บทที่ 3

การประมาณช่องสัญญาณ โดยใช้สัญลักษณ์นำช่วยประมาณ โดยรีเคอร์ซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึม สำหรับระบบมัลติแคเรียร์ซีดีเอ็มเอขาลง

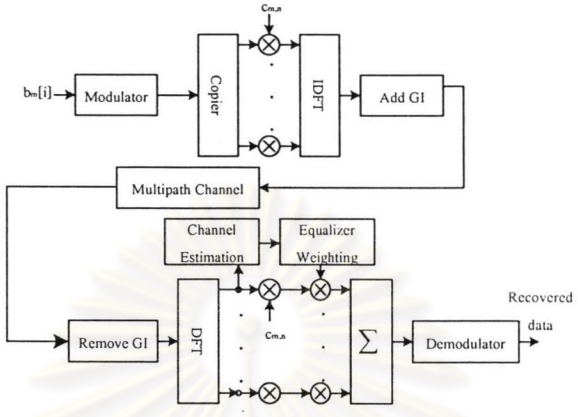
3.1. การประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึม (RLS Algorithm Channel Estimation)

ดังที่ได้กล่าวมาแล้ว การลดทอนจากช่องสัญญาณจะส่งผลกระทบอย่างยิ่งต่อค่าความถูกต้องในการตัดสินบิตข้อมูลของระบบ MC-CDMA ดังนั้นกระบวนการประมาณช่องสัญญาณจึงเป็นส่วนสำคัญที่ขาดไม่ได้สำหรับระบบ MC-CDMA ซึ่งค่าประสิทธิภาพ และความถูกต้องของการประมาณช่องสัญญาณจะส่งผลกระทบโดยตรงต่อประสิทธิภาพในการรับส่งข้อมูลของระบบ MC-CDMA และนอกเหนือจากจะส่งผลกระทบโดยตรงต่อค่าความถูกต้องในการตัดสินบิตข้อมูลแล้วนั้น การประมาณช่องสัญญาณที่มีประสิทธิภาพยังส่งผลให้สามารถเพิ่มค่าอัตราการรับส่งข้อมูลของระบบให้มีค่าสูงขึ้นเพื่อรองรับข้อมูลปริมาณมากสำหรับการสื่อสารของโทรศัพท์ไร้สายในอนาคตได้อีกด้วย

การประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมนั้นเป็นหนึ่งในอัลกอริทึมที่ให้ค่าความถูกต้องในการประมาณสูง เนื่องมาจากนอก จากรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมนอกจากจะอาศัยความสัมพันธ์ของค่าสัญญาณที่รับได้ และสัญญาณที่ต้องการในโดเมนความถี่แล้ว ยังอาศัยค่าความสัมพันธ์ และค่าทางสถิติของสัญญาณในโดเมนเวลามาช่วยในการประมาณค่าผลตอบสนองของช่องสัญญาณอีกด้วย ซึ่งการอาศัยค่าทางสถิติของผลตอบสนองของช่องสัญญาณในโดเมนเวลานี้เองส่งผลให้รีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมมีค่าความสามารถในการติดตามการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณที่ดีอีกด้วย

วิทยานิพนธ์นี้จะเลือกพิจารณาเฉพาะการส่งข้อมูลทางข่ายเชื่อมโยงขาลง (Downlink) ของระบบ MC-CDMA เท่านั้น ซึ่งสำหรับข่ายเชื่อมโยงขาลงนั้น เมื่อพิจารณาที่ภาครับของผู้ใช้แต่ละคน บิตข้อมูลของผู้ใช้แต่ละคนนั้นจะได้รับผลกระทบจากเฟดดิงของช่องสัญญาณที่มีลักษณะเดียวกัน และเนื่องจากสัญญาณข้อมูลของผู้ใช้แต่ละคนถูกลดทอนด้วยค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเดียวกันนี้เอง ทำให้ชุดรหัสแผ่ของผู้ใช้ยังคงรักษาสมบัติความตั้งฉากกันไว้ได้เมื่อเดินทางผ่านช่องสัญญาณ จึงสามารถละเลยการแทรกสอดระหว่างผู้ใช้ (MAI) ได้นั่นเอง

โครงสร้างของข่ายเชื่อมโยงขาลงของระบบ MC-CDMA โดยรวม ซึ่งมีการประยุกต์ใช้การประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมนั้นจะสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.1



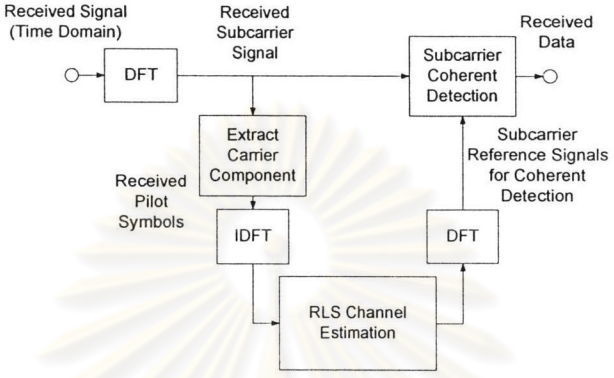
รูปที่ 3.1 โครงสร้างข่ายเชื่อมโยงขาลงของระบบ MC-CDMA
ที่มีการประมาณช่องสัญญาณโดย RLS อัลกอริทึม

เมื่อสัญญาณเดินทางมาถึงทางภาครับแล้ว ภาครับจะทำการถอดส่วนที่เป็นช่วงเวลาคุมออกจากนั้นจึงแยกสัญญาณของแต่ละผู้ใช้ออกจากกัน สัญญาณที่ได้จะถูกนำมาผ่านกระบวนการแปลงฟูริเยร์แบบไม่ต่อเนื่อง เพื่อแปลงจากสัญญาณในโดเมนความเวลาให้มาอยู่ในโดเมนความถี่ แล้วจึงเลือกเอาเฉพาะข้อมูลในส่วนที่เป็นสัญลักษณ์นำร่องช่วยประมาณเพื่อนำไปใช้เปรียบเทียบกับสัญลักษณ์อ้างอิงที่เก็บไว้ เพื่อใช้สำหรับการประมาณผลตอบสนองของช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึม ภายหลังจากได้ค่าผลตอบสนองโดยประมาณของช่องสัญญาณเรียบร้อยแล้ว ค่าผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่ประมาณได้จะถูกใช้ในการปรับแก้ค่าคุณลักษณะของสัญญาณที่รับได้เพื่อให้สัญลักษณ์ข้อมูลมีค่าใกล้เคียงกับสัญลักษณ์ข้อมูลที่ส่งมามากที่สุด โดยตัวปรับเท่าที่เลือกใช้ในวิทยานิพนธ์นี้จะเป็นแบบที่ทำให้อัตราส่วนสัญญาณมากสุด (MRC)

อนึ่งในวิทยานิพนธ์นี้จะพิจารณาเฉพาะการประมาณช่องสัญญาณที่มีการเติมช่วงเวลาคุมแบบหมุนวน เท่านั้น เนื่องจากเป็นกระบวนการเติมช่วงเวลาคุมที่มีประสิทธิภาพสูง อีกทั้งยังพิจารณาเฉพาะกรณีของการเติมช่วงเวลาคุมที่มีความยาวของช่วงเวลาคุมมากเพียงพอ กล่าวคือความยาวของช่วงเวลาคุมมีค่ามากกว่าค่าการประวิงเวลาในการแผ่ที่มากที่สุด (Maximum delay spread, $T_{d,max}$) ของช่องสัญญาณ ดังนั้นในการประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมในวิทยานิพนธ์นี้จะละเลยผลกระทบของการแทรกสอดระหว่าง

สัญลักษณ์ และการแทรกสอดระหว่างคลื่นพาห์ย่อย อีกทั้งยังไม่คำนึงถึงผลของความถี่ออฟเซตที่เกิดขึ้นเนื่องจากความไม่สอดคล้องกันของออสซิเลเตอร์ทางภาคส่ง และภาครับอีกด้วย

กระบวนการการประมาณช่องสัญญาณที่มีการใช้สัญลักษณ์นำช่วยประมาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมในโดเมนความถี่นั้น สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 กระบวนการประมาณช่องสัญญาณโดย RLS อัลกอริทึมในโดเมนความถี่

เมื่อนำรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมเข้ามาประยุกต์ใช้กับการประมาณช่องสัญญาณสำหรับเครือข่ายเชื่อมโยงขาลงของระบบ MC-CDMA เราจะสามารถเขียนฟังก์ชันเป้าหมายของรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมจากสมการที่ (2.27) ได้ใหม่ดังสมการที่ (3.1)

$$J(i) = \sum_{p=1}^{i} \sum_{n=0}^{N-1} \lambda^{i-p} \left| e[n + i(\Delta_G + N)] \right|^2 \qquad (3.1)$$

เมื่อ Δ_G คือ ช่วงเวลาคุมระหว่างแต่ละสัญลักษณ์

i คือ ดรรชนีบ่งชี้ตำแหน่งของสัญญาณในโดเมนเวลา

N คือ ความยาวของรหัสแผ่ ซึ่งในกรณีนี้มีค่าเท่ากับความยาวของการทำ DFT

$e(n)$ คือ ค่าความผิดพลาดของสัญญาณ

λ คือ ค่าสัมประสิทธิ์การลืม (Forgetting Factor)

เมื่อแทนค่าสัญญาณต่าง ๆ ดังนั้นจะสามารถเขียนฟังก์ชันเป้าหมายได้เป็น

$$J(i) = \sum_{p=1}^{i} \lambda^{i-p} [y_s(k) - \sum_{n=0}^{N-1} b(i) e^{j2\pi(k - i\Delta_G + L)/N} h^H a(n)] \qquad (3.2)$$

เมื่อ $b(i)$ คือ สัญลักษณ์ข้อมูลของผู้ใช้แต่ละคน

$y_s(k)$ คือ สัญญาณที่รับได้ในแต่ละคลื่นพาห์ย่อยในคลื่นพาห์ย่อยที่ k

L คือ จำนวนวิถีของช่องสัญญาณ

h^H คือ เวกเตอร์ผลตอบสนองของช่องสัญญาณในวิถีต่าง ๆ ซึ่งสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.3)

$$h^H = [h_0 \quad h_1 \quad \dots \quad h_L] \tag{3.3}$$

และเมตริกซ์การแปลงฟูริเยร์ $a^H(n)$ สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.4)

$$a^H(n) = [1 \quad e^{j2\pi n/N} \quad \dots \quad e^{j2\pi nL/N}] \tag{3.4}$$

เมื่อ ทำการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเทียบกับผลตอบสนองของช่องสัญญาณ h จะได้

$$\frac{\partial J(n)}{\partial h} = -2N \sum_{p=1}^{i} \lambda^{i-p} \sum_{n=0}^{N-1} Y_s^*(n,p)c(n,p) + 2N \sum_{p=1}^{i} \lambda^{i-p} \sum_{n=0}^{N-1} c(n,p)c^H(n,p)h \tag{3.5}$$

เมื่อ

$$c(n,i) = b(i)a(n) \tag{3.6}$$

เมื่อให้สมการที่ (3.5) มีค่าเท่ากับศูนย์จะได้ค่าประมาณของผลตอบสนองช่องสัญญาณเป็น

$$\hat{h} = \left[\sum_{p=1}^{i} \lambda^{i-p} \sum_{n=0}^{N-1} c(n,p)c^H(n,p) \right]^{-1} \sum_{p=1}^{i} \lambda^{i-p} \sum_{n=0}^{N-1} Y_s^*(n,p)c(n,p) \tag{3.7}$$

เมื่อประยุกต์ใช้เงื่อนไขที่ว่า $|b_m(i)| = 1$ และ $0 \le n \le N-1$ จะเขียนสมการที่ (3.7) ได้ใหม่เป็น

$$\hat{h} = \left(N \sum_{p=1}^{i} \lambda^{i-p} \right)^{-1} \sum_{p=1}^{i} \lambda^{i-p} \sum_{n=0}^{N-1} Y_s^*(n,p)c(n,p) \tag{3.8}$$

อัลกอริทึมที่นำเสนอในข้างต้นนั้น เป็นกรณีที่ใช้สำหรับการประมาณคุณลักษณะช่องสัญญาณชนิดจัดวางสัญลักษณ์นำร่องในแนวแกนเวลา แต่ยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้การ

ประมาณคุณลักษณะช่องสัญญาณที่มีรูปแบบการจัดวางแบบอื่น ๆ ได้อีกด้วย โดยทำการคำนวณเฉพาะตำแหน่งที่เป็นสัญลักษณ์นำร่องสำหรับกรณีนั้น ๆ

นอกเหนือจากกรรมวิธีการคำนวณผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่นำเสนอข้างต้นแล้ว เรายังสามารถคำนวณการประมาณคุณลักษณะผลตอบสนองของช่องสัญญาณได้โดยใช้วิธี Matrix Inversion Lemma [28], [30] ได้อีกด้วย ดังนี้

กำหนดให้

$$R_s(n_1,i)=\lambda\sum_{p=1}^{i-1}\lambda^{i-1-p}\sum_{n\in D_p}c(n,p)c^H(n,p)+\sum_{n_g=0}^{n_1}c_s(n_g,i)c_s^H(n_g,i) \tag{3.9}$$

$$V_s(n_1,i)=\lambda\sum_{p=1}^{i-1}\lambda^{i-1-p}\sum_{n\in D_p}c(n,p)Y_s^*(n,p)+\sum_{n_g=0}^{n_1}c_s(n_g,i)Y_s^*[i_g(i)+n_g\Delta_n,i] \tag{3.10}$$

เมื่อ

$c_s(n_1,i)=c[i_g(i)\Delta_2+n_g\Delta_n,i]$

Δ_n คือ ระยะห่างระหว่างสัญลักษณ์นำร่องในหนึ่งสัญลักษณ์

Δ_2 คือ อัตราส่วนระหว่างระยะห่างระหว่างสัญลักษณ์นำร่องในแนวแกนความถี่ ต่อระยะห่างระหว่างสัญลักษณ์นำร่องในแนวแกนเวลา

Δ_G คือ ช่วงเวลาคุม

D_p คือ เซตของสัญลักษณ์นำร่อง

n_g คือ หมายเลขของสัญลักษณ์นำร่องภายในหนึ่งสัญลักษณ์ โดยเริ่มตั้งแต่ศูนย์จนถึง N_g-1

N_g คือ จำนวนสัญลักษณ์นำร่องในหนึ่งสัญลักษณ์

จะได้

$$\hat{h}_s(n_1,i)=R_s^{-1}(n_1,i)V_s(n_1,i) \tag{3.11}$$

ในกรณีที่ $n_1=0$ จะได้

$$R_s(0,i)=\lambda R_s(N_g-1,i-1)+c_s(0,i)c_s^H(0,i) \tag{3.12}$$

$$V_s(0,i)=\lambda V_s(N_g-1,i-1)+c_s(0,i)Y_s^*[i_g(i)\Delta_2,i] \tag{3.13}$$

ในกรณี $1\le n\le N_g-1$ จะได้

$$R_s(n,i) = R_s(n-1,i-1) + c_s(n,i)c_s^H(n,i) \tag{3.14}$$

$$V_s(n,i) = \lambda V_s(n-1,i-1) + c_s(n,i)Y_s^*[i_g(i)\Delta_2 + n\Delta_n, i] \tag{3.15}$$

ประยุกต์ใช้ Matrix Inversion Lemma กับสมการที่ (3.7) จะได้

$$k(0,i) = \frac{\lambda^{-1}P_s(N_g-1,i-1)c_s(0,i)}{1+\lambda^{-1}c_s^H(0,i)P_s(N_g-1,i-1)c_s(0,i)} \tag{3.16}$$

$$\alpha(0,i) = Y_s[i_g(i)\Delta_2, i] - \hat{h}^H(N_g-1,i-1)c_s(0,i) \tag{3.17}$$

$$\hat{h}_s(0,i) = \hat{h}_s(N_g-1,i-1) + k_s(0,i)\alpha_s^*(0,i) \tag{3.18}$$

$$P_s(0,i) = \lambda^{-1}P_s(N_g-1,i-1) - \lambda^{-1}k_s(0,i)c_s^H(0,i)P_s(N_g-1,i-1) \tag{3.19}$$

และ เมื่อประยุกต์ใช้ Matrix Inversion Lemma กับสมการที่ (3.18) จะได้

$$k(n,i) = \frac{P_s(n-1,i)c_s(n,i)}{1+c_s^H(n,i)P_s(n-1,i)c_s(n,i)} \tag{3.20}$$

$$\alpha(n,i) = Y_s[i_g(i)\Delta_2 + n\Delta_n, i] - \hat{h}^H(n-1,i)c_s(n,i) \tag{3.21}$$

$$\hat{h}_s(n,i) = \hat{h}_s(n-1,i) + k_s(n,i)\alpha_s^*(n,i) \tag{3.22}$$

$$P_s(n,i) = P_s(n-1,i) - k_s(n,i)c_s^H(n,i)P_s(n-1,i) \tag{3.23}$$

โดย ค่าเริ่มต้นที่เหมาะสมเป็น

$$\hat{h}_s(N_g-1,0) = \mathbf{0} \tag{3.24}$$

$$P_s(N_g-1,0) = \delta^{-1}\mathbf{I} \tag{3.25}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

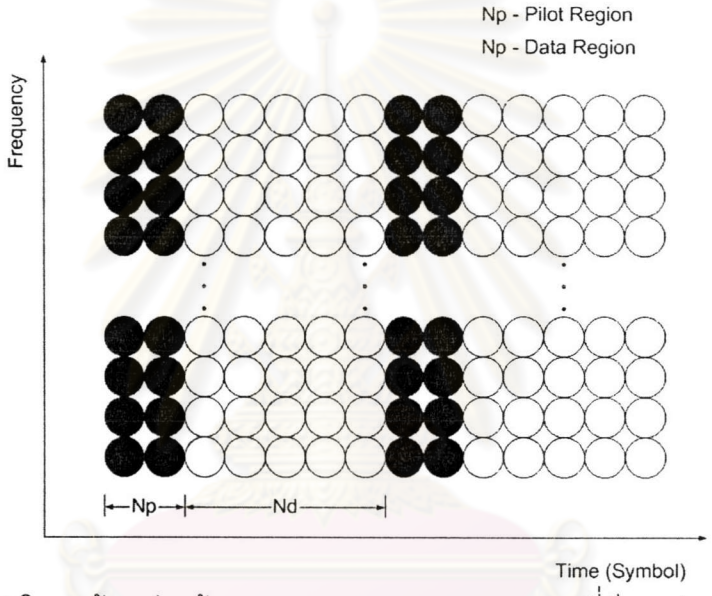
เมื่อ

$\mathbf{0}$ คือ เวกเตอร์ขนาด $L\times1$

δ คือ ค่าคงจำนวนน้อย ๆ ซึ่งมีค่าเป็นบวก

$\mathbf{I}$ คือ เมตริกซ์เอกลักษณ์ขนาด $L\times L$

โครงสร้างเฟรมข้อมูลของระบบ MC-CDMA ขาลงที่มีการประยุกต์ใช้รีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมในการประมาณช่องสัญญาณ โดยอาศัยสัญลักษณ์นำร่องในแนวแกนเวลา สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 โครงสร้างเฟรมข้อมูลของระบบ MC-CDMA ขาลงที่มีการประยุกต์ใช้ RLS อัลกอริทึมในการประมาณช่องสัญญาณ

3.2 ค่าสัมประสิทธิ์การลืม (Forgetting Factor)

ค่าสัมประสิทธิ์การลืม (Forgetting Factor; λ) เป็นค่าพารามิเตอร์ที่บ่งบอกถึงค่าความเชื่อถือ หรือค่าความจดจำที่มีต่อข้อมูลที่ผ่านมาในอดีตของระบบ โดยค่าสัมประสิทธิ์การลืมจะมีค่าอยู่ระหว่างช่วง (0,1] ซึ่งระบบที่มีค่าสัมประสิทธิ์การลืมที่มีค่าน้อย (เข้าใกล้ศูนย์) จะให้ความเชื่อถือ และให้น้ำหนักกับข้อมูลทางสถิติที่ได้จากการคำนวณในปัจจุบันมากกว่าค่าที่ได้รับจากการคำนวณในอดีต ดังนั้นระบบที่มีค่าสัมประสิทธิ์การลืมที่มีค่าน้อยจึงเหมาะสมกับสัญญาณที่มีการเปลี่ยนแปลงค่อนข้างเร็ว และแปรผันมาก ในทางตรงกันข้ามสำหรับระบบที่สัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงไม่มากนัก และมีอัตราการเปลี่ยนแปลงที่ไม่รวดเร็วนัก ค่าสัมประสิทธิ์การลืมที่ใช้ควรเลือกให้มีค่าค่อนข้างสูง (เข้าใกล้หนึ่ง) เพื่อให้ระบบเชื่อถือข้อมูลทางสถิติของสัญญาณที่คำนวณ

ได้ในอดีต และอาศัยความสัมพันธ์ของสัญญาณในทางเวลาเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการประมาณให้มีค่าสูงยิ่งขึ้น ดังนั้นการเลือกค่าสัมประสิทธิ์การลืมจึงควรเลือกให้เหมาะสมกับคุณลักษณะและลักษณะการเปลี่ยนแปลงของช่องสัญญาณเป็นหลัก

3.3 การประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมแบบปรับเปลี่ยนค่าสัมประสิทธิ์ได้ (RLS channel estimation with adaptable forgetting factor)

จากที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น ค่าสัมประสิทธิ์การลืมเป็นพารามิเตอร์ที่สำคัญซึ่งส่งผลกระทบโดยตรงต่อประสิทธิภาพ และค่าความถูกต้องของการประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึม ดังนั้นการเลือกค่าสัมประสิทธิ์การลืมที่เหมาะสมต่อคุณลักษณะช่องสัญญาณในแต่ละขณะ จะส่งผลให้ประสิทธิภาพในการประมาณช่องสัญญาณของระบบมีค่าสูงยิ่งขึ้น ดังนั้น ในหัวข้อนี้จะนำเสนอถึงกรรมวิธีการปรับปรุงการประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึม โดยการปรับเปลี่ยน หรือเลือกค่าสัมประสิทธิ์การลืมให้มีความเหมาะสมเพื่อจะลดค่าความผิดพลาดในการประมาณ และยังเป็นการเพิ่มความสามารถในการติดตามการเปลี่ยนแปลงของคุณลักษณะช่องสัญญาณให้กับระบบอีกด้วย

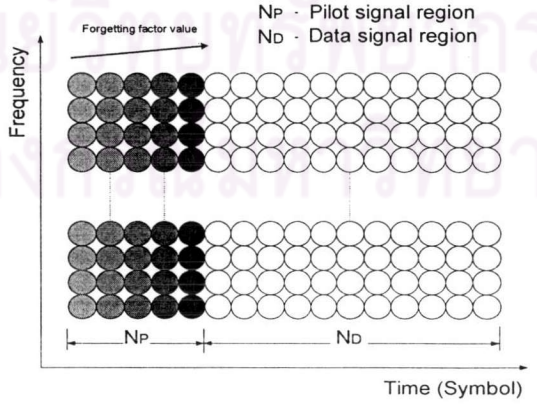
การประมาณช่องสัญญาณที่มีกระบวนการในการปรับเปลี่ยนค่าสัมประสิทธิ์การลืมของรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึม ที่นำเสนอในโครงร่างวิทยานิพนธ์นี้สามารถแบ่งได้ 3 วิธีคือ

- การประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึม ประเภทค่าสัมประสิทธิ์การลืมเพิ่มขึ้นอย่างเชิงเส้น (RLS Channel Estimation with Linearly Increasing Forgetting Factor) [31]
- การประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึม ประเภทค่าสัมประสิทธิ์การลืมสองระดับ (RLS Channel Estimation with Two Step Forgetting Factor) [32]
- การประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึม ประเภทค่าสัมประสิทธิ์การลืมปรับตัวได้ (RLS Channel Estimation with Adaptive Forgetting Factor) [31, 32]

3.3.1 การประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมประเภทค่าสัมประสิทธิ์การลืมเพิ่มขึ้นอย่างเชิงเส้น

การประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึม ประเภทค่าสัมประสิทธิ์การลืมเพิ่มขึ้นอย่างเชิงเส้นนั้นจะมีความแตกต่างจากการประมาณช่องสัญญาณโดยรี

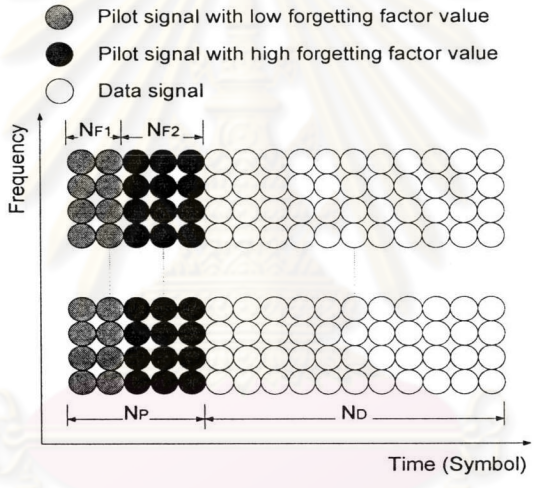
เคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมทั่วไป คือ ค่าสัมประสิทธิ์การลืมที่เลือกใช้นั้น จะมีค่าเพิ่มขึ้นจากค่าต่ำสุดที่กำหนด จนถึงค่าสูงสุดที่กำหนดอย่างเชิงเส้นตามลำดับสัญลักษณ์ในทางเวลา แทนการใช้ค่าสัมประสิทธิ์การลืมค่าเดียวเช่นในกรณีของการประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมทั่วไป ดังแสดงในรูปที่ 3.4 เนื่องมาจากการประมาณช่องสัญญาณแบบอาศัยสัญลักษณ์นำช่วยประมาณนั้น จะกระทำที่ช่วงต้นของเฟรมข้อมูลในส่วนที่เป็นสัญลักษณ์นำร่องเท่านั้น แล้วค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณที่ได้จากการประมาณนั้น จะถูกนำมาใช้เป็นค่าคุณลักษณะโดยประมาณตลอดช่วงปลายของเฟรมข้อมูลที่เหลือทั้งหมดซึ่งเป็นส่วนข้อมูลของผู้ใช้จนกว่าจะถึงส่วนของสัญลักษณ์นำร่องในเฟรมข้อมูลถัดไป ซึ่งการประมาณช่องสัญญาณจะเกิดขึ้นอีกครั้งหนึ่ง เป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ ซึ่งในความเป็นจริงแล้ว เนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนของช่องสัญญาณมีลักษณะแปรเปลี่ยนไปตามเวลา (Time Varying) ดังนั้น คุณลักษณะของช่องสัญญาณที่แท้จริงในช่วงปลายของเฟรมข้อมูล จะมีการเปลี่ยนแปลงไปจากคุณลักษณะช่องสัญญาณที่ประมาณได้จากส่วนต้นเฟรมข้อมูลเป็นอย่างมาก เนื่องจากผ่านช่วงของข้อมูลซึ่งมีระยะยาวมากเมื่อเทียบกับส่วนของสัญลักษณ์นำร่อง ด้วยเหตุนี้จึงควรกำหนดค่าสัมประสิทธิ์การลืมให้มีค่าน้อยในช่วงต้นของชุดสัญลักษณ์นำร่อง เพื่อให้ระบบเชื่อถือ และให้น้ำหนักกับค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณ ที่ได้รับจากการประมาณช่องสัญญาณในปัจจุบันมากกว่าข้อมูลทางสถิติของช่องสัญญาณที่ได้รับจากการประมาณช่องสัญญาณของเฟรมข้อมูลก่อนหน้า เมื่อระบบเริ่มจะสามารถติดตามการเปลี่ยนแปลงของค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณได้แล้ว จึงเพิ่มค่าสัมประสิทธิ์การลืมให้มีค่าเพิ่มขึ้นอย่างเชิงเส้นในส่วนที่เหลือของชุดสัญลักษณ์นำร่อง เพื่อให้ระบบเชื่อถือ และให้น้ำหนักกับข้อมูลทางสถิติของการประมาณในช่วงก่อนหน้าเพื่อช่วยในการประมาณคุณลักษณะช่องสัญญาณในสัญลักษณ์ปัจจุบัน



รูปที่ 3.4 โครงสร้างเฟรมข้อมูลของการประมาณช่องสัญญาณ โดย RLS อัลกอริทึม ประเภทค่าสัมประสิทธิ์การลืม เพิ่มขึ้นอย่างเชิงเส้น

3.3.2 การประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมประเภทค่าสัมประสิทธิ์การลืมสองระดับ

การประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึม ประเภทค่าสัมประสิทธิ์การลืมสองระดับนั้น ค่าสัมประสิทธิ์การลืมที่เลือกใช้นั้นจะเป็นค่าคงตัวที่มีค่าสูงต่ำต่างกันสองระดับ แทนการใช้ค่าสัมประสิทธิ์การลืมค่าเดียวเช่นในการประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมทั่วไป ทั้งนี้ที่ตำแหน่งส่วนต้นของชุดสัญลักษณ์นำร่องจะมีการใช้ค่าสัมประสิทธิ์การลืมที่มีค่าต่ำก่อน แล้วจึงใช้ค่าสัมประสิทธิ์การลืมที่มีค่าสูงขึ้นในส่วนที่เหลือของชุดสัญลักษณ์นำร่อง ดังแสดงในรูปที่ 3.5 ด้วยเหตุผลเช่นเดียวกับที่ได้อธิบายไว้แล้วในกรณีของการประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึม ประเภทค่าสัมประสิทธิ์การลืมเพิ่มขึ้นอย่างเชิงเส้น



รูปที่ 3.5 โครงสร้างเฟรมข้อมูลของการประมาณช่องสัญญาณ โดย RLS อัลกอริทึม ประเภทค่าสัมประสิทธิ์การลืมสองระดับ

อนึ่ง ช่วงระยะเวลา (จำนวนสัญลักษณ์) ที่จะใช้สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การลืมในแต่ละระดับนั้น ควรเลือกใช้ และปรับแต่งให้เหมาะสมกับค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณจริงเป็นหลัก เพื่อให้ระบบมีความสามารถในการประมาณช่องสัญญาณได้อย่างถูกต้อง และเหมาะสม โดยถ้าผลตอบสนองของช่องสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วค่าสัมประสิทธิ์การลืมค่าต่ำที่ใช้ควรกำหนดให้มีค่าน้อยรวมถึงช่วงระยะเวลาของค่าสัมประสิทธิ์การลืมค่าต่ำควรมีค่ายาวขึ้นอีกด้วย แต่การกำหนดช่วงระยะเวลาของสัมประสิทธิ์การลืมค่าต่ำมากเกินไปจะส่งผลต่ออัตราการลู่เข้าของระบบ

3.3.3 การประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมประเภทค่าสัมประสิทธิ์การลืมปรับตัวได้

ในการประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมประเภทค่าสัมประสิทธิ์การลืมปรับตัวได้นั้น ค่าสัมประสิทธิ์การลืมจะสามารถปรับเปลี่ยนค่าได้เองตามสภาวะแวดล้อมของช่องสัญญาณในแต่ละขณะ ซึ่งการปรับเปลี่ยนค่าสัมประสิทธิ์การลืม ให้เหมาะสมกับคุณลักษณะช่องสัญญาณในแต่ละขณะ จะส่งผลให้การประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมมีสมรรถนะสูงขึ้น การปรับเปลี่ยนค่าสัมประสิทธิ์การลืมจะปรับเปลี่ยนตามฟังก์ชันเป้าหมาย ซึ่งจะพยายามทำให้ค่าความผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสอง (Mean Squared Error, MSE) ของผลต่างของคุณลักษณะช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นจริง และคุณลักษณะช่องสัญญาณที่ได้จากการประมาณมีค่าต่ำสุด

เมื่อนำการพิสูจน์การประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมแบบปกติโดยใช้ Matrix Inversion Lemma ตามสมการที่ (3.9)-(3.25) มาประยุกต์ใช้ควบคู่กับการพิสูจน์รีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมประเภทปรับเปลี่ยนความจำได้ [28] จะสามารถเขียนรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมประเภท ค่าสัมประสิทธิ์การลืมสามารถปรับตัวได้ ได้ดังนี้

$$k(n,i)=\frac{\lambda^{-1}(n-1,i)P_s(n-1,i)c_s(n,i)}{1+\lambda^{-1}(n-1,i)c_s^H(n,i)P_s(n-1,i)c_s(n,i)} \tag{3.26}$$

$$\xi(n,i)=Y_s[n,i]-\hat{h}_s^H(n-1,i)c_s(n,i) \tag{3.27}$$

$$\hat{h}_s(n,i)=\hat{h}_s(n-1,i)+k(n,i)\xi^*(n,i) \tag{3.28}$$

$$P_s(n,i)=\lambda^{-1}(n-1,i)P_s(n-1,i)-\lambda^{-1}(n-1,i)k(n,i)c_s^H(n,i)P_s(n-1,i) \tag{3.29}$$

$$\lambda(n,i)=\left[\lambda(n-1,i)+\alpha\,\mathrm{Re}\left[\hat{\psi}^H(n-1)c_s(n,i)\xi^*(n,i)\right]\right]_{\lambda-}^{\lambda+} \tag{3.30}$$

$$S(n,i)=\lambda^{-1}(n,i)\left[I-k(n,i)c_s^H(n,i)\right]S(n-1,i)\left[I-c_s(n,i)k^H(n,i)\right]+\lambda^{-1}(n,i)k(n,i)k^H(n,i)-\lambda^{-1}(n,i)P_s(n,i) \tag{3.31}$$

$$\hat{\psi}(n,i)=\left[I-k(n,i)c_s^H(n,i)\right]\hat{\psi}(n-1,i)+S(n,i)c_s^H(n,i)\xi^*(n,i) \tag{3.32}$$

โดยค่าเริ่มต้นที่ต้องกำหนดคือ $\hat{h}_s(0,0)$, $P_s(0,0)$, $\lambda(0,0)$, $S(0,0)$ และ $\hat{\psi}(0,0)$ สำหรับ $n>0$

เมื่อ α คือค่าอัตราการเรียนรู้ (Learning Rate) [28], [30], [31] ของระบบ ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่บ่งบอกถึงความไวในการปรับตัวของค่าสัมประสิทธิ์การลืมของระบบ โดยจะมีค่าเป็นจำนวนบวกที่มีค่าน้อย ๆ ส่วน $\lambda+$ และ $\lambda-$ ในสมการที่ (3.30) แสดงถึงค่าขอบเขตล่างและขอบเขตบนของค่าสัมประสิทธิ์การลืมที่ยอมให้มีได้ในระบบ สำหรับป้องกันการลู่ออกของระบบ

อนึ่ง ค่าอัตราการเรียนรู้ เป็นอีกพารามิเตอร์สำคัญหนึ่ง ซึ่งผลกระทบโดยตรงต่อประสิทธิภาพของการประมาณช่องสัญญาณโดยรีเคอซีฟลีสต์สแควร์อัลกอริทึมประเภทค่าสัมประสิทธิ์การลืมสามารถปรับตัวได้ ซึ่งควรพิจารณาเลือกให้เหมาะสมกับคุณลักษณะ และอัตราการเปลี่ยนแปลงของช่องสัญญาณจริง เพื่อให้ระบบสามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3.4 การปรับปรุงค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณภายในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูล

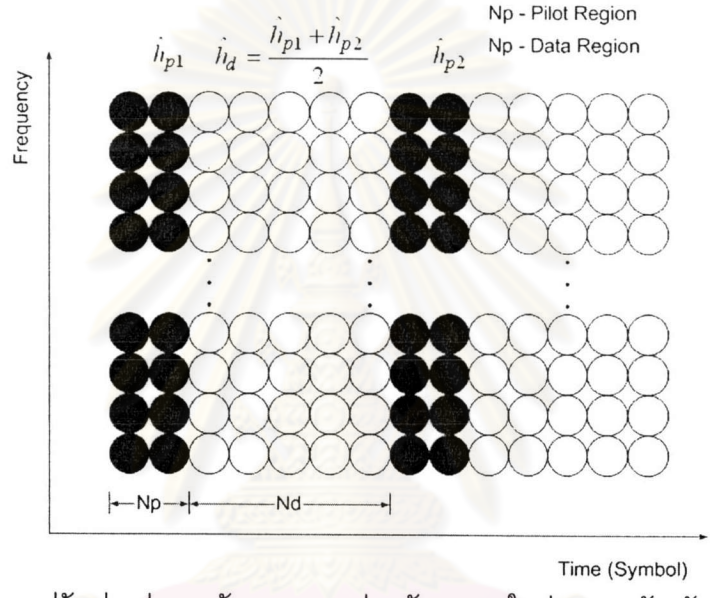
ดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนของช่องสัญญาณจะมีลักษณะไม่คงที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ดังนั้นการใช้ค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณที่ประมาณได้จากส่วนที่เป็นสัญลักษณ์นำร่องในส่วนต้นของเฟรมข้อมูลมาใช้เป็นค่าคุณลักษณะโดยประมาณของช่องสัญญาณตลอดช่วงของสัญลักษณ์ข้อมูลจึงมีความไม่เหมาะสม เนื่องจากค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณจริงจะมีการเปลี่ยนแปลงไปจากคุณลักษณะช่องสัญญาณที่ประมาณได้จากต้นเฟรมข้อมูลเป็นอย่างมาก เนื่องจากผ่านช่วงของสัญลักษณ์ข้อมูลซึ่งมีระยะยาวมากเมื่อเทียบกับส่วนของสัญลักษณ์นำร่อง ดังนั้นในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงกระบวนการในการปรับปรุงค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณในส่วนที่เป็นสัญลักษณ์ข้อมูล เพื่อให้มีคุณลักษณะใกล้เคียงกับช่องสัญญาณจริงมากยิ่งขึ้น ซึ่งจะส่งผลให้ประสิทธิภาพในการประมาณช่องสัญญาณมีค่าสูงยิ่งขึ้น โดยกระบวนการปรับปรุงค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ มีทั้งหมด 3 วิธี ได้แก่

- การปรับปรุงค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณภายในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการเฉลี่ย (Average)
- การปรับปรุงค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณภายในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าในช่วงแบบเชิงเส้น (Linear Interpolation)
- การปรับปรุงค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณภายในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการชี้นำจากกระบวนการตัดสินใจ (Decision Direct)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.4.1 การปรับปรุงค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณภายในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการเฉลี่ย (Average)

กระบวนการปรับปรุงค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณ ในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการเฉลี่ยนั้น จะกระทำโดยการนำค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณที่ประมาณได้จากส่วนต้นของเฟรมข้อมูลที่สนใจ และค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณที่ประมาณได้จากส่วนต้นของเฟรมข้อมูลถัดไปมาเฉลี่ยกันโดยจะทำการเฉลี่ยกันในแต่ละคลื่นพาห์ย่อย แล้วจึงใช้ค่าที่ได้เป็นค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลในเฟรมที่สนใจ ดังแสดงในรูปที่ 3.6

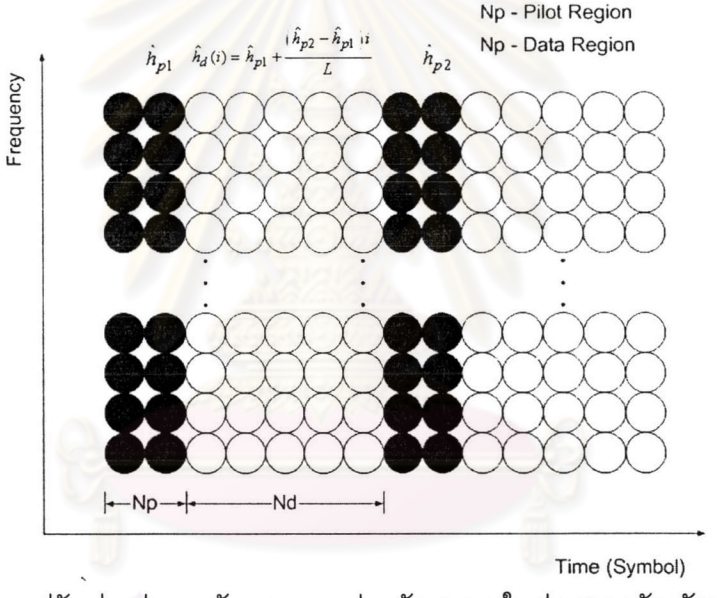


รูปที่ 3.6 การปรับปรุงค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการเฉลี่ย

การเฉลี่ยค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยอาศัยค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณในส่วนต้นของเฟรมข้อมูลที่สนใจ และส่วนต้นของเฟรมข้อมูลถัดไปนี้นั้น จะส่งผลให้ค่าความผิดพลาดของคุณลักษณะช่องสัญญาณที่ประมาณได้ในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลมีค่าลดลง ทำให้ประสิทธิภาพของระบบมีค่าสูงยิ่งขึ้น ในขณะที่ค่าความซับซ้อนของระบบเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยเท่านั้น อนึ่งจะสังเกตเห็นได้ว่าการเฉลี่ยค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการเฉลี่ยนั้น มีความจำเป็นที่จะต้องทำการประมาณคุณลักษณะของช่องสัญญาณในเฟรมข้อมูลถัดไปก่อนเพื่อที่จะใช้ในการประมาณคุณลักษณะของช่องสัญญาณในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลในเฟรมปัจจุบัน ดังนั้นจึงทำให้เกิดการประวิงเวลาขึ้นในขั้นตอนการประมาณ และยังต้องการบัฟเฟอร์สำหรับเก็บค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณเพิ่มขึ้นอีกด้วย

3.4.2 การปรับปรุงค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณภายในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าในช่วงแบบเชิงเส้น (Linear Interpolation)

การปรับปรุงค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณภายในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูล โดยวิธีการประมาณค่าในช่วงแบบเชิงเส้นนั้น จะมีลักษณะแตกต่างจากกระบวนการปรับปรุงค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณ ในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการเฉลี่ย คือ แทนที่จะใช้ค่าเฉลี่ยของค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณที่ประมาณได้จากส่วนต้นของเฟรมข้อมูลที่สนใจ และค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณที่ประมาณได้จากส่วนต้นของเฟรมข้อมูลถัดไป เช่นในกรณีของกระบวนการปรับปรุงค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณ ในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการเฉลี่ย แต่จะใช้กระบวนการประมาณค่าในช่วงแบบเชิงเส้นในการประมาณค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณในแต่ละสัญลักษณ์ในช่วงสัญลักษณ์ข้อมูล ดังแสดงในรูปที่ 3.7



รูปที่ 3.7 การปรับปรุงค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าในช่วงแบบเชิงเส้น

โดยค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณของแต่ละคลื่นพาห์ย่อยภายในส่วนที่เป็นสัญลักษณ์ข้อมูลของกระบวนการการปรับปรุงค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณภายในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าในช่วงแบบเชิงเส้น สามารถแสดงได้ ดังนี้

$$\hat{h}_d(i) = \hat{h}_{p1} + \frac{\left(\hat{h}_{p2} - \hat{h}_{p1}\right)i}{L} \tag{3.33}$$

โดย $\hat{h}_d(i)$ คือ ค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณโดยประมาณ ณ ตำแหน่งสัญลักษณ์ที่ i ของสัญลักษณ์ข้อมูล

$\hat{h}_{p1}$ คือ ค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณที่ประมาณได้จากส่วนต้นของเฟรมข้อมูลที่สนใจ

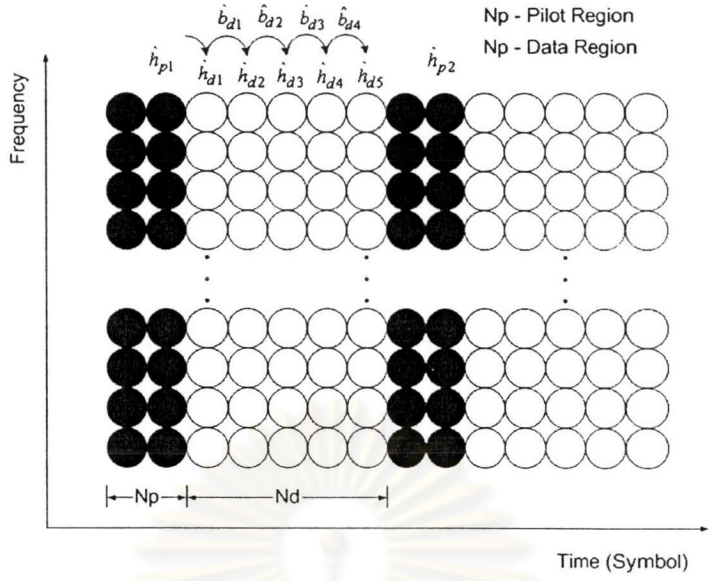
$\hat{h}_{p2}$ คือ ค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณที่ประมาณได้จากส่วนต้นของเฟรมข้อมูลถัดไป

L คือ ความกว้างของช่วงสัญลักษณ์ข้อมูล (สัญลักษณ์)

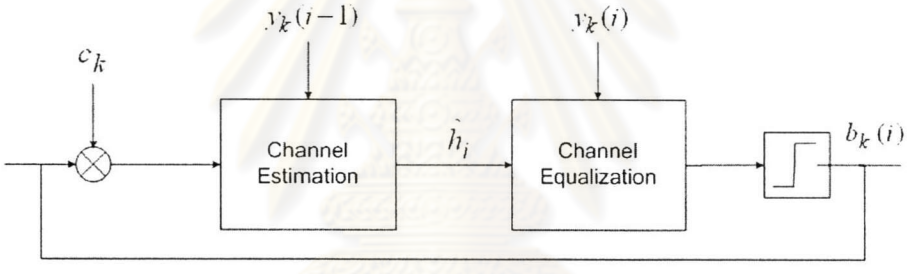
การปรับปรุงค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณภายในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าในช่วงแบบเชิงเส้นนั้น นอกจากจะให้ค่าความผิดพลาดของคุณลักษณะช่องสัญญาณที่ประมาณได้ในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลที่ต่ำกว่าแล้ว ยังมีความสามารถในการติดตามการเปลี่ยนแปลงของช่องสัญญาณที่ดีกว่า เมื่อเทียบกับการปรับปรุงค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการเฉลี่ย อนึ่งการปรับปรุงค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณภายในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าในช่วงแบบเชิงเส้นนั้นมีความต้องการบัฟเฟอร์สำหรับเก็บค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณในการประมาณเช่นเดียวกันกับในกรณีของการปรับปรุงค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการเฉลี่ย และยังมีค่าความซับซ้อนในการคำนวณที่เพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยอีกด้วย

3.4.3 การปรับปรุงค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณภายในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการชี้นำจากกระบวนการตัดสินใจ (Decision Direct)

การปรับปรุงค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณภายในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูล โดยวิธีการชี้นำจากกระบวนการตัดสินใจนั้นจะอาศัยหลักการคือ ภายในส่วนต้นของเฟรมข้อมูลค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณจะถูกประมาณโดยอาศัยสัญลักษณ์นำร่อง จากนั้นเมื่อถึงส่วนปลายของเฟรมข้อมูลซึ่งเป็นส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลระบบจะใช้ค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณที่ประมาณได้โดยสัญลักษณ์นำร่องในส่วนต้นของเฟรมข้อมูลเป็นค่าตั้งต้น และจะใช้ค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณนี้ในการปรับแก้ค่าสัญญาณที่รับได้ จากนั้นระบบจะทำการตัดสินสัญลักษณ์ข้อมูลตามปกติ จากนั้นจะนำค่าสัญลักษณ์ข้อมูลที่ได้จากการตัดสินมาคูณกลับด้วยรหัสแผ่ของผู้ใช้ แล้วจึงนำสัญญาณที่ได้ไปใช้สำหรับคำนวณหาค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณในสัญลักษณ์ต่อไป และกระทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนหมดเฟรมข้อมูล ดังแสดงในรูปที่ 3.8 และ 3.9



รูปที่ 3.8 รูปแบบเฟรมข้อมูลของการปรับปรุงค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณ
ในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการชี้นำจากกระบวนการตัดสินใจ



รูปที่ 3.9 การปรับปรุงค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูล
โดยวิธีการชี้นำจากกระบวนการตัดสินใจ

การปรับปรุงค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณภายในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูล โดยวิธีการชี้นำจากกระบวนการตัดสินใจนั้นจะมีค่าความสามารถในการติดตามการเปลี่ยนแปลงของช่องสัญญาณได้เป็นอย่างดี เมื่อเปรียบเทียบกับการปรับปรุงค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณภายในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการเฉลี่ย และการปรับปรุงค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณภายในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าในช่วงแบบเชิงเส้น เนื่องมาจากค่าผลตอบสนองของช่องสัญญาณจะถูกคำนวณขึ้นใหม่ทุก ๆ สัญลักษณ์ภายในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยอาศัยค่าผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่คำนวณได้ของสัญลักษณ์ข้อมูลก่อนหน้า ต่างจากกระบวนการปรับปรุงค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณภายในส่วนสัญลักษณ์ข้อมูลประเภทอื่น ซึ่งการค่าผลตอบสนองของช่องสัญญาณจะเกิดขึ้นเฉพาะส่วนที่เป็นสัญลักษณ์นำร่องเท่านั้น อนึ่งจะพบว่าการปรับปรุงค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณภายในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูล โดยวิธีการชี้นำ

จากกระบวนการตัดสินใจนั้นจะมีค่าความซับซ้อนในการคำนวณสูง เมื่อเทียบกับการปรับปรุงค่าคุณลักษณะช่องสัญญาณภายในส่วนของสัญลักษณ์ข้อมูลโดยวิธีการอื่น ๆ อีกทั้งการที่ค่าคุณลักษณะของช่องสัญญาณที่ทำการประมาณ ขึ้นอยู่กับค่าความถูกต้องในการตัดสินสัญลักษณ์ข้อมูลในสัญลักษณ์ก่อนหน้าจึงอาจส่งผลให้มีการเกิดค่าความผิดพลาดสะสม (Propagation Error) ขึ้นในระบบในกรณีที่มีการตัดสินสัญลักษณ์ข้อมูลผิดพลาด ซึ่งอาจก่อให้เกิดการลู่ออกของระบบขึ้นได้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย