บทที่ 5

วิเคราะห์ข้อมูล และสรุปผล

5.1 หลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์ HD13445 b

ดาวฤกษ์ HD13445 หรือ Gl 86 อยู่ห่างจากโลกเป็นระยะทาง 11 พาร์เซก ชนิดของสเปกตรัม K1 มีมวล 0.79 เท่าของมวลดวงอาทิตย์ [8] โดยมีข้อมูลสังเกตการณ์ตามตารางที่ 5.1 ซึ่งเป็นการวัดความเร็วตามแนวสายตาของดาว HD13445 ณ เวลาต่าง ๆ เทียบกับโลก (V_R) เป็นจำนวน 23 ครั้ง ใช้เวลาในการเก็บข้อมูลทั้งหมดประมาณ 3 ปี ข้อมูลสังเกตการณ์จากหอดูดาวแองโกล-ออสเตรเลียน

จากการสังเกตการเลื่อนของเส้นสเปกตรัมกลับไปกลับมาครบหนึ่งรอบใช้เวลา 15.94 วัน ซึ่งมีค่าเท่ากับคาบเวลาการโคจร (T) ของดาวเคราะห์ด้วย เพื่อความสะดวกต่อการวิเคราะห์จึงปรับเปลี่ยนให้จุดทั้งหมดตลอดระยะเวลา 3 ปี ให้มาอยู่ในช่วงเวลาหนึ่งคาบ (15.94 วัน) ดังตารางที่ 5.2

ทำการวิเคราะห์โดยนำข้อมูลทั้ง 23 จุดมาเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วตามแนวสายตาเป็นเมตรต่อวินาที กับเวลาเป็นจำนวนวัน ด้วยโปรแกรม Microsoft Excel ได้ดังรูปที่ 5.1 จากนั้นทำการเขียนเส้นที่แทนข้อมูลทั้งหมดด้วยใช้สมการที่ (4.13) โดยวิธีกำลังสองน้อยสุด (Least-Squares) จะได้ดังรูปที่ 5.2

หาแกน V_o (ความเร็วจุดศูนย์กลางมวลของระบบเทียบกับโลก) ซึ่งทำให้พื้นที่ระหว่างเส้นกราฟกับแกน V_o เท่ากันทั้งเหนือแกนและใต้แกน ด้วยการสุ่มเส้นตรงที่ขนานแกนนอนขึ้นมา และหาพื้นที่เหนือแกนและพื้นที่ใต้แกนจากผลรวมของพื้นที่เล็ก ๆ โดยการแบ่งระยะแกนนอนทุก ๆ 0.01 วัน คูณกับค่าแกนตั้งของเส้นกราฟที่ได้จากวิธีกำลังสองน้อยสุด กำหนดให้ผลต่างของพื้นที่ทั้ง 2 อยู่ในขนาดที่ไม่เกิน 0.005 เมตร-วันต่อวินาที ซึ่งจะได้ค่า V_o = - 50.95 เมตรต่อวินาที ดังรูปที่ 5.3

ตารางที่ 5.1 ข้อมูลความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์ HD13445 [9]

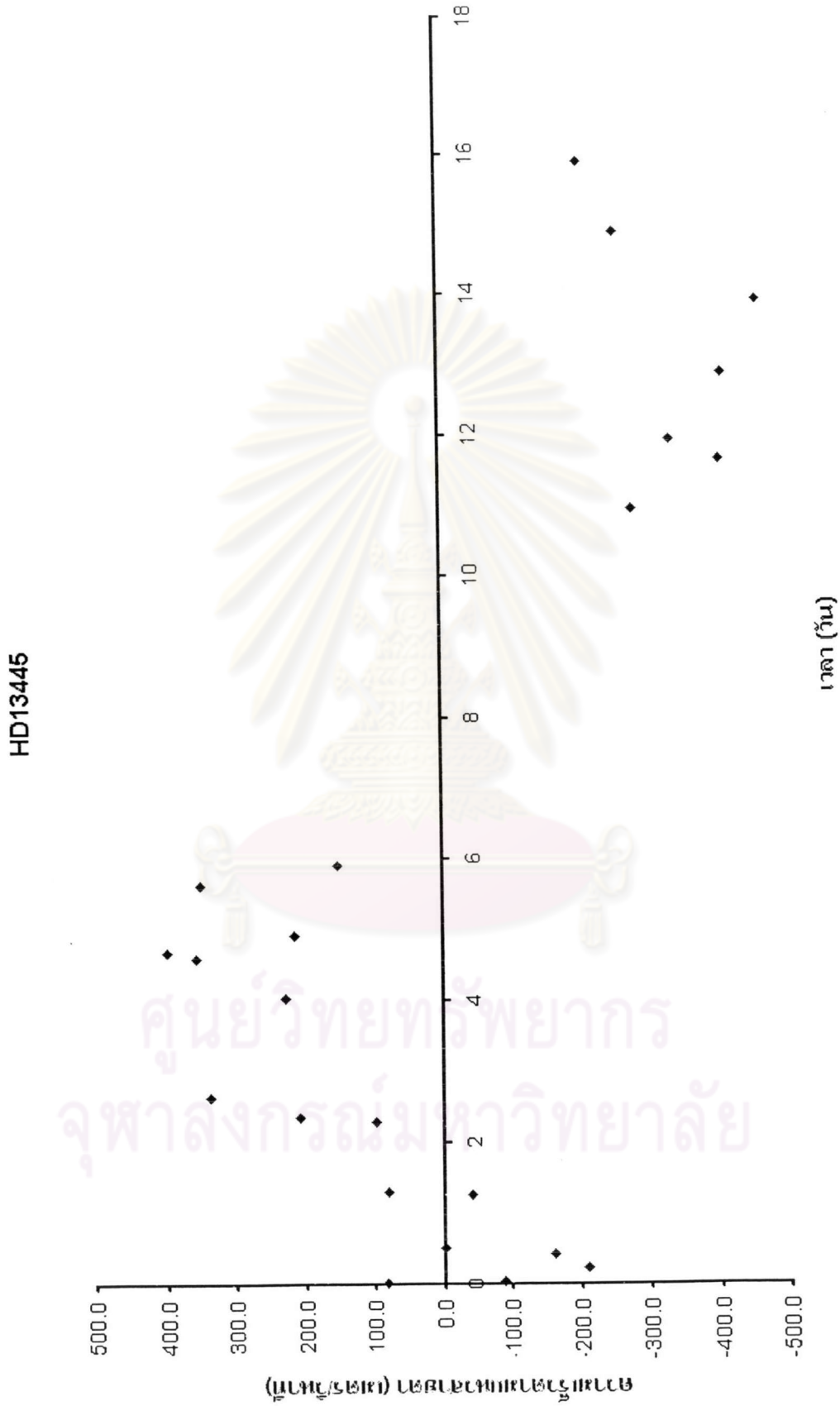
วันจูเลียน (- 2,450,000)	ความเร็วตามแนวสายตา (เมตร/วินาที)
831.0350	83.5
1211.9651	338.2
1213.9815	398.5
1214.9298	349.9
1235.9312	-277.2
1236.9078	-333.5
1383.2736	0.0
1387.3139	356.6
1411.2467	-406.7
1413.2313	-255.3
1414.3164	-88.1
1473.0974	-403.8
1525.9320	79.6
1526.9613	207.6
1743.3292	-459.4
1745.2853	-204.5
1828.1337	228.2
1829.0121	213.2
1829.9880	150.5
1856.1052	-160.9
1918.9660	-209.3
1919.9811	-41.7
1921.0019	97.0

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5.2 ข้อมูลความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์ HD13445 ในช่วงเวลา 15.94 วัน

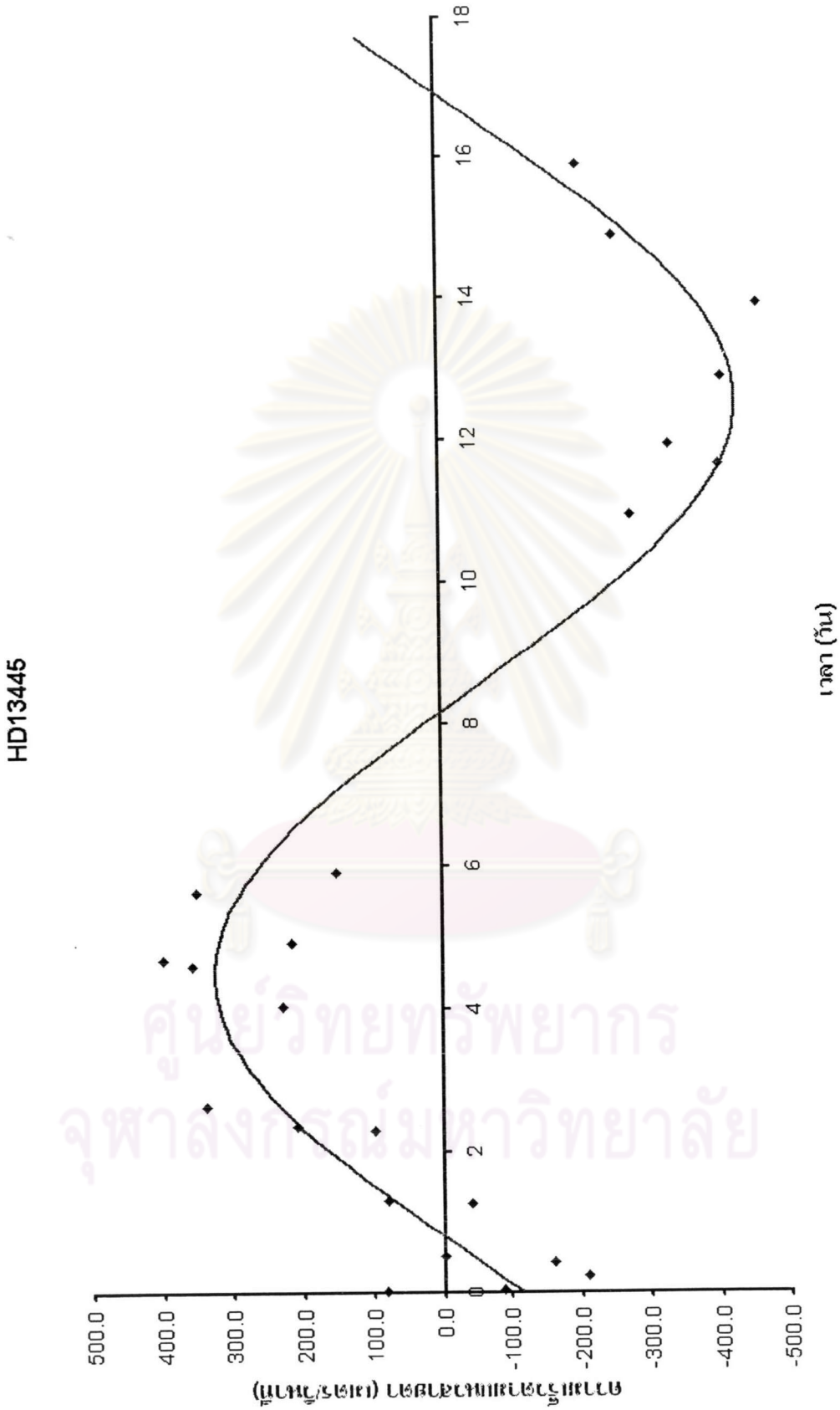
เวลา (วัน)	ความเร็วตามแนวสายตา (เมตรต่อวินาที)
0.000	83.5
2.623	338.2
4.662	398.5
5.621	349.9
10.917	-277.2
11.904	-333.5
0.504	0.0
4.590	356.6
12.850	-406.7
14.856	-255.3
0.014	-88.1
11.631	-403.8
1.295	79.6
2.336	207.6
13.900	-459.4
15.878	-204.5
4.011	228.2
4.899	213.2
5.886	150.5
0.415	-160.9
0.217	-209.3
1.244	-41.7
2.276	97.0

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



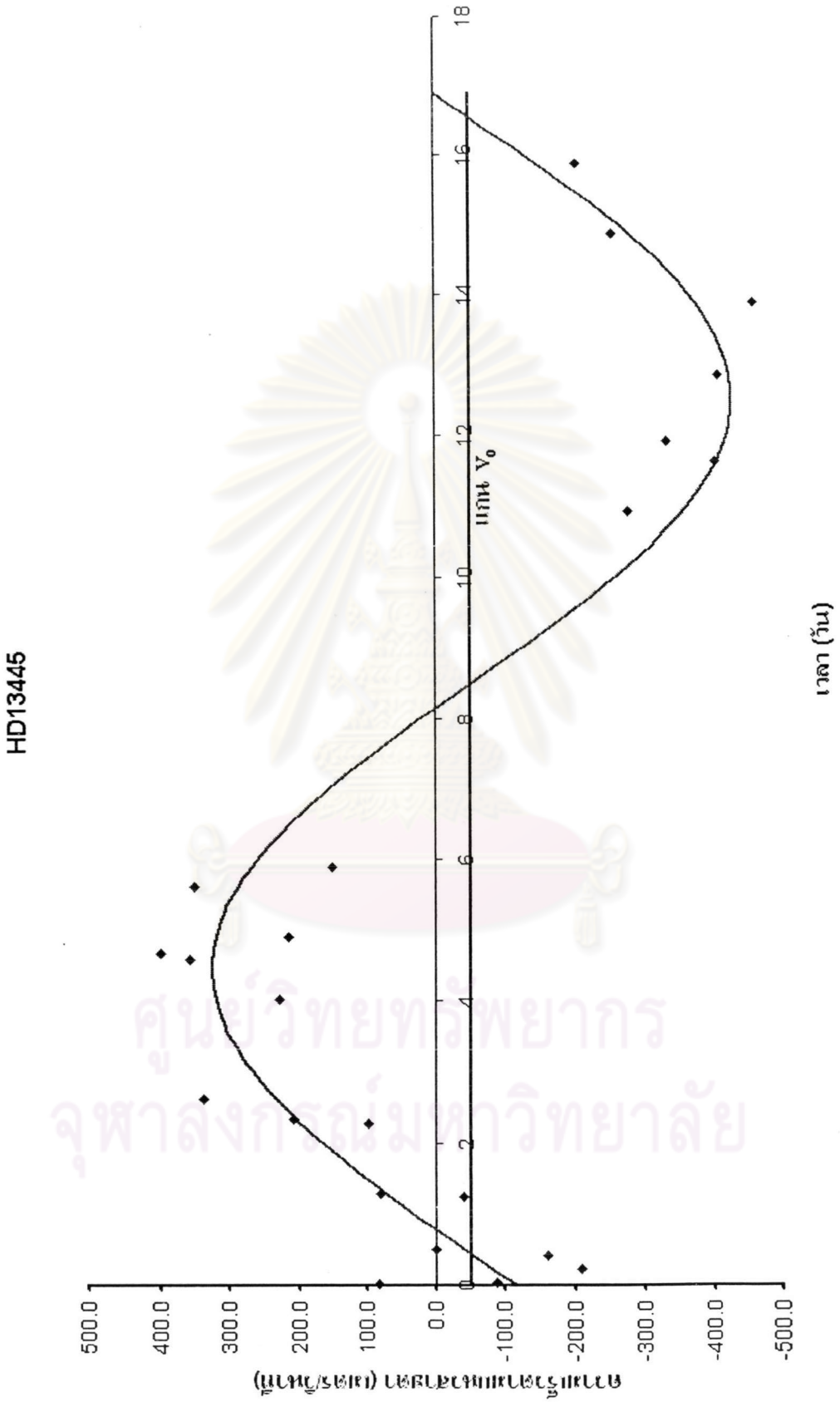
รูปที่ 5.1 กราฟแสดงความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์ HD13445 กับเวลา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



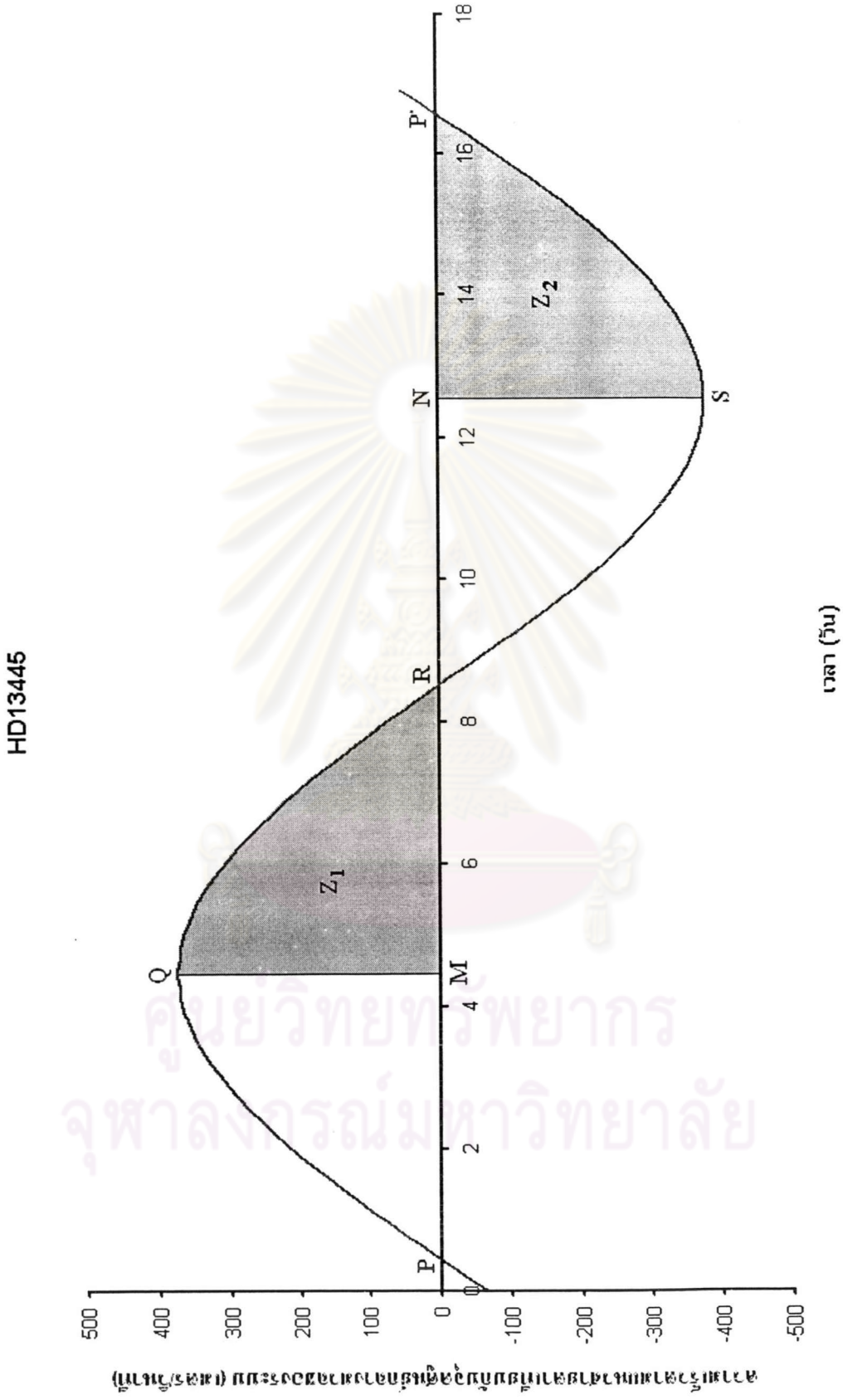
รูปที่ 5.2 กราฟเส้นโค้งความเร็วที่ได้จากการปรับด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.3 เส้นโค้งความเร็ว และแกนอ้างอิง V_o

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.4 เส้นโค้งความเร็วเมื่อใช้แกน V_o เป็นแกนอ้างอิง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เมื่อให้แกน V_0 เป็นแกนอ้างอิงใหม่ จะทำให้พื้นที่ PQR เท่ากับพื้นที่ RAP' และค่าแกนตั้งที่อ่านได้จะหมายถึงความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์เทียบกับจุดศูนย์กลางมวล

คาบเวลา $$T = 15.94 \text{ วัน} \quad (5.1)$$

A เป็นค่าสัมบูรณ์ของความเร็วตามแนวสายตาเทียบกับจุดศูนย์กลางมวลสูงสุด
B เป็นค่าสัมบูรณ์ของความเร็วตามแนวสายตาเทียบกับจุดศูนย์กลางมวลต่ำสุด

$$A = MQ = 375.12 \text{ เมตร/วินาที} \quad (5.2)$$

$$B = NS = 371.51 \text{ เมตร/วินาที} \quad (5.3)$$

$$K = \frac{A+B}{2} = \frac{375.12+371.51}{2} = 373.31 \text{ เมตร/วินาที} \quad (5.4)$$

Z_1 คือพื้นที่ QRM
Z_2 คือพื้นที่ SP'N

$$Z_1 = 54.8 \text{ เมตร วัน / วินาที} \quad (5.5)$$

$$Z_2 = 49.5 \text{ เมตร วัน / วินาที} \quad (5.6)$$

สมการที่ (4.17)

$$e\cos\omega = \frac{A-B}{A+B} = 0.0048$$

สมการที่ (4.24)

$$e\sin\omega = \frac{2\sqrt{AB}(Z_2 - Z_1)}{(A+B)(Z_2 + Z_1)} = -0.051$$

$$e = \sqrt{(e\sin\omega)^2 + (e\cos\omega)^2} = 0.05 \quad (5.7)$$

$$\omega = \arctan\left(\frac{-0.051}{0.0048}\right) = -85 \text{ องศา}$$

ค่าไซน์เป็นลบ ค่าโคไซน์เป็นบวก แสดงว่า ω อยู่ในแดนพิกัดที่ 4 เพื่อให้ค่ามุมเป็นบวก จึงบวกด้วย 360 องศา เข้าไป

$$\omega = -85 + 360 = 275 \text{ องศา} \quad (5.8)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

หาค่าครึ่งแกนเอกของดาวเคราะห์จากสมการที่ (4.26) โดยแทนมวลดาวฤกษ์ 0.79 เท่าของมวลดวงอาทิตย์ และคาบเวลา 15.94 วัน ในหน่วยปี จะได้ a_p เป็น หน่วยดาราศาสตร์

$$a_p{}^3 = M_s T^2 = (0.79)\left(\frac{15.94}{365.25}\right)^2$$

$$a_p = 0.12\,\text{A.U.} \tag{5.9}$$

และหามวลดาวเคราะห์ได้จากสมการที่ (4.29) แทนปริมาณทุกตัวในหน่วยเอสไอ ทั้งหมด มวลดวงอาทิตย์ $M_{sun} = 1.99\times10^{30}$ kg

$$\begin{aligned} m_p \sin i &= K\left(\frac{TM_s^2}{2\pi G}\right)^{1/3} \\ &= 373.31\left(\frac{(15.94\times24\times3600)\cdot(0.79\times1.99\times10^{30})^2}{2\pi\cdot(6.67\times10^{-11})}\right)^{1/3} \\ &= 7.5\times10^{27}\ \text{kg} \end{aligned}$$

เปลี่ยนให้เป็นจำนวนเท่าของดาวพฤหัสบดี $M_j = 1.9\times10^{27}$ kg

$$m_p \sin i = 3.95\,M_j \tag{5.10}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5.2 หลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์ HD70642 b

ดาว HD70642 อยู่ห่างจากโลกเป็นระยะทาง 29 พาร์เซก ชนิดของสเปกตรัม G5 มีมวล 1 เท่าของมวลดวงอาทิตย์ [10] โดยมีข้อมูลสังเกตการณ์ตามตารางที่ 5.3 ซึ่งเป็นการวัดความเร็วตามแนวสายตาของดาว HD70642 ณ เวลาต่าง ๆ เทียบการโลก (V_R) เป็นจำนวน 21 ครั้ง ใช้เวลาในการเก็บข้อมูลทั้งหมดประมาณ 5 ปี ข้อมูลสังเกตการณ์หอดูดาวแองโกล-ออสเตรเลียน

การเลื่อนของเส้นสเปกตรัมกลับไปกลับมาครบหนึ่งรอบใช้เวลา 2185.4 วัน ซึ่งมีค่าเท่ากับคาบเวลาการโคจร (T) ของดาวเคราะห์ด้วย เพื่อความสะดวกต่อการวิเคราะห์จึงปรับเปลี่ยนให้จุดทั้งหมดตลอดระยะเวลา 5 ปี ให้มาอยู่ในช่วงเวลาหนึ่งคาบ (2185.4 วัน)

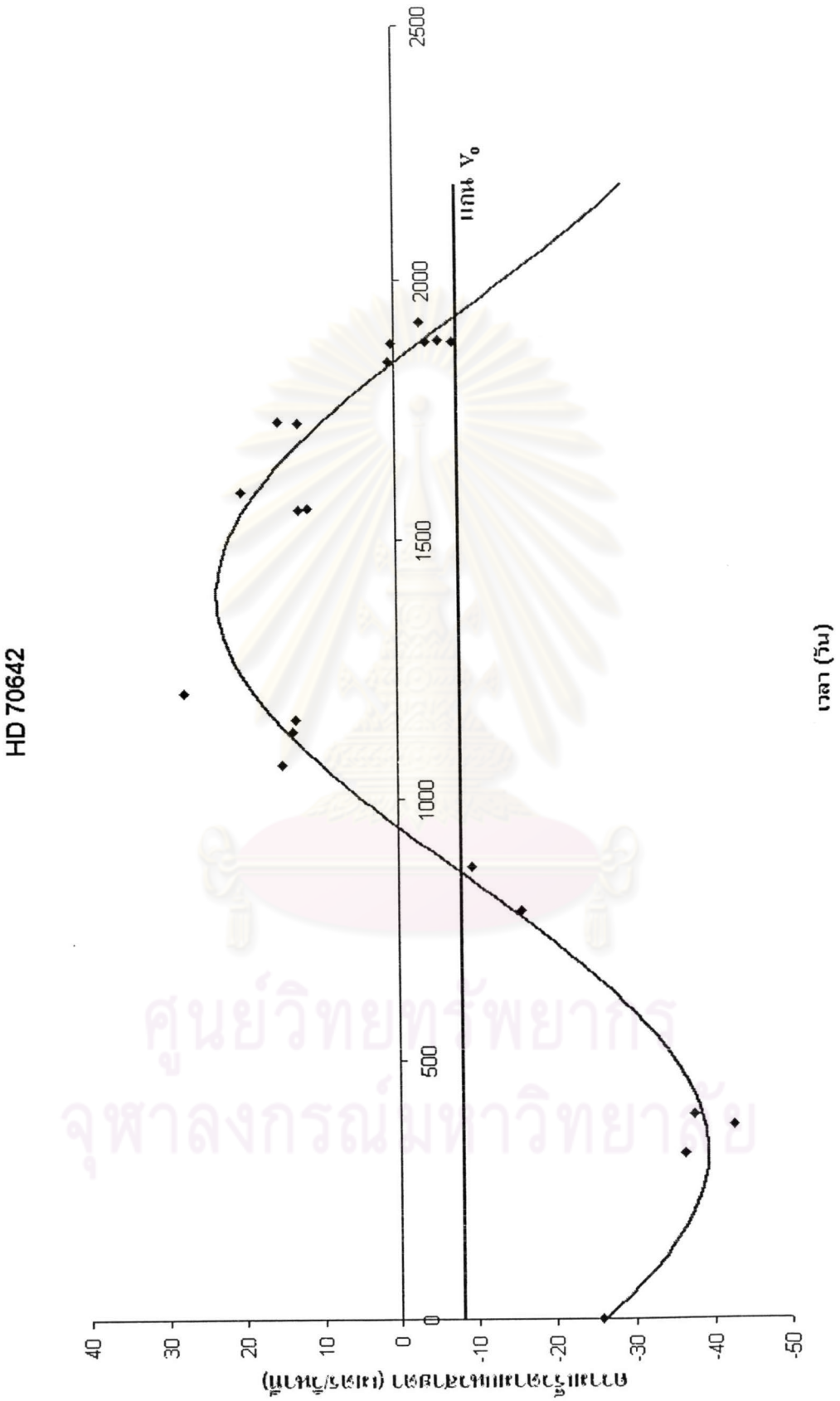
เมื่อนำข้อมูลทั้ง 21 จุดมาเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วตามแนวสายตาเป็นเมตรต่อวินาที กับเวลาเป็นจำนวนวัน ลากเส้นที่แทนข้อมูลทั้งหมดด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดหาแกน V_o (ความเร็วจุดศูนย์กลางมวลของระบบเทียบกับโลก) ซึ่งทำให้พื้นที่ระหว่างเส้นกราฟกับแกน V_o เท่ากันทั้งเหนือแกนและใต้แกน ซึ่งจะได้ค่า V_o = - 7.95 เมตรต่อวินาที ดังรูปที่ 5.5

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5.3 ข้อมูลความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์ HD70642 [11]

วันจูเลียน (- 2,450,000)	ความเร็วตามแนวสายตา (เมตร/วินาที)
830.1082	-25.8
1157.2263	-36.4
1213.1051	-42.6
1236.085	-37.5
1630.0095	-15.9
1717.881	-9.4
1920.1348	15.0
1983.9687	13.7
2009.021	13.2
2060.8744	27.7
2420.9072	12.7
2424.8981	11.4
2455.8416	20.0
2592.2229	12.7
2595.2255	15.2
2710.07	0.8
2744.9571	0.3
2747.9155	-4.2
2749.9755	-7.4
2751.9384	-5.6
2785.9082	-3.4

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.5 กราฟแสดงความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์ HD70642 กับเวลา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เมื่อให้แกน V_o เป็นแกนอ้างอิงใหม่ จะทำให้พื้นที่ PQR เท่ากับพื้นที่ RAP' และค่าแกนตั้งที่อ่านได้จะหมายถึงความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์เทียบกับจุดศูนย์กลางมวล

$$T = 2185.4 \text{ วัน} \tag{5.11}$$

$$A = MQ = 31.285 \text{ เมตร/วินาที} \tag{5.12}$$

$$B = NS = 31.286 \text{ เมตร/วินาที} \tag{5.13}$$

$$K = \frac{A+B}{2} = 31.3 \text{ เมตร/วินาที} \tag{5.14}$$

$$Z_1 = 3.71 \text{ เมตร วัน / วินาที} \tag{5.15}$$

$$Z_2 = 4.96 \text{ เมตร วัน / วินาที} \tag{5.16}$$

สมการที่ (4.17)

$$e\cos\omega = \frac{A-B}{A+B} = -1.16\times10^{-5}$$

สมการที่ (4.24)

$$e\sin\omega = \frac{2\sqrt{AB}(Z_2 - Z_1)}{(A+B)(Z_2+Z_1)} = 0.14$$

$$e = \sqrt{(e\sin\omega)^2 + (e\cos\omega)^2} = 0.14 \tag{5.17}$$

$$\omega = \arctan\left(\frac{0.14}{-1.16\times10^{-5}}\right) = -89.9 \text{ องศา}$$

แสดงว่า ω อยู่ในแดนพิกัดที่ 4 เพื่อให้ค่ามุมเป็นบวก จึงบวกด้วย 360 องศา เข้าไป

$$\omega = -89.9 + 360 = 270 \text{ องศา} \tag{5.18}$$

หาค่าครึ่งแกนเอกของดาวเคราะห์จากสมการที่ (4.26) โดยแทนมวลดาวฤกษ์ 1.0 เท่าของมวลดวงอาทิตย์ และคาบเวลา 2185.4 วัน ในหน่วยปี จะได้ a_p เป็น หน่วยดาราศาสตร์

$$a_p{}^3 = M_s T^2 = (1.0)\left(\frac{2185.4}{365.25}\right)^2$$

$$a_p = 3.3\,\text{A.U.} \tag{5.19}$$

และหามวลดาวเคราะห์ได้จากสมการที่ (4.29) แทนปริมาณทุกตัวในหน่วยเอสไอ ทั้งหมด มวลดวงอาทิตย์ $M_{sun} = 1.99\times10^{30}$ kg

$$\begin{aligned} m_p \sin i &= K\left(\frac{TM_s^2}{2\pi G}\right)^{1/3} \\ &= 31.3\left(\frac{(2185.4\times24\times3600)\cdot(1.0\times1.99\times10^{30})^2}{2\pi\cdot(6.67\times10^{-11})}\right)^{1/3} \\ &= 3.8\times10^{27}\ \text{kg} \end{aligned}$$

เปลี่ยนให้เป็นจำนวนเท่าของดาวพฤหัสบดี $M_j = 1.9\times10^{27}$ kg

$$m_p \sin i = 2.0 M_j \tag{5.20}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5.3 หลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์ HD75289 b

ดาว HD75289 อยู่ห่างจากโลกเป็นระยะทาง 28.94 พาร์เซก ชนิดของสเปกตรัม G0 มีมวล 1.05 เท่าของมวลดวงอาทิตย์ [12] โดยมีข้อมูลสังเกตการณ์ตามตารางที่ 5.4 ซึ่งเป็นการวัดความเร็วตามแนวสายตาของดาว HD75289 ณ เวลาต่าง ๆ เทียบการโลก (V_R) เป็นจำนวน 13 ครั้ง ใช้เวลาในการเก็บข้อมูลทั้งหมดประมาณ 3 ปี ข้อมูลสังเกตการณ์หอดูดาวแองโกล-ออสเตรเลียน

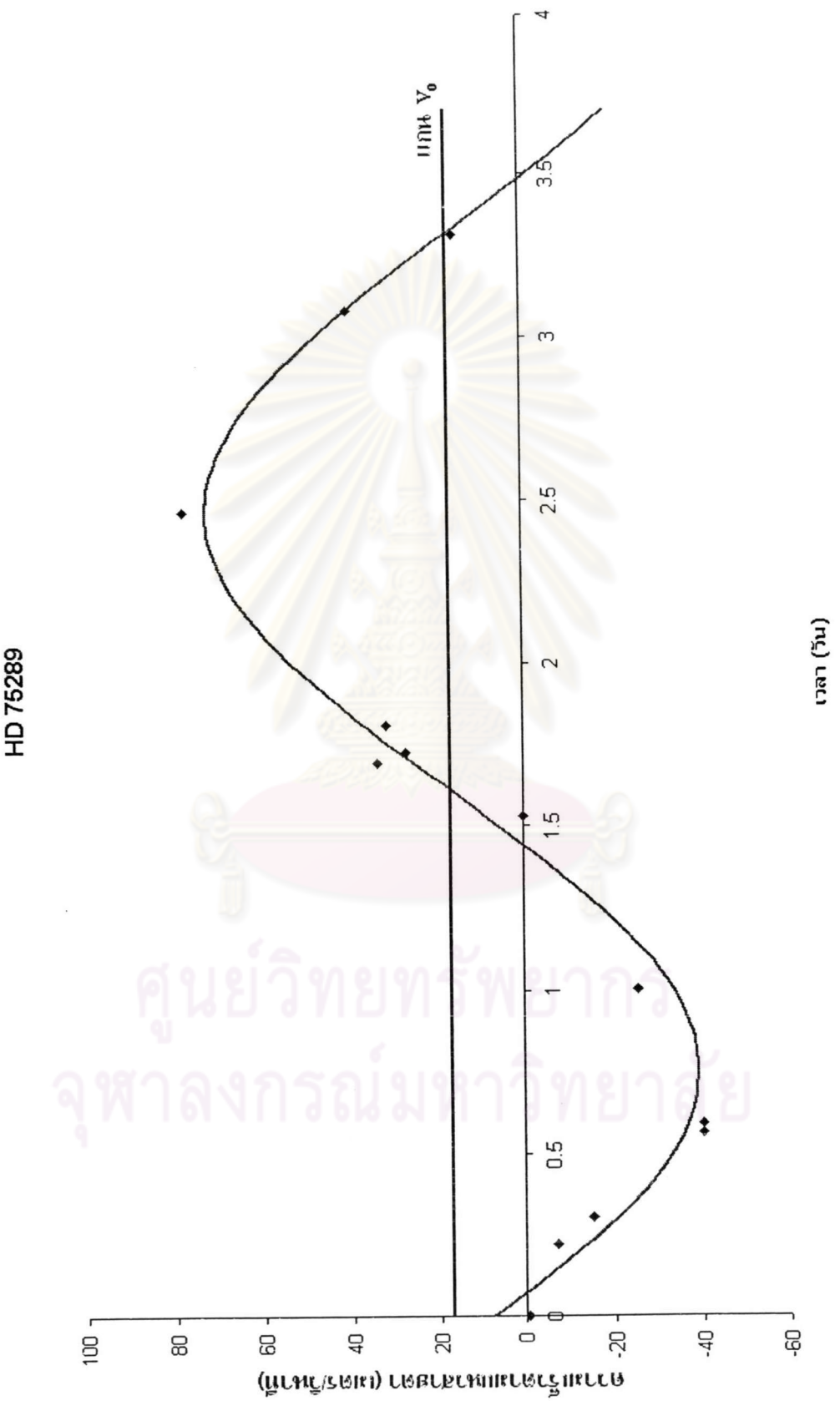
การเลื่อนของเส้นสเปกตรัมกลับไปกลับมาครบหนึ่งรอบใช้เวลา 3.46 วัน ซึ่งมีค่าเท่ากับคาบเวลาการโคจร (T) ของดาวเคราะห์ด้วย เพื่อความสะดวกต่อการวิเคราะห์จึงปรับเปลี่ยนให้จุดทั้งหมดตลอดระยะเวลา 3 ปี ให้มาอยู่ในช่วงเวลาหนึ่งคาบ (3.46 วัน)

เมื่อนำข้อมูลทั้ง 13 จุดมาเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วตามแนวสายตาเป็นเมตรต่อวินาที กับเวลาเป็นจำนวนวัน ลากเส้นที่แทนข้อมูลทั้งหมดด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด หาแกน V_o (ความเร็วจุดศูนย์กลางมวลของระบบเทียบกับโลก) ซึ่งทำให้พื้นที่ระหว่างเส้นกราฟกับแกน V_o เท่ากันทั้งเหนือแกนและใต้แกน ซึ่งจะได้ค่า $V_o = 16.95$ เมตรต่อวินาที ดังรูปที่ 5.6

ตารางที่ 5.4 ข้อมูลความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์ HD75289 [9]

วันจูเลียน (- 2,450,000)	ความเร็วตามแนวสายตา (เมตร/วินาที)
830.1656	-0.8
914.9334	-39.8
1212.1495	40.3
1213.1426	-39.9
1214.2518	33.8
1236.9418	15.6
1274.0100	31.7
1275.9947	-15.2
1631.0085	-25.4
1717.9152	-7.1
1856.2491	27.1
1919.1969	0.0
1920.1472	77.9

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.6 กราฟแสดงความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์ HD75289 กับเวลา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เมื่อให้แกน V_0 เป็นแกนอ้างอิงใหม่ จะทำให้พื้นที่ PQR เท่ากับพื้นที่ RAP' และค่าแกนตั้งที่อ่านได้จะหมายถึงความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์เทียบกับจุดศูนย์กลางมวล

$$T = 3.46 \text{ วัน} \tag{5.21}$$

$$A = MQ = 55.680 \text{ เมตร/วินาที} \tag{5.22}$$

$$B = NS = 55.683 \text{ เมตร/วินาที} \tag{5.23}$$

$$K = \frac{A+B}{2} = 55.681 \text{ เมตร/วินาที} \tag{5.24}$$

$$Z_1 = 9.127 \text{ เมตร วัน / วินาที} \tag{5.25}$$

$$Z_2 = 8.943 \text{ เมตร วัน / วินาที} \tag{5.26}$$

สมการที่ (4.17)

$$e\cos\omega = \frac{A-B}{A+B} = -2.971\times10^{-5}$$

สมการที่ (4.24)

$$e\sin\omega = \frac{2\sqrt{AB}(Z_2 - Z_1)}{(A+B)(Z_2+Z_1)} = -0.01$$

$$e = \sqrt{(e\sin\omega)^2 + (e\cos\omega)^2} = 0.01 \tag{5.27}$$

$$\omega = \arctan\left(\frac{-0.01}{-2.971\times10^{-5}}\right) = 89.8 \text{ องศา}$$

ค่าโคไซน์ของ ω เป็นลบเข้าใกล้ศูนย์ และค่าไซน์ของ ω เป็นลบ ดังนั้น ω จึงอยู่ในแดนพิกัดที่ 3 ใกล้แกนลบ y ดังนั้นจึงบวกด้วย 180 องศา เข้าไป

$$\omega = 89.8 + 180 = 269.9 \text{ องศา} \tag{5.28}$$

หาค่าครึ่งแกนเอกของดาวเคราะห์จากสมการที่ (4.26) โดยแทนมวลดาวฤกษ์ 1.05 เท่าของมวลดวงอาทิตย์ และคาบเวลา 3.46 วัน ในหน่วยปี จะได้ a_p เป็น หน่วยดาราศาสตร์

$$a_p{}^3 = M_s T^2 = (1.05)\left(\frac{3.46}{365.25}\right)^2$$

$$a_p = 0.046\,\text{A.U.} \tag{5.29}$$

และหามวลดาวเคราะห์ได้จากสมการที่ (4.29) แทนปริมาณทุกตัวในหน่วยเอสไอ ทั้งหมด มวลดวงอาทิตย์ $M_{sun} = 1.99\times10^{30}$ kg

$$\begin{aligned} m_p \sin i &= K\left(\frac{TM_s^2}{2\pi G}\right)^{1/3} \\ &= 55.7\left(\frac{(3.46\times24\times3600)\cdot(1.05\times1.99\times10^{30})^2}{2\pi\cdot(6.67\times10^{-11})}\right)^{1/3} \\ &= 8.13\times10^{26}\ \text{kg} \end{aligned}$$

เปลี่ยนให้เป็นจำนวนเท่าของดาวพฤหัสบดี $M_j = 1.9\times10^{27}$ kg

$$m_p \sin i = 0.43\,M_j \tag{5.30}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5.4 หลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์ HD83443 b

ดาว HD83443 อยู่ห่างจากโลกเป็นระยะทาง 43.54 พาร์เซก ชนิดของสเปกตรัม K0 มีมวล 0.79 เท่าของมวลดวงอาทิตย์ [13] โดยมีข้อมูลสังเกตการณ์ตามตารางที่ 5.5 ซึ่งเป็นการวัดความเร็วตามแนวสายตาของดาว HD83443 ณ เวลาต่าง ๆ เทียบการโลก (V_R) เป็นจำนวน 36 ครั้ง ใช้เวลาในการเก็บข้อมูลทั้งหมดประมาณ 3 ปี ข้อมูลสังเกตการณ์หอดูดาวแองโกล-ออสเตรเลียน และหอดูดาวเค็กค์

การเลื่อนของเส้นสเปกตรัมกลับไปกลับมาครบหนึ่งรอบใช้เวลา 3.09 วัน ซึ่งมีค่าเท่ากับคาบเวลาการโคจร (T) ของดาวเคราะห์ด้วย

เมื่อนำข้อมูลทั้ง 36 จุดมาเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วตามแนวสายตาเป็นเมตรต่อวินาที กับเวลาเป็นจำนวนวัน ลากเส้นที่แทนข้อมูลทั้งหมดด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด หาแกน V_o (ความเร็วจุดศูนย์กลางมวลของระบบเทียบกับโลก) ซึ่งทำให้พื้นที่ระหว่างเส้นกราฟกับแกน V_o เท่ากันทั้งเหนือแกนและใต้แกน ซึ่งจะได้ค่า V_o = -1.44 เมตรต่อวินาที ดังรูปที่ 5.7

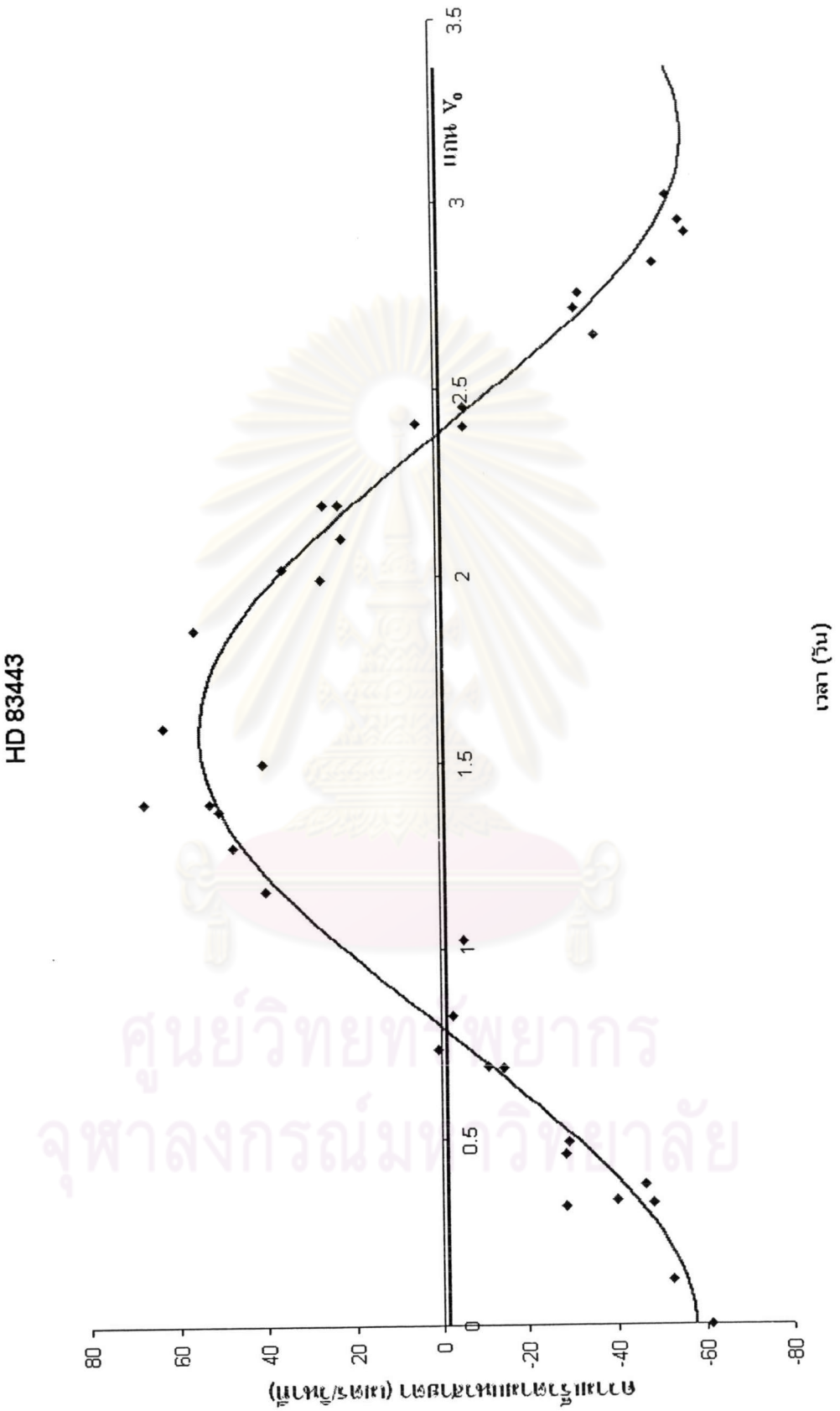
ตารางที่ 5.5 ข้อมูลความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์ HD83443 [14]

วันจูเลียน (- 2,450,000)	ความเร็วตามแนวสายตา (เมตร/วินาที)
212.1830	-61.0
213.1756	-5.7
682.9088	26.5
898.0961	26.0
899.0788	-52.3
900.0854	39.9
901.0806	22.4
919.2047	4.1
920.1821	-48.0
971.9566	50.2
972.9432	-7.0
974.8502	47.2
981.9535	-7.0
982.9366	-46.2

ตารางที่ 5.5 (ต่อ) ข้อมูลความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์ HD83443 [14]

วันจูเลียน (- 2,450,000)	ความเร็วตามแนวสายตา (เมตร/วินาที)
983.0440	-29.4
984.0236	40.0
1003.7982	-40.1
1006.9015	-28.6
1007.8096	52.1
1009.0816	-32.8
1060.9180	0.5
1062.7608	-37.2
1064.7379	62.8
1091.8643	55.2
1092.8878	-57.8
1127.8521	35.1
1188.2812	-33.9
1189.2733	-11.3
1219.1297	-14.7
1236.1362	-50.4
1243.1498	-3.1
1307.9118	-56.5
1333.9629	21.6
1334.8507	-53.7
1359.1162	-28.7
1360.1546	67.3

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 5.7 กราฟแสดงความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์ HD83443 กับเวลา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เมื่อให้แกน V_o เป็นแกนอ้างอิงใหม่ จะทำให้พื้นที่ PQR เท่ากับพื้นที่ RAP' และค่าแกนตั้งที่อ่านได้จะหมายถึงความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์เทียบกับจุดศูนย์กลางมวล

$$T = 3.09 \text{ วัน} \tag{5.31}$$

$$A = MQ = 55.868 \text{ เมตร/วินาที} \tag{5.32}$$

$$B = NS = 55.851 \text{ เมตร/วินาที} \tag{5.33}$$

$$K = \frac{A+B}{2} = 55.86 \text{ เมตร/วินาที} \tag{5.34}$$

$$Z_1 = 9.612 \text{ เมตร วัน / วินาที} \tag{5.35}$$

$$Z_2 = 9.194 \text{ เมตร วัน / วินาที} \tag{5.36}$$

สมการที่ (4.17)

$$e\cos\omega = \frac{A-B}{A+B} = 0.00015$$

สมการที่ (4.24)

$$e\sin\omega = \frac{2\sqrt{AB}(Z_2 - Z_1)}{(A+B)(Z_2 + Z_1)} = -0.02224$$

$$e = \sqrt{(e\sin\omega)^2 + (e\cos\omega)^2} = 0.02 \tag{5.37}$$

$$\omega = \arctan\left(\frac{-0.02224}{0.00015}\right) = -89.6 \text{ องศา}$$

ค่าโคไซน์เป็นเข้าใกล้ศูนย์ และ ค่าไซน์เป็นลบ ดังนั้น ω อยู่ในแดนพิกัดที่ 4 ใกล้กับแกนลบ y จึงบวกด้วย 360 องศา เข้าไป

$$\omega = -89.6 + 360 = 270.4 \text{ องศา} \tag{5.38}$$

หาค่าครึ่งแกนเอกของดาวเคราะห์จากสมการที่ (4.26) โดยแทนมวลดาวฤกษ์ 0.79 เท่าของมวลดวงอาทิตย์ และคาบเวลา 3.09 วัน ในหน่วยปี จะได้ a_p เป็น หน่วยดาราศาสตร์

$$a_p{}^3 = M_s T^2 = (0.79)\left(\frac{3.09}{365.25}\right)^2$$

$$a_p = 0.038\,\text{A.U.} \tag{5.39}$$

และหามวลดาวเคราะห์ได้จากสมการที่ (4.29) แทนปริมาณทุกตัวในหน่วยเอสไอ ทั้งหมด มวลดวงอาทิตย์ $M_{sun} = 1.99\times10^{30}$ kg

$$\begin{aligned} m_p \sin i &= K\left(\frac{TM_s^2}{2\pi G}\right)^{1/3} \\ &= 56\left(\frac{(3.09\times24\times3600)\cdot(0.79\times1.99\times10^{30})^2}{2\pi\cdot(6.67\times10^{-11})}\right)^{1/3} \\ &= 6.5\times10^{26}\ \text{kg} \end{aligned}$$

เปลี่ยนให้เป็นจำนวนเท่าของดาวพฤหัสบดี $M_j = 1.9\times10^{27}$ kg

$$m_p \sin i = 0.34 M_j \tag{5.40}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5.5 สรุปผล วิจารณ์ และข้อเสนอแนะ

การวิเคราะห์ข้อมูลความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์ในการวิจัยนี้ สามารถการหามวล และหลักมูลทางโคจรของดาวเคราะห์นอกระบบสุริยะรอบดาวฤกษ์ 4 ดวง ที่มีสเปกตรัมและลักษณะทั่วไปคล้ายกับดวงอาทิตย์ ได้ดังตารางที่ 5.6 ถึง ตารางที่ 5.9

ดาวฤกษ์ HD13445 มีดาวเคราะห์ HD13445 b ซึ่งเป็นดาวเคราะห์ยักษ์ มีมวลน้อยที่สุด 3.95 เท่าของมวลดาวพฤหัสบดี โคจรอยู่รอบใกล้ ๆ กับตัวดาวแม่ มีครึ่งแกนเอก 0.115 หน่วยดาราศาสตร์ วงโคจรค่อนข้างเป็นวงกลมโดยมีค่าความรี 0.051

ตารางที่ 5.6 เปรียบเทียบข้อมูลดาวเคราะห์ HD13445 b ระหว่างค่าที่หาได้กับค่าอ้างอิง

ข้อมูลดาวเคราะห์	ค่าที่หาได้	ค่าอ้างอิง [15]	เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน
a (A.U.)	0.12	0.11	9.1
e	0.05	0.04	25
ω (องศา)	275	266	3.4
T (วัน)	15.94	15.77	1.08
K (เมตร/วินาที)	373.31	375.88	0.68
$m_p \sin i$ (M_j)	3.95	4.01	1.5

ดาวฤกษ์ HD70642 สเปกตรัม G5 มีดาวเคราะห์ HD70642 b โคจรอยู่ที่ระยะ 3.29 หน่วยดาราศาสตร์ คาบการโคจรเป็น 2185.39 วัน วงโคจรมีค่าความรี 0.144 และมีมวลน้อยที่สุดประมาณ 2 เท่าของมวลดาวพฤหัสบดี

ตารางที่ 5.7 เปรียบเทียบข้อมูลดาวเคราะห์ HD70642 b ระหว่างค่าที่หาได้กับค่าอ้างอิง

ข้อมูลดาวเคราะห์	ค่าที่หาได้	ค่าอ้างอิง [16]	เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน
a (A.U.)	3.3	3.3	0
e	0.14	0.10	40
ω (องศา)	270	277	2.5
T (วัน)	2185.4	2231.0	2.0
K (เมตร/วินาที)	31.3	32	2.2
$m_p \sin i$ (M_j)	2	2	0

ดาวฤกษ์ HD75289 มีดาวเคราะห์ HD75289 b ซึ่งเป็นดาวเคราะห์ยักษ์ มีมวลน้อยที่สุด 0.428 เท่าของมวลดาวพฤหัสบดี โคจรอยู่รอบใกล้กับตัวดาวแม่มาก มีครึ่งแกนเอก 0.046 หน่วยดาราศาสตร์ วงโคจรค่อนข้างเป็นวงกลมโดยมีค่าความรี 0.01

ตารางที่ 5.8 เปรียบเทียบข้อมูลดาวเคราะห์ HD75289 b ระหว่างค่าที่หาได้กับค่าอ้างอิง

ข้อมูลดาวเคราะห์	ค่าที่หาได้	ค่าอ้างอิง [17]	เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน
a (A.U.)	0.046	0.05	8
e	0.01	0.01	0
ω (องศา)	270	232	16.3
T (วัน)	3.46	3.509	1.4
K (เมตร/วินาที)	55.7	56	0.54
$m_p \sin i$ (M_j)	0.43	0.44	2.3

ดาวเคราะห์ HD83443 b มีคาบเวลา 3.09 วัน ครึ่งแกนเอก 0.038 หน่วยดาราศาสตร์ และมวลน้อยที่สุดเป็น 0.342 เท่าของมวลดาวพฤหัสบดี โคจรอยู่รอบดาวฤกษ์ HD83443 ซึ่งมีค่าความเร็วเฉลี่ยในแนวสายตา 55.86 เมตร/วินาที

ตารางที่ 5.9 เปรียบเทียบข้อมูลดาวเคราะห์ HD83443 b ระหว่างค่าที่หาได้กับค่าอ้างอิง

ข้อมูลดาวเคราะห์	ค่าที่หาได้	ค่าอ้างอิง [18]	เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน
a (A.U.)	0.038	0.04	5
e	0.02	0.08	75
ω (องศา)	270	44	514
T (วัน)	3.09	2.9853	3.5
K (เมตร/วินาที)	56	57	1.8
$m_p \sin i$ (M_j)	0.34	0.34	0

ค่าหลักมูลทางโคจร 7 ค่าสามารถหาออกมาได้ 4 ค่า คือ a, e, ω และ T ในกรณีของมุมเอียงของระนาบทางโคจร (i) จะติดอยู่ในพจน์ของ $m_p \sin i$ ไม่สามารถหาออกมาโดด ๆ ได้ และมุมตำแหน่งของจุดไต่ขึ้น (Ω) หาค่าไม่ได้ เนื่องจากสมการที่ (4.13) ไม่ขึ้นกับ Ω และ Ω สมมาตรรอบแนวสายตา (แกน z) ดูรูปที่ 2.7 ประกอบ ไม่ว่า Ω จะมีค่าเท่าไรจะไม่มีผลต่อรูปร่างของเส้นโค้งความเร็ว ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วตามแนวสายตากับเวลา ส่วนเวลาเคลื่อนผ่านจุดใกล้ดาวฤกษ์ที่สุด τ มีได้หลายค่าในช่วงที่สังเกต ตัวอย่างเช่นกรณีดาวเคราะห์ HD13445 b มีคาบเวลาของทางโคจรประมาณ 16 วัน แสดงว่าทุก ๆ 16 วัน ดาวเคราะห์จะเคลื่อนผ่านจุดใกล้ดาวฤกษ์หนึ่งครั้ง ซึ่งจากตารางที่ 5.1 ใช้เวลาเก็บข้อมูลประมาณ 3 ปี แสดงว่าในช่วงเวลา 3 ปี ค่า τ มีมากมายหลายค่า จึงไม่สามารถนำมาเปรียบเทียบผลกับค่าอ้างอิงได้

จากผลการวิเคราะห์ที่ได้พบว่าระบบทั้ง 4 ที่พิจารณามีความแตกต่างกับระบบสุริยะของเราอยู่ 2 ประการ

1. ในระบบสุริยะของเราจะมีดาวเคราะห์ขนาดเล็ก หรือดาวเคราะห์แบบโลกโคจรอยู่ภายในระยะ 3 A.U. และมีดาวเคราะห์ยักษ์อยู่ห่างออกไปจากระยะทาง 4 A.U. แต่ดาวเคราะห์ HD13445 b (ตารางที่ 5.6), HD75289 b (ตารางที่ 5.8) และ HD83443 b (ตารางที่ 5.9) เป็นดาวเคราะห์ขนาดใหญ่โคจรอยู่ใกล้กับตัวดาวฤกษ์มาก ทำให้มีคาบทางโคจรน้อยด้วย ซึ่งใกล้กว่าวงโคจรดาวพุธรอบดวงอาทิตย์ที่มีระยะห่างประมาณ 0.4 A.U. และมีคาบทางโคจร 88 วัน

2. ในระบบสุริยะดาวเคราะห์ทุกดวงมีค่าความรีน้อยมาก มีทางโคจรรอบดวงอาทิตย์เกือบเป็นวงกลม (ยกเว้นดาวพุธ และดาวพลูโต มีความรีประมาณ 0.2) ดาวเคราะห์ HD70642 b (ตารางที่ 5.7) อยู่ห่างจากตัวดาวฤกษ์ 3.29 A.U. ทางโคจรมีความรี 0.14 ซึ่งมีค่าค่อนข้างสูง เมื่อเทียบกับกรณีดาวพฤหัสบดีที่ระยะ 5.2 A.U. มีค่าความรีเพียง 0.05

ดาวเคราะห์เกิดจากการรวมตัวกันของเนบิวลา หรือกลุ่มแก๊ส และฝุ่นละอองในอวกาศ ซึ่งเมื่อยุบตัวลงจะทำให้หมุนรอบตัวเองเร็วขึ้นและเปลี่ยนรูปร่างจากทรงกลม ค่อย ๆ แป้นออกจนมีลักษณะเป็นแผ่นในระนาบ เกิดกระบวนการต่าง ๆ กระทั่งแกนกลางเป็นดาวฤกษ์ ส่วนแก๊สที่วนอยู่โดยรอบ บริเวณใดมีความหนาแน่นมากกว่าปกติจะรวมตัวกันเกิดเป็นดาวเคราะห์ขึ้นมา หรือแบบจำลองการกำเนิดของระบบสุริยะนี้ ไม่สามารถอธิบายเหตุที่มีดาวเคราะห์ยักษ์โคจรอยู่ใกล้กับดาวฤกษ์ และทางโคจรมีลักษณะเป็นวงรีมากได้

ดังนั้นดาวเคราะห์นอกระบบสุริยะอาจจะมีกลไกการกำเนิดที่แตกต่างออกไปจากระบบสุริยะของเรา และการศึกษาในรายละเอียดจึงจำเป็นต้องพัฒนาหรือสร้างแบบจำลองที่ใช้อธิบายผลดังกล่าวต่อไป

เมื่อพิจารณาตารางที่ 5.6 ถึงตารางที่ 5.9 จะเห็นว่าค่า K หรือแอมพลิจูดของค่าความเร็วตามแนวสายตามีความคลาดเคลื่อนไม่มาก ส่วนค่า e กับ ω มีความคลาดเคลื่อนค่อนข้างสูง ถ้าเราพิจารณาสมการที่ (4.17) และสมการที่ (4.24) ซึ่งใช้หาค่า e กับ ω ตัวแปรที่เกี่ยวข้องคือ A, B, Z_1 และ Z_2 โดยตัวแปร A และ B ใช้คำนวณค่า K ตามสมการที่ (4.16) จึงเป็นตัวแปรที่พอเชื่อถือได้ในระดับหนึ่ง ดังนั้นปัจจัยที่ทำให้ค่า e กับ ω มีความคลาดเคลื่อนสูงคือตัวแปร Z_1 และ Z_2 ซึ่งได้จากการหาพื้นที่ใต้กราฟ

สาเหตุหลักของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นมาจาก การหาแกนอ้างอิง V_o โดยแบ่งเป็นพื้นที่เล็ก ๆ ตามแนวนอนบนกราฟ กว้าง 0.01 วัน ซึ่งส่งผลให้ค่าแกน V_o และพื้นที่ใต้กราฟ Z_1 กับ Z_2 มีความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้นตามไปด้วย แต่การจะกำหนดความกว้างของพื้นที่เล็ก ๆ เพื่อหาพื้นที่รวมนั้นยังต้องคำนึงถึง ความยากง่ายในการสุ่มหาค่าแกน V_o ด้วย เนื่องจากถ้าเรายิ่งแบ่งพื้นที่ให้เล็กลงไปเท่าใด ความละเอียดของพื้นที่ที่ได้จะสูงขึ้น และจะส่งผลให้การหาตำแหน่งแกนอ้างอิง V_o ซึ่งทำให้พื้นที่เหนือแกนกับพื้นที่ใต้แกนมีค่าเท่ากัน กระทำได้ยากขึ้นด้วยเท่านั้น

วิธีสเปกโทรสโกปิกจะไม่สามารถหาอัตราเร็วตามแนวสายตาได้ ถ้ามุมเอียงของระนาบวงโคจรเป็นศูนย์องศา ซึ่งระนาบวงโคจรตั้งฉากกับแนวสายตาพอดี แต่ถ้าคิดว่าค่าความเอียงของแต่ละระบบกระจายแบบสุ่ม จะมีโอกาสน้อยมากที่ระนาบวงโคจรซ้อนกับระนาบท้องฟ้าพอดี ดาวฤกษ์ส่วนใหญ่ที่มีดาวเคราะห์จึงสามารถหาค่าความเร็วตามแนวสายตาได้เสมอ ดังนั้นวิธีสเปกโทรสโกปิกจึงเป็นวิธีหลักที่นิยมใช้ในการตรวจหาดาวเคราะห์นอกระบบสุริยะ

เมื่อพิจารณาดาวพฤหัสบดี ซึ่งอยู่ห่างจากดวงอาทิตย์ประมาณ 5.2 A.U. คาบของการโคจรประมาณ 11.86 ปี จะทำให้ดวงอาทิตย์มีอัตราเร็วในวงโคจรเป็น 12.5 เมตร/วินาที ในกรณีของโลกจะทำให้ดวงอาทิตย์มีอัตราเร็วประมาณ 0.1 เมตร/วินาที วิธีวัดความเร็วตามแนวสายตาโดยศึกษาการเลื่อนของเส้นสเปกตรัมนี้ ปัจจุบันสามารถวัดอัตราเร็วดาวฤกษ์ได้ต่ำสุดแค่เพียง 3 เมตร/วินาที เนื่องจากเป็นขีดจำกัดของกำลังแยกเส้นสเปกตรัมของเครื่องสเปกโทรมิเตอร์ ถ้าอัตราเร็วของดาวฤกษ์น้อยกว่านี้ เครื่องมือจะไม่สามารถวัดผลการเลื่อนของเส้นสเปกตรัมได้ ส่งผลให้ดาวเคราะห์ขนาดเล็กซึ่งมีมวลใกล้เคียงกับโลก ไม่สามารถตรวจหาได้ด้วยวิธีความเร็วตามแนวสายตา

การวิจัยในขั้นต่อไปอาจจะศึกษาความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์ที่มีดาวเคราะห์หลายดวงซึ่งจะมีผลทำให้เส้นโค้งความเร็วมีลักษณะรูปร่างที่แตกต่างไปจากเดิม หรือในกรณีที่มุมเอียง i มีค่าใกล้เคียง 90 องศา ทำให้แนวสายตาเกือบจะขนานกับระนาบทางโคจรของดาวเคราะห์ นอกจากจะสังเกตด้วยวิธีความเร็วตามแนวสายตาเพื่อศึกษาผลการเลื่อนของเส้นสเปกตรัมแล้ว ยังสามารถสังเกตด้วยวิธีโฟโตเมทริกเพื่อศึกษาความสว่างปรากฏที่ลดลงได้อีกด้วย ซึ่งจะทำให้เราทราบข้อมูลเพิ่มขึ้นมากกว่าศึกษาด้วยวิธีความเร็วตามแนวสายตาเพียงวิธีเดียว

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย