บทที่ 2

ระบบการควบคุมพัสดุคงคลัง

ปัญหาทั่ว ๆ ไปของการควบคุมระบบพัสดุคงคลังคือ การตัดสินใจดำเนินการในการที่จะทำให้เสียค่าใช้จ่ายในการควบคุมพัสดุคงคลังต่ำสุด ซึ่งพบว่า เมื่อใดที่ค่าใช้จ่ายในการควบคุมพัสดุคงคลังประเภทหนึ่งลดลง (หรือเพิ่มขึ้น) ค่าใช้จ่ายประเภทอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องในการควบคุมพัสดุคงคลังจะเพิ่มขึ้น (หรือลดลง) เช่นการสั่งซื้อพัสดุจำนวนน้อยแต่บ่อยครั้ง จะทำให้เสียค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อมากแต่เสียค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุลดลง แต่ถ้ามีการสั่งซื้อพัสดุจำนวนมากแต่การสั่งซื้อน้อยครั้ง ก็จะทำให้เสียค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อน้อยลง แต่เสียค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุมากขึ้น ด้วยเหตุนี้จึงต้องควบคุมค่าใช้จ่ายต่าง ๆ โดยทำให้ผลรวมค่าใช้จ่ายทั้งหมด ซึ่งประกอบด้วยค่าใช้จ่ายการเก็บรักษาพัสดุ และค่าใช้จ่ายการสั่งซื้อพัสดุ ต่ำที่สุด การตัดสินใจนี้จะพิจารณาปัจจัยหรือตัวแปรที่มีผลโดยตรงต่อค่าใช้จ่ายอาทิ เช่น ปริมาณการสั่งซื้อพัสดุ และระยะเวลาการสั่งซื้อในแต่ละครั้ง

2.1 แบบจำลองการควบคุมพัสดุคงคลังพื้นฐาน

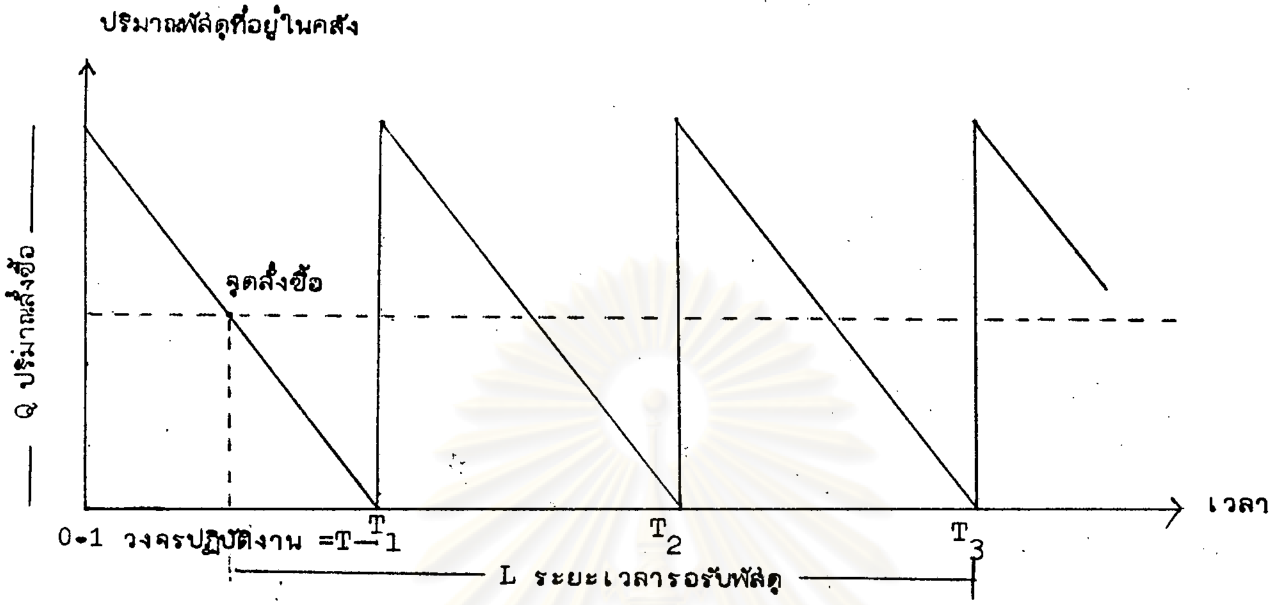
2.1.1 ข้อสมมติของแบบจำลอง

แบบจำลองการควบคุมพัสดุคงคลังพื้นฐานในทางปฏิบัติอาจเป็นไปไม่ได้ แต่เพื่อเป็นจุดเริ่มต้นในการศึกษาเรื่องพัสดุคงคลังกรณีนี้จะเป็นจุดเริ่มต้นการศึกษาเรื่องนี้ได้อย่างดีที่สุด กล่าวคือให้พิจารณาปัญหาการควบคุมพัสดุชนิดหนึ่งในคงคลังแห่งหนึ่งโดยมีข้อสมมติดังต่อไปนี้

1) ความต้องการใช้พัสดุของลูกค้าที่ทราบปริมาณแน่นอน (Deterministic Demand) ให้มีค่าเท่ากับ D หน่วยต่อปี อาจจะจัดหน่วยเป็นเดือนหรือสัปดาห์ก็ได้

2) ในการจัดหาพัสดุที่กำลังจะหมดในคลังนั้นจะมีระยะเวลาในการสั่งซื้อครั้งหนึ่งหรือระยะเวลารอรับพัสดุจากเวลาที่สั่งซื้อจนถึงเวลาที่ได้รับของมีค่าคงที่เท่ากับ L ปี

จากข้อสมมติ 1) และ 2) จะได้ว่าระบบควบคุมพัสดุคงคลังนี้จะเป็นระบบที่มีพัสดุอยู่ในสภาวะคงคลังอยู่เสมอและพร้อมที่จะบริการให้กับลูกค้าตลอดเวลา



รูปที่ 1 แบบจำลองการควบคุมพัสดุคงคลังพื้นฐาน

จากรูปที่ 1 จะเห็นได้ว่าพัสดุคงคลังมากที่สุดเมื่อจำนวนที่สั่งซื้อมีค่าเท่ากับปริมาณ Q และ T เป็นระยะเวลาระหว่างการรับพัสดุครั้งหนึ่ง ๆ ซึ่งในระหว่างเวลา T พัสดุจะลดลงเรื่อย ๆ จากปริมาณ Q จนกระทั่งหมดระดับพัสดุคงคลัง ณ เวลา T_1 ซึ่งเมื่อถึงเวลานี้จะต้องได้พัสดุมาเพิ่มเติมอีกให้อยู่ในระดับปริมาณ Q วงจรปฏิบัติงานจะเป็นเช่นนี้เรื่อยไป นั่นคือถ้าทราบจำนวนความต้องการพัสดุในอัตราการใช้งานที่คงที่ และระยะเวลารอรับพัสดุที่สั่งซื้อคงที่จะไม่มีการเกิดกรณีขาดแคลนพัสดุ เพราะสามารถคำนวณได้ว่าเมื่อใดควรจะจัดหาพัสดุมาเพิ่มเติม

2.1.2 การหาปริมาณการสั่งซื้อหรือการจัดหาพัสดุคงคลังอย่างประหยัด (Economic Order Quantity)

การพิจารณาปริมาณพัสดุที่ควรจะสั่งซื้อเป็นจำนวนเท่าใด และควรจะสั่งซื้อเมื่อใดจึงจะเหมาะสมซึ่งขึ้นอยู่กับค่าใช้จ่ายต่าง ๆ ดังนี้

1) ค่าสั่งซื้อพัสดุ (Ordering Costs) ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อจะแปรตามจำนวนครั้งที่ออกใบสั่งซื้อพัสดุ เมื่อพัสดุมาถึงบริษัทแล้ว ยังต้องเสียค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับการขนพัสดุลงและเคลื่อนย้ายพัสดุเข้าคลังพัสดุ

2) ค่าเก็บรักษาพัสดุ (Inventory Costs) จะเกี่ยวข้องโดยตรงกับปริมาณของพัสดุคงคลังที่เก็บรักษาไว้ ค่าใช้จ่ายประเภทนี้จะประกอบด้วยค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับสถานที่เพื่อเก็บพัสดุ ค่าประกันภัย ค่าดอกเบี้ยในเงินทุนที่นำไปซื้อพัสดุคงคลัง จำนวนนี้เป็นต้น

ค่าใช้จ่ายเหล่านี้จะมีความสัมพันธ์กับนโยบาย หรือมาตรการในการสั่งซื้อพัสดุกล่าวคือ ถ้าสั่งซื้อครั้งละจำนวนน้อย ๆ โดยสั่งบ่อย ๆ ครั้งค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุคงคลังก็จะน้อย แต่ขณะเดียวกันค่าใช้จ่ายในการออกใบสั่งซื้อจะมากในทางกลับกันถ้าสั่งครั้งละมาก ๆ โดยสั่งให้น้อยครั้งค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุคงคลังก็จะมากตามแต่ค่าใช้จ่ายในการออกใบสั่งซื้อจะน้อยลง การหาค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดจะหาได้ดังนี้

ค่าใช้จ่ายทั้งหมดโดยเฉลี่ยต่อปี = ค่าเก็บรักษาพัสดุโดยเฉลี่ยต่อปี + ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อพัสดุเฉลี่ยต่อปี

$$K = IC \times \frac{Q}{2} + \frac{D}{Q} \times A \qquad (2.1.2.1)$$

เมื่อ K คือค่าใช้จ่ายทั้งหมด

I คืออัตราค่าเก็บรักษาพัสดุ (Inventory Carrying Charge) คิดเป็นอัตราดอกเบี้ยต่อปี ของเงินลงทุนในพัสดุคงคลังซึ่งโดยทั่วไป $0 < I < 1$

C คือราคาพัสดุต่อหน่วย

$\frac{Q}{2}$ คือจำนวนพัสดุคงคลังเฉลี่ยในวงจรปฏิบัติงานหนึ่ง ๆ

D คือ จำนวนความต้องการใช้พัสดุเฉลี่ยต่อปี

A คือ ค่าสั่งซื้อพัสดุในแต่ละครั้ง

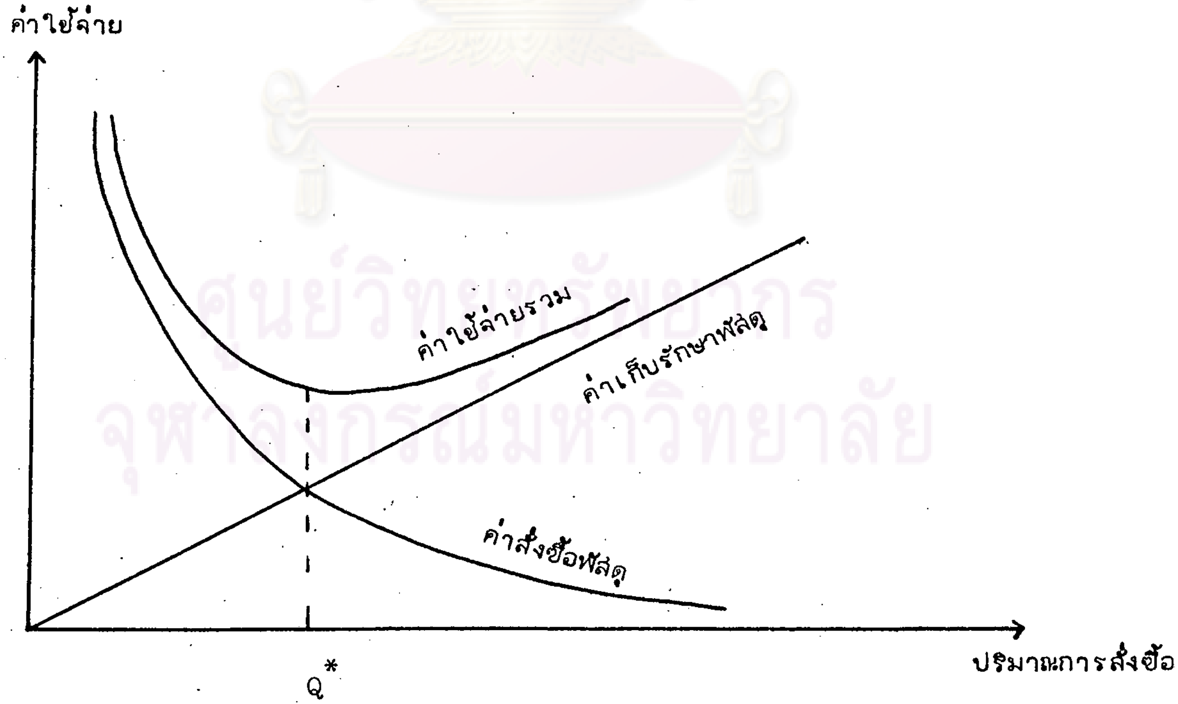
สำหรับปริมาณสั่งซื้อพัสดุคงคลังที่ประหยัดที่สุดหาได้จากสมการ

$$\frac{dK}{dQ} = \frac{d\left(\frac{DA}{Q} + \frac{ICQ}{2}\right)}{dQ} = 0$$

$$Q = \sqrt{\frac{2DA}{IC}} = Q_w \qquad (2.1.2.2)$$

โดย Q_w เป็นปริมาณพัสดุที่สั่งซื้อที่เสียค่าใช้จ่ายต่าง ๆ ต่ำสุด

การหาปริมาณการสั่งซื้อหรือจัดหาพัสดุคงคลังอย่างประหยัดอาจจะหาโดยวิธีใช้กราฟได้ ซึ่งความแปรเปลี่ยนของค่าสั่งซื้อพัสดุจะเปลี่ยนแปลงไปตามปริมาณการสั่งพัสดุแต่ละครั้งกล่าวคือ ถ้าปริมาณการสั่งซื้อมากค่าสั่งซื้อพัสดุจะน้อยแต่ถ้าปริมาณการสั่งซื้อน้อยค่าสั่งซื้อพัสดุจะมากและความเปลี่ยนแปลงของค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุคงคลังจะเปลี่ยนแปลงตามปริมาณการสั่งพัสดุแต่ละครั้ง กล่าวคือ ถ้าปริมาณที่สั่งซื้อพัสดุน้อยค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาก็จะน้อยตามแต่ถ้าปริมาณที่สั่งซื้อพัสดุมากค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาก็จะมากตามไปด้วย ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงของค่าใช้จ่ายพัสดุคงคลังทั้งหมด ซึ่งเท่ากับผลรวมของค่าใช้จ่ายทั้งสองข้างต้น จะเปลี่ยนแปลงตามปริมาณสั่งซื้อพัสดุ และค่าใช้จ่ายพัสดุคงคลังทั้งหมดจะน้อยที่สุดเมื่อปริมาณพัสดุ (Q) เกิดจากจุดตัดกันระหว่างเส้นกราฟทั้งสองของค่าใช้จ่าย ดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 ตารางแสดงความสัมพันธ์ของค่าใช้จ่าย

2.1.3 การหาจุดสั่งซื้อ

ในเรื่องการเก็บพัสดุคงคลังสิ่งที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งคือต้องการทราบว่าเมื่อใดควรที่จะมีการสั่งซื้อพัสดุเข้ามาเพิ่มเติมในคลังดังนั้นจึงมีการหาจุดที่จะสั่งซื้อพัสดุ ถ้าให้การสั่งซื้อพัสดุแต่ละครั้งได้รับพัสดุจำนวน Q หน่วยอัตราความต้องการใช้พัสดุของลูกค้าเท่ากับ D หน่วยต่อ 1 หน่วยเวลา จะได้

$$T = \frac{Q}{D} \qquad (2.1.3.1)$$

นั่นคือ T เป็นระยะเวลาระหว่างการได้รับพัสดุครั้งสุดท้ายกับการได้รับครั้งต่อไป และจะเท่ากับระยะการสั่งซื้อครั้งหนึ่ง ๆ

ถ้า L เป็นระยะเวลารอรับพัสดุและ m เป็นเลขจำนวนเต็มที่ใหญ่ที่สุดของ $\frac{L}{T}$ นั่นคือค่า m จะต้องน้อยกว่าหรือเท่ากับ $\frac{L}{T}$ เท่านั้น ค่า m ก็คือจำนวนวงจรปฏิบัติงานที่เกิดขึ้นในระหว่างเวลา L ดังนั้นความต้องการพัสดุของลูกค้าในระหว่างเวลารอรับพัสดุ (Lead time demand) หรือ Ld มีค่าเป็น

$$Ld = D \times L = r_h + mQ \qquad (2.1.3.2)$$

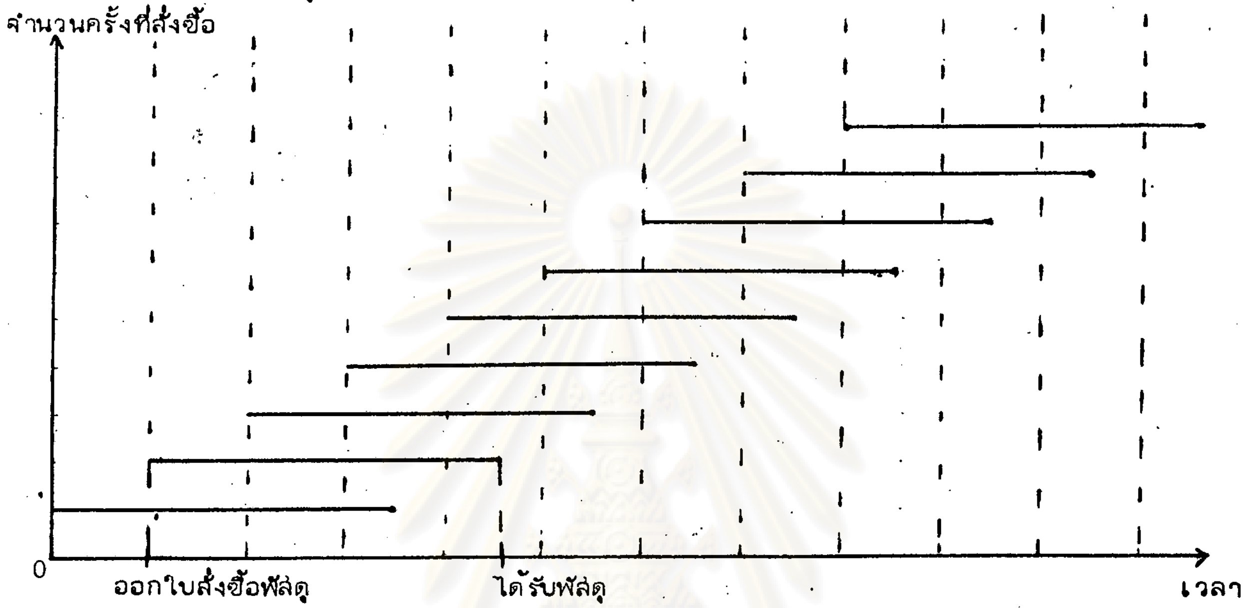
โดยที่ r_h คือจำนวนพัสดุคงคลังหรือระดับพัสดุคงคลัง ณ จุดสั่งซื้อ และ mQ คือจำนวนพัสดุที่ลูกค้าต้องการในช่วงเวลารอรับพัสดุ โดยจะมีการสั่งซื้อพัสดุ m ครั้ง ซึ่งแต่ละครั้งสั่งซื้อพัสดุจำนวน Q ดูจากรูปที่ 1 จะเห็นว่า ช่วงเวลารอรับพัสดุ (L) จะมีจำนวนวงจรปฏิบัติงานเกิดขึ้น 2 ครั้ง นั่นคือ m = 2

จากความสัมพันธ์ในสมการ (2.1.3.2) จึงควรสั่งซื้อพัสดุเมื่อจำนวนพัสดุในคลังลดลงถึงระดับ r_h

$$r_h = Ld - mQ \qquad (2.1.3.3)$$

ซึ่งถ้าสั่งซื้อพัสดุ ณ ระดับ r_h นี้ พัสดุในคลังจะหมดลงพอดีเมื่อพัสดุใหม่ที่สั่งซื้อมาถึง

ถ้าหากระยะเวลารอรับพัสดุน้อยกว่าระยะเวลาในหนึ่งวงจรปฏิบัติงานจะมีการออกใบสั่งซื้อพัสดุเพียงครั้งเดียว แต่ถ้าระยะเวลารอรับพัสดุมากกว่าระยะในหนึ่งวงจรปฏิบัติงานจะต้องมีการออกใบสั่งซื้อพัสดุอย่างน้อย 1 ครั้ง



รูปที่ 3 แสดงจำนวนการออกใบสั่งซื้อพัสดุเมื่อระยะเวลารอรับพัสดุยาวนานกว่า 1 วงจรปฏิบัติงาน

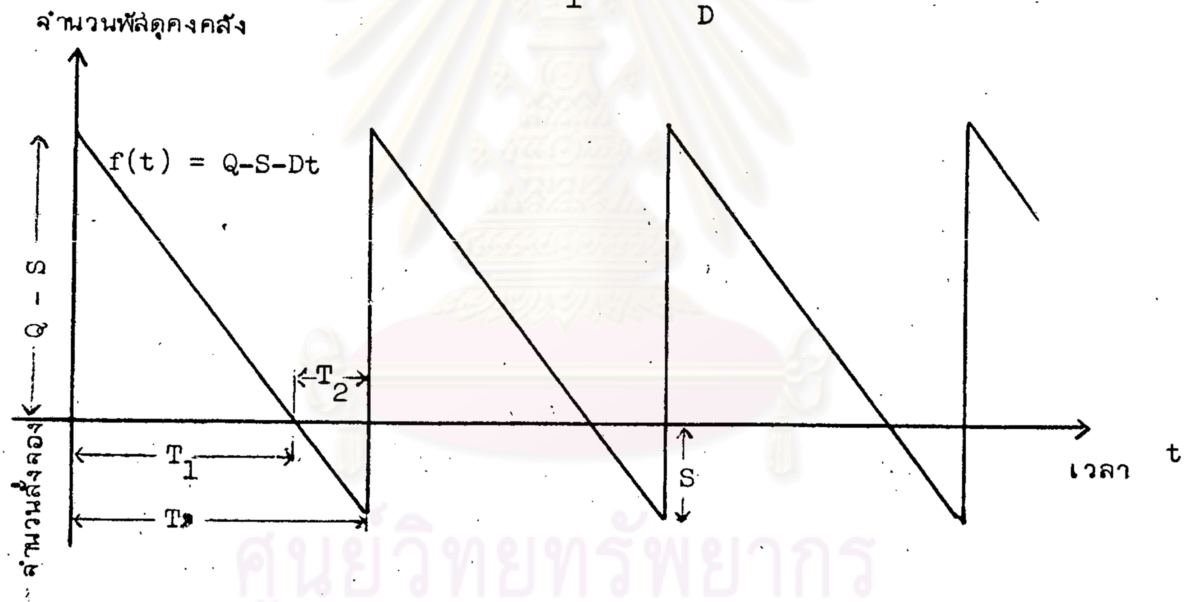
จากรูปที่ 3 จะเห็นได้ว่าระยะรอรับพัสดุเป็น $3\frac{1}{2}$ เท่าของระยะเวลาในหนึ่งวงจรปฏิบัติงาน ดังนั้นในช่วงระยะเวลารอรับพัสดุจะต้องมีการสั่งซื้อพัสดุจำนวน $3\frac{1}{2}$ ซึ่งก็คือ ความต้องการใช้พัสดุในช่วงเวลารอรับพัสดุ (Ld) นั่นเอง

2.2 แบบจำลองการควบคุมพัสดุคงคลังกรณีที่มีการสั่งจองได้

จากหัวข้อ 2.1 มีข้อสมมติว่าเป็นแบบจำลองที่มีพัสดุอยู่ในคลังตลอดเวลาคือ เมื่อพัสดุหมดก็จะมีพัสดุที่สั่งไว้เข้ามาทันที ซึ่งต่างจากแบบจำลองแบบนี้คือเมื่อเกิดกรณีที่ไม่มีพัสดุคงคลังอยู่ในคลังพัสดุ แต่ขณะเดียวกันลูกค้ามีความต้องการพัสดุนั้น และลูกค้าสามารถจะรอคอยพัสดุได้ก็ให้มีการสั่งจองพัสดุตามจำนวนที่ต้องการ เมื่อพัสดุมาถึงจะต้องส่งไปให้ลูกค้าที่สั่งจองทันทีเมื่อจ่ายพัสดุให้กับผู้สั่งจองหมดแล้ว จึงจะนำพัสดุส่วนที่เหลือมาบริการให้แก่ลูกค้าที่มารับบริการตามปกติได้ ซึ่งจะเห็นได้ชัดว่าถ้าค่าใช้จ่ายในการสั่งจองค่อนข้างต่ำมากหรือไม่มีเลย ดังนั้นจะไม่ควรที่จะมีการเก็บพัสดุคงคลัง แต่ถ้าค่าใช้จ่ายในการสั่งจองสูงก็ไม่ควรให้เกิดการสั่งจองขึ้น ควรจะหาพัสดุ

คงคลังเก็บให้พอเพียงต่อความต้องการของลูกค้า สมมติว่าค่าใช้จ่ายในการสั่งจองของลูกค้าเป็น $B + \hat{B}t$ โดย B เป็นค่าใช้จ่ายที่เสียไปเมื่อเกิดการสั่งจอง ซึ่งไม่ขึ้นกับเวลา แต่ $\hat{B}$ เป็นค่าใช้จ่ายที่เสียไปในการเกิดการสั่งจองซึ่งขึ้นกับเวลา t และ t เป็นช่วงเวลาที่มีการสั่งจองพัสดุ ทั้งนี้ค่าใช้จ่ายแปรผันต่อพัสดุสั่งจองหนึ่งหน่วย จะคิดได้จากการเสียกำไรที่ควรจะได้ด้วยเหตุที่ลูกค้าขาดความเชื่อถือแล้วหันไปซื้อบริษัทอื่นแทน รวมถึงค่าล่วงเวลาสำหรับการขนส่งพัสดุของพนักงาน และค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับการติดต่อต่าง ๆ

ถ้าให้ S เป็นจำนวนหน่วยของพัสดุสั่งจอง ดังนั้น เมื่อปริมาณพัสดุที่สั่งซื้อเท่ากับ Q หน่วยนั้นคือ หลังจากจ่ายพัสดุให้ลูกค้าที่สั่งจองแล้วจะมีระดับพัสดุคงคลังเท่ากับ Q − S ซึ่งจะต้องใช้เวลาบริการหรือขายจนกว่าจะหมดคือ $T_1 = \frac{Q - S}{D}$



รูปที่ 4 แบบจำลองพัสดุคงคลังกรณีที่เกิดการสั่งจองได้

ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุคงคลังต่อหนึ่งวงจรปฏิบัติงานคือ

$$IC \int_{0}^{T_1} (Q - S - Dt)\, dt = \frac{IC}{2D} (Q - S)^2$$

ฉะนั้น ค่าเฉลี่ยการเก็บรักษาพัสดุคงคลังต่อ 1 ปี คือ

$$\frac{IC}{2D}(Q-S)^2 \times \frac{D}{Q} = \frac{IC}{2Q}(Q-S)^2$$

โดยที่ $\frac{D}{Q}$ คือค่าเฉลี่ยจำนวนวงจรปฏิบัติงานต่อปี

ค่าใช้จ่ายในการสั่งจองต่อหนึ่งวงจรปฏิบัติงานคือ

$$BS + \hat{B}\int_0^{T_2} Dt\,dt = BS + \tfrac{1}{2}\hat{B}DT_2^2$$

$$= BS + \frac{\hat{B}S^2}{2D} \qquad \text{เมื่อ } T_2 = \frac{S}{D}$$

ดังนั้นค่าเฉลี่ยการสั่งจองต่อ 1 ปีคือ

$$\frac{1}{Q}\left[BDS + \tfrac{1}{2}\hat{B}S^2\right]$$

นั่นคือ ค่าใช้จ่ายทั้งหมดโดยเฉลี่ยต่อปี = ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยในการเก็บรักษาพัสดุต่อปี + ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยในการสั่งซื้อพัสดุ + ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยในการสั่งจองต่อปี

$$K = \frac{DA}{Q} + \frac{1}{2Q}IC(Q-S)^2 + \frac{1}{Q}\left[BDS + \tfrac{1}{2}\hat{B}S^2\right]$$

2.2.1 การหาปริมาณการสั่งซื้อพัสดุในกรณีที่มีการสั่งจองได้

ในการหาปริมาณการสั่งซื้อพัสดุคงคลัง Q^* และจำนวนให้สั่งจอง S^* ที่จะทำให้ค่า K ต่ำที่สุด หาได้จากสมการ

$$\frac{\partial K}{\partial Q} = \frac{\partial K}{\partial S} = 0$$

$$\frac{\partial K}{\partial Q} = -\frac{1}{Q^2}\left[DA + \tfrac{1}{2}\, IC\,(Q-S)^2 + BDS + \tfrac{1}{2}\,\hat{B}S^2\right] + \frac{IC}{Q}(Q-S) = 0 \qquad (2.2.1.1)$$

$$\tfrac{1}{2}\,Q^2 = \frac{1}{IC}\left[DA + BDS + \tfrac{1}{2}\,\hat{B}S^2\right] + \tfrac{1}{2}\,S^2 \qquad (2.2.1.2)$$

$$\frac{\partial K}{\partial S} = -\frac{IC}{Q}(Q-S) + \frac{1}{Q}\,BD + \frac{1}{Q}\,\hat{B}S = 0 \qquad (2.2.1.3)$$

$$Q = \frac{BD}{IC} + \left(1 + \frac{\hat{B}}{IC}\right) S \qquad (2.2.1.4)$$

แทนค่า Q ใน (2.2.1.4) ลงใน (2.2.1.2) จะได้

$$\left[\hat{B}^2 + \hat{B}IC\right]S^2 + 2B\hat{B}DS + (BD)^2 - 2\,DAIC = 0 \qquad (2.2.1.5)$$

จากสมการ (2.2.1.5) ถ้า $\hat{B} = 0$ จะทำให้ $(BD)^2 = 2\,DAIC$ จะไม่สามารถหาค่าของ s ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ ∞ ได้ เมื่อ s = 0 สามารถหาค่าของ Q ที่ทำให้เกิดค่าใช้จ่ายรวมต่ำสุดจากสมการ (2.1.2.2) แต่เมื่อ s มีค่ามากหรือเข้าใกล้ ∞ จะเสียค่าใช้จ่ายรวมต่ำสุด ถ้า $\hat{B} \neq 0$ ผลสัพธ์จากสมการควอดราติก (quadratic equation) (2.2.15) จะได้

$$S^* = \left[\hat{B} + IC\right]^{-1}\left[-BD + \left\{(2\,DAIC)\left(1 + \frac{IC}{\hat{B}}\right) - \frac{IC}{\hat{B}}\,(BD)^2\right\}^{\frac{1}{2}}\right] \qquad (2.2.1.6)$$

แทนค่า S^* ในสมการ (2.2.1.6) ลงในสมการ (2.2.1.2) จะได้ค่า Q ดังนี้

$$Q^2 = \frac{2}{IC}\left[DA + \frac{BDIC}{\hat{B}+IC}\,Q - \frac{(BD)^2}{\hat{B}+IC}\right] + \left(\frac{\hat{B}}{IC} + 1\right)\left[\frac{IC}{\hat{B}+IC}\,Q - \frac{BD}{\hat{B}+IC}\right]^2$$

ดังนั้น Q^* ซึ่งเป็นค่าที่น้อยที่สุดของ Q คือ

$$Q^* = \left[\frac{\hat{B}+IC}{\hat{B}}\right]^{\frac{1}{2}}\left[\frac{2DA}{IC} - \frac{(BA)^2}{IC\,(\hat{B}+IC)}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (2.2.1.7)$$

ในกรณีที่ $B = 0$ จากสมการ (2.2.1.6) และ (2.2.1.7) จะได้

$$S^* = \left[\frac{2\ DAIC}{\hat{B}\ (\hat{B} + IC)}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{2.2.1.8}$$

$$Q^* = \left[\frac{\hat{B} + IC}{\hat{B}}\right] \sqrt{\frac{2\ DA}{IC}} \tag{2.2.1.9}$$

2.2.2 การหาจุดสั่งซื้อในกรณีที่มีการสั่งจองได้

การพิจารณาหาจุดสั่งซื้อทำเช่นเดียวกันกับแบบจำลองการควบคุมพัสดุคงคลังพื้นฐาน หัวข้อ (2.1.3) กล่าวคือ จุดสั่งซื้อที่เหมาะสมในกรณีที่ให้มีการสั่งจองได้ พิจารณาในเทอมของจำนวนพัสดุคงคลังสุทธิ จุดสั่งซื้อที่เหมาะสมที่สุดคือ

$$r_h = Ld - mQ^* - S^* \tag{2.2.2.1}$$

ซึ่งค่า r_h อาจจะมีค่าเป็นลบได้ ฉะนั้นจะมีการสั่งซื้อก็ต่อเมื่อจำนวนพัสดุคงคลังในระดับ $|r_h|$

2.3 ระบบพัสดุคงคลังในสภาพไม่สม่ำเสมอ

ตามที่ได้กล่าวมาแล้ว เกี่ยวกับระบบการควบคุมพัสดุคงคลังขั้นพื้นฐานในหัวข้อ (2.1) และ (2.2) ซึ่งมีอัตราความต้องการใช้พัสดุ และระยะเวลารอคอยพัสดุคงที่ แต่ในทางปฏิบัติทั่ว ๆ ไปปริมาณพัสดุที่ต้องการใช้จะเป็นตัวแปรสุ่ม และเวลาระหว่างการรอคอยพัสดุอาจจะเป็นตัวแปรสุ่มหรือค่าคงที่ได้ ดังนั้นจึงควรศึกษาการแจกแจงแบบต่าง ๆ ของตัวแปรสุ่มเพื่อนำไปใช้ในการหาจุดสั่งซื้อและปริมาณการสั่งซื้อ

2.3.1 ศึกษาการแจกแจงแบบต่าง ๆ ของตัวแปรสุ่มเพื่อนำไปใช้ในการหาจุดสั่งซื้อและปริมาณการสั่งซื้อ

1) การแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบเอ็กโปเนนเชียล (Exponential Distribution)

ในช่วงระยะเวลาสั้น ๆ ช่วงหนึ่งจะมีเหตุการณ์หนึ่งเกิดขึ้น และเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นนี้จะไม่เกี่ยวข้องกับเหตุการณ์อื่น ๆ ดังนั้นในช่วงระยะเวลาสั้น ๆ ระหว่างการเกิดเหตุการณ์จะมีการแจกแจงแบบเอ็กโปเนนเชียล ซึ่งมีคุณสมบัติดังนี้

ความน่าจะเป็นซึ่งเหตุการณ์หนึ่งเกิดขึ้นระหว่างช่วงระยะเวลาสั้น ๆ dt คือ

$$[t\ ,\ t + dt] \quad = \quad \lambda\, dt$$

$$= \quad \text{ค่าคงที่}$$

การแจกแจงแบบเอ็กโปเนนเชียลมีสมการการแจกแจงความถี่ (Density function) คือ

$$f(x) \quad = \lambda e^{-\lambda x}$$

สมการแจกแจงความถี่สะสม

$$F(x) \quad = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t}\, dt = 1 - e^{-\lambda x}$$

มีค่ามัชฌิมของเลขคณิตและค่าความแปรปรวนเป็น

$$E(x) \quad = \quad \frac{1}{\lambda}$$

$$V(x) \quad = \quad \frac{1}{\lambda^2}$$

ตามลำดับ

2) การแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบปัวซอง (Poisson Distribution)

ถ้ามีเหตุการณ์ n เหตุการณ์เกิดขึ้นในช่วงระยะเวลา t และเหตุการณ์แรกเกิดขึ้นในช่วงเวลาระหว่าง T และ T + dT ดังนั้นเหตุการณ์ที่เหลือ n - 1 เหตุการณ์จะเกิดขึ้นในช่วงระยะเวลา t - T ถ้า $V_n(t)$ เป็นความน่าจะเป็นที่เหตุการณ์ n เหตุการณ์เกิดขึ้นในช่วงระยะเวลา t อย่างต่อเนื่องกัน จะได้ความน่าจะเป็นร่วม (Joint probabity) ของเหตุการณ์แรกและเหตุการณ์ n - 1 เหตุการณ์ที่เหลือเป็น

$$\lambda e^{-\lambda T} V_{n-1}(t - T)\, dT$$

นั่นคือ $$V_n(t) = \lambda \int_0^t e^{-\lambda T} V_{n-1}(t - T)\, dT \qquad n \geq 1$$

จาก $$V_1(t) = \lambda \int_0^t e^{-\lambda T} e^{-\lambda(t-T)}\, dT$$

$$= \lambda t e^{-\lambda t}$$

$$V_2(t) = \lambda^2 \int_0^t (t - T)\, e^{-\lambda t}\, dT$$

$$= \frac{(\lambda t)^2}{2} e^{-\lambda t}$$

$$V_3(t) = \frac{(\lambda t)^3}{3(2)} e^{-\lambda t}$$

เพราะฉะนั้น $$V_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n\,!} e^{-\lambda t} \qquad n = 0,1,2,\ldots.$$

ซึ่งมีค่ามัชฌิมเลขคณิต และความแปรปรวนเป็น

$$E(x) = \lambda t$$

$$V(x) = \lambda t$$

ตามลำดับ

3) การแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบแกมมา (Gamma Distribution)

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ n เหตุการณ์ซึ่งเกิดขึ้นในช่วงระยะเวลา t มีการแจกแจงแบบ ปัวซอง

$$P(n\,;\lambda t) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!} \qquad n = 0,1,2\ldots..$$

และความน่าจะเป็นซึ่งเหตุการณ์หนึ่งเกิดขึ้นระหว่างช่วงเวลาคือ $[t,\ t + dt] = \lambda dt$
ดังนั้นความน่าจะเป็นของผลรวมของ n เหตุการณ์ในระหว่างช่วงเวลา $[t, t+dt] = pd(t)$
ถ้า A เป็นเหตุการณ์ที่เกิด n - 1 เหตุการณ์ในช่วงเวลา 0 ถึง t

B เป็นเหตุการณ์ที่เกิดหนึ่ง เหตุการณ์ในช่วงเวลา t ถึง t + dt

$$p(A \cap B) = p(n - 1\ ,\ \lambda t).\lambda\, dt$$

$$pd(t) = \frac{\lambda(\lambda t)^{n-1} e^{\lambda t}\, dt}{(n-1)!}$$

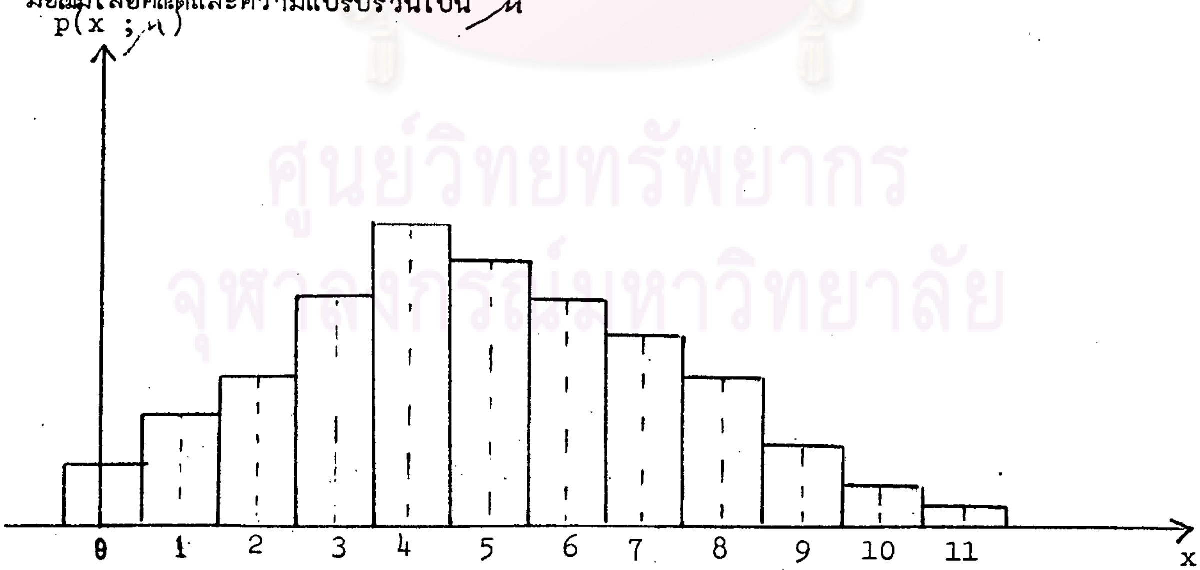
ซึ่งมีค่ามัชฌิมเลขคณิตและความแปรปรวนเป็น

$$E(x) = \frac{n}{\lambda}$$

$$V(x) = \frac{n}{\lambda^2}$$

4) การแจกแจงของตัวแปรสุ่มแบบปกติ (Normal Distribution)

ถ้า $p(x\ ,\mu)$ เป็นความน่าจะเป็นของ x ที่มีการแจกแจงแบบปัวซอง โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตและความแปรปรวนเป็น μ



รูปที่ 5 แสดงการแจกแจงของความน่าจะเป็นของ x

จากรูปจะเห็นว่า $p(x;\mu) = p(x;\mu)\,\Delta x$

$$P(x;\mu) = \sum_{y=x}^{\infty} p(y;\mu)\,\Delta y$$

ซึ่ง $\Delta x = \Delta y = 1$ เป็นความยาวของฐานของแท่งสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความสูง $p(x;\mu)$ ถ้า $\mu \rightarrow \infty$ สำหรับการแจกแจงแบบปัวซอง จะทำให้พื้นที่ในรูปที่ 5 เข้าใกล้การแจกแจงปกติ กล่าวคือ

$$p(x;\mu) \longrightarrow n(x;\mu;\sqrt{\mu})$$

$$P(x;\mu) \longrightarrow \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sqrt{\mu}}\right)$$

. การแจกแจงแบบปกติมีสมการการแจกแจงความถี่คือ

$$n(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

โดยที่มีมัชฌิมเลขคณิตเป็น μ และค่าความแปรปรวนเป็น σ^2

ถ้าให้ตัวแปรสุ่ม $w = \frac{x-\mu}{\sigma}$

สมการการแจกแจงความถี่ของ w คือ $\phi(w)$ จะมีการแจกแจงแบบปกติมาตราฐานที่มี $\mu = 0$ และ $\sigma = 1$

$$\phi(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{\frac{-w^2}{2}}$$

มีความถี่สะสมจาก w ถึง ∞ ของ $\phi(w)$ เป็น

$$\Phi(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{w}^{\infty} e^{\frac{-w^2}{2}}\, dw$$

2.3.2 วิธีทดสอบการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม

การทดสอบการแจกแจงของตัวแปรสุ่ม จะใช้วิธีทดสอบภาวะสารูปสนิทดี (Test for Goodness of fit) ซึ่งมีตัวสถิติไคสแควร์ x^2

$$x^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(f_i - Np_i)^2}{Np_i}$$

เมื่อ f_i แทนความถี่ของผลการทดลองประเภทที่ i หรือจัดอยู่ในชั้นที่ i

Np_i แทนความถี่ที่ติดตามทฤษฎีในประเภทหรือชั้นที่ i โดยที่ N คือจำนวนครั้งของการทดลองหรือ จำนวนตัวอย่างและ p_i คือค่าความน่าจะเป็นทางทฤษฎีที่ผลการทดลองอยู่ในประเภทหรือชั้นที่ i

k แทนจำนวนประเภทผลการทดลองหรือจำนวนชั้นที่ i

และสามารถพิสูจน์ได้ว่า เมื่อจำนวนตัวอย่างหรือจำนวนครั้งของการทดลองมีมาก $(N \to \infty)$ x^2 จะมีการแจกแจงเป็น ไคสแควร์ด้วยชั้นของความเป็นอิสระ (Degree of freedom หรือ df) เท่ากับ k - 1 มีรูปการแจกแจงความน่าจะเป็นดังนี้

$$f(x^2) = \frac{1}{\left(\frac{(k-1)}{2} - 1\right)!\ 2^{\frac{k-1}{2}}}\ x^{\left(\frac{(k-1)}{2} - 1\right)}\ e^{-\frac{x^2}{2}} \qquad x > 0,\ k > 0 \qquad (2.3.2.2)$$

การทดสอบภาวะสารรูปสนิทดีดำเนินการเป็นขั้นตอนได้ดังนี้

1) เก็บรวบรวมข้อมูลตัวอย่างที่จะทำการศึกษาและนำมาสร้างเป็นตารางความถี่ (Observed frequancies)

2) ตั้งสมมติฐานเพื่อการทดสอบเช่น ข้อมูลที่จะศึกษามีการแจกแจงแบบปกติ

3) กำหนดระดับนัยสำคัญ α ของการทดสอบ

4) หาจำนวนขั้นของความเป็นอิสระจากสูตร

$$df = k - 1 - S$$

โดยที่ k คือจำนวนขั้นของความถี่

S คือจำนวนพารามิเตอร์ที่ต้องประมาณค่าด้วยข้อมูลตัวอย่าง

5) คำนวณค่าความถี่ทางทฤษฎี Np_1 , Np_2 , ... Np_k ตามข้อสมมติฐานซึ่งแต่ละค่า Np_i ไม่ควรมีค่าต่ำกว่า 5

6) คำนวณค่าตัวสถิติไคสแควร์ x^2

$$x^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(f_i - Np_i)^2}{Np_i}$$

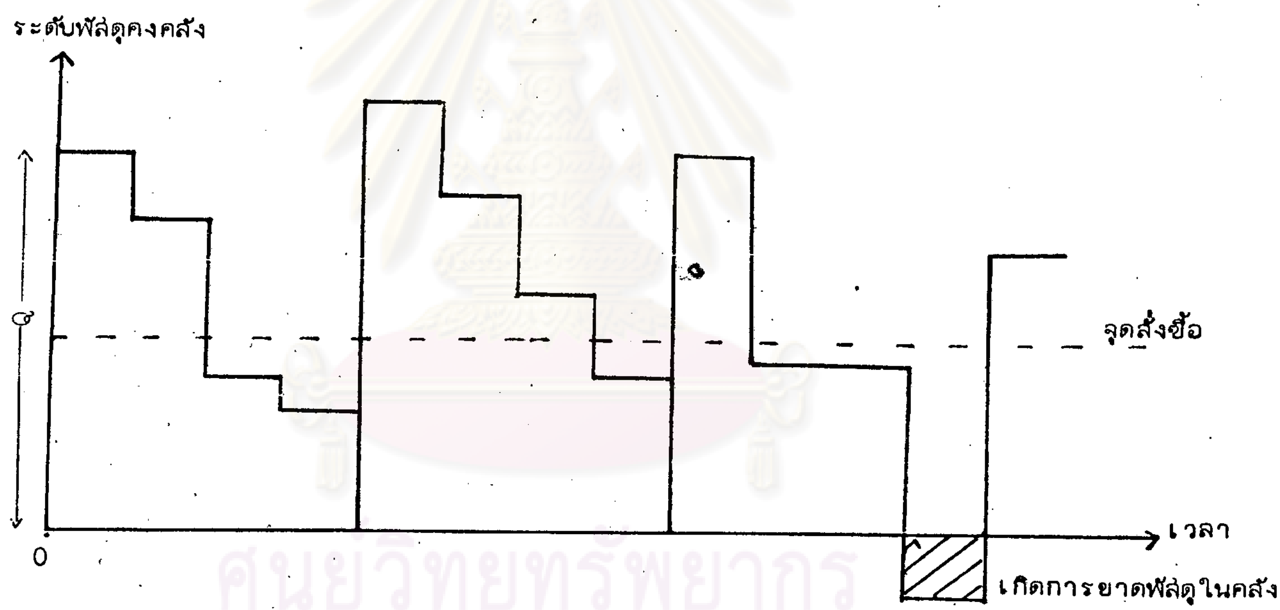
7) สมมติว่าตัวสถิติ x^2 มีการแจกแจงแบบไคสแควร์ด้วยขั้นของความเป็นอิสระเท่ากับ $k - 1 - S$

8) จากตารางการแจกแจงแบบไคสแควร์ หาค่านัยสำคัญ (ทางทฤษฎี) C ที่ทำให้ $p(x^2 \geqslant C) = \alpha$ ที่ขั้นของความเป็นอิสระเท่ากับ $k - 1 - S$

9) เปรียบเทียบค่า x^2 ที่คำนวณได้จากข้อ 6) กับค่า C ถ้าค่า $x^2 < C$ จะไม่ปฏิเสธ สมมติฐานที่ตั้งไว้

2.3.3 การหาปริมาณการสั่งซื้อหรือจัดหาพัสดุคงคลัง เมื่อระบบพัสดุคงคลังอยู่ในสภาพไม่สม่ำเสมอ

ในระบบพัสดุคงคลังที่อยู่ในสภาพไม่สม่ำเสมอถ้าหากไม่มีพัสดุสำรองอาจจะทำให้เกิดการขาดพัสดุคงคลังได้



รูปที่ 6 แสดงระดับพัสดุคงคลังที่อยู่ในสภาพไม่สม่ำเสมอ

จากรูปที่ 6 จะเห็นได้ว่าระดับพัสดุคงคลังไม่มีระดับสะสมพัสดุสำรอง ช่วงของระยะเวลารอรับพัสดุเท่านั้นเป็นช่วงที่ทำให้เกิดการขาดพัสดุได้ในกรณีที่มีจำนวนความต้องการพัสดุเข้ามาสม่ำเสมอ ในการคำนวณหาปริมาณ Q และจุดสั่งซื้อ r โดยให้มีการประหยัดที่สุดหาได้โดยมีข้อตกลงเบื้องต้นคือ

1) ราคาสินค้าต่อหน่วยเป็นค่าคงที่และเป็นอิสระไม่เกี่ยวข้องปริมาณสั่งซื้อพัสดุ Q

2) ค่าใช้จ่ายในการสั่งจองสินค้าเป็น B บาทต่อหนึ่งหน่วย

3) มีการสั่งซื้อพัสดุในช่วงเวลารอคอยพัสดุเพียงครั้งเดียวเท่านั้น

4) ค่าใช้จ่ายอื่น ๆ ในด้านกรรมวิธีเก็บข้อมูลที่นำมาใช้ในระบบควบคุมพัสดุคงคลัง ไม่เกี่ยวข้องกับปริมาณสั่งซื้อพัสดุ Q และจุดสั่งซื้อ r

5) จุดสั่งซื้อ r เป็นค่าบวกเสมอจากข้อตกลงข้อนี้จะไม่มีการขาดพัสดุคงคลัง ณ จุดสั่งซื้อ

ถ้ากำหนดให้

s เป็นจำนวนพัสดุที่สั่งจอง

r เป็นจุดสั่งซื้อ

x เป็นจำนวนพัสดุที่ต้องการใช้

h(x) เป็นความน่าจะเป็นที่ต้องการใช้พัสดุจำนวน x

และ f(x ; t) เป็นความน่าจะเป็นที่ช่วงเวลารอรับพัสดุ t มีความต้องการใช้พัสดุ x หน่วย

$$s = \int_0^\infty (r - x)\, h(x)\, dx$$

$$= r - \mu$$

โดยที่ μ เป็นค่าคาดหวังของจำนวนพัสดุที่ต้องการใช้ในช่วงเวลารอรับพัสดุ

$$= \int_0^\infty x h(x)\, dx$$

เมื่อ h(x) = f(x ; t) ถ้าช่วงเวลารอรับพัสดุคงที่เท่ากับ t หรือ

$$h(x) = \int_0^\infty f(x ; t)\, g(t)\, dt$$

เมื่อช่วงเวลารอรับพัสดุเป็นแบบตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจง g(t)

ดังนั้น จากหัวข้อ 2.1.2 ได้ค่าใช้จ่ายเก็บรักษาพัสดุโดยเฉลี่ยต่อปีเป็น $IC \times \frac{Q}{2}$ แต่หัวข้อนี้มีการเก็บสะสมระดับพัสดุสำรอง จะได้

ค่าเฉลี่ยของพัสดุที่จะต้องเก็บรักษา $= IC\left[\frac{Q}{2} + S\right] = IC\left[\frac{Q}{2} + r - \mu\right]$

ถ้าความต้องการใช้ในช่วงเวลารอรับพัสดุเป็น x หน่วยจะมีจำนวนพัสดุที่ถูกสั่งจองเป็น

$$n(x, r) = \begin{cases} 0 & \text{ถ้า } x - r < 0 \\ x - r & \text{ถ้า } x - r \geqslant 0 \end{cases}$$

ค่าคาดหวังของจำนวนพัสดุที่สั่งจองในหนึ่งวงจรปฏิบัติงานเป็น

$$\bar{n}(r) = \int_0^\infty n(x, r)\, h(x)\, dx$$

$$= \int_r^\infty (x - r)\, h(x)\, dx$$

$$= \int_r^\infty xh(x)\, dx - r\, H(r)$$

ค่าเฉลี่ยของค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับการสั่งจองพัสดุของลูกค้าคือ

$$\frac{BD}{Q}\left[\int_r^\infty xh(x)dx - \int_r^\infty rh(x)\, dx\right]$$

นั่นคือค่าใช้จ่ายทั้งหมดจะเป็น

$$K = \frac{DA}{Q} + IC\left[\frac{Q}{2} + r - \mu\right] + \frac{BD}{Q}\left[\int_r^\infty xh(x)dx - rH(r)\right]$$

สามารถหาปริมาณการสั่งซื้อพัสดุอย่างประหยัด Q^* และจุดสั่งซื้อ r^* จาก

$$\frac{\partial K}{\partial Q} = \frac{\partial K}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial K}{\partial Q} = \frac{-DA}{Q^2} + \frac{IC}{2} - \frac{BD}{Q^2}\bar{n}(r) = 0 \qquad (2.3.3.1)$$

$$\frac{\partial K}{\partial r} = IC + \frac{BD}{Q}\left[-rh(r) + rh(r) - H(r)\right] = 0 \qquad (2.3.3.2)$$

จากสมการ (2.3.3.1) และ (2.3.3.2) จะหา Q และ H(r)

$$Q = \sqrt{\frac{2D\left[A + B\,\bar{n}\,(r)\right]}{IC}} \qquad (2.3.3.3)$$

$$H(r) = \frac{QIC}{BD} \qquad (2.3.3.4)$$

โดยหา r จาก H(r)ได้

การหาค่า Q^*และ r^*

1) หาค่า Qw จากสมการ (2.1.2.2) คือ $Qw = \sqrt{\frac{2DA}{IC}}$ ให้ Qw เป็น Q_1

2) แทนค่า Q_1 ลงในสมการ (2.3.3.4) หาค่า r โดยให้ค่า r ที่ได้เป็น r_1

3) แทนค่า r_1ลงในสมการ (2.3.3.3) หาค่า Q ซึ่ง Q ที่ได้ให้เป็น Q_2

4) แทนค่า Q_2 ลงในสมการ (2.3.3.4) หาค่า r โดยให้ r ที่ได้เป็น r_2

5) จากนี้หา Q ใหม่และ r ใหม่ต่อไปเรื่อย ๆ โดยทำตามข้อ 3) และ 4) ตามลำดับ จนกว่าได้ค่า Q_n หรือ r_n เท่ากับหรือมีค่าใกล้เคียงกับ Q_{n-1} หรือ r_{n-1} ตามลำดับจึงจะได้ $Q^* = Q_n$ และ $r^* = r_n$