การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียน สังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร

นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2545

ISBN 974-17-1894-2

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A STUDY OF CONCEPTUAL KNOWLEDGE OF FUNCTIONS OF MATHAYOM SUKSA FOUR STUDENTS IN SCHOOLS UNDER THE DEPARTMENT OF GENERAL EDUCATION, BANGKOK METROPOLIS

Miss Kassuda Buranaphunsak

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education in Mathematics Education
Department of Secondary Education
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2002

ISBN 974-17-1894-2

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร
โดย	นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะครุศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.ไพฑูรย์ สินลารัตน์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์พร้อมพรรณ อุดมสิน)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ : การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร (A STUDY OF CONCEPTUAL KNOWLEDGE OF FUNCTIONS OF MATHAYOM SUKSA FOUR STUDENTS IN SCHOOLS UNDER THE DEPARTMENT OF GENERAL EDUCATION, BANGKOK METROPOLIS)
อ.ที่ปรึกษา : รองศาสตราจารย์ ดร. สุวัฒนา อุทัยรัตน์, 118 หน้า ISBN 974-17-1894-2

วัตถุประสงค์ของการวิจัย 1) เพื่อศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 2) เพื่อศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำแนกตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ และ 3) เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2545 จากโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร ผู้วิจัยสัมภาษณ์นักเรียน 24 คน และให้นักเรียน 307 คน ตอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน โดยจำแนกมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันออกเป็น 4 ประเภทคือ การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน การแปลความหมายฟังก์ชัน การเปลี่ยนฟังก์ชัน และการทำให้เป็นผลสำเร็จ วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำโดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ 35.53 21.30 และ 14.20 ตามลำดับ และ 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ดังนี้ (ก) นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชันในด้านการใช้บทนิยาม สัญลักษณ์ สมบัติและตัวแปร และ (ข) นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในด้านการใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ การใช้สูตร การคิดคำนวณ การตีความด้านภาษา การตรวจสอบการแก้ปัญหา และการเขียนกราฟ

ภาควิชา มัธยมศึกษา ลายมือชื่อนิสิต.....
สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....
ปีการศึกษา 2545 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

448 36712 27: MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEY WORD: CONCEPT, MISCONCEPTIONS AND FUNCTION

KASSUDA BURANAPHUNSAK: A STUDY OF CONCEPTUAL KNOWLEDGE OF FUNCTIONS OF MATHAYOM SUKSA FOUR STUDENTS IN SCHOOLS UNDER THE DEPARTMENT OF GENERAL EDUCATION, BANGKOK METROPOLIS. THESIS ADVISOR: ASSOC. PROF. SUWATTANA UTAIRAT, PH. D. 118 pp. ISBN 974-17-1894-2

The purposes of this research were: 1) to study the conceptual knowledge of functions of mathayom suksa four students. 2) to study the conceptual knowledge of functions of mathayom suksa four students as classified by mathematics achievement, and 3) to study the misconceptions of functions of mathayom suksa four students.

The subjects were mathayom suksa four students from schools under the department of general education in Bangkok Metropolis during the academic year 2002. The researcher interviewed 24 students and administered the Conceptual Knowledge of Functions Test to the 307 students. The conceptual knowledge of functions is categorized into four types: modeling, interpreting, translating, and reifying. The data were analyzed by means of arithmetic mean, mean of percentage and standard deviation.

The results of this research revealed that: 1) the mathayom suksa four students' conceptual knowledge of functions was lower than the minimum criteria. 2) the mathayom suksa four students with high, medium and low mathematics achievement had the conceptual knowledge of functions lower than the minimum set criteria with the mean of percentage 35.53, 21.30 and 14.20 respectively, and 3) the mathayom suksa four students had the misconceptions of functions as follows: (a) students had misconceptions about functions in the use of theory, symbol, properties and variable, and (b) students had misconceptions about basic mathematics knowledge in the use of specification of problem, the use of formula, computation, language interpretation, problem solving examination and graph drawing.

Department	Secondary Education	Student's signature……..
Field of study	Mathematics Education	Advisor's signature……...
Academic year	2002	Co – Advisor's signature…….

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอย่างสูงที่ได้กรุณาให้คำปรึกษา ชี้แนะแนวทาง และตรวจสอบปรับปรุงแก้ไขในการทำวิทยานิพนธ์ด้วยความดูแลเอาใจใส่อย่างดียิ่งตลอดจนให้กำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์ด้วยดีตลอดมา พร้อมทั้งอบรมสั่งสอนให้ความรู้ที่เป็นประโยชน์ไม่ว่าจะเป็นทางวิชาการและในชีวิตประจำวัน

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์พร้อมพรรณ อุดมสิน ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาตรวจสอบและให้คำแนะนำในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ให้ถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น และอบรมสั่งสอนให้วิชาความรู้ในทางวิชาการเป็นอย่างดีตลอดระยะเวลาการศึกษา

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ได้เสียสละเวลาให้ความช่วยเหลือในการแก้ไขปรับปรุงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยให้ถูกต้องสมบูรณ์ ขอขอบพระคุณคณะครูและนักเรียนโรงเรียนเทพศิรินทร์ ที่ได้ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือเป็นอย่างดี และขอขอบพระคุณคณะครูและนักเรียนโรงเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากรที่ให้ความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณบัณฑิตวิทยาลัย และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท) ที่ได้พิจารณาอนุมัติทุนในการทำวิทยานิพนธ์เล่มนี้ให้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

ท้ายสุดนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อหัส คุณแม่วรรณี บูรณพันศักดิ์ ที่ให้การสนับสนุนการศึกษาในระดับปริญญามหาบัณฑิต คอยให้คำปรึกษาและเป็นกำลังใจที่สำคัญยิ่งตลอดมา และขอขอบคุณพี่ ๆ เพื่อน ๆ และน้อง ๆ ทุกคนที่ให้คำปรึกษาและเป็นกำลังใจ ทำให้วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จไปได้ด้วยดี

นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... จ

กิตติกรรมประกาศ..... ฉ

สารบัญ..... ช

สารบัญตาราง..... ฌ

สารบัญภาพ..... ญ

บทที่

1 บทนำ..... 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... 5

ขอบเขตของการวิจัย..... 5

ข้อตกลงของการวิจัย..... 6

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย..... 6

2 วรรณคดีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 8

มโนทัศน์..... 9

ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์..... 9

ประเภทของมโนทัศน์..... 12

กระบวนการสร้างมโนทัศน์..... 16

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน..... 18

ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน..... 18

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน..... 19

ผลเสียของการมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน..... 20

ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน..... 21

ฟังก์ชัน..... 23

บทนิยามของฟังก์ชัน..... 23

ความสำคัญของฟังก์ชัน..... 25

สารบัญ (ต่อ)

บทที่		หน้า
	รูปแบบมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน	26
	ประเภทของฟังก์ชัน	29
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	30
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน	30
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน	35
3	วิธีดำเนินการวิจัย	39
	การศึกษาค้นคว้า	39
	การออกแบบการวิจัยและการสุ่มตัวอย่างประชากร	39
	การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	42
	การเก็บรวบรวมข้อมูล	46
	การวิเคราะห์ข้อมูล	47
	สถิติที่ใช้ในการวิจัย	48
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	50
5	สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	77
	สรุปผลการวิจัย	78
	อภิปรายผล	79
	ข้อเสนอแนะ	83
รายการอ้างอิง		85
ภาคผนวก		94
	ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ	95
	ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและหนังสือขอความร่วมมือในการทำวิจัย	97
	ภาคผนวก ค เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล	110
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์		118

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

1 รายชื่อโรงเรียน แผนการเรียนและจำนวนนักเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากร จำแนกตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ..... 41

2 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ค่ามัชฌิมเลขคณิต-ร้อยละ ($\overline{X}_{\text{ร้อยละ}}$) ของคะแนนมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของตัวอย่างประชากร จำนวน 307 คน จำแนกตามประเภทของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน..... 51

3 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ค่ามัชฌิมเลขคณิต-ร้อยละ ($\overline{X}_{\text{ร้อยละ}}$) ของคะแนนมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง จำนวน 106 คน จำแนกตามประเภทของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน..... 52

4 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ค่ามัชฌิมเลขคณิต-ร้อยละ ($\overline{X}_{\text{ร้อยละ}}$) ของคะแนนมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง จำนวน 117 คน จำแนกตามประเภทของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน..... 53

5 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ค่ามัชฌิมเลขคณิต-ร้อยละ ($\overline{X}_{\text{ร้อยละ}}$) ของคะแนนมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ จำนวน 84 คน จำแนกตามประเภทของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน..... 54

6 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน จำแนกตามประเภทมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน..... 74

7 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4..... 76

8 ตารางวิเคราะห์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4..... 111

9 แสดงค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน..... 112

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประเภทที่ 1 โดยสร้างแบบจำลองฟังก์ชันด้วยการวาดรูป……	56
2	แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประเภทที่ 1 โดยสร้างแบบจำลองฟังก์ชันไม่ถูกต้องตามที่โจทย์ต้องการ……	59
3	แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประเภทที่ 2 โดยหาโดเมนของ gof ไม่ถูกต้อง……..	60
4	แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประเภทที่ 2 โดยเขียนช่วงของฟังก์ชันลดในรูปของควอแรนท์……	61
5	แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประเภทที่ 2 โดยไม่สามารถนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ให้ถูกต้องได้	62
6	แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประเภทที่ 3 โดยไม่คำนึงถึงตัวแปรที่โจทย์กำหนดให้……..	64
7	แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประเภทที่ 3 โดยหากราฟ $f(x) \bullet g(x)$ ไม่ถูกต้อง…… ……	66
8	แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประเภทที่ 4 โดยแทนที่ตัวแปรได้ไม่ถูกต้อง……	71
9	แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประเภทที่ 4 โดยตีความโจทย์ไม่ถูกต้อง……..	73
10	แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประเภทที่ 4 โดยไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ……	74

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันประเทศไทยมีนโยบายในการพัฒนาศักยภาพมนุษย์ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น เพื่อประโยชน์ในการพัฒนาประเทศชาติในอนาคต ซึ่งเห็นได้จากการจัดการศึกษาของไทย โดยเฉพาะในระดับมัธยมศึกษาเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาศักยภาพของคนในการปูพื้นฐานความรู้ที่ดีเพื่อนำไปสู่การศึกษาระดับที่สูงขึ้น และสามารถนำวิชาความรู้ที่ได้รับไปประกอบวิชาชีพที่มั่นคงต่อไป แต่จากผลการประเมินคุณภาพทางการจัดการศึกษาในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายปีการศึกษา 2542 พบว่า คะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยรวมของนักเรียนต่ำกว่าร้อยละ 50 โดยเฉพาะอย่างยิ่งในวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยเพียงร้อยละ 35.21 (กระทรวงศึกษาธิการ สำนักงานทดสอบทางการศึกษา, 2542) ชี้ให้เห็นว่าการจัดการศึกษาทางด้านวิชาคณิตศาสตร์ต้องได้รับการปรับปรุง แก้ไขอย่างเร่งด่วน

เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่สำคัญยิ่งต่อการพัฒนาศักยภาพมนุษย์ ซึ่งวิชาคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานความรู้ในการพัฒนาความก้าวหน้าทางด้านวิทยาการสาขาต่างๆ ในทุกๆ ด้าน ที่มีประโยชน์ต่อการพัฒนาประเทศ ดังที่ กรมวิชาการ (2544: 1) ได้ระบุว่า “คณิตศาสตร์มีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิตและช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาคนให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์” ซึ่งสอดคล้องกับ วรณัน ขุนศรี (2541: 62) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญ คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญในการพัฒนาประเทศ และจำเป็นอย่างยิ่งในการพัฒนาคุณภาพของมนุษย์ และตามที่ สุวัฒนา อุทัยรัตน์ (2541: คำนำ) กล่าวไว้ว่า

> . . . โลกปัจจุบันได้ก้าวหน้าไปมาก มีสาขาวิชาใหม่ ๆ เกิดขึ้นตลอดเวลา แต่วิชาหนึ่งซึ่งเป็นที่ยอมรับว่าเป็นรากฐาน และเป็นแกนสำคัญของความเจริญก้าวหน้าเหล่านั้นก็คือวิชาคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์ไม่ใช่เป็นวิชาที่เกิดใหม่ แต่เป็นวิชาเก่าแก่ไม่มีวันตาย ซึ่งนับวันจะเจริญยิ่งขึ้น เนื่องจากมีการคิดค้นทฤษฎีใหม่ ๆ ของนักคณิตศาสตร์อยู่ตลอดเวลา . . .

จากความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ดังกล่าว กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ ได้มีการจัดการพัฒนาโครงสร้างของหลักสูตรการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้สอดคล้องกับสภาพความเปลี่ยนแปลงทางเศรษฐกิจ สังคม และความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาการ เป็นการสร้างกลยุทธ์ใหม่ในการพัฒนาคุณภาพการศึกษาสำหรับการพัฒนาศักยภาพของมนุษย์เพื่อเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาประเทศชาติ โดยวิชาคณิตศาสตร์นี้เป็นพื้นฐานที่นักเรียนทุกคนต้องเรียนรู้เพื่อสร้างพื้นฐานการคิด และเป็นการเสริมสร้างการคิดอย่างสร้างสรรค์ นอกจากนี้ยังเป็นการเน้นให้นักเรียนทุกคนได้เรียนคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและตลอดชีวิตตามศักยภาพของตนเอง และเพื่อให้นักเรียนได้มีความรู้ความสามารถด้านคณิตศาสตร์อย่างพอเพียงสำหรับใช้ในชีวิตประจำวัน ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับสูงขึ้น โดยจะเห็นได้ว่าเนื้อหาที่มีความสำคัญอย่างหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์คือ พีชคณิต ซึ่งเป็นเนื้อหาที่มีอยู่ตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาจนถึงมัธยมศึกษาตอนปลาย ได้แก่ กราฟเส้นตรง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สมการเชิงเส้นสองตัวแปร สมการกำลังสอง ความสัมพันธ์และกราฟของความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ฟังก์ชันตรีโกณมิติและการประยุกต์ ฟังก์ชันเอกซ์โปรเนนเชียล ฟังก์ชันลอการิทึม ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์และการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน เป็นต้น และตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ได้กำหนดให้มีการจัดทำหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานเพื่อประโยชน์สูงสุดแก่ผู้เรียน ดังนั้นกระทรวงศึกษาธิการจึงได้กำหนดหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ขึ้น และกำหนดองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 (กรมวิชาการ, 2545: 5) ให้พีชคณิตอยู่หนึ่งในหกของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์อีกด้วย โดยมีมาตรฐานการเรียนรู้ว่า นักเรียนทุกคนต้องอธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่างๆ ได้ ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

นอกจากนี้พีชคณิตมีลักษณะเนื้อหาที่เป็นนามธรรม และใช้ประกอบการพิสูจน์ทางทฤษฎีต่างๆ เกี่ยวกับพีชคณิตในระดับมัธยมศึกษา และในหลายประเทศได้กำหนดให้นักเรียนเรียนพีชคณิต เพราะพีชคณิตเป็นเนื้อหาพื้นฐานในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ระดับสูง ดังที่ สิริพร ทิพย์คง (2543: 6) ได้กล่าวว่า

> . . . พีชคณิตเปรียบเสมือนประตูหน้าสำหรับวิชาคณิตศาสตร์ในอนาคต แต่ในทำนองเดียวกันอาจจะเป็นกำแพงทำให้ไม่สามารถเรียนต่อไปได้ ซึ่งพีชคณิตเป็นเครื่องมือสำหรับการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการ การเขียน

> กราฟและฟังก์ชัน สิ่งที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน สามารถนำมาเขียนความสัมพันธ์ในรูปของฟังก์ชันได้ และยังช่วยพัฒนาความคิดเกี่ยวกับพีชคณิตของนักเรียน นอกจากนี้ยังเป็นสิ่งจำเป็นที่คนทุกคนจะต้องเรียนรู้ และต้องอาศัยการสร้างองค์ความรู้ของนักเรียนแต่ละคน . . .

จากที่กล่าวมา จะเห็นว่าพีชคณิตเป็นแขนงที่สำคัญแขนงหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ โดยมีฟังก์ชันเป็นเนื้อหาพื้นฐานสำคัญเนื้อหาหนึ่งในการเรียนพีชคณิต และเป็นเนื้อหาพื้นฐานที่จะทำให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหา ใช้ในการศึกษาต่อ นอกจากนี้ฟังก์ชันยังมีบทบาทสำคัญในคณิตศาสตร์ระดับสูงซึ่งผู้เรียนสามารถใช้ฟังก์ชันเชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์สาขาอื่นๆ อย่างมาก อาทิเช่น วิชาแคลคูลัส ซึ่งถือว่าเป็นวิชาพื้นฐานสำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์ชั้นสูง แต่การศึกษาคณิตศาสตร์ชั้นสูงนั้นยังต้องมีความรู้พื้นฐานมาก่อนนั่นคือฟังก์ชัน ดังนั้นความรู้เกี่ยวกับเรื่องฟังก์ชันถือว่าเป็นรากฐานสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับสูงต่อไป แม้ว่าผู้ที่ไม่สนใจที่จะศึกษาต่อทางคณิตศาสตร์ชั้นสูง ฟังก์ชันก็ยังมีประโยชน์เช่นกันทั้งนี้เพราะฟังก์ชันเป็นความสัมพันธ์แบบหนึ่งซึ่งเป็นการเกี่ยวข้องกันระหว่างสิ่ง 2 สิ่ง ซึ่งในทางคณิตศาสตร์กำหนดให้เป็นความสัมพันธ์ระหว่าง 2 จำนวน คือ x และ y และถ้าเราสามารถสร้างความสัมพันธ์อันเป็นความสัมพันธ์ของ 2 สิ่งนั้น หรือความสัมพันธ์ระหว่าง x และ y ได้ เราก็สามารถแก้โจทย์ปัญหาต่างๆ ได้ จึงเห็นได้ว่าฟังก์ชันมีความสำคัญไม่ว่าจะเป็นทั้งด้านการศึกษา หรือการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

การที่นักเรียนจะสามารถเรียนรู้วิชาต่างๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้น นักเรียนต้องผ่านกระบวนการทางความคิดให้ได้มาซึ่งมโนทัศน์ของเรื่องนั้นๆ และสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือในชีวิตประจำวันได้ การที่นักเรียนจะสามารถเรียนเรื่องฟังก์ชันให้มีประสิทธิภาพนั้น นักเรียนควรมีมโนทัศน์เกี่ยวกับฟังก์ชันให้ถูกต้อง ถ้านักเรียนขาดมโนทัศน์ที่ถูกต้องเกี่ยวกับฟังก์ชันแล้วนักเรียนอาจจะไม่สามารถเรียนวิชาที่มีเรื่องฟังก์ชันเข้ามาเกี่ยวข้องได้ ตามที่ O'Callaghan (1998: 23) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์เกี่ยวกับฟังก์ชัน ซึ่งสรุปได้ว่า มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันเป็นสิ่งสำคัญของหลักสูตรพีชคณิตและยังเป็นมโนทัศน์ที่สำคัญอย่างมากในวิชาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ทุกแขนง ซึ่งสอดคล้องกับ Olsen (1995: 2753 A) ได้กล่าวว่า "มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันเป็นการรวมมโนทัศน์ต่างๆ เข้าด้วยกันและยังเป็นหัวใจสำคัญในการทำความเข้าใจคณิตศาสตร์ และการนำไปประยุกต์ใช้" นอกจากนี้ยังพบว่าฟังก์ชันเป็นเนื้อหาที่มีความเป็นนามธรรม สลับซับซ้อน ยากต่อการทำความเข้าใจ ตามที่ Lioyd และ Wilson (1998: 250) ได้กล่าวว่า "มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันเป็นสิ่งที่สลับซับซ้อน ประกอบด้วย

แนวความคิดต่างๆ รวมเข้าด้วยกัน และเป็นเนื้อหาที่แทรกอยู่ในทุกๆ สาขาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์" ด้วยเหตุนี้ถ้านักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจมโนทัศน์อันเป็นพื้นฐานเกี่ยวกับฟังก์ชัน ทำให้เรียนไม่รู้เรื่องก่อให้เกิดความอคติต่อวิชาที่เรียน ไม่สนใจเรียน จนมีผลกระทบต่อการเรียนการสอนในชั้นระดับสูงได้

Markovits, Eylon and Bruckheimer (1988: 43-49) ได้ทำวิจัยเกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน และพบว่านักเรียนเกรด 9 และ 10 มีความบกพร่องเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน สรุปได้เป็น 8 ประเด็น คือ 1) การบอกว่าความสัมพันธ์ใดเป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชัน 2) การยกตัวอย่างของความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันและไม่เป็นฟังก์ชัน 3) การหาภาพ (image) บุพภาพ (preimage) หรือทั้งคู่ เมื่อกำหนดฟังก์ชันใดๆ 4) การหาภาพ (image) สำหรับบุพภาพ (preimage) เมื่อกำหนดฟังก์ชันใดๆ และเมื่อให้ภาพ (image) สามารถหาบุพภาพ (preimage) 5) การบอกว่าฟังก์ชันใดเท่ากัน 6) การแปลงรูปจากสิ่งหนึ่งเป็นอย่างอื่น อาทิเช่น เปลี่ยนจากฟังก์ชันไปเป็นกราฟ 7) การหาฟังก์ชันเมื่อกำหนดค่าคงที่ให้ และ 8) การหาค่าของฟังก์ชันเมื่อกำหนดค่าคงที่ให้

จะเห็นได้ว่าจากการค้นพบครั้งนี้ชี้ให้เห็นถึงข้อบกพร่องเกี่ยวกับเนื้อหาพื้นฐานของฟังก์ชัน ซึ่งจะนำไปสู่มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้นถ้าครูผู้สอนศึกษาถึงข้อบกพร่องในการทำความเข้าใจในความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่ว่าจะเป็นเนื้อหาใดก็ตามสำหรับนักเรียนแต่ละคนได้ จะเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในการที่ครูผู้สอนจะนำผลที่ได้จากการศึกษามาปรับปรุงแก้ไขระบบการเรียนการสอนของตนเองให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ซึ่งจะมีประโยชน์ทั้งต่อตัวครู นักเรียน รวมไปถึงผู้ปกครอง และผู้ที่เกี่ยวข้อง ตามที่ พร้อมพรรณ อุดมสิน (2544: 91) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการหาข้อบกพร่องในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ในการสอนคณิตศาสตร์ครูผู้สอนมักประสบปัญหาเรื่องผู้เรียนมีข้อบกพร่องหรือมีสิ่งที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียน ซึ่งถ้าข้อบกพร่องนั้นๆ ไม่ได้รับการแก้ไขก็จะส่งผลต่อความล้มเหลวในการเรียนเนื้อหานั้นๆ และเนื้อหาที่ต่อเนื่องต่อไปด้วย ดังนั้นจึงเป็นสิ่งจำเป็นที่ผู้สอนจะต้องหาวิธีการอันใดที่จะทำให้ข้อบกพร่องต่างๆ ของผู้เรียนลดน้อยลง ซึ่งจะเป็นการช่วยในการปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ด้วยเหตุนี้จึงเป็นสาเหตุสำคัญในการตรวจสอบความเข้าใจพื้นฐานของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนตรงจุดใด อย่างไร เพื่อนำผลมาวิเคราะห์หาสาเหตุ วางแผนแก้ไขให้กับนักเรียน

O'Callaghan (1998: 24-25) ได้ศึกษาผลของความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ประกอบการเรียนการสอนและกลุ่มที่เรียนแบบปกติ โดย O'Callaghan ได้กำหนดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันไว้ 4 ประเภท ซึ่งประกอบด้วย 1) การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน 2) การแปลความหมายฟังก์ชัน 3) การเปลี่ยนฟังก์ชัน และ 4) การทำให้เป็นผลสำเร็จ สำหรับสร้างแบบทดสอบวัดความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ประกอบการเรียนการสอนมีความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันมากกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติ

กล่าวโดยสรุปได้ว่า ฟังก์ชันเป็นเนื้อหาหนึ่งที่สำคัญในการเรียนพีชคณิต ซึ่งมีประโยชน์ไม่ว่าจะเป็นในการศึกษาระดับสูงหรือในชีวิตประจำวัน ดังนั้นนักเรียนควรมีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันที่ถูกต้อง ด้วยเหตุนี้จึงทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจทำวิจัยเรื่องการศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เพื่อศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำแนกตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์
3. เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ขอบเขตการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ มีขอบเขตของการวิจัยดังนี้

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์–คณิตศาสตร์ และแผนการเรียนศิลป์คำนวณ โรงเรียนในสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร
2. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษามโนทัศน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 คือ วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชัน โดยยึดตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

3. มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำแนกออกเป็น 4 ประเภท ตามแนวคิดของ O' Callaghan (1998: 24–25) คือ

3.1 การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน (Modeling)

3.2 การแปลความหมายฟังก์ชัน (Interpreting)

3.3 การเปลี่ยนฟังก์ชัน (Translating)

3.4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ (Reifying)

ข้อตกลงเบื้องต้น

การวิจัยครั้งนี้ถือว่าการเก็บรวบรวมข้อมูลและการทำแบบทดสอบในวัน เวลา และสถานที่ที่ต่างกัน ไม่มีผลทำให้คะแนนต่างไปจากความเป็นจริง

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน หมายถึง ความคิดสำคัญหรือความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาฟังก์ชันหลังจากการได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้ ซึ่งสามารถวัดได้ด้วยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยจำแนกมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันเป็น 4 ประเภท ตามแนวคิดของ O'Callaghan (1998: 24–25) คือ

1. การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน (Modeling) หมายถึง ความสามารถในการเปลี่ยนโจทย์ปัญหาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันได้

2. การแปลความหมายฟังก์ชัน (Interpreting) หมายถึง ความสามารถในการตีความ ขยายความ แปลความหมายของฟังก์ชันที่กำหนดให้

3. การเปลี่ยนฟังก์ชัน (Translating) หมายถึง ความสามารถในการเปลี่ยนฟังก์ชันไปเป็นรูปแบบอื่น ๆ ของภาษาทางคณิตศาสตร์ เช่น เปลี่ยนเป็นเครื่องหมาย สัญลักษณ์ สมการ ตาราง หรือ กราฟ หรือในทางกลับกันหมายถึงความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบอื่นๆ ของภาษาทางคณิตศาสตร์ไปเป็นฟังก์ชัน

4. การทำให้เป็นผลสำเร็จ (Reifying) หมายถึง ความสามารถในการทำความเข้าใจสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสามารถเชื่อมโยงหรือหาความสัมพันธ์ โดยอาศัยสมบัติการคอมโพสิท หรือพีชคณิตของฟังก์ชัน เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ของฟังก์ชัน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความคิดสำคัญหรือความคิดรวบยอดที่แตกต่างไปจากความเป็นจริง อาจได้มาจากประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้อง ไม่ชัดเจน ของแต่ละบุคคล ซึ่งพบได้จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน และจากการสัมภาษณ์ โดยผู้วิจัยวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสองด้านต่อไปนี้คือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

นักเรียน หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร

ระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ซึ่งผู้วิจัยได้แบ่งระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 กลุ่ม ดังนี้

1. ระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง หมายถึง ระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 อยู่ระดับ 4
2. ระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง หมายถึง ระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 อยู่ระดับ 2 และ 3
3. ระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ หมายถึง ระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 อยู่ระดับ 0 และ 1

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

วรรณคดีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งได้นำเสนอรายละเอียดเป็นลำดับดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์
    1.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    1.2 ประเภทของมโนทัศน์
    1.3 กระบวนการสร้างมโนทัศน์
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
    2.1 ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
    2.2 สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
    2.3 ผลเสียของการมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
    2.4 ลักษณะความคลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์
3. ฟังก์ชัน
    3.1 บทนิยามของฟังก์ชัน
    3.2 ความสำคัญของฟังก์ชัน
    3.3 รูปแบบมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน
    3.4 ประเภทของฟังก์ชัน
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
    4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน
    4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. มโนทัศน์

1.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ ตรงกับคำในภาษาอังกฤษว่า Concept ในภาษาไทยมีการเรียกแตกต่างกันออกไปแต่มีความหมายเช่นเดียวกัน ได้แก่ คำว่า ความคิดรวบยอด มโนคติ มโนมติ มโนภาพ เป็นต้น แต่ในการวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้คำว่า “มโนทัศน์” (Concept) ซึ่งมีนักการศึกษา นักจิตวิทยาที่ศึกษาเกี่ยวกับเรื่องนี้ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ต่างๆ กัน ดังนี้

McDonald (1967: 162) ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง การแยกประเภท ชนิด หรือการจัดสิ่งเร้าหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่มีลักษณะร่วมเหมือนกันเข้าด้วยกันอย่างมีระบบ”

Good (1973: 124) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับมโนทัศน์ไว้ใน Dictionary of Education คือ

1. ความคิดหรือสัญลักษณ์ของส่วนประกอบ หรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้
2. สัญลักษณ์เชิงความคิดทั่วไป หรือเชิงนามธรรมเกี่ยวกับสถานการณ์ กิจการหรือวัตถุ
3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิดหรือภาพความคิด

Wesley และ Wronski (1973: 96) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง นามธรรมหรือความคิดโดยทั่วไป ที่รวบรวมได้มาจากกรณีลักษณะเฉพาะทั้งหลายที่แสดงให้เห็นถึงลักษณะทั้งหมดของประเภทหรือลักษณะเฉพาะอย่างของวัตถุหรือความคิดต่างๆ”

Klausmeier (1985: 275) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง สิ่งที่จะทำให้เราทราบคุณลักษณะของสิ่งต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นวัตถุ เหตุการณ์หรือกระบวนการ ซึ่งทำให้เราแยกสิ่งต่าง ๆ ออกจากสิ่งอื่นได้ ในขณะเดียวกันก็สามารถโยงเข้ากับกลุ่มของประเภทเดียวกันได้”

McCown และ Roup (1992: 338) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์โดยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่เกิดจากการเรียนรู้หรือการสังเกต วัตถุ เหตุการณ์หรือความสัมพันธ์

ที่มีลักษณะแตกต่างกัน หรือเหมือนๆ กัน โดยสามารถสรุปรวมสิ่งต่างๆ เข้าด้วยกัน และสามารถแยกแยะความแตกต่างออกจากกันได้

Arends (1994: 299) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจ ความคิดของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่างๆ รอบตัวเรา และสามารถบอกความเหมือนหรือความต่างของสิ่งนั้นๆ”

กมลรัตน์ หล้าสุวงษ์ (2528: 234-235) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง การเข้าใจประเภทของสิ่งต่างๆ ได้ถูกต้องตามกฎเกณฑ์ที่กำหนดไว้ เช่น การเข้าใจมโนทัศน์ของคำว่า ปากกา หมายถึงสิ่งที่ใช้เขียน มีสีต่างๆ ได้แก่สีดำ สีแดง ฯลฯ แตกต่างจากคำว่า หนังสือ ซึ่งหมายถึงสิ่งที่บันทึกข้อความต่างๆ เป็นรูปเล่มมีไว้สำหรับอ่าน เป็นต้น”

รัตนะ บัวสนธ์ (2532: 28) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง กระบวนการความคิดของบุคคลที่ประกอบไปด้วยการจำแนก (Discrimination) และสรุปอ้าง (Generalization) ต่อสิ่งเร้าใดก็ตามที่กระทบกับประสาทสัมผัสทั้ง 5 โดยใช้กฎเกณฑ์ใดกฎเกณฑ์หนึ่งทำการจำแนกและสรุปอ้าง”

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2537: 55) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจทั้งหมดที่มีต่อสิ่งของหรือสถานการณ์อย่างใดอย่างหนึ่ง เช่น เมื่อพูดถึงโรงเรียน ก็จะนึกได้ถึงสถานที่แห่งหนึ่งที่มีลักษณะเฉพาะที่แตกต่างไปจากสถานที่อื่นๆ เป็นเพราะว่ามีความคิดรวบยอดของโรงเรียนแล้วในความทรงจำ ความคิดรวบยอดนี้จะอยู่ในรูปของนามธรรมเกิดจากผลสรุปการรับรู้ลักษณะของสิ่งนั้นๆ”

พรรณี ชูทัย เจนจิต (2538: 423) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถที่ผู้เรียนจะมองเห็นความเหมือนของสิ่งเร้าและสามารถจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีลักษณะเหมือนกันรวมกันไว้เป็นพวกเดียวกันได้”

สุชา จันทร์เอม (2540: 187) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง สัญลักษณ์ที่ใช้แทนสิ่งของหรือสถานการณ์ต่างๆ ที่มีความหมายร่วมกัน”

พงษ์พันธ์ พงษ์โสภา (2542: 154) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง กลุ่มของสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกัน ซึ่งอาจมีลักษณะเป็นรูปธรรมที่ง่าย เช่น ต้นไม้ รถยนต์ หรืออาจเป็นนามธรรมที่ซับซ้อน เช่น ความจงรักภักดี หรือประชาธิปไตย เป็นต้น”

สมนึก ภัททิยธนี (2543: 37) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ลักษณะร่วมของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือของเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เคยเกิดขึ้นหลายๆ ครั้ง หรือมีสิ่งนั้นหลายๆ อย่าง”

จากความหมายของคำว่า “มโนทัศน์” ตามที่นักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้สามารถกล่าวโดยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิด ภาพความคิด สัญลักษณ์ เกี่ยวกับลักษณะของสิ่งต่างๆ อาทิเช่น เหตุการณ์ กระบวนการ วัตถุ สิ่งของ รอบๆ ตัวเรา ที่มีความเหมือนกันหรือแตกต่างกัน แล้วสามารถจัดกลุ่มลักษณะต่างๆ เหล่านั้นอย่างมีกฎเกณฑ์

สำหรับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

Donovan และ Gerald (1972: 168) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดของบุคคลซึ่งเป็นนามธรรมเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ เช่น สมบัติของวัตถุ หรือเหตุการณ์ต่างๆ โดยสามารถบอกลักษณะร่วมและลักษณะที่แตกต่างของแต่ละมโนทัศน์ได้ เช่น มโนทัศน์ “สาม” เป็นมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรมที่ใช้แทนความหมายของสิ่งของสามสิ่ง”

Cooney และ Henderson (1975: 85) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น การมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน คือนักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้”

Eggen และ Kauchak (1981: 108) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความคิด ความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจักกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการ

เรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสี่เท่ากันและเท่ากับ 90 องศา มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันและขนานกัน เป็นต้น”

Toumasis (1995: 98) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้”

Schwarz และ Hershkowiz (1999: 363) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามทางคณิตศาสตร์”

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2520: 29) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจและความสามารถในการเก็บใจความหรือย่อเนื้อหาที่เรียนได้ รวมทั้งสามารถนำเอาไปใช้หรือสร้างเป็นกรณีทั่วไปได้ ซึ่งเป็นความหมายที่กว้างกว่าความเข้าใจธรรมดา”

จากความหมายของคำว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์” ตามที่นักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ และความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ อันเกิดจากการได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้ โดยสามารถสรุปเป็นความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่างๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งสามารถจัดประเภทของสิ่งเร้าที่เหมือนกันเข้าด้วยกัน และแยกแยะความแตกต่างของสิ่งเร้าที่ไม่สัมพันธ์กันออกจากกัน

1.2 ประเภทของมโนทัศน์

การจำแนกประเภทของมโนทัศน์ สามารถจำแนกได้หลายลักษณะ ขึ้นอยู่กับว่าผู้เชี่ยวชาญหรือนักการศึกษาจะใช้เกณฑ์ในการจำแนกมโนทัศน์ต่างๆ อย่างไร ซึ่งในด้านการศึกษาได้มีการจำแนกประเภทของมโนทัศน์ออกเป็นหลายประเภทดังต่อไปนี้

Russell (1956: 124-125) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 8 ประเภท ดังนี้คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concepts) คือ มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

2. มโนทัศน์ในเรื่องเวลา (Concepts of Time) เช่น เช้า สาย บ่าย เย็น กลางคืน กลางวัน และฤดูกาลต่างๆ

3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concepts) เป็นมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับเวลา และมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการวัดที่แน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่นๆ

4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Concepts of the Self) คือ การที่บุคคลมีความคิดว่าตัวเขาเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร

5. มโนทัศน์ทางสังคม (Social Concepts) เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศีลธรรม และพฤติกรรมต่างๆ ที่แสดงออกมา

6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic Concepts) มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับความสวยงามและขึ้นกับมโนทัศน์ทางสังคม เช่นสุนทรียภาพในการเขียน ดนตรี

7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (Concepts of Humor) มีพัฒนาการอยู่ในขอบเขตของสังคม บางสิ่งเป็นเรื่องที่ขบขันของสังคมหนึ่ง แต่อาจไม่ขบขันในอีกสังคมหนึ่งก็ได้

8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่นๆ (Miscellaneous Concepts) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

Klausmeier (1985: 276) ได้กล่าวถึงมโนทัศน์ได้ 2 ลักษณะคือ นามธรรมในจิตใจ (Mental Construct) เป็นมโนทัศน์ที่ขึ้นกับกระบวนการการเรียนรู้โดยเฉพาะของแต่ละคน อันมีอิทธิพลต่อการคิดในสิ่งรอบๆ ตัว และรูปธรรมทั่วไป (Public Entity) เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับความหมายของคำต่างๆ ซึ่งอาจจะพบในพจนานุกรม สารานุกรม ความหมายเหล่านี้เป็นที่รับรู้ร่วมกันในกลุ่มที่ใช้ภาษาเดียวกัน

นอกจากนี้ มีนักการศึกษาหลายท่านที่จำแนกประเภทของมโนทัศน์ในลักษณะที่คล้ายคลึงกัน (Travers,1967: 137-138; Ausubel, 1968: 520; De Cecco, 1968: 390-392; Morgan, King and Robinson, 1984: 181-182; Arends,1994: 298) ซึ่งพอสรุปออกเป็น 3 ประเภท ได้ดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน (Conjunction Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากการมีส่วนร่วมกันของลักษณะเฉพาะ ตั้งแต่สองลักษณะขึ้นไป เช่น สมุดสีเขียว ดอกไม้สีแดง สุนัข

ขนยาวสีขาว หรือ สิ่งเร้าที่เราพบเห็นโดยทั่วไปมีลักษณะร่วมกัน ได้แก่ รูปร่าง ขนาด สี เป็นต้น มโนทัศน์ต่างๆ ที่เราคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน มักเป็นมโนทัศน์แบบร่วมลักษณะ

2. มโนทัศน์แยกลักษณะ (Disjunctive Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เป็นโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือทั้งสองอย่างรวมกัน เช่น คำว่า “กา” อาจเป็นนกหรือกาต้มน้ำ หรือเครื่องหมายกากบาท สัญลักษณ์ “0” อาจเป็นจำนวนศูนย์ (zero) วงกลม ตัวโอในภาษาอังกฤษ หรือไข่ฟองหนึ่งก็ได้

3. มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ (Relation Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ สภาวะหรือสิ่งเร้า ตั้งแต่สองอย่างขึ้นไป เช่น การทำไม้ขีดไฟ ไปสัมพันธ์กับบุหรี่ เพราะว่าเราใช้ไม้ขีดไฟจุดบุหรี่ หรือภาษีเงินได้สัมพันธ์กับระดับของรายได้

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523: 9-10) ได้แบ่งมโนทัศน์เป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน เป็นมโนทัศน์ที่มีอยู่เป็นส่วนใหญ่เรียนรู้ได้ง่าย มีคุณลักษณะร่วมกันหลายอย่าง เช่น สุนัข แม้จะมีอยู่หลายพันธุ์ เช่น อัลเซเชียน โดเบอร์แมน จิ้งจอก หมาใน เป็นต้น แม้คุณค่าจะผิดแผกแตกต่างกัน แต่ก็มีคุณลักษณะหลายอย่างร่วมกัน สามารถบอกได้ว่าเป็นสุนัข ซึ่งจะแตกต่างไปจาก วัว ควาย ลิง ม้า เป็นต้น

2. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงสัมพันธ์ เป็นมโนทัศน์ที่ต้องอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกหรือกลุ่มพิจารณาคุณลักษณะ คุณค่าที่แตกต่างกัน แต่สมาชิกหรือส่วนประกอบมีความสัมพันธ์กันในบางลักษณะ เช่นการจัดกลุ่มคน อายุ เพศ วัย ต่างกันเข้าด้วยกัน เพราะบุคคลเหล่านี้ปฏิบัติกิจกรรมอย่างใดอย่างหนึ่งร่วมกัน

3. มโนทัศน์ที่เป็นเชิงวิเคราะห์ เป็นมโนทัศน์ที่อยู่บนพื้นฐานของคุณลักษณะที่สังเกตได้จากส่วนของวัตถุ สิ่งของ เรื่องราวแต่ละอย่างภายในกลุ่ม จะซับซ้อนกว่ามโนทัศน์ 2 ประเภทที่กล่าวมา เช่น จัดกลุ่มสัตว์สี่เท้าเข้าด้วยกัน เพราะดูคุณลักษณะของจำนวนขาหรือเท้าทั้งๆ ที่เป็นสัตว์ต่างชนิดกัน

กมลรัตน์ หล้าสุวงษ์ (2528: 235) ได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ชนิดเชื่อมโยง (Conjunctive Concept) หมายถึง การจัดประเภทของสิ่งต่างๆ โดยใช้กฎเกณฑ์บางอย่างร่วมกัน มักเชื่องโยงกันด้วยคำว่า “และ” เช่น สัตว์สี่เท้าหมายถึงอินทรีย์ที่มีขนยาวปกคลุมร่างกาย และมีสี่เท้า ดังนั้น แมว สุนัข เสือ ฯลฯ จัดเป็นสัตว์สี่เท้า คนสวยหมายถึงคนที่หน้าตาและรูปร่างสมส่วน ดังนั้นอาภัสราจึงเป็นคนสวยเพราะหน้าตาดีและรูปร่างสมส่วน เป็นต้น

2. มโนทัศน์ชนิดแยกแยะ (Disjunctive Concept) หมายถึง การจัดประเภทของสิ่งต่างๆ โดยใช้กฎเกณฑ์บางอย่างแยกแยะกันออกไปตามความแตกต่างที่ปรากฏ มโนทัศน์ชนิดนี้มักใช้คำว่า “หรือ” เข้าไปเกี่ยวข้องกับการจัดประเภทของสิ่งของด้วย เช่น คนที่เป็นอธิการบดี คือ บุคคลที่จบปริญญาเอกหรือปริญญาโท แต่ทำงานด้านบริหารมาแล้ว 5 ปี คนเก่ง หมายถึง คนเรียนเก่งหรือเล่นกีฬาเก่ง เป็นต้น

รัตนะ บัวสนธ์ (2532: 29) ได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์แบบรูปธรรม หมายถึง มโนทัศน์ที่หาตัวอย่างได้โดยตรง และตัวอย่างนี้แสดงให้เห็นเป็นสิ่งที่จับต้องสูดดม มองเห็น ได้ยิน ได้รู้รสชัดเจน เช่น ต้นไม้ ตัวอย่างได้แก่ต้นไม้อะไรก็ได้ ผู้หญิง ตัวอย่างได้แก่ใครก็ได้ที่เป็นผู้หญิง แมว ตัวอย่างจะเป็นแมวตัวใดก็ได้

2. มโนทัศน์แบบนามธรรม หมายถึง มโนทัศน์ที่ไม่สามารถหาตัวอย่างได้โดยตรง เช่น คำว่า ความดี ความเลว ความจริง ประชาธิปไตย ตัวอย่างของคำเหล่านี้อาจหาได้ไม่ยาก ทางอ้อม ซึ่งอาจจะแปรเปลี่ยนไปตามการรับรู้ การตีความของแต่ละบุคคล ซึ่งแตกต่างจากมโนทัศน์แบบรูปธรรมที่แต่ละคนมีความรับรู้ได้ตรงกัน เช่น ถ้าผู้เขียนถามนาย ก. กับนาย ข. ว่าแมวคืออะไร คำตอบทั้งสองคนจะเหมือนกันว่าเป็นสัตว์สี่ขา มีหลายสี ชอบกินหนู ฯลฯ แต่ถ้านาย ก. กับนาย ข. ว่าความดีคืออะไร คำตอบจะไม่เหมือนกันซึ่งถ้านาย ก. อยู่เวียดนาม นาย ข. อยู่ประเทศไทยด้วยแล้วคำตอบยิ่งแตกต่างกันมากขึ้น

สุวัฒนา อุทัยรัตน์ (2545: 33) ได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ไว้เป็น 2 ประเภท โดยมโนทัศน์ประเภทที่ 1 เป็นมโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรม เช่น ทะเล ลม พืช สัตว์ เป็นต้น และมโนทัศน์ประเภทที่ 2 เป็นมโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น เช่น ความดี ความชั่ว ความสวย โต๊ะ เก้าอี้ เป็นต้น ซึ่งมโนทัศน์ทั้ง 2 ประเภทที่กล่าวมานี้จำเป็นต้องมีความหมายที่ถูกต้องตรงกัน

จากประเภทของมโนทัศน์ ดังที่กล่าวมานี้ สรุปได้ว่ามโนทัศน์สามารถแบ่งออกเป็นประเภทได้ตามแนวคิดของแต่ละบุคคล และตามคุณสมบัติของวัตถุ สิ่งของรอบๆ ตัวเรา ซึ่งอาจจะแบ่งได้ตามลักษณะของมโนทัศน์ที่สามารถร่วมกัน แยกแยะออกจากกัน หรือที่สามารถเกี่ยวพันกันได้ นอกจากนี้ยังสามารถแบ่งมโนทัศน์ได้ตามแบบรูปธรรม หรือนามธรรมตามแนวคิดที่แตกต่างกัน

1.3 กระบวนการสร้างมโนทัศน์

การสร้างมโนทัศน์ของแต่ละมโนทัศน์ในแต่ละคนนั้นจะต้องมีขั้นตอนหลายขั้นตอน ซึ่งขั้นตอนทั้งหมดที่ใช้ในการสร้างมโนทัศน์นั้นเรียกว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ ซึ่งนักการศึกษาเสนอความคิดเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ต่างๆ ไว้ดังนี้

Russel (1956: 249) กล่าวถึงการสร้างมโนทัศน์ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า เป็นผลมาจากการรับรู้ ความจำ และจินตนาการ รวมทั้งสิ่งแวดล้อมภายนอกและภายในอินทรีย์ ได้แก่องค์ประกอบทางอารมณ์ ความตึงเครียด ความต้องการ หรือปัญหาที่ต้องแก้ไข การที่จะสร้างมโนทัศน์ได้นั้นต้องผ่านกระบวนการ 3 ขั้น คือ การแยกแยะ การย่นย่อ และการสรุปครอบคลุม กระบวนการทั้ง 3 นี้ จะต้องมีการบูรณาการเข้าด้วยกัน และเกิดขึ้นในระหว่างที่มีการรับสัมผัส (Sensory Impression) การทำงานของกล้ามเนื้อ การใช้กล้ามเนื้อ การตั้งคำถาม การอ่าน และการแก้ปัญหา ซึ่งทั้งหมดนี้จะรวมกันเข้าเป็นโครงสร้างของมโนทัศน์

Krech และ Crutchfield (1959: 464–465) เสนอว่าการสร้างมโนทัศน์ เป็นกระบวนการค้นพบลักษณะบางประการที่เป็นลักษณะร่วมของวัตถุ ซึ่งเป็นจำพวกเดียวกัน เช่น พบว่าหมู ช้าง คน ปลาวาฬ ต่างก็มีต่อมน้ำนมสำหรับเลี้ยงลูกอ่อน ลักษณะร่วมเช่นนี้แตกต่างไปจากสัตว์จำพวกอื่นๆ การค้นพบลักษณะร่วมนี้เป็นการสร้างมโนทัศน์ของ คำว่า “สัตว์เลี้ยงลูกด้วยน้ำนม” ขึ้น

Lovell (1966: 12-13) กล่าวถึงลำดับขั้นการสร้างมโนทัศน์ไว้ว่า “กระบวนการในการสร้างมโนทัศน์มี 3 กระบวนการ คือ การรับรู้ (Perception) การย่นย่อ (Abstraction) และการสรุปครอบคลุม (Generalization) ซึ่งกระบวนการย่นย่อนับเป็นจุดสำคัญของการสร้างมโนทัศน์ ซึ่งได้แก่ลักษณะเด่นที่ร่วมกันของวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น จากนั้นจึงสรุปครอบคลุมจนได้ลักษณะที่ร่วมกันของสิ่งที่ค้นพบ”

McDonald (1967: 162) มีความคิดเห็นว่า การสร้างมโนทัศน์ เช่น มโนทัศน์ของอ่าว ซึ่งนักเรียนจะผ่านกระบวนการดังต่อไปนี้

1. สามารถแยกแยะ (Discrimination) คือ นักเรียนจะต้องสามารถแยกความแตกต่างของอ่าวออกจากแม่น้ำ มหาสมุทร หรืออื่น ๆ ได้ก่อน

2. สามารถสรุปครอบคลุม (Generalization) คือ นักเรียนจะต้องนึกถึงลักษณะของอ่าวเพื่อที่จะเชื่อมโยงกับอ่าวอื่น ๆ ได้

Klausmeier (1985: 278-279) ได้ศึกษาวิจัยแล้วพบว่า การเรียนมโนทัศน์ขึ้นอยู่กับพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียนและอิทธิพลจากสภาพแวดล้อมในรูปของการเรียนการสอน โดยที่ลำดับขั้นการสร้างมโนทัศน์พอจะสรุปได้เป็น 4 ระดับ ดังนี้

1. ระดับรูปธรรม (Concrete Level) ซึ่งผู้เรียนจำวัตถุสิ่งต่างๆ ได้และนึกถึงชื่อของสิ่งนั้นๆ ได้ เช่น เด็กเล็กๆ เรียนรู้คำว่า “สุนัข” เป็นต้น

2. ระดับรวมกลุ่ม (Identity Level) เป็นระดับที่ผู้เรียนจำสิ่งใดสิ่งหนึ่งในสภาพการณ์และเวลาที่แตกต่างกันได้ ลักษณะสำคัญของการเรียนรู้ระดับนี้คือความสามารถสรุปความคล้ายคลึงและแผ่ขยายมโนทัศน์ได้ (Generalization) เช่น สุนัขก็ย่อมเป็นสุนัขเสมอ ไม่ว่าจะอยู่ในสถานที่ เวลา หรือมุมมองที่แตกต่างกันอย่างไรก็ตาม

3. ระดับจัดจำพวก (Classification Level) คือความสามารถในการจัดประเภทสิ่งที่มีลักษณะร่วมกันเข้าด้วยกัน เช่น สุนัข ไม่ว่าจะมีรูปร่าง ขนาด สี หรือพันธุ์แตกต่างกันอย่างไรก็เรียกว่า สุนัข ทั้งนั้น

4. ระดับนามธรรม (Formal Level) เป็นการเรียนรู้ระดับที่ผู้เรียนสามารถใช้ชื่อมโนทัศน์อธิบายความหมาย จำแนกความแตกต่างกับมโนทัศน์อื่นๆ ได้ถือเป็นระดับที่เรียนรู้มโนทัศน์ได้สมบูรณ์

ชัยพร วิชชาวุธ (2521: 6-7) ได้เสนอขั้นตอนของการเรียนรู้หรือการเกิดมโนทัศน์ไว้ดังนี้

1. การเรียนรู้เริ่มจากที่ผู้เรียนได้มีประสบการณ์ เช่น การได้เห็น ได้ฟัง เป็นต้น

2. เมื่อเกิดประสบการณ์แล้วผู้เรียนรู้ต้องสังเกตในรายละเอียดปลีกย่อยของประสบการณ์และคิดเปรียบเทียบ เช่น รูปที่เห็นนั้นเป็นสีอะไร รูปร่างเป็นอย่างไร อะไรที่เหมือนกันและอะไรที่ต่างกัน เป็นต้น

3. ผลจากการสังเกตในข้อ 2 ผู้เรียนจะต้องตั้งเป็นสมมติฐานว่ามโนทัศน์ของสิ่งเหล่านั้นคืออะไร

4. ผู้เรียนทดสอบสมมติฐาน หากผลปรากฏว่าถูกก็จะคงสมมติฐานไว้ ถ้าผิดก็จะกลับไปสังเกตและตั้งสมมติฐานใหม่จนถูกจึงสรุปเป็นมโนทัศน์

จากลำดับขั้นในการสร้างมโนทัศน์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่ากระบวนการหรือลำดับขั้นในการสร้างมโนทัศน์เป็นกระบวนการที่เกี่ยวกับความคิด ต้องอาศัยการพัฒนาเป็นลำดับขั้นต่อเนื่องกันและสลับซับซ้อน เริ่มจากการสังเกต การรับรู้ แล้วนำมาแยกแยะประสบการณ์หรือทดลองพิสูจน์สมมติฐานที่ตั้งไว้ เพื่อที่จะหาลักษณะเฉพาะของสิ่งแวดล้อมแล้วสร้างเป็นความเข้าใจ เพื่อสรุปรวมเป็นลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์นั้นๆ

จากการเสนอความคิดเห็นเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ของนักการศึกษา สรุปได้ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์นั้นมีจุดเริ่มต้นที่ต้องรู้จักการสังเกต การรับรู้ การจัดระบบแนวความคิด แล้วสามารถแยกแยะคุณสมบัติหรือคุณลักษณะ มาสัมพันธ์กับความคิดของตนเองให้เป็นมโนทัศน์ใหม่ สามารถดึงออกมาใช้เทียบเคียงเพื่อทำความเข้าใจสิ่งต่างๆ ที่รับรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

2.1 ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

คำว่า “มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน” เป็นคำที่มาจากภาษาอังกฤษว่า Misconceptions ซึ่งได้มีผู้ให้ความหมายของคำนี้ไว้ในลักษณะต่างๆ ดังนี้

Gowin (1982: 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า “มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความคิดหรือข้อสรุปที่แปรปรวนไปจากความจริง ซึ่งจะยึดติดกับความคิดยากแก่การเปลี่ยนแปลง”

Halloun และ Hestenes (1985: 1058) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า “มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นความรู้ที่ได้มาจากประสบการณ์ส่วนตัวของแต่ละบุคคล ซึ่งไม่สอดคล้องกับทฤษฎี”

Peterson และ Treagust (1989: 301) ได้กล่าวว่า “มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นความคิดความเข้าใจที่แตกต่างไปจากแนวคิดที่ได้รับการยอมรับของแต่ละเนื้อหา”

โสภาพรรณ แสงศัพท์ (2518: 12) กล่าวถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า “มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความเชื่อและความเข้าใจที่ได้มาจากแนวความคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ คลุมเครือ”

จากความหมายของคำว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นความคิดและความเข้าใจที่แตกต่างไปจากความเป็นจริง ที่อาจจะได้มาจากประสบการณ์ที่ไม่ถูกต้อง ไม่ชัดเจน ของแต่ละบุคคล ที่ยากต่อการแก้ไขเปลี่ยนแปลง

2.2 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ได้มีผู้ที่พยายามศึกษาและวิเคราะห์ถึงสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังต่อไปนี้

Halloun และ Hestenes (1985: 1056–1065) ได้เสนอความเห็นเกี่ยวกับสาเหตุที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน พอสรุปได้ว่า ในบางครั้ง การแปลความหมายเกี่ยวกับปรากฏการณ์ธรรมชาติตามความเชื่อของนักปราชญ์ในอดีต ก็เป็นผลให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องนั้นๆ ได้ เช่น อริสโตเติล เชื่อว่า ดินคืออาหารของพืช เป็นต้น

Osborne และ Freyberg (1985: 27) ได้วิเคราะห์ ได้ผลโดยสรุปว่า มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นจริงในตัวนักเรียนจะแตกต่างจากมโนทัศน์ที่ครูต้องการให้นักเรียนมี เป็นเหตุให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกิดขึ้นซึ่งมโนทัศน์ที่นักเรียนมักจะเข้าใจคลาดเคลื่อนจากที่ครูต้องการได้แก่

1. มโนทัศน์ที่ได้จากตำราเรียน
2. มโนทัศน์ที่เกิดจากการแก้ปัญหาทางด้านวิทยาศาสตร์
3. มโนทัศน์ที่เกิดจากการทำกิจกรรม
4. มโนทัศน์ที่ได้จากการสรุปความรู้ต่าง ๆ

Simson และ Marek (1988: 362) ได้กล่าวถึงสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า “ประสบการณ์ในโรงเรียน ไม่ใช่สาเหตุเดียวที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือเข้าใจผิด แต่อาจเกิดจากคำอธิบายของผู้ใหญ่ที่ยังไม่เข้าใจมโนทัศน์นั้นๆ ดีพอด้วย จึงทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจผิดโดยรู้เท่าไม่ถึงการณ์”

Kiokaew (1988: 15–18) ได้พูดถึงสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน พอสรุปได้ว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนน่าจะมาจากสาเหตุ 4 ประการคือ

1. ตำราเรียน ตำราเรียนบางเล่มนำเสนอข้อมูลหรือความหมายในบางเรื่องไม่ชัดเจน ทำให้นักเรียนบางส่วนคิดหรือตีความหมายขึ้นมาเอง ซึ่งเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องนั้น ๆ

2. การพัฒนาการทางด้านสติปัญญาของนักเรียน ในการที่นักเรียนจะศึกษามโนทัศน์ในบางเรื่องให้เข้าใจทั้งหมด จะต้องอาศัยวุฒิภาวะและการพัฒนาทางด้านสติปัญญาใน

ระดับหนึ่ง ซึ่งถ้าระดับวุฒิภาวะและการพัฒนาทางสติปัญญายังไม่เพียงพอก็จะทำให้ไม่สามารถทำความเข้าใจในเรื่องนั้นๆ ได้ หรือเข้าใจได้เพียงบางส่วนแต่บางส่วนคลาดเคลื่อนไป

3. ภาษา นักเรียนมักจะนำภาษาที่ใช้ในชีวิตประจำวันมาปะปนกับศัพท์เฉพาะทาง คำบางคำที่ใช้ในชีวิตประจำวันกับที่ใช้ในทางคณิตศาสตร์ใช้คำเดียวกันแต่ความหมายไม่เหมือนกัน นักเรียนมักนำคำที่ใช้ทางคณิตศาสตร์ไปเทียบความหมายกับคำที่ใช้ในชีวิตประจำวัน จึงเป็นเหตุให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

4. ครู ครูบางคนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในบางเรื่อง จึงทำให้นักเรียนได้รับการถ่ายทอดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องนั้นๆ จากครูต่ออีกทอดหนึ่ง

จากที่มีผู้เสนอสาเหตุต่างๆ ที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน พอที่จะสรุปได้ว่า การที่นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน อาจเนื่องมาจากสาเหตุหลายๆ ประการ อาทิเช่น การได้รับความรู้มาจากครูที่ไม่ความเข้าใจเพียงพอในมโนทัศน์ที่สอน หรือเกิดจากการที่นักเรียนศึกษาจากตำราเรียนที่ให้ความรู้ที่ไม่ชัดเจน ข้ามขั้นตอนวิธีการทำ แล้วนักเรียนสร้างภาพมโนทัศน์ขึ้นเองให้สอดคล้องกับตำราที่อ่าน และเพื่อความเข้าใจมากยิ่งขึ้นนักเรียนบางคนสร้างภาษา หรือคำศัพท์เฉพาะซึ่งอาจบิดเบือนไปจากความเป็นจริงของเนื้อหาความรู้ เพื่อความสะดวกต่อการจดจำลักษณะที่สำคัญในการนำไปประยุกต์ใช้ได้ นอกจากนี้อาจเป็นเพราะระดับความรู้ของนักเรียนยังไม่เพียงพอต่อการรับรู้มโนทัศน์ที่ยากเกินความสามารถได้

2.3 ผลเสียของการมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงผลเสียที่เกิดขึ้น เมื่อนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ไว้ดังนี้

Fisher (1985: 53-54) ได้กล่าวถึงผลเสียที่เกิดขึ้นจากการที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน พอสรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเพียงเรื่องเดียวหรือจำนวนหนึ่งจะขยายออกไปได้ เนื่องจากคนเรามีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นที่แตกต่างกันกับบุคคลจำนวนมาก

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะขยายวงกว้างออกไป จากเรื่องที่ง่ายไปสู่เรื่องที่ยากขึ้น และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจำนวนไม่น้อยที่ยากต่อการเปลี่ยนแปลงแก้ไขถ้ายังคงใช้วิธีสอนแบบเดิม

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนบางเรื่องที่เกี่ยวข้องกับความเชื่ออื่นๆ ซึ่งเกี่ยวโยงกันอย่างมีระบบและทำให้นักเรียนมีแนวโน้มที่จะนำไปใช้ในชีวิตของเขาด้วย

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523: 10-11) ได้กล่าวถึงผลเสียที่เกิดจากที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ว่า “ถ้านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือผิดพลาด ก็จะเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้เรื่องใหม่ ทำให้การเชื่อมโยงประสบการณ์ใหม่ทำได้ช้าลงหรือไม่บังเกิดผล”

โสภาพรรณ แสงศัพท์ และคณะ (2525: 65) กล่าวถึงผลเสียของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนต่อการเรียนการสอนว่า “เมื่อมโนทัศน์เดิมคลาดเคลื่อนจะมีผลให้การรับรู้เรื่องราวต่างๆ ต่อมาในการเรียนการสอนเกิดความคลาดเคลื่อนได้ง่ายขึ้น และเนื่องจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนต่างๆ เมื่อเกิดขึ้นแล้วมักฝังใจยากต่อการเปลี่ยนแปลงแก้ไข และไม่รู้สึกว่ากำลังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอยู่ อันมีผลให้นักเรียนตีความหมายของสิ่งที่เรียนรู้ในชั้นเรียนแตกต่างกับความรู้ที่ครูตั้งใจจะให้ และเพิกเฉยต่อความแตกต่างที่เกิดขึ้น โดยนักเรียนคิดว่าเข้าใจและตีความหมาย ถูกต้องแล้วในสิ่งที่ครูสอน เมื่อเรียนรู้เรื่องใหม่ต่อ ๆ ไปก็จะเป็นอุปสรรคในการเรียนรู้ การเชื่องโยงประสบการณ์ทำได้ช้าและไม่บังเกิดผล

จะเห็นได้ว่า จากการที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จะทำให้นักเรียนไม่สามารถทำความเข้าใจเนื้อหาใหม่ที่เกี่ยวเนื่องกันหรือเนื้อหาในระดับที่สูงขึ้น แนะนอกจากนั้นการเชื่อมโยงความรู้เก่ากับความรู้ใหม่ก็จะเกิดขึ้นได้ช้าหรือไม่เกิดเลย ซึ่งจะส่งผลให้เกิดความล้มเหลวในการเรียนของนักเรียนในที่สุด

2.4 **ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน**

มีนักการศึกษาได้ศึกษาวิจัยถึงลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ไว้ดังนี้

Fisher (1985: 53-54) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมักมีลักษณะดังนี้

1. เป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไปจากมโนทัศน์ของผู้ทรงคุณวุฒิหรือผู้เชี่ยวชาญในแขนงวิชานั้นๆ

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเพียงเรื่องเดียวหรือจำนวนหนึ่งจะขยายออกไปได้เนื่องจากมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นที่แตกต่างกันของแต่ละบุคคลจำนวนมาก

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะขยายวงกว้างออกไปจากเรื่องที่ง่ายไปสู่เรื่องที่ยากขึ้น และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจำนวนไม่น้อยที่ยากต่อการเปลี่ยนแปลงแก้ไขหรือแก้ไขได้น้อยมากถ้าใช้วิธีการสอนแบบดั้งเดิม

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนบางเรื่องก็เกี่ยวข้องกับความเชื่ออื่นๆ ซึ่งเกี่ยวโยงกันอย่างมีระบบ และทำให้นักเรียนมีแนวโน้มที่จะนำไปใช้ในชีวิตของเขาด้วย

5. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนบางเรื่องเป็นสิ่งที่ถ่ายทอดกันมาแต่อดีต จากผู้ที่เป็นผู้นำทางความรู้ในแขนงวิชานั้นๆ แล้วถูกถ่ายทอดมาสู่นักเรียน

Truran (1987: 92) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนและเทคนิคการสอนเพื่อแก้ไขความคลาดเคลื่อนนั้นในการหาสาเหตุที่ผิดและแบ่งระดับความผิดพลาดที่นักเรียนทำไว้ 9 ด้านคือ

1. รูปแบบของคำถาม
2. การอ่านคำถาม
3. ความเข้าใจในคำถาม
4. กลยุทธในการเลือกใช้ความรู้
5. ทักษะการเลือกใช้ความรู้
6. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
7. การเสนอคำตอบ
8. ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้ เนื่องจากขาดความระมัดระวัง
9. ความผิดพลาดซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

Movshovitz-Hadar และ Other (1987: 3-14) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์รูปแบบข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยได้วิเคราะห์ข้อผิดพลาดของนักเรียนในวิชาพีชคณิตและจัดกลุ่มข้อผิดพลาดได้ 6 ด้านดังนี้

1. การใช้ข้อมูลผิด
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา
3. การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์
4. การบิดเบือนทฤษฎี และนิยาม
5. ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา
6. ความคลาดเคลื่อนในเทคนิคการทำ

Blando และ Other (1989: 301-308) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์และหารูปแบบความคลาดเคลื่อนทางเลขคณิต ได้สรุปข้อผิดพลาดทางการเรียนเลขคณิตไว้ 4 ด้านดังนี้

1. ความผิดพลาดในการมีลำดับความสำคัญมากกว่าหรือการทำผิดลำดับขั้นตอน เช่น บวกก่อนคูณ บวกก่อนหาร ลบก่อนหาร ละเลยความสำคัญของวงเล็บ เป็นต้น
2. ความผิดพลาดในการทำผิดความหมาย เช่น หารแทนการบวก ลบแทนการบวก คูณแทนการหาร เป็นต้น
3. ความผิดพลาดอื่นๆ เช่น การปฏิเสธที่จะแก้ปัญหา
4. ความผิดพลาดที่ไม่มีรูปแบบแน่นอนเนื่องจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ เช่น ขาดความระมัดระวังในการบวก (บวกผิด) เป็นต้น

จากการศึกษาวิจัยลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักการศึกษาดังกล่าว พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในรูปแบบลักษณะที่แตกต่างกันไปในแต่ละเนื้อหาวิชาที่ได้ทำการศึกษา

3. ฟังก์ชัน

3.1 บทนิยามของฟังก์ชัน

นักการศึกษาและนักวิชาการเกี่ยวข้องกับการศึกษาทางคณิตศาสตร์ ได้ให้บทนิยามของฟังก์ชัน ไว้ดังนี้

Kolman และ Denlinger (1989: 2) ได้ให้บทนิยามของฟังก์ชันไว้ว่า “โดยทั่วไป ฟังก์ชันคือกฎ หรือประโยค ในการตัดสินถึงค่าของตัวแปรตัวหนึ่ง กับค่าของตัวแปรอีกตัวหนึ่งที่มีลักษณะเฉพาะต่อกัน โดยให้ตัวแปรต้นเป็น x และตัวแปรตามเป็น y ซึ่งอาจจะใช้ตัวแปรตัวอื่นก็ได้”

Burgmeier, Boisen และ Larsen (1990: 2) ได้ให้บทนิยามของฟังก์ชันไว้ว่า “ฟังก์ชันคือความสัมพันธ์ระหว่างเซตจำนวน 2 เซตใดๆ”

Piascik (1994: 3) ได้ให้บทนิยามของฟังก์ชันไว้ว่า

1. ฟังก์ชันคือเซตของคู่อันดับ (x,y) และสองคู่อันดับใดๆ ที่มีสมาชิกตัวหน้า (x) เหมือนกันแล้วสมาชิกตัวหลัง (y) ต้องแตกต่างกัน โดยเซตของสมาชิกตัวหน้า คือ โดเมนของฟังก์ชัน และเซตของสมาชิกตัวหลัง คือเรนจ์ของฟังก์ชัน

2. ฟังก์ชันคือกฎ ในความสัมพันธ์ของค่าที่ได้ออกมาเพียงค่าเดียวกับสมาชิกแต่ละค่าในเซตของค่าที่เป็นไปได้ในการใส่เข้าไป อาทิเช่น การเปลี่ยนอุณหภูมิจากองศาฟาเรนไฮต์ไปเป็นองศาเซลเซียส โดยกำหนดค่าองศาฟาเรนไฮต์ (เป็นค่าที่ใส่เข้าไป) แล้วสามารถหาค่าองศาเซลเซียสได้ (เป็นค่าที่ได้ออกมา)

Simmons (1996: 30) ได้ให้บทนิยามของฟังก์ชันไว้ว่า “ ถ้า x และ y เป็นตัวแปร 2 ตัวใดๆ ซึ่งมีความสัมพันธ์กันด้วยเหตุที่ว่า เมื่อไรที่กำหนดค่าให้กับ x แล้วจะได้ค่า y ออกมาเพียงค่าเดียว ดังนั้น y จึงเป็นฟังก์ชันที่ x และเขียนแทนด้วย y = f(x)”

Meel (1999: 3-4) ได้สรุปบทนิยามของฟังก์ชันไว้ 6 แบบ คือ

1. ฟังก์ชันเป็นข้อมูลระหว่าง 2 เซตใดๆ ที่กำหนดให้ทุกๆ สมาชิกในเซตแรกจะคู่กับสมาชิกเพียงตัวเดียวของเซตที่สอง

1. ฟังก์ชันเป็นความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ตัวแปรใด ๆ (y ขึ้นอยู่กับ x)

2. ฟังก์ชันเป็นกฎในการเชื่อมโยงค่า x กับค่า y

3. ฟังก์ชันเป็นกระบวนการคำนวณในการได้ผลลัพธ์บางค่าของตัวแปรหนึ่งจากการให้ค่าของอีกตัวแปรหนึ่ง (x)

4. ฟังก์ชันเป็นประโยค การแสดงทางพีชคณิต หรือสมการ ในการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

5. ฟังก์ชันเป็นการรวบรวมจำนวนในคู่อันดับที่สามารถแสดงให้เห็นกราฟ

สมัย เหล่าวานิชย์ (2524: 246) ได้ให้บทนิยามของฟังก์ชันไว้ว่า “ฟังก์ชันคือความสัมพันธ์ที่ไม่มีสมาชิกตัวหน้าของสองคู่อันดับใดๆ เหมือนกัน แต่สมาชิกตัวหลังต่างกัน”

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2543: 55) ได้ระบุบทนิยามของฟังก์ชันไว้ว่า “ฟังก์ชันคือ ความสัมพันธ์ซึ่งในสองคู่อันดับใดๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเท่ากันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน”

จากบทนิยามดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปโดยรวมได้ว่า ฟังก์ชันคือความสัมพันธ์ในรูปของคู่อันดับซึ่งประกอบด้วยตัวแปร 2 ตัวใดๆ เมื่อกำหนดค่าให้ตัวแปรตัวหนึ่ง ก็สามารถหาค่าของตัวแปรอีกตัวหนึ่งได้ ซึ่งมีค่าเฉพาะต่อกัน โดยให้ตัวแปรที่กำหนดค่าให้เรียกว่า ตัวแปรต้น และตัวแปรที่ได้ค่าออกมาเรียกว่า ตัวแปรตาม นอกจากนี้เซตของตัวแปรต้นเรียกว่า โดเมน และเซตของตัวแปรตามเรียกว่า เรนจ์ ซึ่งถ้ากำหนดให้ x และ y เป็นตัวแปร 2 ตัวใดๆ และให้ x เป็นตัวแปรต้น y เป็นตัวแปรตาม จะได้ว่า y เป็นฟังก์ชันของ x เขียนแทนด้วย $y = f(x)$

3.2 ความสำคัญของฟังก์ชัน

นักการศึกษาและนักวิชาการเกี่ยวข้องกับการศึกษาทางคณิตศาสตร์ ได้ให้ความสำคัญของฟังก์ชัน ไว้ดังนี้

Kolman และ Denlinger (1989: 1) ได้กล่าวถึงความสำคัญของฟังก์ชันไว้ว่า “มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันเป็นศูนย์รวมของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เริ่มจากคุณสมบัติของ “ฟังก์ชัน” และแนวคิดเกี่ยวกับกราฟของฟังก์ชัน อาทิเช่น เมื่อเน้นถึงเรื่อง “ฟังก์ชันเชิงเส้น” กราฟของฟังก์ชันจะเป็นเส้นตรง แล้วก็พัฒนาไปสู่ความสำคัญในการนำไปประยุกต์ใช้”

Burgmeier, Boisen และ Larsen (1990: 1) ได้กล่าวถึงความสำคัญของฟังก์ชันไว้ว่า “เป็นขั้นตอนแรกในการหาคำตอบของปัญหาต่างๆ คือ การหาความถูกต้องชัดเจนของรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของปัญหานั้น ดังนั้น เทคนิคทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ในการหาคำตอบของปัญหาได้ก็คือ “ฟังก์ชัน” เนื่องจากฟังก์ชันมีบทบาทที่จำเป็นในการเป็นตัวเชื่องโยงความแตกต่างระหว่างปัญหาที่กำหนดให้ และประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของปัญหานั้น ด้วยเหตุที่ว่าฟังก์ชันเป็นการบรรยายถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนที่ซับซ้อน”

Simmons (1996: 22) ได้กล่าวถึงความสำคัญของฟังก์ชันว่า “มโนทัศน์ที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในทางคณิตศาสตร์ทุกสาขาคือ “ฟังก์ชัน” ซึ่งไม่ว่าจะอยู่ในเนื้อหาพีชคณิต เรขาคณิต ทฤษฎีจำนวน ความน่าจะเป็น เป็นต้น ฟังก์ชันถือเป็นเนื้อหาเบื้องต้นในการใช้พิสูจน์โครงสร้างและเนื้อหาวิชาต่างๆ ดังที่ได้กล่าวมา โดยเฉพาะอย่างยิ่งในวิชาแคลคูลัส”

Lioyd และ Wilson (1998: 250-252) ได้กล่าวถึงความสำคัญของฟังก์ชันไว้ว่า

1. ฟังก์ชันเป็นเรื่องราวที่แทรกไปทุกเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรสถานศึกษา และยังเป็นหัวข้อที่มีความก้าวหน้า มีบทบาทในรวบรวมแนวคิดและกิจกรรมการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์

2. ฟังก์ชันเป็นประโยชน์สำหรับใช้สรุปความสามารถในการสอน และมีความสำคัญต่อมโนทัศน์ในเนื้อหาอื่นๆ นอกจากทางคณิตศาสตร์ และในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ต่างกัน

Avile/s-Garay (2000: 4) ได้กล่าวถึงความสำคัญของฟังก์ชันไว้ว่า “ฟังก์ชันมีความสำคัญทางหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีเนื้อหาครอบคลุมคณิตศาสตร์อย่างกว้างๆ และเป็นการเสนอในส่วนการพัฒนากิจกรรมการสอนอย่างมากในระดับมัธยมศึกษาและอุดมศึกษา ซึ่งเป็นจุดเด่นของการสอนพีชคณิต นอกจากนี้ฟังก์ชันยังเป็นศูนย์รวมและรวบรวมบทบาททางคณิตศาสตร์”

วรณัน ขุนศรี (2544: 36) ได้กล่าวถึงความสำคัญของฟังก์ชันไว้ว่า “ฟังก์ชันเป็นฐานของคณิตศาสตร์ ในการทำความเข้าใจแบบรูปและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้มีปฏิสัมพันธ์กับโลกและช่วยให้เข้าใจโลกด้วย”

กล่าวโดยสรุปได้ว่า ฟังก์ชันเป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งในทางการศึกษาคณิตศาสตร์ เนื่องจากฟังก์ชันเป็นเนื้อหาพื้นฐานในการแก้สมการ เป็นตัวเชื่อมไปสู่มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ และฟังก์ชันยังสามารถนำเสนอได้หลากหลายรูปแบบ อาทิเช่น ประโยค เซต คู่อันดับ และกราฟ ซึ่งจะเป็นการฝึกทักษะในทางการเปลี่ยนรูปแบบระหว่างรูปแบบต่างๆ ได้อีกด้วย ยิ่งไปกว่านั้นฟังก์ชันยังมีส่วนเกี่ยวข้องในชีวิตประจำวันของคนเราอีกมากมาย เนื่องจากฟังก์ชันเป็นความสัมพันธ์ระหว่าง 2 สิ่งใดๆ ที่คนเราสามารถสร้างฟังก์ชันจากสถานการณ์ในชีวิตประจำวันได้

3.3 รูปแบบมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

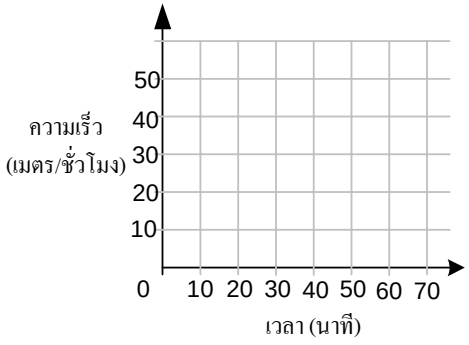
O’Callaghan (1998: 24-25) ได้กล่าวถึงรูปแบบฟังก์ชันที่เป็นหลักพื้นฐานในเรื่องฟังก์ชันว่ามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประกอบด้วย 4 ประเภท คือ การสร้างแบบจำลอง การแปลความหมาย การเปลี่ยนรูปแบบ และการทำให้เป็นผลสำเร็จ ซึ่งแต่ละประเภทมีรายละเอียดดังนี้

1. การสร้างแบบจำลอง (Modeling) การสร้างแบบจำลองเป็นการแสดงถึงความสามารถในการเปลี่ยนโจทย์ปัญหาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน ซึ่งคล้ายกับการเปลี่ยนแปลงจากสถานการณ์ปัญหาทั่วไปเป็นการแสดงสถานการณ์ในทางคณิตศาสตร์หรือเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความสัมพันธ์กันของตัวแปร ฟังก์ชันที่มีรูปแบบสถานการณ์เป็นนามธรรมจำเป็นต้องใช้กระบวนการนี้เข้าช่วย หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าเป็นการเปลี่ยนจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพราะการสร้างแบบจำลองของสถานการณ์ในชีวิตประจำวันจะช่วยให้มองเห็นเป็นรูปธรรมมากขึ้น นอกจากนี้จะเห็นได้ว่าฟังก์ชันจะถูกนำมาใช้เป็นอันดับแรก ถึงการทำความเข้าใจมโนทัศน์อื่น ๆ ของเรื่องฟังก์ชัน ด้วยเหตุนี้การสร้างแบบจำลองจึงเป็นเครื่องมืออันเหมาะสมในการนำมาพิจารณาถึงการเกิดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

ตัวอย่างเช่น รถบรรทุกสินค้าคันหนึ่งมีน้ำหนัก 4,500 ปอนด์ สินค้ามีน้ำหนักกล่องละ 20 ปอนด์ จงสร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักทั้งหมดของรถบรรทุก (W) กับจำนวนของกล่องสินค้าที่บรรทุก (x)

2. การแปลความหมาย (Interpreting) การแปลความหมายเป็นการแสดงถึงความสามารถในการตีความ ขยายความ แปลความหมายของฟังก์ชันในลักษณะที่แตกต่างกันเพื่อสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับชีวิตประจำวัน ซึ่งความสามารถในด้านนี้สามารถแบ่งการแปลความหมายให้เหมาะสมกับการแสดงฟังก์ชันหลักๆ 3 อย่าง คือ สมการ ตาราง และกราฟ หรือรูปแบบอื่นๆ ของภาษาทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้การแปลความหมายยังเป็นตัวกำหนดการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนในรูปแบบฟังก์ชันชนิดต่าง ๆ และยังเป็นการตรวจสอบการดำเนินการและแนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชันของนักเรียน

ตัวอย่างเช่น จากกราฟ แสดงความเร็วในการฝึกขับจักรยาน ในระหว่างการฝึกนั้นได้ขับขึ้นภูเขาและพักดื่มน้ำ จงใช้กราฟนี้ตอบคำถาม



อยากทราบว่าเขาขับจักรยานด้วยความเร็วเท่าไร ณ เวลา 25 นาที

3. การเปลี่ยนรูปแบบ (Traslating) การเปลี่ยนรูปแบบเป็นการแสดงถึงความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบหนึ่งไปเป็นอีกรูปแบบหนึ่งได้ ซึ่งรูปแบบการนำเสนอฟังก์ชันโดย ส่วนใหญ่มี 3 รูปแบบ คือ สมการ ตาราง และกราฟ หรือรูปแบบที่แสดงถึงฟังก์ชันอาจอยู่ในรูปแบบทางพีชคณิต เลขคณิต และเรขาคณิต ซึ่งฟังก์ชันเป็นการเชื่อมความสัมพันธ์ในการใช้รูปแบบอื่นๆ ของภาษาทางคณิตศาสตร์ หรือความสามารถเปลี่ยนรูปแบบอื่นๆ ของภาษาทางคณิตศาสตร์ไปเป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างเช่น จากตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลา (x) และอุณหภูมิที่ใช้ในการอบไก่ (y) จงวาดกราฟเส้นของความสัมพันธ์นี้

นาที (x)	0	10	20	30	60	120
อุณหภูมิ (y)	50	100	140	170	200	220

4. การทำให้เป็นผลสำเร็จ (Reifying) การทำให้เป็นผลสำเร็จเป็นการแสดงถึงความสามารถในการทำความเข้าใจกับสิ่งที่โจทย์กำหนด ออกมาเป็นกระบวนการหรือวิธีการของการดำเนินการ โดยในทางคณิตศาสตร์การทำให้เป็นผลสำเร็จนี้มีองค์ประกอบของกระบวนการทำมากกว่าหนึ่งองค์ประกอบ เนื่องจากเป็นรูปแบบที่ครอบคลุมคุณสมบัติต่างๆ และยังสามารถดำเนินการได้โดยใช้สมบัติทางฟังก์ชัน เช่น การคอมโพสิท หรือพีชคณิต โดยส่วนใหญ่การทำให้เป็นผลสำเร็จเป็นขั้นตอนสำคัญอันหนึ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นการแสดงถึงจุดมุ่งหมายสุดท้ายในการเรียนการสอนฟังก์ชันที่นักเรียนจะต้องคิดกระบวนการวิธีทำให้ได้ผลลัพธ์สุดท้ายออกมา ถือว่าเป็นกระบวนการที่ยากสำหรับนักเรียน

ตัวอย่างเช่น บริษัทแห่งหนึ่งต้องการบริจาคเงินให้กับผู้ประสบภัยน้ำท่วมเป็นเงินจำนวน $C(p) = 0.1(p - 1000)$ บาท โดยหักออกจากผลกำไร ซึ่งหาได้จาก $p(n) = 100n - n^2$ ในการขายสินค้าทุกๆ n ชิ้น ผู้ประสบภัยน้ำท่วมจะได้รับเงินเป็นจำนวนเท่าไร ถ้าบริษัทแห่งนี้ขายสินค้าได้ 50 ชิ้น

Kaput (1989 อ้างถึงใน O'Callaghan, 1998: 24) ได้กำหนดรูปแบบของฟังก์ชันออกเป็น 2 ประเภท คือ

ประเภทที่ 1 การขยายข้อมูล ซึ่งประกอบด้วย

1.1 การเปลี่ยนรูปแบบระหว่างการนำเสนอทางคณิตศาสตร์

1.2 การเปลี่ยนรูปแบบระหว่างสิ่งที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และไม่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์

ประเภทที่ 2 การรวมกัน ซึ่งประกอบด้วย

2.1 การเรียนรู้ถึงการเปลี่ยนแปลงรูปแบบ โครงสร้างทางภาษา การดำเนินการ

2.2 การสร้างมโนทัศน์ในการดำเนินการและกระบวนการในการทำให้เป็นผลสำเร็จ

3.4 ประเภทของฟังก์ชัน

นักการศึกษา และนักวิชาการทางการศึกษาคณิตศาสตร์ได้จัดแบ่งประเภทตามลักษณะของฟังก์ชัน ดังต่อไปนี้

Mcqehee (1991: 456 A) ได้แบ่งประเภทของฟังก์ชันไว้ 3 ประเภท ดังนี้คือ บทนิยามฟังก์ชัน การอธิบายฟังก์ชัน และการนำเสนอฟังก์ชัน

Lesser (2000: 65) ได้แบ่งประเภทของฟังก์ชันออกตามลักษณะของฟังก์ชัน ไว้ดังนี้

1. แบ่งฟังก์ชันตามลักษณะการนำเสนอรูปแบบของฟังก์ชันที่หลากหลาย อาทิเช่น สมการ กราฟ ตาราง หรือการบรรยายสถานการณ์

2. แบ่งฟังก์ชันตามลักษณะชนิดของฟังก์ชัน อาทิเช่น ฟังก์ชันพหุนาม ฟังก์ชันเอ็กโปเนนเชียล ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ฟังก์ชันตรรกยะ ฟังก์ชันอตรรกยะ เป็นต้น

3. แบ่งฟังก์ชันตามลักษณะคุณสมบัติ อาทิเช่น ฟังก์ชันคู่ ฟังก์ชันคี่ ฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันลด ฟังก์ชันต่อเนื่อง ฟังก์ชัน 1-1 เป็นต้น

Mesa (2000: 21-22) ได้แบ่งประเภทของฟังก์ชันตามลักษณะต่างๆ เป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. แบ่งตามเนื้อหาของฟังก์ชัน อาทิเช่น จุดประสงค์ ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเลขยกกำลัง ฟังก์ชันอัตราส่วน ฟังก์ชันคาบ และฟังก์ชันขั้นสูง (ที่มีลักษณะเป็นนามธรรม)

2. แบ่งตามกระบวนการของฟังก์ชัน อาทิเช่น การสร้างแบบจำลอง การเปลี่ยนรูปแบบ การเปรียบเทียบ

3. แบ่งตามแนวความคิดของฟังก์ชัน อาทิเช่น การนำเสนอ การตีความ การพิสูจน์ ความแปรเปลี่ยน การมีสัดส่วน ขอบเขต การจัดการ

จากประเภทของมโนทัศน์ที่ให้โดยนักการศึกษาหลายๆ ท่าน ดังที่กล่าวมานี้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันสามารถแบ่งออกเป็นประเภทได้ตามแนวคิดของแต่ละบุคคล และขึ้นอยู่กับลักษณะและคุณสมบัติของฟังก์ชัน อาทิเช่น จำแนกเป็นประเภทตามลักษณะการนำเสนอรูปแบบของฟังก์ชัน ตามชนิดของฟังก์ชัน ตามคุณสมบัติของฟังก์ชัน หรือตามกระบวนการและแนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เป็นต้น

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษาค้นคว้างานวิจัยต่างประเทศและในประเทศที่เกี่ยวข้องกับการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ผู้วิจัยได้รวบรวมและนำเสนอไว้ดังต่อไปนี้

4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

Vermilya (1989: 50-11A) ได้ศึกษาผลของการใช้คอมพิวเตอร์กราฟฟิกที่มีต่อความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนที่เรียนวิชาแคลคูลัส โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 เรียนตามปกติ และกลุ่มที่ 2 เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์กราฟฟิกประกอบการเรียนการสอน แล้วทำการทดสอบหลังจากการสอนแต่ละเนื้อหาจบด้วยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน และแบบทดสอบประเมินผลมโนทัศน์ และทำการสัมภาษณ์กระบวนการคิดของนักเรียนเป็นรายบุคคล ผลการวิจัยพบว่า คะแนนของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน และแบบทดสอบประเมินผลมโนทัศน์ ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และผลการสัมภาษณ์แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถทั่ว ๆ ไปในการเปลี่ยนฟังก์ชัน การปรับเปลี่ยนกระบวนการให้เหตุผลและการดำเนินการของฟังก์ชัน

Papakonstantinou (1992: 53-04A) ได้ศึกษาความรู้เกี่ยวกับบทนิยามของฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา และศึกษาความสัมพันธ์ของความรู้เกี่ยวกับบทนิยามของฟังก์ชันกับความสามารถในการยกตัวอย่างที่เป็นและไม่เป็นฟังก์ชันของนักเรียน จำแนกตามอายุ เชื้อชาติ เกรดของวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนมาทั้งหมด และจำนวนวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนเกี่ยวกับพีชคณิตของปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นปีที่ 2 ที่เรียนวิชาเรขาคณิต และแคลคูลัสเบื้องต้น จาก 2 โรงเรียน จำนวน 552 คน โดยให้นักเรียนตอบแบบสอบถามปลายเปิดจำนวน 6 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า การให้บทนิยามของฟังก์ชันของนักเรียนที่มีความแตกต่างระหว่างเชื้อชาติ เกรด

ของวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนมาทั้งหมด และจำนวนวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนมาเกี่ยวกับพีชคณิตในปีที่ 1 มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ส่วนนักเรียนที่เลือกยกตัวอย่างที่ไม่ใช่ฟังก์ชันที่มีความแตกต่างระหว่างเกรดของวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนมาทั้งหมด และจำนวนวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนมาเกี่ยวกับพีชคณิตในปีที่ 1 มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

Adams (1995: 1059 A) ได้ศึกษาผลของความเข้าใจและการประยุกต์ใช้มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันที่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอน โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ซึ่งเป็นกลุ่มทดลอง 3 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม ซึ่งกลุ่มทดลองกลุ่มที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอนและทำกิจกรรมโดยการเขียนมโนทัศน์ กลุ่มทดลองกลุ่มที่ 2 ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอนเพียงอย่างเดียว กลุ่มทดลองกลุ่มที่ 3 เรียนโดยทำกิจกรรมการเขียนมโนทัศน์ สุดท้ายกลุ่มควบคุมเรียนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ 1 กับ 2 กลุ่มที่ 1 กับ 3 และกลุ่มที่ 3 กับ 4 มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ โดยคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่เรียนด้วยเครื่องคำนวณกราฟฟิกเพียงอย่างเดียวสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยเครื่องคำนวณกราฟฟิกและทำกิจกรรมโดยการเขียนมโนทัศน์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่เรียนโดยทำกิจกรรมการเขียนมโนทัศน์เพียงอย่างเดียวสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยเครื่องคำนวณกราฟฟิกและทำกิจกรรมโดยการเขียนมโนทัศน์กับนักเรียนที่เรียนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้ความสามารถทางด้านการนำเสนอ การสร้างมโนทัศน์ และการอธิบายเกี่ยวกับฟังก์ชัน พบว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ทำกิจกรรมโดยการเขียนมโนทัศน์ต่ำกว่ากลุ่มที่ไม่ได้ทำกิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

Willoughby (1997: 314–318) ได้ศึกษาผลของการจัดรูปแบบกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีต่อการพัฒนามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนเกรด 6 โดยครูทำการสอนมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันควรเริ่มต้นโดยการเสนอให้เห็นว่าการนำเสนอภาพที่ชัดเจนเกี่ยวกับบทนิยามของฟังก์ชัน แล้วค่อยๆ นำเสนอวิธีทำที่ละเล็กละน้อย ค่อยเป็นค่อยไปดีกว่าการสรุปความ หรือการใช้วิธีการเปลี่ยนกลเม็ดในการอธิบาย ต่อจากนั้นจึงนำเสนอรูปแบบมาตรฐานทั่วไปของฟังก์ชัน ผลการวิจัยพบว่าการจัดรูปแบบกิจกรรมการเรียนการสอนที่นำเสนอเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนสามารถแสดงความสามารถในการนำเสนอภาพหรือรูปแบบมาตรฐานของฟังก์ชันให้เป็นรูปทั่วไป และนักเรียนสามารถแสดงความคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันระยะเบื้องต้นได้ดี

O'Callaghan (1998: 21–42) ได้ศึกษาผลของความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ประกอบการเรียนการสอน และกลุ่มที่เรียนแบบปกติ โดยสร้างแบบทดสอบความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน 4 ประเภท ซึ่งประกอบด้วย 1) การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน 2) การแปลความหมายฟังก์ชัน 3) การเปลี่ยนฟังก์ชัน และ 4) การทำให้เป็นผลสำเร็จ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้คอมพิวเตอร์ประกอบการเรียนการสอนมีความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน รวมทั้งความเข้าใจในองค์ประกอบด้านการสร้างแบบจำลอง การแปลความหมาย และการเปลี่ยนฟังก์ชันมากกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ แต่ในองค์ประกอบด้านการทำให้เป็นผลสำเร็จนั้นนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มไม่แตกต่างกัน

Pinzka (1999: 1491 A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันกับความเข้าใจและการประยุกต์ใช้มโนทัศน์เรื่องอนุพันธ์ ในวิชาแคลคูลัสของนักศึกษาระดับอุดมศึกษา โดยทำการทดสอบความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน และมโนทัศน์เรื่องอนุพันธ์ กับนักศึกษาที่เรียนวิชาแคลคูลัส ในภาคเรียนที่ 1 จำนวน 33 คน และทำการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลกับนักศึกษา จำนวน 6 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันและมโนทัศน์เรื่องอนุพันธ์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และนักเรียนมีกระบวนการและแนวคิดในแต่ละมโนทัศน์แตกต่างกัน นอกจากนี้นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องอนุพันธ์เกี่ยวกับเรขาคณิต สามารถตีความหมายและอธิบายกราฟของฟังก์ชัน สามารถเชื่อมโยงการนำเสนอรูปแบบต่าง ๆ ของฟังก์ชัน เข้าใจถึงการใช้เครื่องหมาย กระบวนการ โดเมนของฟังก์ชัน และสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน

Cates (2000: 921 A) ได้ศึกษาผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอนที่มีผลต่อความเข้าใจมโนทัศน์ และกราฟเรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนที่เรียนพีชคณิต จำนวน 56 คน โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอน จำนวน 29 คน และกลุ่มควบคุม เรียนตามปกติ จำนวน 27 คน ซึ่งทั้ง 2 กลุ่มจะทำงานกันเป็นกลุ่มและผู้สอนให้คอยให้ความเข้าใจของมโนทัศน์ ทำการทดสอบก่อนและหลังเรียน ดัดแปลงมาจากแบบทดสอบฟังก์ชันของ O'Callaghan และแบบสอบถาม 2 ข้อ พร้อมทั้งทำการสัมภาษณ์ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยแต่ละประเภทสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้นักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนจากแบบทดสอบกับทัศนคติก่อนเรียนและหลังเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ แต่ไม่มีความแตกต่างกันของคะแนนที่เพิ่มขึ้นของทั้ง 2 กลุ่ม

Brawner (2001: 950 A) ได้ศึกษาผลของการพัฒนาความรู้พื้นฐานที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพีชคณิตและความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน โดยตรวจสอบในด้านการสร้างแบบจำลองของฟังก์ชัน การแก้โจทย์ปัญหา และการนำเสนอฟังก์ชันรูปแบบต่างๆ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่มีอัตราการเสี่ยงต่อความล้มเหลวทางพีชคณิต ที่จบเกรด 8 แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มทดลองได้รับการสอนจากผู้วิจัย โดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิก TI-82 ประกอบการเรียนการสอน และกลุ่มควบคุมเรียนตามปกติ ทำการทดสอบก่อนและหลังเรียน แล้วเลือกนักเรียนเป็นกลุ่มตัวอย่างประชากรในการสัมภาษณ์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความเข้าใจในระดับที่ยากขึ้นได้ง่ายและถูกต้อง มีความสามารถในการหาคำตอบของสมการ และนำเสนอฟังก์ชันรูปแบบต่างๆ ในการสร้างรูปแบบสถานการณ์ปัญหาของการแก้โจทย์ปัญหา นอกจากนี้นักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยในด้านการสร้างแบบจำลองของฟังก์ชัน การแก้โจทย์ปัญหา และการนำเสนอฟังก์ชันรูปแบบต่างๆ แตกต่างจากกลุ่มควบคุม

Mann (2001: 3931 A) ได้ศึกษาผลการสอนด้วยวิธี ADAGE ที่มีต่อความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 13 คน คือกลุ่มทดลอง เรียนด้วยวิธี ADAGE (กิจกรรม ข้อมูล การวิเคราะห์ การทำให้อยู่ในรูปทั่วไป และการประยุกต์ใช้) และกลุ่มควบคุมเรียนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีการพัฒนาแนวคิดความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันมากกว่ากลุ่มควบคุม นอกจากนี้นักเรียนกลุ่มทดลองมีการปฏิบัติในกระบวนการทางฟังก์ชันและแสดงการกระทำได้มากขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

โสภาพรรณ ศิริรัตน์ (2527: 96-100) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การเปรียบเทียบความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีแบบการคิดต่างกัน” ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 559 คน เป็นหญิง 279 คน เป็นชาย 280 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบแบบการคิด แบบทดสอบสมรรถภาพ และแบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีการคิดแบบโยงความสัมพันธ์มีมากที่สุด รองลงมาคือการคิดแบบวิเคราะห์ และการคิดแบบจำแนกประเภท ซึ่งนักเรียนที่มีเพศเดียวกันและมีระดับสติปัญญาเดียวกันใช้การคิดแบบโยงความสัมพันธ์มากกว่าการคิดแบบวิเคราะห์และการคิดแบบจำแนกประเภทอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ส่วนนักเรียนชายและหญิงใช้การคิดแต่ละแบบไม่แตกต่างกัน นอกจากนี้นักเรียนที่มีระดับสติปัญญาแตกต่างกันใช้การคิดแบบวิเคราะห์ไม่แตกต่างกันแต่ใช้การคิดแบบจำแนกประเภทและการคิดแบบโยงความสัมพันธ์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยนักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในระดับปานกลางมากที่สุด รองลงมาคือนักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในระดับต่ำ และระดับสูง

ตามลำดับ ซึ่งนักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ณัชชา กมล (2542: 70-71) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย” ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ จังหวัดเชียงใหม่ จำนวน 79 คน ซึ่งแบ่งเป็น 2 ห้องเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ณัฐไฉไล พริ้งมาดี (2544: 55-56) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนาน ของมัธยมศึกษาตอนต้น” ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 415 คน จากโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องเส้นขนาน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานอยู่ในระดับต่ำ เกี่ยวกับบทนิยามของเส้นขนาน เส้นขนานและมุมแย้ง และเส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน ส่วนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายในอยู่ในระดับปานกลาง นอกจากนี้นักเรียนมีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานเป็นร้อยละ 27.95 – 39.52 ใน 4 มโนทัศน์ย่อย

จิรวัฒน์ มีลักษณะ (2544: 76–78) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร” ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2544 จำนวน 381 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนของการแก้ปัญหาโจทย์ ในเรื่องการหาค่าของตัวอักษร และการไม่ให้ความสำคัญของตัวอักษรอยู่ในระดับดีมาก รองลงมาคือในเรื่องการใช้ตัวอักษรแทนค่าของสิ่งของอยู่ในระดับดี ส่วนในเรื่องการใช้ตัวอักษรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าชัดเจนอยู่ในระดับปานกลาง และเรื่องการใช้ตัวอักษรแทนตัวแปรอยู่ในระดับต่ำ

นอกจากนี้นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนของการแก้โจทย์ปัญหาทั้ง 6 ประเภท มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

Even (1989: 642 A) ได้ทำการศึกษาถึงความสำคัญทางด้านความรู้ในเนื้อหาที่ใช้ในการสอนมโนทัศน์และการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันและศึกษาความสัมพันธ์ความรู้ในเนื้อหาของครูเกี่ยวกับด้านการสอนและการประยุกต์ใช้ ซึ่งการศึกษาครั้งนี้มีขอบเขตความรู้ในเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน 6 ด้าน คือ 1) ฟังก์ชันคืออะไร 2) การนำเสนอ 3) การหาอินเวอร์สและฟังก์ชันคอมโพสิท 4) หลักสูตรเรื่องฟังก์ชันของสถานศึกษา 5) แนวทางในการนำเสนอเข้าสู่เรื่องฟังก์ชัน และ 6) ความรู้และความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันและคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังศึกษาด้านการสอนฟังก์ชัน 2 ด้าน คือ 1) ความแตกต่างของความรู้และความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันและคณิตศาสตร์ และ 2) ความเข้าใจผิดของนักเรียน โดยนำแบบสอบถามชนิดปลายเปิดเก็บข้อมูลกับครูฝึกสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาจำนวน 152 คน หลังจากนั้นทำการสอนเพิ่มเติมให้กับครู แล้วทำการสัมภาษณ์เนื้อหาที่สอนจำนวน 10 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า ครูที่ขาดความรู้ในเนื้อหาหนึ่งจะมีผลต่อความรู้ในเนื้อหาด้านอื่น ๆ ซึ่งมีความขัดแย้งระหว่างภาพมโนทัศน์ของครูกับบทนิยามเรื่องฟังก์ชัน และครูไม่สามารถเปลี่ยนแปลงของการนำเสนอลักษณะต่างกัน เนื่องจากเข้าใจฟังก์ชันในหลักสูตรไม่ถูกต้อง ครูไม่เข้าใจถึงการนำเสนอกราฟในรูปแบบกราฟของสถานการณ์ นอกจากนี้ยังพบว่าครูส่วนใหญ่จะให้คำจำกัดความเรื่องฟังก์ชันด้วยการพิสูจน์แต่ไม่ใช้เหตุผลจากบทนิยาม

Becker (1992: 2850 A) ได้ศึกษาหาสาเหตุและการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาแคลคูลัสเบื้องต้นเกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน และการนำเสนอรูปแบบของฟังก์ชัน โดยใช้แบบสอบถามก่อนและหลังการสอนกับนักเรียนที่เรียนวิชาแคลคูลัสเบื้องต้น และเลือกนักเรียนที่มีสมัครใจจำนวน 20 คน มาสอนเพิ่มเติมเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถตรวจสอบการนำเสนอรูปแบบกราฟว่าเป็นฟังก์ชันโดยการลากเส้นขนานกับแกน y หรือโดยการมองภาพ นักเรียนสามารถตรวจสอบการนำเสนอรูปแบบตารางว่าเป็นฟังก์ชันถ้าเป็นความสัมพันธ์แบบ 1-1 นักเรียนสามารถตรวจสอบการนำเสนอรูปแบบสมการว่าเป็นฟังก์ชัน ถ้าความสัมพันธ์นั้นอธิบายได้รูปแบบเดียว นักเรียนไม่สามารถเขียนรูปแบบของฟังก์ชัน นักเรียนส่วนใหญ่อธิบายฟังก์ชันโดยการนำเสนอด้วยสูตรหรือกราฟ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ชอบใช้บทนิยามในการตรวจสอบว่าความความสัมพันธ์นั้นเป็นฟังก์ชันหรือไม่ นอกจากนี้นักเรียนมี

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน สรุปได้ดังนี้ ฟังก์ชันเชิงเส้น ชนิดของฟังก์ชัน ฟังก์ชัน 1-1 กราฟของฟังก์ชันที่เป็นแนวราบ ความต่อเนื่องของกราฟ การนำเสนอฟังก์ชันด้วยสูตรหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอฟังก์ชันในรูปของตัวแปร x

Wick (1998: 441 A) ได้ศึกษาพื้นฐานความรู้เนื้อหาสาระของครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาเกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ถึงความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบระหว่างรูปแบบการ นำเสนอแบบต่างๆ อาทิเช่น กราฟ แผนภาพ ประโยคหรือสูตร ตารางคู่อันดับ และรูปภาพ และความเข้าใจถึงบทบาทระหว่างบทนิยามของฟังก์ชันกับแนวคิดเชิงมโนทัศน์ ตัวอย่างประชากรเป็นครูระดับมัธยมศึกษา จาก 6 สถาบัน จำนวน 64 คน ดำเนินการโดยสำรวจการเขียนมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน เป็นเวลา 1 สัปดาห์ และคัดเลือกครู 16 คนเป็นตัวอย่างประชากรใช้ในการสัมภาษณ์ เกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน ผลการวิจัยพบว่า ครูมีความสามารถในการเปลี่ยนแปลงระหว่างการนำเสนอฟังก์ชันแบบต่าง ๆ และเมื่อรูปแบบการนำเสนอให้ ครูส่วนใหญ่เลือกการนำเสนอแบบประโยคหรือตาราง ส่วนด้านบทนิยาม พบว่า 86 % ครูจะสรุปเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันในรูปประโยค การทดสอบด้วนเส้นตรง คู่อันดับ ความสัมพันธ์ ข้อมูล ประเภทของฟังก์ชัน กราฟ และฟังก์ชัน เชิงเส้น นอกจากนี้ยังพบว่าครูมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับ ฟังก์ชัน 1-1 ฟังก์ชันเชิงเส้น คุณสมบัติ

Morobe (2001: 3096 A) ได้ศึกษาผลการเรียนการสอนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิก TI-83 ที่มีผลต่อความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันของครูฝึกสอน จำนวน 12 คน โดยทำการทดสอบสัมภาษณ์ก่อนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า ก่อนการเรียนการสอน ครูฝึกสอนไม่สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างการนำเสนอจากความรู้ที่ได้เรียนมา และนำเสนอรูปแบบการแก้โจทย์ปัญหาเพียงอย่างเดียวแต่ละโจทย์ปัญหา นอกจากนี้ยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชัน 1-1 และการนำฟังก์ชันเชิงเส้นไปใช้กับฟังก์ชันชนิดอื่นๆ ขาดความสามารถในการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และไม่สามารถแปลความหมายในเงื่อนไขที่กำหนดให้ของฟังก์ชัน ลักษณะทั่วๆ ไปของฟังก์ชันแต่ละชนิดที่มีตัวแปร 2 ตัว ส่วนหลังการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่า ครูฝึกสอนที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิก TI-83 มีความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันมากขึ้น ในด้านความสัมพันธ์ระหว่างการนำเสนอ โดยครูฝึกสอนสามารถนำเสนอมากกว่า 1 รูปแบบในการแก้โจทย์ปัญหา แต่ยังคงมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องฟังก์ชัน 1-1 ความเชื่อว่าฟังก์ชันต้องมีตัวแปร และไม่สามารถแปลความหมายในการเข้าใจในเงื่อนไขที่กำหนดให้ของฟังก์ชัน

Harrell (2002: 122 A) ได้ศึกษาผลของการใช้การเรียนการสอนที่แตกต่างกันที่มีผลต่อความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนที่เรียนพีชคณิต เกรด 10 จำนวน 281 คน โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 เรียนจากหนังสือเรียนและใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอน และกลุ่มที่ 2 เรียนจากคอมพิวเตอร์และใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอน แล้วทำการทดสอบหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนจากหนังสือเรียนและใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอนมีความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันมากกว่ากลุ่มที่เรียนจากคอมพิวเตอร์และใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกประกอบการเรียนการสอน ในด้านความสามารถประยุกต์ใช้มโนทัศน์ของโดเมน เรนจ์ และความสามารถในการอธิบาย การให้คำจำกัดความ และการเปลี่ยนรูปแบบของฟังก์ชันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนไม่สามารถพิจารณาหาค่าโดเมน และเรนจ์ได้เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงการนำเสนอในรูปแบบทางพีชคณิตและกราฟ นักเรียนไม่สามารถแสดงว่ารูปแบบที่กำหนดว่าใช่หรือไม่ใช่รูปแบบทางพีชคณิต นักเรียนไม่สามารถเขียนอธิบายถึงการนำเสนอความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน นักเรียนมีแนวคิดว่าฟังก์ชันเป็นสมการ

ดารณี คำแหง (2532: 166-170) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5” ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 320 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบสอบเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ชนิดเลือกตอบ และชนิดเรียงความ ซึ่งปรับปรุงมาจากลักษณะข้อบกพร่องของแบลนโดและคณะ คาเซย์และโมว์โซวิทย์ – ฮาดาร์และคณะ ผลการวิจัยพบว่า แบบสอบชนิดเลือกตอบนั้นนักเรียนมีข้อบกพร่องในเรื่องการนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบางประการของกรูปและคุณสมบัติการเท่ากันไปใช้พิสูจน์ข้อความที่กำหนดให้ หรือวิจารณ์การพิสูจน์ ส่วนแบบสอบชนิดเรียงความนั้นนักเรียนมีข้อบกพร่องในเรื่องการนำความรู้เรื่องการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อนไปใช้หาค่าตัวแปร หาอินเวอร์สการบวก และการคูณผิด ตามลำดับ

วนิดา มณีวรรณ (2534: 31-39) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ 4 ในเขตกรุงเทพมหานคร” ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2533 กลุ่มที่ 4 ในเขตกรุงเทพมหานคร จำนวน 877 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อสมการ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อสมการ สูงในมโนทัศน์การแก้อสมการที่เป็นโจทย์ปัญหาการแก้อสมการโดยใช้คุณสมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน โดยนำจำนวนลบและ

จำนวนบวกมาบวกทั้งสองข้าง นักเรียนชายที่ศึกษาในโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากกว่านักเรียนหญิง และนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงที่ศึกษาในโรงเรียนขนาดใหญ่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 นอกจากนี้นักเรียนที่ศึกษาในโรงเรียนขนาดใหญ่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากกว่านักเรียนที่ศึกษาในโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ยุพิน กรณ์ทอง (2534: 61–64) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มที่ 1 ในเขตกรุงเทพมหานคร” ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2533 กลุ่มที่ 1 ในเขตกรุงเทพมหานคร จำนวน 687 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจำนวน 2 ฉบับ ผลการวิจัยพบว่า ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดมีการตีปัญหาโจทย์สมการเกี่ยวกับอายุ อัตราเร็ว ระยะทาง โจทย์สมการเกี่ยวกับอัตราเร็ว อายุ และการแก้สมการเกี่ยวกับการแก้สมการในรูปเศษส่วนพหุนาม และมีความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการแก้สมการ การตีปัญหาโจทย์ สมการ และการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

อัมพร ม้าคนอง (2536: 64) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย” ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 จำนวน 21 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน แบบฝึกหัดประจำบท โจทย์ประยุกต์และแบบทดสอบย่อยประจำบท ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อผิดพลาดด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ ด้านการคิดคำนวณ ด้านตีความจากโจทย์ ตามลำดับ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการศึกษาเรื่อง การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. การศึกษาค้นคว้า
2. การออกแบบการวิจัยและการสุ่มตัวอย่างประชากร
3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

การศึกษาค้นคว้า

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสาร ตำราและงานวิจัยต่าง ๆ ทั้งในและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยครั้งนี้ ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเอกสาร หนังสือ และงานวิจัยต่าง ๆ ทั้งในและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบ

2. ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ หนังสือแบบเรียน คู่มือครูและตำราเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบ

การออกแบบวิจัยและการสุ่มตัวอย่างประชากร

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงสำรวจ (Survey Research) โดยใช้แบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ในการสำรวจมโนทัศน์และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียน และใช้การสัมภาษณ์ประกอบการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ และแผนการเรียนศิลป์คำนวณ ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร

ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการสุ่มตัวอย่างประชากร โดยใช้วิธีการสุ่มแบบแบ่งชั้น (Stratified Random Sampling) มีขั้นตอนดำเนินการสุ่มตัวอย่างประชากรดังนี้

1. ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการทดสอบเพื่อศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1.1 สุ่มโรงเรียนจากโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวง-ศึกษาธิการ กรุงเทพมหานคร กลุ่มละ 1 โรงเรียน จาก 8 กลุ่มโรงเรียน ได้โรงเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากรทั้งหมด 8 โรงเรียน

1.2 สุ่มห้องเรียนจากโรงเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากรในข้อ 1.1 มาโรงเรียนละ 1 ห้องเรียน รวม 8 ห้องเรียน ให้นักเรียนแต่ละห้องเรียนที่ได้จากการสุ่มเป็นตัวอย่างประชากร

1.3 ผู้วิจัยนำระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างประชากรในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 มาจำแนกตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ โดยใช้เกณฑ์จากคู่มือประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ซึ่งกระทรวงศึกษาธิการได้แบ่งออกเป็น 5 ระดับดังนี้

ระดับ 4	หมายถึง	ผลการเรียนดีมาก
ระดับ 3	หมายถึง	ผลการเรียนดี
ระดับ 2	หมายถึง	ผลการเรียนพอใช้
ระดับ 1	หมายถึง	ผลการเรียนผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนด
ระดับ 0	หมายถึง	ผลการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนด

ดังนั้น ผู้วิจัยจึงใช้เกณฑ์ดังกล่าวในการแบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม คือ

1. นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนคณิตศาสตร์สูง หมายถึง นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 อยู่ระดับ 4

2. นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลาง หมายถึง นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 อยู่ระดับ 2 และ 3

3. นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ หมายถึง นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 อยู่ระดับ 0 และ 1

ได้กลุ่มตัวอย่างประชากร จำแนกตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ ดังรายละเอียดในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 รายชื่อโรงเรียน แผนการเรียน และจำนวนนักเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากร จำแนกตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ

กลุ่มโรงเรียนที่	โรงเรียน	แผนการเรียน	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ (คน)			รวม
			สูง	ปานกลาง	ต่ำ	
1	โรงเรียนสตรีวัดอัปสรสวรรค์	ศิลป์คำนวณ	10	26	3	39
2	โรงเรียนราชวินิต มัธยม	วิทย์-คณิต	2	18	17	37
3	โรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัย	วิทย์-คณิต	12	12	3	27
4	โรงเรียนเทพลีลา	วิทย์-คณิต	3	13	26	42
5	โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย	ศิลป์คำนวณ	29	7	8	44
6	โรงเรียนศึกษานารี	ศิลป์คำนวณ	43	6	3	52
7	โรงเรียนมัธยมวัดดุสิตาราม	วิทย์-คณิต	5	13	13	31
8	โรงเรียนปทุมคงคา	วิทย์-คณิต	3	23	15	41
	รวม		107	118	88	313

จากตารางที่ 1 แสดงให้เห็นว่า ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีจำนวน 313 คน โดยเป็นนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง จำนวน 107 คน นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง จำนวน 118 คน และนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ จำนวน 88 คน ตัวอย่างประชากรเหล่านี้ใช้ในการศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

2. ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการสัมภาษณ์เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ผู้วิจัยดำเนินการสุ่มตัวอย่างประชากรแบบเจาะจง โดยทำการคัดเลือกนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำที่ได้คะแนนแบบทดสอบมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

น้อยที่สุด จากทั้ง 8 โรงเรียน โรงเรียนละ 3 คน รวมทั้งสิ้น 24 คน เป็นตัวอย่างประชากรในการสัมภาษณ์เพื่อประกอบการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

ดังนั้น มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันได้จากการศึกษาแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน และจากการสัมภาษณ์ตัวอย่างประชากร

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง ซึ่งขั้นตอนในการสร้างมีดังต่อไปนี้

แบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีและผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แนวคิดของ O'Callaghan (1998: 24–25) ซึ่งจำแนกเป็น 4 ประเภท ดังนี้

    1.1 การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน (Modeling)
    1.2 การแปลความหมายฟังก์ชัน (Interpreting)
    1.3 การเปลี่ยนฟังก์ชัน (Translating)
    1.4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ (Reifying)

2. ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู หนังสือแบบเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อวิเคราะห์เนื้อหาและมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน เพื่อเป็นแนวทางวางแผนการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

3. สร้างตารางวิเคราะห์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

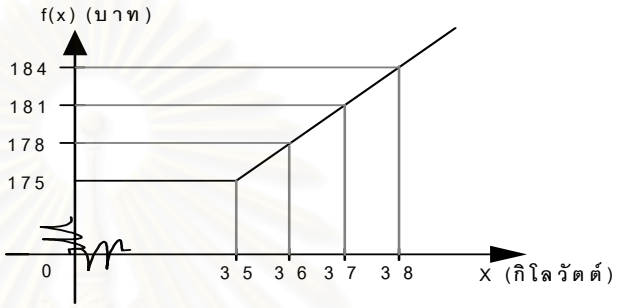
4. สร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ลักษณะของแบบทดสอบเป็นแบบปรนัย (Objective Test) แบบเติมคำตอบ โดยสร้างให้สอดคล้องกับตารางวิเคราะห์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ซึ่งมี 4 ประเภท จำนวน 60 ข้อ ดังนี้

ประเภทที่ 1 การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน (Modeling) จำนวน 15 ข้อ

ตัวอย่างเช่น เจ้าของฟาร์มแห่งหนึ่งต้องการสร้างรั้วเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสำหรับฝูงสัตว์ของเขาซึ่งมีความยาวโดยรอบ 1,200 เมตร จงสร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ (A) กับความกว้าง (x) ของฟาร์มแห่งนี้

ประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชัน (Interpreting) จำนวน 15 ข้อ

ตัวอย่างเช่น



จากกราฟ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการเสียค่าไฟฟ้า (f(x)) กับจำนวนการใช้ไฟฟ้า (x) ของบริษัทแห่งหนึ่ง ถ้าบริษัทแห่งนี้ใช้ไฟฟ้า 51.5 กิโลวัตต์ บริษัทต้องเสียค่าไฟฟ้าเป็นเงินเท่าใด

ประเภทที่ 3 การเปลี่ยนฟังก์ชัน (Translting) จำนวน 15 ข้อ

ตัวอย่างเช่น กำหนดให้ h = {(-5,-1),(-3,1),(-1,4),(0,2),(3,4)} จงเขียนกราฟของ h^{-1}

ประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ (Reifying) จำนวน 15 ข้อ

ตัวอย่างเช่น บริษัทผลิตรถแทร็กเตอร์แห่งหนึ่งสามารถผลิตรถแทร็กเตอร์ได้ $10 + x^2$ คันต่อปี ซึ่งแต่ละคันขายได้ในราคา $P = 50 + 3x$ บาท บริษัทนี้จะมีรายได้เท่าไร ในการขายรถแทร็กเตอร์ในช่วงเวลา 2 ปี

ผู้วิจัยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้ คือ

ถ้าตอบถูกต้อง	ให้ข้อละ 1 คะแนน
ถ้าตอบไม่ถูกต้อง ไม่ครบถ้วนหรือไม่ตอบ	ให้ข้อละ 0 คะแนน

5. นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้คำปรึกษาเพื่อแก้ไขปรับปรุงให้ถูกต้อง แล้วนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวน 3 ท่าน (ดูรายชื่อในภาคผนวก ก) ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา (Content Validity) ความถูกต้องของภาษาความเป็นปรนัยของคำตอบ และความสอดคล้องครอบคลุมตามแนวคิดของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ซึ่งตามข้อเสนอแนะของผู้ทรงคุณวุฒิทั้ง 3 ท่าน มีการปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบทั้งหมด 24 ข้อ ผู้วิจัยได้นำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขสรุปได้ดังนี้

5.1 ความถูกต้องของภาษา

5.1.1 แก้ไขภาษาในโจทย์ให้มีความเป็นปรนัย เช่น

ข้อความจากโจทย์ “ทำการตัดมุมเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ x นิ้ว ทั้ง 4 มุม” ควรแก้ไขเป็น “ ตัดมุมทั้งสี่ออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ x นิ้ว”

ข้อความจากโจทย์ “ถ้าบริษัทเช่ารถแห่งหนึ่งคิดค่าเช่ารถ 1,000 บาทต่อครั้ง” ควรแก้ไขเป็น “ถ้าบริษัทเช่ารถยนต์แห่งหนึ่งคิดค่าเช่ารถยนต์ครั้งละ 1,000 บาท”

5.1.2 แก้ไขภาษาโจทย์ที่มีรูปของคำถามซ้อนคำถาม

ข้อความจากโจทย์ “จงหาว่าปริมาตรของก้อนเนื้องอกเป็นเท่าไร” ควร แก้ไขเป็น “ปริมาตรของก้อนเนื้องอกเป็นเท่าไร”

ข้อความจากโจทย์ “จงหาว่าราคาแต่ละชิ้นของสินค้ามีค่าเท่าไร” ควร แก้ไขเป็น “อยากทราบว่าสินค้าราคาชิ้นละเท่าไร”

5.2 ความถูกต้องของคำตอบ

ข้อความจากโจทย์ “ภาชนะรูปทรงกระบอกตักถั่วใบหนึ่งสามารถจุถั่วได้ 300 ลูกบาศก์หน่วย จงสร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างรัศมี (r) ของทรงกระบอกกับความสูง (h) ของทรงกระบอกนี้” ซึ่งผู้วิจัยได้คำตอบเป็น “ $r(h) = \pm\sqrt{\frac{300}{\pi h}}$ ” ควรแก้ไขเป็น “ $r(h) = \sqrt{\frac{300}{\pi h}}$ ”

6. นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิ ดังที่กล่าวข้างต้นทั้ง 60 ข้อ ไปทดลองใช้กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งได้เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันมาแล้ว แล้วนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบของนักเรียนมาวิเคราะห์หาค่าความเที่ยง ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนก โดยแบบทดสอบที่ใช้ได้

มีกณฑ์ค่าความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนกมีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งจากการทดลองใช้เครื่องมือได้ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

6.1 ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเทพศิรินทร์ กรุงเทพมหานคร จำนวน 48 คน ซึ่งไม่ใช่ตัวอย่างประชากร ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบพบว่า

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.78
ค่าความยากง่าย	มีค่า	0.08 – 1.00
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	(-0.33) – 0.58

จากการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบได้ข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ จำนวน 33 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยทำการคัดออกให้เหลือ จำนวน 30 ข้อ โดยการคัดออกนี้ได้พิจารณาจากข้อสอบที่เหลืออยู่ มีความตรงตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้จากตารางวิเคราะห์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งข้อที่คัดออกมีค่าความยากง่ายที่ต่ำและสูงเกินจากค่าที่กำหนดไว้ รวมทั้งมีค่าอำนาจจำแนกต่ำกว่าแบบทดสอบข้อที่เหลือ จำนวน 3 ข้อ ทำให้ได้ข้อสอบจำนวน 30 ข้อ จำแนกเป็น 4 ประเภท ดังนี้

ประเภทที่ 1 การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน (Modeling)	8 ข้อ
ประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชัน (Interpreting)	5 ข้อ
ประเภทที่ 3 การเปลี่ยนฟังก์ชัน (Translating)	8 ข้อ
ประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ (Reifying)	9 ข้อ

6.2 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน จำนวน 30 ข้อ ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเทพศิรินทร์ กรุงเทพมหานคร จำนวน 46 คน ที่ไม่ใช่ตัวอย่างประชากร และไม่ใช่ตัวอย่างประชากรที่ใช้ทดลองเครื่องมือในครั้งที่ 1 ผลการวิเคราะห์คุณภาพแบบทดสอบพบว่า

ค่าความเที่ยง	มีค่า	0.89
ค่าความยากง่าย	มีค่า	0.20 – 0.73
ค่าอำนาจจำแนก	มีค่า	0.20 – 0.80

7. นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน จำนวน 30 ข้อ (ดูรายละเอียดภาคผนวก ค) ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูล ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ผู้วิจัยนำหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย จากบัณฑิตศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนต่างๆ (ดูรายละเอียดภาคผนวก ข) สังกัดกรมสามัญศึกษา ที่เป็นตัวอย่างประชากรด้วยตนเอง

2. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ไปทดสอบกับนักเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากร จาก 8 โรงเรียน โรงเรียนละ 1 ห้องเรียน รวม 8 ห้องเรียน จำนวนทั้งสิ้น 313 คน โดยผู้วิจัยดำเนินการทดสอบด้วยตนเองทั้งหมด และอยู่ภายใต้การดูแลของอาจารย์ผู้สอนประจำวิชา ซึ่งใช้เวลาในการทดสอบเป็นเวลา 60 นาที

3. ในการวิจัยครั้งนี้ มีนักเรียนเป็นตัวอย่างประชากรในการทำแบบทดสอบทั้งสิ้นจำนวน 307 คน จากทั้งหมด 313 คน ซึ่งนักเรียนตัวอย่างประชากรที่ทำแบบทดสอบคิดเป็นร้อยละ 98.08

4. ผู้วิจัยทำการจำแนกแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียน ตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ แล้วทำการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ผู้วิจัยนำคะแนนแบบทดสอบของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำเรียงจากมากไปน้อย และคัดเลือกนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ ที่ได้คะแนนแบบทดสอบน้อยที่สุด โรงเรียนละ 3 คน ทั้ง 8 โรงเรียน รวมทั้งสิ้น 24 คน และทำการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล และรายข้อที่นักเรียนทำผิด พร้อมบันทึกสาเหตุที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

5. ผู้วิจัยใช้เวลาในการเก็บรวบรวมข้อมูล เริ่มตั้งแต่วันที่ 18 พฤศจิกายน พ.ศ. 2545 ถึงวันที่ 21 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2546 ที่ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลได้ครบตามกำหนด

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science: SPSS for Windows Version 10.0) โดยผู้วิจัยนำแบบทดสอบที่เก็บรวบรวมทั้งหมดของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างประชากร วิเคราะห์ดังต่อไปนี้

1. ผู้วิจัยตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ดังนี้

ถ้าตอบถูกต้อง ให้ข้อละ 1 คะแนน
ถ้าตอบไม่ถูกต้อง ไม่ครบถ้วนหรือไม่ตอบ ให้ข้อละ 0 คะแนน

2. นำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนทั้งหมดหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\overline{X}_{\text{ร้อยละ}}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) โดยจำแนกตามประเภทของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน โดยรวม และตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์

3. ผู้วิจัยประเมินระดับการมีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียน โดยนำค่ามัชฌิม-เลขคณิตร้อยละ ($\overline{X}_{\text{ร้อยละ}}$) ที่คำนวณได้เทียบกับเกณฑ์ของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2533: 24) ซึ่งผู้วิจัยใช้เกณฑ์ดังต่อไปนี้

นักเรียนที่ได้คะแนนร้อยละ 80–100 หมายความว่า มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันสูงมาก
นักเรียนที่ได้คะแนนร้อยละ 70–79 หมายความว่า มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันสูง
นักเรียนที่ได้คะแนนร้อยละ 60–69 หมายความว่า มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันปานกลาง
นักเรียนที่ได้คะแนนร้อยละ 50-59 หมายความว่า มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำ
นักเรียนที่ได้คะแนนร้อยละ 0–49 หมายความว่า มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ

4. ผู้วิจัยสรุปมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันจากแบบทดสอบของนักเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากรทั้งหมดจำนวน 307 คน และจากการสัมภาษณ์นักเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากรทั้งหมด 24 คน โดยจำแนกตามประเภทของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้สถิติในการคำนวณหาคุณภาพของแบบทดสอบและวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

1.1 หาค่าสัมประสิทธิ์ความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน โดยใช้สูตรคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (Kuder – Richardson Method)

$$K-R_{20}: r_{tt} = \frac{k}{k-1}\left[1-\frac{\sum p_i q_i}{s_t^2}\right]$$

เมื่อ r_{tt} แทน ค่าความเที่ยงของแบบสอบ

k แทน จำนวนข้อสอบของข้อสอบ

p_i แทน สัดส่วนของผู้ตอบถูกในข้อที่ i

q_i แทน สัดส่วนของผู้ตอบผิดในข้อที่ i

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งหมด

หาความแปรปรวน (s_t^2) ใช้สูตร

$$s_t^2 = \frac{\sum X^2}{N} - \left[\frac{\sum X}{N}\right]^2$$

เมื่อ N แทน จำนวนผู้สอบ

X แทน คะแนนรวมของผู้สอบแต่ละคน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน 2544: 126-127)

1.2 หาค่าความยากง่าย (p)

$$p = \frac{R_h + R_l}{n_h + n_l}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยากง่าย

R_h แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง

R_l แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

n_h แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง

n_l แทน จำนวนคนในกลุ่มต่ำ

(พร้อมพรรณ อุดมสิน 2544: 144)

1.3 หาค่าอำนาจจำแนก (r)

$$r = \frac{R_h - R_l}{n_h}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนก

R_h แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง

R_l แทน จำนวนคนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

n_h แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุดมสิน 2544: 144)

2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\overline{X}_{\text{ร้อยละ}}$) จำแนกตามประเภทย่อยของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน โดยรวมและตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science: SPSS for Windows Version 10.0)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

จากการวิจัยเรื่อง การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร ซึ่งผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ระดับการมีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้ง 4 ประเภท โดยรวม และตามระดับผลการเรียนคณิตศาสตร์แสดงในตารางที่ 2 ถึงตารางที่ 5

ตอนที่ 2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 1 ระดับการมีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้ง 4 ประเภท โดยรวม และตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ แสดงในตารางที่ 2 ถึง ตารางที่ 5

ตารางที่ 2 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\overline{X}_{\text{ร้อยละ}}$) ของคะแนนมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของตัวอย่างประชากร จำนวน 307 คน จำแนกตามประเภทของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน	คะแนนเต็ม	$\overline{X}$	$S.D.$	$\overline{X}_{\text{ร้อยละ}}$	การประเมินผล
ประเภทที่ 1 การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน	8	2.12	1.90	26.50	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ
ประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชัน	5	1.67	1.11	33.40	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ
ประเภทที่ 3 การเปลี่ยนฟังก์ชัน	8	2.37	1.88	29.63	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ
ประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ	9	1.12	1.76	12.44	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ
รวม	30	7.28	4.97	24.21	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ

จากตารางที่ 2 พบว่านักเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากร มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันโดยรวมและในแต่ละประเภทอยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละมากที่สุด คือ 33.40 ในประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชัน และมีค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละต่ำที่สุด คือ 12.44 ในประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 3 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\overline{X}_{\text{ร้อยละ}}$) ของคะแนนมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง จำนวน 106 คน จำแนกตามประเภทของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน	คะแนนเต็ม	$\overline{X}$	$S.D.$	$\overline{X}_{\text{ร้อยละ}}$	การประเมินผล
ประเภทที่ 1 การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน	8	3.07	2.06	38.38	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ
ประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชัน	5	2.12	0.98	42.40	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ
ประเภทที่ 3 การเปลี่ยนฟังก์ชัน	8	3.55	1.66	44.38	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ
ประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ	9	1.93	2.08	21.44	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ
รวม	30	10.66	4.84	35.53	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ

จากตารางที่ 3 พบว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันโดยรวมและในแต่ละประเภทอยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิต ร้อยละมากที่สุด คือ 44.38 ในประเภทที่ 3 การเปลี่ยนฟังก์ชัน และมีค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ต่ำที่สุด คือ 21.44 ในประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 4 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\overline{X}_{\text{ร้อยละ}}$) ของคะแนนมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง จำนวน 117 คน จำแนกตามประเภทของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน	คะแนนเต็ม	$\overline{X}$	$S.D.$	$\overline{X}_{\text{ร้อยละ}}$	การประเมินผล
ประเภทที่ 1 การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน	8	1.74	1.60	21.75	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ
ประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชัน	5	1.48	1.09	29.60	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ
ประเภทที่ 3 การเปลี่ยนฟังก์ชัน	8	2.12	1.58	26.50	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ
ประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ	9	1.05	1.69	11.67	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ
รวม	30	6.39	4.11	21.30	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ

จากตารางที่ 4 พบว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันโดยรวมและในแต่ละประเภทอยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละมากที่สุด คือ 29.60 ในประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชัน และมีค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละต่ำที่สุด คือ 11.67 ในประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5 ค่ามัชฌิมเลขคณิต ($\overline{X}$)ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($S.D.$) ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ ($\overline{X}_{\text{ร้อยละ}}$) ของคะแนนมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ จำนวน 84 คน จำแนกตามประเภทของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน	คะแนนเต็ม	$\overline{X}$	$S.D.$	$\overline{X}_{\text{ร้อยละ}}$	การประเมินผล
ประเภทที่ 1 การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน	8	1.45	1.59	18.13	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ
ประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชัน	5	1.37	1.13	27.40	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ
ประเภทที่ 3 การเปลี่ยนฟังก์ชัน	8	1.24	1.71	15.50	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ
ประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ	9	0.20	0.51	2.22	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ
รวม	30	4.26	3.56	14.20	ต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ

จากตารางที่ 5 พบว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันโดยรวมและในแต่ละประเภทอยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิต ร้อยละมากที่สุด คือ 27.40 ในประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชัน และมีค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละต่ำที่สุด คือ 2.22 ในประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตอนที่ 2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำแนกตามมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน 4 ประเภท คือ ประเภทที่ 1 การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน ประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชัน ประเภทที่ 3 การเปลี่ยนฟังก์ชัน และประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ ผู้วิจัยวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนตามมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันแต่ละประเภทเป็น 2 ด้าน คือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ประเภทที่ 1 การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน (Modeling)

ด้านที่ 1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชันในการสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน

1) การใช้บทนิยาม

นักเรียนสร้างแบบจำลองฟังก์ชันไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้บทนิยามของฟังก์ชัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

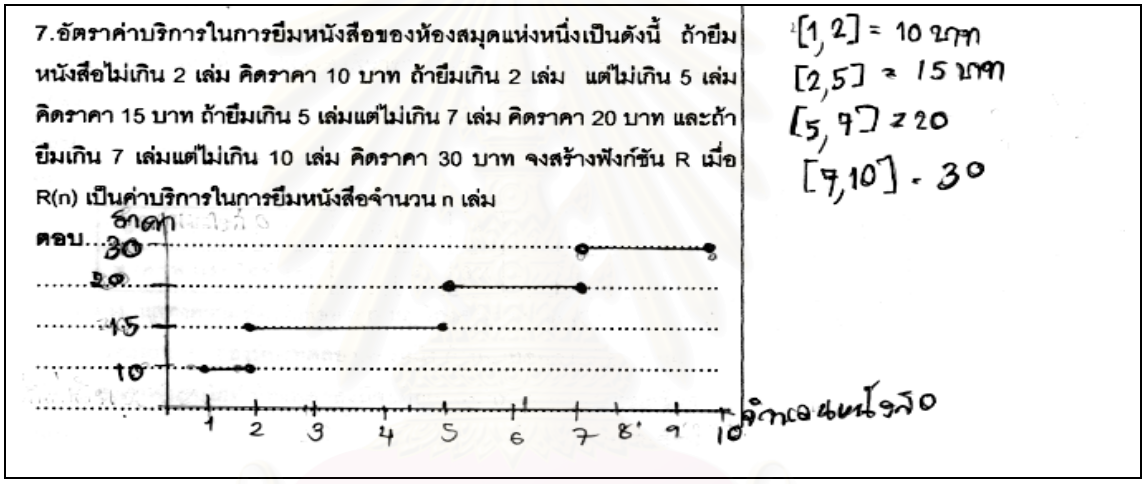
<u>ตัวอย่างที่ 1</u> ถ้าราคาค่าโทรศัพท์จากกรุงเทพไปเชียงใหม่นาทีแรก 16 บาท นาทีต่อไปนาทีละ 5 บาท จงสร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างราคาค่าโทรศัพท์ (C) กับจำนวนนาที (m) ที่ใช้ในการโทรศัพท์แต่ละครั้ง คำตอบที่ถูกต้องคือ $C(m)=11+5m$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้บทนิยามของฟังก์ชัน คือ นักเรียนสร้างแบบจำลองฟังก์ชันโดยไม่คำนึงตัวแปรที่โจทย์กำหนดให้ โดยนักเรียนตอบว่า $f(c)=11+5m$

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> อัตราค่าบริการในการยืมหนังสือของห้องสมุดแห่งหนึ่งเป็นดังนี้ ถ้ายืมหนังสือไม่เกิน 2 เล่ม คิดราคา 10 บาท ถ้ายืมเกิน 2 เล่ม แต่ไม่เกิน 5 เล่ม คิดราคา 15 บาท ถ้ายืมเกิน 5 เล่มแต่ไม่เกิน 7 เล่ม คิดราคา 20 บาท และถ้ายืมเกิน 7 เล่มแต่ไม่เกิน 10 เล่ม คิดราคา 30 บาท จงสร้างฟังก์ชัน R เมื่อ R(n) เป็นค่าบริการในการยืมหนังสือจำนวน n เล่ม คำตอบที่ถูกต้องคือ $R(n)=\begin{cases}10 & , \ 1\le n\le 2\\ 15 & , \ 2<n\le 5\\ 20 & , \ 5<n\le 7\\ 30 & , \ 7<n\le 10\end{cases}$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้บทนิยามของฟังก์ชัน คือ นักเรียนสร้างแบบจำลองฟังก์ชันโดยสร้างออกมาในรูปของตารางคู่อันดับ โดยนักเรียนตอบว่า

n	R(n)
$n \leq 2$	10
$2 > n \leq 5$	15
$5 > n \leq 7$	20
$7 > n \leq 10$	30

และจากการสัมภาษณ์นักเรียน พบว่า นักเรียนไม่ทราบว่าจะสร้างแบบจำลองฟังก์ชันออกมาอย่างไร จึงสร้างแบบจำลองฟังก์ชันออกมาด้วยการวาดรูป ดังแสดงในภาพที่ 1

ภาพที่ 1 แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ประเภทที่ 1 โดยสร้างแบบจำลองฟังก์ชันด้วยการวาดรูป



จากภาพที่ 1 จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนอธิบายว่า “ไม่ทราบว่าจะเขียนฟังก์ชันในรูปแบบใด จึงวาดออกมาเป็นรูปแทน”

นอกจากนี้ จากการสัมภาษณ์นักเรียน ยังพบว่า นักเรียนสามารถตีความจากโจทย์ได้ แต่ไม่สามารถสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน โดยนักเรียนอธิบายว่า “ที่ไม่เขียนคำตอบ เพราะว่าไม่ทราบว่าจะเขียนอย่างไร และโจทย์บอกว่า n เล่ม แต่ไม่บอกว่ากี่เล่ม” และนักเรียนให้เหตุผลอีกว่า “ไม่ทราบถึงรูปแบบการเขียนฟังก์ชันขั้นบันได และไม่เข้าใจถึงเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้”

2) การใช้สัญลักษณ์

นักเรียนสร้างแบบจำลองฟังก์ชันไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าราคาค่าโทรศัพท์จากกรุงเทพไปเชียงใหม่นาทีแรก 16 บาท นาทีต่อไปนาทีละ 5 บาท จงสร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างราคาค่าโทรศัพท์ (C) กับจำนวนนาที (m) ที่ใช้ในการโทรศัพท์แต่ละครั้ง คำตอบที่ถูกต้องคือ $C(m)=11+5m$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน คือ นักเรียนสร้างแบบจำลองฟังก์ชันโดยใช้สัญลักษณ์ผิด และสร้างออกมาในรูปของเซตคู่อันดับ โดยนักเรียนตอบว่า $f^{n} = \{(1,16),(2,21),(3,26)\}$ และจากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนอธิบายว่า “จากสมาชิกตัวหนึ่งจะได้เป็นอีกตัวหนึ่ง จะมาเป็นคู่กัน จึงเขียนออกมาเป็นคู่อันดับ”

ตัวอย่างที่ 2 การใช้บริการแท็กซี่แต่ละครั้ง เสียค่าบริการ 35 บาทต่อ 1 กิโลเมตรแรก และต่อไปเสียค่าบริการ 2 บาทต่อ 1 กิโลเมตร จงสร้างฟังก์ชัน T เมื่อ T(k) เป็นราคาค่าบริการทั้งหมดของระยะทาง k กิโลเมตร คำตอบที่ถูกต้องคือ $T(k)=33+2k$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน คือ นักเรียนสร้างแบบจำลองฟังก์ชันโดยใช้สมบัติของสัญลักษณ์ฟังก์ชันผิด โดยใช้ $T(k)$ เป็น $T \bullet k$ โดยนักเรียนตอบว่า $T=\frac{33+2k}{k}$

ด้านที่ 2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน

1) การใช้สูตร

นักเรียนสร้างแบบจำลองฟังก์ชันไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตร ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง เจ้าของฟาร์มแห่งหนึ่งต้องการสร้างรั้วเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสำหรับฝูงสัตว์ของเขาซึ่งมีความยาวโดยรอบ 1,200 เมตร จงสร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ (A) กับความกว้าง (x) ของฟาร์มแห่งนี้ คำตอบที่ถูกต้องคือ $A(x)=600x-x^2$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตร คือ นักเรียนจำสูตรคลาดเคลื่อน โดยจำสูตรพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับ ความยาวรอบรูปคูณความกว้าง ซึ่งควรจะเป็น พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับความยาวคูณความกว้าง

2) การคิดคำนวณ

นักเรียนสร้างแบบจำลองฟังก์ชันไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการคิดคำนวณ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง กล่องพลาสติกรูปลูกบาศก์ใบหนึ่งมีความสูง 30 เมตร มีปริมาตร 5,400 ลูกบาศก์เมตร จงสร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความกว้าง (w) กับความยาว (l) ของกล่องพลาสติกใบนี้ คำตอบที่ถูกต้องคือ $w(l)=\frac{180}{l}$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการคิดคำนวณ คือ นักเรียนแก้สมการไม่ถูกต้อง โดยมีวิธีคิดคำนวณดังนี้

จาก $wl=180$ ได้เป็น $w(l)=180l$

และจาก $wl=180$ ได้เป็น $w(l)=\frac{l}{180}$

3) การตีความด้านภาษา

นักเรียนสร้างแบบจำลองฟังก์ชันไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการตีความด้านภาษา ดังตัวอย่างต่อไปนี้

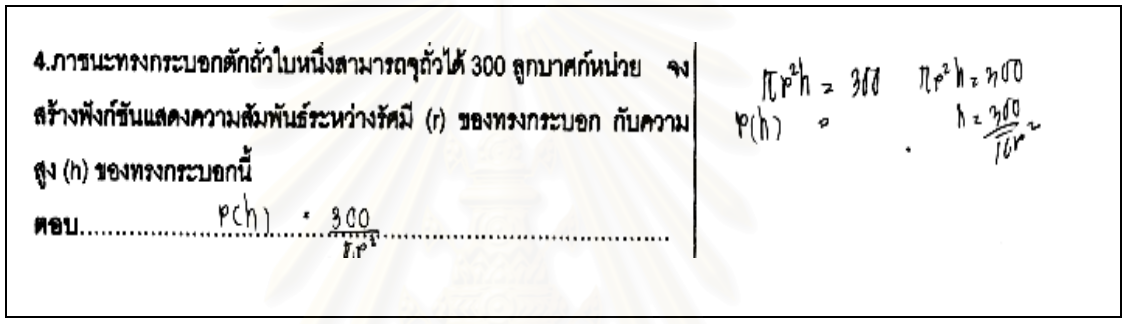
ตัวอย่าง กล่องพลาสติกรูปลูกบาศก์ใบหนึ่งมีความสูง 30 เมตร มีปริมาตร 5,400 ลูกบาศก์เมตร จงสร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความกว้าง (w) กับความยาว (l) ของกล่องพลาสติกใบนี้ คำตอบที่ถูกต้องคือ $w(l)=\frac{180}{l}$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการตีความด้านภาษา คือ นักเรียนสร้างแบบจำลองฟังก์ชันไม่ถูกต้องตามที่โจทย์ต้องการ โดยนักเรียนตอบว่า $l(w)=\frac{180}{w}$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาว (l) กับความกว้าง (w) ของกล่องพลาสติก

4) การตรวจสอบการแก้ปัญหา

นักเรียนสร้างแบบจำลองฟังก์ชันไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการตรวจสอบการแก้ปัญหา ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง ภาชนะทรงกระบอกตักถั่วใบหนึ่งสามารถจุถั่วได้ 300 ลูกบาศก์หน่วย จงสร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างรัศมี (r) ของทรงกระบอก กับความสูง (h) ของทรงกระบอกนี้ คำตอบที่ถูกต้องคือ $r(h)=\sqrt{\frac{300}{\pi h}}$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการตรวจสอบการแก้ปัญหา คือ นักเรียนสร้างแบบจำลองฟังก์ชันไม่ถูกต้องตามที่โจทย์ต้องการ ดังแสดงในภาพที่ 2

ภาพที่ 2 แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประเภทที่ 1 โดยสร้างแบบจำลองฟังก์ชันไม่ถูกต้องตามที่โจทย์ต้องการ


4.ภาชนะทรงกระบอกตักถั่วใบหนึ่งสามารถจุถั่วได้ 300 ลูกบาศก์หน่วย จงสร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างรัศมี (r) ของทรงกระบอก กับความสูง (h) ของทรงกระบอกนี้

ตอบ..... $r(h) = \frac{300}{\pi r^2}$ .....

$\pi r^2 h = 300 \quad \pi r^2 h = 300$

$r(h) = \quad h = \frac{300}{\pi r^2}$

จากภาพที่ 2 จะเห็นว่านักเรียนไม่สามารถสร้างแบบจำลองฟังก์ชันได้ตามที่โจทย์ต้องการไว้ จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนอธิบายว่า “ก็เขียนอยู่ในรูปของตัวแปรตัวใดตัวหนึ่ง จึงย้ายข้างให้เหลือ h เพียงตัวเดียว”

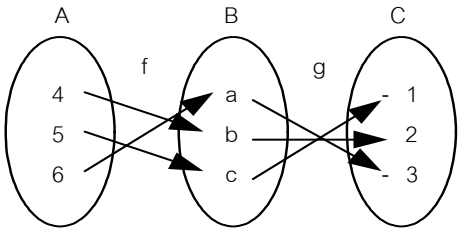
ประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชัน (Interpreting)

ด้านที่ 1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชันในการแปลความหมายฟังก์ชัน

1) การใช้บทนิยาม

นักเรียนแปลความหมายฟังก์ชันไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้บทนิยามของฟังก์ชัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

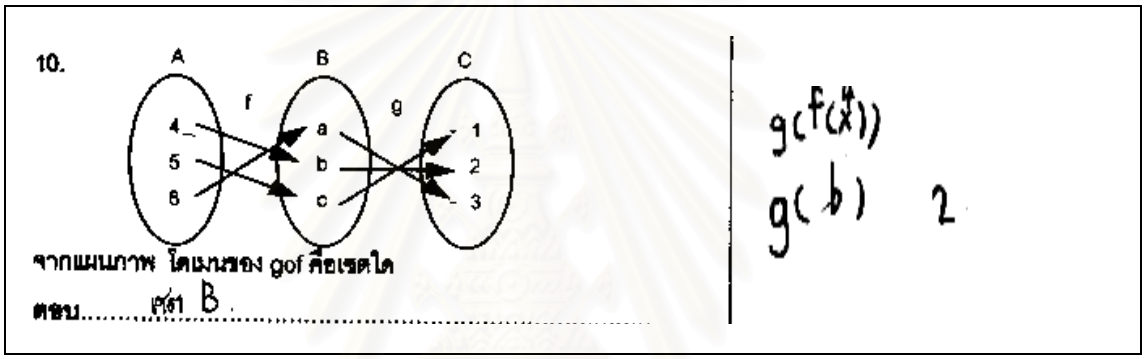
ตัวอย่าง



จากแผนภาพ โดเมนของ gof คือเซตใด คำตอบที่ถูกต้องคือ เซต A หรือ {4,5,6} แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้บทนิยามของฟังก์ชัน คือ นักเรียนจำบทนิยามของ gof ผิด คือนักเรียนหาโดเมนของ gof โดยดูค่าของฟังก์ชัน g ก่อน โดยนักเรียนตอบว่า $\{2,-1,-3\}$

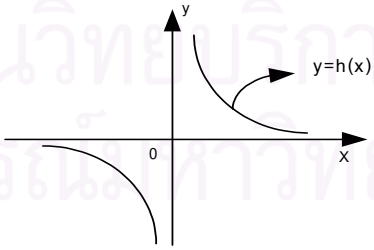
นอกจากนี้ยังอาจพิจารณาจากการสัมภาษณ์ในวิธีการหาคำตอบของนักเรียน ดังแสดงในภาพที่ 3

ภาพที่ 3 แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ประเภทที่ 2 โดยหาโดเมนของ gof ไม่ถูกต้อง



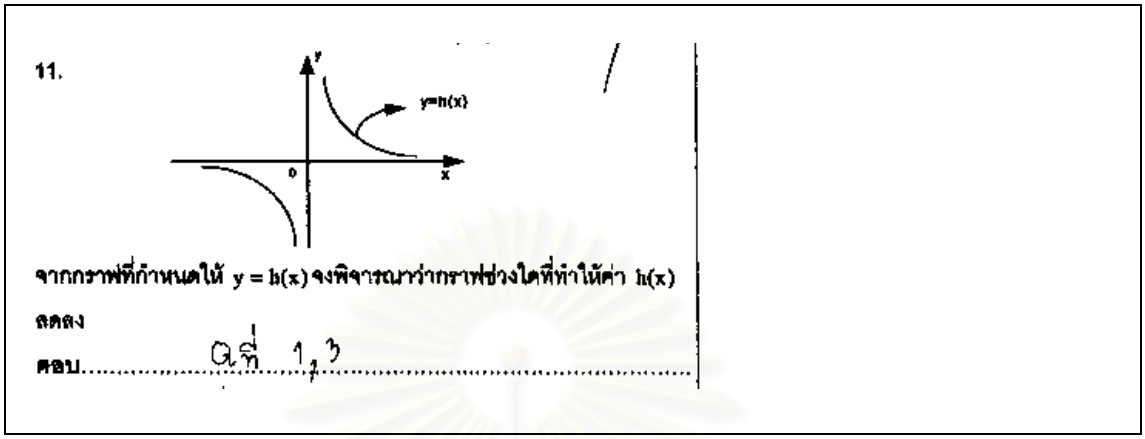
จากภาพที่ 3 จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนอธิบายว่า "$g(f(x))$ เมื่อแทน x ด้วย 4 แล้วจะได้ $f(4) = b$ ดังนั้น $g(b) = 2$ จึงได้ว่า b เป็นสมาชิกของโดเมนของ gof เพราะฉะนั้น โดเมนของ gof ก็คือเซต B"

ตัวอย่างที่ 1



จากกราฟที่กำหนดให้ $y = h(x)$ จงพิจารณาว่ากราฟช่วงใดที่ทำให้ค่า $h(x)$ ลดลง คำตอบที่ถูกต้องคือ $(-\infty,0) \cup (0,\infty)$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้บทนิยามของฟังก์ชัน คือ นักเรียนเขียนช่วงของฟังก์ชันลดในรูปของควอแรนท์ โดยนักเรียนตอบว่า ช่วง Q_1 และ Q_3 ดังแสดงในภาพที่ 4

ภาพที่ 4 แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ประเภทที่ 2 โดยเขียนช่วงของฟังก์ชันลดในรูปของควอแรนท์



จากภาพที่ 4 จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนอธิบายว่า “กราฟที่มีค่าลดลง อยู่ในควอแรนท์ที่ 1 และ 3 จึงเขียนตอบว่า Q ที่ 1, 3” ทั้งนี้นักเรียนได้ให้เหตุผลเพิ่มเติมของการที่ทำผิดว่า “จำหลักการเขียนสัญลักษณ์ในเรื่องช่วงของฟังก์ชันเพิ่มและลดไม่ได้”

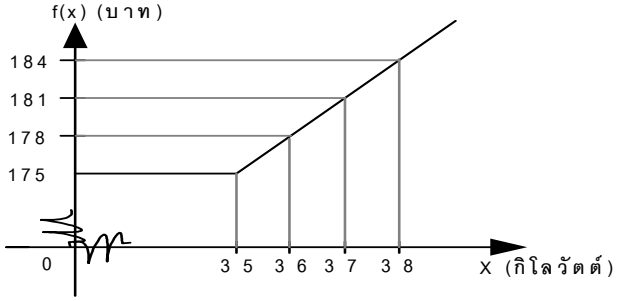
นอกจากนี้ จากการสัมภาษณ์นักเรียน ยังพบว่า นักเรียนไม่สามารถเขียนช่วงของฟังก์ชันลดได้ถูกต้อง เนื่องจากไม่ทราบว่า “ช่วงเขียนอย่างไร หรือ ไม่ทราบว่าจะเขียนช่วงของค่า x หรือ y”

ด้านที่ 2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการแปลความหมายฟังก์ชัน

1) การใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

นักเรียนแปลความหมายฟังก์ชันไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง



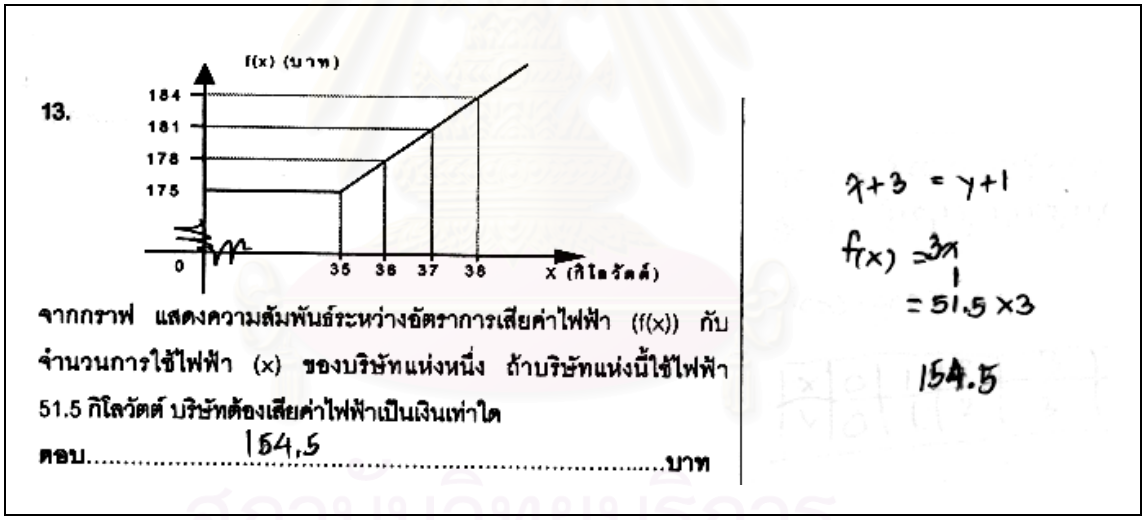
จากกราฟ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการเสียค่าไฟฟ้า (f(x)) กับจำนวนการใช้ไฟฟ้า (x) ของบริษัทแห่งหนึ่ง ถ้าบริษัทแห่งนี้ใช้ไฟฟ้า 51.5 กิโลวัตต์ บริษัทต้องเสียค่าไฟฟ้าเป็นเงินเท่าใด คำตอบที่ถูกต้องคือ 224.5 บาท แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ นักเรียนนำสิ่งที่โจทย์กำหนด และข้อมูลจากภาพที่กำหนดให้มาใช้ผิดขั้นตอน ซึ่งจากขั้นตอนในการหาคำตอบมีดังนี้

วิธีที่ 1 (51.5 – 35)(3) + 175 หรือ

วิธีที่ 2 (51.5 – 38)(3) + 184

โดยนักเรียนตอบว่า 154.5 ซึ่งนักเรียนมีขั้นตอนในการหาคำตอบดังแสดงในภาพที่ 5

ภาพที่ 5 แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ประเภทที่ 2 โดยไม่สามารถนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ให้ถูกต้องได้



จากภาพที่ 5 จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนอธิบายว่า “จากค่าของ *f(x)* เพิ่มขึ้นทีละ 3 แล้วนำไปคูณกับ 51.5 ก็จะได้ราคาค่าไฟฟ้าตามที่โจทย์ต้องการ” ทั้งนี้นักเรียนได้ให้เหตุผลเพิ่มเติมของการที่ทำผิดว่า “ตรวจสอบรายละเอียดของสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ไม่ครบถ้วน”

2) การคิดคำนวณ

นักเรียนแปลความหมายฟังก์ชันไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการคิดคำนวณ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง

องศาเซลเซียส (C)	-10	-5	0	5	10	15
องศาฟาเรนไฮท์ (F)	14	23	32	41	50	59

จากตาราง แสดงความสัมพันธ์ของอุณหภูมิองศาเซลเซียศ (C) กับอุณหภูมิองศาฟาเรนไฮต์ (F) ของห้องทดลองห้องหนึ่ง ถ้าห้องทดลองนี้มีอุณหภูมิอยู่ที่ – 45 องศาฟาเรนไฮต์ ห้องทดลองนี้จะมีอุณหภูมิเท่ากับกี่องศาเซลเซียสคำตอบที่ถูกต้องคือ -42.78 องศาเซลเซียส แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการคิดคำนวณ คือ นักเรียนคำนวณหาคำตอบถูกต้อง แต่ลืมเครื่องหมายลบ (-) โดยนักเรียนตอบว่า 42.78 องศาเซลเซียส

ประเภทที่ 3 การเปลี่ยนฟังก์ชัน (Translating)

ด้านที่ 1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชันในการเปลี่ยนฟังก์ชัน

1) การใช้บทนิยาม

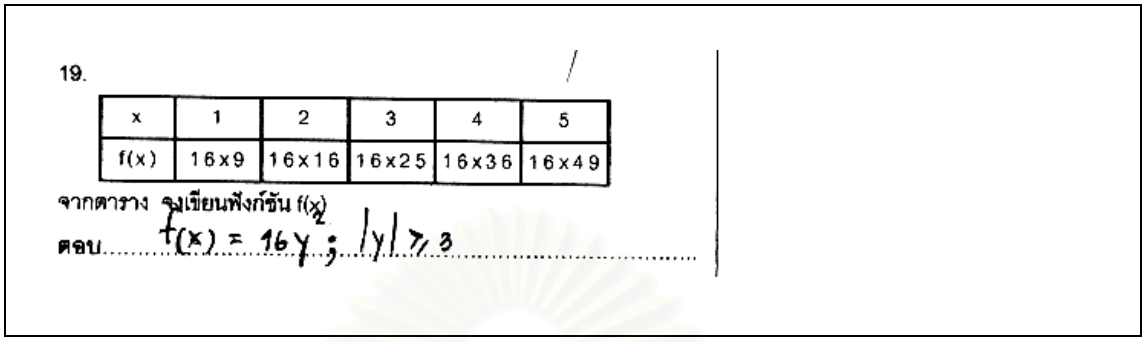
นักเรียนเปลี่ยนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไปเป็นรูปแบบอื่น ๆ ทางภาษาคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องโดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้บทนิยามของฟังก์ชัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1

x	1	2	3	4	5
f(x)	16x9	16x16	16x25	16x36	16x49

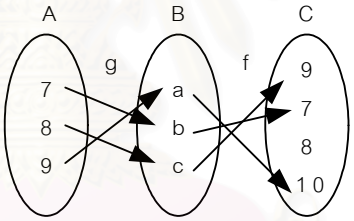
จากตาราง จงเขียนฟังก์ชัน $f(x)$ คำตอบที่ถูกต้องคือ $f(x)=16(x+2)^2$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้บทนิยาม คือ นักเรียนเปลี่ยนตารางที่โจทย์กำหนดให้ไปเป็นฟังก์ชันไม่ถูกต้อง และไม่คำนึงถึงตัวแปรที่โจทย์กำหนดให้ โดยนักเรียนตอบว่า $f(n)=16n$ และดังแสดงในภาพที่ 6

ภาพที่ 6 แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ประเภทที่ 3 โดยไม่คำนึงถึงตัวแปรที่โจทย์กำหนดให้



จากภาพที่ 6 จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนอธิบายว่า “ไม่ทราบว่าจะนำค่า $f(x)$ ที่โจทย์กำหนดให้ไปสัมพันธ์กับค่า x ได้อย่างไร จึงกำหนดค่า y ขึ้นมาแทน เพื่อให้ได้ค่าตรงตามที่โจทย์กำหนด”

ตัวอย่างที่ 2



จากแผนภาพ จงเขียนเซตของความสัมพันธ์ fog คำตอบที่ถูกต้องคือ $fog = \{(7,7),(8,9),(9,10)\}$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้บทนิยาม คือ นักเรียนเปลี่ยนภาพที่โจทย์กำหนดให้ไปเป็นเซตของความสัมพันธ์ของ fog ไม่ถูกต้อง โดยนักเรียนจำ
บทนิยามของ fog ผิด จึงทำให้ได้คำตอบดังนี้

1. ได้คำตอบเป็นสมาชิกของ f^{-1}
2. ได้คำตอบเป็นสมาชิกของ f
3. ได้คำตอบเป็นสมาชิกของ g^{-1}
4. ได้คำตอบเป็นสมาชิกของ $f \cup g$

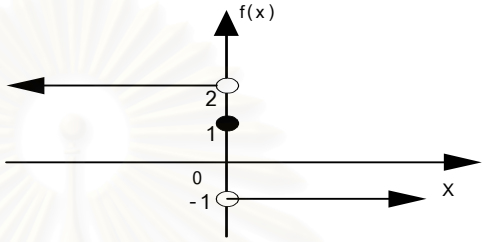
และจากการสัมภาษณ์นักเรียน พบว่า นักเรียนเขียนเซตความสัมพันธ์ของ fog ไม่ถูกต้อง เนื่องจากนักเรียนพิจารณาฟังก์ชัน f ก่อน โดยไม่ได้พิจารณาลูกศรในภาพประกอบการหาคำตอบ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2) การใช้สัญลักษณ์

นักเรียนเปลี่ยนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไปเป็นรูปแบบอื่น ๆ ทางภาษาคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้องโดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1



จากกราฟ จงเขียนฟังก์ชัน *f(x)* แบบบอกเงื่อนไข คำตอบที่ถูกต้องคือ $f(x)=\begin{cases}2 & ,x<0\\1 & ,x=1\\-1 & ,x>0\end{cases}$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน คือ นักเรียนเปลี่ยนภาพที่โจทย์กำหนดให้ไปเป็นฟังก์ชันไม่ถูกต้อง โดยนักเรียนตอบว่า $f(x)=\begin{cases}x=2 & ,x<0\\x=1 & ,x=1\\x=-1 & ,x>0\end{cases}$

และจากการสัมภาษณ์นักเรียน พบว่า นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนจากภาพที่โจทย์กำหนดให้ไปเป็นฟังก์ชันได้ เนื่องจากไม่ทราบว่าโจทย์ต้องการอะไร และไม่ทราบว่าจะเริ่มเขียนอย่างไร" นอกจากนี้นักเรียนอธิบายเพิ่มเติมว่า "ไม่เข้าใจลักษณะการเขียนฟังก์ชันจากภาพที่กำหนดให้"

ตัวอย่างที่ 2

x	1	2	3	4	5
f(x)	16x9	16x16	16x25	16x36	16x49

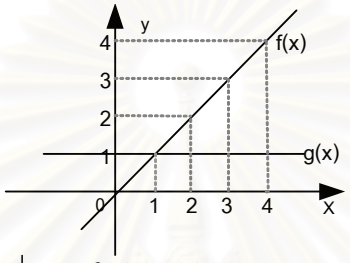
จากตาราง จงเขียนฟังก์ชัน *f(x)* คำตอบที่ถูกต้องคือ $f(x)=16(x+2)^2$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน คือ นักเรียนเปลี่ยนตารางที่โจทย์กำหนดให้ไปเป็นเซตของคู่อันดับ โดยนักเรียนตอบว่า $f=\{(1,144),(2,256),(3,400),(4,546),(5,784)\}$

ด้านที่ 2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการเปลี่ยนฟังก์ชัน

1) การใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

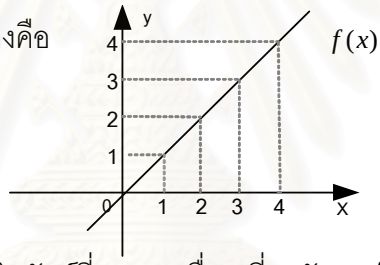
นักเรียนเปลี่ยนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไปเป็นรูปแบบอื่น ๆ ทางภาษาคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่าง</u>



จงวาดกราฟของ $f(x) \bullet g(x)$

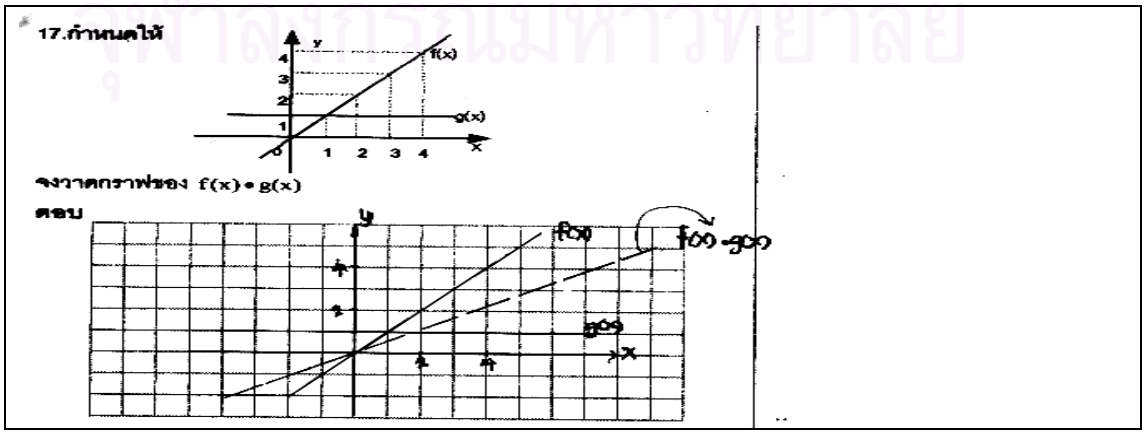
คำตอบที่ถูกต้องคือ



$f(x) \bullet g(x)$

แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ในการเขียนกราฟ $f(x) \bullet g(x)$ โดยนักเรียนไม่ใช้ค่าฟังก์ชันจากกราฟที่กำหนดให้ แต่เขียนกราฟ $f(x) \bullet g(x)$ ด้วยการลากเส้นแบ่ง $f(x)$ กับ $g(x)$ ดังแสดงในภาพที่ 7

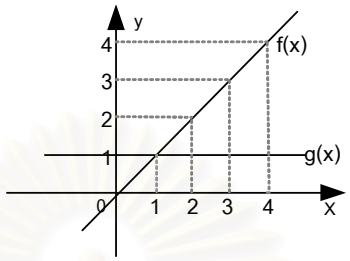
ภาพที่ 7 แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ประเภทที่ 3 โดยหากราฟ $f(x) \bullet g(x)$ ไม่ถูกต้อง



2) การคิดคำนวณ

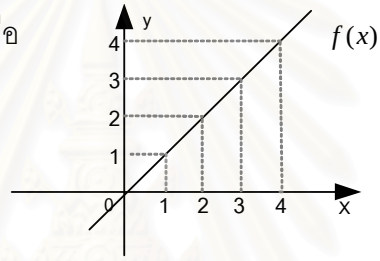
นักเรียนเปลี่ยนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไปเป็นรูปแบบอื่น ๆ ทางภาษาคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการคิดคำนวณ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่าง</u>



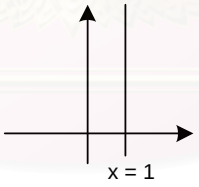
จงวาดกราฟของ $f(x) \bullet g(x)$

คำตอบที่ถูกต้องคือ



$f(x) \bullet g(x)$

แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการคิดคำนวณ คือ นักเรียนคำนวณผิดพลาดโดยจาก $f(x) \bullet 1$ ได้ค่าเป็น 1 ซึ่งควรจะเป็น $f(x)$ โดยนักเรียนได้กราฟเป็น

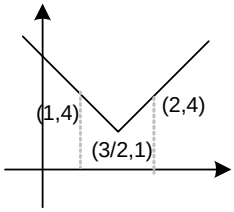


3) การเขียนกราฟ

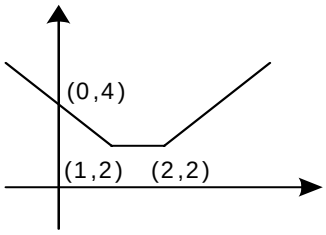
นักเรียนเปลี่ยนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไปเป็นรูปแบบอื่น ๆ ทางภาษาคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการเขียนกราฟ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> กำหนดให้ $f(x) = |3-2x|+1$ จงวาดกราฟของฟังก์ชันนี้

คำตอบที่ถูกต้องคือ

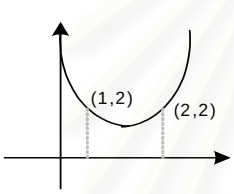


แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการเขียนกราฟ คือ นักเรียนเขียนกราฟไม่ถูกต้องตามฟังก์ชันที่กำหนดให้ โดยนักเรียนได้กราฟเป็น

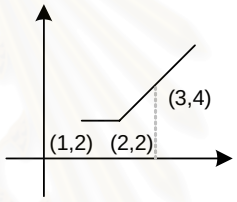


และจากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนอธิบายว่า “ค่า y ที่ได้จากการแทนค่า x ด้วย 1 และ 2 มีค่าเท่ากัน จึงคิดว่าควรที่จะลากเส้นต่อกัน” ซึ่งจะเห็นได้ว่านักเรียนไม่คำนึงถึงจำนวนจริงที่อยู่ระหว่าง 1 ถึง 2 จึงทำให้วากกราฟไม่ถูกต้อง

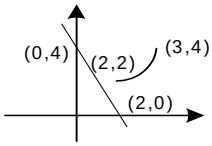
นอกจากนี้ยังพบลักษณะของกราฟที่ไม่ถูกต้องตามฟังก์ชันที่กำหนดให้ดังนี้



,

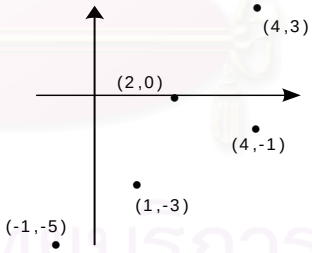


,

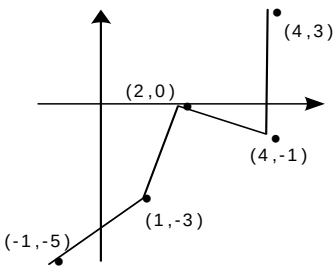


<u>ตัวอย่างที่ 2</u> กำหนดให้ h = {(-5,-1),(-3,1),(-1,4),(0,2),(3,4)} จงเขียนกราฟของ h^{-1}

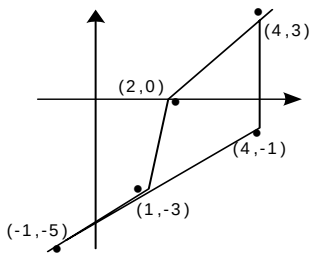
คำตอบที่ถูกต้องคือ



แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการเขียนกราฟ คือ นักเรียนลงจุดอินเวอร์สถูกต้อง แต่ลากเส้นเชื่อมต่อจุด หรือลากเส้นเชื่อมต่อจุดเป็นรูปปิด โดยนักเรียนได้กราฟเป็น



,



และจากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนอธิบายว่า “โจทย์ให้เขียนกราฟ ก็ต้องลากเส้นเชื่อมต่อจุดให้เป็นกราฟ” ซึ่งจะเห็นได้ว่านักเรียนไม่เข้าใจลักษณะของการเขียนกราฟที่เป็นจุดหรือเป็นเส้นตรงเชื่อมต่อกันว่ามีลักษณะต่างกันอย่างไร

ประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ (Reifying)

ด้านที่ 1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชันในการทำให้เป็นผลสำเร็จ

1) **การใช้บทนิยาม**

นักเรียนหาผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้บทนิยามของฟังก์ชัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง จงหาฟังก์ชันแสดงพื้นที่ของวงกลม (A) ในรูปของ t ถ้ารัศมีของวงกลมเป็นครึ่งหนึ่งของเรเดียน และ 1 เรเดียนเท่ากับ 8 เท่าของเวลา คำตอบที่ถูกต้องคือ $A(t) = 16\pi t^2$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้บทนิยามของฟังก์ชัน คือ นักเรียนไม่คำนึงถึงตัวแปรที่โจทย์กำหนดให้ โดยนักเรียนตอบว่า $f(A) = 16\pi t^2$

2) **การใช้สัญลักษณ์**

นักเรียนหาผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง เรือลำหนึ่งทำน้ำมันรั่วไหลลงทะเล ทำให้น้ำมันขยายออกไปเรื่อย ๆ เป็นรูปวงกลมหลังจากรั่วไปได้ t นาที สามารถวัดรัศมีของวงน้ำมันได้เป็น $r(t) = t^2 + 1$ ฟุต พื้นที่ของวงกลมที่เกิดจากการรั่วของน้ำมันครั้งนี้จะมีขนาดเท่าใด เมื่อเวลาผ่านไป 10 นาที คำตอบที่ถูกต้องคือ 32,060.29 หรือ $10,201\pi$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน คือ นักเรียนใช้สัญลักษณ์ฟังก์ชันผิด โดยใช้ $r(10)$ เป็น $r \bullet 10$ ดังนั้นค่าของรัศมีออกมาเป็น $r = \frac{101}{10}$ จึงทำให้นักเรียนนำไปใช้ในการคำตอบไม่ถูกต้อง

3) การใช้สมบัติ

นักเรียนหาผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สมบัติของฟังก์ชัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่าง</u>

อังกฤษ	$6\frac{1}{2}$	$6\frac{5}{8}$	$6\frac{3}{4}$	$6\frac{7}{8}$	7	$7\frac{1}{8}$	$7\frac{1}{4}$	$7\frac{3}{8}$
ฝรั่งเศส	53	54	55	56	57	58	59	60
อเมริกา	$6\frac{5}{8}$	$6\frac{3}{4}$	$6\frac{7}{8}$	7	$7\frac{1}{8}$	$7\frac{1}{4}$	$7\frac{3}{8}$	$7\frac{1}{2}$

จากตาราง แสดงการปรับเปลี่ยนขนาดรองเท้าของผู้ชาย 3 ประเทศ และกำหนดให้ $g(x)=8x+1$ เป็นฟังก์ชันการปรับเปลี่ยนขนาดรองเท้าของอังกฤษไปเป็นฝรั่งเศส และ $f(x)=\frac{1}{8}x$ เป็นฟังก์ชันการปรับเปลี่ยนขนาดรองเท้าของฝรั่งเศสไปเป็นอเมริกา จงหาฟังก์ชันการปรับเปลี่ยนขนาดรองเท้าของอังกฤษไปเป็นอเมริกา คำตอบที่ถูกต้องคือ $fog=x+\frac{1}{8}$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สมบัติของฟังก์ชัน คือ นักเรียนไม่สามารถใช้สมบัติของฟังก์ชันคอมโพสิทมาใช้ในการหาคำตอบได้ โดยนักเรียนตอบว่า

1. $gof=x+1$
2. $g(x)-f(x)=\frac{63}{8}x+1$

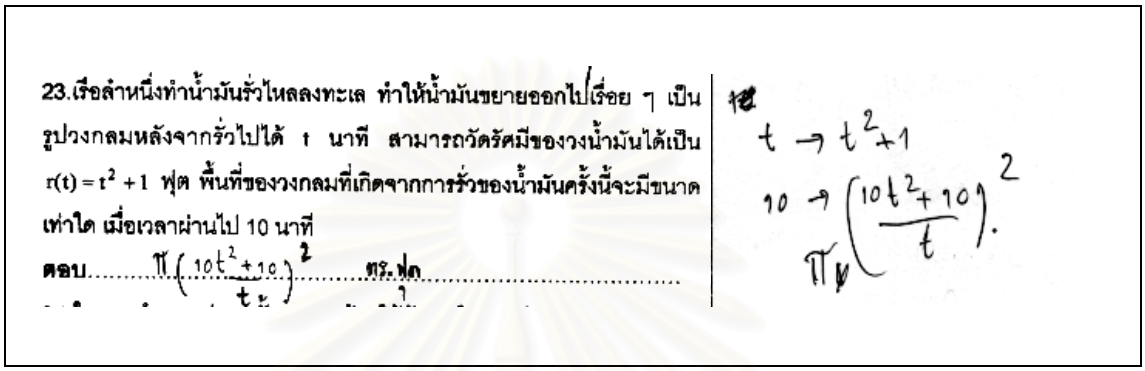
4) การใช้ตัวแปร

นักเรียนหาผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรของฟังก์ชัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่าง</u> เรือลำหนึ่งทำน้ำมันรั่วไหลลงทะเล ทำให้น้ำมันขยายออกไปเรื่อย ๆ เป็นรูปวงกลมหลังจากรั่วไปได้ t นาที สามารถวัดรัศมีของวงน้ำมันได้เป็น $r(t)=t^2+1$ ฟุต พื้นที่ของวงกลมที่เกิดจากการรั่วของน้ำมันครั้งนี้จะมีขนาดเท่าใด เมื่อเวลาผ่านไป 10 นาที คำตอบที่ถูกต้องคือ 32,060.29 หรือ $10,201\pi$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรของฟังก์ชัน คือ นักเรียนไม่เข้าใจหน้าที่ของตัวแปรที่โจทย์กำหนดให้ ทำให้หาค่ารัศมีไม่ถูกต้อง โดยนักเรียนได้ค่าของรัศมีออกมาเป็น $10r(t)=10(t^2+1)$ ซึ่งควรจะเป็น $r(10)=(10^2+1)=101$

นอกจากนี้ ยังอาจพิจารณาการหาค่ารัศมีที่ไม่ถูกต้องของนักเรียน ดังแสดงใน ภาพที่ 8

ภาพที่ 8 แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ประเภทที่ 4 โดยแทนที่ตัวแปรได้ไม่ถูกต้อง



จากภาพที่ 8 จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนอธิบายว่า “หารัศมีโดย ในเวลา t นาที ได้รัศมีเป็น t^2+1 ดังนั้นเวลา 10 นาที รัศมีเป็น $\frac{10t^2+10}{t}$ แล้วนำไปแทนในสูตรพื้นที่วงกลม ก็จะได้สิ่งที่โจทย์ต้องการ”

ด้านที่ 2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการทำให้เป็นผลสำเร็จ

1) การใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

นักเรียนหาผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

<u>ตัวอย่าง</u> รูปสี่เหลี่ยมคางหมูรูปหนึ่งมีผลบวกด้านคู่ขนานเป็น $4x$ หน่วย สูง $\frac{1}{8x+4}$ หน่วย และรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านกว้างยาว $\frac{1}{14x+7}$ หน่วย ด้านยาวยาว 3 หน่วย จงหาฟังก์ชัน $h(x)$ ที่แสดงอัตราส่วนของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมูกับพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คำตอบที่ถูกต้องคือ $h(x)=\frac{7x}{6}$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ นักเรียนใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง โดยนักเรียนใช้ค่าของความกว้างของสี่เหลี่ยมผืนผ้าแทนค่าของผลบวกด้านคู่ขนานของสี่เหลี่ยมคางหมู และจากโจทย์กำหนด $14x + 7$ ให้ แต่

นักเรียนนำไปใช้เป็น $14x + 17$

2) การใช้สูตร

นักเรียนหาผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตร ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง กล่องเก็บของไม่มีฝาใบหนึ่ง ซึ่งมีความยาวฐานและสูงเป็น 2 และ 3 เท่าของความกว้างตามลำดับ ถ้าต้องการหุ้มฐานด้วยกำมะหยี่สีแดงซึ่งมีราคา 10 บาทต่อตารางเมตร และหุ้มข้างกล่องด้วยกำมะหยี่สีเขียวซึ่งมีราคา 6 บาทต่อตารางเมตร ราคาของกำมะหยี่ที่ใช้หุ้มกล่องทั้งหมดเป็นเท่าไร ถ้ากล่องนี้กว้าง 5 เมตร คำตอบที่ถูกต้องคือ 3,200 บาท แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตร คือ นักเรียนจำสูตรพื้นที่กล่องลูกบาศก์เป็นพื้นที่รูปสามเหลี่ยม

3) การคิดคำนวณ

นักเรียนหาผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการคิดคำนวณ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง บริษัทผลิตรถแทร็กเตอร์แห่งหนึ่งสามารถผลิตรถแทร็กเตอร์ได้ $10 + x^2$ คันต่อปี ซึ่งแต่ละคันขายได้ในราคา $P = 50 + 3x$ บาท บริษัทนี้จะมีรายได้เท่าไร ในการขายรถแทร็กเตอร์ในช่วงเวลา 2 ปี คำตอบที่ถูกต้องคือ $6x^3 + 100x^2 + 60x + 1000$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการคิดคำนวณ คือ นักเรียนคำนวณผิดพลาด โดยนักเรียนตอบว่า

1. $(x^2 + 10)(3x + 50) = 9x^3 + 30x + 50x^2 + 600$
2. $(x^2 + 10)(50 + 3x) = 3x^3 + 500$
3. $(2x^2 + 20)(50 + 3x) = 1000 + 160x^2 + 6x^3$

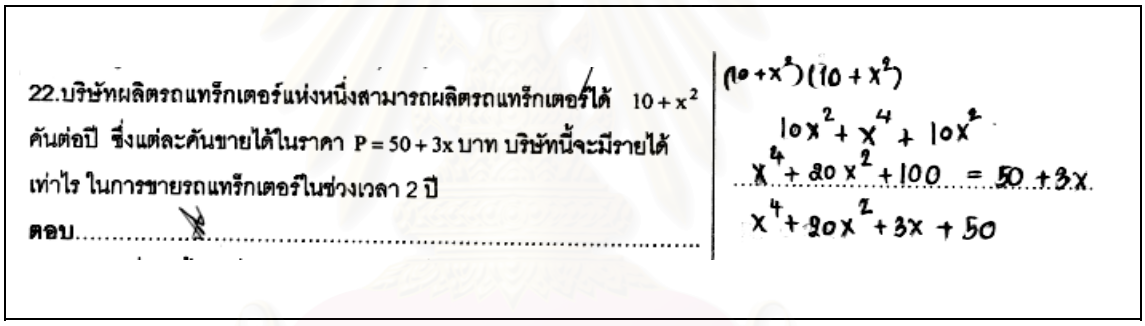
นอกจากนี้ ยังพบว่านักเรียนใส่วงเล็บไม่ถูกต้อง จึงทำให้ได้คำตอบผิด โดยนักเรียนตอบว่า $10 + x^2(50 + 3x)$ ซึ่งควรจะเป็น $(10 + x^2)(50 + 3x)$

4) การตีความด้านภาษา

นักเรียนหาผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการตีความด้านภาษา ดังตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่าง</u> บริษัทผลิตรถแทร็กเตอร์แห่งหนึ่งสามารถผลิตรถแทร็กเตอร์ได้ $10+x^2$ คันต่อปี ซึ่งแต่ละคันขายได้ในราคา $P=50+3x$ บาท บริษัทนี้จะมีรายได้เท่าไร ในการขายรถแทร็กเตอร์ในช่วงเวลา 2 ปี คำตอบที่ถูกต้องคือ $6x^3+100x^2+60x+1000$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการตีความด้านภาษา คือ นักเรียนตีความภาษาจากโจทย์ไม่ถูกต้อง ดังแสดงในภาพที่ 9

ภาพที่ 9 แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ประเภทที่ 4 โดยตีความโจทย์ไม่ถูกต้อง



จากภาพที่ 9 จากการสัมภาษณ์นักเรียน นักเรียนอธิบายว่า “1 ปี ผลิตได้ $10+x^2$ ดังนั้น 2 ปี ก็นำไปคูณกัน 2 ครั้ง นั่นคือ $(10+x^2)(10+x^2)$ แล้วนำไปเท่ากับราคาขาย เนื่องจากจำนวนราคาจะเท่ากัน”

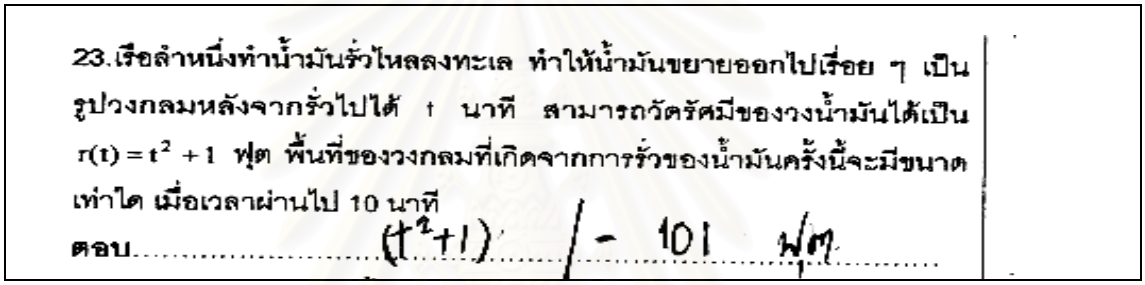
นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนตีความภาษาจากโจทย์ไม่ถูกต้อง โดยนำ ค่าการผลิตรถแทร็กเตอร์ (คันต่อปี) = ราคาขายแต่ละคัน (บาท) แล้วแก้สมการหาค่า x

5) การตรวจสอบการแก้ปัญหา

นักเรียนหาผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง โดยมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการตรวจสอบการแก้ปัญหา ดังตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่าง</u> เรือลำหนึ่งทำน้ำมันรั่วไหลลงทะเล ทำให้น้ำมันขยายออกไปเรื่อยๆ เป็นรูปวงกลมหลังจากรั่วไปได้ t นาที สามารถวัดรัศมีของวงน้ำมันได้เป็น $r(t) = t^2 + 1$ ฟุต พื้นที่ของวงกลมที่เกิดจากการรั่วของน้ำมันครั้งนี้จะมีขนาดเท่าใด เมื่อเวลาผ่านไป 10 นาที คำตอบที่ถูกต้องคือ 32,060.29 หรือ $10,201\pi$ แต่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการตรวจสอบการแก้ปัญหา คือ นักเรียนไม่ตรวจสอบการแก้ปัญหา โดยนักเรียนไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ นั่นคือ นักเรียนไม่นำค่ารัศมี (r) ที่หาได้ไปแทนในสูตรพื้นที่วงกลมตามที่โจทย์ต้องการ ดังแสดงในภาพที่ 10

ภาพที่ 10 แสดงวิธีการหาคำตอบของนักเรียนของการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ประเภทที่ 4 โดยไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ


23. เรือลำหนึ่งทำน้ำมันรั่วไหลลงทะเล ทำให้น้ำมันขยายออกไปเรื่อย ๆ เป็นรูปวงกลมหลังจากรั่วไปได้ t นาที สามารถวัดรัศมีของวงน้ำมันได้เป็น $r(t) = t^2 + 1$ ฟุต พื้นที่ของวงกลมที่เกิดจากการรั่วของน้ำมันครั้งนี้จะมีขนาดเท่าใด เมื่อเวลาผ่านไป 10 นาที

ตอบ (t^2+1) / - 101 ฟุต

จากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ค้นพบ ผู้วิจัยสรุปมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันในแต่ละประเภทของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันได้ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน จำแนกตามประเภทมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน	มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
ประเภทที่ 1 การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน	1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน 1.1 การใช้บทนิยาม 1.2 การใช้สัญลักษณ์ 2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ 2.1 การใช้สูตร

ตารางที่ 6 (ต่อ)

มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน	มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
	2.2 การคิดคำนวณ 2.3 การตีความด้านภาษา 2.4 การตรวจสอบการแก้ปัญหา
ประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชัน	1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน 1.1 การใช้บทนิยาม 2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ 2.1 การใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 2.2 การคิดคำนวณ
ประเภทที่ 3 การเปลี่ยนฟังก์ชัน	1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน 1.1 การใช้บทนิยาม 1.2 การใช้สัญลักษณ์ 2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ 2.1 การใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 2.2 การคิดคำนวณ 2.3 การเขียนกราฟ
ประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ	1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน 1.1 การใช้บทนิยาม 1.2 การใช้สัญลักษณ์ 1.3 การใช้สมบัติ 1.4 การใช้ตัวแปร 2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ 2.1 การใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 2.2 การใช้สูตร 2.3 การคิดคำนวณ 2.4 การตีความด้านภาษา 2.5 การตรวจสอบการแก้ปัญหา

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากตารางที่ 6 ผู้วิจัยสรุปมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันได้ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน	ลักษณะของมโนทัศน์คลาดเคลื่อน
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน	1. การใช้บทนิยาม 2. การใช้สัญลักษณ์ 3. การใช้สมบัติ 4. การใช้ตัวแปร
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์	1. การใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 2. การใช้สูตร 3. การคิดคำนวณ 4. การตีความด้านภาษา 5. การตรวจสอบการแก้ปัญหา 6. การเขียนกราฟ

จากตารางที่ 7 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ดังนี้ นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชันในด้านการใช้บทนิยาม สัญลักษณ์ สมบัติและตัวแปร และนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในด้านการใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ การใช้สูตร การคิดคำนวณ การตีความด้านภาษา การตรวจสอบการแก้ปัญหา และการเขียนกราฟ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. เพื่อศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เพื่อศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำแนกตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์
3. เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตัวอย่างประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบแบ่งชั้น (Stratified Random Sampling) โดยสุ่มตัวอย่างโรงเรียนจากกลุ่มโรงเรียนในกรุงเทพมหานคร ซึ่งมีอยู่ 8 กลุ่มโรงเรียน มากลุ่มโรงเรียนละ 1 โรงเรียน แล้วสุ่มห้องเรียนจากแต่ละโรงเรียนที่สุ่มได้ มาโรงเรียนละ 1 ห้องเรียน จำนวน 8 ห้องเรียน ได้ตัวอย่างประชากร 307 คน เพื่อใช้ในการศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน และสัมภาษณ์นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ โรงเรียนละ 3 คน รวมทั้งสิ้น 24 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง เป็นแบบปรนัยแบบเติมคำตอบ จำนวน 30 ข้อ มีความตรงเชิงเนื้อหา มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.20 ถึง 0.73 ค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ถึง 0.80 และค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.89

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ทั้งการทดสอบและการสัมภาษณ์ ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนมาคำนวณหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วนำค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ เทียบกับเกณฑ์การประเมินระดับการมีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันที่ผู้วิจัยกำหนดขึ้นตามเกณฑ์การประเมินระดับผลการเรียนของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ เพื่อ

ศึกษาการมีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนโดยรวมและจำแนกตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ และศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันจากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน พร้อมด้วยผลจากการสัมภาษณ์

สรุปผลการวิจัย

จากการวิเคราะห์ข้อมูลสามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันแต่ละประเภทและโดยรวมต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันจำแนกตามระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ ได้ดังนี้

2.1 นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันโดยรวมต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำโดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ 35.53 แต่มีค่ามัชฌิมเลขคณิตมากที่สุดในประเภทที่ 3 การเปลี่ยนฟังก์ชัน คือ 44.38 และมีค่ามัชฌิมเลขคณิตต่ำที่สุดในประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ คือ 21.44

2.2 นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันโดยรวมต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำโดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ 21.30 แต่มีค่ามัชฌิมเลขคณิตมากที่สุดในประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชัน คือ 29.60 และมีค่ามัชฌิมเลขคณิตต่ำที่สุดในประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ คือ 11.67

2.3 นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันโดยรวมต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำโดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละ 14.20 แต่มีค่ามัชฌิมเลขคณิตมากที่สุดในประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชัน คือ 27.40 และมีค่ามัชฌิมเลขคณิตต่ำที่สุดในประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ คือ 2.22

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ดังนี้

3.1 นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชันในด้านการใช้บทนิยาม สัญลักษณ์ สมบัติ และตัวแปร

3.2 นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในด้านการใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ การใช้สูตร การคิดคำนวณ การตีความด้านภาษา การตรวจสอบการแก้ปัญหา และการเขียนกราฟ

อภิปรายผล

1. จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันโดยรวมต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ นักเรียนไม่สามารถตอบคำถามแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประเภทที่ 1 การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน และประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประเภทที่ 1 และประเภทที่ 4 มีลักษณะเป็นโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งคำถามประเภทที่ 1 นั้น ในการเขียนคำตอบจะต้องมีรูปแบบในการเขียนฟังก์ชันให้ถูกต้อง หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่าเป็นการแปลงโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปประโยคพีชคณิตหรือฟังก์ชัน ซึ่งเป็นกระบวนการที่สำคัญในการนำไปใช้แก้ปัญหา และยากสำหรับนักเรียน เพราะนักเรียนต้องมีความรู้ ความเข้าใจ สามารถ ตีความ ขยายความ แปลความจากโจทย์ที่กำหนดให้มาสร้างฟังก์ชันได้ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของอรัญ ซุยกระเดื่อง (2534: 55) ซึ่งได้ทำการศึกษาความคลาดเคลื่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร พบว่า นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในการเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ตามที่โจทย์กำหนดให้ถึงร้อยละ 25.17 และยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ Becker (1992: 2850 A) ที่พบว่า นักเรียนไม่สามารถเขียนรูปแบบของฟังก์ชันได้ โดยจะนำเสนอฟังก์ชันด้วยกราฟหรือประโยค และมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการนำเสนอฟังก์ชันในรูปของตัวแปร x นอกจากนี้ยังต้องอาศัยความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับบทนิยาม สูตรต่างๆ เพื่อนำมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาอีกด้วย ส่วนคำถามแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประเภทที่ 4 นั้นนักเรียนไม่เข้าใจถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และไม่เข้าใจว่าโจทย์ต้องการสิ่งใด จึงทำให้ไม่สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และไม่สามารถวางแผนการในการแก้โจทย์ปัญหาเพื่อให้ได้ผลลัพธ์สุดท้ายออกมาได้ ซึ่งกระบวนการนี้นักเรียนจำเป็นต้องมีทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหาให้เข้าใจเพื่อนำไปตีความได้อย่างถูกต้องว่าโจทย์กำหนดให้สิ่งใดมา โจทย์ต้องการอะไร ซึ่งจะเห็นได้ว่าแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันทั้ง 2 ประเภทนี้ต้องหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์ให้มา และยังต้องมีทักษะในการแปลงโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ รวมทั้งทักษะทางการอ่าน นอกจากนี้ยังต้องอาศัยสูตรเข้ามาช่วยในการหาคำตอบ

สำหรับแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชัน และประเภทที่ 3 การเปลี่ยนฟังก์ชันนั้น ส่วนใหญ่มีภาพประกอบ ทำให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ประเภทที่ 2 และประเภทที่ 3 ได้มากกว่าแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประเภทที่ 1 และประเภทที่ 4 แม้กระนั้นค่ามัชฌิมเลขคณิตร้อยละก็ยังต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำเมื่อเทียบกับเกณฑ์การประเมินระดับผลการเรียนของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ อาจเนื่องมาจากสาเหตุที่ว่าคำถามประเภทที่ 2 นั้น ส่วนใหญ่เป็นคำถามที่เกี่ยวกับบทนิยามซึ่งถ้านักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจ และใช้บทนิยามไม่ถูกต้อง จะทำให้ไม่สามารถนำบทนิยามมาประยุกต์ใช้ในการทำแบบทดสอบของประเภทนี้ได้ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ อัมพร ม้าคนอง (2536: 65) ซึ่งได้ทำการศึกษาวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย พบว่า นักเรียนผิดพลาดในด้านทฤษฎี สูตร กฎ นิยาม และสมบัติมากที่สุด ในด้านการนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์ นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนไม่สามารถนำภาพประกอบคำถามมาช่วยในการหาคำตอบได้ โดยแบบทดสอบบางข้อที่มีภาพประกอบแต่นักเรียนไม่สามารถตีความ แปลความหมายหรือเชื่อมโยงภาพที่โจทย์กำหนดให้ไปใช้ในการหาคำตอบ

จากเหตุผลดังกล่าวข้างต้นอาจเป็นสาเหตุที่มีผลต่อการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประเภทที่ 3 การเปลี่ยนฟังก์ชัน โดยคำถามจะกำหนดฟังก์ชัน กราฟ ตาราง แล้วให้เปลี่ยนรูปแบบอื่นๆ ของภาษาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยทักษะการตีความ แปลความจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ให้เข้าใจก่อนที่จะนำไปแก้ปัญหา นอกจากนี้อาจเป็นเพราะครูไม่สามารถนำเสนอฟังก์ชันในลักษณะต่างๆ ได้ดีเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากผลการวิจัยของ Even (1989: 642 A) ที่พบว่า ครูไม่สามารถเปลี่ยนแปลงการนำเสนอฟังก์ชันในลักษณะต่างๆ กันได้ และไม่สามารถนำเสนอกราฟเพื่อแสดงสถานการณ์ปัญหาได้ และ Morobe (2001: 3096 A) พบว่า ครูฝึกสอนส่วนใหญ่ไม่สามารถแปลความหมายจากเงื่อนไขของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้ ซึ่งจากผลงานวิจัยดังที่กล่าวมานี้อาจเป็นสาเหตุหนึ่งที่มีผลต่อทักษะกระบวนการเปลี่ยนฟังก์ชันในรูปแบบต่างๆ ของภาษาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จึงทำให้นักเรียนไม่สามารถทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันประเภทที่ 3 ได้

2. จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันมากที่สุดในประเภทที่ 3 การเปลี่ยนฟังก์ชัน และนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง และต่ำ มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันมากที่สุดในประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชัน นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันต่ำที่สุดในประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ

จากผลการวิจัยที่พบดังกล่าว ที่พบว่านักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันมากที่สุดในประเภทที่ 3 การเปลี่ยนฟังก์ชันนั้น อาจเป็นเพราะคำถามโจทย์ประเภทนี้มีความซับซ้อนไม่มากนัก โดยนักเรียนสามารถจับประเด็นจากการอ่านโจทย์ปัญหา แล้วนำไปเชื่อมโยงกับภาพที่โจทย์กำหนดให้ก็สามารถตอบปัญหาได้ จึงทำให้ไม่ยากเกินความสามารถของนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง

ส่วนนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง และต่ำ ที่มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันมากที่สุดในประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชันนั้น อาจเป็นเพราะนักเรียนสามารถจำบทนิยามที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้ และปัญหาบางข้อนักเรียนสามารถแปลความหมายจากภาพ หรือตารางที่โจทย์กำหนดให้ แล้วนำมาคิดคำนวณหาคำตอบได้โดยไม่มีกระบวนการที่ยุ่งยากจนเกินความสามารถของนักเรียน จึงทำให้นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง และต่ำ ตอบปัญหาในประเภทนี้ได้มากที่สุด

ส่วนผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันต่ำที่สุดในประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จนั้น อาจเป็นเพราะปัญหาในประเภทนี้นักเรียนต้องมีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา คือความสามารถในการอ่านโจทย์ปัญหาแล้วสามารถจับประเด็นได้ว่า โจทย์ให้อะไรมา โจทย์ต้องการให้อะไร ทำให้นักเรียนไม่สามารถวางแผนการในการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ขนิษฐา คำทอน (2539: 81) ซึ่งได้ศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนมีความบกพร่องในขั้นตอนการวางแผนการแก้โจทย์ปัญหามากที่สุด ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่ต้องใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนต้องหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ และยังพบว่านักเรียนขาดความพยายามในการอ่านโจทย์ปัญหา และเมื่อเห็นตัวแปร หรือฟังก์ชันที่ใช้แทนจำนวนจากโจทย์ที่กำหนดให้ ทำให้นักเรียนท้อต่อการแก้ปัญหาในประเภทนี้ได้มาก เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจว่าตัวแปร หรือฟังก์ชันที่โจทย์กำหนดให้จะนำมาสัมพันธ์กันอย่างไรในการหาคำตอบ ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ จิรวัฒน์ มีลักษณะ

(2544: 81) ซึ่งได้ทำการศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวน ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร พบว่า นักเรียนมีความเข้าใจไม่ถูกต้องในเรื่องการใช้ค่าคงตัวแทนตัวแปรในการแก้โจทย์ปัญหา และนักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนค่อนข้างน้อย ทำให้นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ทุกระดับไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาในประเภทที่ 4 ได้

3. จากผลการวิจัยของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ที่พบจากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน และจากการสัมภาษณ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 นอกจากจำแนกตามประเภทมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันทั้ง 4 ประเภท ยังสามารถสรุปมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสต์ได้ดังนี้

3.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฟังก์ชัน เนื่องจากโจทย์ปัญหาของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันทั้ง 4 ประเภทนี้ จำเป็นต้องมีความรู้ ความเข้าใจพื้นฐานของการใช้บทนิยาม สัญลักษณ์ สมบัติและตัวแปรในเรื่องฟังก์ชัน เพื่อสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้ จึงทำให้นักเรียนที่ไม่สามารถจำ หรือมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนในการใช้บทนิยาม สัญลักษณ์ สมบัติและตัวแปรในเรื่องฟังก์ชัน ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา และจากการสัมภาษณ์นักเรียนนั้น พบว่านักเรียนไม่ทราบว่าจะเขียนนำเสนอคำตอบในรูปของฟังก์ชันออกมาอย่างไร และไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นหาสิ่งใดก่อน เพราะนักเรียนไม่สามารถจำลักษณะสัญลักษณ์ บทนิยาม และการเชื่อมโยงฟังก์ชันด้วยสมบัติ
การคอมโพสิท หรือพีชคณิตฟังก์ชันจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ จึงทำให้วิธีการหาคำตอบไม่ถูกต้อง อันส่งผลให้คำตอบที่ได้ออกมาไม่ถูกต้องด้วย

3.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในด้านการใช้สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ การใช้สูตร การคิดคำนวณ การตีความด้านภาษา การตรวจสอบการแก้ปัญหา และการเขียนกราฟ โดยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันมีลักษณะให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันต้องอาศัยความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวในการหาคำตอบ ทำให้นักเรียนที่มีความคลาดเคลื่อนด้านใดด้านหนึ่งจะไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา ดังเช่น นักเรียนไม่สามารถนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ให้ครบหรือถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดให้ หรือตีความโจทย์ไม่ถูกต้องว่าโจทย์กำหนดสิ่งใด ให้อะไรมา และต้องการสิ่งใด ก็เป็นสาเหตุให้

นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาไม่ได้ นอกจากนี้แม้ว่าจะตีความโจทย์ได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถจำหรือจำสูตรคลาดเคลื่อนที่ต้องนำมาประยุกต์ใช้ในการหาคำตอบ หรือคำนวณผิดพลาดโดยขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้น การใส่วงเล็บไม่ถูกต้อง ก็ทำให้ได้คำตอบออกมาผิด พร้อมทั้งเมื่อได้คำตอบออกมาแล้วแต่นักเรียนไม่ทำการตรวจสอบคำตอบว่าตรงตามที่โจทย์ต้องการหรือไม่ และยังพบว่านักเรียนไม่สามารถแปลความหมายจากฟังก์ชัน กราฟ หรือตารางที่โจทย์กำหนดให้ได้ รวมทั้งนักเรียนคำนวณผิดพลาดทำให้ได้กราฟออกมาไม่ถูกต้อง จากที่กล่าวมาเห็นได้ว่าการมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในด้านหนึ่งก็จะส่งผลต่อไปอีกด้านหนึ่ง และส่งผลต่อการแก้โจทย์ปัญหาไม่ถูกต้องในที่สุด

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับผลการวิจัย

1.1 จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำ เมื่อเทียบกับเกณฑ์การประเมินระดับผลการเรียนของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ ครูผู้สอน ผู้บริหาร ผู้ปกครอง และผู้ที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาทางคณิตศาสตร์ควรหาทางแก้ไขโดยเร่งด่วน เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันในระดับที่สูงขึ้น เนื่องจากฟังก์ชันถือเป็นเนื้อหาพื้นฐานในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับสูง

1.2 ครูผู้สอน ควรศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่มีผลต่อการเรียนการสอนในเรื่องฟังก์ชัน และควรนำกระบวนการ วิธีการสอน หรือกิจกรรมการเรียนการสอนต่าง ๆ ที่ส่งเสริมหรือฝึกฝนทักษะโดยเน้นในด้านของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากที่พบจะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน เพื่อช่วยลดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและเกิดมโนทัศน์ในเรื่องฟังก์ชันที่ถูกต้อง และควรชี้แนะในสิ่งที่นักเรียนไม่เข้าใจให้เข้าใจได้อย่างถูกต้อง

1.3 นักเรียน ควรพยายามฝึกฝนทักษะในการทำโจทย์ปัญหาเรื่องฟังก์ชันในลักษณะต่าง ๆ จะช่วยให้นักเรียนมีทักษะในกระบวนการคิด การเชื่อมโยง และมีความเข้าใจเนื้อหาหรือบทนิยามเรื่องฟังก์ชันได้อย่างถูกต้อง เพื่อประโยชน์ในการนำไปประยุกต์ใช้ และเชื่อมโยงกับความรู้ในด้านอื่น ๆ ได้ นอกจากนี้นักเรียนควรร่วมมือกับครูผู้สอนในการทำกิจกรรมที่ส่งเสริม หรือการปรับปรุงการเรียนการสอนให้เกิดประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรหากระบวนการ หรือวิธีการสอนที่เหมาะสมในการพัฒนาความเข้าใจเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน เพื่อไม่ให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน อันจะส่งผลต่อการเรียนการสอนในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป

2.2 ควรหาเทคโนโลยี เช่น คอมพิวเตอร์ เครื่องคำนวณกราฟฟิก เข้ามาช่วยประกอบการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน แล้วทำการตรวจสอบเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับนักเรียนที่เรียนตามปกติ

2.3 ควรศึกษาพื้นฐานความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันของครูคณิตศาสตร์ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กมลรัตน์ หล้าสุวงษ์. จิตวิทยาการศึกษา ฉบับปรับปรุงใหม่. ภาควิชาการแนะแนวและจิตวิทยาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2528.

กรมวิชาการ. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.), 2545.

กรมวิชาการ. สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเพทมหานคร : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.), 2544.

กรมวิชาการ. คู่มือการประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2535.

ขนิษฐา คำทอน. การศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2539.

จิรวัฒน์ มีลักษณะ. การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแปรที่ใช้แทนจำนวนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์-มหาวิทยาลัย, 2544.

ชัยพร วิชาวุธ. จิตวิทยาฉบับประสบการณ์. กรุงเทพมหานคร : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์-มหาวิทยาลัย, 2521.

ณัชชา กมล. ผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.

ณัฐไฉไล พริ้งมาดี. การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.

ดารณี คำแหง. การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2532.

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์. ความคิดรวบยอดกับการเรียนการสอน. สารพัฒนาหลักสูตร. 14(ตุลาคม – ธันวาคม 2537), 55 –60.

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์. การเรียนรู้แบบสร้างความคิดรวบยอด. ประชากรศึกษา 31(กุมภาพันธ์ 2523), 6 – 17.

พงษ์พันธ์ พงษ์โสภา. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์พัฒนศึกษา, 2542

พรรณทิพย์ ม้ามณี. การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร : สารศึกษาการพิมพ์, 2532.

พรรณี ชูทัย เจนจิต. จิตวิทยาการเรียนการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร : ต้นอ้อแกรมมี่, 2538.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 3 (ฉบับปรับปรุงแก้ไข). กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.

ยุพิน กรณ์ทอง. การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มที่ 1 ในเขตกรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2534.

รัตนะ บัวสนธ์. ความคิดรวบยอด : แนวคิดและกลวิธีสอน. พัฒนาหลักสูตร. 86(พฤษภาคม 2532), 28-31.

วนิดา มณีวรรณ. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง อสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ 4 ในเขตกรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2534.

วรณัน ขุนศรี. การนำเสนอรูปแบบการสอดแทรกความรู้ด้านจริยธรรมในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. วารสารคณิตศาสตร์. 42(พฤษภาคม – มิถุนายน 2541), 62 - 67.

วรณัน ขุนศรี. แบบรูป ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน (Patterns, Relations and Functions). วารสารคณิตศาสตร์. 45(พฤษภาคม – กรกฎาคม 2544), 36 – 45.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. พิมพ์ครั้งที่ 10. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2543.

สมัย เหล่าวานิชย์. คู่มือคณิตศาสตร์ ม.4 เล่ม 2. กรุงเทพมหานคร : อมรการพิมพ์, 2524.

สมนึก ภัททิยธนี. การสอนให้เกิด Concept และการเขียนข้อสอบวัด Concept. การวัดผลการศึกษามหาวิทยาลัยมหาสารคาม. 6(กรกฎาคม 2543), 37 – 46.

สำนักงานทดสอบทางการศึกษา. ผลการประเมินคุณภาพการศึกษาของผู้เรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายปีการศึกษา 2542. กรุงเทพมหานคร : ฝ่ายส่งเสริมมาตรฐานการศึกษา กรมวิชาการ, 2542.

สิริพร ทิพย์คง. อนาคตของการเรียนการสอนพีชคณิต : วารสารคณิตศาสตร์. 44(พฤศจิกายน – ธันวาคม 2543 – มกราคม 2544), 6 – 8.

สุชา จันทร์เอม. จิตวิทยาทั่วไป. พิมพ์ครั้งที่ 10. กรุงเทพมหานคร : ไทยวัฒนาพานิช, 2540.

สุวัฒนา อุทัยรัตน์. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2541.

สุวัฒนา อุทัยรัตน์. วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำรหับครูในยุคปฏิรูปการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2545.

โสภาพรรณ แสงศัพท์. การสำรวจความรู้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนจากแบบเรียนวิทยาศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2518.

โสภาพรรณ แสงศัพท์ และคณะ. รายงานการวิจัยเรื่องการศึกษามโนภาพที่คลาดเคลื่อนทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โปรแกรมวิทยาศาสตร์ และนักศึกษาวิทยาลัยครู. กรุงเทพมหานคร : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2525.

โสภาพรรณ ศิริรัตน์. การเปรียบเทียบความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีแบบการคิดต่างกัน. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2527.

อรัญ ซุยกระเดื่อง. การศึกษาความคลาดเคลื่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2533.

อัมพร ม้าคนอง. การวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.

ภาษาอังกฤษ

Adams, T.L., "The Effects of Graphing Calculators and A Model for Conceptual Change on Community College Algebra Students' Concept of Function," Dissertation Abstract International 55(January 1995): 1059 A.

Arends, R.I. Learning to Teach. 3 rd ed. New York: Mcgraw – Hill, 1994.

Ausubel, D.P. Educational Psychology: A Cognitive View. United States of America: Holt, Rinebart and Winston, 1968.

Aviles – Garay, E.J. Important of Function. [Online].2000 Available from: http://ponce.inter.edu/cai/tesis/eaviles/apend_f.htm [2003, March 3]

Baker, B.M., "Analysis of The Effect of In-Class on The Learning of Function Concepts in College Algebra," Dissertation Abstract International 55(March 1995): 2753 A.

Becker, B.A., "The Concept of Function: Misconceptions and Remediation at The Collegiate Level (Function Concepts, Precalculus)," Dissertation Abstract International 52(February 1992): 2850 A.

Blando, J.A., and Other., "Analyzing and Modeling Arithmeitc Errors," Journal for Research in Mathematics Education 20(May 1989): 301-308.

Brawner, B.F.," A Function-Based Approach To Algebra: Its Effects on The Achievement and Understanding of Academically Disadvantaged Students," Dissertation Abstract International 62(September 2001): 950 A.

Burgmeier, J.W., Boisen, J.R., and Larsen, M.D. Calculus with Applications. New York: Mcgraw – Hill, 1990.

Cates, B.B., "The Effects of Calculator - Based Laboratory Activities on College Algebra Students' Understanding of The Function Concept and Graphing," Dissertation Abstract International 61(September 2000): 921 A.

Cooney, T.J., Davis, E.J., and Henderson, K.B. Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics. Boston: Houghton Mifflin Company, 1975.

De Cecco, J.P. The Psychology Learning and Instruction: Education Psychology. United States of America: Prentice – Hall, 1968.

Donovan, J.A., and Gerald, R.R. Guideline for Teaching Mathematics School Edition. Wadsworth Publishing, 1972.

Eggen, P.D., and Kauchak, D.P. Strategies for Teaching Content and Thinking Skills. 3 rd ed. Boston: Allyn and Bacon, 1995.

Even, R.D., "Prospective Secondary Mathematics Teachers' Knowledge and Understanding about Mathematical Functions," Dissertation Abstracts International 50(September 1989): 642 A.

Fisher, K.M., "A Misconception in Biology: Amino Acid and Translation," Journal of Research in Science Teaching 22(January 1985): 53-62.

Good, C.V. Dictionary of Education. 3 rd ed. New York: Mcgraw – Hill, 1973.

Gowin, D.B. Education. New York: Cornell University Press, 1982.

Halloun, I.A., and Hestenes, D., "Common Sense Concepts about Motion," The American Journal of Physice 53(1985): 1056-1065.

Harrell, G.K., "The Effect of Two Technologies on College Algebra Students' Understanding of the Concept of Function," Dissertation Abstract International 63(July 2002): 122 A.

Kiokaew Suwimon. Comparing College Freshmens Concepts of Covalent Bonding and the Colleges of Science and the College of Education at Prince of Songkhla University, Thailand. Ph.D. Thesis, University of Missouri - Columbia, 1988.

Klausmeier, H.J. Education Psychology. United States of America: Harper & Row, 1985.

Kolman, B., and Denlinger, C.G. Applied Calculus. United States of America: Harcourt Brace Jovanovich, 1989.

Krech, D., and Crutchfield, R.S. Elements of Psychology. United States of America: Alfred A Knopf, 1959.

Lesser, L.M., "Reunion of Broken Parts: Experiencing Diversity in Algebra. Mathematics Teacher 1(January 2000): 62-67.

Lloyd, G.M., and Wilson, M.R., "Supporting Innovation: The Impact of a Teacher' s Conceptions of Functions on His Implementation of A Reform Curriculum," Journal for Research in Mathematics Education 29(May 1998): 248-274.

Lovell, K. Educational Psychology and Children. Great Britain for the University of London Press Ltd, 1966.

Mann, R.R., "The ADAGE Approach to Mathematics and The Concept of Function. " Dissertation Abstract International 61(April 2001): 3931 A.

Markovits, Z., Eylon, B.S., and Bruckheimer, M. Difficulties Students Have with the Function Concept. The Ldeas of Algebra, K – 12 1988 Yearbook of the National Council of Teacher of Mathematics. Reston Va: NCTM, 1988.

McCown, R.R., and Roup, R. Education Psychology and Classroom Practice: A Partnership. United States of America: A Division of Simon & Schuster, 1992.

McDonald, F.J. Educational Psychology. 2 nd ed. San Francisco: Wadsworth Publishing, 1967.

Mcgehee, J.J.,"Prospective Secondary Teachers' Knowledge of The Function Concept." Dissertation Abstract International 52(August 1991): 456 A.

Meel, B.G. Prospective Teachers' Understandings: Function and Composite Funciton. [Online].1999 Available from: http://www.K-12 prep.math.ttu.edu/journal/contentknowledge/mell01/article.pdf [2003, March 3]

Mesa, V.M. Conceptions of Function Promoted by Seventh -and Eighth - Grade Textbook from Eight Cencontries [Online]. 2000. Available from: http://www.math.auc.dk//education/mat3/MesaPhD.pdf [2003, March 3]

Morgan, G.T., King, R.A., and Robinson, N.M. Introduction to Psychology. Singapore: McGraw – Hill, 1984.

Morobe, N.N., “Lesotho Pre-Service Teachers' Understanding of Function and The Effect of Instruction with A Graghing Calculator on Pre-Service Teachers' Understanding of Function,” Dissertation Abstract International 61(February 2001): 3096 A.

Movshovitz-Hader, N., and Other., “Analyzing and Modeling Arithmatic Errors,” Journal for Research in Mathematics Education 18(January 1987): 3-14.

O' Callaghan, B.R., “Computer - Intensive Algebra and Students' Conceptual Knowladge of Function,” Journal for Research in Mathematics Education 29(January 1998): 21-40.

Olsen, J.R., “The Effect of the use of number lines representations on student understanding of basic function concepts,” Dissertation Abstract International 55(March 1995): 2753 A.

Osborne, R., and Freyberg, P. Learning in Science : The Implication of Children' s Science. London: Heinemann Publishers, 1985.

Papakonstantinou, A.J. "An Examination of High School Students' Understanding of The Concept of Function (Function Concepts, Mathematical Functions)." Dissertation Abstracts International [Online]. 1992. Available from: http://thailis-db.car.chula.ac.th/dao/detail.nsp [2002, July 3]

Peterson, R.F., and Treagust, D.R., “Development and Application of a Diagnostic Instrument to Evaluate Grade 11 and 12 Students’ concepts of Covalent Bonding and Structure Following a Course of Instruction,” Journal of Research in Science Teaching 26(April 1989): 301-314.

Piascik, C. Applied Calculus for Business and The Social and Natural Sciences. The Repulic of Singapore: Info Access & Distrilation, 1994.

Pinzka, M.K., “The Relationship Between College Calculus Students' Understanding of Function and Their Understanding of Derivative,” Dissertation Abstract International 60(November 1999): 1491 A.

Russell, D.H. Children' s Thinking. Boston: Ginn and Company, 1956.

Schwarz, B.B., and Hershkowiz, R. "Prototypes: Brake of Levers in Learning the Function Concept? The Role of Computer tools." Journal for Research in Mathematics Education. 30(4), 1999.

Simmons, G.F. Calculus with Analytic Geometry. United States of America: Harcourt Brace & Company, 1996.

Simson, W.W., and Marak, A.E., "Understanding and Misconception of Biology Concepts Hold by Students Attending Small High Schools," Journal of Research in Science teaching 25(1988): 361-374.

Toumasis, C. "Concept Worksheet: An Important Tool for Learning." The Mathematics Teacher. 88(2)(February 1995): 98-100.

Travers, Robert M.W. Essentials of Learning : An Overview for Students of Education. United States of America: The Maemillan Company, 1967.

Truran, K.M. "Error Analysis as a Remedial Teaching Technique." Proceedings of Fourth Southeast Asian Conference on Mathematical Education. 1-3(June 1987): 92-96.

Vermilya, W., "Using Transformational Geometry and Computer Graphics to Teach Function Concepts in A High School Precalculus Course," Dissertation Abstracts International [Online]. 1989. Available from: http://thailis-db.car.chula.ac.th/dao/detail.nsp [2002, July 3]

Wesley, E.B., and Wronski, S.P. Teaching Secondary Social Studies in a World Society. United States of America: D.C. Heath and Company, 1973.

Wick, Catheine A.M., "How Secondary Mathematics Teachers Understand The Concept of Function (High School Teachers)," Dissertation Abstract International 59(August 1998): 441 A.

Willoughby, S.S., "Functions from Kindergarten Through Sixth Grade." Teaching Children Mathematics 3(Feburary 1997): 314-318.

ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณาความถูกต้องและปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันมีดังนี้

1. รองศาสตราจารย์ ดร. สิริพร ทิพย์คง อาจารย์ภาควิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์กัตติกา ตังธนกานนท์ อาจารย์หมวดวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬา ฯ (ฝ่ายมัธยม)
3. อาจารย์พุชนีย์ บุนนาค อาจารย์หมวดวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียน ภปร.ราชวิทยาลัยในพระบรมราชูปถัมภ์ อาจารย์ 2 ระดับ 7

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ทม.0302(2700.0603)/0930

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

20 มีนาคม 2546

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

เรียน รองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ
ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โทร.0-2218-2680

ที่ ทม.0302(2770.0603)/0931 วันที่ 20 มีนาคม 2546

เรื่อง ขออนุญาตเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

เรียน รองคณบดีและผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (ฝ่ายมัธยม)

ด้วย นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์กัตติกา ตังธนกานนท์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ผู้ช่วยศาสตราจารย์กัตติกา ตังธนกานนท์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ
ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ทม.0302(2700.0603)/0932

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

20 มีนาคม 2546

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

เรียน อาจารย์พุชนีย์ บุนนาค

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ
ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ทม.0302(2700.0603)/0929

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

20 มีนาคม 2546

เรื่อง ขออนุญาตทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนเทพศิรินทร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร” โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ ได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ
ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ทม.0302(2700.0603)/0928

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

20 มีนาคม 2546

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร” โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ
ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ทม.0302(2700.0603)/0921

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

20 มีนาคม 2546

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีวัดอัปสรสวรรค์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร” โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ
ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ทม.0302(2700.0603)/0927

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

20 มีนาคม 2546

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนมัธยมวัดดุสิตาราม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร” โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ
ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ทม.0302(2700.0603)/0926

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

20 มีนาคม 2546

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนราชวินิต มัธยม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร” โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ
ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ทม.0302(2700.0603)/0925

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

20 มีนาคม 2546

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสามเสนวิทยาลัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร” โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ
ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ทม.0302(2700.0603)/0924

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

20 มีนาคม 2546

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนเทพลีลา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร” โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ
ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ทม.0302(2700.0603)/0923

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

20 มีนาคม 2546

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนปทุมคงคา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร” โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ
ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ที่ ทม.0302(2700.0603)/0922

ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพฯ 10330

20 มีนาคม 2546

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศึกษานารี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ นิสิตชั้นปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “การศึกษามโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร” โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร.สุวัฒนา อุทัยรัตน์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ ได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุลักษณ์ ศรีบุรี)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ
ปฏิบัติราชการแทนคณบดีคณะครุศาสตร์

ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ค
เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 8 ตารางวิเคราะห์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เนื้อหา	จำนวน (ข้อ)	ลำดับข้อ
1) การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน (Modeling) หมายถึง ความสามารถในการเปลี่ยนโจทย์ปัญหาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันได้	8	1 – 8
2) การแปลความหมายฟังก์ชัน (Interpreting) หมายถึง ความสามารถในตีความ ขยายความ แปลความหมายของฟังก์ชันที่กำหนดให้	5	9 – 13
3) การเปลี่ยนฟังก์ชัน (Translating) หมายถึง ความสามารถในการเปลี่ยนฟังก์ชันไปเป็นรูปแบบอื่น ๆ ของภาษาทางคณิตศาสตร์ เช่น เปลี่ยนเป็นเครื่องหมาย สัญลักษณ์ สมการ ตาราง หรือกราฟ หรือในทางกลับกันหมายถึงความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบอื่น ๆ ของภาษาทางคณิตศาสตร์ไปเป็นฟังก์ชัน	8	14 – 21
4) การทำให้เป็นผลสำเร็จ (Reifying) หมายถึง ความสามารถในการทำความเข้าใจสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสามารถเชื่อมโยงหรือหาความสัมพันธ์ โดยอาศัยสมบัติการคอมโพสิท หรือพีชคณิตฟังก์ชัน เพื่อให้ได้ ผลลัพธ์ของฟังก์ชัน	9	22 – 30
รวม	30	30

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 9 แสดงค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

ข้อ	P_H	P_L	P	r	ข้อ	P_H	P_L	P	r
1	12	7	0.63	0.33	16	10	2	0.40	0.53
2	11	7	0.60	0.27	17	9	2	0.37	0.47
3	13	1	0.47	0.80	18	14	4	0.60	0.67
4	8	5	0.43	0.20	19	14	6	0.67	0.53
5	12	4	0.53	0.53	20	14	7	0.70	0.47
6	13	8	0.70	0.33	21	9	5	0.47	0.27
7	8	4	0.40	0.27	22	11	4	0.50	0.47
8	8	0	0.27	0.53	23	13	5	0.60	0.53
9	9	6	0.50	0.20	24	7	4	0.37	0.20
10	13	3	0.53	0.67	25	10	3	0.43	0.47
11	6	0	0.20	0.40	26	10	5	0.50	0.33
12	14	5	0.63	0.60	27	10	3	0.43	0.47
13	15	7	0.73	0.53	28	8	4	0.40	0.27
14	12	1	0.43	0.73	29	11	4	0.50	0.47
15	8	2	0.33	0.40	30	12	4	0.53	0.53

การคำนวณหาค่าความเที่ยง ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้สูตรคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (Kuder – Richardson Method) ดังนี้

$$K-R_{20}: r_{tt} = \frac{k}{k-1}\left[1-\frac{\sum p_i q_i}{S_t^2}\right] = \frac{30}{29}\left[1-\frac{7.01}{51.60}\right] = 0.89$$

เมื่อ r_{tt} แทน ค่าความเที่ยงของแบบสอบ

k แทน จำนวนข้อสอบของข้อสอบ

p_i แทน สัดส่วนของผู้ตอบถูกในข้อที่ i

q_i แทน สัดส่วนของผู้ตอบผิดในข้อที่ i

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งหมด

หาความแปรปรวน (s_t^2) ใช้สูตร

$$s_t^2 = \frac{\sum X^2}{N} - \left[\frac{\sum X}{N}\right]^2$$

เมื่อ N แทน จำนวนผู้สอบ

X แทน คะแนนรวมของผู้สอบแต่ละคน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน 2544: 126-127)

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จงตอบคำถามต่อไปนี้

สำหรับทด

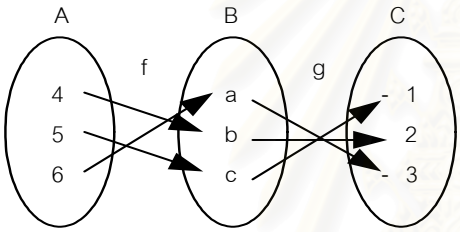
ประเภทที่ 1 การสร้าแบบจำลองฟังก์ชัน (Modeling)

1.ถ้าราคาค่าโทรศัพท์จากกรุงเทพไปเชียงใหม่นาทีแรก 16 บาท นาทีต่อไปนาทีละ 5 บาท จงสร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างราคาค่าโทรศัพท์ (C) กับจำนวนนาที (m) ที่ใช้ในการโทรศัพท์แต่ละครั้ง

ตอบ..... .....

ประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชัน (Interpreting)

10.



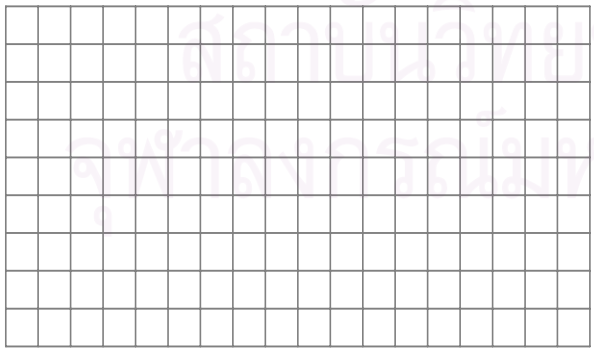
จากแผนภาพ โดเมนของ gof คือเซตใด

ตอบ..... .....

ประเภทที่ 3 การเปลี่ยนฟังก์ชัน (Translating)

14.กำหนดให้ $f(x) = |3-2x|+1$ จงวาดกราฟของฟังก์ชันนี้

ตอบ



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประเภทที่ 4 การทำให้เป็นผลสำเร็จ (Reifying)

22.บริษัทผลิตรถแทร็กเตอร์แห่งหนึ่งสามารถผลิตรถแทร็กเตอร์ได้ $10 + x^2$ คันต่อปี ซึ่งแต่ละคันขายได้ในราคา $P = 50 + 3x$ บาท บริษัทนี้จะมีรายได้เท่าไร ในการขายรถแทร็กเตอร์ในช่วงเวลา 2 ปี

ตอบ.....

สำหรับทด

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลย

ประเภทที่ 1 การสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน (Modeling)

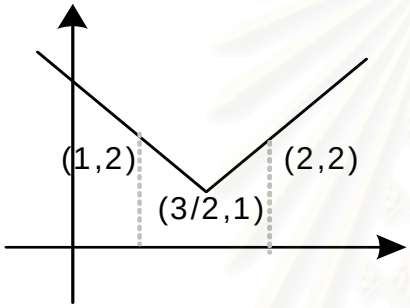
1. $C(m) = 11 + 5m$

ประเภทที่ 2 การแปลความหมายฟังก์ชัน (Interpreting)

10. เซต A หรือ {4,5,6}

ประเภทที่ 3 การเปลี่ยนฟังก์ชัน (Translating)

14.



ประเภทที่ 4 การทำฟังก์ชันให้เป็นรูปธรรม (Reifying)

22. บริษัทผลิตรถแทร็กเตอร์ได้ $(10 + x^2)$ คันต่อปี

∴ ในช่วงเวลา 2 ปี บริษัทผลิตรถแทร็กเตอร์ได้ $2(10 + x^2) = 20 + 2x^2$ คัน

แต่ละคันขายในราคา $50 + 3x$ บาท

ดังนั้น บริษัทนี้จะมีรายได้ในการขายรถแทร็กเตอร์ในช่วง 2 ปี เท่ากับ

$$(20 + 2x^2)(50 + 3x) = 60x^3 + 100x^2 + 60x + 1000 \text{ บาท}$$

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตัวอย่างแบบสัมภาษณ์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1. ผู้วิจัยแนะนำตัวเองและบอกถึงความสำคัญในการสัมภาษณ์
2. ผู้วิจัยทำความคุ้นเคยโดยการถามชื่อ และระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
3. ผู้วิจัยทำการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับวิธีการคิดในการทำแบบทดสอบในแต่ละข้อที่นักเรียนทำผิด

เริ่มการสัมภาษณ์ ตัวอย่างเช่น

ประเภทที่ 1

ข้อที่ 1 นักเรียนตอบเป็น $f(C) = 11 + 5m$

คำถามที่ 1 นักเรียนคิดว่าใช้ f แทนอะไร

คำถามที่ 2 C แทนอะไร

คำถามที่ 3 คำตอบของนักเรียนแสดงถึงความสัมพันธ์ของอะไร

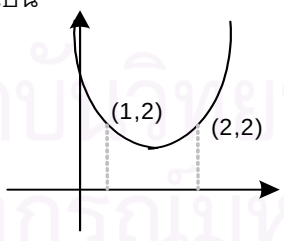
ประเภทที่ 2

ข้อที่ 10 นักเรียนตอบเป็น เซต B หรือ {a,b,c}

คำถามที่ 1 นักเรียนได้คำตอบเป็น เซต B หรือ {a,b,c} มาได้อย่างไร

ประเภทที่ 3

ข้อที่ 14 นักเรียนตอบเป็น



คำถามที่ 1 ทำไมกราฟที่วาดออกมาถึงออกมาเป็นรูปพาราโบลา

คำถามที่ 2 ตรงไหนของโจทย์ที่บอกว่ารูปออกมาเป็นรูปพาราโบลา

ประเภทที่ 4

ข้อที่ 22 นักเรียนตอบเป็น $x^4 + 20x^2 + 3x + 50$

คำถามที่ 1 นักเรียนได้ค่า $x^4 + 20x^2 + 3x + 50$ ได้อย่างไร

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวเกษสุดา บูรณพันศักดิ์ เกิดวันศุกร์ที่ 7 กรกฎาคม 2521 ที่จังหวัดบุรีรัมย์ เข้าศึกษาในโครงการเร่งรัดการผลิตและพัฒนาบัณฑิตระดับปริญญาตรีสาขาวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศ (รพค.) รุ่นที่ 1 ปีการศึกษา 2539 สำเร็จการศึกษาปริญญาครุศาสตรบัณฑิต (เกียรตินิยมอันดับสอง) คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2542 ในปีการศึกษา 2543 เป็นอาจารย์ประจำโครงการเร่งรัดการผลิตและพัฒนาบัณฑิตระดับปริญญาตรีสาขาวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศ (รพค.) คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย และเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2544

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย