บทที่ 4

วิธีความเร็วตามแนวสายตา

4.1 ความเร็วตามแนวสายตา

วิธีสเปกโทรสโกปิก หรือเรียกอีกอย่างว่าวิธีความเร็วตามแนวสายตา ซึ่งเป็นการวัดการเลื่อนของเส้นสเปกตรัมดูดกลืนเพื่อหาอัตราเร็วในแนวสายตาของดาวฤกษ์เทียบกับผู้สังเกต เนื่องจากดาวฤกษ์จะมีการเปลี่ยนตำแหน่ง โดยโคจรรอบจุดศูนย์กลางมวลของระบบ ทำให้เส้นสเปกตรัมมีการเลื่อนกลับไปกลับมาในลักษณะเป็นคาบ

โดยเส้นสเปกตรัมจะเลื่อนไปทางสีน้ำเงิน เมื่อดาวฤกษ์กำลังเคลื่อนที่เข้าหาผู้สังเกต และจะเลื่อนไปทางสีแดงเมื่อเคลื่อนที่ออก ซึ่งผลการเลื่อนนี้จะขึ้นกับมวลของระบบและลักษณะการวางตัวของวงโคจร ถ้าระนาบของวงโคจรอยู่ในแนวสายตาจะเกิดการเลื่อนของเส้นสเปกตรัมมากที่สุด และจะไม่มีผลการเลื่อนเลยเมื่อระนาบของวงโคจรตั้งฉากกับแนวสายตา

ในห้องปฏิบัติการสามารถทดลองวัดสเปกตรัมของแก๊สขณะหยุดนิ่งได้ เมื่อนำมาเทียบกับเส้นสเปกตรัมจากการสังเกตดาวฤกษ์จะทำให้ทราบว่าดาวกำลังเคลื่อนที่เข้าหรือออกจากเรา ถ้าให้ λ' เป็นความยาวคลื่นที่ได้จากการสังเกต และ λ_o เป็นความยาวคลื่นที่ออกจากแหล่งกำเนิด หรือความยาวคลื่นขณะหยุดนิ่ง (ไม่มีการเลื่อน) จะเป็นไปตามความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ดอปเพลอร์

$$\frac{v}{c} = \frac{\lambda' - \lambda_o}{\lambda_o} \tag{4.1}$$

เมื่อ c เป็นอัตราเร็วแสง

v เป็นค่าความเร็วตามแนวสายตาของดาวเทียบกับผู้สังเกต

v มีค่าเป็นบวกคือดาวกำลังเคลื่อนที่ออกจากผู้สังเกต

v เป็นลบคือเคลื่อนที่เข้าหาผู้สังเกต

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.2 เส้นโค้งความเร็ว

เส้นกราฟที่เขียนขึ้นระหว่างความเร็วตามแนวสายตากับเวลาเรียกว่า เส้นโค้งความเร็ว (Velocity curve) ถ้าให้

z เป็นการกระจัดตามแนวสายตาของดาวฤกษ์เทียบกับจุดศูนย์กลางมวล

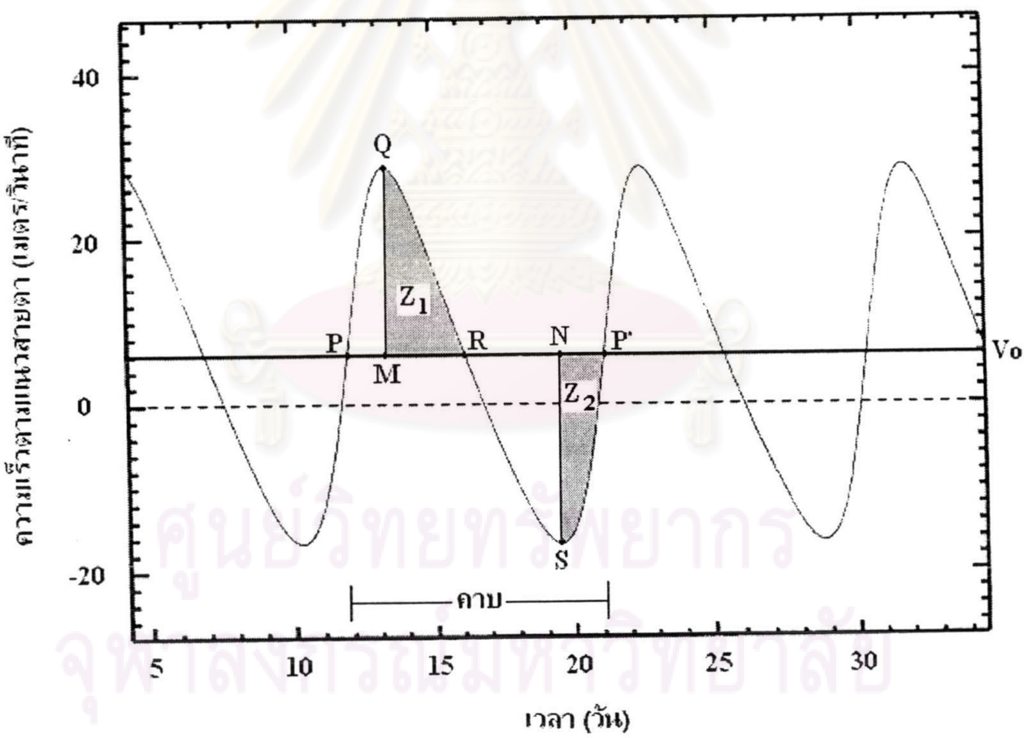
$\frac{dz}{dt}$ เป็นความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์เทียบกับจุดศูนย์กลางมวล

V_o เป็นความเร็วตามแนวสายตาของจุดศูนย์กลางมวลเทียบกับผู้สังเกต

V_R เป็นความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์เทียบกับผู้สังเกต

เราจึงเขียนความสัมพันธ์ได้ว่า

$$V_R = V_o + \frac{dz}{dt} \tag{4.2}$$

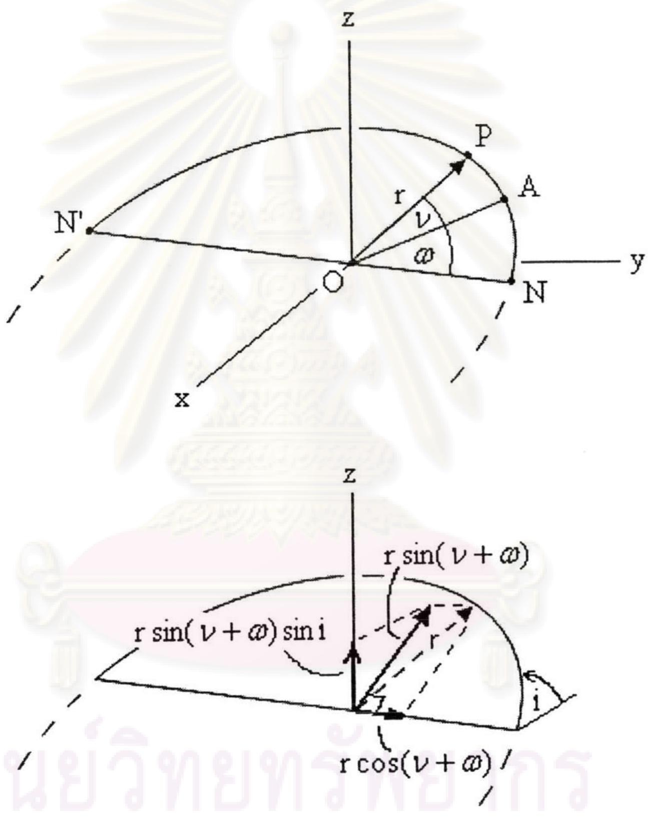


รูปที่ 4.1 เส้นโค้งความเร็ว

เมื่อทราบข้อมูลจากการสังเกต นำความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์เทียบกับผู้สังเกต (V_R) ไปเขียนเป็นแกนตั้ง และเวลา (t) เป็นแกนนอน จากนั้นทำการหาความเร็วตามแนวสายตาของจุดศูนย์กลางมวลเทียบกับผู้สังเกต (V_o) โดยลากเส้นตรงขนานแกนนอนที่ทำให้พื้นที่เหนือแกนเท่ากับพื้นที่ใต้แกน ในรูปที่ 4.1 เส้นตรง $V_o = 6$ เมตร/วินาที เป็นเส้นตรงที่ทำ

ให้พื้นที่ PQR มีค่าเท่ากับพื้นที่ RSP’ (ค่าการกระจัดตามแนวสายตาสุทธิขณะดาวเคลื่อนที่ออกจากผู้สังเกต เท่ากับค่าการกระจัดตามแนวสายตาสุทธิขณะดาวเคลื่อนที่เข้าหาผู้สังเกต) ดังนั้นถ้าเราให้แกน V_o เป็นแกนอ้างอิงใหม่ ค่าของกราฟที่อ่านเทียบกับแกน V_o ก็คือ ความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์เทียบกับจุดศูนย์กลางมวล ($\frac{dz}{dt}$) นั่นเอง เมื่อพิจารณาเส้นกราฟเทียบกับการเคลื่อนที่ครบหนึ่งรอบ คือจากจุด P ถึง P’ จะใช้เวลาเท่ากับหนึ่งคาบด้วย

4.3 การหาหลักมูลทางโคจร



รูปที่ 4.2 ภาพแสดงการหาส่วนประกอบตามแนวสายตาของเวกเตอร์บอกตำแหน่งดาวฤกษ์

เพื่อที่จะทราบความสัมพันธ์ระหว่างเส้นโค้งความเร็ว กับหลักมูลทางโคจร พิจารณาทางโคจรของดาวฤกษ์รอบจุดศูนย์กลางมวลดังรูปที่ 4.2 NN’ คือเส้นของจุดบัพ ซึ่งเป็นแนวตัดกันของระนาบทางโคจรและระนาบท้องฟ้า (ในที่นี้คือระนาบ xy) แนวสายตาชี้ไปตามแกน z ซึ่งตั้งฉากกับ NN’ ให้ (r,ν) เป็นพิกัดเชิงขั้วในระนาบทางโคจรของดาวแม่เทียบเทียบกับจุดศูนย์กลางมวลของระบบ โดยมีส่วนประกอบของ r ตามเส้น NN’ เป็น $r\cos(\nu+\varpi)$ และส่วนประกอบในแนวตั้งฉากกับ NN’ เป็น $r\sin(\nu+\varpi)$ ซึ่งอยู่ในระนาบทางโคจรที่ทำมุม i กับระนาบท้องฟ้า ดังนั้นส่วนประกอบของ r ซึ่งอยู่ในแนวสายตา (แกน z) มีค่าเป็น

$$z = r\sin(\nu+\omega)\sin i \tag{4.3}$$

และอนุพันธ์ของ z เทียบกับเวลาก็คือ ความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์เทียบกับจุดศูนย์กลางมวล

$$\boxed{\frac{dz}{dt} = \sin i\left[r\frac{d\nu}{dt}\cos(\nu+\omega) + \frac{dr}{dt}\sin(\nu+\omega)\right]} \tag{4.4}$$

โดยใช้สมการที่ (2.12) และสมการที่ (2.13) คือ

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\nu} \tag{4.5}$$

และ

$$r^2\frac{d\nu}{dt} = \frac{2\pi a^2\sqrt{1-e^2}}{T} \tag{4.6}$$

จากสมการที่ (4.5) และสมการที่ (4.6) หาค่า $r\frac{d\nu}{dt}$ และ $\frac{dr}{dt}$ แทนเข้าไปในสมการที่ (4.4)

หาค่า $r\frac{d\nu}{dt}$ จากสมการที่ (4.6)

$$r\frac{d\nu}{dt} = \left(\frac{1}{r}\right)\frac{2\pi a^2\sqrt{1-e^2}}{T}$$

แทน r จากสมการที่ (4.5) ลงไป

$$r\frac{d\nu}{dt} = \left(\frac{1+e\cos\nu}{a(1-e^2)}\right)\frac{2\pi a^2\sqrt{1-e^2}}{T}$$

$$\boxed{r\frac{d\nu}{dt} = \frac{2\pi a(1+e\cos\nu)}{T\sqrt{1-e^2}}} \tag{4.7}$$

หาค่า $\frac{dr}{dt}$ จากสมการที่ (4.5)

$$\frac{dr}{dt} = \frac{a(1-e^2)e\sin\nu}{(1+e\cos\nu)^2}\frac{d\nu}{dt} \tag{4.8}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

และสามารถหา $\frac{d\nu}{dt}$ ได้จากสมการที่ (4.6)

$$\frac{d\nu}{dt} = \frac{1}{r^2}\frac{2\pi a^2\sqrt{1-e^2}}{T}$$

แทน r จากสมการที่ (4.5) ลงไป

$$\frac{d\nu}{dt} = \left[\frac{1+e\cos\nu}{a(1-e^2)}\right]^2 \frac{2\pi a^2\sqrt{1-e^2}}{T}$$

$$\frac{d\nu}{dt} = \frac{2\pi(1+e\cos\nu)^2}{T(1-e^2)^{3/2}}$$

แทน $\frac{d\nu}{dt}$ ในสมการที่ (4.8)

$$\frac{dr}{dt} = \frac{a(1-e^2)e\sin\nu}{(1+e\cos\nu)^2}\left[\frac{2\pi(1+e\cos\nu)^2}{T(1-e^2)^{3/2}}\right]$$

$$\boxed{\frac{dr}{dt} = \frac{2\pi ae\sin\nu}{T\sqrt{1-e^2}}} \qquad (4.9)$$

แทนค่า $r\frac{d\nu}{dt}$ และ $\frac{dr}{dt}$ จากสมการที่ (4.7) และสมการที่ (4.9) เข้าไปในสมการที่ (4.4)

$$\frac{dz}{dt} = \sin i\left[\left(\frac{2\pi a(1+e\cos\nu)}{T\sqrt{1-e^2}}\right)\cos(\nu+\omega) + \left(\frac{2\pi ae\sin\nu}{T\sqrt{1-e^2}}\right)\sin(\nu+\omega)\right]$$

$$= \frac{2\pi a\sin i}{T\sqrt{1-e^2}}\left[(1+e\cos\nu)\cos(\nu+\omega) + e\sin\nu\sin(\nu+\omega)\right]$$

$$= \frac{2\pi a\sin i}{T\sqrt{1-e^2}}\left[\cos(\nu+\omega) + e\cos\nu\cos(\nu+\omega) + e\sin\nu\sin(\nu+\omega)\right] \qquad (4.10)$$

จาก $$\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha-\beta)$$

ให้ $\alpha = \nu$ และ $\beta = \nu+\omega$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\cos\nu\cos(\nu+\omega)+\sin\nu\sin(\nu+\omega)=\cos(\nu-(\nu+\omega))$$
$$=\cos\omega$$

แทนไปในสมการที่ (4.10) จะได้

$$\boxed{\frac{dz}{dt}=\frac{2\pi a\sin i}{T\sqrt{1-e^2}}\left[\cos(\nu+\omega)+e\cos\omega\right]} \tag{4.11}$$

กำหนดให้
$$K=\frac{2\pi a\sin i}{T\sqrt{(1-e^2)}} \tag{4.12}$$

สมการที่ (4.11) จึงเขียนได้เป็น

$$\boxed{\frac{dz}{dt}=K\left[\cos(\nu+\omega)+e\cos\omega\right]} \tag{4.13}$$

สมการที่ (4.13) นี้เป็นสมการพื้นฐานที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของความเร็วตามแนวสายตาของดาวฤกษ์ กับหลักมูลทางโคจร โดยปริมาณ a ในสมการที่ (4.11) คือครึ่งแกนเอกของวงโคจรดาวฤกษ์รอบจุดศูนย์กลางมวล ซึ่งจะเป็นคนละค่ากันกับ ครึ่งแกนเอกของดาวเคราะห์ (a_p) ส่วนหลักมูลทางโคจรตัวอื่น ๆ เช่น T, e, i หรือ ω จะมีค่าเท่ากัน ทั้งวงโคจรของดาวฤกษ์และวงโคจรของดาวเคราะห์

ปริมาณทุกตัวทางด้านขวาของสมการที่ (4.11) เป็นค่าคงที่ ยกเว้น ν ซึ่งจะเปลี่ยนค่าไปเรื่อย ๆ ขณะโคจรรอบจุดศูนย์กลางมวล โดยค่า $\frac{dz}{dt}$ จะมีค่ามากที่สุดเมื่อพจน์ $\cos(\nu+\omega)=1$ หรือ $\nu+\omega=0^\circ$ และจะมีค่าน้อยที่สุด (มากที่สุดทางด้านลบ) เมื่อพจน์ $\cos(\nu+\omega)=-1$ หรือ $\nu+\omega=180^\circ$ หมายความว่าค่าความเร็วตามแนวสายตาเทียบกับจุดศูนย์กลางมวลจะมีค่าสูงที่สุดตรงจุดไต่ขึ้น (จุด Q) และต่ำสุดที่จุดไต่ลง (จุด S) ดูรูปที่ 4.1 ประกอบ

ให้ A และ B เป็นค่าสัมบูรณ์ของความเร็วตามแนวสายตาที่จุดไต่ขึ้น และไต่ลง ตามลำดับ

$$A=\left(\frac{dz}{dt}\right)_{max}=K(1+e\cos\omega) \tag{4.14}$$

$$B=\left|\left(\frac{dz}{dt}\right)_{min}\right|=K(1-e\cos\omega) \tag{4.15}$$

หรือ

$$\boxed{K = \frac{A+B}{2}} \tag{4.16}$$

โดยค่า A และ B หาได้โดยตรงจากเส้นโค้งความเร็ว คือระยะ MQ และ NS ในรูปที่ 4.1 ตามลำดับ

เมื่อนำสมการที่ (4.14) ลบกับสมการที่ (4.15) หารด้วยผลบวกของสมการทั้งสอง

$$\boxed{e\cos\omega = \frac{A-B}{A+B}} \tag{4.17}$$

พิจารณารูปที่ 4.1 ให้

$$\text{พื้นที่ QRM} = Z_1 = \int_Q^R \frac{dz}{dt}dt = z_R - z_Q$$

$$\text{พื้นที่ SP'N} = Z_2 = \int_S^{P'} \frac{dz}{dt}dt = z_{P'} - z_S$$

แต่ที่จุด Q และ S เป็นจุดไต่ขึ้น และไต่ลงตามลำดับ ซึ่งอยู่บนระนาบท้องฟ้าพอดี ดังนั้น $z_Q = 0$ และ $z_S = 0$ จะได้ว่า $Z_1 = z_R$ และ $Z_2 = z_{P'}$

จากสมการที่ (4.3) พิจารณาที่จุด R และ P'

$$z_R = Z_1 = r_1 \sin(\nu_1 + \omega)\sin i \tag{4.18}$$

$$z_{P'} = Z_2 = r_2 \sin(\nu_2 + \omega)\sin i \tag{4.19}$$

สมการที่ (4.13) ที่จุด R ความเร็วตามแนวสายตาเทียบกับจุดศูนย์กลางมวลเป็นศูนย์

$$\frac{dz_R}{dt} = K[\cos(\nu_1 + \omega) + e\cos\omega]$$

$$0 = K[\cos(\nu_1 + \omega) + e\cos\omega]$$

$$\cos(\nu_1 + \omega) = -\,e\cos\omega$$

แทนค่า $e\cos\omega$ จากสมการที่ (4.17) จะได้

$$\cos(\nu_1 + \omega) = -\left(\frac{A-B}{A+B}\right) \tag{4.20}$$

จากความสัมพันธ์ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ จะได้

$$\sin(\nu_1 + \omega) = \pm \frac{2\sqrt{AB}}{A + B}$$

ที่จุด R ค่า $\sin(\nu_1 + \omega)$ เป็นบวก เนื่องจากสมการที่ (4.18) พื้นที่เป็นบวก ดังนั้น

$$\sin(\nu_1 + \omega) = \frac{2\sqrt{AB}}{A + B} \qquad (4.21)$$

สมการที่ (4.13) ที่จุด P’ ความเร็วตามแนวสายตาเทียบกับจุดศูนย์กลางมวลเป็นศูนย์

$$\frac{dz_{P'}}{dt} = K[\cos(\nu_2 + \omega) + e\cos\omega]$$

$$0 = K[\cos(\nu_2 + \omega) + e\cos\omega]$$

$$\cos(\nu_2 + \omega) = -e\cos\omega$$

แทนค่า $e\cos\omega$ จากสมการที่ (4.17) จะได้

$$\cos(\nu_2 + \omega) = -\left(\frac{A - B}{A + B}\right) \qquad (4.22)$$

จากความสัมพันธ์ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ จะได้

$$\sin(\nu_2 + \omega) = -\frac{2\sqrt{AB}}{A + B} \qquad (4.23)$$

ใช้เครื่องหมายลบ เนื่องจากสมการที่ (4.19) พื้นที่เป็นลบ จากนั้นพิจารณาสมการที่ (4.18) หารด้วยสมการที่ (4.19) จะได้

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{r_1 \sin(\nu_1 + \omega)}{r_2 \sin(\nu_2 + \omega)}$$

แทนค่า $\sin(\nu + \omega)$ จากสมการที่ (4.21) และ (4.23)

$$\frac{Z_1}{Z_2} = -\frac{r_1}{r_2}$$

ที่เป็นเครื่องหมายลบเนื่องมาจากว่าพื้นที่ Z_2 มีค่าเป็นลบ ดังนั้นถ้าเรากำหนดให้พื้นที่ใต้กราฟเป็นบวกเสมอแล้วจะได้ว่า

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\left|\frac{Z_1}{Z_2}\right| = \frac{r_1}{r_2}$$

แทน r จากสมการที่ (4.5)

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \left(\frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\nu_1}\right)\left(\frac{1+e\cos\nu_2}{a(1-e^2)}\right)$$

$$= \frac{1+e\cos\nu_2}{1+e\cos\nu_1}$$

จาก $$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

ให้ $\alpha = \nu + \omega$ และ $\beta = \omega$

$$\cos\nu = \cos(\nu+\omega)\cos\omega + \sin(\nu+\omega)\sin\omega$$

จะได้

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{1+e\cos(\nu_2+\omega)\cos\omega + e\sin(\nu_2+\omega)\sin\omega}{1+e\cos(\nu_1+\omega)\cos\omega + e\sin(\nu_1+\omega)\sin\omega}$$

แทนค่าจากสมการที่ (4.17), (4.20), (4.21), (4.22) และ (4.23) จะได้

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{2AB - \sqrt{AB}(A+B)e\sin\omega}{2AB + \sqrt{AB}(A+B)e\sin\omega}$$

จัดรูปสมการหาค่า $e\sin\omega$

$$\boxed{e\sin\omega = \frac{2\sqrt{AB}(Z_2 - Z_1)}{(A+B)(Z_2+Z_1)}} \tag{4.24}$$

จากสมการที่ (4.17) และ (4.24) สามารถใช้หาหลักมูลทางโคจร e และ ω ได้ เมื่อค่า A, B, Z_1 และ Z_2 หาได้จากกราฟเส้นโค้งความเร็ว

พิจารณาค่า K จากสมการที่ (4.12) และสมการที่ (4.16)

$$K = \frac{2\pi a\sin i}{T\sqrt{(1-e^2)}} = \frac{A+B}{2}$$

$$a\sin i = \frac{(A+B)T\sqrt{(1-e^2)}}{4\pi} \tag{4.25}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากสมการที่ (4.25) สามารถหาค่าของ $a\sin i$ ได้ เมื่อ a เป็นครึ่งแกนเอกของดาวฤกษ์ ถ้าจะหาครึ่งแกนเอกของดาวเคราะห์ต้องใช้สมการที่ (2.24)

$$a_p{}^3 = (M_s + m_p)T^2$$

เมื่อ T คือคาบทางโคจรมีหน่วยเป็นปี

a_p เป็นครึ่งแกนเอกของดาวเคราะห์ในหน่วย A.U.

$M_s + m_p \approx M_s$ เป็นผลรวมของมวลดาวฤกษ์ และดาวเคราะห์ ในหน่วยจำนวนเท่าของมวลดวงอาทิตย์ ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับมวลของดาวฤกษ์ เนื่องจากดาวเคราะห์มีมวลน้อยกว่ามาก ดังนั้นจึงเขียนได้ใหม่เป็น

$$\boxed{a_p{}^3 = M_s T^2} \qquad (4.26)$$

ถ้าในกรณีหน่วยเอสไอ จะเป็น

$$a_p{}^3 = \left(\frac{GM_S}{4\pi^2}\right)T^2 \qquad (4.27)$$

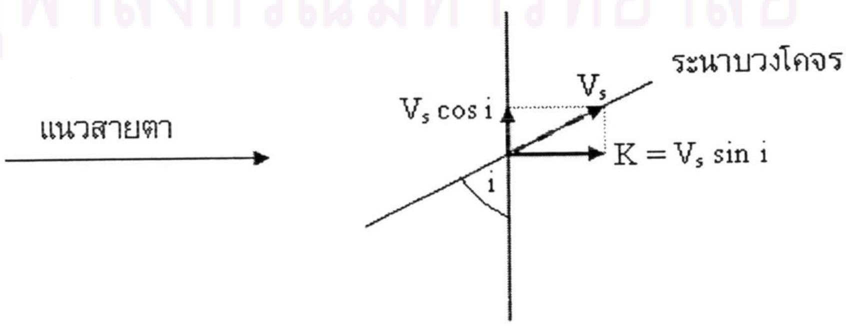
อัตราเร็วเฉลี่ยของดาวเคราะห์ในวงโคจรเป็น

$$v_p = \sqrt{\frac{GM_s}{a_p}}$$
$$= \left(\frac{2\pi\, GM_s}{T}\right)^{1/3}$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (2.19)

$$M_s V_s = m_p v_p \qquad (4.28)$$

เมื่อ V_s เป็นอัตราเร็วเฉลี่ยดาวฤกษ์ในระนาบทางโคจรซึ่งทำมุม i กับระนาบท้องฟ้า



รูปที่ 4.3 ภาพแสดงอัตราเร็วในวงโคจร และอัตราเร็วในแนวสายตา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ส่วนประกอบของค่าความเร็วเฉลี่ยดาวฤกษ์ในวงโคจร V_s แยกเป็นค่าความเร็วเฉลี่ยในแนวสายตา $V_s \sin i$ และค่าความเร็วเฉลี่ยในระนาบท้องฟ้า $V_s \cos i$ ซึ่งตั้งฉากกับแนวสายตา ดังรูปที่ 4.3

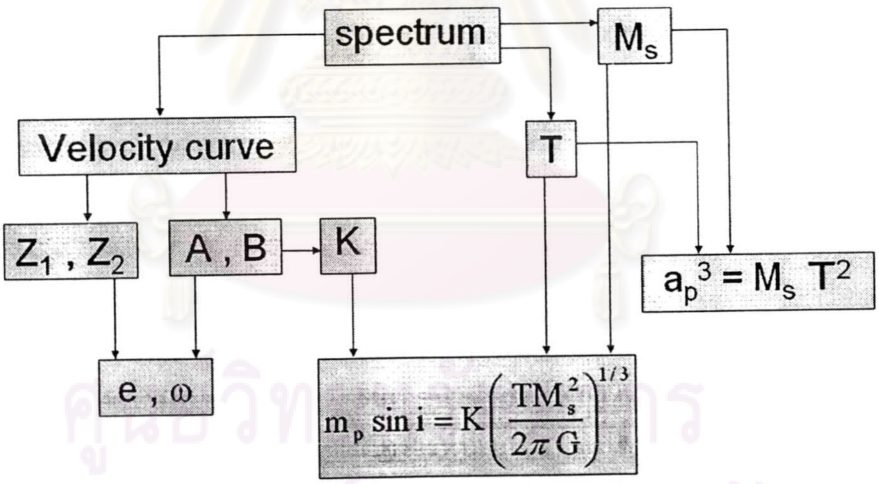
ถ้า K เป็นแอมพลิจูดของอัตราเร็วเฉลี่ยในแนวสายตา สามารถเขียนสมการที่ (4.28) ได้เป็น

$$M_s\left(\frac{K}{\sin i}\right) = m_p\left(\frac{2\pi G M_s}{T}\right)^{1/3}$$

หรือ

$$\boxed{m_p \sin i = K\left(\frac{T M_s^2}{2\pi G}\right)^{1/3}} \qquad (4.29)$$

พิจารณาสมการที่ (4.29) ถ้า $\sin i = 1$ มวลของดาวเคราะห์จะมีค่าน้อยที่สุด ดังนั้น $m_p \sin i$ จึงบอกค่ามวลน้อยที่สุดของดาวเคราะห์ที่เป็นไปได้ โดยทุกปริมาณในสมการที่ (4.29) มีหน่วยเอสไอ



รูปที่ 4.4 แผนภาพแสดงวิธีการวิเคราะห์ด้วยวิธีความเร็วตามแนวสายตา

จากรูปที่ 4.4 เมื่อเราศึกษาสเปกตรัมของดาวทำให้ทราบมวลของดาวฤกษ์ M_s จากแผนภาพแฮรท์สปรุง–รัสเซลล์ ประกอบกับผลการเลื่อนของเส้นสเปกตรัมจะทราบคาบเวลาของทางโคจร T สามารถหาครึ่งแกนเอกของทางโคจรดาวเคราะห์ได้จากสมการที่ (4.26) และความเร็วตามแนวสายตาสามารถนำไปเขียนเส้นโค้งความเร็วเพื่อหาตัวแปร A, B, Z_1 และ Z_2 ได้ จากนั้นใช้สมการที่ (4.17) สมการที่ (4.24) และสมการที่ (4.16) หาค่าความรี e, ระยะแวงของจุดใกล้ดาวฤกษ์ ω และแอมพลิจูดของค่าความเร็วเฉลี่ยในแนวสายตา K สุดท้ายนำค่า K, T และ M_s มาคำนวณหามวลน้อยที่สุดของดาวเคราะห์ได้จากสมการที่ (4.29)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย