บทที่ ๒

ระเบียบวิธีการในการหาแผนการสุ่มตัวอย่างสองครั้ง

<u>หลักเบื้องต้นในการตรวจสอบคุณภาพของสินค้า</u>

การตรวจสอบคุณภาพของสินค้าจำเป็นต้องอาศัยหลักการในเรื่องการสุ่มตัวอย่าง ซึ่งมีหลักสำคัญคือการเลือกหน่วยของสินค้าจำนวนมาก ๆ ด้วยวิธีการสุ่มตัวอย่างโดยไม่ใส่คืน ซึ่งอาจทำได้หลายวิธี เช่นการใช้ตารางเลขสุ่ม (table of random digits) และการจับสลากตัวเลข หรือถ้าเป็นรุ่นสินค้าที่มีขนาดใหญ่อาจใช้การสุ่มตัวอย่างชนิดที่เรียกว่า "Stratified random sampling" ซึ่งกระทำได้โดยการแบ่งสินค้าจากรุ่นขนาดใหญ่ออกเป็นรุ่นเล็ก ๆ แล้วเลือกตัวอย่างจากสินค้ารุ่นเล็ก ๆ ออกมาโดยการสุ่ม ตัวอย่างที่สุ่มได้จะเป็นตัวแทนของสินค้ารุ่นที่ต้องการ

การตรวจสอบสินค้าจากตัวอย่างที่สุ่มได้มี ๒ ลักษณะคือ

๑. การสุ่มตัวอย่างเพื่อวัดค่าตัวแปร (Sampling by variable)

๒. การสุ่มตัวอย่างเพื่อตรวจสอบคุณลักษณะ (Sampling by attribute)

๑. การสุ่มตัวอย่างเพื่อวัดค่าตัวแปร เป็นการตรวจสอบตัวอย่างโดยใช้หลักการวัด (measurment) เป็นหลัก เช่น ชั่งน้ำหนัก วัดความกว้าง ความหนา หรือวัดเส้นผ่าศูนย์กลาง เป็นต้น ซึ่งจะมีข้อมูลเป็นตัวเลขจำนวนจริง

๒. การสุ่มตัวอย่างเพื่อตรวจสอบคุณลักษณะ เป็นการตรวจสอบคุณสมบัติของสินค้าว่าเป็นประเภทใด เช่น ใช้ได้หรือไม่ได้ โดยใช้หลักการผ่านหรือไม่ผ่าน (go and not go) เช่นการตรวจสอบหม้อแบตเตอรี่ว่ารั่วหรือไม่รั่ว ถ้ารั่วก็ไม่ผ่าน ถ้าไม่รั่วก็ผ่าน โดยบันทึกข้อมูลจำนวนแบตเตอรี่ที่รั่ว และที่ตรวจสอบทั้งหมด การตรวจสอบในกรณีนี้ผู้ตรวจสอบตัดสินใจได้ง่ายและยังตรวจสอบหลาย ๆ ลักษณะพร้อม ๆ กันได้

ในที่นี้จะศึกษาเฉพาะกรณีที่มีการตรวจสอบตัวอย่างแบบคุณลักษณะเท่านั้น

วิธีการที่ใช้ในการควบคุมคุณภาพของสินค้า

การควบคุมคุณภาพของสินค้าโดยวิธีการยอมรับคุณภาพของรุ่นสินค้าโดยการตรวจสอบจากตัวอย่าง (Acceptance Sampling) มีวัตถุประสงค์เพื่อตรวจสอบคุณภาพของสินค้าว่าจะยอมรับ (accept) หรือปฏิเสธ (reject) สินค้าหรือผลิตภัณฑ์รุ่นที่ตรวจสอบนั้นซึ่งกระทำได้โดยการเลือกตัวอย่างสินค้าหรือผลิตภัณฑ์มาตรวจสอบ เพื่อที่จะกำหนดได้ว่าสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ที่ผลิตขึ้นนั้นอยู่ในมาตรฐานหรือไม่ หากตรวจสอบตัวอย่างที่เลือกมาแล้วปรากฏว่าไม่ยอมรับ ผู้ผลิตหรือผู้ซื้อสินค้า ก็จำเป็นต้องตรวจสอบผลิตภัณฑ์ที่ผลิตรุ่นนั้นทั้งหมดหรือตรวจสอบสินค้าที่ซื้อรุ่นนั้นทั้งหมด

ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการยอมรับคุณภาพของรุ่นสินค้าโดยการตรวจสอบจากตัวอย่าง

๑. เกิดจากการปฏิเสธสินค้ารุ่นที่มีคุณภาพอยู่ในระดับมาตรฐานซึ่งทำให้เกิดความเสียหายแก่ผู้ผลิต สมมติว่าโดยเฉลี่ยแล้วในการผลิตสินค้ามีสัดส่วนสินค้าเสีย $\bar{p}$ ความน่าจะเป็นในการปฏิเสธรุ่นสินค้าภายใต้แผนการสุ่มตัวอย่าง เมื่อมีสัดส่วนสินค้าเสียเกิดขึ้นโดยเฉลี่ย $\bar{p}$ เรียกว่าความเสี่ยงของผู้ผลิตเขียนแทนด้วยสัญญลักษณ์ α ปกติจะมีค่าน้อย ดังนั้นความน่าจะเป็นในการยอมรับรุ่นสินค้า $\left[P(A) \right]$ ที่มีสัดส่วนสินค้าเสีย $\bar{p}$ จะมีค่าสูง เช่น $P(A) = .95$ ความเสี่ยงของผู้ผลิต $= 1-.95 = .05$ นั่นคือผู้ผลิตมีความเสี่ยงในการที่ผู้บริโภคไม่ยอมรับรุ่นสินค้าที่มีคุณภาพได้มาตรฐาน ๕ %

๒. เกิดจากการยอมรับสินค้ารุ่นที่มีคุณภาพไม่ได้มาตรฐาน ซึ่งทำให้เกิดความเสียหายแก่ผู้บริโภค ถ้า P_t เป็นสัดส่วนสินค้าเสียที่ยอมให้เกิดขึ้นได้ในรุ่นสินค้าความน่าจะเป็นในการยอมรับรุ่นสินค้าที่มีสัดส่วนสินค้าเสีย P_t ภายใต้แผนการสุ่มตัวอย่าง เรียกว่าความเสี่ยงของผู้บริโภคและเขียนแทนด้วยสัญญลักษณ์ β เช่น $\beta = 10\%$ นั่นคือ $P(A) = .10$ หมายถึงมีความน่าจะเป็นในการยอมรับรุ่นสินค้าที่มีสัดส่วนสินค้าเสีย (P_t) 10 %

ค่า $100\ P_t$ คือ เปอร์เซนต์สินค้าเสียที่ยอมรับได้ (Lot tolerance percent defective (LTPD))

วิธีการในการกำหนดระดับคุณภาพของสินค้าที่ยอมรับมี ๒ วิธี คือ

๑. โดยกำหนดให้ระดับคุณภาพของสินค้าเป็นสินค้าชนิดที่มีเปอร์เซนต์สินค้าเสียที่ยอมรับได้ในระดับต่าง ๆ กัน สินค้าทุกรุ่นที่ผ่านการตรวจสอบจะมีเปอร์เซนต์สินค้าเสียได้ไม่เกินค่า LTPD

๒. โดยกำหนดขอบเขตคุณภาพสินค้าที่ได้รับการยอมรับโดยเฉลี่ย

การปฏิเสธรุ่นสินค้าจากการตรวจสอบตัวอย่าง เป็นผลให้ต้องตรวจสอบสินค้ารุ่นที่ปฏิเสธนั้นทั้งหมด สำหรับรุ่นสินค้าที่ได้รับการยอมรับก็จะยังปรากฏจำนวนสินค้าเสียอยู่ แม้ว่าสินค้าในรุ่นที่ได้รับการตรวจสอบแล้วนี้ จะได้รับการปรับปรุงโดยการขจัดสินค้าเสียที่ตรวจพบออกไปแล้วก็ตาม ส่วนรุ่นที่ถูกปฏิเสธนั้นจะไม่ปรากฏสินค้าเสียในรุ่นนั้นเลย ทั้งนี้เพราะรุ่นที่ถูกปฏิเสธจะต้องนำสินค้าทุกชิ้นในรุ่นนั้นมาตรวจสอบและสินค้าเสียจะถูกขจัดออกไปและเอาสินค้าที่ดีเข้ามาแทน ในแผนการสุ่มตัวอย่างใดก็ตามเราสามารถคำนวณค่าเฉลี่ยของเปอร์เซนต์สินค้าเสียที่สูงสุดได้ ซึ่งเรียกว่า ขอบเขตคุณภาพสินค้าที่ได้รับการยอมรับ (average outgoing quality limit)

ชนิดของแผนการสุ่มตัวอย่าง

การยอมรับคุณภาพของรุ่นสินค้าโดยการตรวจสอบด้วยตัวอย่าง อาจแบ่งออกได้ ๓ แบบคือ

๑. แผนการสุ่มตัวอย่างครั้งเดียว (Single sampling plan)

๒. แผนการสุ่มตัวอย่างสองครั้ง (Double sampling plan)

๓. แผนการสุ่มตัวอย่างหลายครั้ง (Multiple sampling plan)

๑. แผนการสุ่มตัวอย่างครั้งเดียว เป็นแผนการสุ่มตัวอย่างที่มีกรรมวิธีอย่างง่าย ๆ ในการยอมรับคือ ตรวจสอบตัวอย่างที่เลือกมาจากสินค้าแต่ละรุ่น โดยวิธีการสุ่ม และทำการยอมรับหรือปฏิเสธสินค้าเป็นรุ่น ๆ ไป เมื่อปรากฏว่ารุ่นใดมีสินค้าเสียหรือมีข้อบกพร่อง วิธีการในการตัดสินใจหรือปฏิเสธสินค้าเป็นรุ่น ๆ จากตัวอย่างครั้งเดียวนี้เรียกว่า การสุ่มตัวอย่างครั้งเดียว (Single sampling plan)

การสุ่มตัวอย่างครั้งเดียวนี้ จะมีปัจจัยที่เกี่ยวข้อง ๓ สิ่งด้วยกันคือ

๑. จำนวนสินค้าในแต่ละรุ่น (N)

๒. จำนวนสินค้าที่เลือกขึ้นมาโดยการสุ่มจากแต่ละรุ่น (n)

๓. จำนวนสินค้าเสียที่ยอมรับได้ (c)

จำนวนสินค้าเสียที่ยอมรับได้นี้ หมายถึงจำนวนสูงสุดของสินค้าเสียที่ยอมให้เกิดขึ้นในแต่ละตัวอย่าง สินค้ารุ่นใดที่ตรวจสอบพบสินค้าเสียมากกว่า c สินค้ารุ่นนั้นจะถูกปฏิเสธ

ในแผนการสุ่มตัวอย่างที่กำหนดขึ้นโดยปราศจากการใช้ประโยชน์จากการวิเคราะห์ทางสถิติ มักจะกำหนดให้ค่าของ c เป็น 0 โดยสร้างความเข้าใจผิดขึ้นว่า ถ้าจำนวนสินค้าในตัวอย่างมีสภาพสมบูรณ์ จำนวนสินค้าในรุ่นนั้นจะต้องสมบูรณ์ด้วย

ตัวอย่างในการกำหนดปัจจัยสำหรับการสุ่มตัวอย่างครั้งเดียวได้แก่

$$\begin{cases} N = 50 \\ n = 5 \\ c = 0 \end{cases}$$

ซึ่งมีความหมายว่าจะต้องเลือกตัวอย่างโดยการสุ่ม ๕ ชิ้น จากรุ่นที่มีสินค้า ๕๐ ชิ้น ถ้าตัวอย่าง ๕ ชิ้นนี้มีสินค้าเสีย สินค้ารุ่นนั้นก็จะถูกปฏิเสธ

การยอมรับคุณภาพของรุ่นสินค้าโดยการตรวจสอบจากตัวอย่างด้วยวิธีการที่เรียกว่าการสุ่มตัวอย่างครั้งเดียวนี้ ได้รับการวิจารณ์กันมากว่ามีจุดอ่อนอยู่หลายประการ เช่น สินค้าชุดดังกล่าวอาจจะมีข้อบกพร่องโดยเฉลี่ยเพียง ๔ % แต่ในการตรวจสอบอาจจะต้องมีบางรุ่นที่ถูกปฏิเสธทั้ง ๆ ที่รายการคุณภาพที่ระบุไว้ กำหนดให้มีข้อบกพร่องได้ถึง ๑๐ %

๒. แผนการสุ่มตัวอย่างสองครั้ง เป็นการสุ่มตัวอย่าง ๒ ชุดจากสินค้ารุ่นเดียวกัน กล่าวคือการตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธสินค้าอาจตัดสินใจไม่ได้จากการเลือกตัวอย่างชุดแรกขึ้นมาตรวจสอบจนกว่าจะได้เลือกตัวอย่างชุดที่สองขึ้นมาตรวจสอบ แต่อย่างไรก็ตาม การยอมรับสินค้ารุ่นที่นำมาตรวจสอบอาจตัดสินใจได้ทันที ถ้าตัวอย่างชุดแรกที่เลือกขึ้นมาตรวจสอบแสดงว่าสินค้ารุ่นนั้นเป็นสินค้าที่ดีพอ และในขณะเดียวกันการปฏิเสธสินค้ารุ่นนั้นก็อาจตัดสินใจได้ทันที เช่นเดียวกันถ้าตัวอย่างชุดแรกที่เลือกมาตรวจสอบนั้นแสดงให้เห็นชัดว่าสินค้ารุ่นนั้นเป็นสินค้าที่ไม่ดี แต่ถ้าตัวอย่างชุดแรกที่เลือกขึ้นมาตรวจสอบไม่แสดงบ่งชัดว่าสินค้ารุ่นนั้นเป็นสินค้า

ที่ดีหรือไม่ดี การตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธสินค้ารุ่นนั้นก็จะยังตัดสินใจไม่ได้ ทำให้ต้องเลือกตัวอย่างชุดที่สองขึ้นมาตรวจสอบเพื่อทำการตัดสินใจ โดยปกติแล้วแผนการสุ่มตัวอย่างสองครั้งจะช่วยให้ปริมาณงานตรวจสอบสินค้าทั้งหมดมีน้อยกว่าการใช้แผนการสุ่มตัวอย่างครั้งเดียว และนอกจากนี้การสุ่มตัวอย่างสองครั้งยังมีข้อได้เปรียบทางด้านจิตวิทยาอีกด้วย เพราะได้เปิดโอกาสให้มีการตรวจสอบครั้งที่สองแทนที่จะเป็นครั้งเดียว ซึ่งช่วยให้เกิดความแน่ใจยิ่งขึ้น

๓. แผนการสุ่มตัวอย่างหลายครั้ง เนื่องจากการตรวจสอบตัวอย่าง โดยใช้แผนการสุ่มตัวอย่างสองครั้งนั้น การตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธรุ่นสินค้าอาจยังตัดสินใจไม่ได้ทันที หลังจากการตรวจสอบตัวอย่างชุดแรก จะต้องรอจนกว่าจะได้เลือกตัวอย่างชุดที่สองขึ้นมาตรวจสอบจึงจะตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธสินค้าได้ แผนการสุ่มตัวอย่างหลายครั้งก็เช่นเดียวกัน การตัดสินใจอาจกระทำได้หลังจากการตรวจสอบตัวอย่างชุดแรกหรือหลายชุด โดยปกติแล้วการใช้แผนการสุ่มตัวอย่างหลายครั้งต้องตรวจสอบตัวอย่างสินค้าตั้งแต่ ๓ ชุดหรือมากกว่า ๓ ชุดขึ้นไปจึงจะตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธ สำหรับค่าใช้จ่ายในการตรวจสอบอาจจะลดลงเมื่อใช้แผนการสุ่มตัวอย่างหลายครั้ง แต่มีการปฏิบัติที่ยุ่งยาก โดยมากแล้วมักจะใช้แผนการสุ่มตัวอย่างสองครั้ง

แผนการสุ่มตัวอย่างระบุถึงขนาดของตัวอย่างและจำนวนสินค้าเสียที่ยอมรับได้จากตัวอย่าง ลักษณะความแตกต่างของแผนการสุ่มตัวอย่างจะแสดงได้ด้วยเส้นโค้งดำเนินการ (Operating characteristic curve) หรือเรียกว่าเส้น OC ซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นในการยอมรับรุ่นสินค้ากับสัดส่วนสินค้าเสียหรือเปอร์เซนต์สินค้าเสีย เส้นโค้ง OC ที่ใช้ในแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับแบ่งออกเป็น ๒ ชนิดคือ

๑. ชนิด A เป็นเส้นโค้งที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นในการยอมรับรุ่นสินค้ากับสัดส่วนสินค้าเสียของรุ่นสินค้านั้นหรือคุณภาพของสินค้ารุ่นที่ตรวจสอบ ซึ่งกำหนดโดยค่าของ LTPD ความน่าจะเป็นของจำนวนหน่วยเสียในตัวอย่างมีการแจกแจงแบบไฮเปอร์จีออเมตริก

๒. ชนิด B เป็นเส้นโค้งที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นในการยอมรับรุ่นสินค้ากับสัดส่วนสินค้าเสียโดยเฉลี่ยของผลิตภัณฑ์ที่ตรวจสอบหรือคุณภาพของ

ผลิตภัณฑ์ชนิดนั้น ซึ่งกำหนดโดยค่าของ P' ความน่าจะเป็นของจำนวนหน่วยเสียในตัวอย่างมีการแจกแจงแบบทวินาม

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ศึกษาถึงการยอมรับคุณภาพของรุ่นสินค้าโดยการตรวจสอบจากตัวอย่างสองครั้ง เพื่อตรวจสอบคุณลักษณะของสินค้า โดยกำหนดความเสี่ยงของผู้บริโภค ณ ระดับ LTPD ต่าง ๆ กัน

สัญญลักษณ์ที่ใช้ในแผนการสุ่มตัวอย่างสองครั้ง

N = ขนาดของรุ่นสินค้าที่ต้องการตรวจสอบ

D = จำนวนสินค้าเสียในรุ่นสินค้าที่ตรวจสอบ

n_1 = ขนาดของตัวอย่างชุดแรก

n_2 = ขนาดของตัวอย่างชุดที่สอง = $N - n_1$

d_1 = จำนวนหน่วยเสียในตัวอย่างชุดแรก

d_2 = จำนวนหน่วยเสียในตัวอย่างชุดที่สอง

c_1 = จำนวนหน่วยเสียที่ยอมรับได้ในตัวอย่างชุดแรก

c_2 = จำนวนหน่วยเสียที่ยอมรับได้ในตัวอย่างทั้งสองชุด

ขั้นตอนในการตรวจสอบตัวอย่างจากการสุ่มตัวอย่าง เพื่อการยอมรับโดยการสุ่มตัวอย่างสองครั้งมีดังนี้คือ

๑. เลือกตัวอย่างชุดแรกขนาด n_1 หน่วยจากสินค้า N หน่วยถ้า $d_1 \leq c_1$ ยอมรับสินค้ารุ่นที่ตรวจสอบ

๒. ถ้า $d_1 > c_2$ ไม่ยอมรับสินค้าและทำการตรวจสอบสินค้าที่เหลือ $N-n_1$ หน่วย

๓. ถ้า $c_1 < d_1 \leq c_2$ เลือกตัวอย่างชุดที่สองขนาด n_2 มาตรวจสอบ

๔. ถ้า $d_1 + d_2 \leq c_2$ ยอมรับสินค้ารุ่นนั้น

๕. ถ้า $d_1 + d_2 > c_2$ ไม่ยอมรับสินค้าและตรวจสอบสินค้าที่เหลือจำนวน $N-n_1-n_2$ หน่วย

๖. สินค้าเสียที่ตรวจพบถูกกำจัดออกไปแล้วนำสินค้าที่ดีมาแทนที่

ดังนั้นภายใต้แผนการสุ่มตัวอย่าง จะมีเหตุการณ์ที่จะเป็นไปได้ในการยอมรับรุ่นสินค้าที่ตรวจสอบ ๔ ประการด้วยกันคือ

๑. ยอมรับรุ่นสินค้าหลังจากตรวจสอบตัวอย่างชุดแรก

๒. ปฏิเสธรุ่นสินค้าหลังจากตรวจสอบตัวอย่างชุดแรก

๓. ยอมรับรุ่นสินค้าหลังจากตรวจสอบตัวอย่างชุดที่สอง

๔. ปฏิเสธรุ่นสินค้าหลังจากตรวจสอบตัวอย่างชุดที่สอง

ตัวอย่างของแผนการสุ่มตัวอย่างสองครั้ง

$$\begin{cases} N = 1000 \\ n_1 = 36 \\ c_1 = 0 \\ n_2 = 59 \\ c_2 = 3 \end{cases}$$

ซึ่งมีความหมายว่า

๑. ตรวจสอบสินค้าตัวอย่างชุดแรกจำนวน ๓๖ หน่วยจากรุ่นที่มีสินค้า ๑๐๐๐ หน่วย

๒. จะยอมรับสินค้ารุ่นนี้ถ้าผลการตรวจสอบตัวอย่างชุดแรกจำนวน ๓๖ หน่วย ปรากฏว่าไม่มีสินค้าเสีย

๓. ปฏิเสธสินค้ารุ่นนี้ถ้าผลการตรวจสอบตัวอย่างชุดแรกปรากฏว่ามีสินค้าเสียเกินกว่า ๓ หน่วย

๔. ทำการตรวจสอบตัวอย่างชุดที่สองจำนวน ๕๙ หน่วย ถ้าปรากฏว่าผลการตรวจสอบสินค้าชุดแรกมีสินค้าเสีย ๑, ๒ หรือ ๓ หน่วย

๕. ยอมรับสินค้ารุ่นนี้ ถ้าผลการตรวจสอบตัวอย่างทั้งสองชุดรวมกันจำนวน ๙๕ หน่วย มีสินค้าเสียรวมกันไม่เกิน ๓ หน่วย

๖. ปฏิเสธสินค้ารุ่นนี้ ถ้าผลการตรวจสอบตัวอย่างทั้งสองชุดรวมกันจำนวน ๙๕ หน่วย มีสินค้าเสียรวมกันเกินกว่า ๓ หน่วย

แผนการสุ่มตัวอย่างสองครั้งนี้ ซึ่งแสดงโดยเส้นโค้ง OC ในรูปที่ ๑ เส้นโค้ง OC เส้นล่างสุดแสดงให้เห็นโอกาสที่จะเป็นไปได้ในการยอมรับสินค้าหลังจากการตรวจสอบตัวอย่างชุดแรก เส้นโค้ง OC สำหรับแผนการสุ่มตัวอย่างชุดแรกนี้คือ

$$\begin{cases} N = 1000 \\ n = 36 \\ c = 0 \end{cases}$$

เส้นโค้ง OC เส้นบนสุดแสดงให้เห็นโอกาสที่ไม่ยอมรับสินค้ารุ่นนี้หลังจากการตรวจสอบตัวอย่างชุดแรกแล้ว เส้นโค้ง OC สำหรับแผนการสุ่มตัวอย่างชุดแรกคือ

$$\begin{cases} N = 1000 \\ n = 36 \\ c = 3 \end{cases}$$

ส่วนเส้นโค้ง OC เส้นกลางเป็นเส้นโค้ง OC สำหรับแผนการสุ่มตัวอย่างซึ่งรวมผลระหว่างตัวอย่างชุดแรกและชุดที่สอง มีรูปเป็น

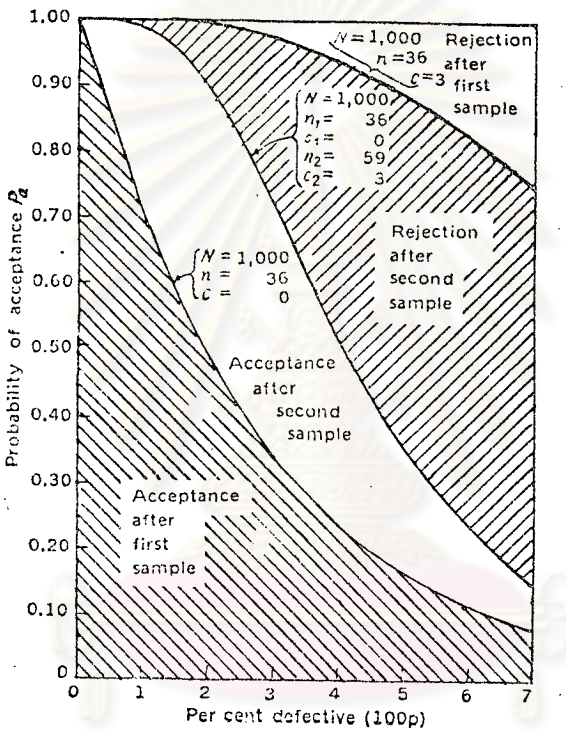
$$\begin{cases} N = 1000 \\ n_1 = 36 \\ c_1 = 0 \\ n_2 = 59 \\ c_2 = 3 \end{cases}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ ๑

ลักษณะของเส้นโค้ง OC สำหรับแผนการสุ่มตัวอย่างสองครั้ง



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อ้างอิง 376 จากบรรณานุกรม statistical quality control ของ E.L Grant

ในการเลือกตัวอย่างอย่างสุ่มจากรุ่นสินค้ามาตรวจสอบ ความน่าจะเป็นของจำนวนหน่วยเสียในตัวอย่างจะมีการแจกแจงแบบไฮเปอร์จีออเมตริก ซึ่งมีสูตรในการคำนวณความน่าจะเป็นในการเกิดเหตุการณ์ต่าง ๆ ดังนี้

๑. ความน่าจะเป็นในการยอมรับรุ่นสินค้าหลังจากตรวจสอบตัวอย่างชุดแรก (Pa_1)

$$Pa_1 = P(d_1 \leq c_1)$$

$$= \sum_{d_1=0}^{c_1} \frac{\binom{N-D}{n_1-d_1}\binom{D}{d_1}}{\binom{N}{n_1}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

๒. ความน่าจะเป็นในการปฏิเสธรุ่นสินค้าหลังจากตรวจสอบตัวอย่างชุดแรก (Pr_1)

$$Pr_1 = P(d_1 > c_2)$$

$$= 1-P(d_1 \leq c_2)$$

$$= 1- \sum_{d_1=0}^{c_2} \frac{\binom{N-D}{n_1-d_1}\binom{D}{d_1}}{\binom{N}{n_1}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

๓. ความน่าจะเป็นในการยอมรับรุ่นสินค้าหลังจากตรวจสอบตัวอย่างชุดที่สอง (Pa_2)

$$Pa_2 = P(d_1+d_2 \leq c_2/c_1 < d_1 \leq c_2)$$

$$= \sum_{d_1=c_1+1}^{c_2} \left\{ \frac{\binom{N-D}{n_1-d_1}\binom{D}{d_1}}{\binom{N}{n_1}} \sum_{d_2=0}^{c_2-d_1} \frac{\binom{N-n_1-D+d_1}{n_2-d_2}\binom{D-d_1}{d_2}}{\binom{N-n_1}{n_2}} \right\} \ldots\ldots(3)$$

๔. ความน่าจะเป็นในการปฏิเสธรุ่นสินค้าหลังจากตรวจสอบตัวอย่างชุดที่สอง (Pr_2)

$$Pr_2 = 1-(Pa_1+Pr_1+Pa_2) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เนื่องจากการคำนวณความน่าจะเป็นโดยใช้การแจกแจงแบบไฮเปอร์จีออเมตริก มีการคำนวณที่ค่อนข้างยุ่งยาก มีตัวแปรหลายตัว คือ N, n_1, n_2, c_1, c_2, D ซึ่ง Ebbesen และ Roberts ได้ทำการศึกษาไว้แล้วโดยได้แสดงวิธีการหาแผนการสุ่มตัวอย่างไว้ในภาคผนวก ก. ผู้เขียนได้ศึกษาถึงการใช้การแจกแจงแบบทวินามและพัวซองแทนการแจกแจงแบบไฮเปอร์จีออเมตริก ซึ่งมีการคำนวณง่ายกว่า โดยใช้สูตรในการคำนวณความน่าจะเป็นดังนี้

๑. การแจกแจงแบบทวินาม

$$Pa_1 = \sum_{d_1=0}^{c_1} \binom{n_1}{d_1} P^{d_1} (1-p)^{n_1 - d_1} \quad \text{.....(5)}$$

ในเมื่อ P คือสัดส่วนสินค้าเสีย

$$Pr_1 = 1 - \sum_{d_1=0}^{c_2} \binom{n_1}{d_1} P^{d_1} (1-p)^{n_1 - d_1} \quad \text{.....(6)}$$

$$Pa_2 = \sum_{d_1=c_1+1}^{c_2} \left[\binom{n_1}{d_1} P^{d_1} (1-p)^{n_1 - d_1} \sum_{d_2=0}^{c_2 - d_2} \binom{n_2}{d_2} P^{d_2} (1-p)^{n_2 - d_2} \right] \quad \text{.....(7)}$$

$$Pr_2 = 1 - (Pa_1 + Pr_1 + Pa_2) \quad \text{.....(8)}$$

๒. การแจกแจงแบบพัวซอง

$$Pa_1 = \sum_{d_1=0}^{c_1} \frac{e^{-(n_1 p)} (n_1 p)^{d_1}}{d_1!} \quad \text{.....(9)}$$

$$Pr_1 = 1 - \sum_{d_1=0}^{c_2} \frac{e^{-(n_1 p)} (n_1 p)^{d_1}}{d_1!} \quad \text{.....(10)}$$

$$Pa_2 = \sum_{d_1=c_1+1}^{c_2} \left[\frac{e^{-(n_1 p)} (n_1 p)^{d_1}}{d_1!} \sum_{d_2=0}^{c_2 - d_1} \frac{e^{-(n_2 p)} (n_2 p)^{d_2}}{d_2!} \right] \quad \text{...(11)}$$

$$Pr_2 = 1 - (Pa_1 + Pr_1 + Pa_2) \quad \text{.....(12)}$$

ในแผนการสุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการตรวจสอบสินค้านี้ ได้กำหนดระดับของความเสี่ยงของผู้บริโภค (β) นั่นคือกำหนดความน่าจะเป็นในการยอมรับรุ่นสินค้าที่มีคุณภาพ P_t ทำให้สามารถหาค่า n_1, n_2, c_1, c_2 ได้หลาย ๆ ชุด ที่มีความน่าจะเป็นในการยอมรับรุ่นสินค้าตามที่กำหนดไว้ แต่จะเลือกแผนการสุ่มตัวอย่างที่เสียค่าใช้จ่ายในการตรวจสอบน้อยที่สุดคือจำนวนสินค้าที่ตรวจสอบโดยเฉลี่ยต่อรุ่น (I) น้อยที่สุด ภายใต้แผนการสุ่มตัวอย่างสองครั้ง เมื่อมีการปฏิเสธรุ่นสินค้าใดจะทำการตรวจสอบรุ่นสินค้านั้น ๑๐๐ % มีสูตรในการคำนวณค่า I ดังนี้

$$I = n_1 Pa_1 + (n_1 + n_2) Pa_2 + N(1 - P(A)) \qquad **$$

เมื่อ $P(A) = Pa_1 + Pa_2$ โดยคำนวณ Pa_1 และ Pa_2 จากสมการ (5) และ (7) ตามลำดับ เมื่อ $p = \bar{p}$

003617

สมการ * * คำนวณค่า I โดยมีเหตุผลดังต่อไปนี้

๑. ตัวอย่างขนาด n_1 หน่วย ถูกตรวจสอบทั้งหมด ถ้ายอมรับรุ่นสินค้าจากตัวอย่างชุดแรกและโอกาสของการยอมรับนี้เป็น Pa_1

๒. ตรวจสอบตัวอย่างขนาด $n_1 + n_2$ หน่วย ถ้ายอมรับรุ่นสินค้าจากตัวอย่างทั้งสองชุด และโอกาสของการยอมรับนี้เป็น Pa_2

๓. ตรวจสอบสินค้า N หน่วย ถ้าปฏิเสธรุ่นสินค้าและโอกาสในการปฏิเสธรุ่นสินค้าเป็น $1 - P(A)$

จาก * * เขียนใหม่ให้อยู่ในรูปที่ง่ายแก่การคำนวณ

$$I = n_1 + n_2 (1 - Pa_2) + (N - n_1 - n_2)(1 - P(A)) \qquad (13)$$

ในกรณีที่ขนาดของรุ่นสินค้าน้อยไม่สามารถหาแผนการสุ่มตัวอย่างสองครั้งได้จะใช้แผนการสุ่มตัวอย่างครั้งเดียวโดยคำนวณค่า I จากสมการ

$$I = n_1 + (N - n_1)(1 - Pa_1) \qquad (14)$$

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิธีการหาแผนการสุ่มตัวอย่างสองครั้ง

แผนการสุ่มตัวอย่างสองครั้งที่ใช้สำหรับตรวจสอบสินค้า ซึ่งทำให้เสียค่าใช้จ่ายในการตรวจสอบน้อยที่สุด จำนวนสินค้าที่ตรวจสอบโดยเฉลี่ยต่อรุ่น (Average total inspection per lot ใช้อักษรย่อ I) เป็นค่าที่วัดประสิทธิภาพของแผนการสุ่มตัวอย่าง ซึ่งปริมาณการตรวจสอบสินค้าจะขึ้นกับคุณภาพของสินค้ารุ่นที่นำมาตรวจสอบ ดังนั้นวิธีการในการหาค่า n_1, n_2, c_1, c_2 ที่ทำให้ I น้อยที่สุดโดยกำหนดให้

N = ขนาดของสินค้ารุ่นที่ต้องการตรวจสอบ

P' = เปอร์เซนต์สินค้าเสียโดยเฉลี่ย

LTPD = ระดับของเปอร์เซนต์สินค้าเสียที่ยอมรับได้

β = ความเสี่ยงของผู้บริโภค = ๑๐ %

ค่า N และ P' ที่กำหนดให้ในตารางจะกำหนดเป็นช่วง ในการคำนวณค่าแต่ละช่วงจะใช้ค่าสูงสุด

จากที่กำหนดให้ β = ๑๐ % หมายถึงความน่าจะเป็นในการยอมรับรุ่นสินค้าที่มี LTPD ตามที่กำหนดไว้ = .๑๐ ดังนั้นจะสามารถหาค่า n_1, n_2, c_1; c_2 หลายชุดที่ทำให้แผนการสุ่มตัวอย่างมี $P(A) \approx 0.1$ แต่ค่าที่ต้องการคือ

$$I = I'(n_1, n_2, c_1, c_2, N, P') \quad \text{มีค่าต่ำสุด} \qquad (15)$$

โดยมีเงื่อนไขว่า

$$P(A) = P'(n_1, n_2, c_1, c_2, LTPD) = 0.1$$

เมื่อ n_1, n_2, c_1 , c_2 เป็นเลขจำนวนเต็มบวก

$c_2 \geqslant c_1 + 1$ สำหรับแผนการสุ่มตัวอย่างสองครั้ง

$n_1 + n_2 \leq N$

จากข้อกำหนดนี้ไม่สามารถหาค่า n_1, n_2, c_1, c_2 ที่ทำให้ P(A) = ๐.๑ ได้ ฉะนั้นจึงได้กำหนดให้ P(A) มีความคลาดเคลื่อนได้ไม่เกิน ๓ % ซึ่งเป็นไปตามข้อกำหนดของ Ebbesen-Roberts ถ้าไม่สามารถหาแผนการสุ่มตัวอย่างสองครั้งที่ทำให้ $0.097 \leq P(A) \leq 0.103$ จะใช้แผนการสุ่มตัวอย่างครั้งเดียวหรือแผนการตรวจสอบสินค้าทั้งหมด

ในการแก้ปัญหาทางด้านคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิคที่ให้ผลดีที่สุดจะมี n_1 , n_2 c_1, c_2 เป็นตัวแปรที่ต้องการหาค่า ซึ่งมีขั้นตอนในการคำนวณโดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ ดังนี้

๑. อ่านค่า N, LTPD/100, P/100 ซึ่งเป็นค่าที่กำหนดให้

๒. ให้ $c_1 = 0$ เป็นค่าที่เริ่มต้น

หาค่า n_1 ที่น้อยที่สุดที่ทำให้ $Pa_1 \leq 0.103$ โดยคำนวณจากสูตรในสมการที่ (5)และ (9) เมื่อความน่าจะเป็นของจำนวนหน่วยเสียในตัวอย่างมีการประมาณด้วยการแจกแจงแบบทวินามและพัวซองตามลำดับ

ถ้า $n_1 \geq N$ แสดงว่ามีการตรวจสอบสินค้าทั้งหมด กลับไปทำขั้นตอนที่ ๑ ใหม่

๒.๑ $c_2 = 1$ จากเงื่อนไขที่กำหนดให้ $c_2 \geq c_1 + 1$

๒.๑.๑ หาค่า n_2 ที่น้อยที่สุดที่ทำให้

$$0.097 \leq P(A) \leq 0.103$$

$$P(A) = Pa_1 + Pa_2$$

Pa_2 คำนวณจากสูตรในสมการ (7) และ (11) ถ้าความน่าจะเป็นของจำนวนหน่วยเสียในตัวอย่างมีการประมาณด้วยการแจกแจงแบบทวินามและพัวซองตามลำดับ การที่หาค่า n_2 น้อยที่สุดเพราะว่าถ้า n_2 มากขึ้นจะทำให้ I มากขึ้นด้วย ถ้าไม่สามารถหาค่า n_1, n_2 ที่ทำให้ $0.097 \leq P(A) \leq 0.103$ได้ จะใช้แผนการสุ่มตัวอย่างครั้งเดียวโดยกลับไปทำขั้นตอนที่ ๑ ใหม่

๒.๑.๒ หาค่า I จากสมการ (13)

๒.๑.๓ เพิ่ม n_1 ทีละ 1 ไปทำขั้นตอนที่ ๒.๑.๑ ใหม่ ซึ่งค่า n_2 ที่คำนวณได้ใหม่จะลดลงจากเดิม

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

๒.๑.๔ เปรียบเทียบค่า I

ถ้า I ลดลงไปทำขั้นตอนที่ ๒.๑.๓

ถ้า I เพิ่มขึ้นทำขั้นตอนต่อไป

๒.๒ เพิ่ม c_2 ที่ละ 1

๒.๒.๑ ถ้า $c_2 < D$ ไปทำขั้นตอนที่ ๒.๑.๑ เพื่อคำนวณ I ใหม่

ซึ่ง D เป็นจำนวนสินค้าที่เสีย ในสินค้ารุ่นที่ตรวจสอบ

คำนวณจาก $D = (N \times LTPD)/100$

ค่าที่คำนวณได้นี้ ส่วนมากแล้วจะเป็นตัวเลขจุดทศนิยม ซึ่งจำนวนสินค้าที่เสียจะต้องเป็นเลขจำนวนเต็ม ดังนั้นจะประมาณ D โดย

$$D = \frac{N \times LTPD}{100} + 0.01$$

จะคิดเฉพาะเลขจำนวนเต็ม ส่วนที่เป็นจุดทศนิยมจะปัดทิ้งแล้วเปรียบเทียบค่า I ที่น้อยที่สุดของ c_2 แต่ละค่า

ถ้า I ลดลง ไปทำขั้นตอนที่ ๒.๒

ถ้า I เพิ่มขึ้น ไปทำขั้นตอนที่ ๓

๒.๒.๒ ถ้า $c_2 \geqslant D$ ไปทำขั้นตอนที่ ๓

๓. เพิ่ม c_1 ที่ละ 1

๓.๑ ถ้า $c_1 \leq D - 1$ ไปทำขั้นตอนที่ ๒.๑ เพื่อคำนวณค่า I เปรียบเทียบค่า I ที่น้อยที่สุดของ c_1 แต่ละค่า

ถ้า I ลดลง ไปทำขั้นตอนที่ ๓

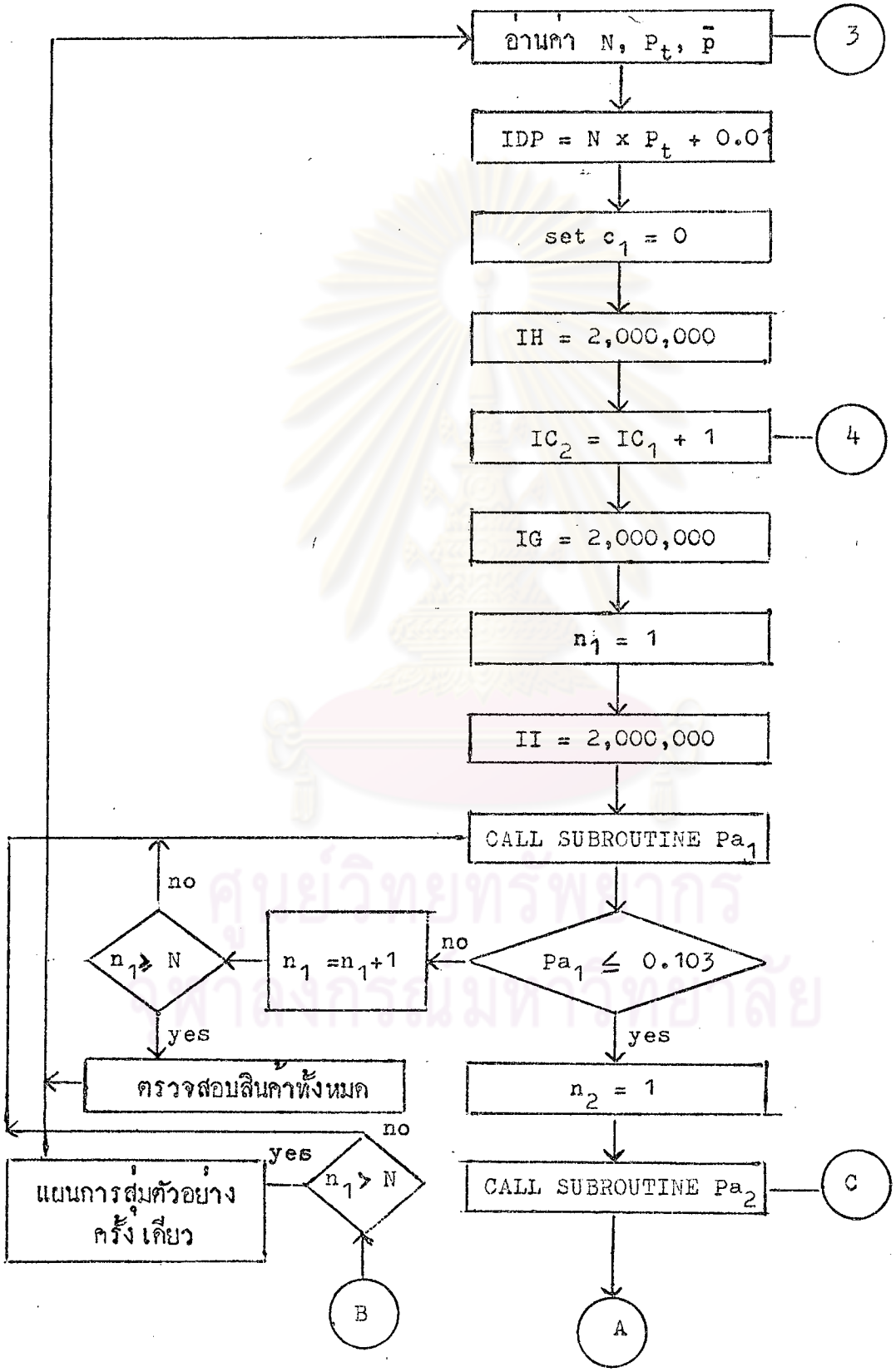
ถ้า I เพิ่มขึ้น ไปทำขั้นตอนต่อไป

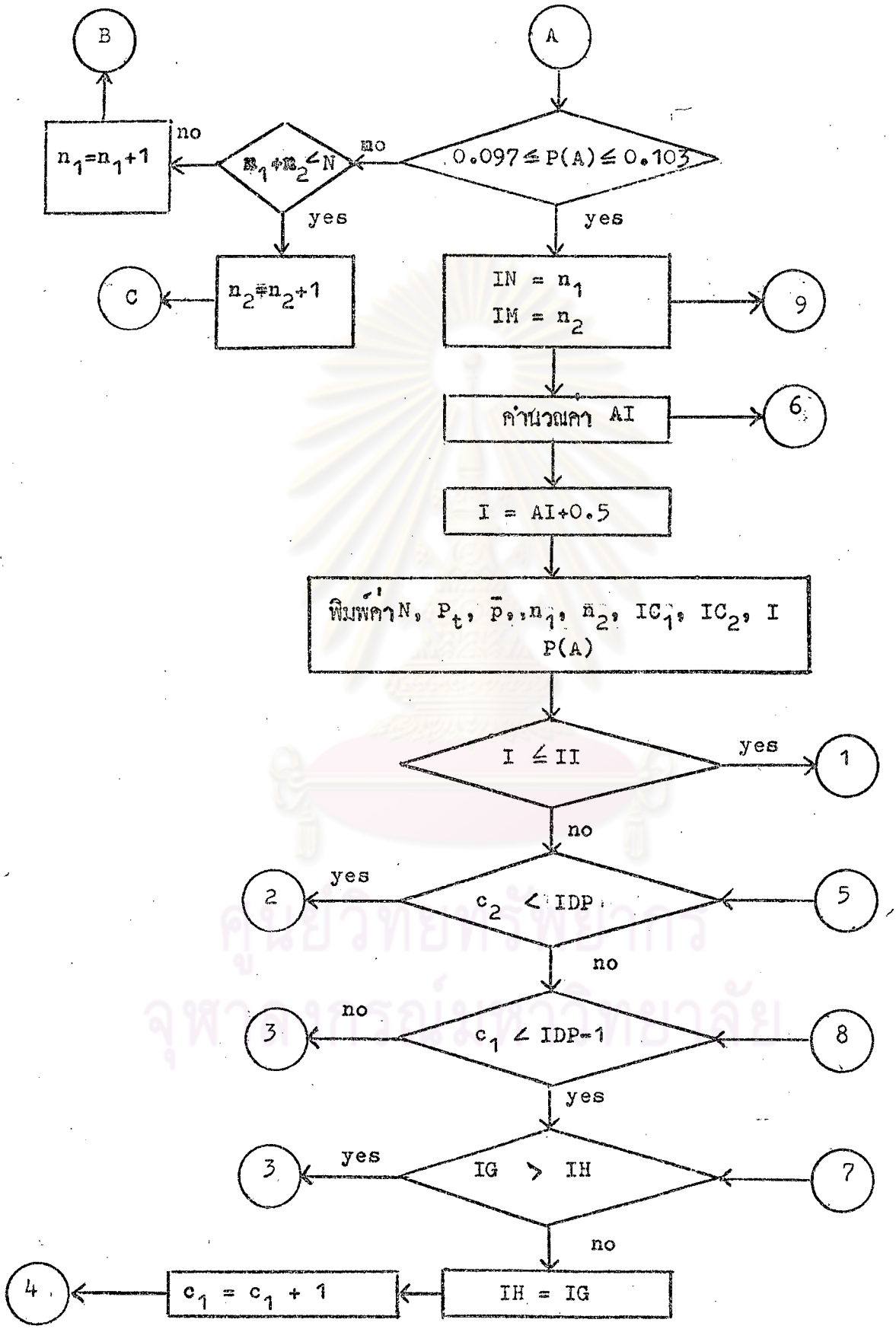
๓.๒ ถ้า $c_1 > D - 1$ ไปทำขั้นตอนต่อไป

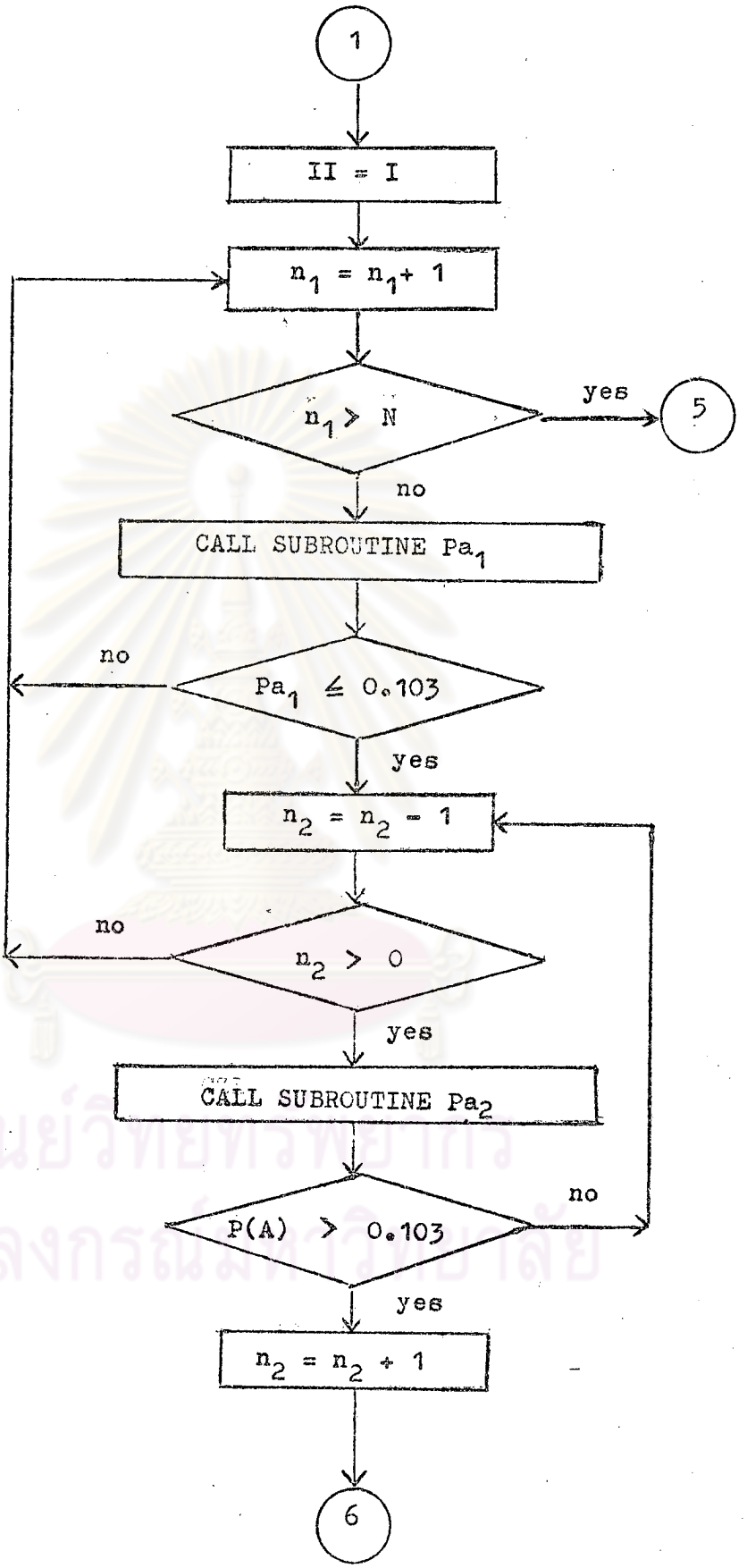
๔. เลือกแผนการสุ่มตัวอย่างที่มี n_1, n_2, c_1, c_2 ที่ทำให้ I น้อยที่สุด

๕. กลับไปทำขั้นตอนที่ ๑ ใหม่ จนหมดข้อมูลที่ต้องการหาแผนการสุ่มตัวอย่าง

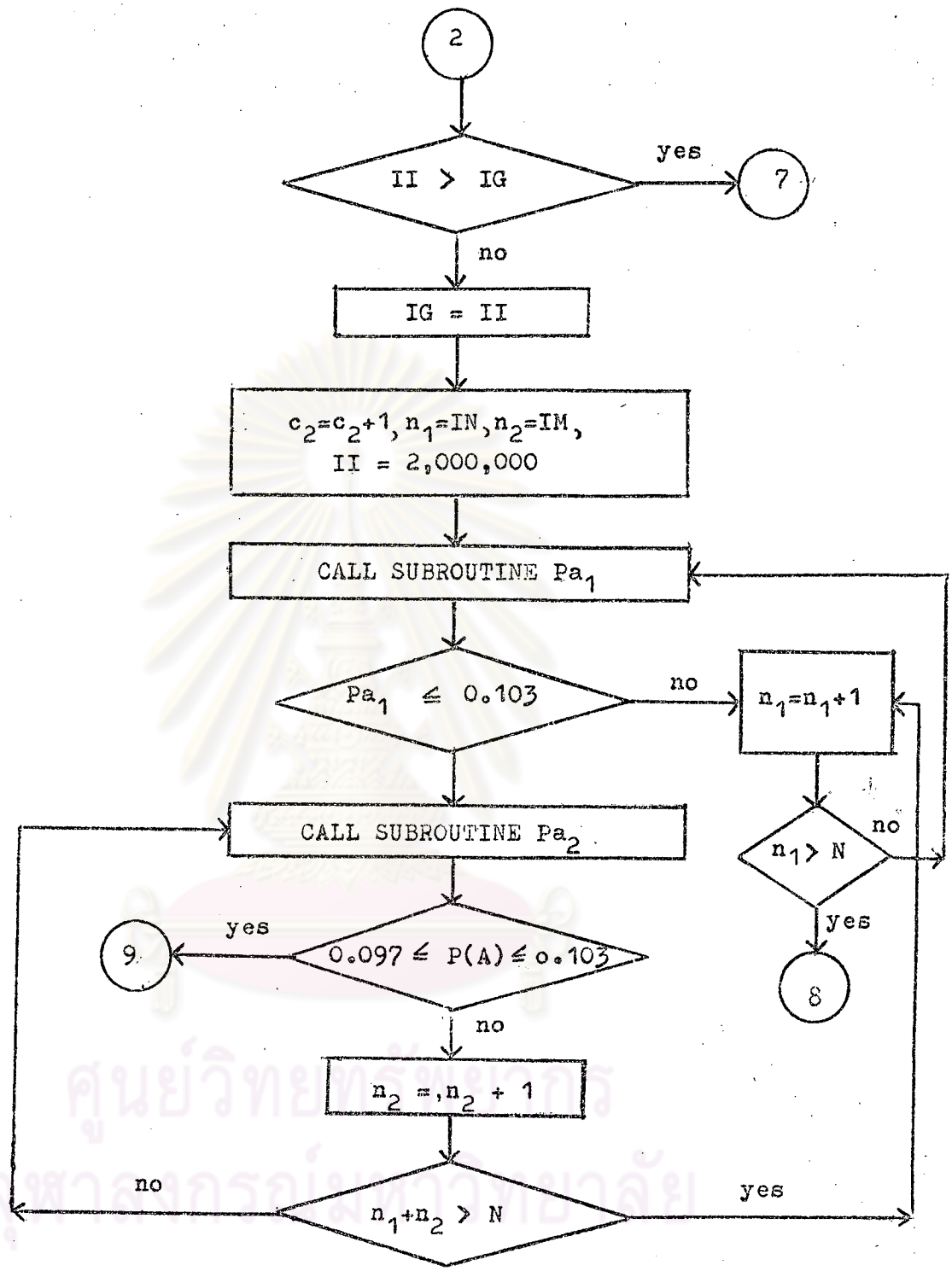
แผนภูมิโปรแกรมแสดงการหาแผนการสุ่มตัวอย่างสองครั้ง




B
A
$n_1=n_1+1$
no
$n_1+n_2<N$
no
$0.097 \leq P(A) \leq 0.103$
yes
yes
C
$n_2=n_2+1$
IN = n_1
IM = n_2
9
คำนวณหา AI
6
I = AI+0.5
พิมพ์ค่า N, P_t, $\bar{p}$, n_1, n_2, IC_1, IC_2, I
P(A)
I ≤ II
yes
1
no
2
yes
c_2 < IDP
5
no
3
no
c_1 < IDP-1
8
yes
3
yes
IG > IH
7
no
4
$c_1 = c_1 + 1$
IH = IG



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย