกับข้อใด

ก.  $x - 10 = \frac{3}{5}x$

ข.  $x + 10 = \frac{3}{5}x$

ค.  $10 = \frac{3}{5}x$

ง.  $10 = \frac{3}{5}$

10. สามส่วนสี่ของจำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับ 33 ข้อใดคือจำนวนนั้น

ก. 132

ข. 44

ค.  $\frac{99}{4}$

ง. 26

(ข)

แบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2  
ของการใช้กลวิธีการเรียนรู้ของบลูม

(20 นาที)

จงเลือก X ตรงหัวข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว (ทำในกระดาษคำตอบ)

1. สองเท่าของเลขจำนวนหนึ่งรวมกับ 3 แล้ว ผลลัพธ์เป็น 19  
ถ้าให้  $a$  เป็นจำนวน ๆ หนึ่ง สมการคือข้อใด

ก.  $2(a + 3) = 19$

ข.  $2a + 3 = 19$

ค.  $a + (2 \cdot 3) = 19$

ง.  $2 + (a + 3) = 19$

2. จากข้อ 1 ข้อใดคือเลขจำนวนนั้น

ก. 8

ข. 9

ค. 10

ง. 11

3. ฉันมีเงินอยู่ 5 บาท ต้องการนำไปซื้อมะม่วงผลละ 0.75 บาท ให้หมดจำนวนเงิน  
ที่มีอยู่

ถ้าให้  $b$  เป็นจำนวนมะม่วงที่ซื้อได้ สมการคือข้อใด

ก.  $5b = .75$

ข.  $\frac{b}{5} = .75$

ค.  $.75b = 5$

ง.  $.75 + b = 5$



4. สมการคือข้อใด

ก.  $x - 6 = 500$

ข.  $6x = 500$

ค.  $x + 6 = 500$

ง.  $\frac{x}{6} = 500$

5. เขาหาเงินได้ใน 1 เดือน ตรงกับข้อใด

ก. 833 บาท

ข. 506 บาท

ค. 494 บาท

ง. 83.3 บาท

6. เศษสามส่วนสี่ของผลบวกของเลขจำนวนหนึ่งกับ 2 เป็น 3  
ถ้าให้  $x$  เป็นจำนวนนั้น สมการคือข้อใด

ก.  $\frac{3}{4}x + 2 = 3$

ข.  $\frac{3}{4} + x + 2 = 3$

ค.  $\frac{3}{4}(x + 2) = 3$

ง.  $x + (\frac{3}{4} \times 2) = 2$

7. จากข้อ 6 เลขจำนวนนั้นคือข้อใด

ก. 2

ข. 3

ค. 4

ง. 5

8. เมื่อ 3 ปีมาแล้ว คำมีอายุเป็น  $\frac{1}{2}$  เท่าของอายุของเขาในปัจจุบัน  
ถ้าให้  $x$  เป็นอายุปัจจุบันของคำ ข้อใดคืออายุของคำ เมื่อ 3 ปีมาแล้ว

ก.  $x - 3$

ข.  $x + 3$

ค.  $3x$

ง.  $\frac{x}{3}$

9. จากข้อ 8 สมการตรงกับข้อใด

ก.  $\frac{x}{3} = \frac{1}{2}$

ข.  $3x = \frac{1}{2}$

ค.  $x - 3 = \frac{1}{2}$

ง.  $x + 3 = \frac{1}{2}$

10. จำนวน ๆ หนึ่ง ถ้าวาง 7 เขากับจำนวนนั้น แล้วคูณผลบวกด้วย 3 จะเท่ากับ 57 ข้อใด คือเลขจำนวนนั้น

ก. 19

ข. 12

ค. 7

ง. 3

(ก)

แบบสอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1  
ของแผนการเรียนการสอน ของเคลเลอร์

(20 นาที)

จงเลือก  $\times$  ตรงหัวข้อที่ถูกตอที่สุดเพียงข้อเดียว (ทำในกระดาษคำตอบ)

1. ข้อใดเมื่อเปลี่ยนเป็นประโยคที่ใช้สัญลักษณ์แทนแล้วไม่มีตัวแปร
  - ก. 2 น้อยกว่า 8
  - ข. 15 เป็นสามเท่าของจำนวน ๆ หนึ่ง
  - ค. 7 ไม่เท่ากับ 9 รวมกับจำนวน ๆ หนึ่ง
  - ง. ครึ่งหนึ่งของเลขจำนวนหนึ่งมากกว่า 10
  
2. " $1(x + 3) = 3x$ " เมื่อเปลี่ยนเป็นประโยคภาษาแล้วตรงกับข้อใด
 

เมื่อ  $x$  แทนจำนวน ๆ หนึ่ง

  - ก. ครึ่งหนึ่งของจำนวน ๆ หนึ่ง บวกกับสามเท่ากับสามเท่าจำนวน ๆ หนึ่ง
  - ข. ครึ่งหนึ่งของสามบวกจำนวน ๆ หนึ่งเท่ากับสามเท่าจำนวนนั้น
  - ค. ครึ่งหนึ่งของผลบวกของจำนวน ๆ หนึ่งกับสามเท่ากับสามเท่าจำนวนนั้น
  - ง. ครึ่งหนึ่งของจำนวน ๆ หนึ่งบวกครึ่งหนึ่งของสามเท่ากับ สามส่วนสองเท่าจำนวนนั้น
  
3. ข้อใดคือค่าของ  $\frac{a^6}{a^4} \times a$  เมื่อ  $a \neq 0$ 
  - ก.  $a^2$
  - ข.  $a^3$
  - ค.  $a^4$
  - ง.  $a^5$
  
4. ข้อใดคือค่าของ  $\frac{(0.3)^5}{0.3}$ 

ก. 0.0081	ข. 0.0012
ค. 0.0003	ง. 0.0001

5. ข้อใดคือค่าของ  $\frac{2^m}{2^n} \times 3$  เมื่อ  $m = n$

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

6. ข้อใดคือค่าของ  $1^0 \times 2^0 \times 3^0 \times \frac{a^5}{a^5}$

ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. a

7. ข้อใดไม่ใช่พจน์

ก.  $2x$

ข.  $\frac{1}{2}x^2y$

ค.  $x + 6x^0$

ง.  $3x^0$

8. เลขชี้กำลังของตัวแปรที่ต่ำสุดคือข้อใด

ก. 0.1

ข.  $0.01 a$

ค.  $0.001 a^0 b$

ง.  $0.0001 a^c c$

9. ข้อใดไม่ใช่อินพจน์ เมื่อทำเป็นผลสำเร็จแล้ว

ก.  $(x + 3) - 3$

ข.  $(x \div 3) \times 3$

ค.  $(x - 3) + 3$

ง.  $(3 \times x) + 3$

10. ข้อใดเมื่อเปลี่ยนเป็นประโยคที่ใช้สัญลักษณ์แล้วไม่เป็นนิพจน์

- ก. นำ 6 ลบออกจาก 10
- ข. จำนวนหนึ่งลบ 3
- ค. จำนวนหนึ่งหาร 3 แล้วลบ 7
- ง. จำนวนหนึ่งหาร 3

11. ข้อใดเป็นสมการ

- ก. น้อยกว่าสอง
- ข. ดีเป็นสองเท่าของจำนวน ๆ หนึ่ง
- ค. สามไม่เท่ากับสองรวมกับจำนวน ๆ หนึ่ง
- ง. หนึ่งในสองมากกว่าจำนวน ๆ หนึ่ง

12. ข้อใดเป็นสมการ

- ก.  $x + 1 \geq 0$
- ข.  $y < 3$
- ค.  $2 + 3 = x$
- ง.  $x^0 + 3 \neq xy$

13. สมการใดเป็นจริง

- ก.  $15 + x = 21$  เมื่อ  $x = 7$
- ข.  $y - 8 = 30$  เมื่อ  $y = 35$
- ค.  $\frac{x}{8} = 3$  เมื่อ  $x = 21$
- ง.  $3x = 93$  เมื่อ  $x = 31$

14. กำหนด  $3 + x = 4 + 5$  เป็นจริง ค่า  $x$  ตรงกับข้อใด

- ก. 6
- ข. 7
- ค. 8
- ง. 9

15. 10 เป็นคำตอบของข้อใด

ก.  $x - 10 = 3$

ข.  $x - 3 = 7$

ค.  $x + 10 = 0$

ง.  $x + 3 = 10$



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



(ข)

แบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

ช่องแผนการเรียนการสอน ของเคลเลอร์

(20 นาที)

จงเลือก X ตรงหัวข้อที่ถูกข้อที่สุดเพียงหัวข้อเดียว (ทำในกระดาษคำตอบ)

1. ข้อใดเมื่อเปลี่ยนเป็นประโยคที่ใช้สัญลักษณ์แล้วไม่มีตัวแปร

ก. นิ่งน้อยกว่า 2

ข. ดีเป็นสองเท่าของจำนวน ๆ นิ่ง

ค. สามไม่เท่ากับสองรวมกับจำนวน ๆ นิ่ง

ง. นิ่งในสองมากกว่าจำนวน ๆ นิ่ง

2. ข้อใดถูกต้อง เมื่อกำหนด "ครึ่งหนึ่งของผลบวกของเลขจำนวนหนึ่ง" เมื่อ  $a$  เป็นเลขจำนวนหนึ่ง

ก.  $\frac{1}{2}(2a) = 5$

ข.  $\frac{1}{2}(a+2) = 5$

ค.  $\frac{1}{2} \times (2) + a = 5$

ง.  $\frac{1}{2}a + 2 = 5$

3. ข้อใด เป็นคำตอบ  $\frac{x^3}{x^2} \times x$  เมื่อ  $x \neq 0$ ก.  $x$ ข.  $x^2$ ค.  $x^3$ ง.  $x^4$

4. ข้อใดคือค่าของ  $\frac{(0.01)^3}{0.01}$

- ก. 0.01
- ข. 0.001
- ค. 0.0001
- ง. 0.00001

5. ข้อใดคือค่าของ  $\frac{a^m}{a^n} \times 3$  เมื่อ  $m = n$

- ก. 0
- ข. 1
- ค. 2
- ง. 3

6. ข้อใดคือค่าของ  $a^0 \times \frac{3^5}{3^5} \times 3$

- ก. 0
- ข. 1
- ค. 3
- ง. 4

7. ข้อใดเมื่อเปลี่ยนแปลงเป็นข้อความที่ใช้สัญลักษณ์แล้วเป็นพจน์

- ก. จำนวน ๆ หนึ่งหักออกสอง
- ข. จำนวน ๆ หนึ่งคูณสอง ลบสอง
- ค. จำนวน ๆ หนึ่ง ห้าสามบวกหนึ่ง
- ง. จำนวน ๆ หนึ่งคูณสอง

8. เลขชี้กำลังของตัวแปรที่ต่ำสุดคือข้อใด

- ก. 0.1
- ข.  $a^0 x$
- ค.  $2a^0 y$
- ง.  $3a^0 z$



9. ข้อใดไม่ใช่นิพจน์ เมื่อทำเป็นผลสำเร็จแล้ว

ก.  $(x + y) + x$

ข.  $(x + y) - x$

ค.  $(x \times y) \div x$

ง.  $(x + y) \times x$

10. ข้อใดเมื่อเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์แล้วไม่เป็นนิพจน์

ก. จำนวน ๑

ข. สามลบสอง

ค. สองเท่าของสองบวกสาม

ง. เส้นตรงสองเส้นต่อกันเส้นหนึ่งยาว  $x$  จ.ม. อีกเส้นหนึ่งยาว  $y$  ซ. ร.

11. ข้อใดเป็นสมการ

ก. 2 น้อยกว่า 8

ข. 15 เป็นสามเท่าของจำนวน ๆ หนึ่ง

ค. 7 ไม่เท่ากับ 9 รวมกับจำนวน ๆ หนึ่ง

ง. ครึ่งหนึ่งของเลขจำนวนหนึ่งมากกว่า 10

12. สมการใดเป็นจริง

ก.  $8 + x \neq 8 \times x$

ข.  $4 + 2 = 5 + x$

ค.  $65 \times 1 \geq 65 + x$

ง.  $12 \leq 4 \times 4 \times 4$

13. จำนวนในข้อใดที่แทนค่าตัวแปรใน  $a + \frac{1}{6} = 1$  แล้วทำให้สมการเป็นจริง

ก.  $\frac{3}{6}$

ข.  $\frac{4}{6}$

ค.  $\frac{5}{6}$

ง. 6

14. จำนวนที่ให้ไว้ในวงเล็บของข้อใดคือรากของสมการ

ก.  $15 + x = 21$  [ 7 ]

ข.  $y - 8 = 27$  [ 35 ]

ค.  $\frac{x}{8} = 3$  [ 21 ]

ง.  $3x = 99$  [ 31 ]

15. กำหนด  $\frac{9x}{2} = 0$  ค่าในข้อใดทำให้สมการเป็นจริง

ก. 0

ข. 9

ค.  $\frac{9}{2}$

ง.  $\frac{2}{9}$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

(ก)

แบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2  
ของแผนการเรียนการสอนของเคลเลอร์

(20 นาที)

จงเติมคำตอบในช่องว่าง

$$1. x - 17 = 4$$

รากของสมการ คือ \_\_\_\_\_

$$2. 2.5 + x = 3.7$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3. \frac{3}{4} + x = 2\frac{1}{2}$$

คำตอบของสมการ คือ \_\_\_\_\_

$$4. 3x = 11$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5. 5c = 16$$

$$c = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$6. \frac{1}{2}d = \frac{5}{6}$$

$$d = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7. \frac{r}{4} = 7.5$$

$$r = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$8. 25 = 5 + 5x$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$9. 2(n + 1) = 20$$

$$n = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$10. \frac{2}{3}y - 1 = 1$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

(ข)

แบบข้อ ประจำหน่วยกรเรียนที่ 2  
ของแผนกรเรียนกรสอน ของเคลเคอร

(20 นาที)

จงเติมค่างในช่องว่าง

$$1. \quad x - 3 = 10$$

$$x =$$

$$2. \quad 0.5 + x = 2.5$$

$$x =$$

$$3. \quad 1\frac{1}{3} + x = 2\frac{2}{3}$$

$$x =$$

$$4. \quad 10x = 100$$

$$x =$$

$$5. \quad 5c = 24$$

$$c =$$

$$6. \quad \frac{3}{2}d = \frac{5}{2}$$

$$d =$$

$$7. \quad \frac{r}{4} = 2.5$$

$$r =$$

$$8. \quad 15 = 2 + 13x$$

$$x =$$

$$9. \quad 2(a + 2) = 4$$

$$a =$$

$$10. \quad \frac{1}{2}y - 2 = 4$$

$$y =$$

(ก)

แบบ ถอม ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 3  
ของแผนการเรียนการสอน ของเคลเลอร์ (20 นาที)

จงเติมค่าลงในช่องว่าง

1. สองเท่าของเลขจำนวนหนึ่งรววกกับ 3 แล้ว ผลลัพธ์เป็น 19 จงหาเลขจำนวนนั้น

$$a \text{ เป็น } \underline{\hspace{2cm}} \quad (1)$$

$$\text{สมการคือ } \underline{\hspace{2cm}} \quad (2)$$

$$a = \underline{\hspace{2cm}} \quad (3)$$

2. ฉันมีเงินอยู่ 5 บาท ต้องการนำไปซื้อมะม่วงผลละ 0.75 บาท ให้หมด จะซื้อได้กี่ผล

ให้ซื้อมะม่วงได้  $b$  ผล

ซื้อมะม่วงสิ้นเงิน  $.75 b$

$$\text{สมการคือ } \underline{\hspace{2cm}} \quad (4)$$

$$b = \underline{\hspace{2cm}} \quad (5)$$

$$\therefore \text{ซื้อมะม่วงได้ } \underline{\hspace{2cm}} \text{ ผล} \quad (6)$$

3. ครึ่งหนึ่งของผลบวกของเลขจำนวนหนึ่งกับ 5 เป็น 11 จงหาเลขจำนวนนั้น

$c$  เป็น เลขจำนวนนั้น

ครึ่งหนึ่งของผลบวกของเลขจำนวนหนึ่งกับ 5 คือ  $\underline{\hspace{2cm}}$  (7)

$$\text{สมการคือ } \underline{\hspace{2cm}} \quad (8)$$

$$c = \underline{\hspace{2cm}} \quad (9)$$

4. เมื่อ 10 ปีมาแล้ว แดงมีอายุเป็น  $\frac{3}{5}$  เท่าของอายุของเขาในปัจจุบัน เวลานี้แดง  
อายุเท่าใด

ปัจจุบันแดงมีอายุ  $d$  ปี

เมื่อ 10 ปีมาแล้ว แดงมีอายุ  $\underline{\hspace{2cm}}$  ปี (10)

$$\text{สมการคือ } \underline{\hspace{2cm}} \quad (11)$$

5. สามส่วนของจำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับ 33 จงหาจำนวนนั้น  
ให้  $x$  เป็นเลขจำนวนนั้น

สมการคือ \_\_\_\_\_ (12)

$x =$  \_\_\_\_\_ (13)

ตรวจคำตอบ \_\_\_\_\_ (14)

เลขจำนวนนั้นคือ \_\_\_\_\_ (15)

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

(ข)

แบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 3  
ของแผนการเรียนการสอน ของเคลเลอร์

(20 นาที)

จงเติมคำลงในช่องว่าง

1. สี่เท่าของจำนวนหนึ่งบวกกับ 16 มีค่าเท่ากับ 40 จงหาจำนวนนั้น

ให้  $a$  เป็น \_\_\_\_\_ (1)

สมการคือ \_\_\_\_\_ (2)

$a =$  \_\_\_\_\_ (3)

2. ก. หาเงินได้  $x$  บาทต่อเดือน เป็นเวลา 6 เดือน นำเงินทั้งหมดไปซื้อของอย่างหนึ่งสิ้นเงิน 500 บาท เขาหาเงินได้เดือนละเท่าใด

ให้เขาหาเงินได้เดือนละ  $x$  บาท

ดังนั้น 6 เดือนหาเงินได้ \_\_\_\_\_ บาท (4)

สมการคือ \_\_\_\_\_ (5)

$x =$  \_\_\_\_\_ บาท (6)

3. เศษสามส่วนสี่ของผลบวกของเลขจำนวนหนึ่งกับ 2 เป็น 3 จงหาเลขจำนวนนั้น

$c$  เป็นเลขจำนวนนั้น

เศษสามส่วนสี่ของผลบวกของเลขจำนวนหนึ่งกับ 2 คือ \_\_\_\_\_ (7)

สมการคือ \_\_\_\_\_ (8)

$c =$  \_\_\_\_\_ (9)

4. เมื่อ 3 ปีมาแล้ว คำมีอายุเป็น  $\frac{1}{2}$  เท่าของอายุของเขาในปัจจุบัน เวลานั้นคำอายุเท่าใด

ปัจจุบันคำมีอายุ \_\_\_\_\_ ปี

เมื่อ 3 ปีมาแล้ว คำมีอายุ \_\_\_\_\_ ปี (10)

สมการคือ \_\_\_\_\_ (11)

5. จำนวน ๆ หนึ่ง ถ้าวก 7 เข้ากับจำนวนนั้น แล้วคูณผลบวกด้วย 3 จะเท่ากับ 57  
พอดี จงหาจำนวนนั้น

ให้  $x$  เป็นจำนวนนั้น

สมการคือ \_\_\_\_\_ (12)

$x =$  \_\_\_\_\_ (13)

ตรวจคำตอบ \_\_\_\_\_ (14)

จำนวนนั้นคือ \_\_\_\_\_ (15)

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## แบบสอบวัดสัมฤทธิ์ผลในการเรียน

## เรื่อง

## สมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่

คำสั่ง ให้นักเรียน ✕ ทรงข้อที่ถูกของที่สุดเพียงข้อเดียวลงในกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดเป็นความหมายของสัญลักณ์ที่ถูกคอง
  - ก. สัญลักณ์เป็นตัวเลข หรือตัวอักษรที่ใช้แทนจำนวน
  - ข. สัญลักณ์เป็นเครื่องหมายต่าง ๆ ที่ใช้แทนความหมายบางอย่าง
  - ค. สัญลักณ์เป็นสรรพนามที่ใช้เรียกชื่อ คน สัตว์ สิ่งของ
  - ง. สัญลักณ์เป็นเครื่องหมาย คำย่อ วัตถุ และอื่น ๆ ที่ใช้แทนความหมาย
2. ข้อใดเป็นขอสรุปของ  $\frac{a^m}{a^n}$  ที่ถูกคอง เมื่อ  $m > n$ 
  - ก. ผลลัพธ์เท่ากับ  $a^{m-n}$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนใด ๆ
  - ข. ผลลัพธ์เท่ากับ  $a^{m-n}$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนเต็ม
  - ค. ผลลัพธ์เท่ากับ  $a^{m-n}$  เมื่อ  $a \neq 0$
  - ง. ผลลัพธ์เท่ากับ  $a^{m-n}$  เมื่อ  $a$  เป็นศูนย์
3. ข้อใดเป็นขอสรุปของ  $\frac{x^n}{x^n}$  ที่ถูกคอง
  - ก. ผลลัพธ์โคศูนย์ เมื่อ  $x = 0$
  - ข. ผลลัพธ์โคศูนย์ เมื่อ  $x \neq 0$
  - ค. ผลลัพธ์โค 1 เมื่อ  $x \neq 0$
  - ง. ผลลัพธ์โค 1 เมื่อ  $x \neq 0$

4. ข้อใดเป็นความหมายของพจน์ที่ถูกคอง
- จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปของผลคูณของตัวแปรที่มีเลขชี้กำลังเป็น 1 และตัวคงที่
  - จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปผลคูณของตัวแปรตั้งแต่ 1 ตัวขึ้นไป
  - จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปผลคูณของตัวแปรตั้งแต่ 1 ตัวขึ้นไปกับตัวคงที่โดยที่เลขชี้กำลังของตัวแปรมากกว่าหรือเท่ากับ 1
  - จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปผลคูณของตัวแปรตั้งแต่ 1 ตัวขึ้นไปกับตัวคงที่โดยที่เลขชี้กำลังของตัวแปรมากกว่าหรือเท่ากับ 1 หรือเป็นศูนย์
5. ข้อใดเป็นนิพจน์เมื่อทำเป็นผลสำเร็จแล้ว
- $(a + b) - a$
  - $(a + b) \times a$
  - $(a - b) + b$
  - $(a \times b) + b$
6. ข้อใดเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์แล้วเป็นนิพจน์
- สองเท่าของจำนวน ๆ หนึ่ง ลบหนึ่ง เท่ากับสอง
  - สองเท่าของจำนวน ๆ หนึ่ง บวกสาม
  - สองเท่าของจำนวน ๆ หนึ่ง มากกว่าสาม
  - สองเท่าจำนวน ๆ หนึ่ง บวกสองไม่เท่ากับสาม
7. ข้อใดเป็นความหมายของสมการที่ถูกคอง
- สมการเป็นการเท่ากันของพจน์ที่สามารถหาค่าตัวแปรที่ทำให้สมการเป็นจริงได้
  - สมการเป็นการเท่ากันของนิพจน์ที่สามารถหาค่าตัวแปรที่ทำให้สมการเป็นจริงได้
  - สมการเป็นการเท่ากันของพจน์หรือนิพจน์ที่สามารถหาค่าตัวแปรที่ทำให้สมการเป็นจริงได้
  - สมการเป็นการเท่ากันของพจน์หรือนิพจน์ซึ่งบางสมการมีตัวแปร ซึ่งสามารถหาค่าตัวแปรที่ทำให้สมการเป็นจริงได้ และบางสมการไม่มีตัวแปร

8. ถ้า  $x + 3 = 18$  แล้ว  $x + 4$  มีค่าตรงกับข้อใด
- ก. 13
- ข. 16
- ค. 20
- ง. 23
9. ข้อใดเป็นรากของสมการ  $\frac{3}{4} + x = 2\frac{1}{2}$
- ก.  $\frac{23}{4}$
- ข.  $\frac{13}{4}$
- ค.  $\frac{7}{4}$
- ง.  $\frac{2}{4}$
10. ถ้า  $2(a + b) = c$  แล้ว  $c - 2$  มีค่าตรงกับข้อใด
- ก.  $2(a + b) + 2$
- ข.  $2(a + b) - 2$
- ค.  $2(a + b)$
- ง.  $(a + b)$
11. ข้อใดเป็นรากของสมการ  $0.02x + 0.03 = 0.05$
- ก. 0
- ข. 1
- ค. 2
- ง. 3

12. ข้อใดเป็นรากของสมการ  $\frac{1}{3}x = 0$

ก.  $\frac{1}{3}$

ข. 0

ค. 3

ง. 9

13. ข้อใดเป็นรากของสมการ  $\frac{b}{2} = 7$

ก. 14

ข. 9

ค. 7

ง. 3.5

14. ข้อใดเป็นคุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการหารที่ถูกต้อง

ก. ถ้าจำนวนสองจำนวนเท่ากันนำจำนวนใด ๆ มาหารข้างใดข้างหนึ่ง ผลลัพธ์ย่อมเท่ากัน

ข. ถ้าจำนวนสองจำนวนเท่ากันนำจำนวนใด ๆ มาหารทั้งสองข้างผลลัพธ์ย่อมเท่ากัน

ค. ถ้าจำนวนสองจำนวนเท่ากันนำจำนวนใด ๆ ยกเวณศูนย์มาหารข้างหนึ่งผลลัพธ์ย่อมเท่ากัน

ง. ถ้าจำนวนสองจำนวนเท่ากันนำจำนวนใด ๆ ยกเวณศูนย์มาหารทั้งสองข้างผลลัพธ์ย่อมเท่ากัน

15. ถ้า  $8y = 26 + 30$  แล้ว  $13 + 15$  มีค่าตรงกับข้อใด

ก.  $y$

ข.  $2y$

ค.  $3y$

ง.  $4y$

16. ถ้า  $3x = 3y + b$  แล้ว  $x$  มีค่าตรงกับข้อใด

ก.  $3y + \frac{b}{3}$

ข.  $\frac{(3y + b)}{3}$

ค.  $\frac{y}{3} + 3b$

ง.  $\frac{(y + b)}{3}$

17. ถ้า  $2a = 3b$  แล้ว  $a$  มีค่าตรงกับข้อใด

ก.  $\frac{2b}{3}$

ข.  $\frac{3b}{2}$

ค.  $\frac{b}{2}$

ง.  $\frac{b}{3}$

18. ถ้า  $\frac{a}{4} - 3 = 9$  แล้ว ขั้นตอนในข้อใดสามารถหาค่าของ  $a$  ได้ถูกต้อง

ก. ขั้นที่ 1 ใช้คุณสมบัติการบวกและใช้คุณสมบัติการคูณในขั้นตอนมา

ข. ขั้นที่ 1 ใช้คุณสมบัติการลบและการใช้คุณสมบัติการคูณในขั้นตอนมา

ค. ขั้นที่ 1 ใช้คุณสมบัติการบวกและใช้คุณสมบัติการหารในขั้นตอนมา

ง. ขั้นที่ 1 ใช้คุณสมบัติการลบและใช้คุณสมบัติการหารในขั้นตอนมา

19. ข้อใดเป็นรากของสมการ  $\frac{2x}{3} + 1 = 3$

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3



20. ข้อใดเป็นรากของสมการ  $5 + 3x = 5$

ก. 0

ข. 1

ค.  $\frac{10}{3}$

ง.  $\frac{3}{10}$

21. ข้อใดเป็นรากของสมการ  $2x - 3 = 67$

ก. 140

ข. 35

ค. 32

ง. 23

22. จงเปรียบเทียบค่า  $x$  และ  $y$  จากสมการ  $2x - 5 = 10$  และ  $15 + y = 27$

ก.  $x = \frac{1}{2}y$

ข.  $x = y$

ค.  $x > y$

ง.  $x < y$

23. ข้อใดเป็นรากของสมการ  $\frac{k}{4} = \frac{3 - k}{3}$

ก.  $\frac{4}{3}$

ข.  $\frac{12}{7}$

ค.  $\frac{3}{4}$

ง.  $\frac{7}{12}$

24. ข้อใดเป็นรากของสมการ  $2(a + b) = 4$
- ก. 0  
ข. 2  
ค. 4  
ง. 6
25. ถ้า  $6x + 4x = 10x$  แล้ว ข้อใดเป็นรากของสมการ  $6x = 30 - 4x$
- ก. 5  
ข. 4  
ค. 3  
ง. 2
26. สองเท่าของจำนวน ๆ หนึ่งบวกกับ 12 แล้วได้ 36 ข้อใดคือเลขจำนวนนั้น
- ก. 6  
ข. 9  
ค. 12  
ง. 15
27. แดงมีเงินเป็น 5 เท่าของดำ ถ้านับเงินของแดงได้ 150 บาท ถ้าให้  $x$  เป็นเงินของดำแล้ว สมการคือข้อใด
- ก.  $5x = 150$   
ข.  $\frac{x}{5} = 150$   
ค.  $x + 5 = 150$   
ง.  $5x + 150 = 0$

28. เลขคู่สามจำนวนเรียงกัน (เช่น 2, 4, 6) รวมกันได้ 108 ถ้าให้  $x$  เป็นเลขคู่จำนวนแรก สมการคือข้อใด
- ก.  $x + x + x = 108$
- ข.  $2x + 2x + 2x = 108$
- ค.  $x + (x + 1) + (x + 3) = 108$
- ง.  $x + (x + 2) + (x + 4) = 108$
29. หาค่าของผลบวกของเลขจำนวนหนึ่งกับ 8 เป็น 55 ถ้าให้  $x$  เป็นเลขจำนวนหนึ่ง สมการคือข้อใด
- ก.  $5x + 8 = 55$
- ข.  $5(x + 8) = 55$
- ค.  $5 + x + 8 = 55$
- ง.  $\frac{x}{5} + 8 = 55$
30. จากข้อ 29 ข้อใดคือเลขจำนวนนั้น
- ก. 2
- ข. 3
- ค. 4
- ง. 5
31. มาวัดความยาวของห้องใต้ 9 เมตร แต่เชื่อกันว่าความยาวของรอบห้องเป็น 32 เมตร ข้อใดเป็นความกว้างของห้อง
- ก. 9 เมตร
- ข. 8 เมตร
- ค. 7 เมตร
- ง. 6 เมตร



32. สามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่ง มีความยาวของด้านที่เท่ากันเป็น  $y$  ซม. และฐานยาว 10 ซม. ถ้าเส้นรอบรูปของสามเหลี่ยมหน้าจั่วนี้ยาว 22 ซม. ข้อใดคือความยาวของด้านที่เท่ากัน
- ก. 6 ซม.  
ข. 11 ซม.  
ค. 12 ซม.  
ง. 32 ซม.
33. ถ้านำ 9 มาบวกกับจำนวน ๆ หนึ่งแล้ว แจกเท่าของผลบวกนั้นคือ 91 ถ้าให้  $x$  เป็นจำนวน ๆ หนึ่ง สมการคือข้อใด
- ก. 5  
ข. 4  
ค. 3  
ง. 2
34. จากข้อ 33 ข้อใดคือจำนวนนั้น
- ก. 5  
ข. 4  
ค. 3  
ง. 2
35. อีก 15 ปีข้างหน้า ชายคนหนึ่งจะมีอายุเป็นสามเท่าของอายุของบุตรชายของเขา ถ้าให้  $x$  เป็นอายุปัจจุบันของบุตร ข้อใดคืออายุของชายคนนี้อีก 15 ปีข้างหน้า
- ก.  $x + 45$   
ข.  $3x + 15$   
ค.  $3(x + 45)$   
ง.  $3(x + 15)$

36. เมื่อ 10 ปีมาแล้ว แคนมีอายุเป็น  $\frac{3}{5}$  เท่าของอายุของเขาในปัจจุบัน ให้  $x$  เป็นอายุของแคนในปัจจุบัน ข้อใดคือสมการ

ก.  $x - 10 = \frac{3}{5}x$

ข.  $x + 10 = \frac{3}{5}x$

ค.  $10 = \frac{3}{5}x$

ง.  $10x = \frac{3}{5}$

37. จากข้อ 36 ข้อใดเป็นอายุของแคนเมื่อ 10 ปีมาแล้ว

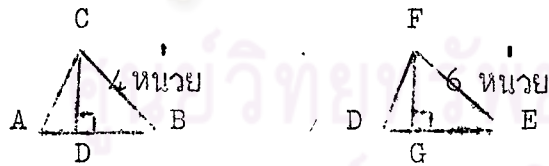
ก.  $10x$

ข.  $\frac{x}{10}$

ค.  $x - 10$

ง.  $x + 10$

38. จงเปรียบเทียบฐานของสามเหลี่ยมสองรูปนี้ต่างกันเท่าใด ถ้าพื้นที่ของสามเหลี่ยมสองรูปนี้ต่างกัน 1 ตารางหน่วย



ก. ไม่ต่างกัน

ข. ต่างกัน 1 หน่วย

ค. ต่างกัน 2 หน่วย

ง. ต่างกัน 3 หน่วย

39. กำหนด  $\frac{a}{b} = \frac{c-a}{c}$  ใช้ขั้นตอนในข้อใดหาค่าของ  $a$  ได้ถูกต้อง
- ก. ใช้ 3 ขั้นตอน คือ ใช้กฎสมบัติการบวก การลบและการคูณตามลำดับ
- ข. ใช้ 3 ขั้นตอน คือ ใช้กฎสมบัติการบวก การลบและการหารตามลำดับ
- ค. ใช้ 3 ขั้นตอน คือ ใช้กฎสมบัติการบวก การคูณและการหารตามลำดับ
- ง. ใช้ 3 ขั้นตอน คือ ใช้กฎสมบัติการคูณ การหารและการลบตามลำดับ

40. จำนวนในข้อใดแทน  $\square$

$$\text{ถ้า } 3 \times 26 = (3 \times \square) + (3 \times 6)$$

- ก. 10
- ข. 16
- ค. 20
- ง. 26

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ง

คู่มือครู

1. แผนการเรียนการสอนเรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของการใช้กลยุทธ์การเรียนรู้ของบลูม
2. คำแนะนำในการสอนเป็นรายคาบ
3. แผนการสอนเรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามแผนการเรียนการสอนของเคลเลอร์
4. คำแนะนำในการสอนเป็นรายคาบ
5. เฉลยแบบฝึกหัด
6. เฉลยแบบสอบ

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## 1. แผนการสอนเรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เวลา 15 คาบ

ของการใช้กฎวิธีการ เรียงของบลูม

ขั้นตอน	คาบที่	เนื้อหา	วิธีสอน	สื่อการสอน
การวินิจฉัย	1	ทบทวน เลขยกกำลัง เส้นจำนวนสำหรับจำนวนเต็ม การบวกจำนวนเต็มบวกบนเส้น จำนวน การบวกจำนวนตรงข้าม ทำแบบฝึกหัดปากเปล่าบน กระดานดำ	บรรยาย	ชอล์ก- กระดานดำ
การสอน การ เรียง	2	ความหมายของสัญลัษณ์ การใช้สัญลัษณ์แทนจำนวน ทำแบบฝึกหัดที่ 1	บรรยาย	สมุดปฏิบัติการ
	3	การหารเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้ กำลังของเศษมากกว่าเลขชี้ กำลังของส่วนและส่วนไม่เท่ากับ ศูนย์ การหาค่าของ $a^0$ เมื่อ $a \neq 0$ ทำแบบฝึกหัดที่ 2 และ 3		สมุดปฏิบัติการ

ขั้นตอน	คาบที่	เนื้อหา	วิธีสอน	สื่อการสอน
	4	ความหมายของพจน์ ความหมายของนิพจน์ ทำแบบฝึกหัดที่ 4 และ 5	บรรยาย	สมุดปฏิบัติการ
	5	ความหมายของสมการ การแก้สมการโดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร ทำแบบฝึกหัดที่ 6 และ 7	บรรยาย	สมุดปฏิบัติการ
	6	การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่า กันสำหรับการบวก การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่า กันสำหรับการลบและการตรวจคำตอบ ทำแบบฝึกหัดที่ 8	บรรยาย	สมุดปฏิบัติการ
	7	การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่า กันสำหรับการคูณ การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่า กันสำหรับการหาร และการตรวจคำตอบ ทำแบบฝึกหัดที่ 9 และ 10	บรรยาย	สมุดปฏิบัติการ
	8	การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่า กันมากกว่า 1 อย่างและการตรวจ คำตอบ ทำแบบฝึกหัดที่ 11	บรรยาย	สมุดปฏิบัติการ

ขั้นตอน	คาบที่	เนื้อหา	วิธีสอน	สื่อการสอน
ส่วนขยาย ของการ เรียนรู้	9-10	ทำแบบสอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ ที่ 1 ก ของการใช้กลวิธีการเรียนรู้ ของบลูม การเรียนรู้ซ่อมเสริมเป็นรายบุคคล โดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมสำหรับ ผู้ที่ไม่ผ่านเกณฑ์มากกว่า 80 % แล้ว ให้ทำแบบสอบ ประจำหน่วยการ เรียนรู้ที่ 1 ข การเรียนรู้ส่งเสริมจากเรื่องกฎการ แทนค่าถึงการแกสมการแบบต่าง ๆ และทำแบบฝึกหัดเสริมทักษะที่ 1 ถึง 3 สำหรับผู้ที่ไม่ผ่านเกณฑ์เกินกว่า 80%	การศึกษา ด้วยตนเอง เป็นราย บุคคลหรือ การอภิ ปรายเป็น กลุ่มหรือ บรรยาย	สมุดปฏิบัติการ
การสอน การเรียนรู้	11-13	การแก้โจทย์สมการ และการตรวจ คำตอบ ทำแบบฝึกหัดที่ 12 และ 13	บรรยาย	สมุดปฏิบัติการ
ส่วนขยาย ของการ เรียนรู้	14	ทำแบบสอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ ที่ 2 ก ของการใช้กลวิธีการเรียนรู้ ของบลูม	ศึกษาค้น ตนเองเป็น รายบุคคล	สมุดปฏิบัติการ

ขั้นตอน	คาบที่	เนื้อหา	วิธีสอน	สื่อการสอน
		<p>การ เรียนชอม เสริม เป็นรายบุคคลโดย ใช้บทเรียนแบบโปรแกรมสำหรับผู้ที่ไม่ ผ่านเกณฑ์มากกว่า 80% แล้วให้ทำ แบบสอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ข การ ทบทวนความรู้ เรียนมาทั้งหมด สำหรับผู้ผ่าน เกณฑ์มากกว่า 80 % โดยให้ทำบทเรียนแบบโปรแกรมทั้งหมด</p>	<p>หรืออภิ ปราย เป็น กลุ่ม หรือ บรรยาย</p>	
<p>การ ประ เมินผล</p>	<p>15</p>	<p>ทำแบบสอบ วัดสัมฤทธิ์ผลในการ เรียน เรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 คำน พิสัย</p>	<p>อธิบาย คำสั่งและ วิธีทำข้อ ทดสอบ</p>	<p>ข้อทดสอบวัด สัมฤทธิ์ผลใน การ เรียน เรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 1 คำน พิสัย</p>
		<p><u>หมายเหตุ</u> เวลาในการ เรียนชอมเสริม และการ เรียนสั่งเสริมสามารถ ยึดหยุ่น ได้ตามสภาพเป็นจริง</p>		



## 2. คำแนะนำในการสอนเป็นรายคาบ

คาบที่ 1

พบทวน

เลขยกกำลัง

เส้นจำนวนสำหรับจำนวนเต็ม

การบวกจำนวนเต็มบวกบนเส้นจำนวน

การบวกจำนวนตรงข้าม

1) จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกนิยามของเลขยกกำลังได้อย่างถูกต้อง
2. บอกได้ว่าเส้นจำนวนสำหรับจำนวนเต็มประกอบด้วย จำนวนเต็มบวก

จำนวนลบ และศูนย์

3. บวกจำนวนเต็มบวกบนเส้นจำนวนได้ถูกต้อง
4. บวกจำนวนตรงข้ามได้ถูกต้อง
5. ทำโจทย์แบบฝึกหัดปากเปล่าได้ถูกต้อง 85 %

2) เนื้อหา

$$\text{เลขยกกำลัง : } 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$$

$$8 \times 8 \times 8 = 8^3$$

$$a \times a \times a = a^3$$

เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนใด ๆ

$$a \times a \times a \times \dots \times a = a^{10}$$

เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนใด ๆ

10 ตัว

$$a \times a \times a \times \dots \times a = a^n$$

เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนใด ๆ

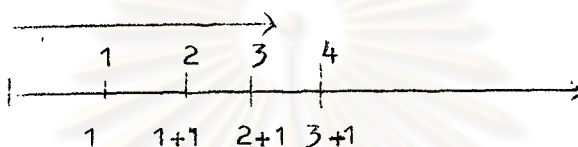
n ตัว

นิยาม ถ้า  $a$  เป็นจำนวนใด ๆ และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก เลขยกกำลัง  $a^n$  มีความหมายดังนี้

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}$$

$a$  เรียกว่าฐาน ;  $n$  เรียกว่าเลขชี้กำลัง

เส้นจำนวนสำหรับจำนวนเต็ม

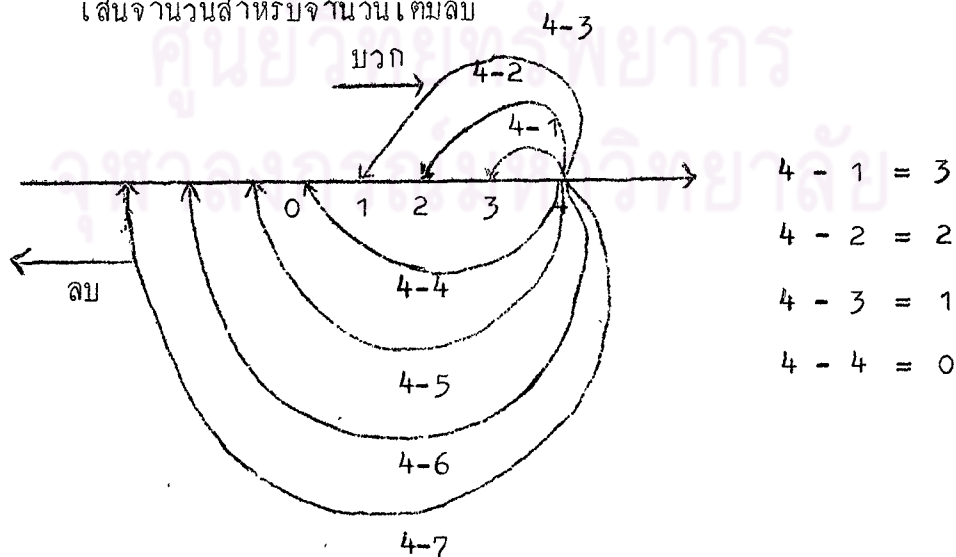


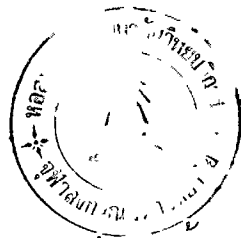
ถ้าสมมุติจุด ๆ หนึ่งบนเส้นตรงเป็นศูนย์ ให้ 1 อยู่จุดอีกจุดหนึ่งทางขวาของ 0 ห่างจาก 0 พอประมาณ เรียกระยะห่าง 1 อยู่ห่างจาก 0 ว่า 1 หน่วย

ดังนั้น 2 เกิดจาก 1 กับอีก 1 จึงต้องอยู่ห่างจาก 1 ไปทางขวา ระยะ 1 หน่วย

3 เกิดจาก 2 กับอีก 1 จึงอยู่ห่างจาก 2 ไปทางขวาเป็นระยะ 1 หน่วย ดังนั้นเรื่อยไป แผนภาพเช่นนี้ เรียกว่า เส้นจำนวนสำหรับจำนวนเต็มบวก และ 0

เส้นจำนวนสำหรับจำนวนเต็มลบ





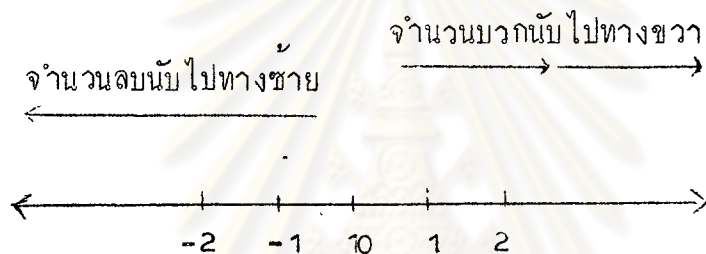
4-5 เป็นจำนวนที่อยู่ห่างจาก 0 ไปทางซ้าย 1 หน่วย แทนด้วย -1

4-6 เป็นจำนวนที่อยู่ห่างจาก 0 ไปทางซ้าย 2 หน่วย แทนด้วย -2

4-7 เป็นจำนวนที่อยู่ห่างจาก 0 ไปทางซ้าย 3 หน่วย แทนด้วย -3

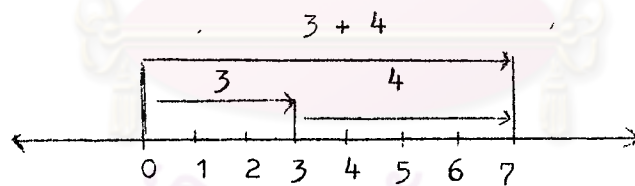
เป็นเช่นนี้เรื่อย ๆ ไปไม่จบสิ้น

ดังนั้นจึงเรียกเส้นจำนวนสำหรับจำนวนเต็มบวก และศูนย์ รวมทั้งเส้นจำนวนสำหรับจำนวนเต็มลบว่า เส้นจำนวนสำหรับจำนวนเต็ม



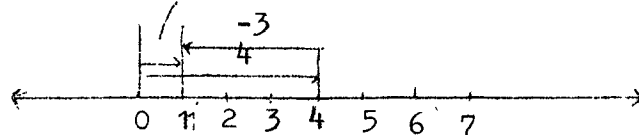
การบวกจำนวนเต็มบนเส้นจำนวน

หา  $3 + 4$  บนเส้นจำนวน



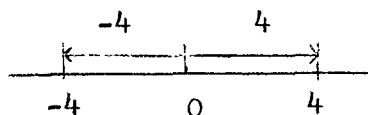
จากรูป  $3 + 4 = 7$

หา  $4 + (-3)$



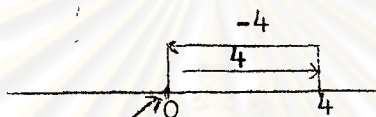
จากรูป  $4 + (-3) = 1$

การบวกจำนวนตรงข้าม



ลูกศรที่ชี้แทน 4 และ -4 มีทิศตรงข้ามกันและมีความยาวเท่ากันจึงเรียก 4 และ -4 ว่าจำนวนตรงข้าม

หา  $4 + (-4)$



$4 + (-4)$

ดังนั้นจำนวนตรงข้าม 2 จำนวนบวกกันจะได้ศูนย์ เช่น

$$4 + (-4) = 4 - 4 = 0$$

$$(-4) + 4 = 0$$

$$3 - 3 = 0$$

$$-3 + 3 = 0$$

$$a - a = 0$$

$$-a + a = 0$$

จงหาค่าของ

1)  $5 \times 5 \times 5$

2)  $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{10 \text{ ตัว}}$$

3)  $a \times a \times a \times a$

4)  $b \times b \times b \times \dots \times b$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{m \text{ ตัว}}$$

- 5)  $x - x$
- 6)  $-x + x$
- 7)  $y - y$
- 8)  $-y + y$
- 9)  $c - c$
- 10)  $-c + c$

### 3. วิธีสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

#### ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับลักษณะการเขียน และข้อที่นักเรียนควรปฏิบัติในการเขียน

2. ครูบอกจุดประสงค์ในการเรียนครั้งนี้

#### ขั้นดำเนินการสอน

ครูยกตัวอย่างตามเนื้อหา อธิบายและเสนอแนะให้นักเรียนสรุปหลักเกณฑ์สำคัญ ๆ โดยให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน

#### ขั้นสรุป

ให้นักเรียน

1. สรุปนิยามของเลขยกกำลัง
2. สรุปการบวกจำนวนตรงข้าม
3. ทำแบบฝึกหัดปากเปล่า

## คาบที่ 2

### ความหมายของสัญลักษณ์ และการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน

#### 1. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อกำหนดสัญลักษณ์ต่าง ๆ มาให้ นักเรียนสามารถบอกความหมายของสัญลักษณ์ และสามารถ ใช้สัญลักษณ์แทนจำนวนได้ถูกต้อง

#### 2. เนื้อหา

**สัญลักษณ์** เป็นเครื่องหมาย หรือคำย่อ คำ ตัวเลข ตัวอักษร วัตถุ หรือเครื่องหมายอื่น ๆ ที่ใช้แทน บุคคล สถานที่ สิ่งของ คำพูด หรือแม้ แต่ความคิด ที่เป็นนามธรรม

ประเภทเครื่องหมายได้แก่

+	แทนคำว่า	" บวก "
=	แทนคำว่า	" เท่ากับ "
>	แทนคำว่า	" มากกว่า "
☐	แทนคำว่า	" สีเหลี่ยมผืนผ้า "
⊘	แทนคำว่า	" ห้ามจอด " และอื่น ๆ

ประเภทคำย่อได้แก่

ก.ท.ม. แทนสถานที่ คือ กรุงเทพมหานคร  
 ร. 9 แทนบุคคล คือ รัชกาลที่ 9 และอื่น ๆ

ประเภทคำ ที่ใช้แทนความคิดที่เป็นนามธรรม เช่น

ในนิทานลาเป็นสัญลักษณ์ของความโง่

สุนัขจิ้งจอก เป็นสัญลักษณ์แทนความฉลาดแกมโกง

ประเภทวัตถุและเครื่องหมายอื่น ๆ ที่ใช้แทนความคิดที่เป็นนามธรรม ได้แก่

อนุสาวรีย์ชัยสมรภูมิ เป็นสัญลักษณ์แทนผู้กล้าหาญที่สละชีพในสมรภูมิสงครามโลกครั้งที่สอง

ตราพระเกี้ยว เป็นสัญลักษณ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย  
ประเภทตัวเลข และตัวอักษร ที่ใช้แทนจำนวน ได้แก่

1, 2, 3, ... หรือ  $x, y, z,$        $a, b, c$  หรือ  $p, q, r$   
เป็นต้น

การใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน

ในวิชาคณิตศาสตร์ สามารถใช้ตัวเลข 0, 1, 2, ... เป็นสัญลักษณ์แทนจำนวนสิ่งของได้ เช่น 2 ไข่แทน แมว 2 ตัว ตัว คินสอน 2 แห่ง หรือนก 2 ตัว

ในทำนองเดียวกัน สามารถใช้ตัวอักษร  $x, y, z$  ฯลฯ แทนจำนวนที่ยังไม่ทราบแน่นอนได้ เช่น

$x$  แทนจำนวน ๆ หนึ่ง

ดังนั้น  $x + 12 = 15$  แทนจำนวน ๆ หนึ่งรวมกับ 12 ได้ 15

ถ้า  $a, b$  เป็นสัญลักษณ์แทนจำนวนสองจำนวนใด ๆ แล้ว

$a + b$  แทนผลบวกของสองจำนวนนั้น

$a - b$  แทนผลต่างของสองจำนวนนั้น

$\frac{a}{b}$  แทนผลหารของสองจำนวนนั้น

$ab$  (หรือ  $a \times b$ ) แทนผลคูณของสองจำนวนนั้น

$\frac{1}{2}(a + b)$  แทนครึ่งหนึ่งของผลบวกของสองจำนวนนั้น

$\frac{3}{4}(a - b)$  แทนสามส่วนสี่เท่าของผลต่างของสองจำนวนนั้น

หรือ ให้  $x = 4$  แสดงว่า  $x$  มีค่า 4

$x = 10$  แสดงว่า  $x$  มีค่า 10

จะเห็นได้ว่า สามารถใช้ตัวอักษรแทนจำนวนใด ๆ ได้

### 3. วิธีสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

แนะนำให้สาธิตเขียน

1. ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับจุดประสงค์การเรียนรู้คาบนี้
2. ครูทบทวนมโนทัศน์ที่นักเรียนส่วนมากยังบกพร่องอยู่ในคาบที่แล้ว

#### ขั้นดำเนินการสอน

1. ครูยกตัวอย่างสัญลักษณ์ประเภทต่าง ๆ แล้วให้นักเรียนแยกประเภทของสัญลักษณ์นั้น ๆ
2. ครูถามนักเรียนเกี่ยวกับความหมายของสัญลักษณ์นั้น ๆ
3. ครูร่วมกับนักเรียน สรุปความหมายของสัญลักษณ์โดยให้ครูเป็นผู้ชี้แนะ และนำการสรุป
4. ครูอธิบาย ยกตัวอย่าง และชี้แนะให้นักเรียนเห็นว่าจะใช้สัญลักษณ์แทนจำนวนใดอย่างไร

#### ขั้นสรุป

ให้นักเรียน

1. สรุปความหมายของสัญลักษณ์
2. ยกตัวอย่างการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน
3. ทำแบบฝึกหัดที่ 1

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



### คาบที่ 3

การหารเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังของเศษมากกว่าเลขชี้กำลังของส่วน  
การหาค่าของ  $a^0$  เมื่อ  $a \neq 0$

#### 1) จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1.1 เมื่อกำหนดโจทย์การหารเลขยกกำลัง ซึ่งเลขชี้กำลังของเศษมากกว่าของส่วน นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ และสรุปหลักการหารเลขยกกำลัง ซึ่งเลขชี้กำลังของเศษมากกว่าของส่วนได้ถูกต้อง

1.2 เมื่อกำหนดโจทย์การหารเลขยกกำลัง ซึ่งเลขชี้กำลังของเศษเท่ากับของส่วน นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ และหาค่าของ  $a^0$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนใด ๆ ยกเว้นศูนย์ได้ถูกต้อง

#### 2) เนื้อหา

การหารเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังของเศษมากกว่าเลขชี้กำลังของส่วนและส่วนไม่เท่ากับศูนย์

$$\frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2}$$

$$= 2 \times 2$$

$$= 2^2$$

$$= 2^{5-3}$$

$$\frac{5^4}{5^3} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5}$$

$$= 5^1 = 5$$

$$= 5^{4-3}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{8^7}{8^2} &= \frac{8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8}{8 \times 8} \\
 &= 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 \\
 &= 8^5 \\
 &= 8^{7-2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{2^m}{2^n} &= \frac{\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_m}{\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_{n \text{ ตัว}}} \quad \text{เมื่อ } m > n \\
 &= 2^{m-n}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{a^5}{a^3} &= \frac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a} \\
 &= a \times a \\
 &= a^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{a^m}{a^n} &= \frac{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{m \text{ ตัว}}}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}} \quad \text{เมื่อ } m > n \\
 &= a^{m-n} \quad \text{และ } a \text{ เป็นจำนวนใด ๆ}
 \end{aligned}$$

จะเห็นได้ว่า การหารเลขยกกำลังซึ่งเป็นเลขฐานเดียวกัน และเลขชี้กำลังของ  
ของเศษ มากกว่าเลขชี้กำลังของส่วน และส่วนไม่เท่ากับศูนย์ ผลลัพธ์จะได้เลขฐานนั้น ๆ  
โดยมีเลขชี้กำลังของผลลัพธ์ เกิดจากเลขชี้กำลังของเศษลบด้วยเลขชี้กำลังของส่วน

การหาค่าของ  $a^0$  เมื่อ  $a \neq 0$

$$\frac{2^4}{2^4} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2}$$

$$= 1$$

แต่  $\frac{2^4}{2^4} = 2^{4-4} = 2^0$

$\therefore 2^0 = 1$

$$\frac{5^3}{5^3} = \frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5}$$

$$= 1$$

แต่  $\frac{5^3}{5^3} = 5^{3-3} = 5^0$

$\therefore 5^0 = 1$

$$\frac{8^2}{8^2} = \frac{8 \times 8}{8 \times 8}$$

$$= 1$$

แต่  $\frac{8^2}{8^2} = 8^{2-2} = 8^0$

$\therefore 8^0 = 1$

$$\text{และ } \frac{a^5}{a^5} = \frac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a \times a \times a}$$

$$= 1$$

$$\text{แต่ } \frac{a^5}{a^5} = a^{5-5} = a^0 \quad \text{เมื่อ } a \neq 0$$

$$\therefore a^0 = 1$$

$$\frac{a^m}{a^m} = \frac{\overbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}^m}{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_m} \quad \text{เมื่อ } a \neq 0$$

$$= 1$$

$$\text{แต่ } \frac{a^m}{a^m} = a^{m-n}$$

$$= a^0$$

$$\therefore a^0 = 1 \quad \text{เมื่อ } a \neq 0$$

จะเห็นว่า การหารเลขยกกำลังซึ่งเป็นเลขฐานเดียวกัน และเลขชี้กำลังของเศษเท่ากับเลขชี้กำลังของส่วน และส่วนไม่เท่ากับศูนย์นั้น ผลลัพธ์จะได้เลขฐานนั้นมีเลขชี้กำลังเป็นศูนย์เสมอ และมีค่าเท่ากับหนึ่งเสมอ

### 3. วิธีสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

#### ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูเฉลยแบบฝึกหัดและอธิบายจุดที่นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจในคาบที่แล้วในส่วนที่เป็นพื้นฐานในการเรียนคาบนี้
2. ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับจุดประสงค์ในการเรียนคาบนี้
3. ทบทวนมโนทัศน์เกี่ยวกับ "ฐาน" และ "เลขชี้กำลัง" ของเลขยกกำลัง

#### ขั้นดำเนินการสอน

ครูยกตัวอย่างตามเนื้อหา อธิบายและเสนอแนะให้นักเรียนหาผลลัพธ์ และขอสรุปจากตัวอย่าง

ขั้นสรุป

ให้นักเรียน

1. สรุปการหารเลขยกกำลัง เมื่อเลขชี้กำลังของเศษมากกว่าเลขชี้กำลังของส่วน และส่วนไม่เท่ากับศูนย์
2. สรุปค่าของ  $a^0$  เมื่อ  $a \neq 0$
3. ทำแบบฝึกหัดที่ 2 และ 3

คามที่ 4ความหมายของพจน์ และนิพจน์1. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

- 1.1 เมื่อกำหนดพจน์มาให้ นักเรียนสามารถบอกนิยามของพจน์ได้ถูกต้อง
- 1.2 เมื่อกำหนดนิพจน์มาให้ นักเรียนสามารถบอกนิยามของนิพจน์ได้ถูกต้อง

2. เนื้อหาพจน์

ประเภทตัวแปรยกกำลังศูนย์ เช่น  $3x^0$  หรือ 3 ; 12 , 5 เป็นต้น

ประเภทตัวแปรเดียว เช่น  $2x$ ,  $4x^2$ ,  $10a$ ,  $3b^{10}$  เป็นต้น

ประเภทตัวแปรตั้งแต่ 1 ตัวขึ้นไป เช่น  $2xy$ ,  $3x^2y$ ,  $5xy^5$ ,  $3abc$

$xyz$ ,  $\frac{1}{2}pqr$ ,  $a^2bc^3$  เป็นต้น

จะเห็นได้ว่าจำนวนดังกล่าวข้างบนอยู่ในรูปผลคูณของตัวคงที่ใด ๆ กับตัวแปร ซึ่งตัวแปรมีตั้งแต่ 1 ตัวขึ้นไป และเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นศูนย์ หรือจำนวนเต็มบวก จำนวนดังกล่าวในขั้นนี้เรียกว่าพจน์

ดังนั้น พจน์ คือจำนวนที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปผลคูณของตัวคงที่ใด ๆ กับตัวแปร ตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไป โดยเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นศูนย์หรือจำนวนเต็มบวก

### นิพจน์

ประเภทที่ประกอบด้วยพจน์ 2 พจน์ เช่น  $3 + 12$ ,  $2x - 3y$ ,  
 $abc + 5$ ,  $\frac{1}{2}pq + ab$ ,  $x^2 + y$ ,  $3x^2y - 5xy^5$  เป็นต้น

ประเภทที่ประกอบด้วยพจน์ตั้งแต่ 3 พจน์ขึ้นไป เช่น  $2x + 3 + y$ ,  
 $p - r + xxy$ ,  $3x^2 + 4y^5 - z$ ,  $a - b + c - z$ ,  $\frac{1}{2}ac - 3b - ca + x - y$  ฯลฯ

จะเห็นได้ว่าจำนวนดังกล่าวเป็นผลบวกหรือผลต่างของพจน์ตั้งแต่ 2 พจน์ขึ้นไป  
 ซึ่งเรียกว่านิพจน์

ดังนั้นนิพจน์ คือ พจน์ตั้งแต่ 2 พจน์ขึ้นไป บวก หรือ ลบกัน

### 3. วิธีสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

#### ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูเฉลยแบบฝึกหัดและอธิบายจุดที่นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจ  
 ของบทเรียนคาบที่แล้ว ในส่วนที่เป็นพื้นฐานในการเรียนคาบนี้
2. ครูสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับจุดประสงค์ในการเรียนคาบนี้
3. ครูพบทานค่าของ  $a^0$  เมื่อ  $a \neq 0$

#### ขั้นดำเนินการสอน

ครูยกตัวอย่างตามเนื้อหา แล้วพยายามแยกแยะส่วนประกอบ  
 ต่าง ๆ ของพจน์ และนิพจน์ เพื่อให้ให้นักเรียนหาความหมายของพจน์และนิพจน์

#### ขั้นสรุป

ให้นักเรียน

1. สรุปความหมายของพจน์
2. สรุปความหมายของนิพจน์
3. ทำแบบฝึกหัดที่ 4 และ 5

คาบที่ 5

ความหมายของสมการ และการแก้สมการ โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปรในสมการ

1) จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1.1 เมื่อกำหนดพจน์ หรือนิพจน์ที่อยู่สองข้างของเครื่องหมายเท่ากับมาให้ นักเรียนสามารถบอกความหมายของสมการได้ถูกต้อง

1.2 เมื่อกำหนดสมการขึ้นเดียวหนึ่งตัวแปรมาให้ นักเรียนสามารถแก้สมการ หรือหาคำตอบของสมการ หรือหารากของสมการ โดยการลองแทนค่าตัวแปรในสมการได้ถูกต้อง

2) เนื้อหา

ความหมายของสมการ

$$3 + 2 = 5$$

$$10 = 5 + 2 + 3$$

$$x + 10 = 13$$

$$10 = x + 5$$

$$y - 5 = 3$$

$$13 = a - 5$$

$$3a = 3$$

$$10 = 2a$$

$$\frac{b}{3} = 5$$

$$10 = \frac{c}{2}$$

จากตัวอย่างข้างบนจะเห็นได้ว่า จำนวนที่อยู่สองข้างของเครื่องหมายเท่ากับ นั้นเป็นพจน์ และนิพจน์ ซึ่งเรียกวาสมาการ

ดังนั้น สมการ คือ การเท่ากันของพจน์ หรือนิพจน์  
 การแก้สมการ โดยวิธีสองแทนค่าตัวแปรในสมการ  
 จะหาจำนวน ๆ หนึ่งเติมลงใน  $\square$  เพื่อหาสมการเป็นจริงแล้วจึง  
 พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

$$\square + 5 = 12$$

ได้  $7 + 5 = 12$

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ 7 เพราะแทน 7 ลงใน  $\square$  จะทำให้สมการ  
 เป็นจริง

ต่อไปนี้จะแทน  $\square$  ด้วย  $x$  จะได้

$$x + 5 = 12$$

ถ้าแทน  $x$  ด้วย 7 จะได้สมการที่เป็นจริงคือ  $7 + 5 = 12$  เรียก 7 ว่าเป็นคำตอบของสมการหรือรากของสมการ  $x + 5 = 12$

$$a - 7 = 10$$

จะได้  $17 - 7 = 10$

ดังนั้น  $a = 17$  เป็นคำตอบของสมการ  $a - 7 = 10$

$$\frac{c}{3} = 10$$

$\therefore c = 30$  เพราะว่าแทน  $c$  ด้วย 30 จะได้

$$\frac{30}{3} = 10 \text{ เป็นจริง}$$

ดังนั้น  $c = 30$  เป็นคำตอบหรือรากของสมการ  $\frac{c}{3} = 10$

$$2y = 12$$

$\therefore y = 6$  เพราะว่าแทน  $y$  ด้วย 6 จะได้

$$2 \times 6 = 12 \text{ เป็นจริง}$$



ดังนั้น  $y = 6$  เป็นรากของสมการ  $2y = 12$

เรียก  $x$  หรือ  $a, y, c$  ฯลฯ ที่อยู่<sup>๑</sup>ในสมการว่าตัวแปร และเรียกจำนวนใด ๆ ที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริงว่าคำตอบของสมการ หรือรากของสมการ และเรียกวิธีการหาคำตอบหรือรากของสมการว่าการแก้สมการ

### 3. วิธีสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

#### ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูเฉลยแบบฝึกหัดและพบทบทวนมโนทัศน์ที่นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจในบทเรียนคาบที่แล้ว ในส่วนที่เป็นพื้นฐานในการเรียนคาบนี้
2. ครูสนทนาเกี่ยวกับจุดประสงค์ในการเรียนคาบนี้

#### ขั้นดำเนินการสอน

ครูยกตัวอย่างตามเนื้อหา และแยกแยะรายละเอียดต่าง ๆ ของสมการแล้วพยายามชี้แนะ เพื่อที่จะให้นักเรียนสรุปความหมายของสมการ และหลักการแก้สมการโดยการแทนค่าตัวแปรในสมการ

#### ขั้นสรุป

ให้นักเรียน

1. สรุปความหมายของสมการ
2. สรุปหลักการแก้สมการโดยวิธี<sup>๑</sup>ดองแทนค่าตัวแปรในสมการ
3. ทำแบบฝึกหัดที่ 6 และ 7

คาบที่ 6

การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวกและการลบ

1) จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อกำหนดสมการชั้นเดียวหนึ่งตัวแปรมาให้

1.1 นักเรียนสามารถแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวกและตรวจคำตอบได้ถูกต้อง

1.2 นักเรียนสามารถแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการลบและตรวจคำตอบได้ถูกต้อง

2) เนื้อหา

การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก

$$3 = 1 + 2 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$3 + \boxed{5} = (1 + 2) + \boxed{5} \quad \text{เป็นจริง}$$

$$10 = 5 + 5$$

$$10 + \boxed{3} = (5 + 5) + \boxed{3}$$

$$5 = 3 + 2$$

$$5 + \boxed{a} = (3 + 2) + \boxed{a} \quad \text{เมื่อ } a \text{ เป็นจำนวนใด ๆ}$$

$$\text{ให้ } x = y$$

$$x + \boxed{z} = y + \boxed{z} \quad \text{เมื่อ } x, y, z \text{ เป็นจำนวนใด ๆ}$$

จะเห็นได้ว่า ถ้ามีจำนวนเท่ากัน แลวนำจำนวนที่เท่ากันมา บวกเข้าทั้งสองข้าง

ผลลัพธ์คงเท่ากันอยู่ ซึ่งจะเรียกว่าคุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก

$$\boxed{\phantom{00}} - 3 = 5$$

$$\boxed{\phantom{00}} - 3 + 3 = 5 + 3$$

$$\therefore \boxed{\phantom{00}} = 8$$

ถ้าแทนค่า  $[ ]$  ด้วย  $x$  ในสมการจะได้

$$x - 3 = 5$$

$$x - 3 + 3 = 5 + 3$$

$$\therefore x = 8$$

จะเห็นได้ว่า ไขควงสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวกแก่สมการ  $x - 3 = 5$  และรากของสมการคือ  $x = 8$

ตัวอย่าง จงแก้สมการ  $x - 6 = 27$  และตรวจคำตอบ

วิธีทำ  $x - 6 = 27$

$$x - 6 + 6 = 27 + 6$$

$$\therefore x = 33$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า  $x = 33$  ในสมการ  $x - 6 = 27$  จะได้

$$33 - 6 = 27$$

$$27 = 27$$

$$\therefore x = 33 \text{ เป็นรากของสมการ } x - 6 = 27 \text{ ตอบ}$$

การแก้สมการโดยไขควงสมบัติการเท่ากันสำหรับการลบ

$$8 = 5 + 3 \text{ เป็นจริง}$$

$$8 - [2] = (5 + 3) - [2] \text{ เป็นจริง}$$

$$6 = 3 + 3$$

$$6 - \triangle 4 = (3 + 3) - \triangle 4$$

$$4 = 1 + 3$$

$$4 - [x] = (1 + 3) - [x] \text{ เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนใด ๆ}$$

ให้  $a = b$

$$a - [c] = b - [c] \text{ เมื่อ } a, b, c \text{ เป็นจำนวนใด ๆ}$$

จะเห็นว่า ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากันแล้วนำจำนวนที่เท่ากันมาลบทั้งสองข้าง ผลลัพธ์คงเท่ากันอยู่ ซึ่งจะเรียกว่าคุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการลบ

$$x + 5 = 8$$

$$x + 5 - 5 = 8 - 5$$

$$\therefore x = 3$$

ถ้าแทนค่า  $x$  ด้วย  $y$  ในสมการจะได้

$$y + 5 = 8$$

$$y + 5 - 5 = 8 - 5$$

$$\therefore y = 3$$

จะเห็นว่าใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการลบแก้สมการ  $y + 5 = 8$  และรากของสมการคือ  $y = 3$

ตัวอย่าง จงแก้สมการ  $y + 4 = 10$  และตรวจคำตอบ

วิธีทำ  $y + 4 = 10$

$$y + 4 - 4 = 10 - 4$$

$$\therefore y = 6$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า  $y = 6$  ในสมการ  $y + 4 = 10$  จะได้

$$6 + 4 = 10$$

$$10 = 10$$

$\therefore y = 6$  เป็นรากของสมการ  $y + 4 = 10$  ตอบ

### 3. วิธีสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

#### ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูเฉลยแบบฝึกหัดและทบทวนวโนทัศน์ที่นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจในบทเรียนคาบที่แล้ว

2. ครอบงำจุดประสงค์ในการเรียนคานนี้
3. ครอบงำเรื่องราวการบวกจำนวนตรงข้าม

#### ขั้นคำเนิการสอน

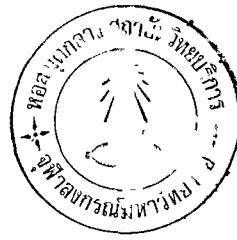
1. ครูยกตัวอย่างตามลำดับชั้นในเนื้อหา อธิบายและเสนอแนะแนวทางให้นักเรียนสรุปคุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวกและการลบ
2. ครูอธิบายให้นักเรียนเห็นจริงว่าจะนำคุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวกและการลบไปใช้ได้อย่างไร

#### ขั้นสรุป

ให้นักเรียน

1. สรุปคุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวกและการลบ
2. สรุปการนำคุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวกและการลบไปแก้สมการ
3. ทำแบบฝึกหัดที่ 8

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



คาบที่ 7

การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณและการหาร

1) จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อกำหนดสมการชั้นเดียวหนึ่งตัวแปรมาให้

1.1 นักเรียนสามารถแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณและตรวจคำตอบได้ถูกต้อง

1.2 นักเรียนสามารถแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการหารและตรวจคำตอบได้ถูกต้อง

2) เนื้อหา

การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ

$$3 = 1 + 2 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$3 \times |5| = (1 + 2) \times |5| \quad \text{เป็นจริง}$$

$$12 = 8 + 4$$

$$12 \times |4| = (8 + 4) \times |4|$$

$$5 = 4 + 1$$

$$5 \times |a| = (4 + 1) \times |a| \quad \text{เมื่อ } a \text{ เป็นจำนวนใด ๆ}$$

$$\text{ให้ } a = b$$

$$a \times |c| = b \times |c| \quad \text{เมื่อ } a, b, c \text{ เป็นจำนวนใด ๆ}$$

จะเห็นได้ว่า ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน แล้วนำจำนวนที่เท่ากันมาคูณเข้าทั้งสองข้าง ผลลัพธ์คงเท่ากันอยู่ ซึ่งจะเรียกว่าคุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ

$$\frac{\square}{3} = 5$$

$$\frac{\square}{3} \times 3 = 5 \times 3$$

$$\therefore \square = 15$$

ถ้าแทนค่า  $\frac{x}{3}$  ด้วย  $x$  ในสมการจะได้

$$\frac{x}{3} = 5$$

$$\frac{x}{3} \times 3 = 5 \times 3$$

$$\therefore x = 15$$

จะเห็นได้ว่า ใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณแกลสมการ  $\frac{x}{3} = 5$   
และรากของสมการคือ  $x = 15$

ตัวอย่าง จงแก้สมการ  $\frac{a}{3} = 6$  และตรวจคำตอบ

วิธีทำ  $\frac{a}{5} = 6$

$$\frac{a}{5} \times 5 = 6 \times 5$$

$$\therefore a = 30$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า  $a = 30$  ใน  $\frac{a}{5} = 6$  จะได้

$$\frac{30}{5} = 6$$

$$6 = 6$$

$$\therefore a = 30 \text{ เป็นรากของสมการ } \frac{a}{5} = 6 \quad \underline{\text{ตอบ}}$$

การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการหาร

$$8 = 5 + 3 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$\frac{8}{2} = \frac{(5 + 3)}{2} \quad \text{เป็นจริง}$$

$$10 = 9 + 1$$

$$\frac{10}{5} = \frac{(9 + 1)}{5}$$

$$7 = 5 + 2$$

$$\frac{7}{|a|} = \frac{(5 + 2)}{|a|} \text{ เมื่อ } a \text{ เป็นจำนวนใด ๆ และ } a \neq 0$$

$$\text{ให้ } a = b$$

$$\frac{a}{|c|} = \frac{b}{|c|} \text{ เมื่อ } a, b, c \text{ เป็นจำนวนใด ๆ และ } c \neq 0$$

จะเห็นได้ว่า ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน แล้วนำจำนวนที่เท่ากันมาหารทั้งสองข้าง ผลลัพธ์คงเท่ากันอยู่ ซึ่งจะเรียกว่าคุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการหาร

$$3 \times \square = 9$$

$$\frac{3 \times \square}{|3|} = \frac{9}{|3|}$$

$$\therefore \square = 3$$

ถ้าแทนค่า  $\square$  ด้วย  $x$  ในสมการจะได้

$$3 \times x = 9$$

$$\frac{3 \times x}{|3|} = \frac{9}{|3|}$$

$$\therefore x = 3$$

จะเห็นได้ว่า ใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณแก้สมการ  $3 \times x = 9$

และรากของสมการคือ  $x = 3$

ตัวอย่าง จงแก้สมการ  $3x = 6$  และตรวจคำตอบ

$$\text{วิธีทำ } 3x = 6$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

$$\therefore x = 2$$



ตรวจคำตอบ แทนค่า  $x = 2$  ในสมการ  $3x = 6$  จะได้

$$3 \times 2 = 6$$

$$6 = 6$$

∴  $x = 2$  เป็นรากของสมการ  $3x = 6$

ตอบ

### 3. การสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

#### ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูเฉลยแบบฝึกหัดและทบทวนมโนทัศน์ที่นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจในคาบที่แล้ว
2. ครูบอกจุดประสงค์ในการเรียนคาบนี้

#### ขั้นสอน

1. ครูยกตัวอย่างตามลำดับชั้นในเนื้อหา พร้อมทั้ง อธิบายและเสนอแนะแนวทางให้นักเรียนสรุปคุณสมบัติการ เทากันสำหรับการคูณและการหาร
2. ครูอธิบายให้นักเรียนเห็นจริงว่าจะนำคุณสมบัติการ เทากันสำหรับการคูณและการหารมาใช้แก้สมการ ได้อย่างไร

#### ขั้นสรุป

ให้นักเรียน

1. สรุปคุณสมบัติการ เทากันสำหรับการคูณและการหาร
2. สรุปการนำคุณสมบัติการ เทากันสำหรับการคูณและการหารไปแก้สมการ
3. ทำแบบฝึกหัด 9 และ 10

คาบที่ 8

การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันมากกว่า 1 อย่าง

1) จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อกำหนดสมการชั้นเดียวหนึ่งตัวแปรที่ยากขึ้นมาให้ นักเรียนสามารถแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันมากกว่า 1 อย่าง และตรวจคำตอบได้ถูกต้อง

2) เนื้อหา

ตัวอย่าง      จงแก้สมการ  $\frac{a}{2} + 8 = 18$  และตรวจคำตอบ

วิธีทำ       $\frac{a}{2} + 8 = 18$

$$\frac{a}{2} + 8 - 8 = 18 - 8$$

$$\frac{a}{2} = 10$$

$$\frac{a}{2} \times 2 = 10 \times 2$$

$$\therefore a = 20$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า  $a = 20$  ใน  $\frac{a}{2} + 8 = 18$

$$\frac{20}{2} + 8 = 18$$

$$10 + 8 = 18$$

$$18 = 18$$

$\therefore a = 20$  เป็นรากของสมการ  $\frac{a}{2} + 8 = 18$

ตอบ

ตัวอย่าง จงแก้สมการ  $\frac{x}{6} - 1 = 13$  และตรวจคำตอบ

วิธีทำ  $\frac{x}{6} - 1 = 13$

$$\frac{x}{6} - 1 + 1 = 13 + 1$$

$$\frac{x}{6} = 14$$

$$\frac{x}{6} \times 6 = 14 \times 6$$

$$\therefore x = 84$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า  $x = 84$  ใน  $\frac{x}{6} - 1 = 13$

$$\left(\frac{84}{6}\right) - 1 = 13$$

$$14 - 1 = 13$$

$$13 = 13$$

$\therefore 84$  เป็นรากของสมการ  $\frac{x}{6} - 1 = 13$  ตอบ

ตัวอย่าง จงแก้สมการ  $8b - 4 = 12$  และตรวจคำตอบ

วิธีทำ  $8b - 4 = 12$

$$8b - 4 + 4 = 12 + 4$$

$$8b = 16$$

$$\frac{8b}{8} = \frac{16}{8}$$

$$\therefore b = 2$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า  $b = 2$  ใน  $8b - 4 = 12$

$$(8 \times 2) - 4 = 12$$

$$16 - 4 = 12$$

$\therefore b = 2$  เป็นรากของสมการ  $8b - 4 = 12$  ตอบ

ตัวอย่าง จงแก้สมการ  $2y + 1 = 15$  และตรวจคำตอบ

วิธีทำ

$$2y + 1 = 15$$

$$2y + 1 - 1 = 15 - 1$$

$$2y = 14$$

$$\frac{2y}{2} = \frac{14}{2}$$

$$\therefore y = 7$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า  $y = 7$  ใน  $2y + 1 = 15$

$$(2 \times 7) + 1 = 15$$

$$14 + 1 = 15$$

$$15 = 15$$

$\therefore y = 7$  เป็นรากของสมการ  $2y + 1 = 15$  ตอบ

### 3) วิธีสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

#### ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูเฉลยแบบฝึกหัดและทบทวนมโนทัศน์ที่นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจในคาบที่แล้ว

2. ครูบอกจุดประสงค์ในการเรียนคาบนี้

#### ขั้นสอน

ครูยกตัวอย่างตามลำดับในเนื้อหาสำหรับการแก้โจทย์ปัญหาพยายามให้นักเรียนหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตัวเอง โดยครูบอคำถามให้นักเรียนคิดเพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาโจทย์

#### ขั้นสรุป

- ให้นักเรียนสรุป หลักการนำเอาคุณสมบัติการเท่ากันมากกว่า 1 ครั้ง มาแก้สมการ
- ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 11

## คาบที่ 9 - 10

การทำแบบ สอม ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ก และ 1 ข ของกลวิธีการเรียนรู้ของบloom

การเรียนรู้ชมเสริมเป็นรายบุคคล

การเรียนรู้ส่งเสริมเป็นรายบุคคล

### 1) จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว

1. นักเรียนทุกคนสามารถทำแบบ สอม ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ก หรือ 1 ข ของกลวิธีการเรียนรู้ของบloom ได้ถูกต้อง 85 %

2. นักเรียนสามารถทำแบบฝึกหัดเสริมทักษะที่ 1 ถึง 3 ได้ถูกต้อง

### 2) เนื้อหา

2.1 แบบ สอม ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ก และ 1 ข ของกลวิธีการเรียนรู้ของบloom

2.2 บทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2.3 เอกสารประกอบการเรียนเรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2.4 แบบฝึกหัดเสริมทักษะที่ 1 ถึง 3

### 3) วิธีสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบว่าผลการสอบครั้งนี้ไม่ได้มีผลต่อเกรดที่นักเรียนจะได้รับในภายหลัง แต่สอบเพื่อต้องการปรับปรุงการเรียนการสอน

2. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบว่า จะเรียนหน่วยการเรียนรู้ต่อไปใดของทำชอตสอบถูกต้อง 20 ข้อ จาก 25 ข้อ

### ขั้นคำเนนการสยบ

1. ใหนักเรียนทำแบบสอย ประจำหน่วยการเรียนที่ 1 ก ของ กลวิธีการเรียนรูของบลุม ใชเวลา 25 นาที
2. เมื่อนักเรียนทำแบบ สอย เสร็จแล้ว ใให้แลกเปลี่ยนแบบ สอย และกระดาษคำตอบของตนกับเพื่อน และใให้ครูเป็นผู้เฉลยคำตอบ
3. นักเรียนคนใดตอบแบบ สอย ถูกตอง 20 ข้อขึ้นไปจะได้รับคำ ชมเชยจากครูและเพื่อน ๆ ในชั้น และขอสอบข้อใที่นักเรียนส่วนใใหญ่ทำผิด ครูตองสอน เนื้อหาตอบนั้นใใหม่
4. ใให้นักเรียนทุกคนศึกษาคำอธิบายสำหรับข้อใที่นึกใคิด จากบทเรียน แบบโปรแกรม เรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เฉพาะหัวข้อใที่นึกใคิดใเท่านั้น
5. นักเรียนใที่เรียนขอมเสริมเสร็จตองทำแบบ สอย ประจำหน่วย ที่ 1 ข ของกลวิธีการเรียนรูของบลุม โดยทำเฉพาะข้อใที่นึกใคิดใเท่านั้น แลวนำคะแนนจากข้อ ทดสอบทั้งสองฉบับมารวมกัน ถาคอบถูกเกิน 20 ข้อ ครูจะชมเชยและประกาศใให้นักเรียน ในชั้นทราบ
6. สำหรับนักเรียนใที่ทำแบบ สอย ประจำหน่วยการเรียนที่ 1 ก ของกลวิธีการเรียนรูของบลุมถูกตองเกิน 20 ข้อขึ้นไป จะเรียนขอมเสริมเสร็จจากคนอื่น ๆ ใให้นักเรียนเหล่านี้ศึกษาเอกสารประกอบการ เรียนเรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ ทำแบบฝึกหัดเสริมทักษะใที่ 1 ถึง 3 โดยศึกษาเป็นกลุ่ม ๆ 3 คน และใให้ครูอธิบายหรือสอน เป็นกลุ่ม ๆ ในสิ่งใที่นักเรียนตองการ

### ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปมโนทัศน์ใที่สำคัญใในหน่วยการเรียนที่ 1

คาบที่ 11-13

การแก้โจทย์สมการและตรวจคำตอบ

1) จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อกำหนดโจทย์สมการชั้นเดียวหนึ่งตัวแปรมาให้ นักเรียนสามารถสร้างสมการจากโจทย์ และสามารถแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันได้ถูกต้อง

2) เนื้อหา

ตัวอย่างที่ 1 จงเปลี่ยนประโยคภาษาต่อไปนี้ เป็นรูปสมการ

- 1) จงเขียนสมการเพื่อหาจำนวนเหรียญในกระเป๋าสตางค์ข้างล่างนี้



มีเหรียญทั้งหมด 12 เหรียญ

วิธีทำ ให้  $x$  แทนจำนวนเหรียญในกระเป๋าสตางค์

เขียนสมการได้ดังนี้  $x + 3 = 12$

- 2) อีก 5 ปี ฉันจะมีอายุครบ 15 ปี จงเขียนสมการหาอายุปัจจุบัน

ของฉัน

วิธีทำ ให้  $a$  เป็นอายุปัจจุบันของฉัน

เขียนสมการได้ดังนี้  $a + 5 = 15$

- 3) หาเทาสองจำนวนหนึ่ง ลบออก 4 มีค่าเท่ากับ 36 จงเขียนสมการหาจำนวนนั้น

วิธีทำ ให้  $y$  เป็นจำนวน ๆ หนึ่ง

เขียนสมการได้ดังนี้  $5y - 4 = 36$

4) น้อยมีเงินมากกว่านิก 6 บาท ทั้งสองคนมีเงินรวมกัน 40 จงเขียนสมการเพื่อหาจำนวนเงินของน้อยและนิก

วิธีทำ ให้  $b$  เป็นเงินที่นิกมีอยู่

∴ น้อยมีเงิน  $b + 6$  บาท

เขียนสมการได้ดังนี้  $b + b + 6 = 40$

5) ปลาตัวหนึ่งมีส่วนหัวยาวเป็น  $\frac{1}{4}$  เท่าของตัวปลา ถ้าส่วนหัวยาว 5.5 ซม. จงเขียนสมการเพื่อหาความยาวของตัวปลา

วิธีทำ ให้  $a$  เป็นความยาวของตัวปลา  
เขียนสมการได้ดังนี้  $\frac{1}{4} a = 5.5$

ตัวอย่างที่ 2 สองเท่าของเลขจำนวนหนึ่งร่วมกับ 3 แล้วผลลัพธ์เป็น 19  
จงหาเลขจำนวนนั้น

วิธีทำ ให้  $x$  เป็นเลขจำนวนนั้น  
สองเท่าของเลขจำนวนนั้นคือ  $2x$   
สองเท่าของ  $x$  ร่วมกับ 3 เป็น 19

$$2x + 3 = 19$$

(แก้สมการ  $2x + 3 = 19$  เพื่อหาเลขจำนวนนั้น)

$$\therefore \text{สมการคือ } 2x + 3 = 19$$

$$2x + 3 - 3 = 19 - 3$$

$$2x = 16$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{16}{2}$$

$$\therefore x = 8$$

เลขจำนวนนั้น คือ 8

ตรวจคำตอบ

เลขจำนวนนั้น คือ 8

$$\text{สองเท่าของเลขจำนวนนั้นคือ } 2 \times 8 = 16$$

$$\text{สองเท่าของเลขจำนวนนั้นร่วมกับ 3 ได้ } 16 + 3$$

$$\text{ดังนั้นสองเท่าของเลขจำนวนนั้นร่วมกับ 3 ได้ } 19 \text{ ดังที่โจทย์}$$

ต้องการ แสดงว่า 8 เป็นเลขจำนวนนั้นจริง



ข้อสังเกต

1. ไม่ตอบว่า  $x = 8$  แต่ตอบว่าเลขจำนวนนั้นคือ 8
2. การตรวจคำตอบ ต้องตรวจจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ไม่ใช่ตรวจจากสมการ เพราะเวลาแปลงโจทย์เป็นรูปสมการ อาจได้สมการผิด

ตัวอย่างที่ 3 ฉันมีเงินอยู่ 5 บาท ต้องการนำไปซื้อมะม่วงผลละ 75 สตางค์ ให้หมด จะซื้อมะม่วงได้กี่ผล

วิธีทำ ให้ซื้อมะม่วงได้  $x$  ผล  
เป็นราคาทั้งสิ้น  $75x$  สตางค์  
ถ้าต้องการซื้อมะม่วงให้หมด เงินที่มีอยู่จะหมดสมการ

$$75x = 500$$

$$\frac{75x}{75} = \frac{500}{75}$$

$$\therefore x = 6\frac{2}{3}$$

แต่เนื่องจาก  $x$  แทนจำนวนมะม่วง ดังนั้น  $x$  ต้องมีค่าเป็น 0 หรือจำนวนนับ และการซื้อมะม่วงจะไม่ซื้อครึ่งผลหรือคอนผล

ฉะนั้น การที่จะซื้อมะม่วงมาเป็นจำนวน  $6\frac{2}{3}$  ผล ซึ่งเป็นไปไม่ได้

$\therefore$  โจทย์ข้อนี้ตอบว่า ฉันจะซื้อมะม่วงให้หมดเงินที่มีอยู่ไม่ได้

ตอบ

ตัวอย่างที่ 4 ถ้าครึ่งหนึ่งของผลบวกของเลขจำนวนหนึ่งกับ 5 เป็น 11 จงหาเลขจำนวนนั้น

วิธีทำ ให้  $x$  เป็นเลขจำนวนนั้น

ผลบวกของเลขจำนวนนั้นกับ 5 คือ  $x + 5$

$$\frac{x + 5}{2} = 11$$

∴ จากโจทย์ จะได้สมการ

$$\frac{x+5}{2} = 11$$

$$\frac{(x+5)}{2} \times 2 = 11 \times 2$$

$$x+5 = 22$$

$$x+5-5 = 22-5$$

$$\therefore x = 17$$

∴ เลขจำนวนนั้นคือ 17

ตรวจคำตอบ

เลขจำนวนนั้นคือ 17

ผลบวกของเลขจำนวนนี้กับ 5 คือ  $17 + 5$  หรือ 22

ครึ่งหนึ่งของผลบวกของเลขจำนวนนี้กับ 5 คือ  $\frac{22}{2}$  ซึ่งเท่ากับ 11

ตามที่โจทย์กำหนดให้

ตัวอย่างที่ 5 ฉันมีขนมอยู่จำนวนหนึ่ง แบ่งให้น้อง  $\frac{1}{4}$  ของขนมที่มีอยู่นั้น ปรากฏว่า  
ฉันเองได้ขนมไป 5 ชิ้น เค็มฉันมีขนมอยู่เท่าใด

วิธีทำ ให้เค็มมีขนมอยู่  $x$  ชิ้น

$$\text{ดังนั้น } \frac{x}{4} = 5$$

$$\frac{x}{4} \times 4 = 5 \times 4$$

$$\therefore x = 20$$

∴ ฉันมีขนมอยู่ 20 ชิ้น

ตรวจคำตอบ  $\frac{1}{4}$  ของขนมที่ฉันมีอยู่ คือ  $\frac{1}{4} \times 20 = 5$

- ตัวอย่างที่ 6 เมื่อ 10 ปีที่แล้ว แดงมีอายุเป็น  $\frac{3}{5}$  เท่าของอายุของคำในปัจจุบัน ถ้าเมื่อ 10 ปีที่แล้วคำมีอายุ 20 ปี ปัจจุบันแดงมีอายุเท่าใด

วิธีทำ ให้ปัจจุบันแดงมีอายุ  $x$  ปี  
 $\therefore$  เมื่อ 10 ปีที่แล้วแดงมีอายุ  $x - 10$  ปี  
 $\therefore$  ปัจจุบันคำมีอายุ  $20 + 10 = 30$  ปี

ดังนั้น  $x - 10 = \frac{3}{5} \times 30$   
 $x - 10 = 18$   
 $\therefore x - 10 + 10 = 18 + 10$   
 $\therefore x = 28$   
 $\therefore$  ปัจจุบันแดงมีอายุ 28 ปี

ตรวจคำตอบ เมื่อ 10 ปีที่แล้วแดงมีอายุ  $28 - 10 = 18$  ปี  
 $\frac{3}{5}$  เท่าของอายุคำในปัจจุบันคือ  $\frac{3}{5} \times 30 = 18$  ปี

$\therefore$  เมื่อ 10 ปีที่แล้ว แดงมีอายุเป็น  $\frac{3}{5}$  เท่าของอายุของคำในปัจจุบัน  
 ตามโจทย์ ตอบ

### 3) วิธีสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

#### ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

พบทวนการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน

#### ขั้นดำเนินการสอน

คาบที่ 1 1. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และ 2 ตามเนื้อหา โดยให้นักเรียนเปลี่ยนโจทย์สมการให้อยู่ในรูปสมการ จากนั้นครูกับนักเรียนร่วมกันแก้สมการเพื่อหาคำตอบ โดยครูเป็นผู้อธิบายและเสนอแนะให้นักเรียนคิดหาวิธีแก้ปัญหา

2. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 12

คาบที่ 2 3. ครูเฉลยแบบฝึกหัด และอธิบายจุดที่นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจ  
 ในคาบที่ 1



4. ครุยกตัวอย่างที่ 3 และ 4 ตามเนื้อหา โดยดำเนินวิธีสอน  
เหมือนคาบที่ 1 จากนั้นจึงให้ทำแบบฝึกหัดที่ 13 ข้อ 1 - 10

คาบที่ 3 5. ครูเฉลยแบบฝึกหัดและอธิบายจุดที่นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจ  
ในคาบที่ 2

6. ครุยกตัวอย่างที่ 5 และ 6 ตามเนื้อหา แล้วให้ทำแบบฝึกหัด  
ที่ 13 ข้อ 11 - 20

### ขั้นสรุป

ให้นักเรียน

1. สรุปหลักการแก้โจทย์สมการ
2. สรุปหลักการตรวจคำตอบการแก้โจทย์สมการ

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

คาบที่ 14

การทำแบบสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2ก และ 2ข ของกลวิธีการเรียนรู้  
ของบลูม

การเรียนรู้หรือเสริมเป็นรายบุคคล

การทบทวนความรู้ที่เรียนมาทั้งหมด เป็นรายบุคคล

1) จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว

1. นักเรียนทุกคนสามารถทำแบบสอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2ก หรือ 2ข ได้ถูกต้อง 85 %
2. นักเรียนสามารถนำไปประกอบการเรียนรู้ เพื่อเป็นการทบทวนความรู้ที่เรียนมาทั้งหมดได้ถูกต้อง

2) เนื้อหา

2.1 แบบสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2ก และ 2ข ของกลวิธีการเรียนรู้  
ของบลูม

2.2 บทเรียนแบบโปรแกรม เรื่องสมการชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2.3 โปรแกรมการเรียนรู้ เรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

3) วิธีสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบว่าการสอบครั้งนี้สอบเพื่อปรับปรุงการเรียน  
การสอน

2. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบว่า นักเรียนแต่ละคนต้องทำข้อทดสอบ  
ถูกต้อง < 0 ข้อ จาก 25 ข้อ

ขั้นตอนการสอน

1. ให้นักเรียนทำแบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2ก ใช้เวลา 25

นาที

2. เมื่อนักเรียนทำแบบสอบเสร็จแล้ว ให้แลกเปลี่ยนแบบสอบ และกระดาษคำตอบของตนกับเพื่อน โดยครูเป็นผู้เฉลยคำตอบ
3. นักเรียนคนใดที่ตอบแบบ สอบ ถูกต้อง 20 ข้อขึ้นไปจะได้รับคำชมเชย จากครูและเพื่อน ๆ ในชั้น และขอทดสอบใครที่นักเรียนส่วนใหญ่ทำผิด ครูจะสอนเนื้อหาตอน นั้นใหม่
4. สอนซ่อมเสริมด้วยการให้แบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ กลุ่มละ 3 คน เพื่อร่วมกันศึกษาเป็นกลุ่มย่อยในข้อทดสอบที่ 2ก โดยให้ผู้ที่ทำข้อทดสอบ ถูกต้องในกลุ่มนั้นอธิบายให้เพื่อนฟัง ถ้าในกลุ่มนั้นไม่มีผู้ใดทำข้อนั้น ๆ ถูกต้องให้ร่วมกันแก้ปัญหาและทุกคนต้องศึกษาทบทวนแบบ โปรแกรมตามหัวข้อที่ตนทำแบบ สอบผิด
5. กลุ่มที่เรียนซ่อมเสริมเสร็จก่อน จะให้ทำข้อทดสอบประจำหน่วย การเรียนที่ 2ข โดยให้ทำเฉพาะข้อที่ผิด แลวนำคะแนนจากข้อทดสอบทั้งสองฉบับมารวม กัน ถ้าตอบถูกต้องเป็น 20 ข้อ ครูจะชมเชยให้นักเรียนในชั้นทราบ
6. นักเรียนที่สอบผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ครูจะแจกโปแกรมการเรียนรู้อื่น ๆ ให้ เพื่อให้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง และเป็นการทบทวนความรู้ทั้งหมดที่เรียนมาในเรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

### ขั้นสรุป

1. ให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์ที่สำคัญสำหรับการแก้โจทย์สมการ
2. ให้นักเรียนทบทวนบทเรียนที่เรียนมาทั้งหมดโดยทำแบบเรียนแบบ โปรแกรม เรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

คาบที่ 15

ทำแบบสอบวัดสัมฤทธิ์ผลในการเรียนเรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ด้านพุทธิพิสัย

1) จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว นักเรียนสามารถทำแบบสอบ วัดสัมฤทธิ์ผลในการเรียนเรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้านพุทธิพิสัยได้ถูกต้อง

2) เนื้อหา

แบบสอบวัดสัมฤทธิ์ผลในการเรียนเรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้าน

พุทธิพิสัย

3) การสอนและกิจกรรมเสนอแนะ

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ครูแจกแบบสอบให้นักเรียนทุกคน ๆ ละ 1 ฉบับ พร้อมทั้งชี้แจงการทำแบบทดสอบซึ่งมีรายละเอียดอยู่ในหน้าแรกของแบบทดสอบให้สอบเพียง 1 ครั้งเท่านั้น

ขั้นดำเนินการสอน

ให้นักเรียนทำแบบสอบวัดสัมฤทธิ์ผลในการเรียนเรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้านพุทธิพิสัย โดยใช้เวลา 60 นาที

ขั้นสรุป

เมื่อนักเรียนทำแบบสอบเสร็จแล้ว ให้ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบแต่ละข้อ



## 3. แผนการสอน เรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เวลา 15 คาบ

ตามแผนการเรียงการสอนของเคลเลอร์

ขั้นตอน	คาบที่	เนื้อหา	วิธีสอน	สื่อการสอน
วินิจฉัย	1	ทบทวน เลขยกกำลัง เส้นจำนวนสำหรับจำนวนเต็ม การบวกจำนวนเต็มบนเส้นจำนวน การบวกจำนวนตรงข้าม ทำแบบฝึกปากเปล่าบนกระดานดำ	บรรยาย	ชอล์ก- กระดานดำ
การสอน- การเรียนรู้	2	ความหมายของสัญลัษณ์ การใช้สัญลัษณ์แทนจำนวน ทำแบบฝึกหัดที่ 1	ศึกษาค้น ตนเอง เป็นราย บุคคล	สมุดปฏิบัติการ
	3	การหารเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังของ เศษมากกว่าเลขชี้กำลังของส่วน และส่วน ไม่เท่ากับศูนย์ การหาค่าของ $a^0$ เมื่อ $a \neq 0$ ทำแบบฝึกหัดที่ 2 และ 3	ศึกษาค้น ตนเอง เป็นราย บุคคล	สมุดปฏิบัติการ



ขั้นตอน	คาบที่	เนื้อหา	วิธีสอน	สื่อการสอน
	4	ความหมายของพจน์ ความหมายของนิพจน์ ทำแบบฝึกหัดที่ 4 และ 5	ศึกษาค้น ตนเอง เป็นราย บุคคล	สมุดปฏิบัติการ
	5	ความหมายของสมการ การแก้สมการโดยวิธีลองแทนค่าตัวแปรใน สมการ ทำแบบฝึกหัดที่ 6 และ 7	ศึกษาค้น ตนเอง เป็นราย บุคคล	สมุดปฏิบัติการ
ส่วนขยาย การเรียนรู้	6	ทำแบบสอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1ก ของแผนการเรียนการสอนของเคอเลอร การเรียนรู้ซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลโดยใช้สมุด ปฏิบัติการเดิม และเรียนจากครูผู้สอนสำหรับ ผู้ที่ไม่ผ่านเกณฑ์ 100 % แล้วให้ทำแบบสอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1ข การเรียนรู้ส่งเสริมจากเรื่องกฎการแทนค่าถึง กฎการกระจาย และทำแบบฝึกหัดเสริมทักษะ ที่ 1 สำหรับผู้ผ่านเกณฑ์ 100 %	ศึกษาค้น ตนเอง เป็นราย บุคคล	สมุดปฏิบัติการ
การสอน การเรียนรู้	7	การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับ การบวกและการตรวจคำตอบ การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับ การลบและการตรวจคำตอบ ทำแบบฝึกหัดที่ 8	ศึกษาค้น ตนเอง เป็นราย บุคคล	สมุดปฏิบัติการ

ขั้นตอน	ลำดับที่	เนื้อหา	วิธีสอน	สื่อการสอน
	8	การแกสมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากัน สำหรับการคูณและการตรวจคำตอบ การแกสมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากัน สำหรับการหารและการตรวจคำตอบ ทำแบบฝึกหัดที่ 9 และ 10	ศึกษาคด้วย ตนเอง เป็นราย บุคคล	สมุดปฏิบัติการ
	9	การแกสมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากัน มากกว่า 1 อย่าง และการตรวจคำตอบ ทำแบบฝึกหัดที่ 11	ศึกษาคด้วย ตนเอง เป็นราย บุคคล	สมุดปฏิบัติการ
ส่วนขยาย การเรียน รู	10	ทำแบบสอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2ก ของแผนการเรียนการสอนของเคลเลอร์ การเรียนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลโดยใช้ สมุดปฏิบัติการเดิม และการเรียนจากครู ผู้สอนสำหรับผู้ที่ไม่ผ่านเกณฑ์ 100 % แล้ว ให้ทำแบบสอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2ข การเรียนส่งเสริมจากเรื่องการบวกลบพจน์ เหมือน ซึ่งตัวแปรยกกำลังหนึ่ง ถึงการแก สมการแบบต่าง ๆ และทำแบบฝึกหัดเสริม ทักษะ 2 และ 3 สำหรับผู้ผ่านเกณฑ์ 100 %	ศึกษาคด้วย ตนเอง เป็นราย บุคคล	สมุดปฏิบัติการ

ขั้นตอน	คาบที่	เนื้อหา	วิธีสอน	สื่อการสอน
การสอน การเรียนรู้	11-13	การแก้ไขข้อสมการและการตรวจคำตอบ ทำแบบฝึกหัดที่ 12 และ 13	ศึกษาค้นคว้าด้วย ตนเองเป็น รายบุคคล	สมุดปฏิบัติการ และโปรแกรม การเรียนรู้
ส่วนขยาย ของการ เรียนรู้	14	ทำแบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 3ก ของแผนการเรียนการสอนของเคลเลอร์ การเรียนรู้ซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลโดยใช้ สมุดปฏิบัติการ เดิมและการ เรียนจากครู ผู้สอน สำหรับผู้ที่ไม่ผ่านเกณฑ์ 100 % แล้วทำแบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ ที่ 2ข  การทบทวนความรู้ที่เรียนมาทั้งหมด สำหรับผู้ที่ไม่ผ่านเกณฑ์ 100 % โดยใช้โปรแกรม การเรียนรู้	ศึกษาค้นคว้าด้วย ตนเองเป็น รายบุคคล และอธิบาย เป็นราย บุคคล	สมุดปฏิบัติการ และโปรแกรม การเรียนรู้
การประเมินผล	15	ทำแบบสอบ วัดสัมฤทธิ์ผลในการเรียน เรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้าน พุทธิพิสัย	อธิบายคำสั่ง และวิธีทำข้อ ทดสอบ	ข้อทดสอบวัด สัมฤทธิ์ผลใน การเรียน เรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 1 ด้าน พุทธิพิสัย

ขั้นตอน	คาบที่	เนื้อหา	วิธีสอน	สื่อการสอน
		<p><u>หมายเหตุ</u></p> <p>เวลาในการเรียนซ่อมเสริมและการเรียนส่งเสริมสามารถยืดหยุ่นได้ตามสภาพความเป็นจริง</p>  <p>ศูนย์วิทยพัทยากร จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย</p>		

## 4. คำแนะนำในการสอนเป็นรายคาบ

คาบที่ 1บททวน

เลขยกกำลัง

เส้นจำนวนสำหรับจำนวนเต็ม

การบวกจำนวนเต็มบนเส้นจำนวน

การบวกจำนวนตรงข้าม

1. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกนิยามของเลขยกกำลังได้ถูกต้อง

2. บอกได้ว่าเส้นจำนวนสำหรับจำนวนเต็มประกอบด้วย จำนวนเต็มบวก

จำนวนเต็มลบ และศูนย์

3. บวกจำนวนตรงข้ามได้ถูกต้อง

4. ทำโจทย์แบบฝึกหัดปากเปล่าได้ถูกต้อง 85 %

2. คำแนะนำในการสอน

2.1 ครูยกตัวอย่างเลขยกกำลัง

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$$

$$8 \times 8 \times 8 = 8^3$$

$$a \times a \times a = a^3 \quad \text{เมื่อ } a \text{ เป็นจำนวนใด ๆ}$$

$$\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{10 \text{ ตัว}} = a^{10} \quad \text{เมื่อ } a \text{ เป็นจำนวนใด ๆ}$$

$$\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n \text{ ตัว} = a^n \quad \text{เมื่อ } a \text{ เป็นจำนวนใด ๆ}$$

2.2 ครูแนะแนวทางให้นักเรียนช่วยกันสรุปนิยามของเลขยกกำลัง

2.3 ครูเขียนแผนภาพแสดงเส้นจำนวนสำหรับจำนวนเต็มบวก และศูนย์แล้วอธิบายให้นักเรียนเห็นจริงว่า ถ้าให้ 1 อยู่ห่างจากศูนย์พอประมาณแล้ว 2 เกิดจากอะไร 3 เกิดจากอะไร เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนนักเรียนได้ขอสรุปว่าจำนวนเต็มบวกนับไปทางขวาของศูนย์

2.4 ครูเขียนแผนภาพเส้นจำนวน แล้วอธิบายจำนวนเต็มลบ โดยอาศัยจำนวนเต็มบวกบนเส้นจำนวน

2.5 ให้นักเรียนสรุปเส้นจำนวนสำหรับจำนวนเต็มประกอบด้วยจำนวนอะไรบ้าง

2.6 ครูยกตัวอย่างการบวกจำนวนเต็มบนเส้นจำนวน เช่น

ก.  $3 + 4$

ข.  $4 + (-3)$

2.7 ครูยกตัวอย่างการบวกจำนวนตรงข้ามบนเส้นจำนวนเช่น  $4 + (-4)$  แล้วให้นักเรียนหาค่าการบวกจำนวนตรงข้ามโดยไม่มีเส้นจำนวน เช่น

ก.  $3 - 3$

ข.  $-3 + (3)$

ค.  $a - a$

ง.  $-a + a$

2.8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดปากเปล่าโดยถามทีละคน

จงหาค่าของ

1.  $5 \times 5 \times 5$

2.  $10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10$   
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{10 \text{ ตัว}}$

3.  $a \times a \times a \times a$

4.  $b \times b \times b \times \dots \times b$   
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{m \text{ ตัว}}$

5.  $x - x$

6.  $-x + x$

7.  $y - y$

8.  $-y + y$

9.  $c - c$

10.  $-c + c$



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## คาบที่ 2

### ความหมายของสัญลัษณ์และการใช้สัญลัษณ์แทนจำนวน

#### 1. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อกำหนดสัญลัษณ์ต่าง ๆ มาให้ นักเรียนสามารถบอกความหมายของสัญลัษณ์ และสามารถใช้สัญลัษณ์แทนจำนวนได้ถูกต้อง

#### 2. คำแนะนำในการสอน

2.1 ครูบอกจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมในการเรียนคาบนี้

2.2 ครูแจกใบเรียนแบบโปรแกรมแก่นักเรียนทุกคน อธิบายวิธีศึกษาบทเรียนแบบโปรแกรมและขอปฏิบัติต่าง ๆ ในขณะศึกษาบทเรียนแบบโปรแกรม

2.3 ให้นักเรียนตอบคำถามในบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่องความหมายของสัญลัษณ์ และการใช้สัญลัษณ์แทนจำนวน

2.4 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1

## คาบที่ 3

การหาร เลขยกกำลัง เมื่อ เลขชี้กำลังของเศษมากกว่า เลขชี้กำลังของส่วน การหาค่าของ  $a^0$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนใด ๆ ยกเว้นศูนย์

#### 1. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1.1 เมื่อกำหนดโจทย์การหาร เลขยกกำลัง ซึ่ง เลขชี้กำลังของเศษมากกว่าส่วน นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ และสรุปหลักการหาร เลขยกกำลัง ซึ่ง เลขชี้กำลังของเศษมากกว่าของส่วนได้ถูกต้อง

1.2 เมื่อกำหนดโจทย์การหาร เลขยกกำลัง ซึ่ง เลขชี้กำลังของเศษเท่ากับของส่วน นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์และหาค่าของ  $a^0$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนใด ๆ ยกเว้นศูนย์ได้ถูกต้อง



## 2. คำแนะนำในการสอน

- 2.1 ครูเจดยแบบฝึกหัดข้อที่นักเรียนทำผิดเป็นส่วนใหญ่
- 2.2 ครูบอกจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมในการเรียนคาบนี้
- 2.3 ครูให้นักเรียนศึกษา และตอบคำถามในบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่องการหารเลขยกกำลัง เมื่อเลขชี้กำลังของเศษมากกว่าเลขชี้กำลังของส่วน และการหาค่าของเมื่อ
- 2.4 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 และ 3

### คาบที่ 4

ความหมายของพจน์ และนิพจน์

## 1. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

- 1.1 เมื่อกำหนดพจน์มาให้ นักเรียนสามารถบอกนิยามของพจน์ได้ถูกต้อง
- 1.2 เมื่อกำหนดนิพจน์มาให้ นักเรียนสามารถบอกนิยามของนิพจน์ได้ถูกต้อง

## 2. คำแนะนำในการสอน

- 2.1 ครูเจดยแบบฝึกหัดข้อที่นักเรียนทำผิดเป็นส่วนใหญ่
- 2.2 ครูบอกจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมในการเรียนคาบนี้
- 2.3 ครูให้นักเรียนศึกษาและตอบคำถามในบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องพจน์ และนิพจน์
- 2.4 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 4 และ 5

## คาบที่ 5

### ความหมายของสมการและการแก้สมการโดยวิธีลองแทนค่าตัวแปรในสมการ

1. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
  - 1.1 เมื่อกำหนดพจน์ หรือนิพจน์ที่อยู่สองข้างของเครื่องหมายเท่ากับมาให้ นักเรียนสามารถบอกความหมายของสมการได้ถูกต้อง
  - 1.2 เมื่อกำหนดสมการชั้นเดียวหนึ่งตัวแปรมาให้ นักเรียนสามารถแก้สมการ หรือหาคำตอบของสมการหรือหารากของสมการ โดยการลองแทนค่าตัวแปรในสมการได้ถูกต้อง
2. คำแนะนำในการสอน
  - 2.1 ครูเฉลยแบบฝึกหัดข้อที่นักเรียนทำผิดเป็นส่วนใหญ่
  - 2.2 ครูบอกจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมในการเรียนคาบนี้
  - 2.3 ครูให้นักเรียนศึกษาและตอบคำถามในบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง ความหมายของสมการ และการแก้สมการโดยวิธีลองแทนค่าตัวแปรในสมการ
  - 2.4 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 6 และ 7

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## คาบที่ 6

การทำแบบ สอบ :ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1ก และ 1ข ของแผนการเรียน การสอนของเคลเลอร์

การเรียนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลจากสมุดปฏิบัติการและจากครู

การเรียนส่งเสริมเป็นรายบุคคล

### 1. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว

1.1 นักเรียนทุกคนสามารถทำแบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1ก หรือ 1ข ของแผนการเรียนการสอนของเคลเลอร์ได้ถูกต้อง 100 %

### 2. คำแนะนำในการสอน

2.1 ครูให้นักเรียนทำแบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1ก ของแผนการเรียนการสอนของเคลเลอร์ ไข่เวลา 20 นาที

2.2 เมื่อนักเรียนทำแบบทดสอบเสร็จแล้ว ให้แลกเปลี่ยนแบบทดสอบและกระตาคำตอบของตนกับเพื่อน และให้ครูเป็นผู้เฉลยคำตอบ

2.3 นักเรียนคนใดทำถูกต้อง 100 % จะได้รับคำชมเชยจากครูและเพื่อน ๆ ในชั้น และจะได้รับอนุญาตให้ศึกษาเอกสารประกอบการเรียนเรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และทำแบบฝึกหัดเสริมทักษะที่ 1

2.4 สำหรับนักเรียนที่ทำแบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1ก ได้ไม่ถึง 100 % ให้กลับไปศึกษาบทเรียนแบบโปรแกรมใหม่ โดยให้ครูอธิบายในสิ่งที่นักเรียนสงสัยได้เป็นรายบุคคล แล้วจึงให้นักเรียนทำแบบสอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1ข ซึ่งเป็นแบบทดสอบที่สร้างขนานกับแบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1ก ถ้าผ่านเกณฑ์ 100 % จะได้รับอนุญาตให้ศึกษาหน่วยการเรียนรู้ต่อไป หรือให้ครูเป็นผู้สอนซ่อมเสริมแล้ว จึงให้ทำแบบสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1ข ก็ได้ สำหรับนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ 100 % จะไม่มีการทำหนีหรือลงโทษ แต่จะไม่อนุญาตให้เรียนหน่วยการเรียนรู้ต่อไปจนกว่าจะสอบแบบสอบประจำหน่วยได้ 100 % ทั้งนี้ให้ครูผู้สอนเอาใจใส่และอธิบาย ช่วยเหลือให้นักเรียนสอบผ่านเกณฑ์ดังกล่าว



## คาบที่ 7

การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวกและการตรวจคำตอบ  
การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการลบและการตรวจคำตอบ

### 1. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อกำหนดสมการชั้นเดียวหนึ่งตัวแปรมาให้

- 1.1 นักเรียนสามารถแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวกและการตรวจคำตอบได้ถูกต้อง
- 1.2 นักเรียนสามารถแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการลบและการตรวจคำตอบได้ถูกต้อง

### 2. คำแนะนำในการสอน

- 1.1 ครูบอกจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมในการเรียนคาบนี้
- 1.2 ให้นักเรียนศึกษาและตอบคำถามในบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่องการแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก, ลบ และการตรวจคำตอบ
- 1.3 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 8

## คาบที่ 8

การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณและการตรวจคำตอบ  
การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการหารและการตรวจคำตอบ

### 1. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อกำหนดสมการชั้นเดียวหนึ่งตัวแปรมาให้

- 1.1 นักเรียนสามารถแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณและการตรวจคำตอบได้ถูกต้อง
- 1.2 นักเรียนสามารถแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการหารและการตรวจคำตอบได้ถูกต้อง

## 2. คำแนะนำในการสอน

- 2.1 ครูเฉลยแบบฝึกหัดข้อที่นักเรียนทำผิดเป็นส่วนใหญ่
- 2.2 ครูบอกจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมในการเรียนคาบนี้
- 2.3 ให้นักเรียนศึกษาและตอบคำถามในบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่องการแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันสำหรับการคูณ หาร และการตรวจคำตอบ
- 2.4 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 9 และ 10

### คาบที่ 9

การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันมากกว่า 1 อย่าง

#### 1. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อกำหนดสมการชั้นเดียวหนึ่งตัวแปรที่ยากขึ้นมาให้ นักเรียนสามารถแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันมากกว่า 1 อย่าง และตรวจคำตอบได้ถูกต้อง

## 2. คำแนะนำในการสอน

- 2.1 ครูเฉลยแบบฝึกหัดที่นักเรียนทำผิดเป็นส่วนใหญ่
- 2.2 ครูบอกจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมในการเรียนคาบนี้
- 2.3 ให้นักเรียนศึกษาและตอบคำถามในบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่องการแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันมากกว่า 1 อย่าง
- 2.4 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 11

คาบที่ 10

การทำแบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2ก และ ข ของแผนการเรียนการสอนของเคลเลอร์

การเรียนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคล

การเรียนส่งเสริมเป็นรายบุคคล

1. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว

- 1.1 นักเรียนทุกคนสามารถทำแบบ สอบ. ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2ก และ 2ข ของแผนการเรียนการสอนของเคลเลอร์ได้ถูกต้อง 85 %
- 1.2 นักเรียนสามารถทำแบบฝึกหัดเสริมทักษะที่ 2 และ 3 ได้ถูกต้อง

2. คำแนะนำในการสอน

- 2.1 ให้นักเรียนทำแบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2ก ของแผนการเรียนการสอนของเคลเลอร์ใช้เวลา 20 นาที
- 2.2 เมื่อนักเรียนทำแบบ สอบ เสร็จแล้ว ให้แลกเปลี่ยนแบบ สอบ และกระดาษคำตอบกับเพื่อน และให้ครูเป็นผู้เฉลยคำตอบ
- 2.3 นักเรียนคนใดทำถูกต้อง 100 % จะได้รับคำชมเชยจากครูและเพื่อน ๆ ในชั้น
- 2.4 นักเรียนที่ทำแบบ สอบ ได้ไม่ถึงเกณฑ์ 100 % ให้เรียนซ่อมเสริมจากบทเรียนแบบโปรแกรมและจากครูผู้สอนในบทเรียนเดิม แล้วจึงให้ทำแบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ข ของแผนการเรียนการสอนของเคลเลอร์
- 2.5 นักเรียนที่ผ่านเกณฑ์สอบประจำหน่วย 100 % จะได้รับอนุญาตให้ศึกษาเอกสารประกอบการเรียนเรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และทำแบบฝึกหัดเสริมทักษะที่ 2 และ 3

- 2.6 สำหรับนักเรียนที่ยังสอบข้อทดสอบประจำหน่วยไม่ผ่านเกณฑ์ 100 % ครูผู้สอนจะไม่ตำหนิ หรือดงโทษ แต่จะไม่ได้รับอนุญาตให้ศึกษาหน่วยการเรียนต่อไป จนกว่าจะสอบผ่านเกณฑ์ 100 % ทั้งนี้ให้ครูผู้สอนคอยอธิบายและช่วยเหลือให้ประสบความสำเร็จให้ได้

### คาบที่ 11 - 13

การแก้ไข้สมการ และการตรวจคำตอบ

#### 1. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อกำหนดโจทย์สมการชั้นเดียวหนึ่งตัวแปรมาให้ นักเรียนสามารถสร้างสมการจากโจทย์ และสามารถแก้โจทย์สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันได้ถูกต้อง

#### 2. คำแนะนำในการสอน

- 2.1 ครูบอกจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมในการเรียนคาบนี้
- 2.2 ให้นักเรียนศึกษาและตอบคำถามในบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องการแก้โจทย์สมการ และการตรวจคำตอบตั้งแต่ต้นจนจบบทเรียนโดยให้ใช้เวลาตามสภาพเป็นจริง
- 2.3 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 12 และ 13 โดยแบ่งให้ทำแบบฝึกหัดเป็นตอน ๆ ไปตามเวลาที่เหมาะสม



## คาบที่ 14

การทำแบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 3ก และ 3ข ของแผนการเรียน การสอนของเคล เดอร์

การเรียนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคล

การทบทวนความรู้ที่เรียนมาทั้งหมดเป็นรายบุคคล

### 1. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว

1.1 นักเรียนทุกคนสามารถทำแบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 3ก หรือ 3ข ได้ถูกต้อง 100 %

1.2 นักเรียนสามารถทำโปรแกรมการเรียนรู้ เพื่อเป็นการทบทวนความรู้ที่เรียนมาทั้งหมดได้ถูกต้อง

### 2. คำแนะนำในการสอน

2.1 ให้นักเรียนทำแบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 3ก ใช้เวลา 20 นาที

2.2 เมื่อนักเรียนทำแบบ สอบ เสร็จแล้ว ให้แลกเปลี่ยนแบบ สอบ และกระ ตานคำตอบของตนกับเพื่อน โดยครูเป็นผู้เฉลยคำตอบ

2.3 นักเรียนคนใดที่ตอบแบบ สอบ ถูกต้อง 100 % จะได้รับคำชมเชยจากครู และเพื่อน ๆ ในชั้น และได้รับอนุญาตให้ศึกษาโปรแกรมการเรียนรู้เพื่อ ทบทวนความรู้ทั้งหมดได้

2.4 นักเรียนคนใดที่ตอบแบบ สอบ ถูกต้องไม่ถึงเกณฑ์ 100 % ต้องกลับไป ศึกษาบทเรียนแบบโปรแกรมเฉพาะหน่วยที่ 3 ใหม่ โดยครูผู้สอนคอย ช่วยเหลือ แล้วจึงให้ทำแบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2ข ของแผน การเรียนการสอนของเคล เดอร์ทำเช่นนี้จนนักเรียนทุกคนผ่านเกณฑ์ดังกล่าว จึงจะได้รับอนุญาตให้ศึกษาบทเรียนต่อไป



คาบที่ 15

ทำแบบสอบวัดสัมฤทธิ์ผลในการเรียน เรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
 ด้านพุทธิพิสัย

1. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้ว นักเรียนสามารถทำแบบ สอบ วัดสัมฤทธิ์ผลในการเรียน เรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้านพุทธิพิสัยได้ถูกต้อง

2. คำแนะนำในการสอน

- 2.1 ครูแจกแบบ สอบ ให้นักเรียนทุก ๆ คน คนละ 1 ฉบับ พร้อมทั้งชี้แจงการทำแบบทดสอบ
- 2.2 นักเรียนทำแบบ สอบ นี้ได้เพียงคนละ 1 ครั้งเท่านั้น จะไม่มีการสอบแก้ตัวอีก
- 2.3 ให้ความเวลาในการทำแบบ สอบ นี้ 60 นาทีเท่านั้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



5

เฉลยแบบฝึกหัด  
เรื่อง

สมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1

1)

1  $3 + 5 = 8$

2  $\frac{20}{2} = 10$

3  $(2 \times 4) - 8 = 0$

4  $x - 5 = 3$

5  $v - 5 > 0$

6  $4s = 7$

7  $\frac{1}{4}w < 5$

8  $5a \neq 10$

9  $a + 4 = 13$

10  $b - 7 = 10$

11  $9c = 45$

2)

1  $2 > 3$

2  $\frac{a}{2}$

3  $\frac{3}{4}(a - b)$

4  $\frac{20}{2} = 10$

5  $x + y = 3$

6  $3xy$

7  $\frac{22}{7}(x + y)$

8  $5 \times 8 < 50$

9  $8 \geq 10$

10  $2 < 3$

1  $a^5$

2  $m$

3  $x^5$

4  $2^2$

5  $3$

6  $\frac{9}{5^2}$

7  $(1.8)^2$

8  $\frac{x^3}{y}$

9  $a^2$

9  $a^2$

10  $2^2$

11  $(.3)$

12  $2x^2y^2$

13  $x^3$

14  $a^8$

15  $7^2$

16  $3^3$

17  $b$

18  $\frac{3a^2c^{20}}{b^2}$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3

- |    |        |     |          |
|----|--------|-----|----------|
| 1) | 1      | 9)  | 1        |
| 2) | 1      | 10) | 3        |
| 3) | 1      | 11) | 1        |
| 4) | 1      | 12) | $4^2$    |
| 5) | 1      | 13) | $x^2$    |
| 6) | $10^2$ | 14) | $x^2y^2$ |
| 7) | b      | 15) | 1        |
| 8) | $5a^4$ |     |          |

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 4

1)

	เป็น	ไม่เป็น	ตัวคงที่	ตัวแปร	เลขชี้กำลัง
ก	/		6	$x^3y$	3, 1
ข	/		1	$x^{12}$	12
ค		/			
ง		/			
จ		/			

	เป็น	ไม่เป็น	ตัวคงที่	ตัวแปร	เลขชี้กำลัง
จ	✓		1	x	1
ข		✓			
ค		✓			
ง	✓		1	$x^3z$	3, 1
ฉ	✓		$2^3$	$x^3$	3
				/	

$$2) \quad 3a, \frac{1}{2}x^3, 5y^7, 2.5b^4, \frac{4}{5}z^{10}$$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 5

1

- |           |            |
|-----------|------------|
| 1) 3 พจน์ | 6) 5 พจน์  |
| 2) 3 พจน์ | 7) 6 พจน์  |
| 3) 5 พจน์ | 8) 8 พจน์  |
| 4) 6 พจน์ | 9) 9 พจน์  |
| 5) 5 พจน์ | 10) 7 พจน์ |

2

- 1)  $2a + b$
- 2)  $b - c$
- 3)  $5a + 3$
- 4)  $\frac{2}{3}(x + y)$
- 5)  $x(x + y)$

3







$$a + b, 3ac + b^2, \frac{1}{2}xy^2 + 4, 0.5a^5 + y, 30x + z^5$$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 6

	ข้างซ้ายเครื่องหมาย " + "		ข้างขวาเครื่องหมาย " = "		ตัวแปร	ไม่เป็น สมการ	เป็น สมการ
	พจน์	นิพจน์	พจน์	นิพจน์			
1		$3+2$	$5$		-		/
2		$2+3$	$6$		-		/
3						/	
4						/	
5		$x+3$	$5$		$x$		/
6						/	
7		$b-x$	$5$		$b$		/
8	$\frac{c}{3}$		$10$		$c$		/
9						/	
10		$\frac{a+3}{7}$	$10$		$a$		/
11		$x+1$	$x$		$x$		/

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 7

1)

	ตัวแปร	ค่าของ ตัวแปร	แทนค่า	เป็นจริง	รากของสมการ
1		10	$3 + 7 = 10$	✓	10
2		15	$11 + 4 = 15$	✓	15
3		3	$3 + 7 = 10$	/	3
4		11	$11 + 4 = 15$	/	11
5		12	$23 + 12 = 35$	✓	12
6		30	$13 + 17 = 30$	/	30
7	n	13	$7 + 13 = 20$	✓	13
8	b	14	$14 + 16 = 30$	✓	14
9	n	16	$16 + 24 = 40$	✓	16
10	p	50	$7 + 50 = 57$	✓	50
11	a	4	$4 + 11 = 15$	✓	4
12	a	14	$30 = 16 + 14$	✓	14
13	a	20	$3 + 20 = 23$	✓	20
14	q	0	$0 + 12 = 12$	✓	0
15	x	144	$\frac{144}{4} = 36$	/	144
16	x	43	$2 \times 43 = 86$	/	43
17	x	28	$3 + \left(\frac{1}{2} \times 28\right) = 17$	✓	28
18	y	9	$(5 \times 9) - 8 = 37$	✓	9
19	x	1, 2	$(1-1)(2-2) = 0$	✓	1, 2
20	y	-	-	-	-

2).

2.1 ไม่เป็น ;  $15 + 7 \neq 21$

2.2 เป็น ;  $35 - 8 = 27$

2.3 ไม่เป็น ;  $\frac{21}{3} \neq 8$

2.4 เป็น ;  $3 \times 31 = 93$

2.5 เป็น ;  $3 + 6 = 4 + 5$

3)

3.1 เป็น ; 3.4 ไม่เป็น

3.2 ไม่เป็น ; 3.5 ไม่เป็น

3.3 เป็น

4)

4.1 12 ; 4.6 ไม่ใช่คำตอบ

4.2 15 ; 4.7 1, 2

4.3 12 ; 4.8 12

4.4 20 ; 4.9 7

4.5 จำนวนใด ๆ ; 4.10 0

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



5)

	ตัวแปร	ค่าตัวแปร	แทนค่า	จริง	เท็จ	รากสมการ
1	x	2	$2 + 3 = 5$	✓		2
2	a	2	$2 \times 2 = 4$	✓		2
3	b	12	$12 - 7 = 5$	✓		12
4	c	30	$\frac{30}{3} = 30$	✓		30
5	a	2	$(5 \times 2) - 1 = 9$	✓		2
6	c	49	$\frac{(49)}{7} + 3 = 10$	✓		49
7	x	-	-	-	-	-
8	y	-	-	-	-	-

6)

	ค่าตัวแปร	แทนค่า		ค่าตัวแปร	แทนค่า
1	1	$1 + 1 = 2$	6	1, 2, 3	3 0; 670
2	2	$2 \cdot 3 = 6$			9 0
3	2	$(2 \times 2) - 1 = 3$	7	จำนวนใด ๆ	จำนวนใด-จำนวนใด ๆ
4	2	$2 + 3 = 5$	8	หาไม่ได้	-
5	1, 0, $\frac{1}{2}$	$1 < 2; 0 < 2$	9	หาไม่ได้	-
		$\frac{1}{2} < 2$	10	7	$3 + 7 = 10$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 8

- |     |                |     |                 |
|-----|----------------|-----|-----------------|
| 1)  | 25             | 11) | 9.1             |
| 2)  | 54             | 12) | $7\frac{1}{4}$  |
| 3)  | 31             | 13) | $10\frac{2}{5}$ |
| 4)  | 21             | 14) | 2.6             |
| 5)  | 41             | 15) | 86              |
| 6)  | 3              | 16) | $17\frac{3}{4}$ |
| 7)  | 36             | 17) | 36.9            |
| 8)  | 87             | 18) | 11.9            |
| 9)  | 8.2            | 19) | $1\frac{3}{4}$  |
| 10) | $5\frac{1}{2}$ | 20) | 1.2             |

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 9

- |     |                |     |                |
|-----|----------------|-----|----------------|
| 1)  | 35             | 11) | 38.0           |
| 2)  | 2              | 12) | $1\frac{1}{7}$ |
| 3)  | 18             | 13) | 10             |
| 4)  | 33             | 14) | 25.4           |
| 5)  | 8              | 15) | 30.0           |
| 6)  | 6              | 16) | $\frac{7}{9}$  |
| 7)  | $\frac{22}{5}$ | 17) | $3\frac{1}{5}$ |
| 8)  | 7              | 18) | $1\frac{2}{3}$ |
| 9)  | 2              | 19) | 16             |
| 10) | $\frac{6}{7}$  | 20) | 33             |

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 10

1)

1.1	$7 + 3$	1.10	$3$
1.2	$n + 9$	1.11	$\frac{h}{2}$
1.3	$p + 5$	1.12	$.36$
1.4	$10$	1.13	$y + 5$
1.5	$b + 12$	1.14	$8$
1.6	$15$	1.15	$6$
1.7	$50$	1.16	$11$
1.8	$21$	1.17	$\frac{1}{10}$
1.9	$10t$		

2)  $5 - x$  บาท

3)

3.1  $x - 2$  บาท

3.2  $x - 5$  บาท

3.3  $x - a$

4)

$\frac{x}{2}$

5)

$2$  บาท

6)

$\frac{15}{x}$  วัน

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 11

- |                   |                   |                   |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1) 84             | 8) $\frac{23}{5}$ | 15) 6             |
| 2) 120            | 9) $\frac{59}{2}$ | 16) 2             |
| 3) 134            | 10) 3             | 17) 0             |
| 4) $\frac{27}{4}$ | 11) 6             | 18) 65            |
| 5) $\frac{11}{5}$ | 12) 7             | 19) 6             |
| 6) $\frac{7}{5}$  | 13) 4             | 20) $\frac{9}{2}$ |
| 7) $\frac{3}{2}$  | 14) 3             | 21) $\frac{9}{4}$ |

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 12

- 1.
- |                 |                  |
|-----------------|------------------|
| 1) $7 - 3 = 4$  | 6) $a + 3 = 4$   |
| 2) $4a = 2$     | 7) $y - 1 = 4$   |
| 3) $b + 7 = 15$ | 8) $2z = 10$     |
| 4) $c = 35$     | 9) $p + 10 = 50$ |
| 5) $5x = 7$     | 10) $7q = 21$    |
- 2.
- |                         |                                       |
|-------------------------|---------------------------------------|
| 1) $\frac{1}{2}x = 5$   | 6) $3 \cdot 5 = 38$                   |
| 2) $y + 3 = 21$         | 7) $\frac{1}{2}(5) = 11$              |
| 3) $5a - 4 = 36$        | 8) $x - 10 = \frac{3}{5}x$            |
| 4) $\frac{1}{4}x = 5.5$ | 9) $x + x + 3x = 24$                  |
| 5) $x + x(x + 6) = 40$  | 10) $x + (x + 8) + (x + 8) + 10 = 47$ |

## เฉลยแบบฝึกหัดที่ 13

1)

1.1  $x + 6 = 25$  ;  $x = 19$

1.2  $x + 8 = 12$  ;  $x = 4$

1.3  $4x = 32$  ;  $x = 8$

1.4  $3x + 4 = 18$  ;  $x = 4$

1.5  $2x + 10 = 14$  ;  $x = 2$

2)  $x - 29 = 177$  ;  $x = 206$  ชิ้น

3)  $1847 + x = 1879$  ;  $x = 32$  ปี

4)  $4x = 10$  ;  $x = \frac{10}{4}$  เมตร

5)  $\frac{2}{3}x = 18$  ;  $x = 27$  คน

6)  $2x + 13 = 27$  ;  $x = 7$

7)  $4(6 + x) = 48$  ;  $x = 6$

8)  $10x + 10 = 100$  ;  $x = 9$

9)  $\frac{1}{4}x = 15$  ;  $x = 60$

10)  $3(x + 7) = 33$  ;  $x = 4$

11)  $8(x + 3) = 96$  ;  $x = 9$

12)  $\frac{4}{7}x = 28$  ;  $x = 49$  ปี

13)  $2x + 24 = 40$  ;  $x = 8$  เมตร

14)  $\frac{1}{2}x - 3 = 6$  ;  $x = 18$  บาท

15)  $\frac{2}{3}x + 2 = 5$  ;  $x = 4.5$  ซม.

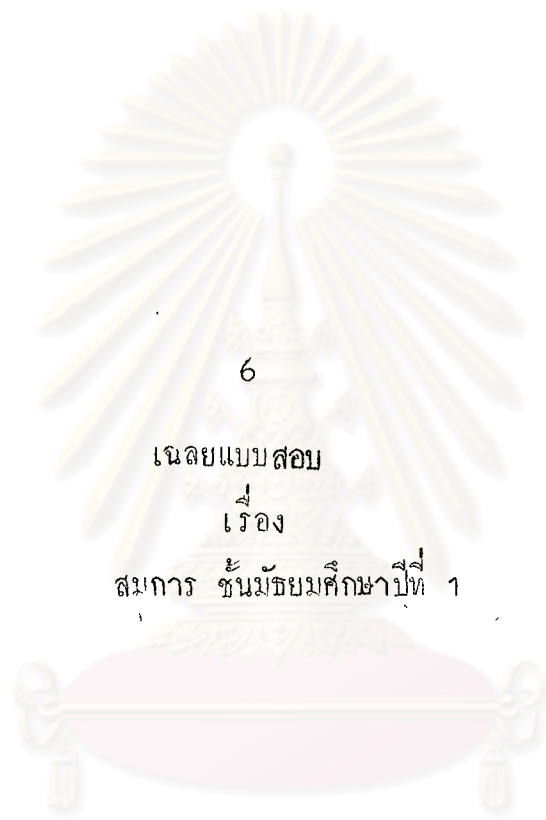
16)  $\frac{2}{5}x + 8 = 18$  ;  $x = 25$  ทัพ

17)  $3x - 15 \times 10^6 = 24 \times 10^6$   
 $x = 13 \times 10^6$  ก.ม.

- 18)  $6x + 100 = 520$  ;  $x = 70$  บาท  
19)  $3x - 4 = 17$  ;  $x = 7$  แห่ง  
20)  $10x - 40 = 5$  ;  $x = 4.5$  ปี



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



6

เนลยแบบสอบ

เรื่อง

สมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยแบบ ส้อม ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1  
ของการใช้กลวิธีการเรียนรู้ของชุมชน (ก)

- |      |       |       |
|------|-------|-------|
| 1. ก | 9. ข  | 17. ค |
| 2. ค | 10. ง | 18. ง |
| 3. ก | 11. ข | 19. ก |
| 4. ก | 12. ค | 20. ก |
| 5. ง | 13. ง | 21. ค |
| 6. ก | 14. ก | 22. ก |
| 7. ค | 15. ข | 23. ข |
| 8. ก | 16. ค | 24. ค |
|      |       | 25. ง |

เฉลยแบบ ส้อม ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1  
ของการใช้กลวิธีการเรียนรู้ของชุมชน (ข)

- |      |             |       |
|------|-------------|-------|
| 1. ก | 9. ค        | 17. ง |
| 2. ข | 10. ก       | 18. ง |
| 3. ข | 11. ข       | 19. ก |
| 4. ก | 12. ข       | 20. ก |
| 5. ค | 13. ค       | 21. ข |
| 6. ค | 14. ข       | 24. ก |
| 7. ง | 15. ก       | 25. ค |
| 8. ก | <b>16</b> ข |       |



เฉลยแบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2  
ของการใช้กลวิธีการเรียนรู้ของบลูม (ก)

- |      |       |
|------|-------|
| 1. ข | 6. ก  |
| 2. ก | 7. ข  |
| 3. ค | 8. ค  |
| 4. ง | 9. ก  |
| 5. ค | 10. ข |

เฉลยแบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2  
ของกลวิธีการเรียนรู้ของบลูม (ข)

- |      |       |
|------|-------|
| 1. 4 | 6. ค  |
| 2. ก | 7. ก  |
| 3. ค | 8. ก  |
| 4. ข | 9. ค  |
| ค. 3 | 10. ข |

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลยแบบสอบ วัดสัมฤทธิ์ผลในการเรียน  
เรื่อง

สมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

1.	ง	11.	ข	21.	ข	31.	ค
2.	ค	12	ข	22	ง	32	ข
3	ง	13	ก	23	ข	33	ค
4	ง	14	ง	24	ก	34	ข
5	ง	15	ง	25	ค	35	ง
6	ข	16	ข	21	ค	36	ก
7	ง	17	ข	27	ก	37	ค
8	ค	18	ก	28	ง	38	ก
9	ค	19	ง	29	ข	39	ค
10	ข	20	ก	30	ข	40	ค

เฉลยแบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนที่ 1  
ของแผนการเรียนการสอนของเคเคเคเคเคเค

(ก)

1	ก	6	ก	11	ข
2	ค	7	ค	12	ค
3	ข	8	ก	13	ง
4	ก	9	ข	14	ก
5	ง	10	ง	15	ข

(ข)

- |      |       |       |
|------|-------|-------|
| 1. ก | 6. ค  | 11. ข |
| 2. ข | 7. ง  | 12. ข |
| 3. ข | 8. ค  | 13. ค |
| 4. ค | 9. ก  | 14. ข |
| 5. ง | 10. ก | 15. ก |

เจดีย์แบบ สออบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ 2  
ของแผนการเรียนการสอนของเคตติเลออร์

(ก)

- |                  |                   |       |       |
|------------------|-------------------|-------|-------|
| 1) 21            | 4) $\frac{11}{3}$ | 7) 30 | 10) 3 |
| ๒) 1.2           | 5) $\frac{16}{5}$ | 8) 4  |       |
| ๓) $\frac{7}{4}$ | 6) $\frac{5}{3}$  | 9) 9  |       |

(ข)

- |                  |                   |       |        |
|------------------|-------------------|-------|--------|
| 1) 13            | 4) 10             | 7) 10 | 10) 12 |
| 2) 2             | 5) $\frac{24}{5}$ | 8) 1  |        |
| 3) $\frac{4}{3}$ | 6) $\frac{5}{3}$  | 9) 0  |        |

เฉลยแบบ สอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ 3  
ของแผนการเรียนการสอนของเกรดเลอร์  
(ก)

- 1) a เป็นเลขจำนวนหนึ่ง สมการคือ  $2a + 3 = 19$  ;  $a = 8$
- 2) สมการคือ  $0.75b = 500$  ;  $b = 6.55$  ; ขอมะม่วงได้ 6 ผล
- 3)  $\frac{1}{2}(c + 5)$  ; สมการคือ  $\frac{1}{2}(c + 5) = 11$  ;  $c = 17$
- 4)  $d - 10$  ; สมการคือ  $d - 10 = \frac{3}{5}$
- 5) สมการคือ  $\frac{3}{4}x = 33$  ;  $x = 44$

ตรวจคำตอบ สามส่วนสี่ของจำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับ 33

$$\frac{3}{4} \times 44 = 33$$

เลขจำนวนนั้น 44

(ข)

- 1) จำนวนหนึ่ง ; สมการคือ  $4a + 16 = 40$  ;  $a = 6$
- 2)  $6x$  ; สมการคือ  $6x = 500$  ;  $x = 83.33$
- 3)  $\frac{3}{4}(c + 2)$  ; สมการคือ  $\frac{3}{4}(c + 2) = 3$  ;  $c = 2$
- 4)  $d - 3$  ; สมการคือ  $d - 3 = \frac{1}{2}d$
- 5) สมการคือ  $3(x + 7) = 57$  ;  $x = 12$

ตรวจคำตอบ 7. บวกจำนวนนั้นแล้วคูณผลบวกด้วย 3 เท่ากับ 57

$$(7 + 12) \times 3 = 57$$

จำนวนนั้นคือ 12

ภาคผนวก จ

1. การหาค่า CSR ADR และ CPR ของลำดับชั้นการเรียนรู้
2. ตารางวิเคราะห์หลักสูตร เรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
3. การหาค่าอำนาจจำแนก ( P ) และระดับความยากง่าย ( r )
4. การหาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อถือได้ (  $r_{tt}$  )
5. การหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบเอฟ ( F-test )

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. การหาค่า Consistency ratio (CSR), Adequacy (ADR)

Completeness ratio (CPR)

สมมุติฐานที่ 1    1    2    1

$$\begin{aligned} \text{CSR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,1)} \\ &= \frac{22}{22+2} = 0.92 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ADR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(1,0)} \\ &= \frac{22}{22+3} = 0.88 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{CPR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,0)} \\ &= \frac{22}{22+2} = 0.92 \end{aligned}$$

สมมุติฐานที่ 2    2    3    2

$$\begin{aligned} \text{CSR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,1)} \\ &= \frac{22}{25+4} = 0.86 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ADR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(1,0)} \\ &= \frac{25}{25+1} = 0.96 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{CPR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,0)} \\ &= \frac{25}{25+0} = 1.00 \end{aligned}$$

สมมุติฐานที่ 3      4 ↑ 3

$$\begin{aligned}
 \text{CSR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,1)} \\
 &= \frac{27}{27+1} = 0.96 \\
 \text{ADR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(1,0)} \\
 &= \frac{27}{27+2} = 0.93 \\
 \text{CPR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,0)} \\
 &= \frac{27}{27+0} = 1.00
 \end{aligned}$$

สมมุติฐานที่ 4      5 ↑ 4

$$\begin{aligned}
 \text{CSR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,1)} \\
 &= \frac{27}{27+0} = 1.00 \\
 \text{ADR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(1,0)} \\
 &= \frac{27}{27+1} = 0.96 \\
 \text{CPR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,0)} \\
 &= \frac{25}{25+1} = 0.96
 \end{aligned}$$

สมมติฐานที่ 5      6 ↑ 5

$$\begin{aligned} \text{CSR} &= \frac{f_j(1,1)}{f(1,1) + f(0,1)} \\ &= \frac{28}{28+0} = 1.00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ADR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1) + f(1,0)} \\ &= \frac{28}{28+0} = 1.00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{CPR} &= \frac{f_j(1,1)}{f(1,1) + f(0,0)} \\ &= \frac{28}{28+1} = 0.97 \end{aligned}$$

สมมติฐานที่ 6      7 ↑ 6

$$\begin{aligned} \text{CSR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1) + f(0,1)} \\ &= \frac{29}{29+0} = 1.00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ADR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1) + f(1,0)} \\ &= \frac{29}{29+0} = 1.00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{CPR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1) + f(0,0)} \\ &= \frac{29}{29+1} = 0.97 \end{aligned}$$



สมมุติฐานที่ 7      8 ↑ 7

$$\begin{aligned}
 \text{CSR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,1)} \\
 &= \frac{29}{29+0} = 1,00 \\
 \text{ADR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(1,0)} \\
 &= \frac{29}{29+0} = 1,00 \\
 \text{CPR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,0)} \\
 &= \frac{29}{29+1} = 0,97
 \end{aligned}$$

สมมุติฐานที่ 8      9 ↑ 7

$$\begin{aligned}
 \text{CSR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,1)} \\
 &= \frac{29}{29+0} = 1,00 \\
 \text{ADR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(1,0)} \\
 &= \frac{29}{29+0} = 1,00 \\
 \text{CPR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,0)} \\
 &= \frac{29}{29+1} = 0,97
 \end{aligned}$$

สมมติฐานที่ 9      10   7

$$\begin{aligned}
 \text{CSR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1) + f(0,1)} \\
 &= \frac{29}{29+0} = 1.00 \\
 \text{ADR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1) + f(1,0)} \\
 &= \frac{29}{29+0} = 1.00 \\
 \text{CPR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1) + f(0,0)} \\
 &= \frac{29}{29+1} = 0.97
 \end{aligned}$$

สมมติฐานที่ 10      11   7

$$\begin{aligned}
 \text{CSR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1) + f(0,1)} \\
 &= \frac{25}{25+0} = 1.00 \\
 \text{ADR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1) + f(1,0)} \\
 &= \frac{25}{25+4} = 0.86 \\
 \text{CPR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1) + f(0,0)} \\
 &= \frac{25}{25+1} = 0.96
 \end{aligned}$$

สมมติฐานที่ 11      8 ↑ 12

$$\begin{aligned} \text{CSR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,1)} \\ &= \frac{25}{25+0} = 1.00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ADR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(1,0)} \\ &= \frac{25}{25+4} = 0.86 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{CPR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,0)} \\ &= \frac{25}{25+1} = 0.96 \end{aligned}$$

สมมติฐานที่ 12      9 ↑ 12

$$\begin{aligned} \text{CSR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,1)} \\ &= \frac{25}{25+0} = 1.00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ADR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(1,0)} \\ &= \frac{25}{25+4} = 0.86 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{CPR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,0)} \\ &= \frac{25}{25+1} = 0.96 \end{aligned}$$

สมมุติฐานที่ 13      10 ↑ 12

$$\begin{aligned}
 \text{CSR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,1)} \\
 &= \frac{25}{25+0} = 1.00 \\
 \text{ADR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(1,0)} \\
 &= \frac{25}{25+4} = 0.86 \\
 \text{CPR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,0)} \\
 &= \frac{25}{25+1} = 0.96
 \end{aligned}$$

สมมุติฐานที่ 14      11 ↑ 12

$$\begin{aligned}
 \text{CSR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,1)} \\
 &= \frac{23}{23+2} = 0.92 \\
 \text{ADR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(1,0)} \\
 &= \frac{23}{23+2} = 0.92 \\
 \text{CPR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,0)} \\
 &= \frac{23}{23+3} = 0.88
 \end{aligned}$$

สมมติฐานที่ 15    12 ↑ 8,9,10,11

$$\begin{aligned}
 \text{CSR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,1)} \\
 &= \frac{23}{23+2} = 0.92 \\
 \text{ADR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(1,0)} \\
 &= \frac{23}{23+2} = 0.92 \\
 \text{CPR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,0)} \\
 &= \frac{23}{23+3} = 0.88
 \end{aligned}$$

สมมติฐานที่ 16    12 ↑ 13

$$\begin{aligned}
 \text{CSR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,1)} \\
 &= \frac{22}{22+0} = 1.00 \\
 \text{ADR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(1,0)} \\
 &= \frac{22}{22+3} = 0.88 \\
 \text{CPR} &= \frac{f(1,1)}{f(1,1)+f(0,0)} \\
 &= \frac{22}{22+5} = 0.82
 \end{aligned}$$



นักเรียน คาบที่	พฤติกรรมกรเรียนรู													นักเรียน คาบที่
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	20
21	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	21
22	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	22
23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	23
24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	24
25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	25
26	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	26
27	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	27
28	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	28
29	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	29
30	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	30

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตาราง ข แสดงจำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ถูกตัดออกจากการวิเคราะห์ข้อมูล

พฤติกรรมชั้นต่ำกว่า	พฤติกรรมชั้นสูงกว่า	จำนวน	เลขที่
1	2	1	22
2	3	-	-
3	4	-	-
4	5	1	6
5	6	1	30
6	7	-	-
7	8	-	-
7	9	-	-
7	10	-	-
7	11	-	-
8	12	-	-
9	12	-	-
10	12	-	-
11	12	-	-
8, 9, 10, 11	12	-	-
12	13	-	-

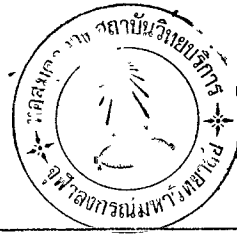


ตาราง ค แสดงการแจกแจงความถี่ของจำนวนนักเรียนในแต่ละสมมุติฐาน

สมมุติฐาน	f (1,1)	f (1,0)	f (0,1)	f (0,0)
(1) 2 ↑ 1	22	3	2	2
(2) 3 ↑ 2	25	1	4	0
(3) 4 ↑ 3	27	2	1	0
(4) 5 ↑ 4	27	1	0	1
(5) 6 ↑ 5	28	0	0	1
(6) 7 ↑ 6	29	0	0	1
(7) 8 ↑ 7	29	0	0	1
(8) 9 ↑ 7	29	0	0	1
(9) 10 ↑ 7	29	0	0	1
(10) 11 ↑ 7	25	4	0	1
(11) 12 ↑ 8	25	4	0	1
(12) 12 ↑ 9	25	4	0	1
(13) 12 ↑ 10	25	4	0	1
(14) 12 ↑ 11	23	2	2	3
(15) 12 ↑ 8,9,10,11	23	2	2	3
(16) 12 ↑ 13	21	3	0	5

ตาราง จ แสดงความก้าวหน้าในการเรียนเรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1  
ของกลวิธีการเรียนรู้ของบloom

เลขที่	กลุ่ม / ตอน	ผลการสอบในหน่วย การเรียนรู้ที่ 1 ( จำนวนข้อที่ถูก )			ผลการสอบในหน่วย การเรียนรู้ที่ 2 ( จำนวนข้อที่ถูก )			ผลการสอบ เพื่อสรุปผล การเรียนรู้
		ครั้งที่			ครั้งที่			
		1	2	รวม	1	2	รวม	
1	ค/แ 2	24	1	25	10	-	10	38
2		25	-	25	10	-	10	38
3		25	-	25	10	-	10	34
4		22	2	24	10	-	10	32
5		24	1	25	10	-	10	33
6		22	3	25	10	-	10	38
7		24	1	25	10	-	10	36
8		24	1	25	10	-	10	36
9		23	2	25	10	-	10	34
10		24	1	25	10	-	10	35
11	ค/2	19	4	23	8	0	8	28
12		20	3	23	7	2	9	32
13		21	3	24	9	0	9	33
14		17	5	22	10	-	10	30
15		22	3	25	10	-	10	35



เลขที่	กลุ่ม ตอน	ผลการสอบในหน่วย การเรียนรู้ 1 ( จำนวนข้อที่ถูก )			ผลการสอบในหน่วย การเรียนรู้ 2 ( จำนวนข้อที่ถูก )			ผลการสอบ เพื่อสรุปผล การเรียนรู้
		ครั้งที่			ครั้งที่			
		1	2	รวม	1	2	รวม	
16	ค ด /2	21	3	24	8	0	8	31
17		22	3	25	9	0	9	28
18		22	3	25	10	-	10	32
19		22	2	24	10	-	10	32
20		23	1	24	10	-	10	33
21	ป น ก ล า ง /2	23	-	23	7	1	8	32
22		17	4	21	7	1	8	32
23		21	3	24	10	-	10	32
24		22	2	24	6	4	10	32
25		22	2	24	10	-	10	28
26		22	1	23	9	0	9	32
27		19	5	24	8	0	8	32
28		21	3	24	9	0	9	34
29		24	1	25	10	-	10	33
30		21	4	25	8	0	8	32



เลขที่	กลุ่ม / ตอน	ผลการสอบใน หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 (จำนวนข้อที่ทำได้)			ผลการสอบใน หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 (จำนวนข้อที่ทำได้)			ผลการสอบใน หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 (จำนวนข้อที่ทำได้)			ผลการสอบ เพื่อสรุปผล การเรียนรู้
		ครั้งที่			ครั้งที่			ครั้งที่			
		1	2	3	1	2	3	1	2	3	
16		8	2	0	2	0	-	6	0	-	25
17		6	0	-	0	-	-	3	0	-	33
18	ดี/1	2	0	-	0	-	-	4	0	-	31
19		5	0	-	0	-	-	5	0	-	30
20		5	0	-	0	-	-	7	1	0	32
21		6	1	0	1	0	-	8	0	-	23
22		4	3	0	1	0	-	6	1	0	24
23		6	3	0	0	-	-	9	2	0	26
24		7	3	0	1	0	-	2	0	-	35
25		1	0	-	1	0	-	6	0	-	29
26	ปาน กลาง 1	5	0	-	1	0	-	5	0	-	26
27		5	0	-	0	-	-	4	2	0	30
28		4	0	-	0	-	-	3	0	-	27
29		4	0	-	0	-	-	3	0	-	30
30		2	0	-	0	-	-	4	1	0	25

## 2. ตารางวิเคราะห์หลักสูตร เรื่องสมการชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

## ตารางวิเคราะห์หลักสูตร เรื่องสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ก)

เนื้อหา	พฤติกรรม	การคิด คำนวณ 63.3%	ความ เข้าใจ 21.3%	การนำ ไปใช้ 6.6%	การ วิเคราะห์ 8.3%	รวม
1. ความหมายของสัญลักษณ์คูณและการใช้ สัญลักษณ์แทนจำนวน		2	2			4
2. การหาร เลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลัง ของเศษมากกว่าเลขชี้กำลังของส่วน		1	1	1		3
3. การหาค่า $a^0$ เมื่อ $a \neq 0$		1	1			2
4. ความหมายของพจน์		2	1			3
5. ความหมายของนิพจน์		3	1			4
6. ความหมายของสมการ		2	1			3
7. การแก้สมการโดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร		2			2	4
8. การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่า กันสำหรับการบวกและการตรวจคำตอบ		2				2
9. การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการ เท่ากันสำหรับการลบและการตรวจ คำตอบ		4				4
10. การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการ เท่ากันสำหรับการคูณและการตรวจ คำตอบ		2				2
11. การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติ การเท่ากันสำหรับการหาร และการ ตรวจคำตอบ		5				5

เนื้อหา	พฤติกรรม	การคิด คำนวณ 63.3%	ความ เข้าใจ 21.3%	การนำ ไปใช้ 6.6%	การ วิเคราะห์ 8.3%	รวม
12. การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่ากันมากกว่า 1 อย่าง และการตรวจคำตอบ		6		1	2	9
13. การแก้โจทย์สมการและการตรวจคำตอบ		6	6	2	1	15
	รวม	38	13	4	5	60

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ตารางวิเคราะห์หลักสูตร เรื่องสมการ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ข)

เนื้อหา	พฤติกรรม	การคิด คำนวณ 67.5%	ความ เข้าใจ 20%	การนำ ไปใช้ 5%	การ วิเคราะห์ 7.5%	รวม
1. ความหมายของสัญลัษณ์และการใช้ สัญลัษณ์แทนจำนวน		1				1
2. การหาร เลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลัง ของเศษมากกว่าเลขชี้กำลังของส่วน		1				1
3. การหาค่า $a^0$ เมื่อ $a \neq 0$		1				1
4. ความหมายของพจน์		1				1
5. ความหมายของนิพจน์		1	1			2
6. ความหมายของสมการ		1				1
7. การแก้สมการ โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร			1			1
8. การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่า กันสำหรับการบวก และการตรวจคำตอบ		1				1
9. การแก้สมการ โดยใช้คุณสมบัติการเท่า กันสำหรับการลบ และการตรวจคำตอบ		2				2
10. การแก้สมการ โดยใช้คุณสมบัติการเท่า กันสำหรับการคูณและการตรวจคำตอบ		2				2
11. การแก้สมการ โดยใช้คุณสมบัติการเท่า กันสำหรับการหารและการตรวจคำตอบ		4				4
12. การแก้สมการโดยใช้คุณสมบัติการเท่า กันมากกว่า 1 อย่าง และการตรวจ คำตอบ		6		1	3	10
13. การแก้โจทย์สมการและการตรวจคำตอบ		6	6	1		13
รวม		27	8	2	3	40



## 3. การหาค่าอำนาจจำแนก (P) และระดับความยากง่าย (r)

การวิเคราะห์แบบสอย เรื่องสมการ เพื่อเลือกข้อที่มีอำนาจจำแนก  
และระดับความยากง่ายสูง (ใช้วิธีวิเคราะห์แบบตัด 27 % )

ข้อที่	$P_H$	$P_L$	ความยากง่าย ( $\bar{P}$ )	อำนาจจำแนก ( $r$ )	หมายเหตุ
1	0.55	0.28	0.41	0.28	✓ (1)
2	0.81	0.52	0.67	0.32	×
3	0.62	0.41	0.52	0.21	×
4	0.81	0.33	0.58	0.49	×
5	0.53	0.22	0.37	0.33	✓ (2)
6	0.66	0.24	0.45	0.43	×
7	0.93	0.50	0.74	0.53	×
8	0.69	0.31	0.50	0.38	✓ (3)
9	0.81	0.52	0.67	0.32	×
10	0.62	0.41	0.52	0.21	✓ (4)
11	0.41	0.41	0.41	0.00	*
12	0.86	0.52	0.70	0.39	×
13	0.38	0.40	0.39	-0.02	*
14	0.47	0.20	0.33	0.30	✓ (5)
15	1.00	0.53	0.82	0.71	×
16	0.50	0.31	0.40	0.20	✓ (6)
17	0.60	0.24	0.42	0.37	✓ (7)
18	0.93	0.38	0.69	0.61	×
19	0.98	0.84	0.87	0.09	*

ข้อที่	P <sub>H</sub>	P <sub>L</sub>	ความยากง่าย (P)	อำนาจจำแนก (R)	หมายเหตุ
20	0.91	0.81	0.86	0.19	*
21	0.76	0.60	0.68	0.18	*
22	0.24	0.16	0.20	0.12	*
23	0.90	0.74	0.83	0.25	*
24	0.97	0.50	0.78	0.64	✓ (8)
25	0.98	0.83	0.92	0.42	*
26	0.98	0.70	0.87	0.54	*
27	0.79	0.43	0.62	0.38	✓ (9)
28	0.83	0.40	0.63	0.45	✓ (10)
29	0.79	0.41	0.61	0.40	✓ (11)
30	0.95	0.59	0.80	0.52	×
31	0.97	0.57	0.68	0.25	✓ (12)
32	0.93	0.62	0.79	0.44	✓ (18)
33	0.36	0.10	0.22	0.36	✓ (14)
34	0.95	0.21	0.62	0.75	✓ (15)
35	1.00	0.41	0.77	0.76	✓ (16)
36	0.93	0.76	0.85	0.30	*
37	0.97	0.48	0.77	0.65	✓ (17)
38	0.97	0.33	0.70	0.73	✓ (18)
39	0.93	0.31	0.65	0.66	✓ (19)
40	0.93	0.41	0.70	0.59	✓ (20)
41	0.88	0.50	0.71	0.44	✓ (21)

ข้อ ข้อที่	$P_H$	$P_L$	ความยากง่าย (P)	อำนาจจำแนก (r)	หมายเหตุ
42	0.90	0.31	0.63	0.61	✓ (22)
43	0.90	0.28	0.61	0.63	✓ (23)
44	0.86	0.40	0.66	0.52	✓ (24)
45	0.94	0.22	0.61	0.73	✓ (25)
46	0.97	0.45	0.76	0.66	✓ (26)
47	0.98	0.45	0.77	0.70	✓ (27)
48	0.83	0.21	0.51	0.58	✓ (28)
49	0.91	0.31	0.64	0.63	✓ (29)
50	0.95	0.26	0.65	0.72	✓ (30)
51	0.95	0.36	0.70	0.66	✓ (31)
52	0.90	0.24	0.59	0.66	✓ (32)
53	0.90	0.34	0.64	0.59	✓ (33)
54	0.93	0.20	0.60	0.74	✓ (34)
55	0.36	0.20	0.28	0.20	✓ (35)
56	0.62	0.22	0.41	0.41	✓ (36)
57	0.76	0.22	0.41	0.54	✓ (37)
58	0.52	0.17	0.34	0.39	✓ (38)
59	0.36	0.20	0.28	0.20	✓ (39)
60	0.79	0.34	0.57	0.46	✓ (40)

จำนวนข้อทั้งหมด 60 ข้อ ข้อที่เครื่องหมาย ✓ เป็นข้อสอบที่เลือกมาใช้จำนวน 40 ข้อ  
 ข้อที่เครื่องหมาย \* เป็นข้อสอบไม่ใช้ ข้อที่เครื่องหมาย × เป็นข้อสอบที่ไม่เลือกมาใช้

#### 4. การหาสัมประสิทธิ์ที่ความเชื่อถือได้ ( $r_{tt}$ )

4.1 แสดงการหาค่าสัมประสิทธิ์ที่ความเชื่อถือได้ของแบบสอบถามนำไปใช้ในการวิจัยตามลำดับดังนี้

4.1.1 หาค่ามัธยัมเลขคณิตของคะแนนและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

X	f	fX	X <sup>2</sup>	fX <sup>2</sup>
55	1	55	3025	3025
54	1	54	2916	2916
52	1	52	2704	2704
51	4	204	2601	10404
50	3	150	2500	7500
49	5	245	2401	12005
48	6	288	2304	13824
47	6	282	2209	13254
46	3	138	2116	6348
45	8	360	2025	16200
44	8	352	1936	15488
43	6	258	1849	11094
42	6	252	1764	10584
41	11	451	1681	18491
40	6	240	1600	9600
39	10	390	1521	15210
38	7	266	1444	10108
37	6	222	1369	8214

X	f	f X	X <sup>2</sup>	fX <sup>2</sup>
36	17	621	1296	22032
35	6	210	1225	7350
34	8	272	1156	9248
33	6	198	1089	6534
32	14	448	1024	14336
31	4	124	961	3844
30	9	270	900	8100
29	9	261	841	7569
28	3	84	784	2352
27	3	81	729	2187
26	2	52	676	1352
25	4	100	625	2500
24	8	192	576	4608
23	3	69	529	1587
22	4	88	484	1936
21	7	147	441	3087
20	1	20	400	400
19	2	38	361	722
18	1	18	324	321
17	1	17	289	289
16	1	16	256	256
15	2	30	225	450
	N=213	$\Sigma f \cdot X=7615$		$\Sigma f \cdot X^2=288029$

ก. หามัธยิม เลขคณิต

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร} \quad \bar{X} &= \frac{\sum fX}{N} \\ &= \frac{7615}{213} \\ &= 35.75 \end{aligned}$$

ข. หาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบสอบถาม

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร} \quad S.D &= \sqrt{\frac{\sum fX^2}{N} - \left(\frac{\sum fX}{N}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{288029}{213} - \left(\frac{7615}{213}\right)^2} \\ &= \sqrt{1352.25 - (35.75)^2} \\ &= \sqrt{1352.25 - 1278.06} \\ &= \sqrt{74.19} \\ &= 8.61 \end{aligned}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.1.2 หาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อถือได้ของแบบทดสอบเรื่อง สมการ ก่อนนำมาใช้ในการวิจัย

ข้อที่	P	q	Pq	ข้อที่	P	q	Pq
1	0.4138	0.5862	0.2426	20	0.8621	0.1379	0.1189
2	0.6638	0.3362	0.2232	21	0.6810	0.3190	0.2172
3	0.5172	0.4828	0.2497	22	0.1983	0.8017	0.0431
4	0.5689	0.4311	0.2453	23	0.8189	0.1811	0.1483
5	0.3793	0.6207	0.2354	24	0.7328	0.2672	0.1958
6	0.4482	0.5518	0.2473	25	0.9025	0.0975	0.0879
7	0.7155	0.2845	0.2036	26	0.8620	0.1380	0.1189
8	0.0500	0.9500	0.0475	27	0.6121	0.3879	0.2374
9	0.6637	0.3363	0.2232	28	0.6121	0.3879	0.2371
10	0.5172	0.4828	0.2497	29	0.6034	0.3966	0.2393
11	0.4138	0.5862	0.2426	30	0.7672	0.2328	0.1786
12	0.6897	0.3103	0.2140	31	0.7672	0.2328	0.1786
13	0.3966	0.6034	0.2395	32	0.7759	0.2241	0.1739
14	0.3276	0.6724	0.2203	33	0.2328	0.7672	0.1786
15	0.7672	0.2328	0.1786	34	0.5776	0.4224	0.2439
16	0.4052	0.5948	0.2410	35	0.7069	0.2931	0.2072
17	0.4224	0.5776	0.2439	36	0.8448	0.1552	0.1311
18	0.6552	0.3448	0.2259	37	0.7214	0.2786	0.2009
19	0.9138	0.0862	0.0788	38	0.6466	0.3534	0.2285



ข้อที่	P	q	Pq
39	0.6293	0.3707	0.2333
40	0.6724	0.3276	0.2538
41	0.6896	0.3102	0.2139
42	0.6034	0.3966	0.2393
43	0.5862	0.4138	0.2426
44	0.6379	0.3621	0.2309
45	0.5776	0.4224	0.2439
46	0.7069	0.2931	0.2072
47	0.7155	0.2845	0.2036
48	0.1572	0.4828	0.2497
49	0.6120	0.3880	0.2345
50	0.6034	0.3966	0.2393
51	0.6552	0.3448	0.2259
52	0.5689	0.4311	0.2453
53	0.6206	0.3794	0.2355
54	0.5603	0.4397	0.2454
55	0.2759	0.7241	0.1998
56	0.4224	0.5776	0.2439
57	0.4914	0.5086	0.2448
58	0.3445	0.6555	0.2258
59	0.2759	0.7241	0.1998
60	0.5689	0.4311	0.2452



จากสูตร

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[ \frac{s_t^2}{s_t^2} - \sum Pq \right]$$

$n$  = จำนวนของข้อสอบ

$s_t^2$  = ค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

$P$  = สัดส่วนของคนทำถูกในแต่ละข้อ

$q$  =  $1 - P$

$$\begin{aligned} \therefore r_{tt} &= \left( \frac{60}{59} \right) \left[ \frac{74.19 - 12.5207}{74.19} \right] \\ &= 1.0169 \times 0.8312 \\ &= 0.8452 \end{aligned}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.2 แสดงการหาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อถือนៃของแบบสอบที่เลือกไว้ 40 ข้อ สำหรับใช้  
กับกลุ่มตัวอย่างประชากรจริง

4.2.1 หาหามัธยิมเลขคณิตของคะแนน และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบสอบที่เลือก  
มา 40 ข้อ

X	f	f X	X <sup>2</sup>	f X <sup>2</sup>
36	2	72	1296	2592
34	3	102	1156	3468
33	4	132	1089	4356
32	12	384	1024	12288
31	8	248	961	7688
30	5	150	900	4500
29	6	174	841	5046
28	14	392	784	10976
27	11	297	729	8019
26	15	390	675	10125
25	6	150	625	3750
24	9	216	576	3456
23	6	138	529	3174
22	6	132	484	2904
21	17	357	441	7497
20	14	280	400	5600
19	9	171	361	3249

x	f	f x	x <sup>2</sup>	f x <sup>2</sup>
18	7	126	324	2268
17	4	68	289	1156
16	12	192	256	3072
15	6	90	225	1350
14	10	140	196	1960
13	8	104	169	1183
12	7	84	144	1008
11	4	44	121	484
10	4	40	100	400
9	1	9	81	81
8	1	8	64	64
7	1	7	49	49
5	1	5	25	25
	N=213	∑ f x=4702		∑ f x <sup>2</sup> =111788

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ก. หามัธยิมเลขคณิต

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร} \quad \bar{x} &= \frac{\sum fx}{N} \\
 &= \frac{4702}{213} \\
 &= 22.075
 \end{aligned}$$

ข. หาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบสอบ

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร} \quad \text{S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum f x^2}{N} - \left(\frac{\sum f x}{N}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{111788}{213} - \left(\frac{4702}{213}\right)^2} \\
 &= \sqrt{524.8263 - (22.0751)^2} \\
 &= \sqrt{524.8263 - 487.3100} \\
 &= \sqrt{37.5163} \\
 &= 6.1251
 \end{aligned}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.2.2 หาค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อถือได้ของแบบสอบเรียง สมการ ที่เลือกมา 40 ข้อ สำหรับใช้กับกลุ่มตัวอย่างประชากรจริง

ข้อที่	P	q	Pq	ข้อที่	P	q	Pq
1	0.4138	0.5862	0.2426	20	0.6724	0.3776	0.2538
2	0.3793	0.6207	0.2354	21	0.6896	0.3102	0.2139
3	0.0500	0.9500	0.0475	22	0.6034	0.3966	0.2393
4	0.5172	0.4828	0.2497	23	0.5862	0.4138	0.2426
5	0.3276	0.6724	0.2203	24	0.6379	0.3621	0.2309
6	0.4052	0.5948	0.2410	25	0.5766	0.4224	0.2439
7	0.4224	0.5776	0.2439	26	0.7069	0.2931	0.2072
8	0.7328	0.2672	0.1958	27	0.7155	0.2845	0.2036
9	0.6121	0.3879	0.2374	28	0.5172	0.4828	0.2497
10	0.6121	0.3879	0.2371	29	0.6120	0.3880	0.2345
11	0.6034	0.3966	0.2393	30	0.6034	0.3966	0.2393
12	0.7672	0.2328	0.1786	31	0.6552	0.3448	0.2259
13	0.7759	0.2241	0.1739	32	0.5689	0.4311	0.2453
14	0.2328	0.7672	0.1786	33	0.6206	0.3794	0.2355
15	0.5776	0.4224	0.2439	34	0.5603	0.4397	0.2454
16	0.7069	0.2931	0.2072	35	0.2759	0.7214	0.1998
17	0.7214	0.2786	0.2009	36	0.4224	0.5776	0.2439
18	0.6466	0.3534	0.2285	37	0.4914	0.5086	0.2448
19	0.6293	0.3707	0.2333	38	0.3445	0.6555	0.2258

ข้อ	P	q	Pq
39	0.3445	0.6555	0.2258
40	0.2759	0.7241	0.1998

$$\Sigma Pq = 8.8937$$

จากสูตร

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[ \frac{s_t^2 - \Sigma Pq}{s_t^2} \right]$$

n = จำนวนข้อสอบ

$s_t^2$  = ค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

P = สัดส่วนคนทำถูกในแต่ละข้อ

q = 1 - P

$$\therefore r_{tt} = \left( \frac{40}{39} \right) \left[ \frac{37.5163 - 8.8937}{37.5163} \right]$$

$$= 1.0256 \times 0.7629$$

$$= 0.7824$$

ศูนย์วิทยุทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5. การหาค่ามัธยฐานเลขคณิต ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบเอฟ ( F - Test )

5.1 แสดงการหาค่ามัธยฐานเลขคณิตของคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียน และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ตามกลวิธีที่การ เรียนรู้ของบลูม

X	f	fX	X <sup>2</sup>	fX <sup>2</sup>
38	3	114	1444	4332
36	2	72	1296	2592
35	2	70	1225	2450
34	3	102	1156	3464
33	4	132	1089	4392
32	11	352	1024	11264
31	1	31	961	961
30	1	30	900	900
28	3	84	784	2352
	N = 30	$\sum f X = 987$		$\sum f X^2 = 32707$

=

5.1.1 หามัธยิมเลขคณิต

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } \bar{x} &= \frac{\sum f X}{N} \\
 &= \frac{987}{30} \\
 &= 32.9
 \end{aligned}$$

5.1.2 หาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } S.D &= \sqrt{\frac{\sum f X^2}{N} - \left(\frac{\sum f X}{N}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{32707}{30} - \left(\frac{987}{30}\right)^2} \\
 &= \sqrt{1090.23 - (32.9)^2} \\
 &= \sqrt{1090.23 - 1082.41} \\
 &= \sqrt{7.82} \\
 &= 2.796
 \end{aligned}$$



5.2 แสดงการหาค่ามัธยฐาน เลขคณิตของคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียน และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานตามแผนการเรียนการสอนของเคลเลอร์

$x$	$f$	$fx$	$x^2$	$fx^2$
35	1	35	1225	1225
34	2	68	1156	2312
33	3	99	1089	3267
32	5	160	1024	5120
31	4	124	961	3844
30	6	180	900	5400
29	1	29	841	841
28	1	28	784	784
27	1	27	729	729
26	2	52	676	1252
25	2	50	625	1250
24	1	24	576	576
23	1	23	529	529
	$N=30$	$\sum fx=899$		$\sum fx^2=27129$

5.2.1 หามัธยิมเลขคณิต

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } \bar{x} &= \frac{\sum f x}{N} \\
 &= \frac{899}{30} \\
 &= 29.97
 \end{aligned}$$

5.2.2 หาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } S.D &= \sqrt{\frac{\sum f x^2}{N} - \left(\frac{\sum f x}{N}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{27129}{30} - \left(\frac{899}{30}\right)^2} \\
 &= \sqrt{904.30 - (29.97)^2} \\
 &= \sqrt{904.30 - 898.20} \\
 &= \sqrt{6.1} \\
 &= 2.47
 \end{aligned}$$

ศูนย์วิทยพัชพยาบาล  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5.3 แสดงการหาค่ามัธยฐาน เลขคณิตของคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ตามกลวิธีการศึกษาเรียนรู้ของบดุมในแต่ละกลุ่มย่อย

กลุ่ม	x	f	f x	x <sup>2</sup>	f x <sup>2</sup>
ค.เยี่ยม	38	3	114	1444	4332
	36	2	72	1296	2592
	35	1	35	1225	1225
	34	2	68	1156	2312
	33	1	33	1089	1089
	32	1	32	1024	1024
			N=10	$\sum f X=354$	
ค.ด.	35	1	35	1225	1225
	33	2	66	1089	2178
	32	3	96	1024	3072
	31	1	31	961	961
	30	1	30	900	900
	28	2	56	784	1568
			N=10	$\sum f X=314$	
ปานกลาง	34	1	34	1156	1156
	33	1	33	1089	1089
	32	7	224	1024	7168
	28	1	28	784	784
		N=10	$\sum f X=319$		$\sum f X^2=10197$

5.3.1 หามัชฌิมเลขคณิต

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } \bar{x} &= \frac{\sum f x}{N} \\ \bar{x}_{\text{ดีเยี่ยม}} &= \frac{354}{10} = 35.4 \\ \bar{x}_{\text{ดี}} &= \frac{314}{10} = 31.4 \\ \bar{x}_{\text{ปานกลาง}} &= \frac{319}{10} = 31.9 \end{aligned}$$

5.3.2 หาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } S.D. &= \sqrt{\frac{\sum f x^2}{N} - \left(\frac{\sum f x}{N}\right)^2} \\ S.D._{\text{ดีเยี่ยม}} &= \sqrt{\frac{12574}{10} - \left(\frac{354}{10}\right)^2} \\ &= \sqrt{1257.4 - 1253.16} \\ &= \sqrt{4.24} = 2.06 \\ S.D._{\text{ดี}} &= \sqrt{\frac{9904}{10} - \left(\frac{314}{10}\right)^2} \\ &= \sqrt{990.4 - 985.96} \\ &= \sqrt{4.44} = 2.11 \\ S.D._{\text{ปานกลาง}} &= \sqrt{\frac{1097}{10} - \left(\frac{319}{10}\right)^2} \\ &= \sqrt{1019.7 - 1017.61} \\ &= \sqrt{2.09} = 1.45 \end{aligned}$$

5.4 แสดงการหาค่ามัธยฐาน เลขคณิตของคะแนนสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียน และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานตามแผนการเรียนการสอนของเคลเลอร์ในแต่ละกลุ่มย่อย

กลุ่ม	X	f	f X	X <sup>2</sup>	fX <sup>2</sup>
ดีเยี่ยม	34	2	68	1156	2312
	33	1	33	1089	1089
	32	1	32	1024	1024
	31	3	93	961	2883
	30	3	90	900	2700
			N=10	$\Sigma f X = 316$	
ดี	33	2	66	1089	2178
	32	4	128	1024	4096
	31	1	31	961	961
	30	1	30	900	900
	28	1	28	784	784
	25	1	25	625	625
		N=10	$\Sigma f X = 308$		$\Sigma f X^2 = 954$
ปานกลาง	35	1	35	1225	1225
	30	2	30	900	1800
	29	1	29	841	841
	27	1	27	729	729
	26	2	52	676	1352

กลุ่ม	X	f	fX	X <sup>2</sup>	fX <sup>2</sup>
ปาน กลาง	25	1	25	625	625
	24	1	24	576	576
	23	1	23	529	529
		N=10	$\Sigma fX=275$		$\Sigma fX^2=7677$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5.4.1 หามัชฌิมเลขคณิต

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร} \quad \bar{X} &= \frac{\sum f x}{N} \\ \bar{X}_{\text{ศิษย์}} &= \frac{316}{10} = 31.6 \\ \bar{X}_{\text{ค}} &= \frac{308}{10} = 30.8 \\ \bar{X}_{\text{ปานกลาง}} &= \frac{275}{10} = 27.5 \end{aligned}$$

5.4.2 หาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร} \quad \text{S.D} &= \sqrt{\frac{\sum f x^2}{N} - \left(\frac{\sum f x}{N}\right)^2} \\ \text{S.D}_{\text{ศิษย์}} &= \sqrt{\frac{10008}{10} - \left(\frac{316}{10}\right)^2} \\ &= \sqrt{1000.8 - 998.56} \\ &= \sqrt{2.2} = 1.48 \\ \text{S.D}_{\text{ค}} &= \sqrt{\frac{9544}{10} - \left(\frac{308}{10}\right)^2} \\ &= \sqrt{954.0 - 948.64} \\ &= \sqrt{5.36} = 2.32 \\ \text{S.D}_{\text{ปานกลาง}} &= \sqrt{\frac{7677}{10} - \left(\frac{275}{10}\right)^2} \\ &= \sqrt{767.7 - 756.25} \\ &= \sqrt{11.45} = 3.38 \end{aligned}$$

5.5 การทดสอบค่าเอฟ ( F-test )

5.5.1 แผนของแบบ CRF - 23 ตารางค่าจำนวนและสูตร

P ระดับของ  $a_i$  , P = 2

q ระดับของ  $b_j$  , q = 3

n ระดับของ  $S_m$  , n = 10

$\sum^n = \sum^P \sum^q \sum^n$  ; A เป็นวิธีสอน ; B เป็นระดับผลสัมฤทธิ์ในการ

เรียนคณิตศาสตร์

ตารางที่ 1 แบบแผนและวิธีคำนวณของ

(i) ข้อมูล	ตารางสรุป ABS						ตารางสรุป AB				
	$a_1$	$a_1$	$a_1$	$a_2$	$a_2$	$a_2$					
	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$\sum_{l=1}^q A_l$	$\left( \frac{\sum_{l=1}^q A_l}{n_q} \right)^2$

31	32	23	38	28	32	n = 10					
30	33	24	38	32	32						
34	32	26	34	33	32	$a_1$	316	308	275	899	26940.033
31	32	35	32	30	32	$a_2$	354	314	319	987	32472.30
30	28	29	33	35	28						
33	25	26	38	31	32	P	$\sum B$	670	622	594	
31	33	30	36	28	32	1					
30	31	27	36	32	34	P	$\left( \sum B \right)^2$	22445.0	19344.20	17641.80	
34	30	30	34	32	33	1	$\frac{1}{n_p}$				
32	32	25	35	33	32						



$a_1$  เป็นวิธีสอนที่ใช้แผนการเรียนการสอนของเคลเลอร์ ;  $b_1$  เป็นระดับผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์เฉลี่ยระหว่าง A กับ  $A^-$

$a_2$  เป็นวิธีสอนที่ใช้กลวิธีการเรียนรู้ของบลูม ;  $b_2$  เป็นระดับผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์เฉลี่ยระหว่าง B กับ  $B^-$

;  $b_3$  เป็นระดับผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์เฉลี่ยระหว่าง C กับ  $C^-$

( ii ) สัญลักษณ์

$$\sum_1^N ABS = 31 + 30 + 34 + \dots + 34 + 33 + 32 = 1886$$

$$\sum_1^N (ABS)^2 = [ABS] = (31)^2 + (30)^2 + (34)^2 + \dots + (34)^2 + (33)^2 + (32)^2 = 59614$$

$$\left( \sum_1^N ABS \right)^2 = [x] = \frac{(1886)^2}{10 \times 2 \times 3} = 59283.266$$

$$\sum_1^P \frac{\left( \sum_1^q A \right)^2}{n_q} = [A] = 26940.033 + 32472.30 = 59412.333$$

$$\sum_1^q \frac{\left( \sum_1^P B \right)^2}{n_p} = [B] = 22445.0 + 19344.20 + 17641.80 = 59431.0$$

$$\sum_1^P \sum_1^q \frac{(AB)^2}{n} = [AB] = \frac{(316)^2}{10} + \frac{(308)^2}{10} + \frac{(275)^2}{10} + \frac{(354)^2}{10} + \frac{(314)^2}{10} + \frac{(319)^2}{10} = 9985.6 + (486.4 + 7562.5 + 12531.6 + 9859.6 + 10176.1) = 59601.8$$

(iii) สูตรคำนวณ

$$\begin{aligned}
 SS_{\text{total}} &= [ABS] - \frac{[x]^2}{n} = 330.734 \\
 SS_{AB} &= [AB] - \frac{[A]^2}{n} - \frac{[B]^2}{n} + \frac{[x]^2}{n} \\
 &= 41.733 \\
 SS_A &= [A] - \frac{[x]^2}{n} = 129.067 \\
 SS_B &= [B] - \frac{[x]^2}{n} \\
 &= 147.734 \\
 SS_{w,\text{cell}} &= [ABS] - [AB] \\
 &= 12.20
 \end{aligned}$$

ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับแบบ CRF-23

แหล่ง	SS	df	MS	F
1 A	129.067	p-1=1	129.067	$\frac{1}{4} = 571.092^*$
2 B	147.734	q-1=2	73.867	$\frac{2}{4} = 326.845^*$
3 AB	41.733	(p-1)(q-1)=2	20.867	$\frac{3}{4} = 92.332^*$
4 ภายในเซลล์	12.20	pq(n-1)=54	0.226	
5 ทั้งหมด	330.734	nPq-1=59		

\* P &lt; 0.01

ตารางที่ 2 วิธีคำนวณผลบวกกำลังสองของผลทดลองหลักอย่างง่าย

(i) ตารางสรุป AB

	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$\sum_{i=1}^q A$
$a_1$	316	308	275	899
$a_2$	354	314	319	987
$\sum_{i=1}^P B$	670	622	594	

$$\begin{aligned}
 \text{(ii) } SS_A \text{ at } b_1 &= \sum_{i=1}^P (AB_{i1})^2 - \left[ \sum_{i=1}^P \frac{Bi1}{n_p} \right]^2 \\
 &= \frac{(316)^2}{10} + \frac{(354)^2}{10} - \frac{(670)^2}{20} \\
 &= 9985.6 + 12531.6 - 22445.0 \\
 &= 72.2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SS_A \text{ at } b_2 &= \sum_{i=1}^P \frac{(AB_{i2})^2}{n} - \left[ \sum_{i=1}^P \frac{B_{i2}}{n_p} \right]^2 \\
 &= \frac{(308)^2}{10} + \frac{(314)^2}{10} - \frac{(622)^2}{20} \\
 &= 9486.4 + 9859.6 - 19344.2 \\
 &= 1.8
 \end{aligned}$$

$$SS_A \text{ at } b_3 = \sum_{i=1}^P \frac{(AB_{i3})^2}{n} - \left[ \sum_{i=1}^P \frac{B_{i3}}{n_p} \right]^2$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(275)^2}{10} + \frac{(319)^2}{10} - \frac{(594)^2}{20} \\
&= 7562.5 + 10176.1 - 17641.8 \\
&= 96.8
\end{aligned}$$


---

$$\begin{aligned}
\text{(iii) } SS_B \text{ at } a_1 &= \sum_1^q \frac{(AB_{1j})^2}{n} - \left[ \frac{\sum_1^q A_{ij}}{n_q} \right]^2 \\
&= \frac{(316)^2}{10} + \frac{(308)^2}{10} + \frac{(275)^2}{10} - \frac{(899)^2}{30} \\
&= 9985.6 + 9486.4 + 7562.5 - 26940.033 \\
&= 94.467
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
SS_B \text{ at } a_2 &= \sum_1^q (AB_{2j})^2 - \left[ \sum_1^q \frac{A_{2j}}{n_q} \right]^2 \\
&= \frac{(354)^2}{10} + \frac{(314)^2}{10} + \frac{(319)^2}{10} + \frac{(987)^2}{30} \\
&= 12531.6 + 9859.6 + 10176.1 - 32472.3 \\
&= 95.0
\end{aligned}$$


---

## ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน

แหล่ง	SS	df	MS	F
1 A	129.067	$P-1 = 1$	129.067	$[1/9] = 571.092^*$
2 A at $b_1$	72.2	$P-1 = 1$	72.2	$[2/9] = 319.469^*$
3 A at $b_2$	1.8	$P-1 = 1$	1.8	$[3/9] = 7.964^*$
4 A at $b_3$	96.8	$P-1 = 1$	96.8	$[4/9] = 428.319^*$
5 B	147.734	$q-1 = 2$	73.867	$[5/9] = 326.845^*$
6 B at $a_1$	94.467	$q-1 = 2$	47.234	$[6/9] = 209.0^*$
7 B at $a_2$	95.0	$q-1 = 2$	47.50	$[7/9] = 210.177^*$
8 AB	41.733	$(P-1)(q-1) = 2$	20.867	$[8/9] = 92.332^*$
9 W.cell	12.20	$Pq(n-1) = 54$	0.226	
10 Total	330.734	$nPq - 1 = 59$		

\* $P < 0.01$

5.5.2 การเปรียบเทียบ  $\overline{AB}_{ij}$  กับ  $\overline{AB}_{ij}$  ที่ระดับ  $b_j$

	$b_1$	$b_2$	$b_3$
$a_1$	316	308	275
$a_2$	354	314	319

$$\begin{aligned}
 n &= 10 & * & P & 0.01 \\
 \overline{AB}_{11} &= \frac{316}{10} & = & 31.6 \\
 \overline{AB}_{21} &= \frac{354}{10} & = & 35.4 \\
 \overline{AB}_{12} &= \frac{308}{10} & = & 30.8 \\
 \overline{AB}_{22} &= \frac{314}{10} & = & 31.4 \\
 \overline{AB}_{13} &= \frac{275}{10} & = & 27.5 \\
 \overline{AB}_{23} &= \frac{319}{10} & = & 31.9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{การเปรียบเทียบ } \overline{A}_1 \text{ กับ } \overline{A}_2 \text{ ที่ระดับ } b_1 &= \overline{AB}_{11} - \overline{AB}_{21} \\
 &= 31.6 - 35.4 \\
 &= -3.8^*
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{การเปรียบเทียบ } \overline{A}_1 \text{ กับ } \overline{A}_2 \text{ ที่ระดับ } b_2 &= \overline{AB}_{12} - \overline{AB}_{22} \\
 &= 30.8 - 31.4 \\
 &= -0.6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{การเปรียบเทียบ } \bar{A}_1 \text{ กับ } \bar{A}_2 \text{ ที่ระดับ } b_3 &= \bar{AB}_{13} - \bar{AB}_{23} \\
 &= 27.5 - 31.9 \\
 &= -4.4^*
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{การเปรียบเทียบ } \bar{B}_1 \text{ กับ } \bar{B}_2 \text{ ที่ระดับ } a_1 &= \bar{AB}_{11} - \bar{AB}_{12} \\
 &= 31.6 - 30.8 \\
 &= 0.8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{การเปรียบเทียบ } \bar{B}_1 \text{ กับ } \bar{B}_3 \text{ ที่ระดับ } a_1 &= \bar{AB}_{11} - \bar{AB}_{13} \\
 &= 31.6 - 27.5 = 4.1^*
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{การเปรียบเทียบ } \bar{B}_2 \text{ กับ } \bar{B}_3 \text{ ที่ระดับ } a_1 &= \bar{AB}_{12} - \bar{AB}_{13} \\
 &= 30.8 - 27.5 = 3.3^*
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{การเปรียบเทียบ } \bar{B}_1 \text{ กับ } \bar{B}_2 \text{ ที่ระดับ } a_2 &= \bar{AB}_{21} - \bar{AB}_{22} \\
 &= 35.4 - 31.4 = 4.0^*
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{การเปรียบเทียบ } \bar{B}_1 \text{ กับ } \bar{B}_3 \text{ ที่ระดับ } a_2 &= \bar{AB}_{21} - \bar{AB}_{23} \\
 &= 35.4 - 31.9 = 3.5^*
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{การเปรียบเทียบ } \bar{B}_2 \text{ กับ } \bar{B}_3 \text{ ที่ระดับ } a_3 &= \bar{AB}_{22} - \bar{AB}_{23} \\
 &= 31.4 - 31.9 \\
 &= -0.5
 \end{aligned}$$

การคำนวณหาค่า HSD ของทูเก้ ( Tukey )

$$\text{สูตร HSD} = q_{\alpha, v} \sqrt{MS_{WG}/n}$$

การหาค่า HSD สำหรับการเปรียบเทียบความแตกต่างของค่ามัธยฐานเลขคณิตของผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ ด้านพุทธิพิสัย ระหว่างกลุ่มผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีสอนต่างกัน

$$HSD = q_{\alpha; k, N-k} \sqrt{MS_{WG} / n}$$

เมื่อ  $k$  เป็นระดับของกลุ่มผลสัมฤทธิ์

$N$  เป็นจำนวนกลุ่มตัวอย่างประชากร

$n$  เป็นจำนวนกลุ่มตัวอย่างประชากรในแต่ละระดับ

$\alpha$  เป็นระดับความมีนัยสำคัญทางสถิติที่กำหนด

$$\begin{aligned} \therefore HSD &= q_{0.01; 2, 54} \sqrt{MS_{WG}/n} \\ &= 3.788 \times \sqrt{\frac{0.226}{10}} \\ &= 0.583 \end{aligned}$$

การหาค่า HSD สำหรับการเปรียบเทียบความแตกต่างของค่ามัธยฐานเลขคณิตของผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ ในกลุ่มที่ใช้กลวิธีการเรียนรู้ของบรูม และในกลุ่มที่ใช้แผนการเรียนการสอนของเคลเลอร์

$$\begin{aligned} HSD &= q_{0.01; 3, 27} \sqrt{MS_{WG}/n} \\ &= 4.50 \times \sqrt{0.226/10} \\ &= 0.676 \end{aligned}$$



ที่ระดับ  $\alpha$

การหาค่า  $F_{\alpha} ; k - 1, N - k$  จากตาราง

$$\text{เมื่อ } \alpha = 0.01$$

$$k = 3$$

$$N = 60$$

$$\therefore F_{0.01 ; 2, 54} = 5.05 ; F_{0.01 ; 1, 54} = 7.16$$

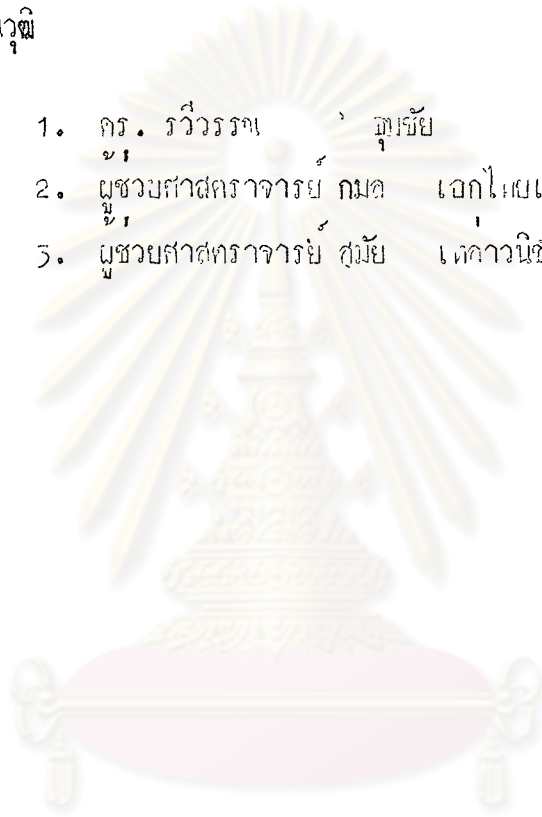
ค่า  $F$  คำนวณ  $>$   $F_{\alpha} ; k - 1, N - k$  แสดงว่ามีความแตกต่าง  
กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ  $\alpha$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ฉ

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

1. ดร. รวีวรรณ ภูษิตชัย
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ กมล เอกไพบเจริญ
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุนัย เสดกวนิช



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ประวัติคุณเขียน

นายกิติติ พัทนะตระกูลสุข เกิดเมื่อวันที่ 20 พฤศจิกายน พ.ศ. 2492 ที่ตำบลคลองสาน เขตคลองสาน กรุงเทพมหานคร จบปริญญาศึกษาศาสตรบัณฑิต เกียรตินิยมอันดับ 2 สาขามัธยมศึกษา วิชาเอก คณิตศาสตร์-เคมี จากมหาวิทยาลัยขอนแก่น เมื่อปีการศึกษา 2515 เข้าศึกษาต่อในสาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2522 ปัจจุบันเป็นอาจารย์ประจำโรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ภาควิชาการศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย