

รายการอ้างอิง

1. G. J. Balas, I. Fialho, A. Packard, J. Renfrow, and C. Mullaney, "On the Design of LPV Controllers for the F-14 Aircraft Lateral-Directional Axis During Powered Approach," *Proc. American Control Conf.*, 1, (1997): 123–127.
2. I. Fialho, G. Balas, A. Packard, J. Renfrow, and C. Mullaney, "Linear Fractional Transformation Control of the F-14 Aircraft Lateral-Directional Axis During Powered Approach Landing," *Proc. American Control Conf.*, 1, (1997): 128–132.
3. P. Gahinet and P. Apkarian, "A Linear Matrix Inequality Approach to \mathcal{H}_∞ Control," *Int. J. Robust and Nonlinear Control*, 4, (1994): 421–448.
4. P. Apkarian and P. Gahinet, "A Convex Characterization of Gain-Scheduled \mathcal{H}_∞ Controllers," *IEEE Trans. Aut. Control*, 40, (1995): 853–864.
5. P. Apkarian and R. Adams, "Advanced Gain-Scheduling Techniques for Uncertain Systems," *IEEE Trans. Aut. Control*, 6, (1998): 21–32.
6. K. Thiptawonnukoon, "An \mathcal{H}_∞ Controller Design for Linear Parameter-Varying System with Unstructured Uncertainty," Master's thesis, CU, Bangkok, THA, 2002.
7. H. Kajiwara, P. Apkarian, and P. Gahinet, "LPV Techniques for Control of An Inverted Pendulum," *IEEE Control Syst. Mag.*, 31, (1999): 44–54.
8. G. Scorletti and V. Fromion, "A New LMI Approach to Performance Control of Linear Parameter-Varying Systems," *Proc. American Control Conf.*, 1, (1998): 542–546.
9. C. Courties and J. Bernussou, "LPV Control by Dynamic Output Feedback," *Proc. American Control Conf.*, 4, (1999): 2267–2271.
10. P. Apkarian, P. Gahinet, and G. Becker, "Self-Scheduled \mathcal{H}_∞ Control of Linear Parameter-Varying System: A Design Example," *Automatica*, 31, (1995): 1251–1261.
11. C. Scherer, P. Gahinet, and M. Chilali, "Multiobjective Output-Feedback Control via LMI Optimization," *IEEE Trans. Aut. Control*, 42, 7, (1997): 896–911.



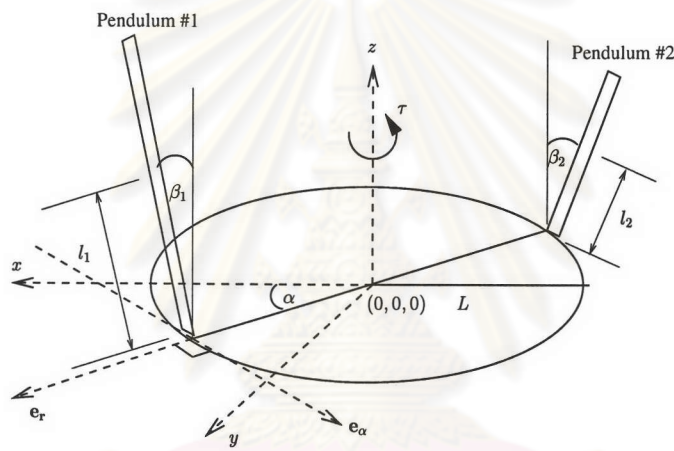
ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

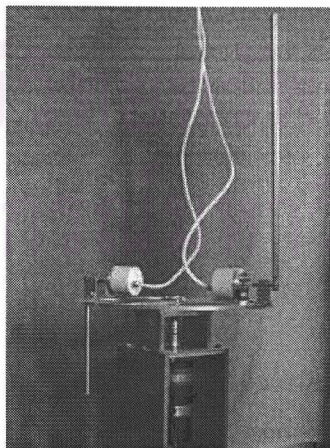
ภาคผนวก ก

แบบจำลองของระบบเพนดูลัมผกผัน

ระบบเพนดูลัมผกผันทั่วไปจะมีลักษณะเป็นแท่งวางบนรางเคลื่อนที่ ซึ่งรางนี้จะเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงเพื่อรักษาสมดุลของแท่งเพนดูลัมให้ตั้งตรง ตั้งฉากกับแนวระดับ ระบบเพนดูลัมผกผันแบบนี้มีข้อจำกัดคือระยะทางของรางเลื่อนนั้นมีจำกัด ดังนั้นระบบเพนดูลัมผกผันแบบหมุนจึงถูกคิดขึ้นมาเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องดังกล่าว สำหรับระบบเพนดูลัมผกผันแบบหมุนนั้นจะทำการปรับเปลี่ยนวิธีรักษาสมดุลจากการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง เป็นการเคลื่อนที่แบบหมุน 360 องศาในแนวขนานกับพื้นแทน ดังรูป



รูปที่ ก.1: ภาพร่างของระบบเพนดูลัมผกผันแบบหมุน



รูปที่ ก.2: ระบบเพนดูลัมผกผันแบบหมุนในห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม

ระบบเพนดูลัมผกผันแบบหมุนมีแบบจำลองเป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta}_1 \\ \ddot{\beta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \frac{K_m}{R} \begin{bmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{ก.1})$$

โดยที่

$$\begin{aligned} P_{11} &= J_0 + m_1 l_1^2 \sin^2 \beta_1 + m_1 L^2 + m_2 l_2^2 \sin^2 \beta_2 + m_2 L^2 \\ P_{12} &= -m_1 l_1 L \cos \beta_1 \\ P_{13} &= -m_2 l_2 L \cos \beta_2 \\ p_1 &= m_1 l_1^2 \dot{\beta}_1 \dot{\alpha} \sin(2\beta_1) + m_1 l_1 L \dot{\beta}_1^2 \sin(\beta_1) + m_2 l_2^2 \dot{\beta}_2 \dot{\alpha} \sin(2\beta_2) \\ &\quad + m_2 l_2 L \dot{\beta}_2^2 \sin(\beta_2) + c_0 \dot{\alpha} + \frac{K_m K_b \dot{\alpha}}{R} \\ P_{21} &= -m_1 l_1 L \cos \beta_1 \\ P_{22} &= J_1 + m_1 l_1^2 \\ P_{23} &= 0 \\ p_2 &= -m_1 l_1^2 \dot{\alpha}^2 \sin \beta_1 \cos \beta_1 - m_1 g l_1 \sin \beta_1 + c_1 \dot{\beta}_1 \\ P_{31} &= -m_2 l_2 L \cos \beta_2 \\ P_{32} &= 0 \\ P_{33} &= J_2 + m_2 l_2^2 \\ p_3 &= -m_2 l_2^2 \dot{\alpha}^2 \sin \beta_2 \cos \beta_2 - m_2 g l_2 \sin \beta_2 + c_2 \dot{\beta}_2 \end{aligned} \quad (\text{ก.2})$$

ค่าพารามิเตอร์ของระบบเป็นดังนี้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พารามิเตอร์	สัญลักษณ์	ค่า	หน่วย
โมเมนต์ความเฉื่อยของจานหมุน	J_0	0.06	kg-m ²
โมเมนต์ความเฉื่อยของเพนดูลัมแขนที่หนึ่ง	J_1	0.008	kg-m ²
โมเมนต์ความเฉื่อยของเพนดูลัมแขนที่สอง	J_2	0.002	kg-m ²
สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของจานหมุน	c_0	0.004	N-m·s
สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของเพนดูลัมแขนที่หนึ่ง	c_1	0.0031	N-m·s
สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของเพนดูลัมแขนที่สอง	c_2	0.00088	N-m·s
มวลของเพนดูลัมแขนที่หนึ่ง	m_1	0.25	kg
มวลของเพนดูลัมแขนที่สอง	m_2	0.13	kg
ระยะจากจานหมุนถึงจุดศูนย์กลางมวลของเพนดูลัมแขนที่หนึ่ง	l_1	0.24	m
ระยะจากจานหมุนถึงจุดศูนย์กลางมวลของเพนดูลัมแขนที่สอง	l_2	0.13	m
รัศมีของจานหมุน	L	0.172	m
ค่าคงที่แรงโน้มถ่วง	g	9.8	m/s
ค่าคงที่ทอร์ก	K_m	0.374	N.m/A
ค่าคงที่ย้อนกลับ	K_b	0.374	Volt/rad
ความต้านทานของมอเตอร์	R	8.26	Ω

ตารางที่ ก.1: พารามิเตอร์ต่างๆของระบบเพนดูลัมผกผันแบบหมุน

ภาคผนวก ข

แบบจำลองเชิงเส้นที่เปลี่ยนแปลงตามพารามิเตอร์ ของระบบเพนดูลัมผกผันแบบหมุน

กำหนดให้ $r_1 = \dot{\beta}_1 \sin \beta_1$, $r_2 = \dot{\beta}_2 \sin \beta_2$, $r_3 = \dot{\alpha} \sin \beta_1$ และ $r_4 = \dot{\alpha} \sin \beta_2$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 P_{11} &= J_0 + m_1 l_1^2 \sin^2 \beta_1 + m_1 L^2 + m_2 l_2^2 \sin^2 \beta_2 + m_2 L^2 \\
 P_{12} &= -m_1 l_1 L \cos \beta_1 \\
 P_{13} &= -m_2 l_2 L \cos \beta_2 \\
 p_1 &= 2m_1 l_1^2 r_1 \dot{\alpha} \cos(\beta_1) + m_1 l_1 L r_1 \dot{\beta}_1 + 2m_2 l_2^2 r_2 \dot{\alpha} \cos(\beta_2) \\
 &\quad + m_2 l_2 L r_2 \dot{\beta}_2 + c_0 \dot{\alpha} + \frac{K_m K_b \dot{\alpha}}{R} \\
 P_{21} &= -m_1 l_1 L \cos \beta_1 \\
 P_{22} &= J_1 + m_1 l_1^2 \\
 P_{23} &= 0 \\
 p_2 &= -m_1 l_1^2 r_3 \dot{\alpha} \cos \beta_1 - m_1 g l_1 \sin \beta_1 + c_1 \dot{\beta}_1 \\
 P_{31} &= -m_2 l_2 L \cos \beta_2 \\
 P_{32} &= 0 \\
 P_{33} &= J_2 + m_2 l_2^2 \\
 p_3 &= -m_2 l_2^2 r_4 \dot{\alpha} \cos \beta_2 - m_2 g l_2 \sin \beta_2 + c_2 \dot{\beta}_2
 \end{aligned} \tag{ข.1}$$

ทำการประมาณให้เป็นเชิงเส้นรอบๆ จุด $\beta_1^* = 0$ และ $\beta_2^* = 0$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 (J_0 + m_1 L^2 + m_2 L^2) \ddot{\alpha} - m_1 l_1 L \ddot{\beta}_1 - m_2 l_2 L \ddot{\beta}_2 + m_1 l_1 L r_1 \dot{\beta}_1 + m_2 l_2 L r_2 \dot{\beta}_2 \\
 + \dot{\alpha} \left(c_0 + \frac{K_m K_b}{R} + 2m_1 l_1^2 r_1 + 2m_2 l_2^2 r_2 \right) = \frac{K_m}{R} V
 \end{aligned} \tag{ข.2}$$

$$-m_1 l_1 L \ddot{\alpha} + (J_1 + m_1 l_1^2) \ddot{\beta}_1 - m_1 l_1^2 r_3 \dot{\alpha} - m_1 g l_1 \beta_1 + c_1 \dot{\beta}_1 = 0 \tag{ข.3}$$

$$-m_2 l_2 L \ddot{\alpha} + (J_2 + m_2 l_2^2) \ddot{\beta}_2 - m_2 l_2^2 r_4 \dot{\alpha} - m_2 g l_2 \beta_2 + c_2 \dot{\beta}_2 = 0 \tag{ข.4}$$

กำหนดให้ x และ u เป็นตัวแปรสถานะและสัญญาณเข้าของระบบ ตามลำดับ

$$\begin{aligned}
 x &= [\alpha \quad \beta_1 \quad \beta_2 \quad \dot{\alpha} \quad \dot{\beta}_1 \quad \dot{\beta}_2]^T \\
 u &= V
 \end{aligned}$$

สามารถจัดสมการ (ข.2) - (ข.4) ในรูปแบบ

$$E \dot{x} = Fx + Gu \tag{ข.5}$$

เมื่อ

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_0 + m_1L^2 + m_2L^2 & -m_1l_1L & -m_2l_2L \\ 0 & 0 & 0 & -m_1l_1L & J_1 + m_1l_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m_2l_2L & 0 & J_2 + m_2l_2^2 \end{bmatrix} \quad (ข.6)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -(c_0 + \frac{K_m K_b}{R} + 2m_1l_1^2r_1 + 2m_2l_2^2r_2) & -m_1l_1Lr_1 & -m_2l_2Lr_2 \\ 0 & m_1gl_1 & 0 & m_1l_1^2r_3 & -c_1 & 0 \\ 0 & 0 & m_2gl_2 & m_2l_2^2r_4 & 0 & -c_2 \end{bmatrix} \quad (ข.7)$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{K_m}{R} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (ข.8)$$

ในการออกแบบตัวควบคุม จำเป็นต้องจัดรูปแบบของปริภูมิสถานะให้อยู่ในรูปแบบของการแปลงส่วนย่อยเชิงเส้นดังที่จะแสดงต่อไปนี้

กำหนดให้ตัวแปรกำหนดของระบบเป็น

$$\begin{aligned} \theta'_1 &= \theta'_3 = \dot{\beta}_1 \sin \beta_1 \\ \theta'_2 &= \theta'_4 = \dot{\beta}_2 \sin \beta_2 \\ \theta'_5 &= \dot{\alpha} \sin \beta_1 \\ \theta'_6 &= \dot{\alpha} \sin \beta_2 \end{aligned} \quad (ข.9)$$

เหตุผลที่เลือกตัวแปรกำหนดทั้ง 6 ตัวนี้ เนื่องจากครั้งแรกได้เลือกตัวแปรกำหนดเป็น $\dot{\beta}_1 \sin \beta_1$ และ $\dot{\beta}_2 \sin \beta_2$ ในเทอมของ $m_1l_1L\dot{\beta}_1^2 \sin(\beta_1)$ และ $m_2l_2L\dot{\beta}_2^2 \sin(\beta_2)$ จากนั้นนำไปออกแบบหาตัวควบคุมและนำตัวควบคุมที่ได้ไปจำลองผลกับคอมพิวเตอร์พบว่าตัวควบคุมสามารถควบคุมระบบเพนดูลัมแบบหมุนให้มีเสถียรภาพได้ที่มุมเริ่มต้นสูงสุดประมาณ 5 องศา จากนั้นจึงเพิ่มตัวแปรกำหนดอีก 2 ตัวคือ $\dot{\beta}_1 \sin \beta_1$ และ $\dot{\beta}_2 \sin \beta_2$ ในเทอมของ $m_1l_1^2\dot{\beta}_1 \sin(\beta_1)\dot{\alpha}$ และ $m_2l_2^2\dot{\beta}_2 \sin(\beta_2)\dot{\alpha}$ ตัวควบคุมที่หาได้สามารถควบคุมระบบเพนดูลัมผกผันให้มีเสถียรภาพได้ที่มุมเริ่มต้นมากกว่าเดิม ดังนั้นจึงเพิ่มตัวแปรกำหนดอีก 2 ตัวคือ $\dot{\alpha} \sin \beta_1$ และ $\dot{\alpha} \sin \beta_2$ ในเทอมของ $-m_1l_1^2\dot{\alpha}^2 \sin \beta_1 \cos \beta_1$ และ $-m_2l_2^2\dot{\alpha}^2 \sin \beta_2 \cos \beta_2$

เมื่อกำหนดให้มุมของเพนดูลัมผกผันแบบหมุนที่เบี่ยงเบนมากที่สุดเป็น β_{1m} , β_{2m} และค่าอนุพันธ์ของมุมของเพนดูลัมที่มากที่สุดเป็น $\dot{\alpha}_m$, $\dot{\beta}_{1m}$, $\dot{\beta}_{2m}$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} -\dot{\beta}_{1m} \sin \beta_{1m} &< \theta'_1 < \dot{\beta}_{1m} \sin \beta_{1m} \\ -\dot{\beta}_{2m} \sin \beta_{2m} &< \theta'_2 < \dot{\beta}_{2m} \sin \beta_{2m} \\ -\dot{\alpha}_m \sin \beta_{1m} &< \theta'_5 < \dot{\alpha}_m \sin \beta_{1m} \\ -\dot{\alpha}_m \sin \beta_{2m} &< \theta'_6 < \dot{\alpha}_m \sin \beta_{2m} \end{aligned} \quad (ข.10)$$

ทำตัวแปรกำหนดให้เป็นบรรทัดฐานดังนี้

- θ'_1

เนื่องจาก $-\dot{\beta}_{1m} \sin \beta_{1m} < \theta'_1 < \dot{\beta}_{1m} \sin \beta_{1m}$ ดังนั้น

$$\theta'_1 = \frac{\dot{\beta}_{1m} \sin \beta_{1m} - (-\dot{\beta}_{1m} \sin \beta_{1m})}{2} \theta_1 + \frac{\dot{\beta}_{1m} \sin \beta_{1m} + (-\dot{\beta}_{1m} \sin \beta_{1m})}{2}$$

$$\theta_1 = \frac{\theta'_1}{\dot{\beta}_{1m} \sin \beta_{1m}}$$

ซึ่งจะได้ $\theta_1 \in (-1, 1)$

• θ'_2

เนื่องจาก $-\dot{\beta}_{2m} \sin \beta_{2m} < \theta'_2 < \dot{\beta}_{2m} \sin \beta_{2m}$ ดังนั้น

$$\theta'_2 = \frac{\dot{\beta}_{2m} \sin \beta_{2m} - (-\dot{\beta}_{2m} \sin \beta_{2m})}{2} \theta_2 + \frac{\dot{\beta}_{2m} \sin \beta_{2m} + (-\dot{\beta}_{2m} \sin \beta_{2m})}{2}$$

$$\theta_2 = \frac{\theta'_2}{\dot{\beta}_{2m} \sin \beta_{2m}}$$

ซึ่งจะได้ $\theta_2 \in (-1, 1)$

• θ'_5

เนื่องจาก $-\dot{\alpha}_m \sin \beta_{1m} < \theta'_5 < \dot{\alpha}_m \sin \beta_{1m}$ ดังนั้น

$$\theta'_5 = \frac{\dot{\alpha}_m \sin \beta_{1m} - (-\dot{\alpha}_m \sin \beta_{1m})}{2} \theta_5 + \frac{\dot{\alpha}_m \sin \beta_{1m} + (-\dot{\alpha}_m \sin \beta_{1m})}{2}$$

$$\theta_5 = \frac{\theta'_5}{\dot{\alpha}_m \sin \beta_{1m}}$$

ซึ่งจะได้ $\theta_5 \in (-1, 1)$

• θ'_6

เนื่องจาก $-\dot{\alpha}_m \sin \beta_{2m} < \theta'_6 < \dot{\alpha}_m \sin \beta_{2m}$ ดังนั้น

$$\theta'_6 = \frac{\dot{\alpha}_m \sin \beta_{2m} - (-\dot{\alpha}_m \sin \beta_{2m})}{2} \theta_6 + \frac{\dot{\alpha}_m \sin \beta_{2m} + (-\dot{\alpha}_m \sin \beta_{2m})}{2}$$

$$\theta_6 = \frac{\theta'_6}{\dot{\alpha}_m \sin \beta_{2m}}$$

ซึ่งจะได้ $\theta_6 \in (-1, 1)$

เมื่อแทนค่าตัวแปรกำหนดที่ได้ลงในสมการสถานะ สามารถจัดให้อยู่รูปแบบ

$$K\dot{x} = Lx + Mw_\theta + Nu$$

(ข.11)

เมื่อ

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_0 + m_1 L^2 + m_2 L^2 & -m_1 l_1 L & -m_2 l_2 L \\ 0 & 0 & 0 & -m_1 l_1 L & J_1 + m_1 l_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m_2 l_2 L & 0 & J_2 + m_2 l_2^2 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -(c_0 + \frac{K_m K_b}{R}) & 0 & 0 \\ 0 & m_1 g l_1 & 0 & 0 & -c_1 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 g l_2 & 0 & 0 & -c_2 \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{K_m}{R} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2m_1 l_1^2 \dot{\beta}_{1m} \sin \beta_{1m} & -2m_2 l_2^2 \dot{\beta}_{2m} \sin \beta_{2m} & -m_1 l_1 L \dot{\beta}_{1m} \sin \beta_{1m} & -m_2 l_2 L \dot{\beta}_{2m} \sin \beta_{2m} & m_1 l_1^2 \dot{\alpha}_m \sin \beta_{1m} & m_2 l_2^2 \dot{\alpha}_m \sin \beta_{2m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

โดยที่

$$w_\theta = \Theta z_\theta$$

เมื่อ

$$\Theta = \begin{bmatrix} \frac{\theta'_1}{\beta_{1m} \sin \beta_{1m}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\theta'_2}{\beta_{2m} \sin \beta_{2m}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\theta'_1}{\beta_{1m} \sin \beta_{1m}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\theta'_2}{\beta_{2m} \sin \beta_{2m}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\theta'_5}{\dot{\alpha}_m \sin \beta_{1m}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\theta'_6}{\dot{\alpha}_m \sin \beta_{2m}} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$z_\theta = [\dot{\alpha} \quad \dot{\alpha} \quad \dot{\beta}_1 \quad \dot{\beta}_2 \quad \dot{\alpha} \quad \dot{\alpha}]^T$$

ศูนย์วิทยศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ค

โปรแกรมออกแบบโดยใช้ LMI Toolbox

```
1  setlmis([]);
2
3  y=lmivar(1,[n,1]);
4  x=lmivar(1,[n,1]);
5  l3=lmivar(1,[1,0;1,0;1,0;1,0;1,0;1,0]); % [1,0;1,0; ...; 1,0] have rows = n_theta
6  j3=lmivar(1,[1,0;1,0;1,0;1,0;1,0;1,0]);
7  q=lmivar(1,[n_z2,1]); % H2 min tr(Q)
8
9  dh11=lmivar(2,[n_u,n_y]);
10 dh10=lmivar(2,[n_u,n_theta]);
11 dh01=lmivar(2,[n_theta,n_y]);
12 dh00=lmivar(2,[n_theta,n_theta]);
13 ch1=lmivar(2,[n_u,n]);
14 ch0=lmivar(2,[n_theta,n]);
15 bh1=lmivar(2,[n,n_y]);
16 bh0=lmivar(2,[n,n_theta]);
17 ah=lmivar(2,[n,n]);
18
19 %=====
20
21 HinfCon=newlmi;
22 lmiterm([HinfCon,1,1,x],A,1,'s'); % A X + X A'
23 lmiterm([HinfCon,1,1,ch1],b_2,1,'s'); % B_2 C_hat1 + C_hat1' B_2'
24
25 lmiterm([HinfCon,2,1,ah],1,1); % A_hat
26 lmiterm([HinfCon,2,1,0],A'); % A'
27 lmiterm([HinfCon,2,1,-dh11],c_2',b_2'); % C_2' D_hat11' B_2'
28 lmiterm([HinfCon,2,2,y],1,A,'s'); % Y A + A' Y
29 lmiterm([HinfCon,2,2,bh1],1,c_2,'s'); % B_hat1 C_2 + C_2' B_hat1'
30
31 lmiterm([HinfCon,3,1,0],b_t'); % B_theta'
32 lmiterm([HinfCon,3,1,-dh11],d_2t',b_2'); % D_2theta' D_hat11' B_2'
33 lmiterm([HinfCon,3,2,-bh1],d_2t',1); % D_2theta' B_hat1'
34 lmiterm([HinfCon,3,2,y],b_t',1); % B_theta' Y
35 lmiterm([HinfCon,3,3,l3],-gamma,1); % -gamma L_3
36
37 lmiterm([HinfCon,4,1,-dh10],1,b_2'); % D_hat1theta' B_2'
38 lmiterm([HinfCon,4,1,j3],1,b_t'); % J_3 B_theta'
39 lmiterm([HinfCon,4,2,-bh0],1,1); % B_hattheta'
```

```

40  lmiterm([HinfCon,4,3,0],-gamma);           % -gamma I
41  lmiterm([HinfCon,4,4,j3],-gamma,1);       % -gamma J_3
42
43  lmiterm([HinfCon,5,1,0],b_1');           % B_1'
44  lmiterm([HinfCon,5,1,-dh11],d_21',b_2'); % D_21' D_hat11' B_2'
45  lmiterm([HinfCon,5,2,-bh1],d_21',1);     % D_21' B_hat1'
46  lmiterm([HinfCon,5,2,y],b_1',1);        % B_1' Y
47  lmiterm([HinfCon,5,5,0],-gamma);       % -gamma I
48
49  lmiterm([HinfCon,6,1,ch0],1,1);          % C_hattheta
50  lmiterm([HinfCon,6,2,dh01],1,c_2);      % D_hattheta1 C_2
51  lmiterm([HinfCon,6,2,l3],1,c_t);        % L_3 C_theta
52  lmiterm([HinfCon,6,3,dh01],1,d_2t);    % D_hattheta1 D_2theta
53  lmiterm([HinfCon,6,3,l3],1,d_tt);       % L_3 D_thetatheta
54  lmiterm([HinfCon,6,4,dh00],1,1);        % D_hatthetatheta
55  lmiterm([HinfCon,6,5,dh01],1,d_21);    % D_hattheta1 D_21
56  lmiterm([HinfCon,6,5,l3],1,d_t1);      % L_3 D_theta1
57  lmiterm([HinfCon,6,6,l3],-gamma,1);    % -gamma L_3
58
59  lmiterm([HinfCon,7,1,x],c_t,1);         % C_theta X
60  lmiterm([HinfCon,7,1,ch1],d_t2,1);      % D_theta2 C_hat1
61  lmiterm([HinfCon,7,2,0],c_t);          % C_theta
62  lmiterm([HinfCon,7,2,dh11],d_t2,c_2);  % D_theta2 D_hat11 C_2
63  lmiterm([HinfCon,7,3,0],d_tt);         % D_thetatheta
64  lmiterm([HinfCon,7,3,dh11],d_t2,d_2t); % D_theta2 D_hat11 D_2theta
65  lmiterm([HinfCon,7,4,dh10],d_t2,1);    % D_theta2 D_hat10
66  lmiterm([HinfCon,7,4,j3],d_tt,1);      % D_thetatheta J_3
67  lmiterm([HinfCon,7,5,0],d_t1);         % D_theta1
68  lmiterm([HinfCon,7,5,dh11],d_t2,d_21); % D_theta2 D_hat11 D_21
69  lmiterm([HinfCon,7,6,0],-gamma);       % -gamma I
70  lmiterm([HinfCon,7,7,j3],-gamma,1);    % -gamma J_3
71
72  lmiterm([HinfCon,8,1,x],c_1,1);         % C_1 X
73  lmiterm([HinfCon,8,1,ch1],d_12,1);     % D_12 C_hat1
74  lmiterm([HinfCon,8,2,0],c_1);         % C_1
75  lmiterm([HinfCon,8,2,dh11],d_12,c_2);  % D_12 D_hat11 C_2
76  lmiterm([HinfCon,8,3,0],d_1t);        % D_1theta
77  lmiterm([HinfCon,8,3,dh11],d_12,d_2t); % D_12 D_hat11 D_2theta
78  lmiterm([HinfCon,8,4,dh10],d_12,1);   % D_12 D_hat1theta
79  lmiterm([HinfCon,8,4,j3],d_1t,1);     % D_1theta J_3
80  lmiterm([HinfCon,8,5,0],d_11);        % D_11
81  lmiterm([HinfCon,8,5,dh11],d_12,d_21); % D_12 D_hat11 D_21
82  lmiterm([HinfCon,8,8,0],-gamma);      % -gamma I
83
84  %=====
85

```

```

86 H2Con1=newlmi;
87 lmiterm([-H2Con1,1,1,q],1,1);
88 lmiterm([-H2Con1,1,2,x],c2_1,1);
89 lmiterm([-H2Con1,1,2,ch1],d2_12,1);
90 lmiterm([-H2Con1,1,3,0],c2_1);
91 lmiterm([-H2Con1,1,3,dh11],d2_12,c_2);
92 lmiterm([-H2Con1,2,2,x],1,1);
93 lmiterm([-H2Con1,2,3,0],1);
94 lmiterm([-H2Con1,3,3,y],1,1);
95
96 %=====
97
98 H2Con2=newlmi;
99
100 lmiterm([H2Con2,1,1,x],A,1,'s');
101 lmiterm([H2Con2,1,1,ch1],b_2,1,'s');
102 lmiterm([H2Con2,1,2,-ah],1,1);
103 lmiterm([H2Con2,1,2,0],A);
104 lmiterm([H2Con2,1,2,dh11],b_2,c_2);
105 lmiterm([H2Con2,1,3,0],b2_1);
106 lmiterm([H2Con2,1,3,dh11],b_2,d2_21);
107 lmiterm([H2Con2,2,2,y],1,A,'s');
108 lmiterm([H2Con2,2,2,bh1],1,c_2,'s');
109 lmiterm([H2Con2,2,3,y],1,b2_1);
110 lmiterm([H2Con2,2,3,bh1],1,d2_21);
111 lmiterm([H2Con2,3,3,0],-1);
112
113 %=====
114
115 XPos=newlmi;
116 lmiterm([-XPos,1,1,x],1,1);
117
118 YPos=newlmi;
119 lmiterm([-YPos,1,1,y],1,1);
120
121 L3Pos=newlmi;
122 lmiterm([-L3Pos,1,1,l3],1,1);
123
124 J3Pos=newlmi;
125 lmiterm([-J3Pos,1,1,j3],1,1);
126
127 %=====
128
129 PExist=newlmi;
130 lmiterm([-PExist,1,1,x],1,1);
131 lmiterm([-PExist,1,2,0],1);

```



```

132 lmiterm([-PExist,2,2,y],1,1);
133
134 LExist=newlmi;
135 lmiterm([-LExist,1,1,l3],1,1);
136 lmiterm([-LExist,1,2,0],1);
137 lmiterm([-LExist,2,2,j3],1,1);
138
139 %=====
140
141 Hinf2=getlmi;
142 dd=decnbr(Hinf2);
143 coeff=[];
144 for dum=1:dd
145     dumQ=defcx(Hinf2,dum,q);
146     coeff(dum)=trace(dumQ);
147 end
148 opt=[0,0,1e6,0,0]; % 1e3 for bbm3 1e6 for rot 1e2 for penx2
149 [copt,xopt]=mincx(Hinf2,coeff,opt);
150
151 %=====
152
153 % reconstruct variables from LMI
154 X=dec2mat(Hinf2,xopt,x);
155 Y=dec2mat(Hinf2,xopt,y);
156 L3=dec2mat(Hinf2,xopt,l3);
157 J3=dec2mat(Hinf2,xopt,j3);
158 Dh11=dec2mat(Hinf2,xopt,dh11);
159 Dh10=dec2mat(Hinf2,xopt,dh10);
160 Dh01=dec2mat(Hinf2,xopt,dh01);
161 Dh00=dec2mat(Hinf2,xopt,dh00);
162 Ch1=dec2mat(Hinf2,xopt,ch1);
163 Ch0=dec2mat(Hinf2,xopt,ch0);
164 Bh1=dec2mat(Hinf2,xopt,bh1);
165 Bh0=dec2mat(Hinf2,xopt,bh0);
166 Ah=dec2mat(Hinf2,xopt,ah);
167
168
169 % construct M , N , inv(M) and inv(N)
170 [du,ds,dv]=svd(eye(n)-X*Y);
171 M=du*sqrt(ds);
172 N=dv*sqrt(ds);
173 invN=inv(N'*N)*N';
174 invM_t=M*inv(M'*M);
175 [du,ds,dv]=svd(eye(n_theta)-L3*J3);
176 L2=(du*sqrt(ds))';
177 J2=(dv*sqrt(ds))';

```



```

178  invJ2=J2' *inv(J2*J2');
179  invL2_t=inv(L2*L2') *L2;
180
181  %=====
182
183  % controller reconstruct
184  Dk11=Dh11;
185  Dk1t=( Dh10 - Dk11*d_2t*J3 ) *invJ2;
186  Dkt1=invL2_t*( Dh01 - L3*d_t2*Dk11 );
187  Dktt=invL2_t * ( Dh00 - L3*d_t2*Dk1t*J2 - L2' *Dkt1*d_2t*J3 - L3*d_tt*J3
188      - L3*d_t2*Dk11*d_2t*J3 ) * invJ2;
189  Ck1=( Ch1 - Dk11*c_2*X ) *invM_t;
190  Ckt=invL2_t*( Ch0 - L2' *Dkt1*c_2*X - L3*c_t*X - L3*d_t2*Dk11*c_2*X
191      - L3*d_t2*Ck1*M' ) *invM_t;
192  Bk1=invN*( Bh1 - Y*b_2*Dk11);
193  Bkt=invN*( Bh0 - Y*b_2*Dk1t*J2 - Y*b_t*J3 - Y*b_2*Dk11*d_2t*J3
194      - N*Bk1*d_2t*J3 ) *invJ2;
195  Ak=invN*( Ah - Y*A*X - Y*b_2*Dk11*c_2*X - N*Bk1*c_2*X - Y*b_2*Ck1*M' ) *invM_t;
196
197  %=====
198
199  % parameter for sim
200  Ak=Ak;
201  Bk=[Bk1 Bkt];
202  Ck=[Ck1;Ckt];
203  Dk=[Dk11 Dk1t;Dkt1 Dktt];

```

ภาคผนวก ง

โปรแกรมออกแบบโดยใช้ YALMIP

YALMIP เป็นตัวเชื่อมต่อกับผู้ใช้ผ่านทางโปรแกรม MATLAB มีข้อดีตรงที่ว่าคำสั่งพื้นฐานน้อย เข้าใจง่ายเพราะสามารถมองเห็นเงื่อนไขข้อสมการเมทริกซ์เชิงเส้นทั้งข้อสมการได้ในบรรทัดเดียว และการคำนวณก็รวดเร็ว ต่างจาก LMI Toolbox ซึ่งข้อสมการหนึ่งบางที่ต้องเขียนหลายบรรทัด ทำให้เข้าใจยากสำหรับผู้เริ่มหัดใช้ สามารถดาวน์โหลดโปรแกรมได้จาก <http://control.ee.ethz.ch/~joloef/yalmip.php>

```
1  setlmis([]);
2
3  y = sdpvar(n,n,'symmetric');
4  x = sdpvar(n,n,'symmetric');
5  l3 = sdpvar(n_theta,n_theta,'symmetric');
6  j3 = sdpvar(n_theta,n_theta,'symmetric');
7  q = sdpvar(n_z2,n_z2,'symmetric');
8  dh11 = sdpvar(n_u,n_y);
9  dh10 = sdpvar(n_u,n_theta);
10 dh01 = sdpvar(n_theta,n_y);
11 dh00 = sdpvar(n_theta,n_theta);
12 ch1 = sdpvar(n_u,n);
13 ch0 = sdpvar(n_theta,n);
14 bh1 = sdpvar(n,n_y);
15 bh0 = sdpvar(n,n_theta);
16 ah = sdpvar(n,n);
17
18 %=====
19
20 Hinf11 = A*x+x*A'+b_2*ch1+ch1'*b_2';
21
22 Hinf21 = ah + A'+c_2'*dh11'*b_2';
23 Hinf22 = y*A+A'*y+bh1*c_2+c_2'*bh1';
24
25 Hinf31 = b_t'+d_2t'*dh11'*b_2';
26 Hinf32 = d_2t'*bh1' + b_t'*y;
27 Hinf33 = -gamma*l3;
28
29 Hinf41 = dh10'*b_2'+j3*b_t';
30 Hinf42 = bh0';
31 Hinf43 = -gamma*eye(n,n);
32 Hinf44 = -gamma*j3;
33
34 Hinf51 = b_1'+d_21'*dh11'*b_2';
```

```

35 Hinf52 = d_21'*bh1'+b_1'*y;
36 Hinf53 = zeros(1,6);
37 Hinf54 = zeros(1,6);
38 Hinf55 = -gamma*eye(n_w,n_w);
39
40 Hinf61 = ch0;
41 Hinf62 = dh01*c_2+l3*c_t;
42 Hinf63 = dh01*d_2t+l3*d_tt;
43 Hinf64 = dh00;
44 Hinf65 = dh01*d_21+l3*d_t1;
45 Hinf66 = -gamma*l3;
46
47 Hinf71 = c_t*x+d_t2*ch1;
48 Hinf72 = c_t+d_t2*dh11*c_2;
49 Hinf73 = d_tt+d_t2*dh11*d_2t;
50 Hinf74 = d_t2*dh10+d_tt*j3;
51 Hinf75 = d_t1+d_t2*dh11*d_21;
52 Hinf76 = -gamma*eye(n_theta,n_theta);
53 Hinf77 = -gamma*j3;
54
55 Hinf81 = c_1*x+d_12*ch1;
56 Hinf82 = c_1+d_12*dh11*c_2;
57 Hinf83 = d_1t+d_12*dh11*d_2t;
58 Hinf84 = d_12*dh10+d_1t*j3;
59 Hinf85 = d_11+d_12*dh11*d_21;
60 Hinf86 = zeros(3,6);
61 Hinf87 = zeros(3,6);
62 Hinf88 = -gamma*eye(n_z,n_z);
63
64 %=====
65
66 H211 = q;
67 H212 = c2_1*x+d2_12*ch1;
68 H213 = c2_1+d2_12*dh11*c_2;
69
70 H222 = x;
71 H223 = eye(n,n);
72
73 H233 = y;
74
75 %=====
76
77 h211 = A*x+x*A'+b_2*ch1+ch1'*b_2';
78 h212 = ah'+b_2*dh11*c_2;
79 h213 = b2_1+b_2*dh11*d_21;
80

```

```

81 h222 = y*A+A'*y+bh1*c_2+c_2'*bh1';
82 h223 = y*b2_1+bh1*d2_21;
83
84 h233 = -eye(1,1);
85
86 %=====
87
88 Pex11 = x;
89 Pex12 = eye(n,n);
90 Pex22 = y;
91
92 Lex11 = 13;
93 Lex12 = eye(n,n);
94 Lex22 = j3;
95
96 %=====
97
98 Hinf1 = [Hinf11 Hinf21' Hinf31' Hinf41' Hinf51' Hinf61' Hinf71' Hinf81';
99         Hinf21 Hinf22 Hinf32' Hinf42' Hinf52' Hinf62' Hinf72' Hinf82';
100        Hinf31 Hinf32 Hinf33 Hinf43' Hinf53' Hinf63' Hinf73' Hinf83';
101        Hinf41 Hinf42 Hinf43 Hinf44 Hinf54' Hinf64' Hinf74' Hinf84';
102        Hinf51 Hinf52 Hinf53 Hinf54 Hinf55 Hinf65' Hinf75' Hinf85';
103        Hinf61 Hinf62 Hinf63 Hinf64 Hinf65 Hinf66 Hinf76' Hinf86';
104        Hinf71 Hinf72 Hinf73 Hinf74 Hinf75 Hinf76 Hinf77 Hinf87';
105        Hinf81 Hinf82 Hinf83 Hinf84 Hinf85 Hinf86 Hinf87 Hinf88];
106
107 H2i = [H211 H212 H213;H212' H222 H223;H213' H223' H233];
108
109 h2i = [h211 h212 h213;h212' h222 h223;h213' h223' h233];
110
111 Pex = [Pex11 Pex12;Pex12' Pex22];
112
113 Lex = [Lex11 Lex12;Lex12' Lex22];
114
115 Z = set(x>0)+set(y>0)+set(j3>0)+set(13>0)+set(Hinf1<0)+set(H2i>0)+set(h2i<0)
116     +set(Pex>0)+set(Lex>0);
117 %=====
118
119 Hinf2=getlmis;
120 dd=decnbr(Hinf2);
121 coeff=[];
122 for dum=1:dd
123     dumQ=defcx(Hinf2,dum,q);
124     coeff(dum)=trace(dumQ);
125 end
126 solvesdp(Z,coeff);

```



```

127
128 %=====
129
130 % reconstruct variables from LMI
131 X = double(x);
132 Y = double(y);
133 L3 = double(l3);
134 J3 = double(j3);
135 Dh11 = double(dh11);
136 Dh10 = double(dh10);
137 Dh01 = double(dh01);
138 Dh00 = double(dh00);
139 Ch1 = double(ch1);
140 Ch0 = double(ch0);
141 Bh1 = double(bh1);
142 Bh0 = double(bh0);
143 Ah = double(ah);
144
145 % construct M , N , inv(M) and inv(N)
146 [du, ds, dv]=svd(eye(n)-X*Y);
147 M=du*sqrt(ds);
148 N=dv*sqrt(ds);
149 invN=inv(N'*N)*N';
150 invM_t=M*inv(M'*M);
151
152 [du, ds, dv]=svd(eye(n_theta)-L3*J3);
153 L2=(du*sqrt(ds))';
154 J2=(dv*sqrt(ds))';
155 invJ2=J2'*inv(J2*J2');
156 invL2_t=inv(L2*L2')*L2;
157
158 %=====
159
160 % controller reconstruct
161 Dk11=Dh11;
162 Dk1t=( Dh10 - Dk11*d_2t*J3 ) *invJ2;
163 Dkt1=invL2_t*( Dh01 - L3*d_2t*Dk11 );
164 Dktt=invL2_t * ( Dh00 - L3*d_2t*Dk1t*J2 - L2'*Dkt1*d_2t*J3 - L3*d_tt*J3
165     - L3*d_2t*Dk11*d_2t*J3 ) * invJ2;
166 Ck1=( Ch1 - Dk11*c_2*X ) *invM_t;
167 Ckt=invL2_t*( Ch0 - L2'*Dkt1*c_2*X - L3*c_t*X - L3*d_2t*Dk11*c_2*X
168     - L3*d_2t*Ck1*M' ) *invM_t;
169 Bk1=invN*( Bh1 - Y*b_2*Dk11);
170 Bkt=invN*( Bh0 - Y*b_2*Dk1t*J2 - Y*b_t*J3 - Y*b_2*Dk11*d_2t*J3
171     - N*Bk1*d_2t*J3 ) *invJ2;
172 Ak=invN*( Ah - Y*A*X - Y*b_2*Dk11*c_2*X - N*Bk1*c_2*X

```



```
173     - Y*b_2*Ck1*M' )*invM_t;  
174  
175     %=====-----  
176  
177     % parameter for sim  
178     Ak=Ak;  
179     Bk=[Bk1 Bkt];  
180     Ck=[Ck1;Ckt];  
181     Dk=[Dk11 Dk1t;Dkt1 Dktt];
```



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายกิตติชัย รุจิราพันธ์ เกิดเมื่อวันที่ 23 พฤศจิกายน พ.ศ. 2522 จังหวัดสงขลา เป็นบุตรของนายวิฑูรย์ และนางจิตรา รุจิราพันธ์ สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จากมหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ เมื่อปีการศึกษา 2543 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ในปีการศึกษาถัดมา ณ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สังกัดห้องปฏิบัติการวิจัยระบบควบคุม



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย