บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อหาข้อสรุปในการเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับการแจกแจงแบบปกติ โดยอาศัยตัวสถิติทดสอบ 3 ตัว คือ ตัวสถิติทดสอบ r ตัวสถิติทดสอบ Z_A และตัวสถิติทดสอบ Z_C เพื่อหาข้อสรุปว่าตัวสถิติทดสอบตัวใดมีความเหมาะสมที่จะใช้ทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับการแจกแจงแบบปกติในแต่ละสถานการณ์ ดังต่อไปนี้

1. ในการศึกษาความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้กำหนดให้ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ โดยกำหนดค่าของพารามิเตอร์ ได้แก่ ค่าเฉลี่ยของประชากร (μ) เท่ากับ 0 และความแปรปรวนของประชากร (σ^2) เท่ากับ 1

2. ในการศึกษาอำนาจการทดสอบ ได้กำหนดให้ประชากรมีการแจกแจงแบบต่างๆ ได้แก่ การแจกแจงแบบลอกนอร์มอล (*Lognormal Distribution*) การแจกแจงแบบเบตา (*Beta Distribution*) การแจกแจงแบบแกมมา (*Gamma Distribution*) และการแจกแจงแบบที (*Student's T Distribution*) และการแจกแจงแบบจอห์นสัน (*Johnson Distribution*) โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ (γ_1) และสัมประสิทธิ์ความโด่ง (γ_2) เป็นตัวกำหนดค่าพารามิเตอร์ของแต่ละการแจกแจง

3. ขนาดตัวอย่างที่ทำการศึกษา คือ 10 15 20 30 40 50 60 70 และ 80

4. ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ คือ 0.01 0.05 และ 0.10

ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาฟอร์แทรน (*Fortran Power Station*) หาค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบด้วยวิธีการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล กำหนดจำนวนรอบทำซ้ำ 1,000 รอบในแต่ละสถานการณ์

5.1 สรุปผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยต้องการหาข้อสรุปในการเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับการแจกแจงแบบปกติ โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว ในแต่ละสถานการณ์ สรุปผลได้ดังนี้

5.1.1 ความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

จากการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว โดยใช้เกณฑ์การทดสอบทวินาม สรุปผลได้ดังนี้

ที่ทุกระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10 และทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการศึกษาทดลอง พบว่า ตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว คือ ตัวสถิติทดสอบ r ตัวสถิติทดสอบ Z_A และตัวสถิติทดสอบ Z_C สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ทั้งหมด

จากการวิจัยพบว่า ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ และขนาดตัวอย่าง ต่างก็มีผลต่อค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว โดยค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อระดับนัยสำคัญของการทดสอบเพิ่มขึ้น แต่มีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

5.1.2 การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบ

จากการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว โดยจะพิจารณาเฉพาะกรณีที่ตัวสถิติทดสอบนั้นสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้เท่านั้น ผู้วิจัยได้สรุปผลการวิจัยตามกรณีต่างๆ ดังนี้

5.1.2.1 ลักษณะใกล้เคียงการแจกแจงแบบปกติ ($\gamma_1 = 0.0 , 2.5 \le \gamma_2 \le 4.5$)

พบว่าในทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการศึกษา ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ตัวสถิติทดสอบ Z_C มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ ตัวสถิติทดสอบ r และตัวสถิติทดสอบ Z_A ตามลำดับและที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 ตัวสถิติทดสอบ r มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ ตัวสถิติทดสอบ Z_C และตัวสถิติทดสอบ Z_A ตามลำดับ

5.1.2.2 ลักษณะที่สมมาตรและหางสั้น ($\gamma_1 = 0.0 , \gamma_2 < 2.5$)

พบว่าในทุกระดับนัยสำคัญ และทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการศึกษา ตัวสถิติทดสอบ Z_C มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ ตัวสถิติทดสอบ Z_A และตัวสถิติทดสอบ r ตามลำดับ

เมื่อสัมประสิทธิ์ความโด่งมีค่าลดลง ในทุกขนาดตัวอย่าง ค่าอำนาจการทดสอบจะเพิ่มมากขึ้น จนกระทั่งสัมประสิทธิ์ความโด่ง γ_2 มีค่าเท่ากับ 1.24 ในทุกระดับนัยสำคัญ ที่ขนาด

ตัวอย่างตั้งแต่ 30 ขึ้นไป ตัวสถิติทดสอบ r ตัวสถิติทดสอบ Z_A และตัวสถิติทดสอบ Z_C จะให้ค่าอำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน

5.1.2.3 ลักษณะที่สมมาตรและหางยาว ($\gamma_1 = 0.0$, $\gamma_2 > 4.5$)

พบว่าในทุกระดับนัยสำคัญ และทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการศึกษา ตัวสถิติทดสอบ r มีอำนาจการทดสอบสูงสุด โดยที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05 ตัวสถิติทดสอบที่มีอำนาจการทดสอบรองลงมาคือ ตัวสถิติทดสอบ Z_C และตัวสถิติทดสอบ Z_A ตามลำดับ แต่ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ตัวสถิติทดสอบที่มีอำนาจการทดสอบรองลงมาคือ ตัวสถิติทดสอบ Z_A และตัวสถิติทดสอบ Z_C ตามลำดับ

5.1.2.4 ลักษณะที่ไม่สมมาตรและหางสั้น ($\gamma_1 \neq 0.0$, $\gamma_2 \leq 3.0$)

พบว่าในทุกระดับนัยสำคัญ และทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการศึกษา ตัวสถิติทดสอบ Z_A มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ ตัวสถิติทดสอบ Z_C และตัวสถิติทดสอบ r ตามลำดับ

เมื่อค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์ความเบ้ $|\gamma_1|$ มีค่ามากขึ้น และค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง (γ_2) มีค่าลดลง ในทุกขนาดตัวอย่าง ค่าอำนาจการทดสอบจะเพิ่มมากขึ้น จนกระทั่งค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์ความเบ้ $|\gamma_1|$ มีค่าเท่ากับ 0.64 และค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง γ_2 มีค่าเท่ากับ 2.14 ในทุกระดับนัยสำคัญ ที่ขนาดตัวอย่างตั้งแต่ 50 ขึ้นไป ตัวสถิติทดสอบ r ตัวสถิติทดสอบ Z_A และตัวสถิติทดสอบ Z_C จะให้ค่าอำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน

5.1.2.5 ลักษณะที่ไม่สมมาตรและหางยาว ($\gamma_1 \neq 0.0$, $\gamma_2 > 3.0$)

พบว่าในทุกระดับนัยสำคัญ และทุกขนาดตัวอย่างที่ทำการศึกษา ตัวสถิติทดสอบ Z_A มีอำนาจการทดสอบสูงสุด รองลงมาคือ ตัวสถิติทดสอบ Z_C และตัวสถิติทดสอบ r ตามลำดับ

เมื่อค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์ความเบ้ $|\gamma_1|$ และค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง γ_2 มีค่ามากขึ้น ในทุกขนาดตัวอย่าง ค่าอำนาจการทดสอบจะเพิ่มมากขึ้น จนกระทั่งค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์ความเบ้ $|\gamma_1|$ มีค่าเท่ากับ 2 ค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง γ_2 มีค่าเท่ากับ 9 ขนาดตัวอย่างตั้งแต่ 40 ขึ้นไป ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ $|\gamma_1|$ มีค่าเท่ากับ 1.64 γ_2 มีค่าเท่ากับ 5.5 ในทุกขนาดตัวอย่าง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 ตัวสถิติทดสอบ r ตัวสถิติทดสอบ Z_A และตัวสถิติทดสอบ Z_C จะให้ค่าอำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน

ค่าอำนาจการทดสอบมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่อค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์ความเบ้มากขึ้น และสัมประสิทธิ์ความโด่งมีค่าห่างจาก 3 มากขึ้น (ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ และค่าสัมประสิทธิ์ความโด่งของการแจกแจงแบบปกติเท่ากับ 0 และ 3 ตามลำดับ) ระดับนัยสำคัญของการทดสอบเพิ่มขึ้น และขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

สาเหตุที่อำนาจการทดสอบมีค่าต่ำ เนื่องจากกำหนดค่าพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่งของประชากรใกล้เคียงกับสัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่งของการแจกแจงแบบปกติ (0 และ 3) ตามลำดับ ทำให้ความสามารถในการปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 เมื่อสมมติฐานว่าง H_0 ไม่เป็นจริงมีค่าต่ำ (ดังตารางที่ 4.3 เป็นต้น)

5.2 ข้อเสนอแนะ

ผลการวิจัยครั้งนี้จะเสนอแนะเป็น 2 ด้าน คือ

5.2.1 ด้านการนำไปใช้ประโยชน์

ข้อเสนอแนะในด้านการนำไปใช้ประโยชน์ เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกใช้ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับการแจกแจงแบบปกติ มีขั้นตอนดังนี้

1. ถ้าไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ μ และ σ^2 ให้ประมาณค่า μ และ σ^2 โดยใช้ตัวประมาณไม่เอนเอียง (*Unbiased Estimator*) $\bar{x}$ และ s^2 ตามลำดับ โดยที่

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

และ

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

ดังนั้น สมมติฐานสำหรับการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับการแจกแจงแบบปกติ คือ

H_0 : ประชากรมีการแจกแจงแบบ $N(\bar{x}, s^2)$

H_1 : ประชากรไม่ได้มีการแจกแจงแบบ $N(\bar{x}, s^2)$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. ทำการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้ γ_1 และค่าสัมประสิทธิ์ความโด่ง γ_2 ด้วยสูตรดังนี้

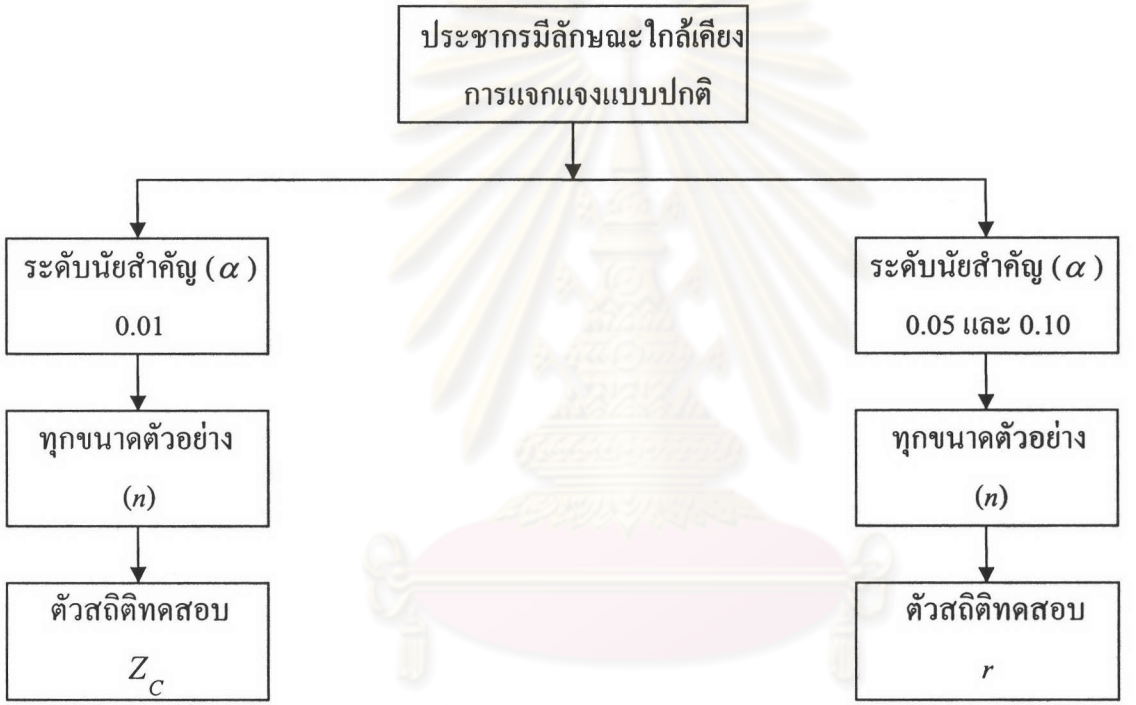
$$\hat{\gamma}_1 = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^3 \Big/ n\right]}{\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 \Big/ n\right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$\hat{\gamma}_2 = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^4 \Big/ n\right]}{\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 \Big/ n\right]^{2}}$$

3. พิจารณาเลือกตัวสถิติทดสอบที่เหมาะสม โดยผู้วิจัยได้แสดงแผนผังการเลือกตัวสถิติทดสอบที่ทำให้ได้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุดในสถานการณ์ต่างๆ ดังนี้

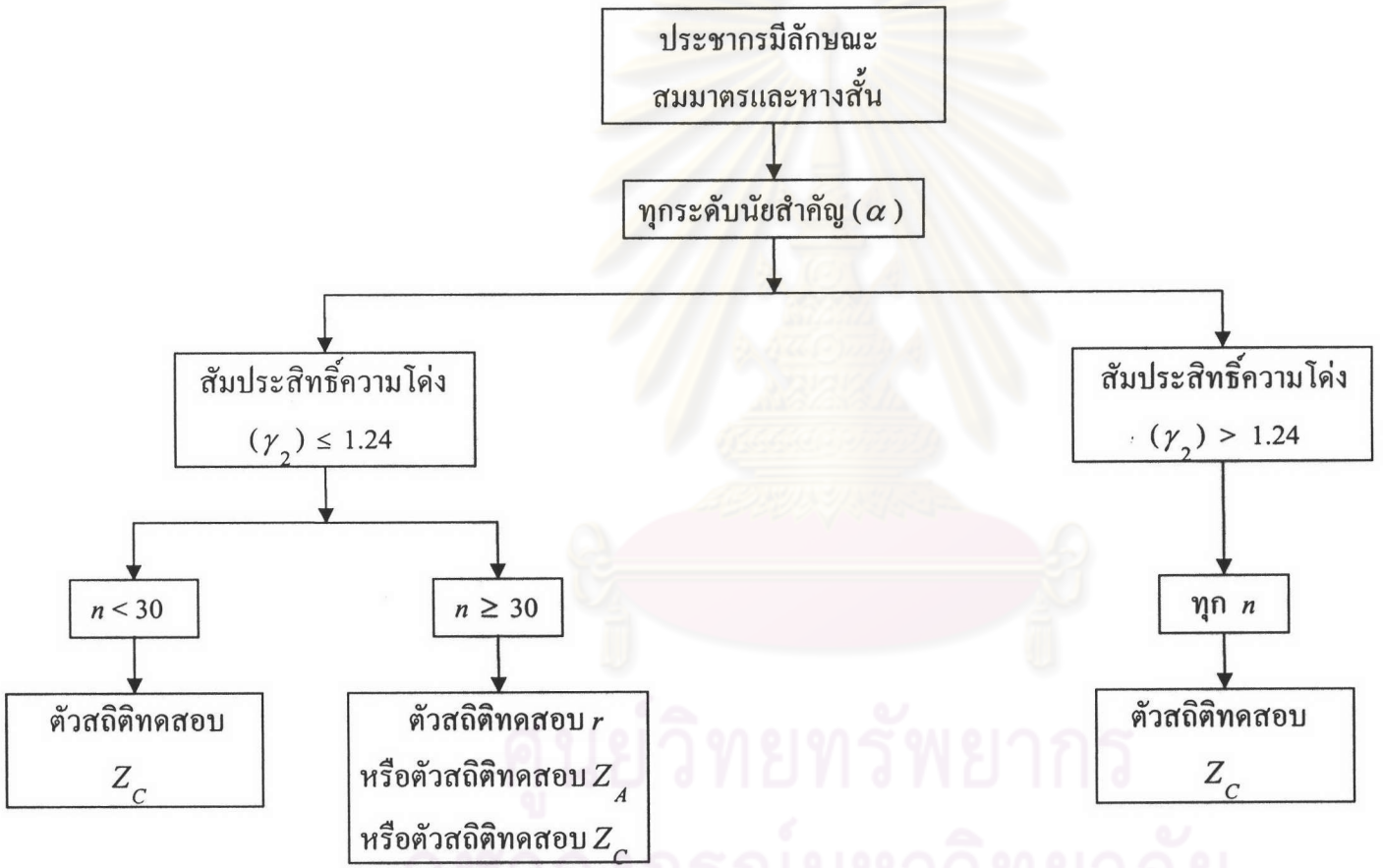
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนผังแสดงการเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีลักษณะใกล้เคียงการแจกแจงแบบปกติ



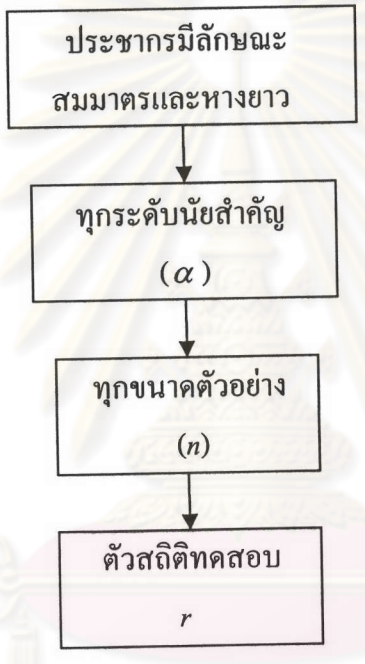
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนผังแสดงการเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีลักษณะสมมาตรและหางสั้น



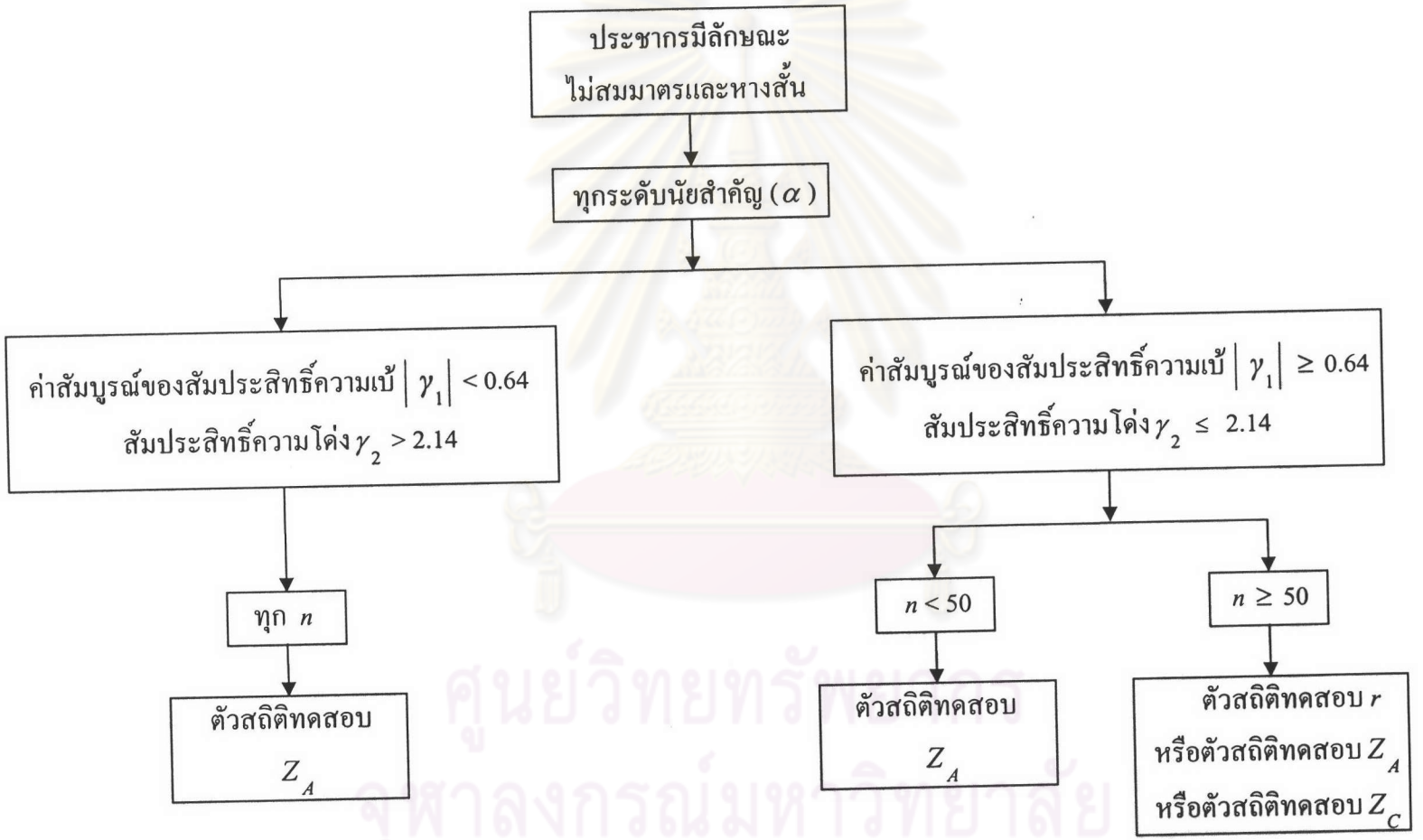
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนผังแสดงการเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีลักษณะสมมาตรและหางยาว



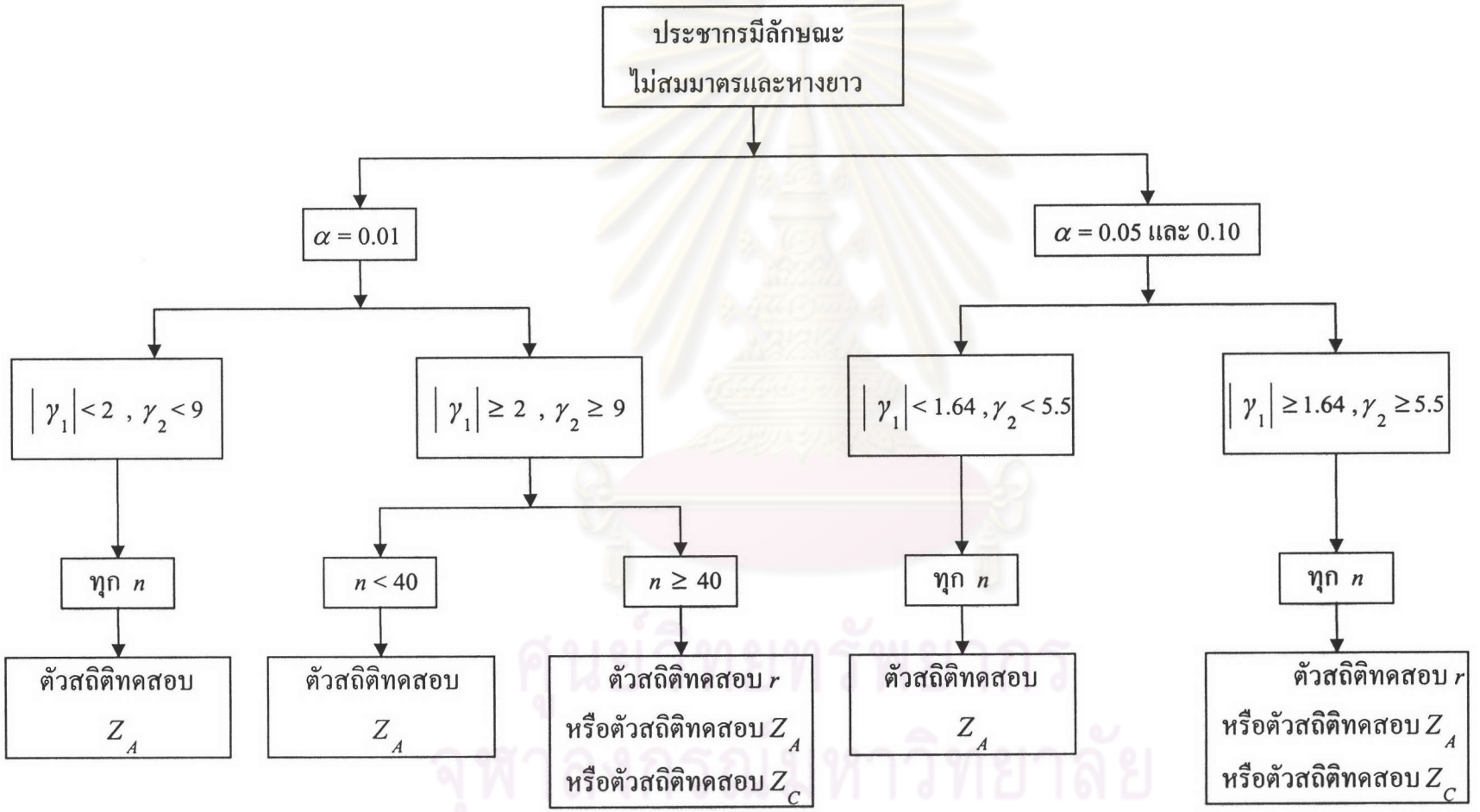
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนผังแสดงการเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีลักษณะไม่สมมาตรและหางสั้น



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

แผนผังแสดงการเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบ เมื่อประชากรมีลักษณะไม่สมมาตรและหางยาว



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4. ถ้าสัมประสิทธิ์ความเบ้ γ_1 และสัมประสิทธิ์ความโด่ง γ_2 มีค่าเข้าใกล้ 0 และ 3 ตามลำดับ ตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัวไม่เหมาะที่จะใช้ทดสอบ เพราะจะยอมรับสมมติฐานว่าง H_0 ได้มากกว่าปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 เมื่อสมมติฐานว่าง H_0 ไม่เป็นจริง

5.2.2 ด้านการศึกษาวิจัย

ในงานวิจัยนี้เป็นการเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับการแจกแจงแบบปกติ เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้ที่สนใจได้ศึกษาเพิ่มเติม และเพื่อเป็นการขยายผลการวิจัยออกไปให้เกิดประโยชน์มากยิ่งขึ้น ดังนั้นเรื่องที่น่าสนใจที่จะทำการศึกษาในกรณีอื่นๆ ดังต่อไปนี้

1. ในการกำหนดค่าพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่ง ควรกำหนดให้มีค่าห่างจากสัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่งของการแจกแจงแบบปกติ (0 และ 3) ตามลำดับ เพื่อให้อำนาจการทดสอบมีค่าสูงและมีอัตราการเพิ่มที่เร็วขึ้น

2. ควรศึกษาตัวสถิติทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับการแจกแจงแบบปกติในหลายตัวแปร (*Tests of Multivariate Normality*) เมื่อกำหนดลักษณะการแจกแจงของประชากร ขนาดตัวอย่าง และระดับนัยสำคัญของการทดสอบต่างๆ กัน

3. ควรศึกษาและเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบอื่นที่ใช้ในการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับการแจกแจงแบบปกติ เช่น ตัวสถิติทดสอบ *Fisher Information* (*F*) และตัวสถิติทดสอบ *The Empirical Likelihood Ratio* (*ELR*) เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับตัวสถิติทดสอบที่ผู้วิจัยได้ศึกษามาแล้ว

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย