บทที่ 2

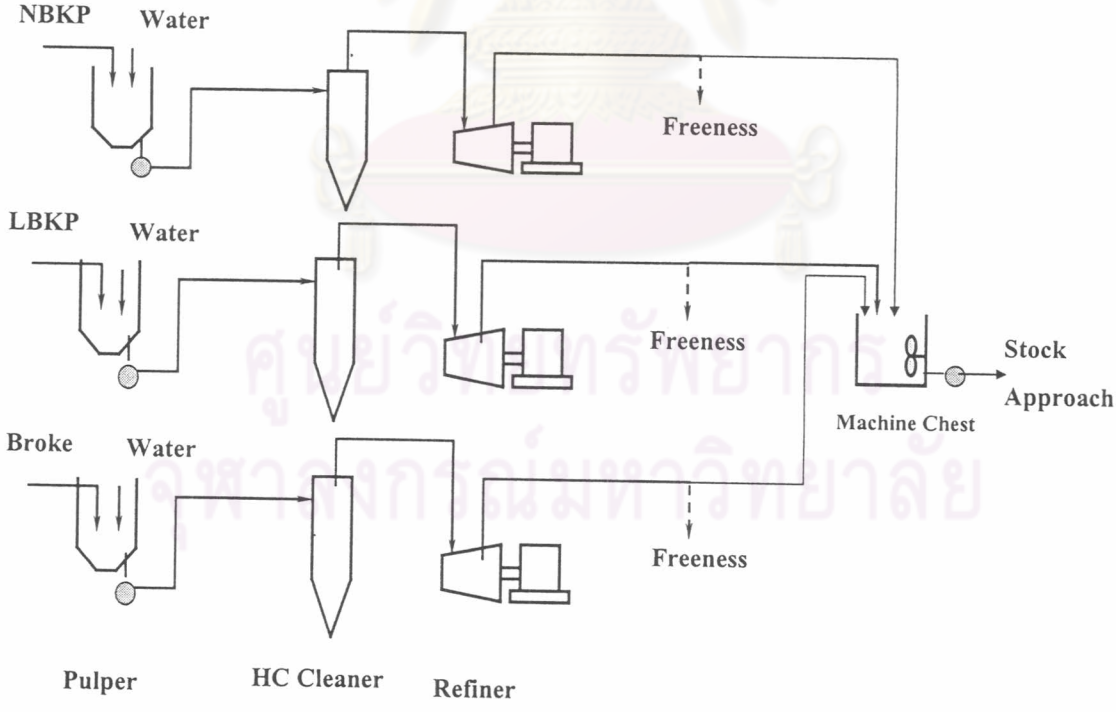
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 กระบวนการผลิตกระดาษ

แบ่งเป็น 3 ขั้นตอนหลักๆ คือ

1. การเตรียมเยื่อ (Stock Preparation)

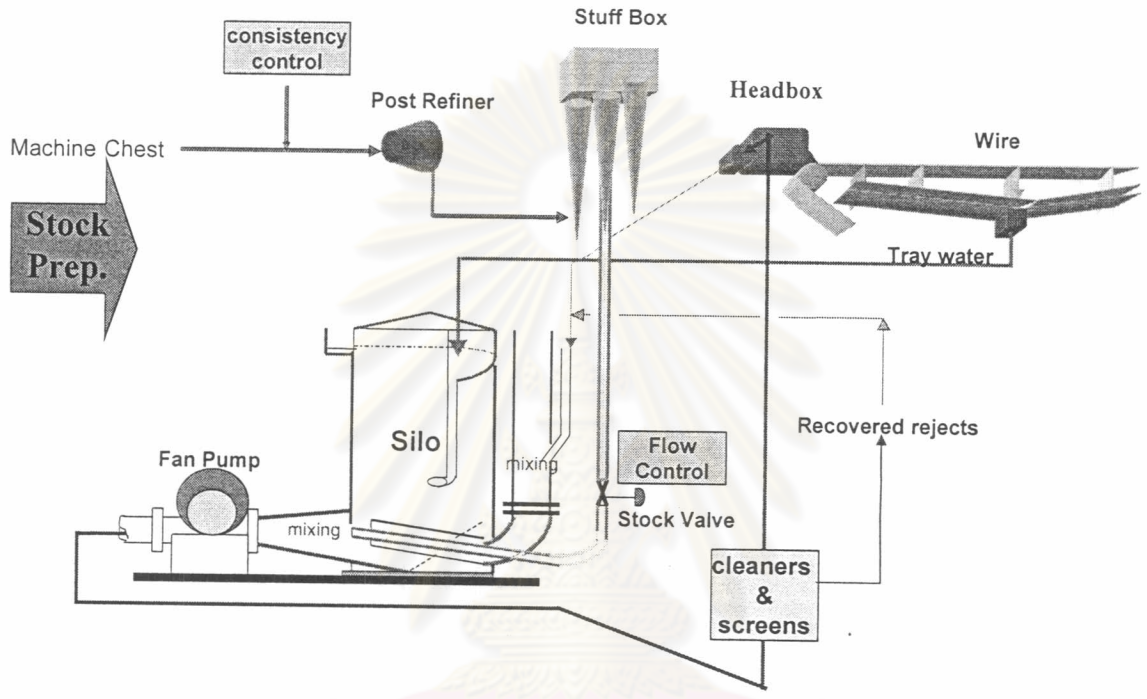
กระบวนการผลิตกระดาษเริ่มต้นด้วยการนำแผ่นเยื่อซึ่งมี 3 ชนิด คือ เยื่อใยยาว (NBKP) เยื่อใยสั้น (LBKP) และเยื่อเศษกระดาษ (Broke) ที่มีความชื้นประมาณ 10% ใส่ลงในโม่ปั่นเยื่อ (Pulper) แล้วเติมน้ำและปั่นจนแผ่นเยื่อกระจายตัวแยกกันเป็นเส้นใย โดยน้ำเยื่อ (Stock) มีความเข้มข้น (Consitency) ประมาณ 6% แล้วส่งไปผ่านการทำความสะอาดที่ HC Cleaner เพื่อแยกสิ่งสกปรกที่หนักกว่าเยื่อออก หลังจากนั้นจึงไปผ่านการบดเยื่อที่เครื่องบดเยื่อ (Refiner) เพื่อให้เส้นใยมีคุณสมบัติด้านความแข็งแรง (Strength) เพิ่มขึ้น แล้วเยื่อที่ผ่านการบดในแต่ละสายจะไปผสมกันที่บ่อเยื่อ (Machine Chest) ในอัตราส่วนที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับชนิดของกระดาษ โดยขั้นตอนการเตรียมเยื่อเป็นดังรูปที่ 2-1



รูปที่ 2-1 แสดงขั้นตอนการเตรียมเยื่อ (Stock Preparation)

2. Stock Approach เป็นช่วงที่ส่งเยื่อที่เตรียมแล้วไปยังตัวปล่อยเยื่อ

เยื่อจากบ่อเยื่อ (Machine Chest) จะผ่านการบดเยื่อที่ Post Refiner เพื่อปรับคุณสมบัติเยื่ออีกครั้ง แล้วจึงส่งต่อไปยัง Stuffbox แล้วไปยัง Silo เพื่อไปผสมกับน้ำขาว ทำให้ความเข้มข้น (Consistency) ของเยื่อลดลงเหลือประมาณ 0.3-0.7% หลังจากนั้น Fan Pump จะปั๊มน้ำเยื่อนี้ส่งไปแยกสิ่งสกปรกที่ Screen & Cleaner และต่อไปยังตัวปล่อยเยื่อ (Headbox) โดยมีขั้นตอนดังรูปที่ 2-2



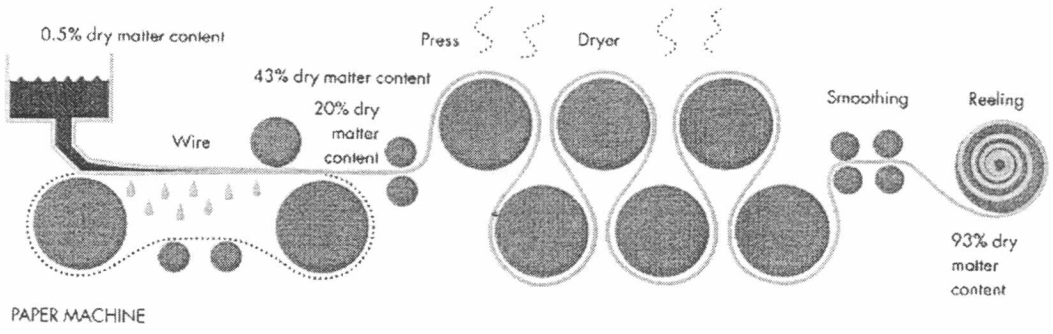
รูปที่ 2-2 แสดงขั้นตอน Stock Approach

3. การผลิตเป็นแผ่นกระดาษ

น้ำเยื่อจากตัวปล่อยเยื่อความเข้มข้น 0.3-0.7% จะถูกปล่อยออกทางปาก slice ลงบนตะแกรง (Wire) ซึ่งวิ่งอยู่ โดยใต้ตะแกรงจะมี Foil เป็นอุปกรณ์ในการปาดน้ำในน้ำเยื่อออกทางใต้ตะแกรง ทำให้เยื่อบนตะแกรงแห้งสานตัวกันเป็นแผ่นเยื่อ โดยเยื่อที่ผ่านช่วงตะแกรงไปแล้วจะมีความเข้มข้นเพิ่มขึ้นเป็น 20%

หลังจากนั้นแผ่นเยื่อจะเข้าสู่ชุดลูกกด (Press Part) ซึ่งมีลูกโรล 2 ลูกกดกระดาษเพื่อรีดน้ำออกจนมีความเข้มข้นเพิ่มเป็น 43%

ต่อจากนั้นกระดาษจะเข้าสู่ช่วงลูกอบ (Dryer Part) ซึ่งมีลูกอบเรียงต่อกัน 33 ลูก โดยภายในลูกอบมีไอน้ำเพื่อถ่ายเทความร้อนผ่านลูกอบไปยังกระดาษ ทำให้น้ำในกระดาษระเหยออกจนมีความเข้มข้น 93-97% แล้วจึงเข้าม้วนกระดาษ โดยมีขั้นตอนดังรูปที่ 2-3

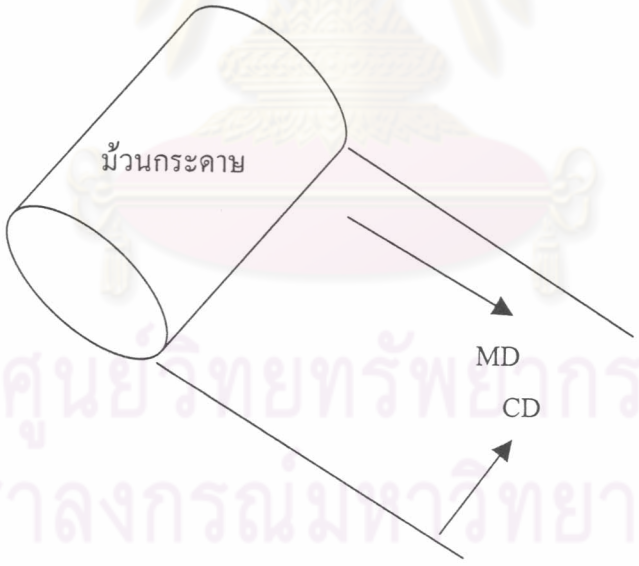


รูปที่ 2-3 แสดงขั้นตอนการผลิตกระดาษที่เครื่องผลิตกระดาษ

2.2 ความแปรปรวนในกระบวนการผลิตกระดาษ

ปัจจัยที่มีผลต่อความแปรปรวนของกระดาษ แบ่งได้เป็น 2 ปัจจัย (ดังรูปที่ 2-4) คือ

1. ปัจจัยในแนวตามยาวเครื่อง (Machine Direction, MD)
2. ปัจจัยในแนวตามขวางเครื่อง (Cross Direction, CD)

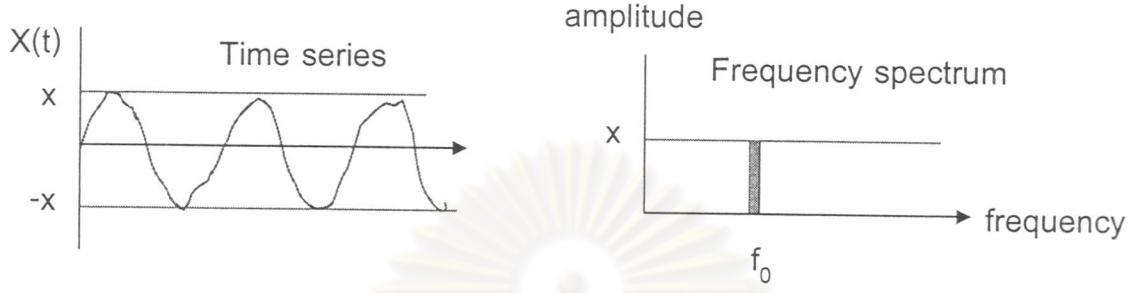


รูปที่ 2-4 แสดงทิศทางของแนวกระดาษ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ความแปรปรวนในแนวตามยาวเครื่องที่เกิดขึ้นแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

1. periodic variation เป็นความแปรปรวนที่มีลักษณะคงที่ตามคาบเวลา เมื่อแปลงเป็น spectrum จะได้ความถี่ที่แน่นอน ดังรูปที่ 2-5



รูปที่ 2-5 แสดงลักษณะของ periodic variation

2. random variation เป็นความแปรปรวนที่มีลักษณะไม่แน่นอน ดังรูปที่ 2-6

รูปที่ 2-6 แสดงลักษณะของ random variation

(อาจารย์ สมชาติ รุ่งอินทร์ , 2544) ได้สรุปเกี่ยวกับความแปรปรวนของกระดาษไว้ดังนี้

ความแปรปรวนในแนวตามยาวเครื่อง (md variability)

ความแปรปรวนที่เกิดขึ้นในกระบวนผลิตกระดาษแต่ละขั้น นับตั้งแต่การเตรียมเยื่อ (stock preparation) ทำให้เกิดความไม่สม่ำเสมอในกระดาษตามเวลา หรือแนวตามยาวเครื่อง (machine direction) วิธีหนึ่งในการบรรยายลักษณะความไม่สม่ำเสมอ ได้แก่การระบุ frequency และ wavelength โดยอนุโลมว่าปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นเป็นข้อมูลแบบ periodic ดังนั้นจึงสามารถบรรยายความไม่สม่ำเสมอด้วยสมการง่ายๆดังนี้

$$v = f \times \lambda \qquad 1)$$

โดยที่ v = machine speed , m/s

f = frequency , Hz.

λ = wavelength , m ใช้แทนขนาดหรือระยะบนกระดาษ

และ คาบ , $T = 1/f$ 2)

ตัวอย่าง เช่น เราพบการแกว่งของน้ำหนักกระดาษเป็นคาบ มีระยะห่างประมาณ 67 เซนติเมตร เครื่องผลิตกระดาษ เดินด้วยความเร็ว 600 เมตร/นาที ดังนั้นคาบของการแกว่ง T = 0.67m/(10m/s) = 0.067 s ความถี่ของการแกว่งจะมีค่าประมาณ 15 Hz หรือ 900 รอบต่อนาที เราสามารถตรวจสอบต่อไปได้ว่า ความถี่นี้ตรงกับ rotation frequency ของอุปกรณ์ใด ซึ่งอาจเป็นสาเหตุของปัญหา

ความแปรปรวนในแนวตามขวางเครื่อง (cd variability)

จุดที่ทำให้เกิดความไม่สม่ำเสมอตามแนวขวางเครื่องของกระดาษ เริ่มตั้งแต่เมื่อหน้าตัดของน้ำเยื่อเปลี่ยนจากรูปวงกลมตามหน้าตัดของท่อ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าตามลักษณะของระบบการกระจายเยื่อ (stock distribution system) ผ่านส่วนต่างๆในตัวปล่อยเยื่อ (Headbox) ผ่านปาก slice เข้าส่วนเดินแผ่น (forming section) โดยน้ำเยื่อมีความหนาเพียงสิบกว่ามิลลิเมตร ความบกพร่องในการออกแบบ การปฏิบัติงานและดูแลรักษา ทำให้เกิดความไม่สม่ำเสมอในการไหลของน้ำเยื่อตลอดหน้ากว้างในแนวขวางเครื่อง เช่น การปรับสกรูเพื่อกดหรือยก slice ที่ตำแหน่งหนึ่งทำให้ความหนาของน้ำเยื่อเปลี่ยนไป เป็นผลให้น้ำหนักกระดาษและการเรียงตัวของเส้นใยเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย

<u>การวิเคราะห์ความแปรปรวนของสมบัติกระดาษ</u>

ในการทดสอบตัวอย่างในห้องปฏิบัติการ ถ้าเราตัดกระดาษจากม้วนให้เป็นแถบกว้างพอควรตามแนว cd ลึกลงไปตามเส้นรัศมีให้ได้กระดาษจำนวน m แถบ จะได้กระดาษที่ผลิตตามลำดับเวลาหรือระยะทางตามยาวของม้วน นำผลการทดสอบน้ำหนักกระดาษ n ตำแหน่งห่างเท่าๆกันตลอดหน้ากว้างจาก m แผ่นเรียงตามลำดับ (ดูตารางที่ 2-1) มาวิเคราะห์ทางสถิติเพื่อแยกความแปรปรวนตามแนวหลักสองแนวออกจากกัน (2-way analysis of variance without replicate) โดยใช้สมมุติฐานของ random effect model เราจะได้รับข้อมูลดังนี้

- ความแปรปรวนตามแนวหลักทั้งสองแนว (md/cd) มีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่
- ค่า standard deviation (σ) จำนวน 4 ค่า ได้แก่

1. σ_{total} หมายถึง standard deviation ของผลการวัดแต่ละค่าจำนวน mn ค่า
2. σ_{md} หมายถึง standard deviation ของผลในแนวตามยาวเครื่อง (MD)
3. σ_{cd} หมายถึง standard deviation ของผลในแนวตามขวางเครื่อง (CD)
4. $\sigma_{residual}$ หมายถึง standard deviation แบบ random ซึ่งแยกไม่ได้ว่าเป็นแนวใด

โดยที่ $\sigma^2 total = \sigma^2 md + \sigma^2 cd + \sigma^2 residual$ ค่า σ^2 = variance

ตารางที่ 2-1 ข้อมูลผลการวัดตามแนว MD และ CD

Strip/scan	CD Positions										strip/scan
number	1	2	3	.	.	j	.	.	.	*n*	average
1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	.	.	X_{1j}	.	.	.	X_{1n}	$\overline{x_1}$
2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	.	.	X_{2j}	.	.	.	X_{2n}	$\overline{x_2}$
3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	.	.	X_{3j}	.	.	.	X_{3n}	$\overline{x_3}$
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
i	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	.	.	X_{ij}	.	.	.	X_{in}	$\overline{x_i}$
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
m	X_{m1}	X_{m2}	X_{m3}	.	.	X_{mj}	.	.	.	X_{mn}	$\overline{x_m}$
CD position											
average	$\overline{y_1}$	$\overline{y_2}$	.	.	.	$\overline{y_j}$	.	.	.	$\overline{y_n}$	

เนื่องจากการชักตัวอย่างทำให้กระดาษเสียหายและเป็นไปไม่ได้ที่จะทดสอบกระดาษทั้งม้วนในทางปฏิบัติ เราจะใช้กระดาษที่ตัดตลอดหน้ากว้างซึ่งเรียกว่า cd strips ไม่น้อยกว่า 20 แผ่น ($m \geq 20$) ดังนั้น σmd จึงเป็นตัวบ่งชี้ความไม่สม่ำเสมอของกระดาษในช่วงเวลาไม่กี่วินาทีบนเครื่องเดินแผ่นที่วิ่งเร็ว ส่วน σresidual เป็นตัวบ่งชี้ผลรวมของการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของ cd profile ตามเวลา (profile instability ซึ่งอาจเกิดจาก flow instability ในตัวปล่อยเยื่อ) และ random variation แท้ๆซึ่งรวมถึงความไม่แน่นอนในการวัด Burns แนะนำให้ใช้ Tukey's nonadditivity test เพื่อทดสอบนัยสำคัญของ interaction term (md×cd) ซึ่งเป็นตัวชี้การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของ cd profile

ความชัดเจนของข้อมูลที่ได้ขึ้นกับจำนวนตำแหน่งที่วัดตามแนวขวางเครื่องและความเที่ยง (precision) ในทุกขั้นตอนของการทำงาน แม้ว่าวิธีนี้จะมีข้อจำกัดด้านการใช้ประโยชน์จาก σmd แต่เราสามารถใช้ประเมินประสิทธิผลของการควบคุมความไม่สม่ำเสมอในแนวขวางเครื่องได้อย่างถูกต้อง

สรุป

เรื่องของความไม่สม่ำเสมอที่กล่าวถึง เป็นเพียงพื้นฐานเพื่อการเริ่มต้นทำความเข้าใจกับต้นเหตุปัญหาความไม่สม่ำเสมอของคุณภาพกระดาษจะเห็นได้ว่าต้นเหตุของปัญหาอยู่ที่ความบกพร่อง (deficiency) ในหัวใจของการผลิตสามประการคือ design/operation/maintenance ซึ่งเป็นสิ่งที่ต้องรู้และแก้ไขให้ดีที่สุด ด้วยความรู้ที่ถูกต้องในการผลิต วิศวกรรมการควบคุม และวางแนวทางในการดูแลรักษาเครื่องจักร เพื่อลดความสูญเสียและปรับปรุงคุณภาพให้ดีขึ้นอย่างต่อเนื่อง ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อทั้งผู้ผลิตและผู้ใช้ และลดความสูญเปล่าทางเศรษฐกิจของส่วนรวม

2.3 การวิเคราะห์ความถูกต้องและแม่นยำของระบบการวัด

(ดำรง ทวีแสงสกุลไทย , 2538) ได้นิยามคำว่า ความแม่นยำและความเที่ยงตรง ดังนี้

ความแม่นยำ (Precision) คือ ความสามารถในการวัดที่ให้ผลค่าที่ใกล้เคียงกันมาก ค่าไม่กระจัดกระจาย และจะให้ความแม่นยำไม่เปลี่ยนค่ามาก ไม่มีการปรบวิธีการหรือปรับเครื่องมือวัด

ความเที่ยงตรง (Accuracy) คือ ความสามารถในการวัดที่ให้ค่าใกล้ความจริงมาก ผลต่างของค่าจริงและค่าวัดโดยเฉลี่ยน้อยมาก

(กิตติศักดิ์ พลอยพานิชเจริญ , 2542) การวิเคราะห์ความแม่นยำ มุ่งพิจารณา 2 ประเด็นหลัก คือ คุณสมบัติเชิงสถิติของค่าวัดมีความไวต่อเทคนิคของพนักงานวัดหรืออุปกรณ์การวัดหรือไม่ และระบบการวัดที่พิจารณามีความสามารถในการตรวจจับความผันแปรของผลิตภัณฑ์ที่แสดงความผันแปรของกระบวนการผลิตหรือไม่

คุณสมบัติด้านความแม่นยำนี้ ถ้าหากมีการจำแนกตามช่วงเวลาที่เกิดขึ้นแล้วจะได้รับการแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ความสามารถในการทำซ้ำ หรือ รีพีททะบิลิตี้ (Repeatability) และความสามารถในการทำเหมือน หรือ รีโปรดิวซิบิลิตี้ (Reproducibility) โดยที่รีพีททะบิลิตี้ของระบบการวัด หมายถึง ค่าความแตกต่างในการวัดอย่างต่อเนื่องกับชิ้นงานเดียวกันด้วยเครื่องมือเดียวกันและด้วยพนักงานคนเดียวกัน ซึ่งโดยปกติจะใช้ค่ารีพีททะบิลิตี้ในการประมาณค่าความผันแปรของระบบการวัดในระยะสั้น (Short-term Measurement) ส่วนรีโปรดิวซิบิลิตี้ของระบบการวัด หมายถึง ค่าความแตกต่างในค่าเฉลี่ยของการวัดงานชิ้นเดียวกันด้วยเครื่องมือเดียวกัน แต่ต่างพนักงานกัน และโดยปกติจะใช้ค่ารีโปรดิวซิบิลิตี้ในการประมาณค่าความผันแปรของระบบการวัดในระยะยาว (Long-tem Measurement) นอกจากนี้ อาจจะกล่าวอย่างสั้นๆ ได้ว่า รีพีททะบิลิตี้ คือ ความผันแปรในเงื่อนไขการวัดเดียวกัน ในขณะที่รีโปรดิวซิบิลิตี้ คือ ความผันแปรระหว่างเงื่อนไขของการวัด โดยเงื่อนไขที่กล่าวนี้ อาจจะหมายถึง พนักงานวัด และเงื่อนไขของสภาพแวดล้อม เป็นต้น

ในการประเมินผลค่ารีพีททะบิลิตี้ และรีโปรดิวซิบิลิตี้ของระบบการวัด (Gage Pepeatability and Reproducibility-GR&R) จะหมายถึง การประเมินผลค่าผันแปรอันเนื่องมาจากการวัดค่าจริงของงานหนึ่งแบบซ้ำๆ ภายใต้เงื่อนไขเดียวกัน แล้วมีการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขเดียวกัน

<u>การวางแผนศึกษารีพีททะบิลิตี้ และรีโปรดิวซิบิลิตี้ของระบบการวัด</u>

1. วิธีการและเวลาที่จะมีการสอบเทียบเครื่องมือวัด การสอบเทียบเครื่องมือวัดถือเป็นการดำเนินการที่มีความสำคัญมากต่อการพิจารณาถึงความคลาดเคลื่อนด้านความถูกต้องในระบบการวัด โดยปกติแล้วจะต้องมีการสอบเทียบก่อนการศึกษารีพีททะบิลิตี้และรีโปรดิวซิบิลิตี้จะเริ่มต้นขึ้น และไม่ควรจะมีการสอบเทียบใหม่ถ้าหากการศึกษายังไม่สิ้นสุด เพราะถ้าหามีการสอบเทียบใหม่ในระหว่างการศึกษา จะทำให้เกิดความผันแปรจากการสอบเทียบรวมอยู่กับค่ารีพีททะบิลิตี้ของระบบการวัดด้วย

2. จำนวนพนักงานวัดที่ใช้สำหรับการศึกษา GR&R ในการกำหนดจำนวนพนักงานวัดที่เหมาะสมสำหรับการศึกษานั้น มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องพิจารณาก่อนว่าในระบบการผลิตมีพนักงานวัด (คือผู้ใช้เครื่องมือวัดในการกำหนดค่าตัวเลขกับชิ้นงานเพื่อการตัดสินใจ) ในกรณีที่ระบบการวัดมีพนักงานวัดจำนวนหลายคน ให้ทำการสุ่มพนักงานวัดมาทำการศึกษาอย่างน้อย 2 คน โดยพนักงานวัดทุกคนต้องผ่านการฝึกอบรมและปฏิบัติงานเกี่ยวกันงานวัดในอุปกรณ์วัดที่ทำการศึกษาสำหรับงานประจำ

3. จำนวนสิ่งตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา GR&R จำนวนสิ่งตัวอย่างที่จะใช้ในการศึกษานั้น โดยปกติจะแนะนำไว้ที่ 10 สิ่งตัวอย่าง ซึ่งถ้าหากไม่สามารถดำเนินการได้ จะต้องพยายามให้ (จำนวนของสิ่งตัวอย่าง) x (จำนวนของพนักงานวัด) มากกว่า 15 และถ้าหากไม่สามารถดำเนินการได้ให้เพิ่มจำนวนซ้ำของการวัดในแต่ละสิ่งตัวอย่าง และสิ่งตัวอย่างที่จะใช้ในการวัดนี้ต้องเป็นสิ่งตัวอย่าที่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ และในกรณีที่จะทำให้ระบบการวัดมีคุณภาพด้านความผันแปรเพียงพอต่อการตรวจจับความผันแปรของชิ้นงานในกระบวนการแล้ว จะต้องทำให้ข้อมูลแบ่งแยกได้ไม่ต่ำกว่า 5 กลุ่ม

4. จำนวนครั้งในการวัดซ้ำสำหรับสิ่งตัวอย่างแต่ละชิ้น โดยปกติแล้วมักจะแนะนำให้ทำการวัดซ้ำที่แต่ละสิ่งตัวอย่างด้วยจำนวนซ้ำเท่าๆกัน (เรียกการทดลองแบบนี้ว่า balance design) ซึ่งโดยทั่วไปจะกำหนดให้มีการวัดซ้ำสำหรับพนักงานวัดแต่ละคนด้วยจำนวน 2-3 ครั้งต่อชิ้นงานแต่ละชิ้น

5. วิธีการลดความผันแปรภายในสิ่งตัวอย่างของการศึกษา GR&R ในการศึกษา GR&R บางกรณีนั้น จะไม่สามารถกำจัดความผันแปรภายในสิ่งตัวอย่างออกจากการวัดซ้ำ (หรือการประเมินรีพีททะบิลิตี้ได้) จึงต้องมีความพยายามเลือกงานในล็อตให้มีความใกล้เคียงกันมากที่สุด

6. วิธีการประเมินผลรีพีททะบิลิตี้และรีโปรดิวซิบิลิตี้ มีทั้งหมด 3 วิธี แต่ในที่นี้จะขออธิบายวิธีอาศัยการวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA)

1. วิธีอาศัยค่าพิสัย (Range Method)

2. วิธีอาศัยค่าเฉลี่ยและพิสัย (Average and Range Method)

3. วิธีอาศัยการวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) วิธีนี้เหมาะกับการวิเคราะห์ผลการศึกษาที่ได้มาจากการออกแบบการทดลองเพื่อพิจารณาว่าพนักงาน และชิ้นงานเป็นสาเหตุความผันแปรอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่ และวิธีการนี้จะสามารถแยกความผันแปรจากสาเหตุร่วมระหว่างชิ้นงานและพนักงานวัดออกจากค่ารีพีททะบิลิตี้ได้ แต่อย่างไรก็ดีวิธีการนี้มีข้อเสียตรงที่ยุ่งยากในการคำนวณ แต่ส่วนใหญ่วิธีการนี้จะใช้กับกรณีการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการช่วยคำนวณ

ในการตีความหมายผลการวิเคราะห์จากตาราง ANOVA จะต้องเริ่มจากการวิเคราะห์ความมีนัยสำคัญของอิทธิพลร่วม (Interaction Effect) ระหว่างพนักงานและชิ้นงานก่อนเสมอ ซึ่งถ้าพบว่ามีอิทธิพลร่วมระหว่างพนักงานและชิ้นงานมีนัยสำคัญ แสดงว่าเมื่อเปลี่ยนชิ้นงานให้พนักงานคนเดิมทำการวัดแล้วผลการวัดจะเปลี่ยนไป ซึ่งจะพบว่าอิทธิพลร่วมมีผลมาก และในกรณีที่อิทธพลร่วมมีนัยสำคัญนี้ก็ไม่มีความจำเป็นต้องตีความหมายจากอทธิพลหลัก (Main Effect) ของพนักงานวัด หรือชิ้นงานอีก เพราะว่าแม้อิทธิพลหลักของพนักงานวัดจะดูเหมือนมีผลอย่างไม่มีนัยสำคัญ แต่แท้จริงแล้วมีอิทธิพลมาก

2.4 การแจกแจงปกติ (Normal Distribution)

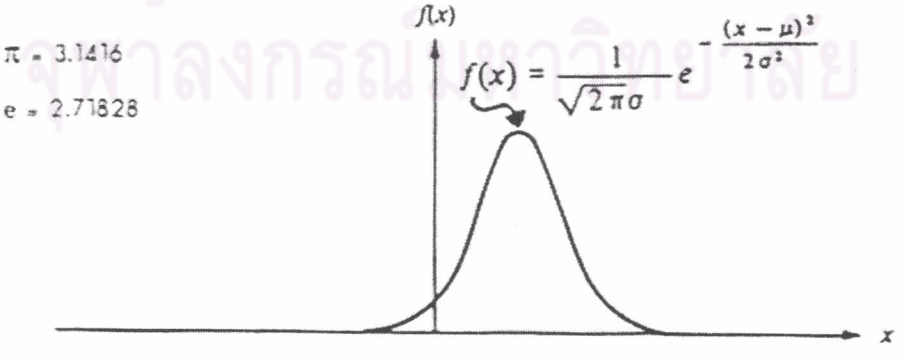
การแจกแจงข้อมูลมีหลายชนิด แต่ข้อมูลที่ได้จากการวัดคุณสมบัติทางคุณภาพของงานในการผลิต ซึ่งจะมีตัวแปรต่างๆ และมีความผันแปรในสภาพแวดล้อมขณะทำการผลิตเป็นปกติ มักจะมีการกระจายแบบปกติเช่นนี้ ดังนั้นเราจึงต้องศึกษาเส้นโค้งปกติเช่นนี้เอาไว้ ดังนี้

คุณสมบัติสำคัญของการแจกแจงปกติ

1. เส้นโค้งจะมีลักษณะสมมาตรกันซ้ายกับขวา เราเรียกว่า เส้นโค้งปกติ
2. จุดสูงสุดของเส้นโค้งจะอยู่ ณ ค่าวัดที่มีความถี่สูงสุดและจะค่อยๆลดลงไปเท่าๆกัน ทั้ง 2 ข้าง
3. สมการของเส้นโค้งชนิดนี้แทนได้ด้วยสมการหรือฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

$$f(x) = 1/(\sqrt{2}\ \pi\sigma)\, e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)} \qquad 1)$$

ซึ่งแสดงดังรูปที่ 2-7



รูปที่ 2-7 รูปร่างของเส้นโค้งปกติ (Normal Curve)

<u>คุณลักษณะเฉพาะตัวของการแจกแจงปกติ</u>

จากสมการที่ 1 เราพบว่ามีตัวแปร 2 ตัว คือ μ และ σ^2 ดังนั้นการแจกแจงปกติจึงมีคุณลักษณะเฉพาะตัวซึ่งถูกควบคุมด้วยตัวแปร μ และ σ^2 ซึ่งเราสามารถเขียนเป็นสัญลักษณ์แทนได้สั้นๆ ว่า $N(\mu,\sigma^2)$

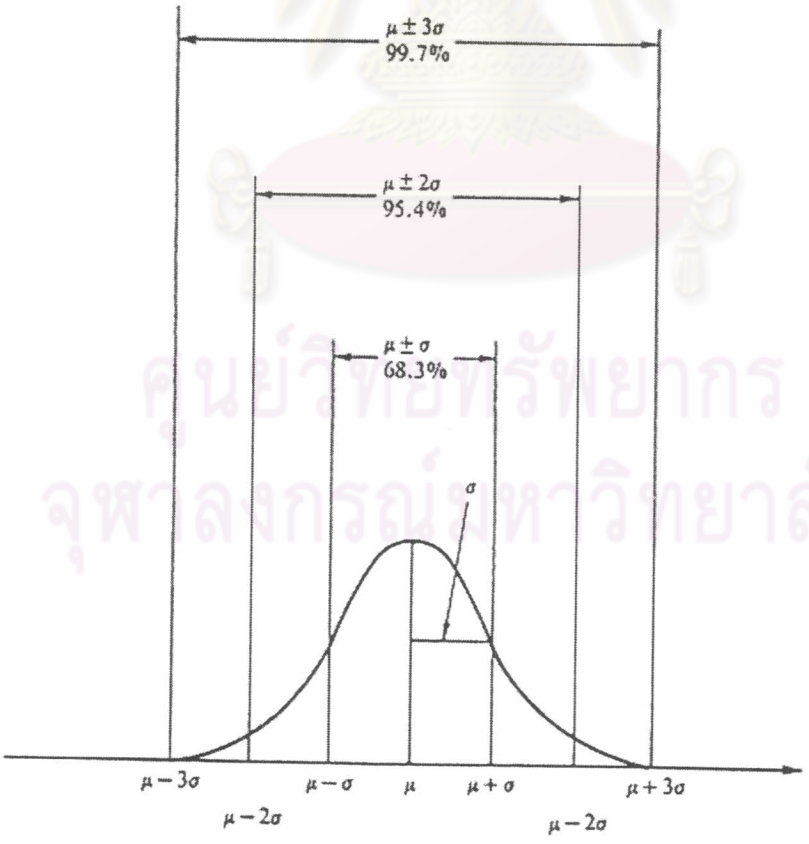
μ คือ จุดกลางของการแจกแจงข้อมูล นั่นคือค่าเฉลี่ยของข้อมูล

σ คือ ความกระจายตัวของข้อมูลเมื่อเทียบกับจุดกลางหรือค่าเฉลี่ย นั่นคือค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

เมื่อเราได้ข้อมูลชุดใดๆมาและได้คำนวณค่าเฉลี่ยของข้อมูลชุดนั้น เราสามารถปรับค่าพารามิเตอร์เพื่อให้สามารถใช้ค่าจากตารางความน่าจะเป็นของเส้นโค้งปกติที่เป็นมาตรฐานได้ วิธีการปรับค่าเฉลี่ยให้เข้าสู่เส้นโค้งปกติมาตรฐาน (Standard Normal Distribution) ทำได้โดยกำหนดพารามิเตอร์อีก 1 ค่า คือ z โดยให้มีค่าดังนี้

$$z = (x - \mu)/\sigma \qquad 2)$$

เมื่อปรับเข้าสู่เส้นโค้งปกติมาตรฐานแล้ว เราเขียนสัญลักษณ์แทนได้เป็น $N(0,1^2)$ หมายความว่า ที่เส้นโค้งปกติมาตรฐานนั้นค่าเฉลี่ยจะอยู่ที่ค่า 0 และความแปรปรวนมีค่า 1



รูปที่ 2-8 แสดงความสัมพันธ์ของค่าความน่าจะเป็นของเส้นโค้งปกติที่มีค่า μ และ σ

จากรูปที่ 2-8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความสูงของเส้นโค้ง ณ จุดใดๆบนแกนนอน โดยวัดออกไปทางซ้ายและขวาของจุดกลางโค้ง คือจากค่า z ของ $N(\mu,\sigma^2)$ อันหนึ่ง โดยแกนนอนให้มีค่าเป็นหน่วยของ z ตามสมการที่ 2

โดยธรรมชาติแล้ว เส้นโค้งปกติที่มีสมการตามสมการที่ 1 เส้นโค้งจะสัมผัสกับแกนนอน (คือ มีค่า $f(x) = 0$ ที่ $\pm\infty$)

แต่ทว่า จากรูปที่ 2-8 เราพบว่าที่ระยะ $\pm3\sigma$ จากค่า μ นั้นเส้นโค้งจะต่ำลงใกล้กับแนวนอนมากๆ และพื้นที่ใต้เส้นโค้งในระหว่างค่า $\mu\pm3\sigma$ นี้คำนวณได้ 99.7% และที่ระยะ $\pm2\sigma$ มีพื้นที่ใต้เส้นโค้ง 95.4 % และที่ $\pm1\sigma$ มีพื้นที่ใต้เส้นโค้ง 68.3 % ซึ่งพื้นที่ใต้เส้นโค้งก็คือ ค่าความน่าจะเป็น (probability) ของข้อมูลที่จะตกอยู่ในช่วงดังกล่าวบนแกนนอน

2.5 การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง

การแยกเอาความแปรผันในค่าสังเกตออกจากการวิเคราะห์ความแปรปรวน (สมการ) เป็นความสัมพันธ์ทางพีชคณิตอย่างเดียว อย่างไรก็ตาม การใช้การแบ่งเพื่อทำการทดสอบอย่างเป็นทางการสำหรับกรณีไม่มีความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของระดับต้องอิงกับสมมติฐานบางประการ โดยเฉพาะสมมติฐานที่ว่าค่าสังเกตจะต้องอธิบายได้โดยแบบจำลองดังนี้

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

และความผิดพลาดจะต้องมีการแจกแจงแบบปกติและปกติและเป็นอิสระด้วยค่าเฉลี่ย = 0 และ σ^2 มีค่าคงตัวแต่ไม่ทราบค่า ถ้าสมมติฐานเหล่านี้เป็นจริง กระบวนการวิเคราะห์ความแปรปรวนนี้ก็จะเป็นการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับการไม่มีความแตกต่างในค่าเฉลี่ยของระดับที่ถูกต้อง

ในทางปฏิบัติ สมมติฐานที่กล่าวถึงมักจะไม่เป็นเช่นนี้ ซึ่งเราควรจะเชื่อในผลที่ได้จากการวิเคราะห์ความแปรปรวนได้ ก็ต่อเมื่อเราสามารถตรวจสอบความถูกต้องของสมมติฐานว่าเป็นจริงเสียก่อน เราสามารถตรวจสอบสมมติฐานขั้นต้นและความถูกต้องของแบบจำลองได้โดยง่ายจากการตรวจสอบส่วนที่ตกค้าง (Residual) สำหรับค่าสังเกต j ของที่ระดับ i ส่วนตกค้างจะมีค่าเป็น

$$e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij}$$

โดยที่ $\hat{y}_{ij}$ คือ ค่าประมาณของค่าสังเกต y_{ij} ซึ่งหาได้จาก

$$\begin{aligned}\hat{y}_{ij} &= \hat{u} + \hat{\tau}_i \\ &= \ddot{y}_{..} + (\ddot{y}_{i.} - \ddot{y}_{..}) \\ &= \ddot{y}_i\end{aligned}$$

สมการ บอกให้ทราบว่า ค่าประมาณของค่าสังเกตใดๆ ในระดับที่ i ก็คือ ค่าเฉลี่ยของระดับนั้นๆ

การตรวจสอบส่วนตกค้างควรทำทุกครั้งในการวิเคราะห์ความแปรปรวน ถ้าหากแบบจำลองถูกต้อง ส่วนตกค้างจะต้องไม่มีรูปแบบ โดยการศึกษาส่วนตกค้าง เราจะพบความไม่พอเพียงของสมมติฐานที่ใช้ในแบจำลองได้หลายรูปแบบ ในตอนต่อไปเราจะแสดงถึงการวินิจฉัยแบบง่ายๆ ซึ่งอาศัยการวิเคราะห์แบบกราฟิกของส่วนตกค้าง และการจัดการกับสิ่งผิดปกติอีกหลายอย่าง

<u>สมมติฐานของความเป็นปกติ</u>

การตรวจสอบสมมติฐานของความเป็นปกติสามารถทำได้โดยการพล็อตฮิสโทแกรมส่วนตกค้าง ถ้าหากสมมติฐานที่ว่า ความผิดพลาดมีการแจกแจงแบบ NID(0, σ^2) เป็นจริงแล้ว รูปแบบของส่วนตกค้างที่พล็อตออกมาควรจะมีลักษณะคล้ายกับตัวอย่างที่ได้จากการแจกแจงแบบปกติซึ่งจะมีมัชฌิมเท่ากับ 0 แต่ในกรณีที่มีตัวอย่างน้อย พบว่ามักจะเกิดการแกว่งของข้อมูลขึ้นบ่อยครั้ง ดังนั้นการเบี่ยงเบนของข้อมูลจากความเป็นปกติในระดับปานกลางไม่ได้หมายถึงการฝ่าฝืนสิ่งที่กล่าวอยู่ในสมมติฐานอย่างรุนแรง แต่ในกรณีที่มีการเบี่ยงเบนของข้อมูลจากความเป็นปกติอย่างมาก จะมีผลกระทบอย่างรุนแรงและต้องมีการวิเคราะห์ต่อไป

ขั้นตอนที่สำคัญขั้นตอนที่หนึ่ง คือ การสร้าง Normal Probability Plot ของส่วน ในการวิเคราะห์ความแปรปรวน ขั้นตอนการพล็อตดังกล่าวนี้มีประโยชน์อย่างมาก และทำได้อย่างตรงไปตรงมา ถ้าหากการแจกแจงของความผิดพลาดเป็นแบบปกติ รูปที่พล็อตขึ้นมานี้จะเป็นเส้นตรง เราควรจะมุ่งเน้นการมองเส้นตรงนี้ไปที่มัชฌิมของรูปมากกว่าค่าที่มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุด

โดยทั่วไปการเบี่ยงเบนปานกลางจากความเป็นปกติจะมีผลน้อยมากสำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบผลกระทบคงที่ การกระจายของความผิดพลาดที่มีหางหนึ่งที่หนากว่าหรือบางกว่าปกติจะมีความสำคัญมากกว่าการบิดเบี้ยวของรูปร่าง เพราะว่าการทดสอบ F จะได้รับผลกระทบเพียงเล็กน้อยเท่านั้น เรากล่าวได้ว่า การวิเคราะห์ความแปรปรวนจะมีความทนทานต่อการเบี่ยงเบนในสมมติฐานเกี่ยวกับความเป็นปกติ การเบี่ยงเบนจากความเป็นปกติมักจะก่อให้เกิดระดับนัยสำคัญที่แท้จริงและทำให้กำลังของการทดสอบ (Power of Test) แตกต่าง (ลดลง) เพียงเล็กน้อยจากค่าที่คิดไว้สำหรับแบบจำลองแบบผลกระทบสุ่ม (Random Effect Model) จะได้รับผลกระทบรุนแรงกว่าในกรณีที่เกิดความไม่เป็นปกติขึ้นในแบบจำลอง โดยเฉพาะระดับความเชื่อมั่นที่แท้จริงบนการประมาณช่วงของส่วนประกอบของความแปรปรวนอาจจะแตกต่างอย่างมากจากค่าที่ติดเอาไว้

สิ่งที่ผิดปกติที่เห็นบ่อยบน Normal Probability Plot คือส่วนที่ตกค้างบางค่ามีค่ามากกว่าตัวอื่นๆ มาก หรือที่เรียกว่า "Outliner" การที่มี Outliner เพียง 1 ค่าหรือมากกว่าจะทำให้การวิเคราะห์ความแปรปรวนบิดเบือนไป ดังนั้นถ้าหากมี Outliner มาจากความผิดพลาดจากการคำนวณหรือการเข้ารหัสให้แก่ข้อมูล หรือความผิดพลาดจากการคัดลอกข้อมูล ถ้าสิ่งเหล่านี้ไม่ใช่สาเหตุ เราควรจะตรวจดูสภาวะแวดล้อมที่ใช้ในการทดลอง แต่ถ้าหาก outliner เป็นค่าแตกต่างในทิศทางที่ดี (ความแข็งมาก ต้นทุนต่ำ ฯลฯ) ดังนั้น outliner อาจจะเป็นตัวที่ให้ข้อมูลที่มีความสำคัญกว่าข้อมูลตัวอื่นๆ เราจึงไม่ควรที่จะมองข้ามหรือละเลย

ค่า outliner เหล่านี้โดยไม่มีเหตุผลทางสถิติที่เพียงพอ อย่างน้อยที่สุดเราอาจจะจบการทดลองด้วยการวิเคราะห์ 2 ลักษณะ คือ ทำโดยรวมเอา outliner เข้าไปด้วยและทำโดยไม่รวม outliner

มีหลายวิธีการที่เป็นทางการในการตรวจหา outliner ในการตรวจหา outliner อย่างง่ายๆ อาจทำโดยการตรวจส่วนตกค้างที่ถูกเทียบเป็นค่ามาตรฐาน (Standardized Residual)

ถ้าหากค่าความผิดพลาด e_{ij} N(0, σ^2) ดังนั้นส่วนตกค้างที่ถูกเทียบเป็นค่ามาตรฐานควรประมาณเป็นการกระจายแบบปกติ มีมัชฌิมเป็นศูนย์และมีความแปรปรวน 1 หน่วย ดังนั้น ประมาณ 68% ของส่วนตกค้างที่ถูกเทียบเป็นค่ามาตรฐานควรจะตกอยู่ในช่วง ±1 ประมาณ 95% ควรตกในช่วง ±2 ประมาณ 99% ควรตกในช่วง ±3 ค่าส่วนตกค้างที่มากกว่า 3 หรือ 4 ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานถือเป็น outliner ที่น่าจะถูกนำมาพิจารณา

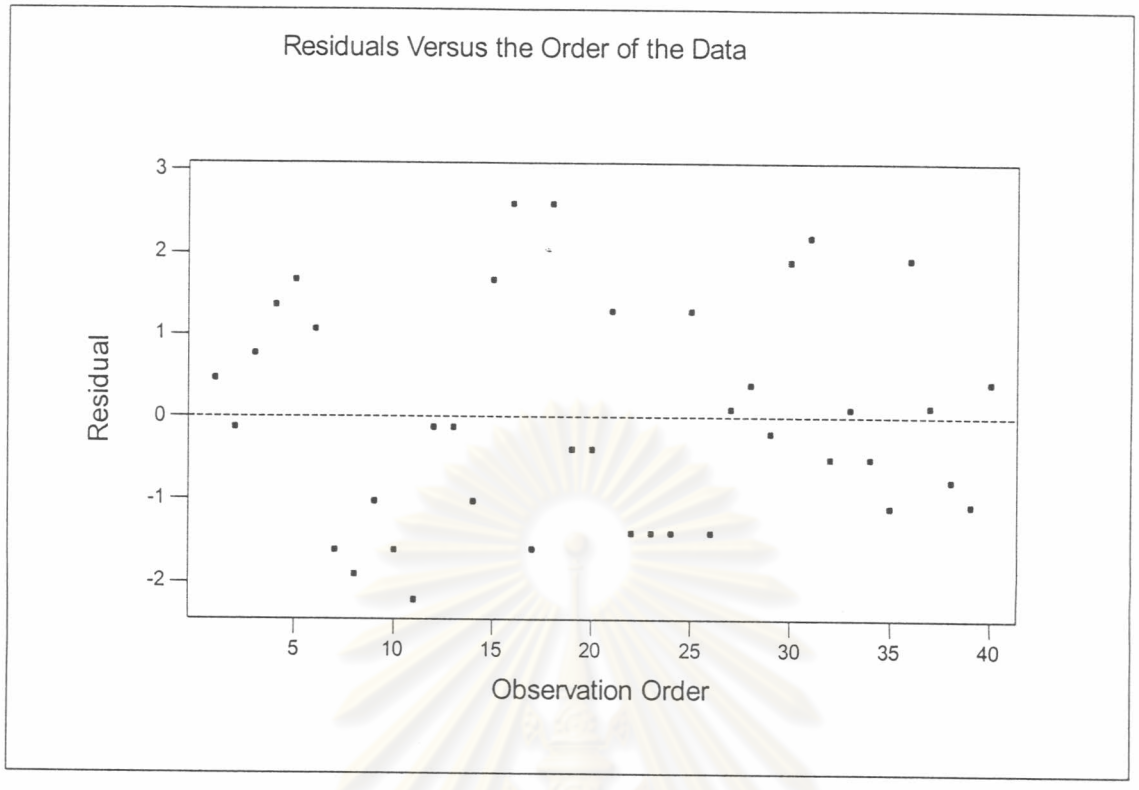
<u>การพล็อตส่วนตกค้างตามลำดับเวลา</u>

การพล็อตส่วนตกค้างตามลำดับเวลาของการเก็บข้อมูลมีประโยชน์อย่างมากในการตรวจหาความเกี่ยวพันระหว่างส่วนตกค้าง แนวโน้มที่จะพบค่ารันของส่วนตกค้างที่เป็นบวกและลบบ่งชี้ว่าสมมติฐานของความเป็นอิสระถูกละเมิดแล้ว ซึ่งถือว่าปัญหาที่สำคัญและยากที่จะทำการแก้ไข ดังนั้นจึงเป็นสิ่งจำเป็นที่จะป้องกันปัญหา ถ้าเป็นไปได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งขณะที่รวบรวมข้อมูล การทำการทดลองแบบสุ่มที่เหมาะสมถือเป็นขั้นตอนที่สำคัญเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลที่เป็นอิสระ

ในบางครั้งทักษะของผู้ทำการทดลองอาจจะเปลี่ยนไปตามจำนวนของเวลาการทำงาน หรือกระบวนการที่กำลังทำการศึกษาอาจจะกลับไปกลับมาอย่างเอาแน่นอนไม่ได้ ซึ่งบ่อยครั้งทำให้ค่าความแปรปรวนของความผิดพลาดเวลาเปลี่ยนไปตามเวลา พฤติกรรมเช่นนี้เมื่อนำส่วนตกค้างไปพล็อตกับเวลาจะพบว่ากราฟที่พล็อตขึ้นมาจะมีการกระจายที่ปลายข้างหนึ่งมากกว่าที่ปลายอีกข้างหนึ่ง

เมื่อนำค่าส่วนตกค้างมาพล็อตกับเวลาจะต้องไม่มีรูปร่างที่แน่นอน ดังรูปที่ 2-9 ซึ่งแสดงว่าข้อมูลดังกล่าวเป็นอิสระ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

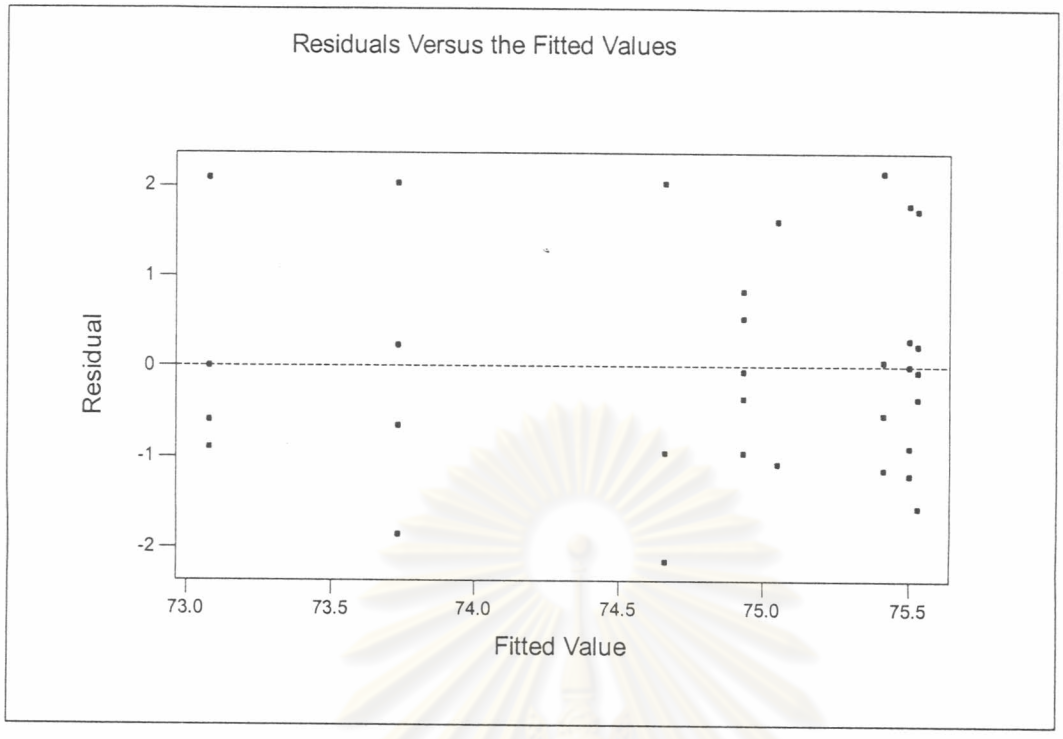


รูปที่ 2-9 แสดงกราฟของส่วนตกค้างกับเวลาที่เก็บข้อมูล

<u>การพล็อตส่วนตกค้างกับค่าที่ถูกฟิต</u>

ถ้าหากแบบจำลองถูกต้องและสมมติฐานมีความเหมาะสมแล้ว ส่วนตกค้างที่เกิดขึ้นไม่ควรจะมีรูปแบบโครงสร้างใดๆ ทั้งสิ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งไม่ควรจะมีความสัมพันธ์กับตัวแปรอื่นใด รวมถึงค่าของผลตอบที่ถูกทำนายอีกด้วย การตรวจสอบอย่างง่ายๆคือ การพล็อตส่วนตกค้างกันค่าที่ถูกฟิต กราฟที่ได้จากการพล็อตนี้ไม่ควรจะมีรูปร่างเฉพาะแต่อย่างใด ดังรูปที่ 2-10

ถ้าหากสมมติฐานของความเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันของความแปรปรวนไม่ถูกต้อง ในกรณีของแบบจำลองผลกระทบคงที่แบบได้ดุล การทดสอบ F จะถูกกระทบเพียงเล็กน้อยเท่านั้น อย่างไรก็ตามในการออกแบบที่ไม่ได้ดุล หรือกรณีที่ความแปรปรวนค่าหนึ่งมากกว่าค่าอื่นๆมาก ปัญหานี้จะมีความรุนแรงขึ้น ในกรณีของแบบจำลองแบบสุ่ม ความไม่เท่ากันของความแปรปรวนของความผิดพลาดจะมีผลกระทบต่อส่วนประกอบของความแปรปรวนอย่างมาก ถึงแม้ว่าจะมีการออกแบบที่ได้ดุลก็ตาม



รูปที่ 2-10 แสดงกราฟของส่วนตกค้างกับค่าที่ถูกฟิต

2.6 การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance)

การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance, ANOVA) คือเทคนิคที่ใช้ในการจัดสรรความแปรผัน (variation) ที่เกิดขึ้นในข้อมูลออกเป็นส่วนย่อยๆตามแหล่งที่คาดว่าทำให้เกิดความแปรผัน

ความแปรผันที่เกิดขึ้นในข้อมูลอาจเขียนเป็นสมการได้เป็น

ความแปรผันทั้งหมด = ความแปรผันเนื่องจากปัจจัย + ความแปรผันโดยธรรมชาติของข้อมูล

สมการดังกล่าวได้จากข้อคิดที่ว่า ความแตกต่างกันของข้อมูลนั้นไม่น่าจะมาจากสาเหตุของความแปรผันโดยธรรมชาติหรือที่เรียกว่า ความผิดพลาดแบบสุ่ม (Random Error) ของข้อมูลแต่เพียงอย่างเดียว แต่น่าจะมาจากปัจจัย (Factor) หนึ่งปัจจัยใดหรือหลายๆปัจจัยทำให้เกิดความแปรผันทั้งหมดที่เกิดขึ้นกับข้อมูลจึงเนื่องมาจากอิทธิพลของปัจจัยและธรรมชาติของข้อมูล

ปัจจัยที่คาดว่าจะมีอิทธิพลต่อความแปรผันของข้อมูลถือได้ว่า เป็นตัวแปรอิสระซึ่งมีผลต่อตัวแปรตามซึ่งเป็นข้อมูลที่เราวัดผลหรือเก็บรวบรวมมา ตัวแปรอิสระดังกล่าวมักจะไม่มีค่าเดียว แต่จะมีหลายๆค่าซึ่งเรียกว่า ระดับ (Level) ของปัจจัย ถ้าปัจจัยนั้นๆมีอิทธิพลต่อตัวแปรตามจริงๆ แต่ละระดับก็จะมีผลต่อตัวแปรตามไม่เหมือนกัน การวิเคราะห์จึงทำโดยการทำการทดลอง (Treatment) กำหนดค่าตัวแปรอิสระที่ระดับต่างๆ เพื่อหาค่าตัวแปรตามที่เกิดขึ้นจากการทดลองนั้นๆ แล้วนำไปวิเคราะห์ดูว่าความแปรปรวนที่เกิดขึ้นจากความแตกต่างของการทดลองนั้นมีนัยสำคัญหรือไม่ เมื่อเทียบกับความแปรผันโดยธรรมชาติของตัวแปรตาม และเพื่อที่จะช่วยให้ผู้วิเคราะห์มีความเชื่อมั่นในผลการวิเคราะห์ที่ได้จากการทดลอง จึงมักจะต้องทำการทวนซ้ำ (Replicated) ให้ได้จำนวนข้อมูลที่แต่ละการทดลองมากพอ การเลือก

ระดับของปัจจัย ถ้าเป็นการเจาะจง รูปแบบของการทดลองจะถูกเรียกว่าเป็นแบบเจาะจง (Fixed Effect Model) ผลที่ได้จากการทดสอบจะสรุปได้เฉพาะอิทธิพลของปัจจัยที่ระดับที่นำมาทดสอบ แต่ถ้าเลือกระดับของปัจจัยเป็นการเลือกแบบสุ่ม รูปแบบของการทดสอบจะเป็นแบบสุ่ม (Random Effect Model) ผลที่ได้จากการทดสอบจะสรุปอิทธิพลโดยรวม (in general) ของปัจจัย

2.6.1 การวิเคราะห์ความแปรปรวนเนื่องจากปัจจัย 2 ปัจจัย (Two Factor ANOVA)

หากปัจจัยที่คาดว่าจะเป็นต้นเหตุของความแปรผันของข้อมูลมีอยู่ 2 ปัจจัย ซึ่งในงานวิจัยนี้มี 2 ปัจจัยเช่นกัน และการอยู่ร่วมกันของปัจจัยทั้งสองที่เวลาเดียวกันก็จะมีอิทธิพลต่อความแปรผันของข้อมูลด้วย โดยปัจจัย A มี a ระดับ และปัจจัย B มี b ระดับ เราอาจจัดเรียงตัวแปรตามที่เกิดจากการทดลองได้ดังตารางที่ 2-2

ตารางที่ 2-2 ตารางแสดงข้อมูล 2 ปัจจัย

		ปัจจัย B							
		1	2	3	.	.	.	.	b
ปัจจัย A	1								$A_{1..}$
	2								$A_{2..}$
	3								$A_{3..}$
	.								.
	.								.
	a								$A_{a..}$
		$B_{.1.}$	$B_{.2.}$	$B_{.3.}$	.	.	.	.	$B_{.b.}$

โดยที่ $A_{i..}$ = ผลบวกในแนวนอนแถวที่ i = $\sum \sum y_{ijk}$

$B_{.j.}$ = ผลบวกในแนวนอนแถวที่ j = $\sum \sum y_{ijk}$

ให้ $\overline{Y}_{i..}$ = ค่าเฉลี่ยของแถวที่ i ในแนวนอน = $A_{i..}/bn$

$\overline{Y}_{.j.}$ = ค่าเฉลี่ยของแถวที่ j ในแนวดิ่ง = $B_{.j.}/an$

$\overline{Y}_{ij.}$ = ค่าเฉลี่ยในช่องที่ตัดกันระหว่างระดับ i กับ j ในแนวดิ่ง = $\sum y_{ijk}/n$

$\overline{Y}_{...}$ = ค่าเฉลี่ยทั้งหมด = $\sum \sum \sum y_{ijk}/abn$

เนื่องจากความแปรผันของตัวแปรตาม เนื่องจาก 2 ปัจจัยและอิทธิพลร่วมของปัจจัย เราอาจจะเขียนสมการแสดงความแปรผันของตัวแปรตาม ได้ดังนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \qquad 3)$$

โดยที่ τ_i = อิทธิพลของปัจจัย MD

β_j = อิทธิพลของปัจจัย CD

$(\tau\beta)_{ij}$ = อิทธิพลร่วมของปัจจัย MD และ CD

สมมติฐานหลักที่จะทดสอบคือ

$H_0 : \tau_i = 0$ สำหรับทุก i

$H_0 : \beta_j = 0$ สำหรับทุก j

$H_0 : (\tau\beta)_{ij} = 0$ สำหรับทุก i และ j

การคำนวณหาผลบวกกำลังสองสามารถใช้สูตรดังต่อไปนี้

$SS_T = \sum\sum\sum y^2_{ijk} - y^2_{...}/nab$

$SS_A = \sum y^2_{i..}/nb - y^2_{...}/nab$

$SS_B = \sum y^2_{.j.}/na - y^2_{...}/nab$

$SS_{Tr} = \sum\sum y^2_{ij.}/n - y^2_{...}/nab$

$SS_{AB} = SS_{Tr} - SS_A - SS_B$

$SS_E = SS_T - SS_{Tr}$

หาค่าเฉลี่ยผลบวกกำลังสอง จะได้

$MS_A = SS_A/(a-1)$

$MS_B = SS_B/(b-1)$

$MS_{AB} = SS_{AB}/(a-1)(b-1)$

$MS_E = SS_E/ab(n-1)$

$E(MS_E) = \sigma^2$

ตารางที่ 2-3 สรุปการวิเคราะห์ความแปรปรวน

Source of Variation	Sum of Squares	Degree of Freedom	Mean Square	F-ratio
Rows (A)	SS_A	a-1	MS_A	MS_A / MS_E
Column (B)	SS_B	b-1	MS_B	MS_B / MS_E
AB	SS_{AB}	(a-1)(b-1)	MS_{AB}	MS_{AB} / MS_E
Error	SS_E	ab(n-1)	MS_E	
Total	SS_T	abn-1		

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.6.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของแบบจำลองสองปัจจัยแบบไม่มีอันตรกิริยา

ในบางครั้งผู้ทำการทดลองรู้สึกว่าแบบจำลองสองปัจจัยแบบไม่มีอันตรกิริยามีความเพียงพอที่จะนำมาใช้งานได้ ซึ่งสมการของแบบจำลองลักษณะนี้คือ

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ijk} \qquad 4)$$

โดยที่ $i = 1,2,\ldots,a$

$j = 1,2,\ldots,b$

$k = 1,2,\ldots,n$

เราควรระมัดระวังอย่างมากกับการตัดพจน์ของอันตรกิริยาทิ้ง เพราะว่าการมีผลอย่างมีนัยสำคัญของอันตรกิริยาจะส่งผลต่อการตีความของข้อมูลในภายหลัง

<u>การทดลองหนึ่งครั้งต่อเซลล์</u>

บางครั้งในการทดลองสองปัจจัย ผู้ทำการทดลองต้องเผชิญกับสถานการณ์ที่สามารถเก็บข้อมูลได้เพียง 1 ข้อมูลต่อเซลล์เท่านั้น หรือกล่าวว่า การทดลองนี้มี 1 เรพลิเคต แบบจำลองทางสถิติที่ใช้สำหรับกรณีเช่นนี้คือ

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

โดยที่ $i = 1,2,\ldots,a$

$j = 1,2,\ldots,b$

.จากการพิจารณาค่ากำลังสองเฉลี่ยคาดหมาย พบว่าเราไม่สามารถที่จะประมาณค่าความแปรปรวนของความผิดพลาด (Error Variance) σ^2 ได้ ซึ่งหมายความว่าผลของอันตรกิริยาสองปัจจัย$(\tau\beta)_{ij}$ และความผิดพลาดเนื่องจากการทดลองไม่สามารถแยกออกจากกันได้โดยเด็ดขาด ผลที่ตามมาก็คือ การทดสอบเกี่ยวกับผลหลักจะทำได้ก็ต่อเมื่ออันตรกิริยามีค่าเป็นศูนย์เท่านั้น และถ้าผลของอันตรกิริยาไม่มีนัยสำคัญ ดังนั้น$(\tau\beta)_{ij} = 0$ สำหรับทุก i และ j และแบบจำลองที่เป็นไปได้คือ

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ijk}$$

โดยที่ $i = 1,2,\ldots,a$

$j = 1,2,\ldots,b$

ถ้าแบบจำลองตามสมการที่ 4 นั้นพอเพียง ดังนั้นค่าส่วนตกค้างของค่ากำลังสองเฉลี่ย($MS_{residual}$) ในตารางที่ 2-4 จะเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ และผลหลักสามารถทดสอบได้ โดยการเปรียบเทียบ MS_A และ MS_B กับ $MS_{residual}$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 2-4 การวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับแบบจำลองสองปัจจัยที่มี 1 การสังเกตต่อเซลล์

Source of Variation	Sum of Squares	Degree of Freedom	Mean Square	F_0
Rows (A)	$SS_A = \sum y^2_{i.}/b - y^2_{..}/ab$	a-1	$MS_A = SS_A/(a-1)$	MS_A/MS_{res}
Column (B)	$SS_B = \sum y^2_{.j}/a - y^2_{..}/ab$	b-1	$MS_B = SS_B/(b-1)$	MS_B/MS_{res}
Residual	$SS_{res} = SS_T - SS_A - SS_B$	(a-1)(b-1)	$MS_{res} = SS_{res}/[(a-1)(b-1)$	
Total	$SS_T = \sum\sum y^2_{ij}/a - y^2_{..}/ab$	ab-1		

ในการทดสอบว่ามีอันตรกิริยาหรือไม่นั้น เราจะใช้การทดสอบ Tukey ดังตารางที่ 2-5 ในการทดสอบนี้จะแบ่ง Residual Sum of Squares ออกเป็น 2 พจน์ คือ ส่วนที่เป็น Non-Additive (SS_N) ซึ่งมีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ 1 กับส่วนของความผิดพลาด (SS_{error}) ซึ่งมีระดับขั้นความเสรีเท่ากับ (a-1)(b-1)-1 ซึ่งค่าทั้งสองสามารถเขียนเป็นสมการได้คือ

$$SS_N = (\sum\sum y_{ij} y_{i.} y_{.j} - y_{..}(SS_A + SS_B + y^2_{..}/(ab)]^2/(abSS_ASS_B)$$

$$SS_{error} = SS_{residual} - SS_N$$

เพื่อที่จะทดสอบว่าอันตรกิริยามีผลหรือไม่ เราจะคำนวณเพื่อหาค่า F_0 โดยที่

$$F_0 = SS_N/\{SS_{error}/[(a-1)(b-1)-1]\}$$

ถ้า $F_0 > F_{\alpha,1,(a-1)(b-1)-1}$ เราจะปฏิเสธสมมติฐานของการไม่มีอันตรกิริยา

ตารางที่ 2-5 Tukey's nonadditivity test

Source of Variation	Sum of Squares	Degree of Freedom	Mean Square	F_0
Row (A)	SS_A	a-1	MS_A	MS_A/MS_{error}
Column (B)	SS_B	b-1	MS_B	MS_B/MS_{error}
Nonadditivity	SS_N	1	MS_N	MS_N/MS_{error}
Error	SS_{error}	(a-1)(b-1)-1	MS_{error}	
Total	SS_T	ab-1		

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.7 ดัชนีสมรรถนะรวมของกระบวนการ (Overall Process Capability, P_p)

เมื่อเราวัดค่าข้อมูลจากการผลิตของกระบวนการผลิตหนึ่ง และนำมาคำนวณค่าเฉลี่ย และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานได้แล้ว เราสามารถหาสมรรถนะของกระบวนการ เมื่อเอาค่าเฉลี่ย และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานรวมที่ได้ไปเทียบกับค่า ขอบเขตตามสเป็ค (Specification Limits) ถ้าค่าของผลจากการผลิตจากกระบวน

การผลิตนั้นเป็นการแจกแจงปกติและอยู่ในระหว่าง 6σ โดยที่ค่า 6σ นั้นอยู่ในระหว่างค่าขอบเขตตามสเป็คแล้ว แสดงว่ากระบวนการผลิตนั้นมีสมรรถนะเพียงพอในทางปฏิบัติ เราจะกำหนดให้ค่าดัชนีสมรรถนะของกระบวนการผลิตใช้สัญลักษณ์ว่า C_p

$$P_p = (USL-LSL) / (6\sigma) \qquad 5)$$

เมื่อ USL = ค่าขอบเขตค่าสูงของสเป็ค (upper specification limit)

LSL = ค่าขอบเขตค่าต่ำของสเป็ค (lower specification limit)

ค่า P_p ของกระบวนการผลิตใดพิจารณาดังนี้

1. $P_p \geq 1.33$ กระบวนการนั้นใช้ได้ดี
2. $1.00 \leq P_p < 1.33$ กระบวนการนั้นจัดว่าใช้ได้
3. $P_p < 1.00$ กระบวนการนั้นใช้ไม่ได้

2.8 ผังแสดงเหตุและผล หรือผังก้างปลา (Cause and Effect Diagrams)

ผังแสดงเหตุและผล คือ ผังที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างคุณลักษณะทางคุณภาพกับปัจจัยต่างๆที่เกี่ยวข้อง

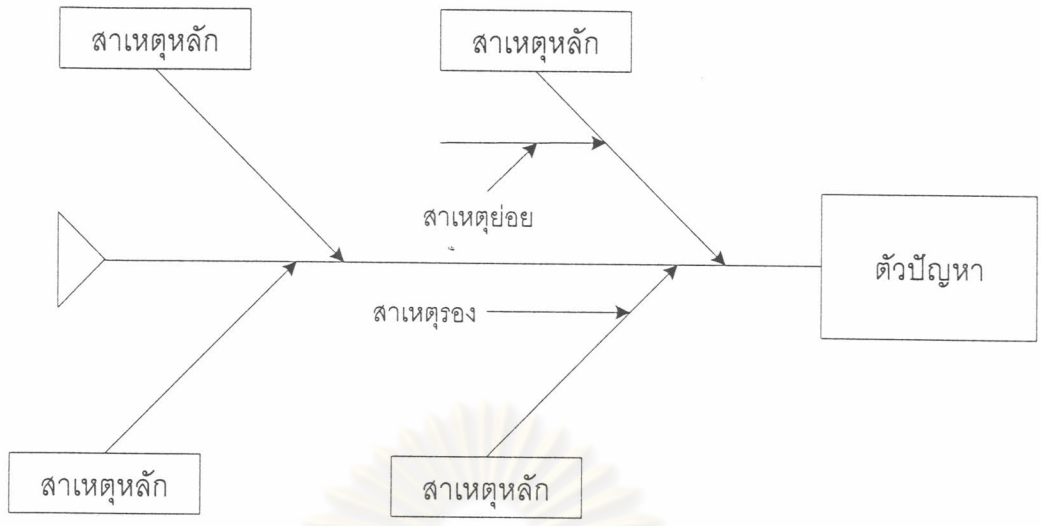
คุณสมบัติหรือคุณลักษณะทางคุณภาพ คือผลที่เกิดขึ้นจากเหตุคือปัจจัยต่างๆที่เป็นต้นตอของคุณลักษณะอันนั้น

วิธีสร้างผังแสดงเหตุและผล

การสร้างผังแสดงเหตุและผลที่จะเอื้อประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาได้จริงๆนั้นไม่ใช่เรื่องง่าย ผู้ที่สามารถสร้างผังนี้ได้อย่างถูกต้องคือ ผู้ที่มีโอกาสแก้ปัญหาทางคุณภาพได้อย่างถูกต้องเช่นกัน การสร้างผังแสดงเหตุและผลมีหลายวิธีแต่ในที่นี้จะกล่าว 2 วิธี คือ

1. โครงสร้างผังแสดงเหตุและผล

ผังแสดงเหตุและผล ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ ส่วนโครงกระดูกที่เป็นตัวปลา ซึ่งได้รวบรวมปัจจัยอันเป็นสาเหตุของปัญหา และส่วนหัวปลาที่เป็นข้อสรุปผลของสาเหตุที่กลายเป็นตัวปัญหา โดยโครงสร้างของผังก้างปลาเป็นดังรูปที่ 2-11



รูปที่ 2-11 แสดงโครงสร้างผังก้างปลา

2. ขั้นตอนการสร้างผังก้างปลา สำหรับการค้นหาสาเหตุ มีดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดลักษณะคุณภาพที่เป็นปัญหา อาจจะมากกว่า 1 ลักษณะก็ได้

ขั้นที่ 2 เลือกเอาคุณลักษณะที่เป็นปัญหามา 1 อัน แล้วเขียนลงทางขวามือของกระดาษพร้อมตีกรอบสี่เหลี่ยม

ขั้นที่ 3 เขียนก้างปลาจากซ้ายไปขวาโดยเริ่มจากกระดูกสันหลังก่อน

ขั้นที่ 4 เขียนสาเหตุหลักๆ เติมลงบนเส้นกระดูกสันหลัง ทั้งบนและล่างพร้อมกับใส่กรอบสี่เหลี่ยม (อาจมีมากกว่า 4 สาเหตุก็ได้)

ขั้นที่ 5 ในก้างใหญ่ที่เป็นสาเหตุหลักของปัญหา ให้ใส่ก้างรองลงไป ที่แต่ละปลายก้างรองให้ใส่ข้อความที่เป็นสาเหตุรองของแต่ละสาเหตุหลัก

ขั้นที่ 6 ในแต่ละก้างรองที่เป็นสาเหตุรองให้เขียนก้างย่อยที่เข้าใจว่าจะเป็นสาเหตุย่อยๆ ของสาเหตุรองอันนั้น

ขั้นที่ 7 พิจารณาทบทวนว่าการใส่สาเหตุต่างๆมีความสัมพันธ์กันตามระดับชั้นถูกต้องหรือไม่ แล้วใส่ข้อมูลเพิ่มเติมให้ครบถ้วน

2.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

J.W.Burns,1974 (5) ได้ใช้วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance, ANOVA) ในการบ่งชี้ถึงความไม่สม่ำเสมอของกระดาษ (web nonuniformities) โดยการเก็บตัวอย่างกระดาษตลอดหน้ากว้าง เจาะลึกเข้าไปในม้วนกระดาษ 15-20 แผ่น (strips) และทดสอบแผ่นละ 15-150 ค่าขึ้นอยู่กับขนาดของหน้ากว้างกระดาษ โดยสามารถแบ่งความแปรผันออกเป็น 3 ส่วน คือ

1. ความแปรผันในทิศทางตามแนวขวางเครื่อง (cross directional variation,CD) หรือ CD profile
2. ความแปรผันในทิศทางตามแนวยาวเครื่อง (machine directional variation,MD) หรือ ตามเวลา
3. ความแปรผันแบบ random (residual variation)

โดยมีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$\sigma^2_{total} = \sigma^2_{CD} + \sigma^2_{MD} + \sigma^2_{residual}$$

ในกรณีที่ผลในแนว CD และ MD มีอันตรกิริยาต่อกัน (interaction) หรือ CD profile มีการเปลี่ยนแปลง (unstable profile) จะได้ความสัมพันธ์เป็นดังนี้

$$\sigma^2_{total} = \sigma^2_{CD} + \sigma^2_{MD} + \sigma^2_{inter} + \sigma^2_{residual}$$

ในงานวิจัยนี้เราจะนำวิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยจะหาว่าเกิดความไม่สม่ำเสมอแนวตามขวางเครื่อง (CD) และหรือในแนวตามยาวเครื่อง (MD)

Jere W. Crouse, 1976 (6) ได้กล่าวถึงความไม่สม่ำเสมอของความ ดันในระบบจ่ายเยื่อ (stock supply system) ในเครื่องผลิตกระดาษเป็นสาเหตุหลักของการเกิดความไม่สม่ำเสมอของน้ำหนักมาตรฐานในแนวตามเครื่อง (machine direction) โดยความไม่สม่ำเสมอนี้มีทั้งที่เป็นแบบคงที่ (periodic) หรือเรียกว่า pulsation และแบบ random ซึ่งได้วัดสัญญาณความดันนี้ด้วย pressure transducer และ oscilloscope โดยวัดที่ตำแหน่งก่อนเข้าตัวปล่อยเยื่อ (Headbox) และพบว่ามีสัญญาณของความดันที่มีความไม่สม่ำเสมอ 9.5 Hz ซึ่งเกิดจาก rotational frequency ของปั๊ม จึงได้แก้ไขโดยการติดอุปกรณ์ในการลดความไม่สม่ำเสมอของความดันที่ตำแหน่งหลังปั๊ม ทำให้ขนาด (amplitude) ของความดันที่ไม่สม่ำเสมอลดลงจนอยู่ในสภาวะปกติ

ในงานวิจัยนี้เราจะนำวิธีการตรวจวัดสัญญาณความดันด้วยอุปกรณ์ที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน มาตรวจวัดสัญญาณความดันที่มีความไม่สม่ำเสมอจากอุปกรณ์อื่นๆในกระบวนการผลิตด้วย

J.R.Parker, 1995 (7) ได้หาสาเหตุของความไม่สม่ำเสมอของกระดาษที่มีลักษณะของการแปรผันเป็นแบบคงที่ (periodic variation) และ random โดยการตรวจสอบสัญญาณจากอุปกรณ์ในกระบวนการผลิต เช่น ตรวจสอบสัญญาณในช่วง wet end ซึ่งมีวิธีการวิเคราะห์ดังนี้

1. แยกตามความถี่ (Classification by Frequency) โดยดูตามแนว MD ที่มีการเกิดการแปรผันซ้ำๆ เหมือนเดิม จะได้ลักษณะของ spectrum ที่มีรูปแบบที่แน่นอน

2. Coherence Analysis โดยการเปรียบเทียบสัญญาณ 2 สัญญาณ และดูสัญญาณป้อนเข้า (input) กระบวนการมีความสัมพันธ์กับสัญญาณออก (output) ที่แต่ละความถี่นั้นหรือไม่ ถ้าสัมพันธ์กันแสดงว่าสัญญาณป้อนเข้าเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดความไม่สม่ำเสมอ
3. Classification of Pattern by Frequency and Width ในกรณีที่มีสาเหตุของความไม่สม่ำเสมอหลายสาเหตุปนกันอยู่ จำเป็นต้องแยกความไม่สม่ำเสมอแต่ละสาเหตุออกจากกัน

ในงานวิจัยนี้เราจะใช้วิธีการตรวจวัดสัญญาณจากอุปกรณ์ในกระบวนการผลิตที่ความถี่ต่ำ กลาง และสูง และแยกความถี่โดยเครื่อง Frequency analyzer

Jukka Perento และ Kari K. Hilden, 1995 (8) ได้เสนอเครื่องมือสำหรับวิเคราะห์ความไม่สม่ำเสมอของสมบัติกระดาษ ชื่อ TAPPIO ซึ่งสามารถตรวจวัดได้พร้อมกันหลายคุณสมบัติ ได้แก่ น้ำหนักมาตรฐาน (basis weight) ความหนา (caliper) ความมัน (gloss) และ ความทึบแสง (opacity) โดยอาศัย sensor ต่างๆ เป็นตัววัดที่ความถี่ต่างๆ ตั้งแต่ความถี่สูง (10000 Hz) ไปจนถึงความถี่ต่ำ (0.005 Hz) ซึ่งสามารถบอกถึงขนาดของความไม่สม่ำเสมอและสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาคุณภาพได้

ดังตัวอย่างกรณีศึกษา เกิดปัญหาน้ำหนักมาตรฐานในแนวตามยาวเครื่องไม่สม่ำเสมอของกระดาษ light weight coated (LWC) หาสาเหตุโดยนำกระดาษยาว 4 km. มาทดสอบด้วยเครื่อง TAPPIO ซึ่งจากผลทดสอบและการวิเคราะห์พบว่า ความถี่ของการเกิดความไม่สม่ำเสมอของน้ำหนักมาตรฐานมีความถี่ตรงกับความถี่ที่เกิดจาก backing roll ที่มีปัญหา ทำให้การเคลือบน้ำยาเคลือบที่ผิวกระดาษไม่สม่ำเสมอ

เนื่องจากเราไม่มีเครื่อง TAPPIO ดังนั้นในงานวิจัยนี้เราจึงต้องอาศัยการทดสอบจากเครื่องมือในห้องปฏิบัติการ ในการทดสอบเราจะเลือกพิจารณาที่ความถี่ที่เป็นต้นเหตุหลักซึ่งได้จากการตรวจวัดสัญญาณจากอุปกรณ์ในกระบวนการผลิต เนื่องจากเราไม่สามารถทดสอบที่ความถี่ต่างๆได้ เพราะจะทำให้เสียค่าใช้จ่ายในการทดสอบสูง

Christopher P. Hamkins and Jerome A. Lorenc ได้กล่าวถึงความแปรปรวนของความดันน้ำเยื่อที่ออกจากตัวปล่อยเยื่อ (Headbox) ซึ่งเป็นสาเหตุของความแปรปรวนของน้ำหนักมาตรฐานกระดาษ มีต้นเหตุมาจากอุปกรณ์ที่อยู่ก่อนหน้าตัวปล่อยเยื่อ เช่น fan pump, screen หรือ cleaner ซึ่งจะก่อกำเนิดความแปรปรวนของความดันที่มีความถี่เดียวกับความเร็วรอบของการหมุนของใบพัด ซึ่งได้แก้ปัญหาโดยการออกแบบใบพัดของ fan pump ใหม่เพื่อลดความแปรปรวนของความดันที่ส่งออกมา ทำให้ความแปรปรวนของน้ำหนักมาตรฐานกระดาษในแนวตามยาวเครื่องลดลง

ในงานวิจัยนี้ได้ทดลองตรวจวัดความดันของน้ำเยื่อก่อนเข้าตัวปล่อยเยื่อเช่นกัน เพื่อตรวจดูว่ามีสาเหตุมาจากอุปกรณ์ที่อยู่ก่อนตัวปล่อยเยื่อหรือไม่ และวิเคราะห์ความแปรปรวนเพื่อหาว่าสาเหตุในแนวตามยาวเครื่องดังกล่าวมีผลทำให้เกิดความแปรปรวนของน้ำหนักมาตรฐานในแนวตามยาวเครื่องอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่