# บทที่ 4

## ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลแบ่งดังนี้

1. การหาประสิทธิภาพของบทเรียนแบบโปรแกรมตามมาตรฐานที่ตั้งไว้ คือ ร้อยละ 90/90

90 ตัวแรกหมายถึง ค่าเฉลี่ยของจำนวนคำตอบที่นักเรียนตอบถูกจากบทเรียนแบบโปรแกรมคิดเป็นร้อยละ

90 ตัวหลังหมายถึง ค่าเฉลี่ยของคะแนนที่นักเรียนทำแบบสอบหลังเรียนบทเรียนแบบโปรแกรมคิดเป็นร้อยละ

2. การทดสอบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนก่อนและหลังเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การทดลองแบบหนึ่งต่อหนึ่ง การทดลองขั้นนี้นักเรียนคนแรกทำแบบสอบก่อนเรียนบทเรียนได้ร้อยละ 43.33 ทำบทเรียนได้ร้อยละ 87.46 ทำแบบสอบหลังเรียนบทเรียนได้ร้อยละ 82.15 นักเรียนคนที่สองทำแบบสอบก่อนเรียนบทเรียนได้ร้อยละ 70.00 ทำบทเรียนได้ร้อยละ 93.75 ทำแบบสอบหลังเรียนบทเรียนได้ร้อยละ 96.66 แสดงว่าบทเรียนที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ยังมีข้อบกพร่องมาก จากการตรวจบทเรียนแบบโปรแกรมและการซักถามนักเรียนที่ทำบทเรียนปรากฏว่าผู้วิจัยเสนอกรอบตั้งต้น (Set Frame) และกรอบฝึกหัด (Practice Frame) น้อยไป จึงทำให้นักเรียนไม่มีพื้นความรู้พอที่จะตอบกรอบสุดท้ายได้ และภาษาที่ใช้ยังสื่อความหมายไม่ดีพอ นอกจากนี้การเสนอกรอบตั้งต้น (Set Frame) ในบทที่ 6 และบทที่ 7 ไม่ต่อเนื่องกัน จึงทำให้นักเรียนไม่เข้าใจวิธีคูณเมตริกซ์และวิธีหาอินเวอร์สสำหรับการคูณของ 2 X 2 เมตริกซ์ เมื่อทราบข้อบกพร่อง

ต่าง ๆ นี้แล้ว ผู้วิจัยจึงได้นำบทเรียนมาแก้ไขปรับปรุง เพื่อนำไปทดลองกับกลุ่มเล็กต่อไป

การทดลองแบบกลุ่มเล็ก

บทเรียนแบบโปรแกรมที่ใช้ทดลองครั้งนี้มี 214 กรอบ 356 คำเติม

ตารางที่ 1 แสดงผลการทดลองแบบกลุ่มเล็ก

| นักเรียนคนที่ | คะแนนก่อนเรียนบทเรียน | คะแนนหลังเรียนบทเรียน | คะแนนความก้าวหน้า | จำนวนคำตอบที่ถูก |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 19 | 54 | 35 | 348 |
| 2 | 23 | 52 | 29 | 343 |
| 3 | 24 | 52 | 28 | 351 |
| 4 | 24 | 54 | 30 | 352 |
| 5 | 24 | 52 | 28 | 351 |
| 6 | 26 | 57 | 31 | 345 |
| 7 | 26 | 43 | 17 | 351 |
| 8 | 27 | 50 | 23 | 349 |
| 9 | 32 | 55 | 23 | 341 |
| 10 | 32 | 57 | 25 | 345 |
| รวม | 257 | 526 | 269 | 3476 |
| คะแนนเฉลี่ย | 25.7 | 52.6 | 26.9 | 347.6 |
| คะแนนเฉลี่ยร้อยละ | 42.83 | 87.67 | 44.84 | 97.64 |

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากตารางที่ 1 จะเห็นว่านักเรียนเรียนบทเรียนได้ร้อยละ 97.64/87.67 แสดงว่าบทเรียนนี้มีประสิทธิภาพไม่ถึงมาตรฐานร้อยละ 90/90 ที่วางไว้

หลังจากการทดลองแบบกลุ่มเล็ก ผู้วิจัยได้นำบทเรียนมาปรับปรุงแก้ไขอีกครั้งหนึ่ง ทั้งความเรียง (Composition) เทคนิคการเขียน (Programming Technique) และความถูกต้องทางหลักวิชา (Technical Accuracy)

ตัวอย่างกรอบที่แก้ไข

1. ก. 11

กรอบเดิม

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \\ 9 & 8 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

สมาชิกที่อยู่ในหลักที่หนึ่งของเมตริกซ์นี้คือ_____

(คำตอบคือ 1, 2, 9)

นักเรียนที่เรียนบทเรียนนี้สามารถตอบได้ว่า 1, 2, 9 ซึ่งข้อเท็จจริงปรากฏว่าผู้เขียนบทเรียนยังไม่ได้ตกลงว่าการระบุตำแหน่งของหลักให้นับไปทางใด ดังนั้นจึงเปลี่ยนคำว่า "หลักที่หนึ่ง" เป็น "หลักที่อยู่ทางซ้ายมือสุด" นอกนั้นคงเดิมดังนี้

กรอบใหม่

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \\ 9 & 8 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

สมาชิกในหลักที่อยู่ทางซ้ายมือสุดของเมตริกซ์นี้คือ

_____

การระบุตำแหน่งของแถวจึงนำไปไว้ใน ก. 16 และตำแหน่งของหลักใน ก. 17 ดังนี้

ก. 16 การระบุตำแหน่งของแถวในเมตริกซ์ให้นับจากแถวบนลงมา ดังนั้นแถวบนจะเป็นแถวที่ 1 แถวถัดลงมาเป็นแถวที่2, 3 ตามลำดับ

ตามรูปลูกศรชี้ไปยังสมาชิกของเมตริกซ์ในแถวที่_____

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \\ 9 & 8 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

(คำตอบคือ 2)

ก. 17 การระบุตำแหน่งของหลักในเมตริกซ์ให้นับไปทางขวามือ ดังนั้นหลักที่อยู่ทางซ้ายมือสุดจะเป็นหลักที่ 1 หลักถัดไปเป็นหลักที่ 2, 3 ตามลำดับ

ตามรูปลูกศรชี้ไปยังสมาชิกของเมตริกซ์ในหลักที่_____

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \\ 9 & 8 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

(คำตอบคือ 3) ↑

2. ก. 26

กรอบเดิม

เมตริกซ์ที่มี 2 แถว 3 หลักเรียกว่า 2 x 3 เมตริกซ์ (อ่านว่า 2 คูณ 3) เรียก 2 x 3 ว่า มิติของเมตริกซ์ เมตริกซ์ข้างล่างนี้มี 2 แถว 4 หลัก มีมิติเป็น_____

$$\begin{bmatrix} 7 & 8 & 6 & 9 \\ 2 & 4 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

(คำตอบคือ 2 x 4)

กรอบนี้นักเรียนค่อนข้างสับสน เพราะเป็นกรอบตั้งต้นที่ให้ความรู้มากกว่าหนึ่งอย่างคือ มิติของเมตริกซ์ และการเรียกชื่อของเมตริกซ์ตามมิติที่กำหนด นอกจากนี้ยังไม่ได้เน้นสัญญลักษณ์ที่ใช้แทนเมตริกซ์ ซึ่งอาจทำให้นักเรียนเข้าใจผิด เช่น นักเรียนบางคนอาจตอบคำถามในกรอบนี้ว่า 8 เพราะว่า 2 x 4 = 8 ซึ่ง 8 เป็นจำนวน ไม่ใช่มิติ ดังนั้นจึงแก้ไขเป็น

กรอบใหม่

เมตริกซ์ที่มี m แถว n หลัก มีมิติเป็น m X n

(อ่านว่า m คูณ n ) ใช้สัญญลักษณ์ m X n แทนมิติของเมตริกซ์

เมตริกซ์ข้างล่างนี้มี 2 แถว 4 หลักมีมิติเป็น_____

$$\begin{bmatrix} 7 & 8 & 0 & 9 \\ 2 & 4 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

และการเรียกชื่อของเมตริกซ์นำไปไว้ใน ก. 33 ดังนี้

ก. 33 เมตริกซ์ที่มีมิติเป็น m X n เรียกว่า m X n เมตริกซ์

เมตริกซ์ที่มีมิติเป็น 4 X 5 เรียกว่า_____เมตริกซ์

(คำตอบคือ 4 X 5)

3. เพิ่มเติมกรอบฝึกหัดก่อนที่จะถึง ก. 53 เพราะนักเรียนยังไม่คล่องในเรื่องการใช้สัญญลักษณ์แทนสมาชิกของเมตริกซ์ กรอบที่เพิ่มเติมคือ

ก. 52 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

3 เป็นสมาชิกของเมตริกซ์ A ที่อยู่ตรงแถวที่ 2 และหลักที่ 1

...เป็นสัญญลักษณ์ทั่วไปที่แทนสมาชิกของเมตริกซ์ A ที่อยู่ตรงแถวที่ 2 และหลักที่ 1

ดังนั้น 3 = _____

(คำตอบคือ $a_{21}$ $a_{22}$ )

4. กรอบเดิม $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ เป็นเมตริกซ์_____

$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ เป็นเมตริกซ์_____

(คำตอบคือ แถว, หลัก)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กรอบนี้เป็นกรอบฝึกหัดความรู้ถึงสองอย่างในกรอบเดียวกัน ซึ่งนักเรียนสามารถตอบได้ แต่กรอบฝึกหัดเกี่ยวกับการเรียกชื่อเมตริกซ์แถวและเมตริกซ์หลักมีน้อยกรอบซึ่งอาจทำให้นักเรียนลืมชื่อเมตริกซ์ได้ง่าย จึงแตกกรอบนี้ออกและปรับปรุงใหม่เป็น

ก. 67 $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 8 & 10 & 12 \end{bmatrix}$

เมตริกซ์นี้เรียกว่าเมตริกซ์_____

(คำตอบคือ เมตริกซ์แถว)

ก. 69 $\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 7 \\ -4 \\ 9 \end{bmatrix}$ เมตริกซ์นี้เรียกว่า เมตริกซ์_____

(คำตอบคือ เมตริกซ์หลัก)

5. ก. 94

กรอบเดิม ให้

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 9 & 4 \end{bmatrix}$$

A มีมิติเป็น_____

$A^t$ มีมิติเป็น_____

(คำตอบคือ 2 X 4, 4 X 2)

กรอบนี้นักเรียนบางคนอาจลืมไปแล้วว่า $A^t$ คืออะไร ทำให้ตอบคำถามที่สองไม่ถูก ดังนั้นจึงควรแก้ไขดังนี้

กรอบใหม่ ให้

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 9 & 4 \end{bmatrix} \quad A^t = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1 & 9 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

A มีมิติเป็น_____

$A^t$ มีมิติเป็น_____

6. ในบทที่ 4 ยังไม่มีกรอบตั้งต้นที่จะให้ความรู้เกี่ยวกับคำว่า "เมตริกซ์ที่มีมิติเดียวกัน" ดังนั้นจึงเพิ่มกรอบตั้งต้นเป็น

ก. 106 ถ้า A เป็น 2 X 3 เมตริกซ์ และ B เป็น 2 X 3 เมตริกซ์
เราเรียกว่า A และ B มีมิติเดียวกัน
แต่ถ้า A เป็น 2 X 3 เมตริกซ์ และ
B เป็น 3 X 2 เมตริกซ์
A และ B มีมิติ _____
(เดียวกัน/ต่างกัน)
(คำตอบคือ ต่างกัน)

7. ก. 109 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \text{ และ } B = \begin{bmatrix} 5-2 & \sqrt{4} \\ \frac{3}{3} & 2\times 2 \end{bmatrix}$$

สรุปได้ว่า A _____ B
(เท่ากับ/ไม่เท่ากับ)
(คำตอบคือ เท่ากับ)

กรอบนี้เดิมมีกรอบตั้งต้นที่ให้แต่ความรู้เกี่ยวกับการเท่ากันของสมาชิกในตำแหน่งเดียวกันของเมตริกซ์ทั้งสองเพียงอย่างเดียว แต่ไม่มีกรอบที่ให้ความรู้เกี่ยวกับมิติของเมตริกซ์ทั้งสองว่าเป็นมิติเดียวกัน แต่สรุปว่าการเท่ากันของสมาชิกในตำแหน่งเดียวกัน และมิติของเมตริกซ์ทั้งสองเป็นมิติเดียวกัน แล้วจะได้ว่าเมตริกซ์ทั้งสองเท่ากัน ดังนั้นจึงเพิ่มกรอบที่ 107 คือ

ก. 107 ให้

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \text{ และ } B = \begin{bmatrix} 5-2 & \sqrt{4} \\ \frac{3}{3} & 2\times 2 \end{bmatrix}$$

A มีมิติเป็น _____

B มีมิติเป็น _____

A และ B มีมิติ _____
(เดียวกัน/ต่างกัน)

(คำตอบคือ 2 X 2, 2 X 2, เดียวกัน)

8. ในบทที่ 5 เพิ่มกรอบฝึกหัดในเรื่องการหาอินเวอร์สสำหรับการบวกของเมตริกซ์ เพราะนักเรียนไม่คุ้นกับคำว่าอินเวอร์ส อาจทำให้ลืมง่ายและเป็นการฝึกให้หาอินเวอร์สสำหรับการบวกได้ถูกต้อง กรอบที่เพิ่มคือ

ก. 1/3 ให้

$$C = \begin{bmatrix} 5 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -4 & 3 & 7 \\ -2\frac{1}{2} & 6 & 10 \end{bmatrix}$$ และ

$$\begin{bmatrix} 5 & -\frac{1}{2} & 0 \\ -4 & 3 & 7 \\ -2\frac{1}{2} & 6 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 & \frac{1}{2} & 0 \\ 4 & -3 & -7 \\ 2\frac{1}{2} & -6 & -10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ดังนี้อินเวอร์สสำหรับการบวกของ C คือ $\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$

9. ในเรื่องการคูณเมตริกซ์ที่มีมิติเป็น 2 x 3 กับ 3 x 2 เมตริกซ์ นักเรียนบางคนใช้เวลาทำนานถึง 20 นาที แสดงว่ากรอบที่เขียนยากเกินไป จึงควรให้ความรู้แต่เพียงการคูณ 2 x 2 เมตริกซ์ กับ 2 x 2 เมตริกซ์ เพราะถ้านักเรียนเข้าใจการคูณ 2 x 2 เมตริกซ์เป็นอย่างดีแล้วก็จะสามารถนำความรู้นี้ไปใช้ในเรื่องการคูณเมตริกซ์ที่มีมิติมากกว่า 2 x 2 ได้ จึงแก้ไขกรอบใหม่ดังนี้

กรอบเดิม ให้

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2)(3)+(0)(4)+(1)(0) \\ (5)(3)+(0)(4)+(10)(0) \end{bmatrix}$$

และ

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2)(5)+(0)(2)+(1)(0) \\ (5)(5)+(0)(2)+(10)(0) \end{bmatrix}$$

ดังนั้น

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2)(3)+(0)(4)+(1)(0) & ____ \\ (5)(3)+(0)(4)+(10)(0) & ____ \end{bmatrix}$$

( คำตอบคือ $(2)(5)+(0)(2)+(1)(0)$

$(5)(5)+(0)(2)+(10)(0)$ )

กรอบใหม่

ก. 164 ให้

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (3)(4)+(2)(-2) \\ (1)(4)+(0)(-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

และ

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (3)(5)+(2)(1) \\ (1)(5)+(0)(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ 5 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 17 \\ __ & 5 \end{bmatrix}$$

(คำตอบคือ 4)

10. แบบแผนการคูณของ 2 x 2 เมตริกซ์มีกรอบฝึกหัดน้อยไป นักเรียนยังไม่คลองในเรื่องการคูณเมตริกซ์ที่มีสมาชิกเป็นศูนย์ลักษณ์ ซึ่งทำให้ตอบกรอบสุดท้าย (Terminal Frame) ไม่ได้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงเพิ่มกรอบฝึกหัดอีก 2 กรอบและเพิ่มคำอธิบายให้นักเรียนเข้าใจดียิ่งขึ้น

ก. 154

กรอบเดิม ให้ A, B และ C เป็นเมตริกซ์ใด ๆ

และ $AB = C$ ดังนี้

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$$

ดังนั้น $c_{11}$ = _____

(คำตอบคือ $a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}$)

กรอบนี้เพิ่มคำอธิบายเป็น

กรอบใหม่ ให้ A, B และ C เป็นเมตริกซ์ใด ๆ

และ $AB = C$ ดังนี้

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$$

คูณสมาชิกในแถวแรกของ A กับสมาชิกในหลักแรกของ B

ผลคูณจะเป็น $c_{11}$

ดังนั้น $c_{11}$ = _____

ก. 155

กรอบเดิม ให้

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$$

ดังนั้น $c_{12}$ = _____

(คำตอบคือ $a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}$)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ก. 155 เพิ่มคำอธิบายเป็นกรอบใหม่ ให้

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$$

$c_{12}$ หาได้จากการคูณสมาชิกในแถวแรกของ A กับสมาชิกในหลักที่____ของ B

ดังนั้น $c_{12}$ = _____ .

(คำตอบคือ 2, $a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}$)

และเพิ่มกรอบฝึกหัดอีก 2 กรอบคือ

ก. 156 ให้

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} .$$

$c_{21}$ หาได้จากการคูณสมาชิกในแถวที่____ของ A กับสมาชิกในหลักที่____ของ B

ดังนั้น $c_{21}$ = _____

(คำตอบคือ 2, 1, $a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}$)

ก. 157 ให้

$$\longrightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$$

$c_{22}$ หาได้จากการคูณสมาชิกในแถวที่____ของ A กับสมาชิกในหลักที่____ของ B

ดังนั้น $c_{22}$ = _____

(คำตอบคือ 2, 2, $a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}$)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

11. กรอบที่ 210 การหาอินเวอร์สสำหรับการคูณของ 2 X 2 เมตริกซ์ ในกรอบนี้นักเรียนบางคนไม่ได้ใช้ความสังเกตว่าผลการคูณไขว้ของสมาชิกของเมตริกซ์มีค่าเป็น 1 และอาจไม่ทราบว่าเมตริกซ์ที่ให้หานั้นเป็นอินเวอร์สสำหรับการคูณของเมตริกซ์ในข้อนี้ จึงทำไม่ได้ดังนั้นจึงแก้ไขใหม่ดังนี้

ก. 210

กรอบเดิม ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}$$

และ $$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น

$$B = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

(คำตอบคือ $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$)

กรอบใหม่ ให้

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

และผลการคูณของสมาชิกของ A ตามลูกศรเป็น

$$1 \nearrow 2 \quad 2 \searrow 5 \qquad = \quad 1 \times 5 - 2 \times 2 \quad = \quad 1$$

ดังนั้นอินเวอร์สสำหรับการคูณของ A คือ $\begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$

เพราะว่า

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

12. กรอบที่ 214 แก้ไขเช่นเดียวกับกรอบที่ 210 ดังนี้

ก. 214

กรอบเดิม ให้

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}$$

และ $\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

ดังนั้น

$$D = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

(คำตอบ คือ $\begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$)

กรอบใหม่ ให้

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

พิจารณาผลคูณของสมาชิกของ C ตามลูกศร

$$4 \nearrow\!\searrow 7 \quad = \quad 4 \times 2 - 7 \times 1 \quad = \quad 1$$
$$1 \nearrow\!\searrow 2$$

ดังนั้นอินเวอร์สสำหรับการคูณของ C คือ $\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$

เพราะว่า

$$\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การทดลองภาคสนาม

หลังจากที่ผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขบทเรียนที่ทดลองกับกลุ่มเล็กแล้วก็นำบทเรียนฉบับใหม่นี้ไปทดลองภาคสนามกับนักเรียนจำนวน 100 คน บทเรียนที่ใช้ทดลองครั้งนี้มีทั้งหมด 236 กรอบ 402 คำเติม ปรากฏผลดังนี้

ตารางที่ 2 แสดงคะแนนการทำแบบสอบก่อนและหลังเรียนบทเรียนแบบโปรแกรมและคะแนนการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม

| จำนวนนักเรียน 100 คน | คะแนนก่อนเรียนบทเรียน | คะแนนหลังเรียนบทเรียน | คะแนนความก้าวหน้า | จำนวนคำตอบที่ตอบถูก |
|---|---|---|---|---|
| คะแนนรวม | 2355 | 5081 | 2626 | 38802 |
| คะแนนเฉลี่ย | 23.55 | 50.81 | 26.26 | 388.02 |
| คะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ | 39.25 | 84.68 | 45.43 | 96.52 |

จากตารางที่ 2 แสดงให้เห็นว่านักเรียนทำแบบสอบหลังจากเรียนบทเรียนแบบโปรแกรมได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 84.68 และได้คะแนนจากการเรียนบทเรียนคิดเฉลี่ยร้อยละ 96.52 แสดงว่าบทเรียนแบบโปรแกรมนี้มีประสิทธิภาพถึงมาตรฐานร้อยละ 90 ตัวหน้า ซึ่งหมายถึงการที่นักเรียนตอบคำถามในบทเรียนได้ถูกต้องโดยเฉลี่ยร้อยละ 90 แต่มีประสิทธิภาพไม่ถึงมาตรฐานร้อยละ 90 ตัวหลัง ซึ่งหมายถึงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มในการทำแบบสอบหลังเรียนบทเรียน

การประเมินค่าประสิทธิภาพของบทเรียนแบบโปรแกรม

จากการทดลองภาคสนาม แม้ว่าบทเรียนแบบโปรแกรมจะมีประสิทธิภาพต่ำกว่ามาตรฐานร้อยละ 90/90 เพียงเล็กน้อยคือ นักเรียนทำได้เฉลี่ยร้อยละ 96.52/84.68 แต่เพื่อจะทราบว่าบทเรียนนี้ทำให้ผู้เรียนมีความรู้เพิ่มขึ้นจริงหรือไม่ ผู้วิจัยจึงได้ทดสอบ

ความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนและหลังเรียนบทเรียนแบบโปรแกรมซึ่งได้ผลดังนี้

ตารางที่ 3 แสดงค่าความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยของการทดสอบก่อนและหลังเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม

| N | $\bar{X}_1$ | $\bar{X}_2$ | $S_{\bar{X}_1}$ | $S_{\bar{X}_2}$ | $r_{12}$ | C.R.(Z) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | 23.55 | 50.81 | 4.55 | 7.18 | 0.61 | 47.91 |

*p < .01

จากตารางที่ 3 แสดงให้เห็นว่าอัตราส่วนวิกฤติ (C.R.) ค่า Z ที่คำนวณได้เท่ากับ 47.91 และค่า Z ที่ระดับความมีนัยสำคัญ .01 เท่ากับ 2.58 ดังนั้นค่า Z ที่คำนวณได้ 47.91 > 2.58 แสดงว่าคะแนนเฉลี่ยของการสอบก่อนและหลังเรียนบทเรียนแบบโปรแกรมต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 จึงอ้างอกลาวได้ว่า โดยเฉลี่ยแล้วการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรมครั้งนี้ทำให้ผู้เรียนมีความรู้เพิ่มขึ้นอย่างแท้จริง

การหาค่าความเที่ยงของแบบสอบ

ค่าความเที่ยงของแบบสอบคำนวณโดยใช้สูตรของฮอยท์ (Hoyt's ANOVA Reliability of Test) ปรากฏผลดังนี้

ตารางที่ 4 แสดงค่าความเที่ยงของแบบสอบ

| N | $r_{tt}$ | SE | F |
|---|---|---|---|
| 100 | .69 | 2.49 | 3.2 |

จากตารางที่ 3 แสดงให้เห็นว่า แบบสอบมีค่าความเที่ยง .69 ซึ่งเป็นความเที่ยงในระดับปานกลาง ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเท่ากับ 2.49 ค่า F ที่คำนวณได้ 3.2 และค่า F ที่ระดับความมีนัยสำคัญ .01 df (99, 5841) เท่ากับ 1.35 ฉะนั้นค่า F ที่คำนวณได้ 3.2 $>$ 1.36 แสดงว่าคะแนนเฉลี่ยของการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรมของนักเรียนแต่ละคนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ จึงอาจกล่าวได้ว่าแบบสอบนี้มีความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดน้อยมีความเที่ยงปานกลางและจำแนกความสามารถของบุคคลได้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย