บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

โดยการวิเคราะห์ข้อมูลสามารถให้ผลการวิเคราะห์ได้ ดังนี้

4.1 ผลการวิเคราะห์ในเชิงแนวคิดทางทฤษฎี

4.1.1 แนวคิดของตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ดัดแปลงมาจากตัวประมาณ Horvitz-Thompson ที่ทำการสุ่มขั้นต้นอย่างง่ายโดยไม่ใส่คืนภายใต้แผนการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ (Adaptive Cluster Sampling : SRS1)[4]

เมื่อประชากรประกอบด้วยหน่วยต่าง ๆ N หน่วย สำหรับแต่ละหน่วยจะกำหนดพื้นที่ข้างเคียงซึ่งประกอบด้วยหน่วยอื่น ๆ ในบริเวณนั้นที่รวมหน่วย k ด้วย แล้วกำหนดเกณฑ์ในการรวมหน่วยในพื้นที่ข้างเคียงเข้าในตัวอย่าง เช่น ถ้าพบว่า ค่า y_k สูงกว่าค่าหนึ่ง จะรวมหน่วยในพื้นที่นี้เข้าในตัวอย่าง เป็นต้น สำหรับแต่ละหน่วยที่เพิ่มขึ้นในตัวอย่างจะทำกระบวนการข้างต้นซ้ำ กล่าวคือ สำหรับหน่วยที่เป็นไปตามเกณฑ์ จะนำหน่วยในพื้นที่ข้างเคียงเข้าในตัวอย่างด้วย แต่หากไม่เป็นไปตามเกณฑ์ก็ไม่รับหน่วยเพิ่ม

กำหนดให้ α_k เป็นความน่าจะเป็นที่กลุ่มที่ k ตกเป็นตัวอย่าง n กลุ่ม

I_k เป็นตัวแปรสุ่มที่แสดงจำนวนครั้งที่กลุ่มที่ k ตกเป็นตัวอย่าง

โดยที่

$$I_k = \begin{cases} 1 & \text{ด้วยความน่าจะเป็น } \alpha_k \\ 0 & \text{ด้วยความน่าจะเป็น } (1-\alpha_k) \end{cases}$$

จะได้ว่า
$$\Pr(I_k = 1) = \alpha_k$$
$$\Pr(I_k = 0) = 1 - \alpha_k$$

---

[4] Thompson,S.K(1990), "Adaptive Cluster Sampling," Jour.Amer. Stat. Assoc 85, No.412 : 1050-1059.

ดังนั้น $$E(I_k) = 1.\Pr(I_k = 1) + 0.\Pr(I_k = 0)$$
$$= \alpha_k$$

$$\begin{aligned}
Var(I_k) &= E(I_k^2) - [E(I_k)]^2 \\
&= E(I_k) - [E(I_k)]^2 \\
&= \alpha_k - \alpha_k^2 \\
&= \alpha_k(1-\alpha_k)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Cov(I_k, I_l) &= E(I_k I_l) - E(I_k)E(I_l) \\
&= \alpha_{kl} - \alpha_k \alpha_l
\end{aligned}$$

การพิสูจน์ว่า $\bar{y}_{SRS1}$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ $\bar{Y}_{SRS1}$

จาก $$\bar{y}_{SRS1} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{\nu}\frac{y_k}{\alpha_k}$$

เขียนในรูปที่เป็นฟังก์ชันของ I_k ได้ดังนี้

$$\bar{y}_{SRS1} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\frac{y_k I_k}{\alpha_k}$$

ดังนั้น $$E(\bar{y}_{SRS1}) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\frac{y_k}{\alpha_k}E(I_k)$$

จาก $$\alpha_k = P(I_k = 1) = E(I_k)$$

จะได้ว่า $$\bar{y}_{SRS1} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} y_k$$
$$= \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} y_k = \bar{Y}_{SRS1}$$

นั่นคือ $$E(\bar{y}_{SRS1}) = \bar{Y}_{SRS1}$$

แสดงว่า $\bar{y}_{SRS1}$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ $\bar{Y}_{SRS1}$

การหาค่า $Var(\bar{y}_{SRS1})$

ให้ $Z_k = \dfrac{y_k}{\alpha_k}, Z_l = \dfrac{y_l}{\alpha_l}$

จะได้ว่า $\mathrm{Var}(\bar{y}_{SRS1}) = \mathrm{Var}\left(\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} Z_k I_k\right)$

$$= \frac{1}{N^2}\left(\sum_{k=1}^{N}\mathrm{Var}[Z_k I_k] + \sum_{K\neq l}^{N}\sum_{l\neq k}^{N}\mathrm{Cov}[Z_k I_k, Z_l I_l]\right)$$

$$= \frac{1}{N^2}\left(\sum_{k=1}^{N} Z_k^2 . \mathrm{Var}[I_k] + \sum_{k\neq l}^{N}\sum_{l\neq k}^{N} Z_k Z_l . \mathrm{Cov}[I_k, I_l]\right)$$

$$= \frac{1}{N^2}\left(\sum_{k=1}^{N} Z_k^2 . \alpha_k (1-\alpha_k) + \sum_{k\neq l}^{N}\sum_{l\neq k}^{N} Z_k Z_l . (\alpha_{kl} - \alpha_k \alpha_l)\right)$$

$$= \frac{1}{N^2}\left(\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=k}^{N} Z_k Z_l . (\alpha_l - \alpha_k \alpha_l) + \sum_{k\neq l}^{N}\sum_{l\neq k}^{N} Z_k Z_l . (\alpha_{kl} - \alpha_k \alpha_l)\right)$$

$$= \frac{1}{N^2}\left(\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=k}^{N} Z_k Z_l . (\alpha_{kl} - \alpha_k \alpha_l)\right)$$

$$\therefore \mathrm{Var}(\bar{y}_{SRS1}) = \frac{1}{N^2}\left(\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{N} y_k y_l . \left(\frac{\alpha_{kl} - \alpha_k \alpha_l}{\alpha_k \alpha_l}\right)\right)$$

การหาค่า $\hat{\mathrm{var}}(\bar{y}_{SRS1})$

จาก $\mathrm{Var}(\bar{y}_{SRS1}) = \frac{1}{N^2}\left(\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{N} y_k y_l . \left(\frac{\alpha_{kl} - \alpha_k \alpha_l}{\alpha_k \alpha_l}\right)\right)$

เขียนในรูปที่เป็นฟังก์ชันของ I_k ได้ดังนี้

$$\hat{\mathrm{var}}(\bar{y}_{SRS1}) = \frac{1}{N^2}\left(\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{N} y_k y_l . I_k I_l . \left(\frac{\alpha_{kl} - \alpha_k \alpha_l}{\alpha_k \alpha_l \alpha_{kl}}\right)\right)$$

$$\therefore \hat{\mathrm{var}}(\bar{y}_{SRS1}) = \frac{1}{N^2}\left(\sum_{k=1}^{\nu}\sum_{l=1}^{\nu} \frac{y_k y_l}{\alpha_{kl}} . \left(\frac{\alpha_{kl}}{\alpha_k \alpha_l} - 1\right)\right)$$

การพิสูจน์ว่า $E(\hat{\mathrm{var}}(\bar{y}_{SRS1})) = \mathrm{Var}(\bar{y}_{SRS1})$

$$E(\hat{\mathrm{var}}(\bar{y}_{SRS1})) = E\left(\frac{1}{N^2}\left(\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{N} y_k y_l . I_k I_l . \left(\frac{\alpha_{kl} - \alpha_k \alpha_l}{\alpha_k \alpha_l \alpha_{kl}}\right)\right)\right)$$

$$= \frac{1}{N^2}\left(\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{N} y_k y_l . E(I_k I_l) . \left(\frac{\alpha_{kl} - \alpha_k \alpha_l}{\alpha_k \alpha_l E(\alpha_{kl})}\right)\right)$$

โดย $\alpha_{kl} = p(I_k I_l = 1) = E(I_k I_l) = E(\alpha_{kl}) = 1$

ดังนั้น

$$E(\hat{\mathrm{var}}(\bar{y}_{SRS1})) = \frac{1}{N^2}\left(\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{N} y_k y_l . \left(\frac{\alpha_{kl} - \alpha_k \alpha_l}{\alpha_k \alpha_l}\right)\right) = \mathrm{Var}(\bar{y}_{SRS1})$$

$$\therefore \hat{var}(\bar{y}_{SRS1}) \text{ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ } Var(\bar{y}_{SRS1})$$

เมื่อ $\alpha_k = 1 - \binom{N-x_k}{n} \Big/ \binom{N}{n}$

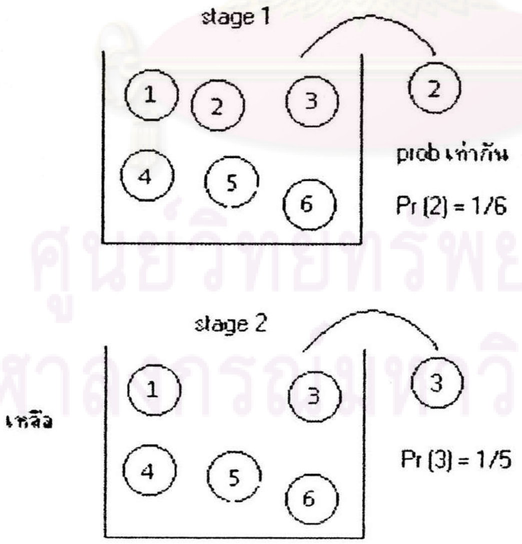
$$\alpha_{kl} = \alpha_k + \alpha_l - (1 - p_{kl})$$

โดยที่ $p_{kl} = \binom{N-x_k-x_l}{n} \Big/ \binom{N}{n}$

ดังนั้น $\alpha_{kl} = 1 - \left(\binom{N-x_k}{n} + \binom{N-x_l}{n} - \binom{N-x_k-x_l}{n}\right) \Big/ \binom{N}{n}$

4.1.2 แนวคิดของตัวประมาณค่าเฉลี่ยของแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบง่ายโดยไม่ใส่คืนภายใต้แผนแบบที่ไม่ได้ปรับ (Simple Random Sampling : SRS2)

วิธีการสุ่มตัวอย่างแบบง่าย เป็นวิธีการสุ่มตัวอย่างโดยให้ตัวอย่างแต่ละหน่วยมีโอกาสถูกสุ่มเท่า ๆ กัน เช่น จากประชากรขนาด N ถ้าสุ่มตัวอย่างแบบง่ายขนาด n แบบไม่ใส่คืน จะทำให้ได้ตัวอย่างทั้งหมดเท่ากับ $\binom{N}{n}$ และตัวอย่างแต่ละหน่วยมีโอกาสถูกสุ่มเท่า ๆ กันเท่ากับ $\frac{1}{\binom{N}{n}}$



ภาพที่ 10 : ภาพแนวคิดของแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบง่ายโดยไม่ใส่คืนภายใต้แผนแบบที่ไม่ได้ปรับ

โดยการสุ่มตัวอย่างนี้เป็นการทดลองสุ่ม (Random Experiment) เพราะว่าผู้สุ่มไม่ทราบล่วงหน้าว่าผลลัพธ์คืออะไร แต่สามารถทราบผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น

เมื่อเราสนใจที่จะประมาณค่าเฉลี่ยประชากร $(\overline{Y})$ สามารถทำได้โดยหาค่าเฉลี่ย $(\overline{y})$ ของตัวอย่างแต่ละชุด ซึ่ง $\overline{y}$ แต่ละชุดไม่จำเป็นต้องเท่ากัน เนื่องจาก y_i ของตัวอย่างเป็นค่าของหน่วยใดก็ได้ในประชากร ดังนั้น $\overline{y}$ จึงเป็นตัวแปรสุ่ม (Random Variable) และเป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง (Discrete Random Variable) เพราะเมื่อพิจารณาถึงขนาดของประชากรจะพบว่า ประชากรเป็นอันตะ (Finite Population) ทำให้สามารถทราบจำนวน N ที่แน่นอน ดังนั้นค่า y_i ที่ได้จากตัวอย่างขนาด n นี้จะเป็นค่าอันตะ ทำให้ได้ค่า $\overline{y}$ ที่เป็นอันตะ ดังนั้น $\overline{y}$ จึงเป็น Discrete Random Variable

A = $\{1,2,3,\ldots,6\}$, n = 2

เช่น $S = \{(1,2),(1,3),\ldots,(5,6)\}$

จะได้ว่า

$$\Pr(\overline{y} = 1.5) = \frac{1}{15}$$

.

.

.

$$\Pr(\overline{y} = 5.5) = \frac{1}{15}$$

การประมาณค่าเฉลี่ยประชากร กรณีการเลือกตัวอย่างแบบไม่ใส่คืน

ตัวประมาณของ $\overline{Y}_{SRS2}$ คือ $\overline{y}_{SRS2} = \sum_{i=1}^{n}\frac{y_i}{n}$ ซึ่งเป็นค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง และคุณสมบัติของตัวประมาณ $\overline{y}_{SRS2}$ มีดังนี้

1.เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียง (Unbiasedness)

2.มีความสอดคล้องหรือความคงเส้นคงวา (Consistency) ในลักษณะที่ว่า ถ้าขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ผลต่างระหว่าง $\overline{Y}_{SRS2}$ กับ $\overline{y}_{SRS2}$ จะน้อยลง

3.ตัวประมาณ $\bar{y}_{SRS2}$ มีความแปรปรวนดังนี้

$$\mathrm{Var}(\bar{y}_{SRS2}) = \frac{S^2}{n}(1-\frac{n}{N})$$

การสุ่มตัวอย่างแบบง่ายนี้ ความน่าจะเป็นหน่วยที่ i ในประชากรจะถูกเลือกเข้าไปในตัวอย่างขนาด n จาก N คำนวณได้ด้วยวิธีต่อไปนี้

1. Pr (หน่วย i ในประชากรตกอยู่ในตัวอย่าง SRS)

= จำนวนตัวอย่างขนาด n ที่มีหน่วย i ปรากฏอยู่ / จำนวนตัวอย่างขนาด n ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

$$= \frac{\binom{N-1}{n-1}}{\binom{N}{n}} = \frac{n}{N}$$

หรือ 2. Pr (หน่วย i ในประชากรตกอยู่ในตัวอย่าง SRS)

= Pr (หน่วย i ในประชากรถูกเลือกในการเลือกครั้งแรก)

+ Pr (หน่วย i ในประชากรถูกเลือกในการเลือกครั้งที่สอง) + . . . +

+ Pr (หน่วย i ในประชากรถูกเลือกในการเลือกครั้งที่ n)

$$= \frac{1}{N} + \frac{N-1}{N}\cdot\frac{1}{N-1} + \frac{N-1}{N}\cdot\frac{N-2}{N-1}\cdot\frac{1}{N-2} + \ldots + \frac{1}{N}$$

$$= \frac{1}{N} + \frac{1}{N} + \ldots + \frac{1}{N}$$

$$= \frac{n}{N}$$

เนื่องจาก $\bar{y} = \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{n}$ และ y_i ในตัวอย่างจะมาจากหน่วยใดก็ได้ในประชากรที่ยังไม่ถูกเลือก เพื่อที่จะทำให้ y_i ในตัวอย่างตรงกับ y_i ในประชากรจะได้เปลี่ยนจากสภาพการเป็นตัวแปรไปเป็นค่าที่แน่นอน โดยอาจใช้ตัวแปร a_i เพื่อบอกลักษณะว่าหน่วยที่ i อยู่ในตัวอย่างหรือไม่ ดังนี้

ค่า a_i มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ 2 ค่า คือ 0 กับ 1

โดยที่

$$a_i = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อหน่วย } i \text{ นั้น ๆ ถูกสุ่มเป็นหน่วยตัวอย่าง} \\ 0 & \text{เมื่อหน่วย } i \text{ นั้น ๆ ไม่ถูกสุ่มเป็นหน่วยตัวอย่าง} \end{cases}$$

จะได้ว่า $\Pr(a_i = 1) = \frac{n}{N}$

$$\Pr(a_i = 0) = 1 - \frac{n}{N}$$

ตัวแปร a_i จึงมีลักษณะเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเบอร์นูลลี (Bernoulli) ดังนั้น

$$\begin{aligned} E(a_i) &= 1.\Pr(a_i = 1) + 0.\Pr(a_i = 0) \\ &= \frac{n}{N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Var(a_i) &= E(a_i^2) - [E(a_i)]^2 \\ &= \frac{n}{N} - \left(\frac{n}{N}\right)^2 \\ &= \frac{n}{N}\left(1 - \frac{n}{N}\right) \end{aligned}$$

และ $Cov(a_i, a_j) = E(a_i a_j) - E(a_i)E(a_j)$

$$\begin{aligned} \because E(a_i a_j) &= \sum_{i\langle j}^{N} a_i a_j \Pr(a_i a_j) \\ &= 1.\Pr(a_i a_j = 1) \\ &= 1 \cdot \frac{\binom{N-2}{n-2}}{\binom{N}{n}} = \frac{n(n-1)}{N(N-1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore Cov(a_i, a_j) &= \frac{n(n-1)}{N(N-1)} - \left(\frac{n}{N}\right)^2 \\ &= \frac{n^2 - n}{N(N-1)} - \frac{n^2}{N^2} \end{aligned}$$

$$= \frac{N(n^2-n)-n^2(N-1)}{N^2(N-1)}$$

$$= \frac{Nn^2-Nn-n^2N+n^2}{N^2(N-1)}$$

$$= \frac{-n(N-n)}{N^2(N-1)}$$

$$= \frac{-n}{N(N-1)}\left(1-\frac{n}{N}\right)$$

พิสูจน์ว่า $\bar{y}_{SRS2}$ เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงของ $\bar{Y}_{SRS2}$

จาก $\bar{y}_{SRS2} = \sum_{i=1}^{n}\frac{y_i}{n}$ ซึ่งเขียนในรูปที่เป็นฟังก์ชันของ a_i ได้ดังนี้

$$\bar{y}_{SRS2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N}a_i y_i$$

ดังนั้น $\bar{y}_{SRS2}$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N}y_i . E(a_i)$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N}y_i . \frac{n}{N}$$

$$= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}y_i = \bar{Y}_{SRS2}$$

นั่นคือ $E(\bar{y}_{SRS2}) = \bar{Y}_{SRS2}$ แสดงว่า $\bar{y}_{SRS2}$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ $\bar{Y}_{SRS2}$

การหาค่า Var($\bar{y}_{SRS2}$)

$$Var(\bar{y}_{SRS2}) = Var\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N}a_i y_i\right)$$

$$= \frac{1}{n^2}\left[\sum_{i=1}^{N}Var(y_i a_i)+\sum_{i\neq j}^{N}\sum_{i\neq j}^{N}Cov(y_i a_i, y_j a_j)\right]$$

$$= \frac{1}{n^2}\left[\sum_{i=1}^{N}y_i^2 Var(a_i)+\sum_{i\neq j}^{N}\sum_{i\neq j}^{N}y_i y_j Cov(a_i, a_j)\right]$$

$$= \frac{1}{n^2}\left[\sum_{i=1}^{N}y_i^2\frac{n}{N}\left(1-\frac{n}{N}\right)+\sum_{i\neq j}^{N}\sum_{i\neq j}^{N}y_i y_j\frac{-n}{N(N-1)}\left(1-\frac{n}{N}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{n^2}\cdot\frac{n}{N}\left(1-\frac{n}{N}\right)\left[\sum_{i=1}^{N}y_i^2-\frac{1}{N-1}\sum_{i\neq j}^{N}\sum_{i\neq j}^{N}y_i y_j\right]$$

แต่ $\left[\sum_{i=1}^{N}y_i\right]^2 = \sum_{i=1}^{N}y_i^2+\sum_{i\neq j}^{N}\sum_{i\neq j}^{N}y_i y_j$

$$\therefore \quad \sum_{i\neq j}^{N}\sum_{i\neq j}^{N} y_i y_j = Y^2 - \sum_{i=1}^{N} y_i^2$$

$$\therefore \quad Var(\bar{y}_{SRS2}) = \frac{1}{nN}\left(1-\frac{n}{N}\right)\left[\sum_{i=1}^{N} y_i^2 - \frac{Y^2}{N-1} + \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i^2}{N-1}\right]$$

$$= \left(1-\frac{n}{N}\right)\frac{1}{nN}\left[\frac{(N-1)\sum_{i=1}^{N} y_i^2 - Y^2 + \sum_{i=1}^{N} y_i^2}{N-1}\right]$$

$$= \left(1-\frac{n}{N}\right)\frac{1}{nN}\left[\frac{N\sum_{i=1}^{N} y_i^2 - \sum_{i=1}^{N} y_i^2 - Y^2 + \sum_{i=1}^{N} y_i^2}{N-1}\right]$$

$$= \left(1-\frac{n}{N}\right)\frac{1}{nN}\left[\frac{N\sum_{i=1}^{N} y_i^2 - Y^2}{N-1}\right]$$

$$= \left(1-\frac{n}{N}\right)\frac{1}{nN}\left[\frac{N\sum_{i=1}^{N} y_i^2}{N-1} - \frac{N^2}{N-1}\cdot\frac{Y^2}{N^2}\right]$$

$$= \left(1-\frac{n}{N}\right)\frac{1}{nN}\left[\frac{N}{N-1}\sum_{i=1}^{N} y_i^2 - \frac{N^2}{N-1}\bar{Y}^2\right]$$

$$= \left(1-\frac{n}{N}\right)\frac{1}{n(N-1)}\left[\sum_{i=1}^{N} y_i^2 - N\bar{Y}^2\right]$$

$$= \left(1-\frac{n}{N}\right)\frac{S^2}{n}$$

พิสูจน์ว่า s^2 เป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงของ S^2

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$$

$$\because \quad s^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{N} a_i y_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{N} a_i y_i\right)^2\right]$$

$$\therefore E(s^2) = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{N} E(a_i) y_i^2 - \frac{1}{n}E\left(\sum_{i=1}^{N} a_i y_i\right)^2\right]$$

แต่ $\left(\sum_{i=1}^{N} a_i y_i\right)^2 = \sum_{i=1}^{N} a_i^2 y_i^2 + \sum_{i\neq j}^{N}\sum_{i\neq j}^{N} a_i a_j y_i y_j$

และ $E(a_i) = \frac{n}{N}$, $E(a_i^2) = \frac{n}{N}$, $E(a_i a_j) = \frac{n(n-1)}{N(N-1)}$

$$E\left(\sum_{i=1}^{N} a_i y_i\right)^2 = \left[\sum_{i=1}^{N} E(a_i^2) y_i^2 + \sum_{i\neq j}^{N}\sum_{i\neq j}^{N} E(a_i a_j) y_i y_j\right]$$

$$E\left(\sum_{i=1}^{N} a_i y_i\right)^2 = \left[\frac{n}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i^2 + \frac{n}{N}\sum_{i\neq j}^{N}\sum_{i\neq j}^{N} \frac{(n-1)}{(N-1)} y_i y_j\right]$$

$$E\left(\sum_{i=1}^{N} a_i y_i\right)^2 = \frac{n}{N}\left[\sum_{i=1}^{N} y_i^2 + \sum_{i\neq j}^{N}\sum_{i\neq j}^{N} \frac{(n-1)}{(N-1)} y_i y_j\right]$$

$$\therefore E(s^2) = \frac{1}{n-1}\left[\frac{n}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i^2 - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i^2 - \frac{(n-1)}{N(N-1)}\sum_{i\neq j}^{N}\sum_{i\neq j}^{N} y_i y_j\right]$$

จาก $\sum_{i\neq j}^{N}\sum_{i\neq j}^{N} y_i y_j = Y^2 - \sum_{i=1}^{N} y_i^2$

ดังนั้น
$$E(s^2) = \frac{1}{n-1}\left[\frac{n-1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i^2 - \frac{(n-1)}{N(N-1)}\left(Y^2 - \sum_{i=1}^{N} y_i^2\right)\right]$$

$$= \frac{1}{N}\left[\sum_{i=1}^{N} y_i^2 - \frac{1}{(N-1)}\left(Y^2 - \sum_{i=1}^{N} y_i^2\right)\right]$$

$$= \frac{1}{N}\left[\frac{(N-1)\sum_{i=1}^{N} y_i^2 - Y^2 + \sum_{i=1}^{N} y_i^2}{(N-1)}\right]$$

$$= \frac{1}{N}\left[\frac{N\sum_{i=1}^{N} y_i^2 - \sum_{i=1}^{N} y_i^2 - Y^2 + \sum_{i=1}^{N} y_i^2}{(N-1)}\right]$$

$$= \frac{1}{N}\left[\frac{N\sum_{i=1}^{N} y_i^2 - Y^2}{(N-1)}\right]$$

$$= \frac{1}{N(N-1)}\left[N\sum_{i=1}^{N} y_i^2 - N^2\overline{Y}^2\right]$$

$$= \frac{1}{(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(y_i - \overline{Y})^2 = S^2$$

ดังนั้น s^2 จึงเป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงของ S^2

4.2 ผลการวิเคราะห์จากการจำลองแบบประชากรที่หายาก

จากการจำลองแบบของประชากรที่หายากสามารถวิเคราะห์ผลได้ดังนี้

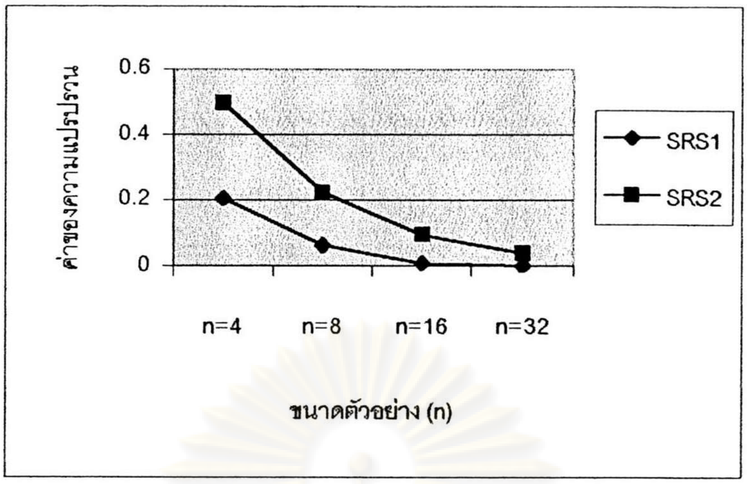
4.2.1 ผลการวิเคราะห์ประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1

ประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1				
ขนาดตัวอย่าง (n)	$\bar{y}_{SRS}$		$\hat{var}(\bar{y}_{SRS})$	
	SRS_1	SRS_2	SRS_1	SRS_2
4	0.52	0.53	0.2053	0.4960
8	0.55	0.56	0.0618	0.2226
16	0.54	0.50	0.0075	0.0950
32	0.54	0.52	0.0001	0.0392

ตารางที่ 6 : ตารางแสดงผลการคำนวณของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1

จากการสังเกตุจากภาพที่ 8 ภาพแสดงประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1 ซึ่งอาศัยกระบวนการพัวซองคลัสเตอร์ ในหน้า 25 พบว่าประชากรที่เราสนใจมักอยู่รวมเป็นกลุ่มก้อนกระจุกตัวเป็นกลุ่มเดียว โดยผลการคำนวณสามารถวิเคราะห์ผลได้ดังนี้

1.เปรียบเทียบค่าความแปรปรวน ($\hat{var}(\bar{y}_{SRS})$) ซึ่งสามารถอธิบายได้ชัดเจนขึ้นดังกราฟที่ 1



กราฟที่ 1 : กราฟเปรียบเทียบค่าความแปรปรวนของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1

จากกราฟที่ 1 พบว่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})$ มีค่าน้อยกว่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})$ ในทุก ๆ กรณีไม่จะเป็นการสุ่มตัวอย่างขนาดขั้นต้น

n=4 ค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1}) = 0.2053 < \hat{var}(\bar{y}_{SRS2}) = 0.4960$

n=8 ค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1}) = 0.0618 < \hat{var}(\bar{y}_{SRS2}) = 0.2226$

n=16 ค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1}) = 0.0075 < \hat{var}(\bar{y}_{SRS2}) = 0.0950$

n=32 ค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1}) = 0.0001 < \hat{var}(\bar{y}_{SRS2}) = 0.0392$

ดังนั้นตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ทำการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นอย่างง่ายโดยไม่ใส่คืนภายใต้แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ (Adaptive Cluster Sampling) มีประสิทธิภาพในแง่ของความแม่นยำมากกว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบที่ไม่ปรับ (Nonadaptive) โดยค่าความแปรปรวนมีแนวโน้มลดลง เมื่อการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นมีขนาดเพิ่มขึ้น

2. การพิจารณาค่าประสิทธิภาพสัมพันธ์ (Relative Efficiency : R.E.)

ผลจากการคำนวณ พบว่า

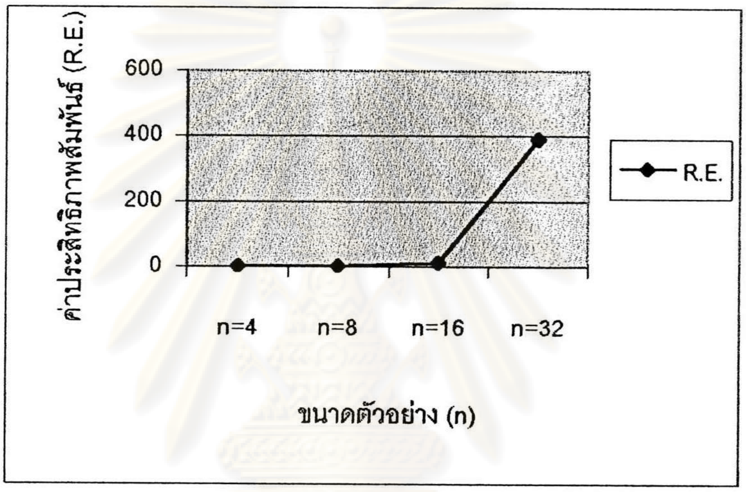
n=4 ค่า $R.E. = \dfrac{\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})}{\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})} = \dfrac{0.4960}{0.2053} = 2.4160 > 1$

n=8 ค่า $R.E. = \dfrac{\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})}{\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})} = \dfrac{0.2226}{0.0618} = 3.6019 > 1$

n=16 ค่า $R.E. = \dfrac{\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})}{\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})} = \dfrac{0.0950}{0.0075} = 12.6667 > 1$

n=32 ค่า $R.E. = \dfrac{\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})}{\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})} = \dfrac{0.0392}{0.0001} = 392 > 1$

สามารถนำค่า R.E. ที่คำนวณได้ไปแสดง ดังกราฟที่ 2



กราฟที่ 2 : กราฟแสดงค่า R.E. ทุก ๆ ขนาดตัวอย่างของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1

ผลจากคำนวณแสดงให้เห็นว่า R.E. มีค่ามากกว่า 1 ในทุก ๆ ขนาดตัวอย่าง ดังนั้นตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ทำการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นอย่างง่ายโดยไม่ใส่คืนภายใต้แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ (Adaptive Cluster Sampling) มีประสิทธิภาพในแง่ของความแม่นยำมากกว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบที่ไม่ปรับ (Nonadaptive) จากกราฟที่ 2 เห็นว่าขนาดตัวอย่างที่เพิ่มจะทำให้ค่า R.E. สูงขึ้น แสดงว่าตัวประมาณของแผนแบบกลุ่มปรับมีประสิทธิภาพมากขึ้นกว่าตัวประมาณของแผนแบบที่ไม่ปรับ

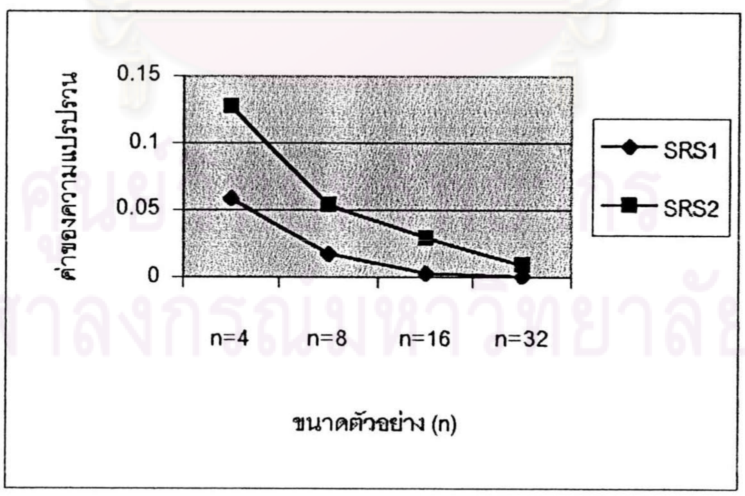
4.2.2 ผลการวิเคราะห์ประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 2

ประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 2				
ขนาดตัวอย่าง (n)	$\bar{y}_{SRS}$		$\hat{var}(\bar{y}_{SRS})$	
	SRS_1	SRS_2	SRS_1	SRS_2
4	0.28	0.29	0.0586	0.1270
8	0.27	0.30	0.0172	0.0538
16	0.26	0.26	0.0029	0.0293
32	0.28	0.27	0.0004	0.0094

ตารางที่ 7 : ตารางแสดงผลการคำนวณของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 2

จากการสังเกตุจากภาพที่ 9 ภาพแสดงประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 2 ซึ่งอาศัยกระบวนการพัวซองคลัสเตอร์ ในหน้า 28 พบว่าประชากรที่เราสนใจมักจะอยู่ในลักษณะกระจายกันโดยผลการคำนวณสามารถวิเคราะห์ผลได้ดังนี้

1.เปรียบเทียบค่าความแปรปรวน ($\hat{var}(\bar{y}_{SRS})$) ซึ่งสามารถอธิบายได้ชัดเจนขึ้นดังกราฟที่ 3



กราฟที่ 3 : กราฟเปรียบเทียบค่าความแปรปรวนของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 2

จากกราฟที่ 3 พบว่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})$ มีค่าน้อยกว่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})$ ในทุก ๆ กรณีไม่จะเป็นการสุ่มตัวอย่างขนาดขั้นต้น

n=4 ค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1}) = 0.0586 < \hat{var}(\bar{y}_{SRS2}) = 0.1270$

n=8 ค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1}) = 0.0172 < \hat{var}(\bar{y}_{SRS2}) = 0.0538$

n=16 ค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1}) = 0.0029 < \hat{var}(\bar{y}_{SRS2}) = 0.0293$

n=32 ค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1}) = 0.0004 < \hat{var}(\bar{y}_{SRS2}) = 0.0094$

ดังนั้นตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ทำการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นอย่างง่ายโดยไม่ใส่คืนภายใต้แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ (Adaptive Cluster Sampling) มีประสิทธิภาพในแง่ของความแม่นยำมากกว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบที่ไม่ปรับ (Nonadaptive) โดยค่าความแปรปรวนมีแนวโน้มลดลง เมื่อการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นมีขนาดเพิ่มขึ้น

2. การพิจารณาค่าประสิทธิภาพสัมพันธ์ (Relative Efficiency : R.E.)

ผลจากการคำนวณ พบว่า

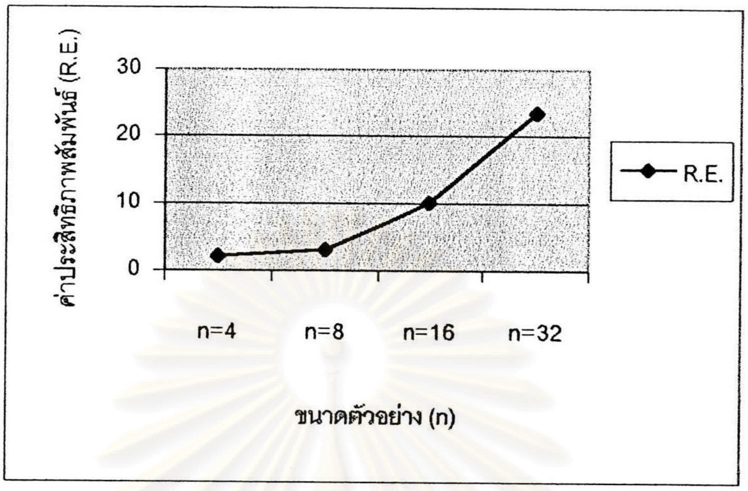
n=4 ค่า $R.E. = \dfrac{\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})}{\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})} = \dfrac{0.1270}{0.0586} = 2.1672 > 1$

n=8 ค่า $R.E. = \dfrac{\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})}{\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})} = \dfrac{0.0538}{0.0172} = 3.1280 > 1$

n=16 ค่า $R.E. = \dfrac{\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})}{\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})} = \dfrac{0.0293}{0.0029} = 10.1035 > 1$

n=32 ค่า $R.E. = \dfrac{\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})}{\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})} = \dfrac{0.0094}{0.0004} = 23.5 > 1$

สามารถนำค่า R.E. ที่คำนวณได้ไปแสดง ดังกราฟที่ 4



กราฟที่ 4 : กราฟแสดงค่า R.E. ทุก ๆ ขนาดตัวอย่างของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 2

ผลจากคำนวณแสดงให้เห็นว่า R.E. มีค่ามากกว่า 1 ในทุก ๆ ขนาดตัวอย่าง ดังนั้นตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ทำการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นอย่างง่ายโดยไม่ใส่คืนภายใต้แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ (Adaptive Cluster Sampling) มีประสิทธิภาพในแง่ของความแม่นยำมากกว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบที่ไม่ปรับ (Nonadaptive) จากกราฟที่ 4 เห็นว่าขนาดตัวอย่างที่เพิ่มจะทำให้ค่า R.E. สูงขึ้น แสดงว่าตัวประมาณของแผนแบบกลุ่มปรับมีประสิทธิภาพมากขึ้นกว่าตัวประมาณของแผนแบบที่ไม่ปรับ

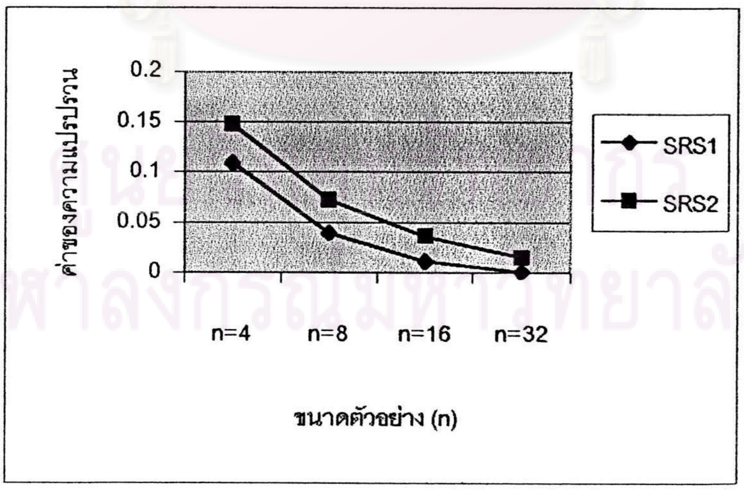
4.2.3 ผลการวิเคราะห์ประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 3

ประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 3				
ขนาดตัวอย่าง (n)	$\bar{y}_{SRS}$		$\hat{var}(\bar{y}_{SRS})$	
	SRS_1	SRS_2	SRS_1	SRS_2
4	0.37	0.33	0.1090	0.1474
8	0.35	0.35	0.0395	0.0723
16	0.40	0.39	0.0111	0.0365
32	0.40	0.38	0.0008	0.0150

ตารางที่ 8 : ตารางแสดงผลการคำนวณของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 3

จากการสังเกตุจากภาพที่ 10 ภาพแสดงประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 3 ซึ่งอาศัยกระบวนการพัวซองคลัสเตอร์ ในหน้า 31 พบว่าประชากรที่เราสนใจมักจะอยู่ในลักษณะอยู่เกาะกลุ่มกันแบ่งเป็น 2 กลุ่มอย่างชัดเจน โดยผลการคำนวณสามารถวิเคราะห์ผลได้ดังนี้

1.เปรียบเทียบค่าความแปรปรวน ($\hat{var}(\bar{y}_{SRS})$) ซึ่งสามารถอธิบายได้ชัดเจนขึ้นดังกราฟที่ 5



กราฟที่ 5 : กราฟเปรียบเทียบค่าความแปรปรวนของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 3

จากกราฟที่ 5 พบว่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})$ มีค่าน้อยกว่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})$ ในทุก ๆ กรณีไม่จะเป็นการสุ่มตัวอย่างขนาดขั้นต้น

n=4 ค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1}) = 0.1090 < \hat{var}(\bar{y}_{SRS2}) = 0.1474$

n=8 ค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1}) = 0.0395 < \hat{var}(\bar{y}_{SRS2}) = 0.0723$

n=16 ค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1}) = 0.0111 < \hat{var}(\bar{y}_{SRS2}) = 0.0365$

n=32 ค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1}) = 0.0008 < \hat{var}(\bar{y}_{SRS2}) = 0.0150$

ดังนั้นตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ทำการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นอย่างง่ายโดยไม่ใส่คืนภายใต้แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ (Adaptive Cluster Sampling) มีประสิทธิภาพในแง่ของความแม่นยำมากกว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบที่ไม่ปรับ (Nonadaptive) โดยค่าความแปรปรวนมีแนวโน้มลดลง เมื่อการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นมีขนาดเพิ่มขึ้น

2. การพิจารณาค่าประสิทธิภาพสัมพันธ์ (Relative Efficiency : R.E.)

ผลจากการคำนวณ พบว่า

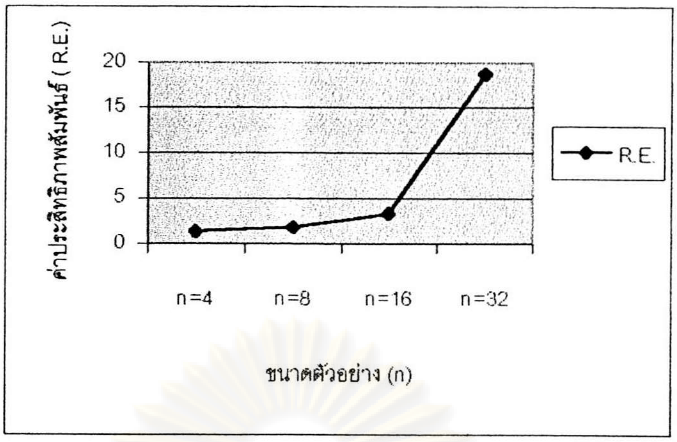
n=4 ค่า $R.E. = \dfrac{\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})}{\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})} = \dfrac{0.1474}{0.1090} = 1.3523 > 1$

n=8 ค่า $R.E. = \dfrac{\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})}{\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})} = \dfrac{0.0723}{0.0395} = 1.8304 > 1$

n=16 ค่า $R.E. = \dfrac{\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})}{\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})} = \dfrac{0.0365}{0.0111} = 3.2884 > 1$

n=32 ค่า $R.E. = \dfrac{\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})}{\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})} = \dfrac{0.0150}{0.0008} = 18.75 > 1$

สามารถนำค่า R.E. ที่คำนวณได้ไปแสดง ดังกราฟที่ 6



กราฟที่ 6 : กราฟแสดงค่า R.E. ทุก ๆ ขนาดตัวอย่างของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 3

ผลจากคำนวณแสดงให้เห็นว่า R.E. มีค่ามากกว่า 1 ในทุก ๆ ขนาดตัวอย่าง ดังนั้นตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ทำการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นอย่างง่ายโดยไม่ใส่คืนภายใต้แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ (Adaptive Cluster Sampling) มีประสิทธิภาพในแง่ของความแม่นยำมากกว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยจากแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบที่ไม่ปรับ (Nonadaptive) จากกราฟที่ 6 เห็นว่าขนาดตัวอย่างที่เพิ่มจะทำให้ค่า R.E. สูงขึ้น แสดงว่าตัวประมาณของแผนแบบกลุ่มปรับมีประสิทธิภาพมากขึ้นกว่าตัวประมาณของแผนแบบที่ไม่ปรับ

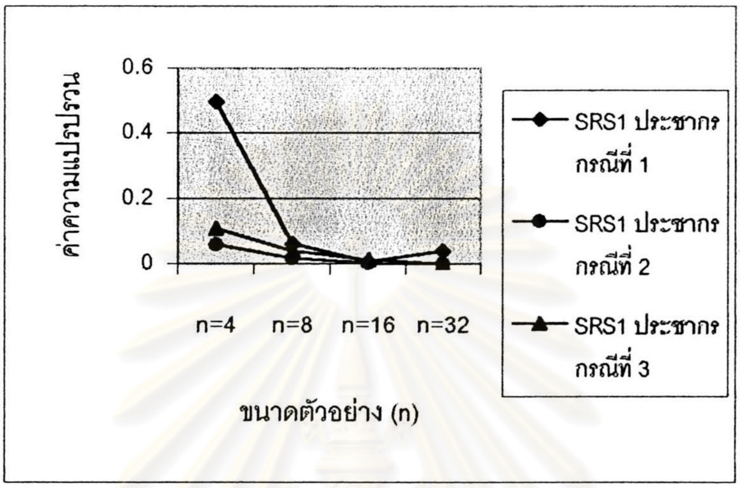
4.2.4 ผลการวิเคราะห์การเปรียบเทียบประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1,2 และ 3

ประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1,2,3						
ขนาดตัวอย่าง (n)	$\hat{var}(\bar{y}_{SRS})$					
	ประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1		ประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 2		ประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 3	
	SRS_1	SRS_2	SRS_1	SRS_2	SRS_1	SRS_2
4	0.2053	0.4960	0.0586	0.1270	0.1090	0.1474
8	0.0618	0.2226	0.0172	0.0538	0.0395	0.0723
16	0.0075	0.0950	0.0029	0.0293	0.0111	0.0365
32	0.0001	0.0392	0.0004	0.0094	0.0008	0.0150

ตารางที่ 9 : ตารางแสดงการเปรียบเทียบผลการคำนวณค่าความแปรปรวน ($\hat{var}(\bar{y}_{SRS})$) ของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1,2 และ 3

กรณีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ

1.การเปรียบเทียบค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})$ ของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1.2 และ 3 ซึ่งสามารถอธิบายได้ชัดเจนขึ้นดังกราฟที่ 7



กราฟที่ 7 : กราฟแสดงการเปรียบเทียบผลการคำนวณค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})$ ของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1,2 และ 3

จากกราฟที่ 7 พบว่า ค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})$ ของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 2 มีค่าน้อยกว่าค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})$ ของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 3 ในทุก ๆ ขนาดตัวอย่าง (n) และมีค่าน้อยกว่าค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS1})$ ของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1 ในขนาดตัวอย่าง n=4,8 และ16 แสดงให้เห็นว่าตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ทำการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นอย่างง่ายโดยไม่ใส่คืนภายใต้แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ (Adaptive Cluster Sampling) ของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 2 มีประสิทธิภาพในแง่ของความแม่นยำมากกว่า ประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1,3 ซึ่งสอดคล้องกับค่าประสิทธิภาพสัมพันธ์ (Relative Efficiency : R.E.) ดังตารางที่ 10

2. การพิจารณาค่าประสิทธิภาพสัมพันธ์ (Relative Efficiency : R.E.) ของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1.2 และ 3 ซึ่งสามารถอธิบายได้ชัดเจนขึ้นดังตารางที่ 10

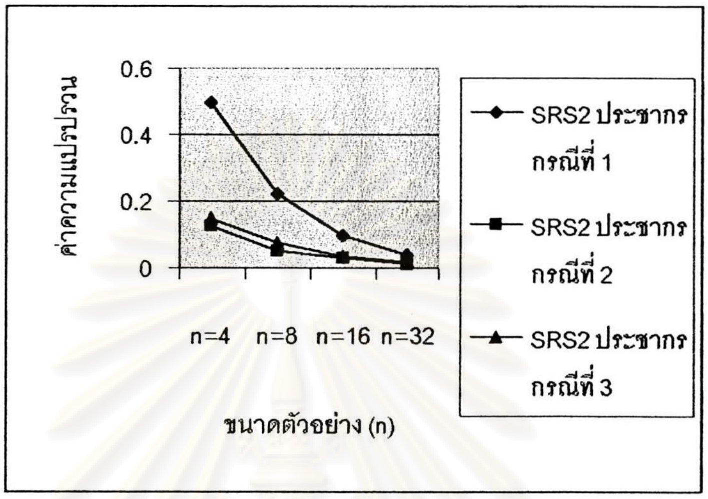
	ประชากรที่มีลักษณะหายาก กรณีที่ 1 เปรียบเทียบกับ กรณีที่ 2	ประชากรที่มีลักษณะหายาก กรณีที่ 3 เปรียบเทียบกับ กรณีที่ 2	ประชากรที่มีลักษณะหายาก กรณีที่ 1 เปรียบเทียบกับ กรณีที่ 3
	$=\frac{\hat{var}(\overline{y}_{SRS1case1})}{\hat{var}(\overline{y}_{SRS1case2})}$	$=\frac{\hat{var}(\overline{y}_{SRS1case3})}{\hat{var}(\overline{y}_{SRS1case2})}$	$=\frac{\hat{var}(\overline{y}_{SRS1case1})}{\hat{var}(\overline{y}_{SRS1case3})}$
n=4	$=\frac{0.2053}{0.0586}>1$	$=\frac{0.1090}{0.0586}>1$	$=\frac{0.4960}{0.1474}>1$
n=8	$=\frac{0.0618}{0.0172}>1$	$=\frac{0.0395}{0.0172}>1$	$=\frac{0.2226}{0.0723}>1$
n=16	$=\frac{0.0075}{0.0029}>1$	$=\frac{0.0111}{0.0029}>1$	$=\frac{0.0950}{0.0365}>1$
n=32	$=\frac{0.0001}{0.0004}<1$	$=\frac{0.0008}{0.0004}>1$	$=\frac{0.0392}{0.0150}>1$

ตารางที่ 10 : ตารางแสดงค่าประสิทธิภาพสัมพันธ์ (Relative Efficiency : R.E.) เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณในแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มปรับ ในประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1,2 และ 3

จากตารางที่ 10 พบว่า ตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ดัดแปลงมาจากตัวประมาณ Horvitz-Thompson เหมาะสมที่จะนำมาใช้สุ่มตัวอย่าง ในกรณีประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 2 มากที่สุด รองลงมาคือประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 3 และ 1 ตามลำดับ

กรณีการสุ่มตัวอย่างแบบที่ไม่ปรับ

1.การเปรียบเทียบค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})$ ของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1.2 และ 3 ซึ่งสามารถอธิบายได้ชัดเจนขึ้นดังกราฟที่ 8



กราฟที่ 8 : กราฟแสดงการเปรียบเทียบผลการคำนวณค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})$ ของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1,2 และ 3

จากราฟที่ 8 พบว่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})$ ของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 2 มีค่าน้อยกว่าค่า $\hat{var}(\bar{y}_{SRS2})$ % ของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1,3 ในขนาดตัวอย่าง n=4,8,16,32 แสดงให้เห็นว่า ตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่ทำการสุ่มตัวอย่างขั้นต้นอย่างง่ายโดยไม่ใส่คืนภายใต้แผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบที่ไม่ปรับ (Nonadaptive) ของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 2 มีประสิทธิภาพในแง่ของความแม่นยำมากที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับค่าประสิทธิภาพสัมพันธ์ (Relative Efficiency : R.E.) ดังตารางที่ 11

2. การพิจารณาค่าประสิทธิภาพสัมพันธ์ (Relative Efficiency : R.E.) ของประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1.2 และ 3 ซึ่งสามารถอธิบายได้ชัดเจนขึ้นดังตารางที่ 11

	ประชากรที่มีลักษณะหายาก กรณีที่ 1 เปรียบเทียบกับ กรณีที่ 2	ประชากรที่มีลักษณะหายาก กรณีที่ 3 เปรียบเทียบกับ กรณีที่ 2	ประชากรที่มีลักษณะหายาก กรณีที่ 1 เปรียบเทียบกับ กรณีที่ 3
	$=\dfrac{\hat{var}(\bar{y}_{SRS2case1})}{\hat{var}(\bar{y}_{SRS2case2})}$	$=\dfrac{\hat{var}(\bar{y}_{SRS2case3})}{\hat{var}(\bar{y}_{SRS2case2})}$	$=\dfrac{\hat{var}(\bar{y}_{SRS2case1})}{\hat{var}(\bar{y}_{SRS2case3})}$
n=4	$=\dfrac{0.4960}{0.1270}>1$	$=\dfrac{0.1474}{0.1270}>1$	$=\dfrac{0.4960}{0.1474}>1$
n=8	$=\dfrac{0.2226}{0.0538}>1$	$=\dfrac{0.0723}{0.0538}>1$	$=\dfrac{0.2226}{0.0723}>1$
n=16	$=\dfrac{0.0950}{0.0293}>1$	$=\dfrac{0.0365}{0.0293}>1$	$=\dfrac{0.0950}{0.0365}>1$
n=32	$=\dfrac{0.0392}{0.0094}>1$	$=\dfrac{0.0150}{0.0094}>1$	$=\dfrac{0.0392}{0.0150}>1$

ตารางที่ 11 : ตารางแสดงค่าประสิทธิภาพสัมพันธ์ (Relative Efficiency : R.E.) เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณในแผนแบบการสุ่มตัวอย่างแบบที่ไม่ปรับ ในประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 1,2 และ 3

จากตารางที่ 11 พบว่า ตัวประมาณค่าเฉลี่ยของแผนการสุ่มตัวอย่างแบบที่ไม่ปรับ เหมาะสมที่จะนำมาใช้สุ่มตัวอย่าง ในกรณีประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 2 มากที่สุด รองลงมาคือประชากรที่มีลักษณะหายากกรณีที่ 3 และ 1 ตามลำดับ