การประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์
และการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยง โดยคอปปูลาฟังก์ชัน

นายจักรพงศ์ เกียรติดำรง

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการประกันภัย ภาควิชาสถิติ
คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2554

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository(CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the Graduate School.

ECONOMIC CAPITAL VALUATION AND AGGREGATION PORTFOLIO OF RISKS

VIA COPULA FUNCTION

Mr. Chakkapong Kiatdamrong

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science Program in Insurance

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2011

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ และการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยง โดยคอปปูลาฟังก์ชัน
โดย	นายจักรพงศ์ เกียรติดำรง
สาขาวิชา	การประกันภัย
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร. ฐิติวดี ชัยวัฒน์

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี
(รองศาสตราจารย์ ดร. พสุ เดชะรินทร์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ จลีพร โกลากุล)

.... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(รองศาสตราจารย์ ดร. ฐิติวดี ชัยวัฒน์)

.... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ เสาวรส ใหญ่สว่าง)

.... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ดร. รุ่งพร เริงพิทยา)

จักรพงศ์ เกียรติดำรง : การประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ และการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงโดยคอปปูลาฟังก์ชัน.(ECONOMIC CAPITAL VALUATION AND AGGREGATION PORTFORIO OF RISKS VIA COPULA FUNCTION) อ. ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รศ.ดร. ฐิติวดี ชัยวัฒน์, 135 หน้า.

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์สำหรับความเสี่ยงด้านการประกันภัย โดยใช้อัตราส่วนความเสียหาย ในงานวิจัยนี้ได้รวมความเสี่ยงด้วยคอปปูลาแบบปกติ และคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ที่มีองศาความอิสระเท่ากับ 1 3 5 10 15 20 และ 25 ร่วมกับการประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยง และวิธีมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลาย ข้อมูลที่ใช้ในงานวิจัยนี้ คือ รายงานประจำเดือนของงบกำไรขาดทุนจากการรับประกันภัยของบริษัทประกันวินาศภัยแห่งหนึ่งตั้งแต่เดือนมีนาคม พ.ศ. 2548 ถึง เดือนธันวาคม พ.ศ. 2553 ของการรับประกันภัยทั้งหมด 7 ประเภท คือ การประกันอัคคีภัย การประกันภัยทางทะเลและการขนส่ง การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ การประกันภัยเบ็ดเตล็ด การประกันภัยความเสี่ยงภัยต่อทรัพย์สิน และ การประกันภัยอุบัติเหตุส่วนบุคคล

ผลการวิจัยพบว่าการรวมความเสี่ยงด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1 ให้ผลการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์สูงที่สุด เนื่องจากสามารถอธิบายความสัมพันธ์ที่ไม่อิสระกันได้ดี ส่วนคอปปูลาแบบปกติให้ผลการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ต่ำที่สุด เนื่องจากไม่สามารถอธิบายลักษณะความไม่อิสระกันได้ เมื่อพิจารณาการกระจายความเสี่ยงพบว่า การกระจายความเสี่ยงที่เกิดขึ้นเป็นผลให้บริษัทดำรงเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์น้อยลง โดยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1 ให้ค่าการกระจายความเสี่ยงสูงที่สุด ส่วนคอปปูลาแบบปกติให้ค่าการกระจายความเสี่ยงต่ำที่สุด จึงกล่าวได้ว่าคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1 สามารถอธิบายความสัมพันธ์ส่วนหางได้ดีที่สุดเมื่อพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงของบริษัทมีลักษณะที่ไม่อิสระกัน

ภาควิชา สถิติ ลายมือชื่อนิสิต..
สาขาวิชา การประกันภัย ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก...............
ปีการศึกษา 2554

5281773326 : MAJOR INSURANCE
KEYWORDS : COPULA / ECONOMIC CAPITAL/ VaR / TVaR / LOSS RATIO

CHAKKAPONG KIATDAMRONG : ECONOMIC CAPITAL VALUATION AND AGGREGATION PORTFORIO OF RISKS VIA COPULA FUNCTION. ADVISOR : ASSOC. PROF. THITIVADEE CHAIYAWAT, Ph.D., 135 pp.

This research aims to assess economic capital for underwriting risks by using loss ratio and aggregation portfolio of risks via guassian copula and student 's t copula with degree of freedom 1, 3, 5, 10, 15, 20 and 25. This paper uses value at risk (VaR) and tail value at risk (TVaR) to measure risks. The data used in this research are drawn from the income statement of a non-life insurance company reported monthly from march 2008 to december 2010. This research classifies business units into 7 groups : fire insurance, marine & transportation insurance, compulsory automobile insurance, voluntary automobile insurance, miscellaneous insurance, industrial all risks insurance and personal accident insurance.

The result shows that economic capital of aggregation portfolio of risks using student 's t copula with 1 degree of freedom gives highest value. This is able to explain correlation of tails distribution. However, guassian copula yields the lowest economic capital since this ignores the tail dependence of each business line. Considering the diversification benefit it seems that student 's t copula with 1 degree of freedom yields maximum diversification benefit while guassian copula yields minimum diversification benefit. Therefore, student 's t copula with 1 degree of freedom gives the best performance if firm has an insurance dependent risks between each line of business and especially when firm faces catastrophe.

Department : Statistics	Student's Signature ....
Field of Study : Insurance	Advisor's Signature ....
Academic Year : 2011	

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีจากรองศาสตราจารย์ ดร. ฐิติวดี ชัยวัฒน์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้เสียสละเวลาให้คำปรึกษา คำแนะนำ และประสบการณ์ต่างๆให้แก่ผู้วิจัย ตลอดจนคอยติดตามการทำวิทยานิพนธ์ด้วยความปรารถนาดี จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณท่านอาจารย์มา ณ ที่นี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ จลีพร โกลากุล รองศาสตราจารย์ เสาวรส ใหญ่สว่าง และ ดร.รุ่งพร เริงพิทยา ที่กรุณาสละเวลาอันมีค่ามาเป็นกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และกรุณาตรวจแก้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น นอกจากนี้ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. สุวาณี สุรเสียงสังข์ ที่คอยให้คำปรึกษา และชี้แนะแนวทางต่างๆในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้แก่ผู้วิจัย

ผู้วิจัยขอขอบคุณ คุณมนสันต์ มฤคทัต คุณกรกฎ วัฒนวีร์ คุณชินา กอสนาน คุณวรวุฒิ ปิยอารยะนันท์ และเพื่อนๆสาขาการประกันภัยทุกท่าน ที่คอยให้การสนับสนุน ให้คำปรึกษาต่างๆในการทำวิทยานิพนธ์ และคอยเป็นกำลังใจด้วยดีเสมอมา รวมถึงผู้ให้การสนับสนุนการทำวิทยานิพนธ์ท่านอื่นๆที่ไม่ได้เอ่ยนามมา ณ ที่นี้ด้วย

ท้ายที่สุดนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่ได้ให้การสนับสนุนและคอยช่วยเหลือผู้วิจัยในทุกๆด้านด้วยดีเสมอมา ตลอดจนสมาชิกในครอบครัวทุกท่านที่คอยเป็นกำลังใจให้การทำวิทยานิพนธ์ครั้งนี้สำเร็จลุล่วง

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย…………………………………………………………………	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..	จ
กิตติกรรมประกาศ..	ฉ
สารบัญ...	ช
สารบัญตาราง...	ฌ
สารบัญภาพ..	ฎ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา………………………………………	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย……………………………………………………..	5
1.3 ขอบเขตของการวิจัย………………………………………………………….	5
1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น…………………………………………………………....	6
1.5 ข้อจำกัดของการวิจัย………………………………………………………….	6
1.6 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย………………………………………………….	6
1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ…………………………………………………….	7
1.8 วิธีดำเนินการวิจัย…………………………………………………………..…	7
1.9 ลำดับขั้นตอนในการเสนอผลการวิจัย...	8
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง……………………………………………………..	9
2.1 แนวคิดและทฤษฎี……………………………………………………………….	9
2.2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง………………………………………………..	35
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย…………………………………………………………………..	40
3.1 ข้อมูลสำหรับการประมาณค่า……………………………………………………..	40
3.2 การเตรียมข้อมูล………………………………………………………………	42
3.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์การแจกแจงเดี่ยว…………………………………….	47
3.4 การหาอันดับความสัมพันธ์ร่วมแบบสเปียร์แมน…………………………………….	51
3.5 การสร้างคอปปูลา……………………………………………………………….	55
3.6 การจำลองตัวแบบรวมความเสียหาย……………………………………………...	57
3.7 การประเมินความเสี่ยงและเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์…………………………	59

หน้า
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล…………………………………………………………………… 61
4.1 ข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่า……………………………………..………………..... 61
4.2 ค่าพารามิเตอร์ของการแจกกแจงเดี่ยว…………………………………………...………. 64
4.3 ผลการหาอันดับความสัมพันธ์ร่วมแบบสเปียร์แมน……………………….………… 75
4.4 ผลการสร้างคอปปูลา... 77
4.5 ผลการจำลองตัวแบบรวมความเสียหาย…………………………………….….. 86
4.6 ผลการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์……………………………………....... 97
4.7 การเปรียบเทียบผลของการกระจายความเสี่ยง…………………………….…..... 104
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ…………………………………….…. 113
5.1 สรุปผลการวิจัย……………………………………………………………….…. 113
5.2 อภิปรายผลการวิจัย……………………………………………………….…….. 116
5.3 ข้อเสนอแนะ…………………………………………………………….……... 118
รายการอ้างอิง………………………………………………………………..…… 120
ภาคผนวก……………………………………………………………………………. 123
ภาคผนวก ก……………………………………………………………………….. 124
ภาคผนวก ข……………………………………………………………………….. 128
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์…………………………………………………………… 135

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1.1	แสดงความเสี่ยงที่เกิดขึ้นกับบริษัทประกันภัย………………………………….	2
1.2	แสดงประเภทความเสี่ยงและความหมาย………………………………………	2
3.1	แสดงประเภทในการรับประกันภัย……………………………………………	41
3.2	แสดงสมมติฐานความสัมพันธ์ร่วมของธุรกิจแต่ละประเภท……..……..………	54
4.1	แสดงผลการทดสอบทางสถิติของอัตราส่วนความเสียหายสำหรับกรณีที่ 1…...	62
4.2	แสดงผลการทดสอบทางสถิติของอัตราส่วนความเสียหายสำหรับกรณีที่ 2…...	63
4.3	แสดงค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยวสำหรับกรณีที่ 1………………...…..	68
4.4	แสดงค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยวสำหรับกรณีที่ 2………………….....	73
4.5	แสดงคุณสมบัติของการแจกแจงเดี่ยว………...………………………………...	74
4.6	แสดงผลการหาอันดับความสัมพันธ์ร่วมแบบสเปียร์แมนสำหรับกรณีที่ 1……..	75
4.7	แสดงผลการหาอันดับความสัมพันธ์ร่วมแบบสเปียร์แมนสำหรับกรณีที่ 2 ….....	75
4.8	แสดงผลการประมาณค่าความสัมพันธ์แบบอ้างอิง…..………………………...	76
4.9	แสดงผลการทดสอบทางสถิติของการแจกแจงการรวมความเสียหายสำหรับกรณีที่ 1………………………………………………………………………	90
4.10	แสดงผลการทดสอบทางสถิติของการแจกแจงการรวมความเสียหายสำหรับกรณีที่ 2………………………………………………………………………	96
4.11	แสดงผลการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์เมื่อพิจารณาการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงสำหรับกรณีที่ 1…………………………………………	98
4.12	แสดงผลการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์เมื่อพิจารณาพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงแยกประเภทสำหรับกรณีที่ 1…………………………………………	99
4.13	แสดงผลการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์เมื่อพิจาณาการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงสำหรับกรณีที่ 2…………………………………………	100
4.14	แสดงผลการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์เมื่อพิจารณาพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงแยกประเภทสำหรับกรณีที่ 2…………………………………………	100
4.15	เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่ต้องดำรงของอัตราส่วนความเสียหายสุทธิ	

ตารางที่		หน้า
	(กรณีที่ 1)…………………………………………………………………..…	101
4.16	เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ของอัตราส่วนความเสียหายรวม (กรณีที่ 2) …….	102
4.17	แสดงผลการกระจายความสำหรับกรณีที่ 1………………..…………………….	105
4.18	แสดงผลการกระจายความเสี่ยงระหว่างคอปปูลาแต่ละประเภทสำหรับกรณีที่1	106
4.19	แสดงผลการกระจายความเสี่ยงสำหรับกรณีที่ 2………………………………..	108
4.20	แสดงผลการกระจายความเสี่ยงระหว่างคอปปูลาแต่ละประเภทสำหรับกรณีที่2	109
5.1	แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความสัมพันธ์ส่วนหางสำหรับคอปปูลาแบบ สติวเดนท์ ที..	118

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
2.1	แสดงความหมายของเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์................................	12
2.2	แสดงการประเมินความเสี่ยง ณ ระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด........................	32
3.1	แสดงแนวคิดเรื่องการคำนวณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน.........................	44
4.1	แสดงอัตราส่วนความเสียหายแต่ละช่วงเวลาสำหรับกรณีที่ 1.....................	61
4.2	แสดงอัตราส่วนความเสียหายแต่ละช่วงเวลาสำหรับกรณีที่ 2.....................	63
4.3	แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันอัคคีภัย สำหรับกรณีที่ 1..	64
4.4	แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยทางทะเล และการขนส่งสำหรับกรณีที่ 1...	65
4.5	แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยรถยนต์ ภาคบังคับสำหรับกรณีที่ 1..	65
4.6	แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยรถยนต์ ภาคสมัครใจสำหรับกรณีที่ 1...	66
4.7	แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยเบ็ดเตล็ด สำหรับกรณีที่ 1..	66
4.8	แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยความ เสี่ยงภัยต่อทรัพย์สินสำหรับกรณีที่ 1..	67
4.9	แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยอุบัติเหตุ ส่วนบุคคลสำหรับกรณีที่ 1...	67
4.10	แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงเดี่ยวสำหรับกรณีที่ 1...............	69
4.11	แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันอัคคีภัย สำหรับกรณีที่ 2..	69
4.12	แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยทางทะเล และการขนส่งสำหรับกรณีที่ 2...	70
4.13	แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยรถยนต์	

ภาพที่		หน้า
	ภาคบังคับสำหรับกรณีที่ 2…………………………………………………………	70
4.14	แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจสำหรับกรณีที่ 2…………………………………………………	71
4.15	แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยเบ็ดเตล็ดสำหรับกรณีที่ 2………………………………………………………………	71
4.16	แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยความเสี่ยงภัยต่อทรัพย์สินสำหรับกรณีที่ 2…………………………………………	72
4.17	แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยอุบัติเหตุส่วนบุคคลสำหรับกรณีที่ 2……………………………………………………	72
4.18	แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงเดี่ยวสำหรับกรณีที่ 2……………	74
4.19	แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบปกติ(Guassian)สำหรับกรณีที่ 1…………………………………............………..	77
4.20	แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1(T, v=1)สำหรับกรณีที่ 1………………	78
4.21	แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 3 (T, v=3)สำหรับกรณีที่ 1………………	78
4.22	แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 5 (T, v=5)สำหรับกรณีที่ 1………………	79
4.23	แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ10(T, v=10)สำหรับกรณีที่1……………..	79
4.24	แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ15(T, v=15)สำหรับกรณีที่1……………..	80
4.25	แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ20(T, v=20)สำหรับกรณีที่1……………..	80
4.26	แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ25(T, v=25)สำหรับกรณีที่1……………..	81
4.27	แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบ	

ภาพที่		หน้า
	ปกติ(Guassian)สำหรับกรณีที่ 2…………………………………..…………...	81
4.28	แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบ สติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1 (T, v=1)สำหรับกรณีที่ 2………………	82
4.29	แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบ สติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 3 (T, v=3)สำหรับกรณีที่ 2………………	82
4.30	แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบ สติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 5 (T, v=5)สำหรับกรณีที่ 2………………	83
4.31	แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบ สติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ10(T, v=10)สำหรับกรณีที่2……………..	83
4.32	แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบ สติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ15(T, v=15)สำหรับกรณีที่2……………..	84
4.33	แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบ สติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ20(T, v=20)สำหรับกรณีที่2……………..	84
4.34	แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบ สติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ25(T, v=25)สำหรับกรณีที่2……………..	85
4.35	แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบปกติสำหรับกรณีที่1	86
4.36	แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1 สำหรับกรณีที่ 1……………………………………..	87
4.37	แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 3 สำหรับกรณีที่ 1……………………………………..	87
4.38	แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 5 สำหรับกรณีที่ 1………………………………….....	88
4.39	แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 10 สำหรับกรณีที่ 1…………………………………...	88
4.40	แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 15 สำหรับกรณีที่ 1……………………………………	89
4.41	แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที	

ภาพที่		หน้า
	องศาความอิสระเท่ากับ 20 สำหรับกรณีที่ 1……………………………………	89
4.42	แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 25 สำหรับกรณีที่ 1……………………………………	90
4.43	แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบปกติสำหรับกรณีที่2	92
4.44	แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1 สำหรับกรณีที่ 2……………………………………..	92
4.45	แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 3 สำหรับกรณีที่ 2……………………………………..	93
4.46	แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 5 สำหรับกรณีที่ 2………………………………….....	93
4.47	แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 10 สำหรับกรณีที่ 2……………………………………	94
4.48	แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 15 สำหรับกรณีที่ 2……………………………………	94
4.49	แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 20 สำหรับกรณีที่ 2……………………………………	95
4.50	แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 25 สำหรับกรณีที่ 2……………………………………	95
4.51	แสดงระดับเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ของคอปปูลาแต่ละประเภทที่ระดับ ความเชื่อมั่นต่างๆสำหรับกรณีที่ 1………………………………………………	103
4.52	แสดงระดับเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ของคอปปูลาแต่ละประเภทที่ระดับ ความเชื่อมั่นต่างๆสำหรับกรณีที่ 2………………………………………………	103
4.53	แสดงผลของคอปปูลาที่มีต่อการกระจายความเสี่ยงสำหรับกรณีที่ 1…………..	110
4.54	แสดงผลของคอปปูลาที่มีต่อการกระจายความเสี่ยงสำหรับกรณีที่ 2…………..	111
4.55	แสดงผลของการกระจายความเสี่ยงของตัวแบบรวมความเสียหายภายใต้ คุณสมบัติของคอปปูลา…………………………………………………………	111

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

สถานการณ์โลกในยุคปัจจุบันมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว และมีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น ทั้งในด้านเศรษฐกิจ สังคม หรือแม้แต่สิ่งแวดล้อม การเปลี่ยนแปลงนี้จึงส่งผลกระทบทั้งทางตรงและทางอ้อมโดยที่ไม่อาจหลีกเลี่ยงผลกระทบดังกล่าวได้ เช่นเดียวกันกับการดำรงสถานะเป็นมนุษย์ซึ่งจะต้องเผชิญกับการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวด้วย การเปลี่ยนแปลงดังกล่าวอาจกล่าวได้ว่าเป็นความเสี่ยงที่จะส่งผลกระทบต่อการดำเนินชีวิตประจำวัน จึงมีความจำเป็นที่จะต้องหาเครื่องมือต่างๆมาป้องกันความเสี่ยงที่จะเกิดขึ้น โดยที่เครื่องมือนั้นต้องมีความคุ้มค่า ปลอดภัย สมเหตุสมผล และสร้างอรรถประโยชน์ในการคุ้มครองความเสียหายที่เกิดจากความเสี่ยงทั้งในปัจจุบันและในอนคต การประกันภัยจึงเป็นเครื่องมือหนึ่งที่ใช้ในการป้องกันความเสี่ยงที่จะเกิดขึ้น โดยที่ผู้ซื้อกรมธรรม์จะต้องชำระเบี้ยประกันภัยให้แก่บริษัทรับประกันภัย แล้วบริษัทประกันภัยจะจ่ายค่าสินไหมทดแทนให้เมื่อมีความเสียหายเกิดขึ้น บริษัทประกันภัยจึงทำหน้าที่เป็นผู้รับโอนความเสี่ยงจากผู้ถือกรมธรรม์และนำความเสี่ยงดังกล่าวไปบริหารจัดการให้เกิดผลกำไรเพื่อนำมาจ่ายเป็นค่าสินไหมทดแทนให้แก่ผู้ถือกรมธรรม์ ดังนั้นการประกันภัยจึงถูกจัดให้เป็นธุรกิจที่เกี่ยวข้องกับการจัดการความเสี่ยงด้วยวิธีการทางการเงินซึ่งมุ่งที่จะบรรเทาภาระความเสียหายที่อาจจะเกิดขึ้น

การจัดการความเสี่ยงที่เกิดขึ้นในการดำเนินธุรกิจประกันภัยจึงเป็นสิ่งสำคัญ โดยเฉพาะการวิเคราะห์ความเสียหายโดยการสร้างเทคนิคต่างๆเพื่อจัดการกับความเสียหายนั้น เมื่อจัดการความเสี่ยงนั้นได้แล้วการดำเนินธุรกิจก็จะมีความราบรื่น บริษัทประกันภัยจึงจำเป็นจะต้องมีการประเมินความเสี่ยงเพื่อให้รับรู้ถึงความสามารถ หรือขีดจำกัดในการรับประกันภัยเพื่อสร้างความมั่นใจต่อผู้ถือกรมธรรม์ว่าบริษัทมีความมั่นคงทางการเงิน และมีความสามารถในการชำระค่าสินไหมทดแทนได้ จึงทำให้เกิดการพัฒนาวิธีการในการบริหารความเสี่ยงในรูปแบบต่างๆ เพื่อให้ธุรกิจสามารถดำเนินการต่อไปได้

1.1.1 **ความเสี่ยงของธุรกิจประกันภัย**(Doff., 2007)

ความเสี่ยงสามารถให้คำจำกัดความได้ว่า เป็นผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นในอนาคตและต่างไปจากความคาดหวังที่ตั้งไว้ โดยทั่วไปความเสี่ยงมักจะมองไปในผลทางลบซึ่งเราจะเรียกว่าความเสี่ยงที่แท้จริง(Pure risk) เช่น ความเสี่ยงที่เกิดจากแผ่นดินไหว ขโมย หรือความเสียหายต่างๆ แต่ในด้านการเงินความเสี่ยงมีทั้งด้านบวก และด้านลบ จึงเรียกความเสี่ยงที่เกิดขึ้นว่าความเสี่ยงจากการเก็งกำไร(Speculative risk) ความเสี่ยงที่เกิดขึ้นกับบริษัทประกันภัยมีรายละเอียดแสดงไว้ในตารางที่ 1.1

ตารางที่ 1.1 แสดงความเสี่ยงที่เกิดขึ้นกับบริษัทประกันภัย

ชื่อความเสี่ยง	ประเภทความเสี่ยง
ความเสี่ยงจากการลงทุน (Investment risk)	ความเสี่ยงด้านการตลาด(Market risk)
	ความเสี่ยงด้านเครดิต(Credit risk)
	ความเสี่ยงด้านสภาพคล่อง(Liquidity risk)
ความเสี่ยงด้านการประกันภัย (Underwriting risk)	ความเสี่ยงด้านเบี้ยประกันภัย(Premium risk)
	ความเสี่ยงด้านเงินสำรองประกันภัย(Reserve risk)
	ความเสี่ยงที่จะเกิดมหันตภัย(Catastrophe risk)
ความเสี่ยงที่ไม่เกี่ยวข้องทางการเงิน (Non-financial risk)	ความเสี่ยงด้านการดำเนินงาน(Operational risk)
	ความเสี่ยงด้านธุรกิจ(Business risk)

ตารางที่ 1.2 แสดงประเภทความเสี่ยงและความหมาย

ประเภทความเสี่ยง	ความหมาย
ความเสี่ยงด้านการตลาด(Market risk)	ความเสี่ยงที่เกิดจาก อัตราดอกเบี้ย มูลค่าหุ้น อัตราแลกเปลี่ยน ราคาอสังหาริมทรัพย์
ความเสี่ยงด้านเครดิต(Credit risk)	ความเสี่ยงที่เกิดจากการผิดชำระหนี้ หรือการถูกลดอันดับเครดิตของคู่ค้า
ความเสี่ยงด้านสภาพคล่อง(Liquidity risk)	ความเสี่ยงที่ไม่คาดว่าจะมีมูลค่าสูงเมื่อมีข้อผูกพันต่อความเสียหายที่เกิดขึ้นทั้งหมด

ตารางที่ 1.2 (ต่อ)

ความเสี่ยงด้านเบี้ยประกันภัย(Premium risk)	ความเสี่ยงที่เกิดจากความแตกต่างหรือการเรียกร้องค่าสินไหมสูงเพียงช่วงเวลาใดเวลาหนึ่งจึงทำให้มีเงินสำรองที่เกิดจากเบี้ยประกันภัยไม่เพียงพอต่อค่าสินไหมทดแทนนั้น
ความเสี่ยงด้านเงินสำรองประกันภัย (Reserve risk)	
ความเสี่ยงที่จะเกิดมหันตภัย (Catastrophe risk)	ความเสี่ยงที่จะเกิดภัยขนาดใหญ่และมูลค่าความเสียหายสูง
ความเสี่ยงด้านการดำเนินงาน (Operational risk)	ความเสี่ยงที่เกิดจากความเสียหายเนื่องจากกระบวนการ มนุษย์ ระบบ และปัจจัยอื่น
ความเสี่ยงด้านธุรกิจ(Business risk)	ความเสี่ยงที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงจากการแข่งขันในธุรกิจ

การป้องกันความเสี่ยงด้านการประกันภัยมีแนวทาง 3 วิธี คือ

1 การควบคุมความเสี่ยง(Risk control) โดยความเสี่ยงใดมีความสำคัญก็ใช้กระบวนการต่างๆเพื่อควบคุมความเสี่ยงนั้น

2 การควบคุมความเสี่ยงด้านการการเงิน (Risk financing) ให้ความสำคัญ ไปที่วัฏจักรที่มีความเกี่ยวข้องกับการเงิน เช่นการเก็บความเสี่ยงที่ดีไว้เอง การถ่ายโอนความเสี่ยง และการสร้างเกราะป้องกันความเสี่ยง เป็นต้น

3 การลดความเสี่ยง(Risk reduction) เป็นการลดการกระทำกิจกรรมที่อาจก่อให้เกิดความเสี่ยงสูง อันจะเป็นเหตุให้บริษัทขาดความมั่นคงหรือขาดสภาพคล่อง เพื่อช่วยลดผลกระทบต่อความมั่นคงของบริษัท

บริษัทประกันภัยจึงอาจใช้แนวทางในการป้องกันความเสี่ยงทั้ง 3 ประเภทเพื่อบริหารความเสี่ยงโดยการกระจายความเสี่ยง ซึ่งเป็นวิธีการที่ดีและประหยัดต้นทุน และการประเมินเงินกองทุนเพื่อใช้เป็นแนวกันชน(Buffer capital) จากแนวทางการป้องกันความเสี่ยงที่กล่าวในข้างต้น ในงานวิจัยนี้จึงให้ความสำคัญกับความเสี่ยงด้านการประกันภัย โดยการบริหารความเสี่ยงด้านเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ เนื่องจากเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์เป็นเงินกองทุนที่ใช้ในการรองรับความเสี่ยงที่อาจส่งผลให้เกิดความเสียหายต่อบริษัท นอกจากนี้ยังสามารถใช้รองรับ

ความเสียหายในกรณีที่เกิดมหัตภัย หรือในกรณีที่เกิดวิกฤติการเงินขึ้นภายในบริษัท เป็นผลให้ภาระในการชำระค่าสินไหมทดแทนมีมูลค่ามากกว่าสินทรัพย์ของบริษัท และมีประโยชน์ต่อบริษัทเพราะบริษัทสามารถกระจายความเสี่ยงภายใต้เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่ประเมินได้

การคำนวณเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ในอดีตมีลักษณะการคำนวณแบบง่ายๆ โดยการเสนอมาจากฝ่ายปฏิบัติการ(Bottom up) หรือเป็นการคำนวณแยกตามประเภทของความเสี่ยงแล้วนำผลลัพธ์ที่ได้มารวมกัน หรือการหาความสัมพันธ์ในพอร์ตโฟลิโอด้วยค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation coefficient) ร่วมกับการหาความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วม(Variance and Covariance) โดยการกำหนดระดับความเชื่อมั่นที่เหมาะสมเพื่อดูอิทธิพลของการกระจายความเสี่ยงแล้วคำนวณหาระดับเงินกองทุน แต่การใช้วิธีข้างต้นอาจละเลยความสัมพันธ์ที่แท้จริงของความเสี่ยงแต่ละประเภทได้ เนื่องจากความเสี่ยงที่บริษัทประสบอยู่อาจจะไม่เป็นอิสระต่อกันแต่อาจมีความสัมพันธ์ระหว่างกัน (Inter correlation) ซึ่งส่งผลต่อการประเมินความเสี่ยงและอาจทำให้ค่าสัมประสิทธิสหสัมพันธ์มีลักษณะไม่เป็นเส้นตรง(ปิยะวดี โชวิฑูลกิจ, 2550) จึงมีการนำแนวคิดเรื่องคอปปูลาฟังก์ชันมาสร้างการแจกแจงร่วม(Joint distribution) เมื่อการแจกแจงร่วมนั้นมีลักษณะความสัมพันธ์ที่ไม่อิสระกัน นอกจากนี้คอปปูลาฟังก์ชันจัดได้ว่าเป็นฟังก์ชันที่มีลักษณะยืดหยุ่นและสามารถแยกลักษณะการแจกแจงเดี่ยว (Marginal distribution) ในส่วนหางของการแจกแจงที่มีทั้งลักษณะหนาและบางได้ดี(Tang,2004) นอกจากนี้ยังให้ความสำคัญในการดำรงเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์แบบรวมความเสี่ยงจากประเภทของธุรกิจต่างๆ เนื่องจากการกำหนดสมมติฐานของพอร์ตโฟลิโอในการรับประกันภัยว่าไม่มีความอิสระต่อกัน และอาจส่งผลต่อการกระจายความเสี่ยงซึ่งจะทำบริษัทสามารถลดจำนวนเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ได้ นอกจากนี้ในการประเมินความเสี่ยงได้นำวิธีมูลค่าความเสี่ยง (Value at risk) และวิธีมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลาย (Tail value at risk) มาประกอบในการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ วิธีการทั้งสองจะแสดงถึงโอกาสที่เป็นไปได้มากที่สุดที่ความเสียหายนั้นจะมีมูลค่าสูง ดังนั้น การประเมินความเสี่ยงจึงช่วยชี้ให้เห็นถึงระดับเงินกองทุนเพื่อรองรับความเสียหาย

ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงให้ความสำคัญในการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ โดยมีสมมติฐานว่าความเสี่ยงในพอร์ตโฟลิโอไม่เป็นอิสระต่อกัน และช่วยกระจายความเสี่ยงในพอร์ตโฟลิโอทำให้เกิดการใช้ทรัพยากรที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด นอกจากนี้ยังเป็นการพัฒนาตัวแบบในการบริหารความเสี่ยงเพื่อให้สอดคล้องและเป็นไปตามมาตรฐานสากลของ สมาคมนัก

คณิตศาสตร์ประกันภัยนานาชาติ(International Actuarial Association: IAA) และ กรอบความเพียงพอของเงินกองทุนและความมั่นคงของบริษัทประกันภัยโดย สมาคมผู้กำกับดูแลธุรกิจประกันภัยนานาชาติ (International Association of Insurance Supervisors: IAIS)(2002) นอกจากนี้เพื่อให้การพัฒนามีความทันสมัย และสามารถเทียบเคียงได้กับ ระบบ โซลเวนซีทู (Solvency II) ของสหภาพยุโรปที่จะมีการบังคับใช้ในปี ค.ศ.2014

1.2 **วัตถุประสงค์ของการวิจัย**

1. ประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ โดยใช้อัตราส่วนความเสียหาย (Loss ratio)
2. เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ จากคอปปูลาแบบปกติ และ คอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที
3. เปรียบเทียบผลของการกระจายความเสี่ยง เมื่อเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์คำนวณโดยไม่มีการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยง และ มีการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยง

1.3 **ขอบเขตของการวิจัย**

1. ข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่าอัตราส่วนความเสียหาย (Loss ratio) คือ เบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้ (Earned premium) และค่าสินไหมที่เกิดขึ้น(Incurred claims) โดยเริ่มตั้งแต่เดือน มีนาคม พ.ศ. 2548 ถึง เดือน ธันวาคม พ.ศ. 2553 ของบริษัทประกันภัยแห่งหนึ่ง
2. จำแนกอัตราส่วนความเสียหาย (Loss ratio) ตามประเภทของการรับประกันภัย ดังนี้
    - ก. การประกันอัคคีภัย(Fire insurance)
    - ข. การประกันภัยทางทะเลและการขนส่ง(Marine & transportation insurance)
    - ค. การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ(Compulsory automobile insurance)
    - ง. การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ(Voluntary automobile insurance)
    - จ. การประกันภัยเบ็ดเตล็ด(Miscellaneous insurance)
    - ฉ. การประกันภัยความเสี่ยงภัยต่อทรัพย์สิน(Industrial all risks insurance)
    - ช. การประกันภัยอุบัติเหตุส่วนบุคคล(Personal accident insurance)

3. สร้างฟังก์ชันการแจกแจงร่วมด้วย ฟังก์ชันคอปปูลาแบบปกติ และ ฟังก์ชันคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที โดยกำหนดให้ฟังก์ชันคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที มีองศาความอิสระ v = 1 3 5 10 15 20 และ 25

4. ประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงและวิธีมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลาย

5. ช่วงความเชื่อมั่นที่ใช้ในการประเมินความเสี่ยงคือ 90 95 และ 99 เปอร์เซนต์

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น

พอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงของบริษัทมีลักษณะความเสี่ยงที่ไม่เป็นอิสระต่อกัน(Dependent)

1.5 ข้อจำกัดของการวิจัย

ข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่าอัตราส่วนความเสียหาย (Loss ratio) ใช้ข้อมูลรายเดือน โดยเริ่มตั้งแต่เดือน มีนาคม พ.ศ. 2548 ถึง เดือน ธันวาคม พ.ศ. 2553 ของบริษัทประกันภัยแห่งหนึ่งเท่านั้น

1.6 คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

การประกันภัยทางทะเลและการขนส่ง (Marine & transportation insurance) หมายถึง การประกันภัยตัวเรือ (Hull) และ การประกันภัยสินค้า(Cargo)

การประกันภัยเบ็ดเตล็ด (Miscellaneous insurance) หมายถึง การประกันภัยความรับผิดต่อบุคคลภายนอก (Public liability) การประกันภัยวิศวกรรม (Engineering insurance) การประกันภัยอากาศยาน (Aviation insurance) การประกันภัยสุขภาพ (Health insurance) การประกันภัยพืชผล (Crop insurance) และการประกันภัยเบ็ดเตล็ดอื่นๆ (Other insurance)

อัตราส่วนความเสียหายรวม(Gross loss ratio) หมายถึง อัตราส่วนความเสียหายที่คำนวณจากเบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้ และค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้น จากการรับประกันภัยโดยตรง(ก่อนจะมีการประกันภัยต่อ)บวกกับการรับประกันภัยต่อ

อัตราส่วนความเสียหายสุทธิ(Net loss ratio) หมายถึง อัตราส่วนความเสียหายที่คำนวณจากเบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้ และค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นจากการรับประกันภัยโดยตรงบวกการรับประกันภัยต่อและหักออกจากการประกันภัยต่อ

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.ทราบผลของการพิจารณาความเสี่ยงแบบรวมความเสียหายซึ่งเป็นปัจจัยในการคำนวณเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ เมื่อในองค์กรมีประเภทของธุรกิจหลายประเภทซึ่งแต่ละประเภทมีความสัมพันธ์ที่ขึ้นต่อกัน

2. องค์กรที่กำกับดูแลธุรกิจประกันภัย และผู้บริหารบริษัท สามารถใช้ในการตรวจสอบและกำกับดูแลสถานะความมั่นคงของบริษัทในกรณีที่อาจจะเกิดเหตุการณ์ที่ไม่คาดหวังขึ้น เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์จะทำให้ธุรกิจสามารถดำเนินต่อไปได้

3. สามารถใช้เป็นแนวทางเบื้องต้นในการพัฒนาตัวแบบขึ้นใช้ภายในองค์กรต่างๆ เมื่อทราบว่าความเสี่ยงแต่ละชนิดไม่เป็นอิสระต่อกัน รวมถึงเป็นแนวทางในการประยุกต์งานวิจัยนี้โดยการนำทฤษฎีใหม่ๆมาปรับใช้เพื่อให้เกิดความเหมาะสมต่อไป

1.8 วิธีดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาและค้นคว้าเอกสาร ตำรา งานวิจัย รวมถึงทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง
2. ศึกษารูปแบบของฟังก์ชันคอปปูลาในกลุ่ม อีลิปติเคิล(Elliptical)
3. เก็บรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้อง
4. ปรับเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปของ อัตราส่วนความเสียหาย และประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยว(Marginal distributions) ที่เหมาะสม
5. ศึกษาเมตริกซ์ความสัมพันธ์ร่วมระหว่างประเภทของธุรกิจจากข้อมูลในอดีต
6. สร้างคอปปูลาด้วย ฟังก์ชันคอปปูลาแบบปกติ และคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ที่มีองศาความอิสระ v = 1 3 5 10 15 20 และ 25
7. สร้างตัวแบบรวมความเสียหายด้วยการจำลอง(Simulation)
8. คำนวณระดับเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ภายใต้การประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยง และ วิธีมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลาย
9. เปรียบเทียบระดับการดำรงเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ จากคอปปูลาแบบปกติ และคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที
10. เปรียบเทียบผลของการกระจายความเสี่ยง เมื่อเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์คำนวณโดยไม่มีการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยง และ มีการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยง

11. เขียนรายงานและสรุปผลการวิจัย

1.9 ลำดับขั้นตอนในการเสนอผลการวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้ได้แบ่งเนื้อหาการนำเสนอออกเป็น 5 บท โดยในบทที่ 1 ได้กล่าวถึงความเป็นมา และความสำคัญของปัญหา รวมถึงวัตถุประสงค์การวิจัยและข้อจำกัดต่างๆในงานวิจัย ในบทที่ 2 กล่าวถึงงานวิจัย และทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้ ในบทที่ 3 กล่าวถึงวิธีการในการดำเนินงานวิจัยซึ่งประกอบด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย การเก็บรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล เป็นต้น ในบทที่ 4 ได้กล่าวถึงผลการวิเคราะห์ และ ผลการเปรียบเทียบ ที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้ ในบทสุดท้ายคือบทที่ 5 ได้กล่าวถึงการสรุปผลการวิจัย การอภิปรายผลการวิจัย และข้อเสนอแนะต่างๆสำหรับงานวิจัยชิ้นนี้

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้ซึ่งประกอบด้วย เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ คอปปูลาฟังก์ชัน ตัวแบบรวมความเสียหาย การประเมินความเสี่ยง และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยในครั้งนี้

2.1 แนวคิดและทฤษฎี

2.1.1 **เงินกองทุนและเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์** (Capital and Economic capital)

2.1.1.1 **เงินกองทุน**(Capital)

ปิยะวดี โชวิฑูรกิจ(2550) ได้ให้คำจำกัดความของเงินกองทุนไว้ว่าคือทรัพย์สินส่วนที่เกินกว่าหนี้สินของบริษัทประกันภัยตามราคาประเมินทรัพย์สิน และหนี้สินของบริษัท เงินกองทุนเป็นปัจจัยสำคัญต่อการประกอบธุรกิจประกันภัย ความเพียงพอของเงินกองทุนหรือการดำรงเงินกองทุนในระดับที่เหมาะสมจะช่วยให้บริษัทประกันภัยสามารถดำเนินธุรกิจต่อไปได้เมื่อเกิดเหตุการณ์ที่ไม่พึงประสงค์ในอนาคต

การบริหารความเสี่ยงและเงินกองทุนจึงเป็นแนวคิดที่สัมพันธ์กับหลักการบริหารความเสี่ยงและการประเมินเงินกองทุน โดยการใช้ความเพียงพอของเงินกองทุนเป็นตัววัดระดับความเสี่ยงขององค์กรความเพียงพอของเงินกองทุนจึงหมายถึง จำนวนเงินกองทุนขั้นต่ำที่บริษัทควรดำรงไว้เพื่อให้เกิดความมั่นคงในการดำเนินงาน และลดโอกาสในการล้มละลายของบริษัท การคำนวณเงินกองทุนจะอยู่บนพื้นฐานของการประเมินความเสี่ยงประเภทต่างๆที่บริษัทมีอยู่จากการดำเนินธุรกิจประกันภัย

2.1.1.2 **กฎของเงินกองทุน**(The role of capital)

การดำรงเงินกองทุนในธุรกิจประกันภัยเพื่อใช้เป็นเงินกองทุนกันชน(Capital buffer) มีเหตุผล 2 ประการคือ ประการแรกเงินกองทุนตั้งขึ้นเพื่อใช้ในการรองรับความเสียหาย

ขนาดใหญ่ที่เกิดจากความเสี่ยงต่างๆ ซึ่งจะทำให้สามารถรับประกันได้ว่าเมื่อเกิดภัยพิบัติขึ้นบริษัทจะมีเงินชดเชยให้ผู้เอาประกันภัยได้ทั้งในปัจจุบันและในระยะยาว ในการดำรงเงินกองทุนบริษัทประกันภัยมักจะอ้างอิงกับความาสามารถในการสร้างกำไร ดังนั้น เมื่อมีความเสียหายขนาดใหญ่อาจทำให้บริษัทมีเงินกองทุนไม่เพียงพอจึงเป็นเหตุผลที่บริษัทประกันภัยต้องให้ความสำคัญในการดำรงเงินกองทุนที่เหมาะสม

ประการที่สอง คือ การกำหนดระดับเงินกองทุนขั้นต่ำที่ต้องดำรงตามแนวทางการกำกับดูแล ซึ่งให้ความสำคัญกับผู้ถือกรมธรรม์และเพื่อป้องกันให้การดำเนินธุรกิจมีความต่อเนื่อง ระดับเงินกองทุนขั้นต่ำที่ต้องดำรงจึงหมายถึง เงินกองทุนตามกฎหมาย(Statutory capital) ซึ่งมักจะกล่าวถึงเงินกองทุนส่วนเพิ่มนั้นเอง ดังนั้นการดำรงเงินกองทุนเพื่อให้เกิดความมั่นคงทั้งจากความต้องการของบริษัทและจากความต้องการของผู้กำกับดูแล ก็เพื่อให้บริษัทสามารถรองรับความเสี่ยงต่างๆที่อาจเกิดขึ้นและสามารถดำเนินธุรกิจต่อไปได้อย่างราบรื่น(Doff, 2007) ปิยะวดี โชวิซูรกิจ (2550) ได้แบ่งประเภทของเงินกองทุนออกเป็น 3 ประเภทคือ

ก. เงินกองทุนตามกฎหมาย (Regulatory Capital)

เงินกองทุนตามกฎหมาย หมายถึง เงินกองทุนที่บริษัทประกันภัยต้องดำรงไว้ตามหลักเกณฑ์ พระราชบัญญัติ หรือกฎหมายที่เกี่ยวข้องกับการดำเนินธุรกิจประกันภัยในอดีตได้ยึดตามพระราชบัญญัติประกันวินาศภัย พ.ศ. 2535 มาตรา 37 ที่กำหนดให้บริษัทประกันวินาศภัยต้องดำรงไว้ซึ่งเงินกองทุนตลอดเวลาที่ประกอบธุรกิจประกันวินาศภัยเป็นจำนวนไม่น้อยกว่าร้อยละสิบของเบี้ยประกันภัยสุทธิปีที่ผ่านมาแต่จะต้องไม่ต่ำกว่าสามสิบล้านบาท แต่ปัจจุบันได้มีการออกกฎเกณฑ์ในการดำรงเงินกองทุนตามระดับความเสี่ยง (Risk-Based Capital (RBC)) เพื่อให้กฎเกณฑ์การดำรงเงินกองทุนมีความทันสมัยเป็นมาตรฐาน และเป็นที่ยอมรับในระดับสากล โดยกำหนดให้บริษัทประกันภัยเริ่มคำนวณเงินกองทุนที่ต้องดำรงไว้ตามหลักเกณฑ์ใหม่ พ.ศ. 2551 และในปี พ.ศ. 2552 ถึง พ.ศ. 2554 เป็นช่วงเวลาที่บริษัทประกันภัยใช้ในการปรับตัวและเตรียมการเพื่อปรับจำนวนเงินกองทุนให้สอดคล้องตามแนวทางนี้ ทั้งนี้การกำหนดจำนวนเงินกองทุนขั้นต่ำจะมีการพิจารณาถึงความเสี่ยงประเภทต่างๆ คือ ความเสี่ยงด้านการประกันภัย ความเสี่ยงด้านการตลาด ความเสี่ยงด้านการกระจุกตัว และความเสี่ยงด้านเครดิต มาคำนวณเพื่อหาสัดส่วนการดำรงเงินกองทุน (ปิยะวดี โชวิซูรกิจ, 2550)

ข. เงินกองทุนตามบริษัทจัดอันดับความน่าเชื่อถือ (Rating Agency Capital)

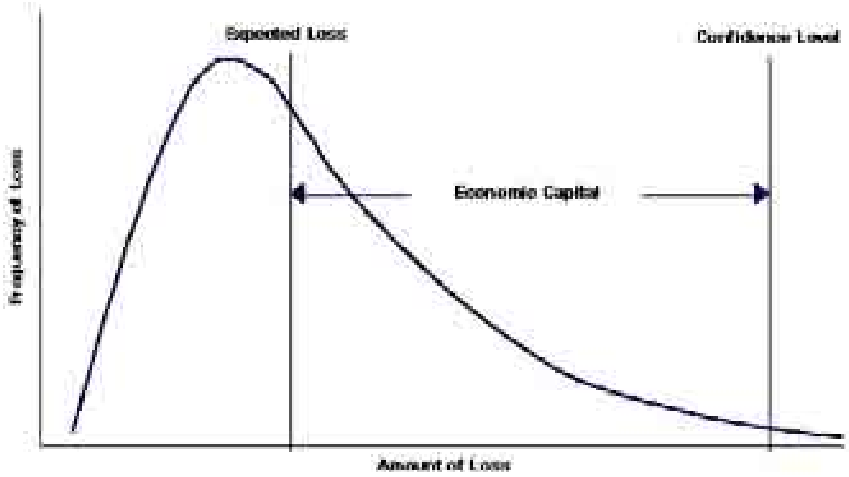
การคำนวณเงินกองทุนตามบริษัทจัดอันดับความน่าเชื่อถือ บริษัทจัดอันดับความน่าเชื่อถือมักจะมีการสร้างแบบจำลองซึ่งมีลักษณะเฉพาะของตนขึ้น โดยที่แต่ละบริษัทจะมุ่งไปที่การวัดความเพียงพอของเงินกองทุน ณ เวลาใดเวลาหนึ่ง โดยการเปรียบเทียบเงินกองทุนของบริษัทที่มีอยู่ ณ ปัจจุบัน (Actual Capital) กับเงินกองทุนบนพื้นฐานของความเสี่ยงที่ควรจะมี (Risk-Based Required Capital) โดยบวกเพิ่มความเสี่ยง(Risk Charge)ในส่วนของการประเมิน เช่น ส่วนบวกเพิ่มความเสี่ยงสำหรับความเสี่ยงจากการลงทุน ความเสี่ยงจากอันดับความน่าเชื่อถือ ความเสี่ยงจากการพิจารณารับประกันภัย ความเสี่ยงจากการตั้งเงินกองทุนสำรอง ความเสี่ยงจากการประกอบธุรกิจ ความเสี่ยงจากอัตราดอกเบี้ย เป็นต้น (ปิยะวดี โชวิซูรกิจ, 2550)

ค. เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ (Economic Capital)

เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ คือ เงินกองทุนขั้นต่ำที่ใช้ในการหนุนหลังหรือการสร้างความมั่นคงทางการเงิน บริษัทประกันภัยควรจะมีเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์หนุนหลังและจะต้องมากพอเพื่อไม่ให้บริษัทเกิดการล้มละลาย การถือครองเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ขั้นต่ำจะต้องสามารถรองรับมูลค่าความเสียหายขนาดใหญ่ได้ และลดภาวะที่จะเกิดการล้มละลาย นักคณิตศาสตร์ประกันภัยจึงใช้มูลค่าสินไหมทดแทนในอดีตมาสร้างการแจกแจงความน่าจะเป็นเพื่อหาความเป็นไปได้ของมูลค่าการเรียกร้องสินไหมทดแทน เพื่อพิจารณาค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้น ค่าสินไหมทดแทนที่มีขนาดเล็กมักจะเกิดขึ้นบ่อยแต่ไม่มีผลต่อรายได้ที่เข้ามามากนัก แต่ค่าสินไหมทดแทนที่มีขนาดใหญ่ความถี่ในการเกิดมีต่ำแต่อาจเกิดต่อเนื่อง ในกรณีนี้จะส่งผลต่อเงินกองทุนและกำไรกล่าวคือ กำไรอาจหายไปบางส่วนหรือทำให้การใช้จ่ายเงินกองทุนสิ้นเปลือง และ ส่งผลกระทบต่อส่วนของหนี้สิน(ผู้ถือหุ้น)เพื่อป้องกันผู้ถือกรมธรรม์จากผลการเกิดเหตุที่ไม่คาดฝันบริษัทประกันภัยจึงต้องตั้งเงินกองทุนนี้ขึ้นมาจากการแจกแจงความน่าจะเป็น ณ ระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดเพื่อใช้กำหนดเงินกองทุนขั้นต่ำที่ต้องดำรง(Doff, 2007) เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ตามแนวทางของปิยะวดี โชวิซูรกิจ (2550) สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. เงินกองทุนที่ธุรกิจควรดำรงไว้เพื่อรองรับกับความเสี่ยงในอนาคต ณ ระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด (Required economic capital)

2. เงินกองทุนที่ธุรกิจดำรงไว้ในปัจจุบัน (Available economic capital)



ภาพที่ 2.1 แสดงความหมายของเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์

2.1.1.3 **เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ และ โซลเวนซีทู** (Solvency II)

แนวทางการกำกับบริษัทประกันภัยตามระบบโซลเวนซีทู มีกรอบและแนวคิดในการบริหารความเสี่ยงที่สามารถแบ่งออกได้เป็นองค์ประกอบได้ 3 เสาหลัก โดยแต่ละเสาหลักมีรายละเอียดยดังนี้

เสาหลักที่ 1 การดำรงเงินกองทุนขั้นต่ำ (Pillar I: Minimum capital requirement) คือการที่บริษัทประกันภัย ต้องมีเงินกองทุนที่มากพอเพื่อรองรับผลการดำเนินงานที่จะเกิดขึ้น ดังนั้น จึงมีข้อกำหนดให้บริษัทต้องดำรงเงินกองทุนเพื่อความมั่นคง (Solvency capital Requirement: SCR) และดำรงเงินกองทุนขั้นต่ำ (Minimum capital requirement: MCR)

เสาหลักที่ 2 การกำกับดูแลโดยทางการ (Pillar II: Supervisory review process) มีความเกี่ยวข้องกับกระบวนการ การประเมินความเพียงพอของเงินกองทุน การทบทวนและการประเมินการกำหนดระดับเงินกองทุนของบริษัทประกันภัย โดยใช้แบบจำลองภายในที่ผู้กำกับธุรกิจสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการกำกับดูแลให้บริษัทประกันภัยดำรงเงินกองทุนเกินกว่าระดับเงินกองทุนขั้นต่ำ และการเข้าแทรกแซงเพื่อป้องกันไม่ให้ระดับเงินกองทุนของบริษัทต่ำกว่าระดับที่กำหนด

เสาหลักที่ 3 การใช้กลไกตลาด (Pillar 3: Market discipline through disclosure requirements) เกี่ยวข้องกับการกำกับดูแลเพื่อช่วยกำกับพฤติกรรมของบริษัทประกันภัย โดยการอนุญาตให้มีการเข้าถึงข้อมูลต่างๆ เช่น ข้อมูลทั่วไปของบริษัท ผลการดำเนินงาน โครงสร้างเงินกองทุน ความเพียงพอของเงินกองทุน การประเมินความเสี่ยง และ ความโปร่งใส เพื่อช่วยส่งเสริมกลไกการกำกับดูแลของตลาดและการสื่อสารกับผู้มีส่วนได้ส่วนเสียที่เกี่ยวข้อง

2.1.1.4 **เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ กับ สมาคมผู้กำกับดูแลธุรกิจประกันภัยนานาชาติ** (International association of insurance supervisors: IAIS)

สมาคมผู้กำกับดูแลธุรกิจประกันภัยนานาชาติได้กำหนดหลักการสำคัญที่มีความเกี่ยวข้องกับความเพียงพอของเงินกองทุน และความมั่นคงของบริษัทประกันภัย เพื่อใช้เป็นแนวทางในการกำกับดูแลธุรกิจประกันภัย ช่วยเป็นหลักประกันขั้นต่ำเกี่ยวกับความมั่นคงทางการเงิน และเพิ่มความสามารถในการรับประกันภัยของบริษัทประกันภัย มีหลักการอยู่ด้วยกันทั้งสิ้น 14 ข้อคือ ข้อกำหนดทางเทคนิค สินทรัพย์ หนี้สิน การเท่ากันของสินทรัพย์และหนี้สิน การรับความเสียหายไว้เอง ความอ่อนไหวต่อความเสี่ยง ระดับการควบคุม เงินกองทุนขั้นต่ำ นิยามของเงินกองทุน การบริหารความเสี่ยง การประกันภัยต่อ การเปิดเผยข้อมูล การประเมินความมั่นคง และ การถือครองสินทรัพย์ร่วมกัน (ปิยะวดี โขวิฑูรกิจ, 2550)

2.1.1.5 **เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์สำหรับความเสี่ยงด้านการประกันภัย** (Economic capital for underwriting risk)

เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์สำหรับความเสี่ยงด้านการประกันภัยแบ่งออกได้เป็น 3 ประเภท คือ เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์สำหรับความเสี่ยงด้านเบี้ยประกันภัย เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์สำหรับความเสี่ยงด้านเงินสำรอง และเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์สำหรับความเสี่ยงด้านมหันตภัย การประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ทั้ง 3 ประเภทมีแนวทางที่ใช้ในการคำนวณดังนี้

เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์สำหรับความเสี่ยงด้านเบี้ยประกันภัยอยู่บนพื้นฐานของการแจกแจงความน่าจะเป็นที่เกิดจากความน่าจะเป็นของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนและ

มูลค่าแต่ละครั้ง นักคณิตศาสตร์ประกันภัยจึงต้องมีการแบ่งการแจกแจงความน่าจะเป็นออกเป็นเหตุการณ์ขนาดเล็กและขนาดใหญ่การแจกแจงของความเสี่ยงประเภทนี้จึงไม่ใช้การแจกแจงแบบปกติ แต่อาจเป็นการแจกแจงแบบเอกซ์โปแนนเชียน ทวินามลบ แกมมา เป็นต้น การคำนวณเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ของความเสี่ยงประเภทนี้ร่วมกับการกำหนดช่วงความเชื่อมั่นจะทำให้สามารถอธิบายกรณีที่เลวร้ายที่อาจเกิดขึ้นได้(Doff, 2007)

เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์สำหรับความเสี่ยงด้านเงินสำรอง คำนวณอยู่บนพื้นฐานวิธีสามเหลี่ยมความเสียหาย(Loss triangle) โดยการคำนวณอยู่ในรูปแบบเหตุการณ์สุดขีด(Extreme scenario) กล่าวคือกำหนดความเชื่อมั่นให้คงที่ แล้วคำนวณมูลค่ายุติธรรมของภาระหนี้สินในอนาคตโดยใช้วิธีมูลค่าปัจจุบัน (Doff, 2007)

เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์สำหรับความเสี่ยงด้านมหันตภัย คำนวณอยู่บนพื้นฐานของตัวแบบความเสี่ยงที่จะเกิดมหันตภัย โดยที่ภัยนั้นมีลักษณะเฉพาะหรือมีลักษณะพิเศษ การคำนวณอาจใช้วิธีการจำลองเหตุการณ์ แล้วพิจารณาค่าคาดหวังในการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนในกรณีปกติ และกรณีมหันตภัย(Doff, 2007)

ดังนั้น การดำรงเงินทุนทางเศรษฐศาสตร์ให้อยู่ในระดับที่เหมาะสมเพื่อรองรับกับความเสียหายที่อาจจะเกิดขึ้นโดยที่ไม่ได้คาดหวัง จึงเป็นสิ่งที่มีความจำเป็นในการประกอบธุรกิจประกันภัย

2.1.2 **คอปปูลา**(Copula)

คอปปูลาเป็นฟังก์ชันที่กำลังได้รับความนิยม และมักจะใช้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวแปรที่ไม่อิสระต่อกัน จึงมีผู้นำฟังก์ชันประเภทนี้ไปประยุกต์ใช้ในงานประเภทต่างๆ เช่น ทางด้านคณิตศาสตร์ประกันภัยจะใช้ในการสร้างอัตรามรณะ หรือการแจกแจงความเสียหาย นอกจากนี้ทางด้านการเงินใช้ในการจัดสัดส่วนการลงทุน การสร้างอันดับเครดิต การหาความเสี่ยงของโอกาสที่จะล้มละลาย การคำนวณมูลค่าอนุพันธ์ และการบริหารความเสี่ยง หรือทางด้านวิศวกรรมใช้ในการสร้างกระบวนการควบคุม เป็นต้น(Yan, 2007)

2.1.2.1 **ทฤษฎีบทของสการ์**(Sklar 's Theorem)

เมื่อต้องการสร้างการแจกแจงร่วมหลายมิติด้วยฟังก์ชันการแจกแจงเดี่ยวที่มีตัวแปรสุ่มหนึ่งมิติ ตามทฤษฎีบทของสการ์กล่าวว่า ทุกๆส่วนย่อยของคอปปูลาคือฟังก์ชันการแจกแจงร่วม เมื่อมีการกำหนดฟังก์ชันการแจกแจงเดี่ยว ดังนั้นฟังก์ชันการแจกแจงร่วมจึงแสดงถึงคอปปูลาส่วนย่อยนั่นเอง(Cherubini, 2004)

ทฤษฎีบท ให้ $F_1(x_1), F_2(x_2),..., F_n(x_n)$ คือฟังก์ชันการแจกแจงเดี่ยว สำหรับทุกๆ $x = (x_1, x_2,..., x_n) \in \Re^{*n}$:

(i) เมื่อ C คือคอปปูลาส่วนย่อยใดๆที่โดเมนประกอบด้วย $RanF_1 \times RanF_2 \times ... \times RanF_n$

$$C(F_1(x_1), F_2(x_2),..., F_n(x_n))$$

คือ ฟังก์ชันการแจกแจงเดี่ยว(Marginal distributions) $F_1(x_1), F_2(x_2),..., F_n(x_n)$

(ii) ในทางกลับกันถ้า F คือ ฟังก์ชันการแจกแจงเดี่ยว

$$F_1(x_1), F_2(x_2),..., F_n(x_n)$$

คอปปูลาส่วนย่อย C ก็จะมีโดเมน $RanF_1 \times RanF_2 \times ... \times RanF_n$ เช่นกัน

$$F(x) = C(F_1(x_1), F_2(x_2),..., F_n(x_n))$$

ถ้า $F_1(x_1), F_2(x_2),..., F_n(x_n)$ เป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่องกัน คอปปูลาส่วนย่อยก็ยังคงเป็นคอปปูลา ดังนั้นคอปปูลา C สามารถเขียนได้เป็น

$$C(u_1, u_2,..., u_n) = C(u_1, u_2,..., u_n)$$

สำหรับทุกๆ $(u_1, u_2, ..., u_n) \in RanF_1 \times RanF_2 \times ... \times RanF_n$ ความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นและค่าแคโนนิเคิล(Canonical)

นิยาม เมื่อ ฟังก์ชันความหนาแน่นคอปปูลา $c(u_1, u_2, ..., u_n)$ มีความสัมพันธ์ร่วมกับฟังก์ชันคอปปูลาสะสม $C(u_1, u_2, ..., u_n)$จะสามารถเขียนความสัมพันธ์ดังกล่าวได้คือ

$$c(u_1, u_2, ..., u_n) = \frac{\partial C(u_1, u_2, ..., u_n)}{\partial u_1 ... \partial u_n}$$

ความหนาแน่นจึงใช้เพื่อนิยามความต่อเนื่องอย่างสมบูรณ์(Absolutely continuous) และส่วนประกอบย่อยของ C ซึ่งให้แทนด้วย

$$A_C(u_1, u_2, ..., u_n) = \int_0^{u_1} \int_0^{u_2} ... \int_0^{u_n} \frac{\partial^n C(s_1, s_2, ..., s_n)}{\partial s_1 ... \partial s_n} ds_1 ... ds_n$$

$$S_C(u_1, u_2, ..., u_n) = C(u_1, u_2, ..., u_n) - A_C(u_1, u_2, ..., u_n)$$

ดังนั้นทำให้คอปปูลา $C = A_C$ บน I^n ซึ่งจะเรียกว่าความต่อเนื่องอย่างสมบูรณ์ในคอปปูลาส่วนย่อย ถ้า $C = S_C$ บน I^n เรียกว่าความเป็นเอกลักษณ์(Singular) ในคอปปูลาส่วนย่อยสุดท้าย สำหรับตัวแปรสุ่มที่มีความต่อเนื่อง ความหนาแน่นคอปปูลาคือ ความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับความหนาแน่นของการแจกแจง F และจะแทนด้วย f ตามหลักแคโนนิเคิลดังนั้น

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = c(F_1(x_1), F_2(x_2), ..., F_n(x_n)) \cdot \prod_{j=1}^{n} f_j(x_j)$$

และ

$$c(F_1(x_1), F_2(x_2), ..., F_n(x_n)) = \frac{\partial^n (C(F_1(x_1), F_2(x_2), ..., F_n(x_n)))}{\partial F_1(x_1) \partial F_2(x_2) ... \partial F_n(x_n)}$$

เมื่อ f_j คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นเดี่ยว

$$f_j(x_j) = \frac{dF_j(x_j)}{dx_j}$$

ในกรณีที่ข้อมูลมีหลายมิติความหนาแน่นคอปปูลาจะเท่ากับอัตราส่วนของความหนาแน่นร่วม(joint density) f กับความหนาแน่นเดี่ยวทั้งหมด f_j ดังนั้นความหนาแน่นคอปปูลาจึงมีค่าเท่ากับ 1 เมื่อตัวแปรสุ่มแรกเริ่มอิสระต่อกันคุณสมบัติแคโนนิเคิล มีประโยชน์ในการประมาณค่าทางสถิติเนื่องจากความหนาแน่นร่วมมีความยืดหยุ่นจึงทำให้การเลือกคอปปูลามีความเหมาะสมมากขึ้นเมื่อทราบการแจกแจงเดี่ยว

2.1.2.2 **ประเภทของคอปปูลาหลายมิติ**(Parametric families of n-dimensional copula)

ก. อาร์คีมีเดียน คอปปูลา (Archemedian copula)

คอปปูลาในกลุ่มนี้มักจะนำมาใช้กับการแจกแจงที่ไม่มีความสมมาตร หรือในกรณีที่มีความสัมพันธ์กันสูงซึ่งโครงสร้างความสัมพันธ์มีความหลากหลายจนหาความสัมพันธ์ได้ยาก เช่น ในกรณีที่เกิดค่าสุดขีด (Extreme-value) (Mari, 2004) คอปปูลาในกลุ่มนี้มีโครงสร้างคือ

$$C(u_1, u_2, ..., u_n) = [\psi(u_1) + ... + \psi(u_n)]$$

เมื่อ $0 \le u_1, u_2, ..., u_n \le 1$
เมื่อ ψ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องหรือฟังก์ชันก่อกำเนิดจะต้องมีคุณสมบัติคือ

1. $\psi(1) = 0$
2. ψ คือ คอนเวกซ์ฟังก์ชันที่ลดลงอย่างต่อเนื่อง เมื่อ $t \in (0,1), \quad \psi'(t) < 0$ $\psi''(t) \ge 0$
3. ψ^{-1} มีลักษณะโมโนโทนิค(Monotonic)อย่างสมบูรณ์บนช่วง $[0, \infty)$

คอปปูลาในกลุ่มนี้ได้แก่ คอปปูลาแบบกัมเบล คอปปูลาแบบแฟรงค์ คอปปูลาแบบเคลย์ตัน เป็นต้น(Tang, 2004)

ข. อีลิปติเคิล คอปปูลา (Elliptical copula)

Tang (2004) กล่าวว่าคอปปูลากลุ่มนี้ได้รับความสนใจในการนำไปประยุกต์ใช้ทางการเงิน และการบริหารความเสี่ยงด้านต่างๆ ซึ่งสามารถให้คำจำกัดความได้ว่าเป็นคอปปูลาของการแจกแจงแบบอีลิปติเคิล(Elliptical distribution) (ดู ภาคผนวก ก) ซึ่งมีจำนวนเท่ากับจำนวนเวคเตอร์สุ่ม (Random vector) ที่อยู่ในกลุ่มการแจกแจงแบบอีลิปติเคิล เมื่อ X มีมิติขนาด n จะถูกเรียกว่าการแจกแจงแบบอีลิปติเคิลหลายตัวแปร(Multivariate elliptical distribution) ซึ่งจะอยู่ในรูป $X \sim \mathrm{E_n}(\mu, \Sigma, \varphi)$ แต่ถ้าลักษณะฟังก์ชันมาจาก

$$\varphi_x(t) = \exp\left(it^t \mu\right) \cdot \varphi\left(\frac{1}{2} t^T \, \Sigma t\right)$$

นั่นหมายความว่าสดมภ์เวคเตอร์คือ μ เมตริกซ์ $\sum$ จะมีขนาด nxn และเรียกฟังก์ชัน $\varphi_x(t)$ ว่าฟังก์ชันก่อกำเนิด เมื่อสมาชิกในคอปปูลากลุ่มนี้มีการแจกแจงแบบ $X \sim \mathrm{E_n}(\mu, \Sigma, \varphi)$ อันดับของ $\sum$ จะมีค่า r≤n ดังนั้นเวคเตอร์สุ่มจะอยู่ในรูป $X = \mu + \Re\sqrt{\Sigma}U$ เมื่อ U คือ การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform distribution) มีเวคเตอร์สุ่มคือ $\left\{u \in [-1,1]^r \,\|u\| = 1\right\}$ ซึ่งจะมีลักษณะเป็นทรงกลม และ $\Re$ จะอิสระจาก U

ก.) คอปปูลาแบบปกติ(Guassian copula)

นิยาม ให้ R เป็นเมตริกซ์ที่สมมาตร มี diag(R) = $(1,1,\ldots,1)^T$ และ Φ_R เป็นการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานที่มีเมตริกซ์สหสัมพันธ์ R ดังนั้นฟังก์ชันคอปปูลาแบบปกติจึงเขียนได้เป็น

$$C_R^{Ga}(U) = \Phi_R\left(\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2), \ldots, \Phi^{-1}(u_n)\right)$$

เมื่อ Φ^{-1} คือ อินเวอร์สของฟังก์ชันการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานหนึ่งตัวแปร Φ

คอปปูลาแบบปกติจึงสร้างฟังก์ชันการแจกแจงร่วมแบบปกติมาตรฐานตามทฤษฎีบทของสการ์ และจะทำให้การแจกแจงเดี่ยวเป็นการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน ดังนั้นการหาฟังก์ชันความหนาแน่นจะสามารถทำได้ด้วยคุณสมบัติแคโนนิเคิลคือ

$$\frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}|R|^{\frac{1}{2}}}\exp\left(-\frac{1}{2}x^T R^{-1}x\right)=C_R^{Ga}\left(\Phi(x_1),\Phi(x_2),...,\Phi(x_n)\right)\times\prod_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{1}{2}x_j^2\right)\right)$$

เมื่อ $|R|$ คือดีเทอร์มิแนนท์(Determinant) ของ R ดังนั้น

$$C_R^{Ga}\left(\Phi(x_1),\Phi(x_2),...,\Phi(x_n)\right)=\frac{\frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}|R|^{\frac{1}{2}}}\exp\left(-\frac{1}{2}x^T R^{-1}x\right)}{\prod_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{1}{2}x_j^2\right)\right)}$$

เมื่อให้ $u_j=\Phi(x_j)$ ดังนั้น $x_j=\Phi^{-1}(u_j)$ ฟังก์ชันความหนาแน่นจึงเขียนใหม่ได้เป็น

$$C_R^{Ga}\left(\Phi(x_1),\Phi(x_2),\ldots,\Phi(x_n)\right)=\frac{1}{|R|^{\frac{1}{2}}}\exp\left(-\frac{1}{2}\varsigma^T\left(R^{-1}-1\right)\varsigma\right)$$

เมื่อ $\varsigma=\left(\Phi^{-1}(u_1),\Phi^{-1}(u_2),...,\Phi^{-1}(u_n)\right)^T$

ข.) คอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที(Student's t copula)

นิยาม ให้ R เป็นเมตริกซ์ที่สมมาตร มี diag(R) = $(1,1,\ldots,1)^T$ และ $t_{R,v}$คือการแจกแจงมาตรฐาน แบบสติวเดนท์ ที ที่มีเมตริกซ์สหสัมพันธ์ R และมีองศาความอิสระ v

$$t_{R,v}(x_1,x_2,...,x_n)=\int_{-\infty}^{x_1}\int_{-\infty}^{x_2}...\int_{-\infty}^{x_n}\times\frac{\Gamma\left(\frac{v+n}{2}\right)|R|^{-\frac{1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)(v\pi)^{\frac{n}{2}}}\left(1+\frac{1}{v}x^T R^{-1}x\right)^{-\frac{v+n}{2}}dx_1dx_2...dx_n$$

ดังนั้นสามารถกำหนดคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ได้เป็น

$$t_{R,v}(u_1,u_2,...,u_n)=t_{R,v}\left(t_v^{-1}(u_1),t_v^{-1}(u_2),...,t_v^{-1}(u_n)\right)$$

$$=\int_{-\infty}^{t_v^{-1}(u_1)}\int_{-\infty}^{t_v^{-1}(u_2)}...\int_{-\infty}^{t_v^{-1}(u_n)}\frac{\Gamma\left(\frac{v+n}{2}\right)\cdot|R|^{-\frac{1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)(v\pi)^{\frac{n}{2}}}\left(1+\frac{1}{v}x^T R^{-1}x\right)^{-\frac{v+n}{2}}dx_1dx_2...dx_n$$

เมื่อ t_v^{-1} คือ อินเวอร์สของฟังก์ชันการแจกแจงสติวเดนท์ ที แบบสะสม ที่มีองศาความอิสระ v และจะได้ฟังก์ชันความหนาแน่นคือ

$$C_{R,v}(u_1,u_2,...,u_n)=|R|^{-\frac{1}{2}}\frac{\Gamma\left(\frac{v+n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)}\left(\frac{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}\right)^n\frac{\left(1+\frac{1}{v}\varsigma^T R^{-1}\varsigma\right)^{1\frac{v+n}{2}}}{\prod_{j=1}^{n}\left(1+\frac{\varsigma_j^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}}}$$

เมื่อ $\varsigma_j=t_v^{-1}(u_j)$

2.1.2.3 วิธีการสร้างคอปปูลา

Romano(2002) ได้กล่าวถึงวิธีการสร้างคอปปูลาโดยมีรายละเอียดดังนี้

ก. การสร้างคอปปูลาด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด(Maximum likelihood)

กำหนดให้ f คือฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงร่วม F จะได้ว่า

$$f(x_1,...,x_n)=c(F_1(x_1),...,F_n(x_n))\prod_{i=1}^{n}f_i(x_i)$$

เมื่อ f_i คือ ความหนาแน่นเดี่ยวของการแจกแจงเดี่ยว F_i และ c คือความหนาแน่นของคอปปูลาที่เกิดจาก

$$c(u_1,...,u_n)=\frac{\partial C(u_1,...,u_n)}{\partial u_1...\partial u_n}$$

เมื่อมีตัวแปรในการวิเคราะห์ n ตัวจะได้ว่า $X = \left(x_1^t,\dots,x_n^t\right)^T$ และให้ $\vartheta = \left(\vartheta_1,\dots,\vartheta_n,\alpha\right)$ คือ พารามิเตอร์เวคเตอร์ที่ใช้ในการประมาณค่า เมื่อ $\vartheta_i, i = 1,2,\dots,n$ เป็นเวคเตอร์พารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยว F_i และ α คือเวคเตอร์พารามิเตอร์ของคอปปูลา จะได้ฟังก์ชัน log likelihood คือ

$$l(\vartheta) = \sum_{t=1}^{T} \ln c\left(F_i\left(x_1^t;\vartheta_1\right),\dots,F_n\left(x_n^t;\vartheta_n\right);\alpha\right) + \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n} \ln f_i\left(x_i^t;\vartheta_i\right)$$

ตัวประมาณ $\hat{\vartheta}$ ของพารามิเตอร์เวคเตอร์ ϑ จะทำให้ได้ค่าประมาณที่มีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเขียนอยู่ในรูป $\hat{\vartheta} = \arg\max l(\vartheta)$

ข.การสร้างคอปปูลาด้วยวิธีอนุมาณฟังก์ชันการแจกแจงเดี่ยว(Inference function of margins)

การประมาณค่าคอปปูลาด้วยวิธีนี้ จะมีการกำหนดพารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยวซึ่งจะเป็นส่วนที่แยกออกจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ของคอปปูลามีขั้นตอนในการประมาณค่าดังนี้

1. ประมาณพารามิเตอร์ $\hat{\vartheta}_i, i = 1,\dots,n$ ของการแจกแจงเดี่ยว F_i โดยใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดเหมือนกรณีแรกจะได้พารามิเตอร์คือ

$$\hat{\vartheta}_i = \arg\max l^i(\vartheta_i) = \arg\max \sum_{t=1}^{T} \ln f_i(x_i^t;\vartheta_i)$$

เมื่อ l^i คือฟังก์ชัน log likelihood ของการแจกแจงเดี่ยว F_i

2. ประมาณค่าคอปปูลาพารามิเตอร์ α ที่เกิดจากการกำหนดพารามิเตอร์การแจกแจงเดี่ยวจากขั้นตอนที่ 1

$$\hat{\alpha} = \arg\max l^c(\alpha) = \arg\max \sum_{t=1}^{T} \ln c\left(F_1\left(x_1^t;\hat{\vartheta}_1\right),\dots,F_n\left(x_n^t;\hat{\vartheta}_n\right);\alpha\right)$$

เมื่อ l^c คือฟังก์ชัน log likelihood ของคอปปูลา

Joe (1996) ได้สรุปข้อดีของการสร้างคอปปูลา ด้วยวิธีอนุมานฟังก์ชันการแจกแจงเดี่ยวไว้ดังนี้

1.วิธีนี้จะให้การอนุมานสำหรับการคำนวณตัวแบบที่มีหลายตัวแปรได้อย่างเหมาะสม

2.ตัวแบบทางสถิติที่ใช้กับการแจกแจงของตัวแปรเดี่ยว และการแจกแจงของคู่ตัวแปร วิธีนี้จะช่วยในการอนุมานและเริ่มต้นด้วยตัวแปรที่มีมิติเดี่ยวน้อย

3.สามารถเปรียบเทียบตัวแบบสำหรับโครงสร้างที่ไม่อิสระกัน และวิเคราะห์ตัวแบบเพื่อใช้ในการทำนายและอนุมานได้ แต่ถ้ามีการกำหนดโครงสร้างความไม่อิสระกันผิดควรจะปรับปรุงข้อมูลหรือใช้วิธีการอื่นมาประมาณค่าแทน

4.วิธีนี้เป็นวิธีที่เลี่ยงปัญหาความไม่เพียงพอของข้อมูลได้เนื่องจากมีการประมาณค่าพารามิเตอร์มาก่อนแล้วจึงจัดได้ว่าเป็นข้อดีในกรณีที่มีข้อมูลน้อย

ค.การสร้างคอปปูลาด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบแคโนนิเคิล (Canonical maximum likelihood)

การประมาณค่าคอปปูลาด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบแคโนนิเคิลมีความแตกต่างจากการประมาณแบบอนุมานฟังก์ชันการแจกแจงเดี่ยว เนื่องจากไม่มีสมมติฐานของพารามิเตอร์ที่มีความเกี่ยวข้องกันกับการแจกแจงเดี่ยว การประมาณค่าด้วยวิธีนี้มีขั้นตอนเพียง 2 ขั้นคือ

1. เปลี่ยนข้อมูลจากรูปแบบ $\left(x_1^t,\ldots,x_n^t\right), t=1,\ldots,T$ ให้อยู่ในรูปการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ $\left(\hat{u}_1^t,\ldots,\hat{u}_n^t\right)$ แล้วใช้การแจกแจงที่แท้จริง(Empirical distribution)

2. ประมาณค่าคอปปูลาพารามิเตอร์ด้วยสมการ

$$\hat{\alpha} = \arg\max \sum_{t=1}^{T} \ln c\left(\hat{u}_1^t,\ldots,\hat{u}_n^t;\alpha\right)$$

ง.การสร้างคอปปูลาด้วยวิธีไม่ใช้พารามิเตอร์ (Non parametric estimation)

การประมาณค่าคอปปูลาทั้ง 3 วิธีที่กล่าวมาข้างต้นเป็นการประมาณค่าแบบใช้พารามิเตอร์ทั้งหมด ส่วนวิธีนี้จะเป็นการประมาณค่าแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ ซึ่งจะสร้างคอปปูลาจากตัวอย่างทำให้ได้คอปปูลาใดๆ จากการแจกแจงที่แท้จริงหลายตัวแปร(Empirical multivariate distribution)

ให้ $\{x_1^{(t)},...,x_n^{(t)}\}$ เป็นสถิติอันดับและ $\{r_1^t,...,r_n^t\}$เป็นอันดับของข้อมูลเมื่อ $t=1,...,T$ จะได้ว่า $x_i^{(r_i^t)} = x_i^t, i=1,...,n$ จะได้ฟังก์ชันคือ

$$\hat{C}\left(\frac{t_1}{T},...,\frac{t_n}{T}\right) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\prod_{i=1}^{n} 1_{[r_i^t \le t_i]}$$

ซึ่งจะกำหนดอยู่บน $l = \left\{\left(\frac{t_1}{T},...,\frac{t_n}{T}\right) : 1 \le i \le n; t_i = 0,...,T\right\}$ และความหนาแน่นของคอปปูลาจะอยู่ในรูปคือ

$$\hat{C}\left(\frac{t_1}{T},...,\frac{t_n}{T}\right) = \sum_{i_1=1}^{2}...\sum_{i_1=n}^{2}(-1)^{i_1+...+i_n}\hat{C}\left(\frac{t_1-i_1+1}{T},...,\frac{t_n-i_n+1}{T}\right)$$

2.1.3 **ตัวแบบรวมความเสียหาย**(Aggregate loss model)

Klugman (2008) ระบุว่าในอดีตการบริหารความเสี่ยงไม่ได้มองการบริหารความเสี่ยงด้วยการสร้างตัวแบบรวมความเสียหายเพื่อใช้ในการจัดการความเสี่ยง แต่ในปัจจุบันการดำเนินงานของธุรกิจประกันภัยมีความเสี่ยงจากสาเหตุต่างๆเพิ่มขึ้น การแจกแจงการรวมความเสียหายจึงมีความสำคัญในการพิจารณาการแจกแจงความเสียหายรวม ในทางปฏิบัติอาจไม่สามารถนำตัวอย่างในอดีตมาใช้ได้จริง แต่สามารถสร้างการรวมความเสี่ยงจากมูลค่าความเสียหาย (Severity) และความถี่(Frequency) ของตัวแบบความน่าจะเป็นของความเสียหาย การใช้มูลค่าความเสียหายและความถี่จากข้อมูลอาจจำลอง(Simulate)ความเสี่ยงนั้นแล้วนำข้อมูลที่ได้ไปใช้ในทางปฏิบัติต่อไป การแจกแจงความเสียหายรวมสามารถรวมการแจกแจงของมูลค่าความเสียหายและความถี่ได้ที่เวลาเดียวกัน (Lewis, 2004)

การสร้างตัวแบบการรวมความเสียหายเป็นการนำตัวแปรสุ่มที่เกิดจากข้อมูลการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนและมูลค่าการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่งมาคำนวณการสร้างตัวแบบมีแนวทางอยู่ 2 ทางคือ

1. การเก็บจำนวนการจ่ายค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นและสะสมไปเรื่อยๆ

2. ให้สัญลักษณ์ S แทนตัวแบบรวมความเสียหาย ที่เกิดจากตัวแปรสุ่ม N ตัวจากการจ่ายค่าสินไหมทดแทนในพอร์ตโฟลิโอแต่ละครั้ง $\left(X_1, X_2, ..., X_N\right)$ดังนั้น

$$S = X_1 + X_2 + ... + X_N \qquad N = 1,2,...$$

เมื่อ $N = 0$ จะทำให้ $S = 0$ ด้วย

นิยาม ตัวแบบความเสี่ยงภัยรวม(Collective risk model) จะมีลักษณะเหมือน S ด้วย $X_{j,s}$ ซึ่งเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกันและอิสระต่อกัน (Independent identically distributed (iid)) ในกรณีที่ไม่เป็นไปตามนิยามตัวแปรสุ่ม $X_j s$ จะต้องมีเงื่อนไขดังนี้

1.เมื่อ $N = n$ ตัวแปรสุ่ม $\left(X_1, X_2, ..., X_N\right)$จะเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกันและอิสระต่อกัน(iid)

2. เมื่อ $N = n$ การแจกแจงของตัวแปรสุ่ม $\left(X_1, X_2, ..., X_N\right)$จะไม่ขึ้นอยู่กับค่า n

3. การแจกแจงของ N จะไม่ขึ้นกับค่าของ $X_1, X_2, ...$ ทุกกรณี

นิยาม ตัวแบบความเสี่ยงภัยเดี่ยว(Individual risk model)เป็นตัวแบบที่แสดงอยู่ในรูปผลรวมความเสียหาย $S = X_1 + X_2 + ... + X_n$ เมื่อ n คือจำนวนคงที่ของสัญญาประกันภัย มูลค่าความเสียหายของ n คือ $\left(X_1 + X_2 + ... + X_n\right)$ เมื่อ $X_j s$ ถูกกำหนดให้อิสระจากกันแต่ไม่มีคุณสมบัติการแจกแจงเหมือนกัน(Identically distributed) การแจกแจงของ $X_j s$ จึงมีความน่าจะเป็นเท่ากับ 0 ตามทฤษฎีความน่าจะเป็นเมื่อไม่เกิดความเสียหาย

ตัวแบบความเสี่ยงภัยเดี่ยวจึงมักใช้ร่วมกับความเสียหายหรือการจ่ายค่าสินไหมทดแทนเมื่อจำนวนสัญญาประกันภัยมีจำนวนคงที่ หรือกับกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งเนื่องจากมีความแตกต่างของ

ความคุ้มครองหรือระดับความเสี่ยงที่เกิดขึ้น เมื่อตัวแบบความเสี่ยงภัยเดี่ยวมี $X_j s$ เป็นการแจกแจงเหมือนกัน ตัวแบบจะกลายเป็นตัวแบบความเสี่ยงภัยรวมที่การแจกแจงของ N เป็นการแจกแจงแบบเสื่อม (Degenerate distribution) ด้วยความน่าจะเป็นที่ $N = n$ มีค่าเท่ากับ $\Pr(N = n) = 1$

การแจกแจงของ S ที่เกิดจากการแจกแจงของ N และการแจกแจงของ $X_j s$ ที่สร้างแยกจากกันจึงทำให้เกิดการแจกแจงของข้อมูลที่ใช้ข้อมูลจาก S ในทางกลับกันวิธีนี้เป็นวิธีที่ง่ายในการสร้าง S การสร้างการแจกแจงของ N และการแจกแจงของ $X_j s$ แยกจากกันจึงมีข้อดีดังนี้

1. เมื่อค่าคาดหวังของจำนวนกรมธรรม์เพิ่มขึ้นและเปลี่ยนไป อันเกิดจากการเพิ่มปริมาณการขายสามารถนำมาใช้ในการพยากรณ์ค่าคาดหวังที่จะเกิดความเสียหายในอนาคตได้
2. ผลกระทบที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจ และการเพิ่มขึ้นของปริมาณการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนจะส่งผลต่อความเสียหายที่เกิดขึ้นจากกลุ่มผู้ทำประกันภัยและการจ่ายค่าสินไหมทดแทนจากบริษัทประกันภัย ผลกระทบดังกล่าวทำให้เกิดการตั้งความรับผิดส่วนแรก(Deductibles) และความรับผิดสูงสุดต่อความเสียหายที่เกิดขึ้น
3. ผลจากการเปลี่ยนแปลงความรับผิดส่วนแรกต่อรายบุคคลและความรับผิดสูงสุดจะทำให้การแจกแจงของมูลค่าความเสียหายเปลี่ยนแปลงไปเช่นกัน
4. การใช้ความถี่ของการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนจะทำให้มีความเข้าใจการแจกแจงได้ดีขึ้น
5. ข้อมูลที่มีลักษณะเหมือนกันสามารถรวมได้ด้วยขนาดของการแจกแจง วิธีนี้ใช้ได้ดีในกรณีที่มีข้อมูลหลายปีและกรมธรรม์มีการเปลี่ยนแปลงบ่อย
6. การพัฒนาตัวแบบที่ไม่สามารถครอบคลุมถึงความเสียหาย สามารถทำให้สอดคล้องกันได้ ซึ่งจะทำให้เกิดการศึกษาข้อมูลที่ต่อเนื่องกันได้ดี เช่นการเปลี่ยนการศึกษาเรื่องความเสียหายไปสู่เรื่องการประกันภัยต่อ เป็นต้น
7. รูปร่างการแจกแจงของ S จะขึ้นอยู่กับรูปร่างการแจกแจงของ N และ X การเข้าใจความสัมพันธ์ของรูปร่างการแจกแจงมักจะใช้ในการปรับเปลี่ยนรูปแบบกรมธรรม์

2.1.3.1 **การประกอบกันของตัวแบบรวมความเสียหาย**(Compound model for aggregate loss)

เมื่อ S คือ ความเสียหายรวมที่มีข้อมูล N ค่า คือ $X_1, X_2, ..., X_n$ ซึ่งเป็นอิสระต่อกัน การสร้างตัวแบบจึงสามารถอธิบายได้ 3 ขั้นตอนคือ

1. สร้างตัวแบบสำหรับการแจกแจงของ N โดยพิจารณาจากข้อมูลที่มี
2. สร้างตัวแบบการแจกแจงทั่วไปสำหรับ $X_j s$ โดยพิจารณาจากข้อมูลที่มี
3. จากการสร้างตัวแบบทั้ง 2 ขั้นตอนจะสามารถนำไปสู่การสร้างการแจกแจงของ S ที่เหมาะสมได้

จากขั้นตอนข้างต้นจะนำไปสู่การแก้ปัญหาทางด้านตัวเลขที่มีความเกี่ยวข้องกับการแจกแจงของ S ได้จาก

$$S = X_1 + X_2 + ... + X_n$$

เมื่อ N เป็นการแจกแจงจำนวนนับ (Counting distribution) ดังนั้นฟังก์ชันการแจกแจงคือ

$$F_S(x) = \Pr(S \le x)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} p_n \Pr(S \le x | N = n)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} p_n F_X^{*n}(x)$$

เมื่อ $F_X(x) = \Pr(X \le x)$ คือฟังก์ชันการแจกแจงของ $X_j s$ และ $p_n = \Pr(N = n)$ การแจกแจงของ S จะเรียกว่าการแจกแจงประกอบ(Compound distribution) และ $F_X^{*n}(x)$ คือการคอนโวลูชันจำนวน n ครั้ง(n-fold convolution) ของฟังก์ชันสะสมของ X ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$F_X^{*0} = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \ge 1 \end{cases}$$

และ

$$F_X^{*k}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F_X^{*(k-1)}(x-y)dFx(y) \quad for \quad k = 1,2,...$$

เมื่อ $x \geq 0$ หางของการแจกแจงอยู่ในรูป

$$1 - F_S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} p_n[1 - F_X^{*n}(x)]$$

ถ้า X คือตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่มีความน่าจะเป็นเท่ากับ 0 บนค่าที่ไม่ใช่จำนวนเชิงบวก สมการจะลดรูปคือ

$$F_X^{*k}(x) = \int_0^x F_X^{*(k-1)}(x-y)dfx(y)dy \quad for \quad k = 2,3,...$$

เมื่อ $k = 1$ สมการจะอยู่ในรูป $F_X^{*1}(x) = F_X(x)$ ด้วยการหาอนุพันธ์จากฟังก์ชันความน่าจะเป็น ถ้า X ต่อเนื่อง ดังนั้น S จะมีฟังก์ชันความน่าจะเป็นสำหรับ $x > 0$ คือ

$$f_S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} p_n f_X^{*n}(x)$$

และถ้า X ไม่ต่อเนื่อง $\Pr(S=0) = p_0$ ที่ $x = 0$ นั่นคือ

$$\Pr(S=0) \neq f_S(0) = \lim_{x \to 0+} f_S(x)$$

ถ้า X เป็นการแจกแจงจำนวนนับแบบไม่ต่อเนื่อง(Discrete counting distribution) ด้วยความน่าจะเป็น 0,1,2,…จะสามารถลดรูปได้คือ

$$F_X^{*k}(x) = \sum_{y=0}^{x} F_X^{*(k-1)}(x-y)\, fx(y) \quad for \quad x = 0,1,... \quad k = 2,3,...$$

2.1.3.2 **วิธีการสร้างตัวแบบรวมความเสียหาย**

จากการคำนวณฟังก์ชันการแจกแจงประกอบ(Compound distribution function)

$$F_S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n f_X^{*n}(x)$$

จะเห็นได้ว่าฟังก์ชันความน่าจะเป็นไม่สามารถคำนวณได้ง่ายๆ จึงทำให้เกิดวิธีการคำนวณที่เป็นทางเลือกเฉพาะในการประมาณค่าฟังก์ชันนี้ ไม่ว่าจะเป็นการแจกแจงของความถี่หรือแม้แต่การแจกแจงมูลค่าความเสียหาย วิธีการต่างๆที่เลือกมาใช้นั้นจะส่งผลให้เกิดความแตกต่างต่อผลลัพธ์ที่จะเกิดขึ้นเช่นกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งผลที่จะเกิดขึ้นกับหางของการแจกแจงด้านขวา วิธีการสร้างตัวแบบรวมความเสียหายสามารถจำแนกออกเป็นประเภทต่างๆได้ดังนี้

ก. วิธีรีเคอซีฟ(The recursive method)

กำหนดให้ $f_X(x)$ อยู่บน $0,1,2,...,m$ ตามลำดับ เมื่อ m คือความเป็นไปได้มากที่สุดที่ไม่สามารถหาค่าได้(Infinite) และกำหนดให้การแจกแจงของ p_k คือจำนวนสมาชิกของ $(a,b,1)$ ดังนั้น

$$p_k = \left(a + \frac{b}{k}\right) p_{k-1} \qquad k = 2,3,4,...$$

ทฤษฎีบท สำหรับ $(a,b,1)$

$$f_S(x) = \frac{[p_1 - (a+b)p_0] f_X(x) + \sum_{y=1}^{x \wedge m} (a + by/x) f_X(y) f_S(x-y)}{1 - a f_X(0)}$$

เมื่อ $x \wedge m$ คือค่าต่ำสุดของ (x,m)

ทฤษฎีบท สำหรับ $(a,b,0)$

$$f_S(x) = \frac{\sum_{y=1}^{x \wedge m} (a + by/x) f_X(y) f_S(x-y)}{1 - a f_X(0)}$$

กรณีนี้จะเกิดขึ้นเมื่อไม่มีความน่าจะเป็นที่มีค่าเท่ากับ 0 เช่นในกรณีที่การแจกแจงเป็นแบบปัวซงค์

$$f_S(x) = \frac{\lambda}{x}\sum_{y=1}^{x \wedge m} y f_X(y) f_S(x-y) \quad x = 1,2,\ldots$$

เมื่อ $f_S(0) = P_N\left[f_X(0)\right]$จะทำให้การแจกแจงแบบปัวซงค์อยู่ในรูป

$$f_S(0) = e^{-\lambda(1-f_X(0))}$$

วิธีรีเคอซีฟมีข้อจำกัดคือใช้ได้ในกรณีที่การแจกแจงเป็นแบบจุด(Discrete)เท่านั้น ซึ่งอาจต่างจากการแจกแจงความเสียหายที่มีลักษณะการแจกแจงแบบต่อเนื่อง นอกจากนี้ในการคำนวณคอนโวลูชัน(Convolutions) อาจทำให้ช่วงเวลาที่คำนวณไม่ตรงกัน และจะทำให้เป็นปัญหาต่อจำนวนความเสียหายในช่วงเวลานั้น เนื่องจากไม่ได้นำเข้ามาพิจารณาด้วย(Lewis, 2004)

ข. วิธีอินเวอร์ชัน(Inversion method)

เป็นวิธีการหนึ่งที่พิจารณาองค์ประกอบของการแจกแจงของตัวแปรสุ่มและการเปลี่ยนรูปฟังก์ชัน(Transform) เช่นการใช้ฟังก์ชันความน่าจะเป็น(pgf) ฟังก์ชันโมเมนต์(mgf) และฟังก์ชันสะสม(cf)เป็นต้น การแจกแจงประกอบ(Compound distribution) จึงนำไปสู่ตัวแบบรวมความเสียหายด้วยตัวมันเอง เพราะเกิดจากการเปลี่ยนรูปฟังก์ชันประกอบ จึงทำให้การสร้างตัวแบบรวมความเสียหายง่ายขึ้นดังนั้นฟังก์ชันความน่าจะเป็น(pgf) คือ

$$P_S(z) = P_N\left[P_X(z)\right]$$

และ ฟังก์ชัน cf คือ

$$\varphi_S = E\left[e^{iSz}\right] = P_N\left[\varphi_X(z)\right]$$

ค. การจำลองด้วยมอนติคาร์โล(Monte Carlo simulation method)

การจำลองด้วยมอนติคาร์โล ถูกออกแบบมาเพื่อจำลองระบบที่มีลักษณะซับซ้อนของตัวแปรสุ่มในแต่ละส่วนของการวิเคราะห์ความเสียหาย จึงทำให้ทราบพฤติกรรมของความ

เสียหายแต่ละส่วน มีวิธีการกำหนดลักษณะเฉพาะของความเสียหายประเภทต่างๆภายใต้ข้อมูลที่ได้สำรวจมา โดยให้ Y คือ จำนวนข้อมูลที่ได้สำรวจมา และมีค่าคาดหวังคือ E(Y) Y จึงต้องมีลักษณะการแจกแจงแบบต่อเนื่องและเป็นตัวแปรสุ่มที่อยู่บนระบบย่อย ดังนั้นจึงอาจสรุปได้ว่าวิธีมอนติคาร์โล มีเป้าหมายเพื่อหาค่าคาดหวังของ Y โดยการทำให้เกิดจำนวนที่มากขึ้นของตัวแปรอิสระ Y นั่นเอง

ในการประมาณค่าคาดหวังของ Y จะมีการประมาณเหมือนกับการแจกแจงความน่าจะเป็นสะสมของ Y คือ P(Y≤y) ถ้าให้ Z แทนตัวแปรสุ่มดังนั้นถ้า Y≤y แล้ว Z=1 หรือ Z=0 Z จะเป็นค่าคาดหวังของ P(Y≤y)เท่านั้น เมื่อ Z มีเงื่อนไขบน Y จะได้ว่า

$$E(Z) = E(Z|Y \le y) \cdot P(Y \le y) + E(Z|Y \ge y) \cdot P(Y \ge y)$$

เมื่อ Z คือ $E(Z|Y > y) = 0$ และ $E(Z|Y \le y) = 1$ ดังนั้น $E(Z) = P(Y \le y)$

ในการหาค่า Z สามารถหาได้จากค่า Y แล้วประยุกต์ด้วยการเปลี่ยนรูปตามที่ได้อธิบายไว้ในตอนต้น ซึ่งจะทำให้กระบวนการจำลองไม่มีการเปลี่ยนแปลง การสร้างค่าตัวอย่างใหม่ขึ้นมาจะกำหนดให้มีความอิสระต่อกัน เนื่อจากตัวแบบไม่สามารถที่จะเก็บข้อมูลไว้ในหน่วยความจำได้(Condamin,2006) Lewis (2004)ระบุว่าการจำลองมีขั้นตอนต่างๆคือ

1. สร้างความน่าจะเป็นของมูลค่าความเสียหาย และตัวแบบความถี่ขึ้นมา
2. จำลองจำนวนความเสียหายและมูลค่าความเสียหายนั้นๆ
3. คำนวณการรวมความเสียหาย
4. กลับไปทำขั้นตอนที่ 2 ซ้ำ(อย่างน้อย 1,000 ครั้ง) เพื่อหาการแจกแจงการรวมความเสียหาย

2.1.4 **การประเมินความเสี่ยง**(Risk measurement)

การประเมินความเสี่ยงเป็นการสร้างตัวแบบที่อยู่บนพื้นฐานของความน่าจะเป็น เพื่อใช้ในการอธิบายระดับความเสี่ยงด้วยจำนวนจำนวนหนึ่ง โดยจำนวนนี้คือฟังก์ชันของตัวแบบซึ่งเรียกว่า

ดัชนีความเสี่ยง(Key risk indicator) นักคณิตศาสตร์ประกันภัยและนักบริหารความเสี่ยงใช้ดัชนีความเสี่ยงเป็นเกณฑ์ในการพิจารณาความเสี่ยงของบริษัท โดยเฉพาะอย่างยิ่งการใช้วิธีมูลค่าความเสี่ยง (Value at Risk, VaR) ซึ่งเป็นลักษณะการแจกแจงของการรวมความเสี่ยง นักบริหารความเสี่ยงจึงมุ่งเน้นไปที่โอกาสที่ผลลัพธ์จะออกมาด้านลบ มูลค่าความเสี่ยงจึงเป็นเครื่องมือที่สามารถอธิบายโอกาสที่จะเกิดได้ นอกจากนี้มูลค่าความเสี่ยงสามารถใช้เป็นเครื่องมือในการประเมินจำนวนเงินกองทุนที่ต้องดำรง เพื่อใช้ในการต้านทานผลลัพธ์ที่ไม่คาดคิด ทั้งนี้นักลงทุน องค์กรที่ทำหน้าที่เป็นผู้กำกับ และบริษัทประเมินอันดับความน่าเชื่อถือ ยังให้ความสนใจในความสามารถที่จะต้านทานเหตุการณ์ต่างๆของบริษัทด้วย(Klugman, 2008)

การประเมินความเสี่ยงจึงเปรียบเสมือนการแจกแจงความน่าจะเป็น ที่มีความสัมพันธ์กับขนาดของความเสี่ยง การประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงจึงมีวิธีในการกระจายและไม่กระจายการแจกแจง กล่าวคือวิธีมูลค่าความเสี่ยงใช้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แต่การใช้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพียงอย่างเดียวไม่สามารถระบุความเสี่ยงทั้งหมดที่เกิดขึ้นได้ จึงมีผู้เสนอวิธีการประเมินความเสี่ยงด้วยมูลค่าความเสี่ยงแต่เพิ่มปัจจัยต่างๆเข้ามาเช่น รูปร่างการแจกแจง (Shapes) ได้ใช้ค่าความเบ้ (Skewness) ค่าความโด่ง (Kurtosis) เป็นต้น ปัจจัยเหล่านี้จะสามารถทำให้การประเมินความเสี่ยงมีความถูกต้องมากขึ้น มูลค่าความเสี่ยงจึงสามารถแยกย่อยได้อีกหลายประเภทตามปัจจัยที่ใช้ในการคำนวณความเสี่ยง เช่น มูลค่าความเสี่ยงปรับเปลี่ยน (Modified Value at Risk, modVaR) มูลค่าความเสี่ยงส่วนปลาย(Tail Value at Risk (TVaR)) หรือ มูลค่าความเสี่ยงกำหนดเงื่อนไข (Conditional Value at Risk (CVaR)) เป็นต้น

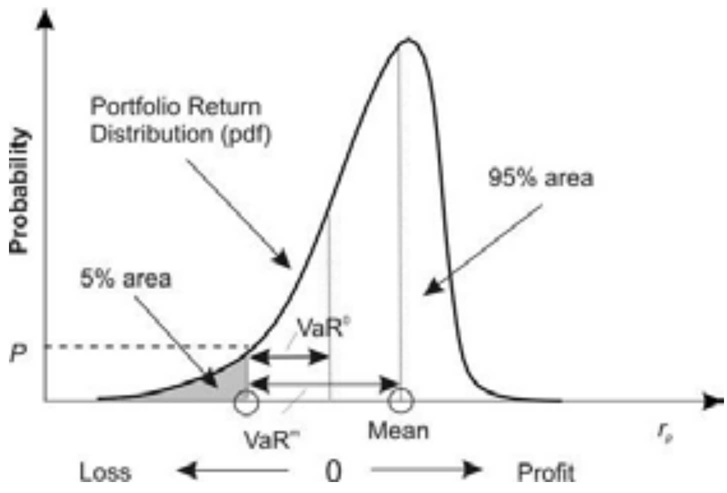
2.1.4.1 **มูลค่าความเสี่ยง**(Value at Risk)

มูลค่าความเสี่ยงเป็นวิธีมาตรฐานที่ใช้วัดความเสี่ยง โดยทั่วไปมูลค่าความเสี่ยงคือจำนวนเงินขั้นต่ำเพื่อสร้างควมมั่นใจเมื่อเกิดความไม่แน่นอนขึ้น โดยระดับความไม่แน่นอนสามารถกำหนดด้วยช่วงความเชื่อมั่น เช่น 99.95% หรือ 95% เป็นต้น ดังแสดงในภาพที่ 2.2

นิยาม ให้ x เป็นความเสียหายสุ่ม มูลค่าความเสี่ยงของ x ที่ระดับ 100p% หรือ α จะอยู่ในรูป $VaR_p(X)$ หรือ π_p ซึ่งหมายถึง ณ ตำแหน่งเปอร์เซนต์ไทล์ของการแจกแจงของ x นั่นเอง

$$VaR_p(X) = \inf\left(F_X(x) > \pi_p\right)$$

เมื่อ x เป็นการแจกแจงแบบต่อเนื่อง $VaR_p(X)$ สำหรับตัวแปรสุ่ม x ที่ตำแหน่ง π_p คือ $\Pr(X > \pi_p) = 1 - p$ (Klugman, 2008)



ภาพที่ 2.2 แสดงการประเมินความเสี่ยง ณ ระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด

เมื่อมีสมมติฐานของฟังก์ชันความน่าจะเป็น x จะอยู่ในรูปของ $f(x)$ และมีช่วงความเชื่อมั่นคือ $1-p$ ความน่าจะเป็น x จะต่ำกว่า X^* คือ

$$\Pr(x < X^*) = \int_{-100\%}^{X^*} f(x)dX = p$$

เมื่อแปลงตัวแปรสุ่ม x ไปเป็น Z ซึ่งเป็นค่ามาตรฐานของการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 จะได้ว่า

$$\Pr(x < X^*) = \Pr[Z < (X^* - \mu)/\sigma] = p$$

เมื่อพิจารณาโอกาสของค่า x ที่จะต่ำกว่าค่า X^* โดยการกำหนดพื้นที่ใต้โค้งของฟังก์ชันความน่าจะเป็นจะทำให้สามารถหาค่า $(X^* - \mu)/\sigma$ จากตารางการแจกแจงปกติได้เช่นพื้นที่ใต้โค้งเท่ากับ 5 เปอร์เซนต์ ค่า Z จะเท่ากับ 1.65 ดังนั้น $(X^* - \mu)/\sigma$ ก็จะเท่ากับ 1.65 เช่นกันจาก

$$\Pr(x < X^*) = \Pr[Z < (X^* - \mu)/\sigma] = p$$

เมื่อ p คือความน่าจะเป็นที่จะเกิดค่าที่ต่ำกว่าหางจะได้ว่า

$$X^* = \mu + z_\alpha \sigma$$

เมื่อ α คือช่วงความเชื่อมั่น การหาค่า α สามารถกระทำได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned}\alpha &= \Pr(x \le X^*) \\ &= \int_{-\infty}^{X^*} N(x;\mu,\sigma^2)dx \\ &= N(X^*)\end{aligned}$$

ทั้งนี้เมื่อ $x \sim N(\mu,\sigma^2)$ จะได้ VaR ที่มีลักษณะที่แตกต่างกัน 2 ประเภทคือ(Dowd, 1998)(อัญญา ขันธวิทย์ , 2547)

ก. กรณีแรก เมื่อ $X^* \le \mu$ ระดับ X^* ที่สัมพันธ์กับความน่าจะเป็นผ่านทาง z_α คือ

$$X^* = \mu - z_\alpha \sigma \text{ หรือ } VaR(relative) = -z_\alpha \sigma W$$

ข. กรณีที่สอง เมื่อ $X^* > \mu$ ค่า z_α สามารถระบุได้ดังนี้

$$X^* = \mu + z_\alpha \sigma \text{ หรือ } VaR(absolute) = -\mu W - z_\alpha \sigma W$$

2.1.4.2 **มูลค่าความเสี่ยงส่วนปลาย**(Tail Value at Risk)

Peng (2009) กล่าวว่าในการบริหารความเสี่ยง และการจัดการทางการเงินการวิเคราะห์ความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงอาจไม่สามารถพยากรณ์ความเสียหายได้อย่างสมบูรณ์ จึงทำให้การประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงประมาณค่าความเสียหาย

ผิดพลาด จึงมีผู้คิดค้นวิธีมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลาย(TVaR) เพื่อใช้ในการประเมินความเสี่ยง โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับกรณีที่อาจเกิดเหตุการณ์สุดขีด(extreme) พิจารณาจากการประเมินความเสี่ยงแบบมูลค่าความเสี่ยงกำหนดให้ ξ คือตัวแปรสุ่มใดๆที่เกิดขึ้น และ $\alpha \in (0,1]$ คือระดับความเชื่อมั่นในการประเมินความเสี่ยง ดังนั้น VaR ของ ξ คือฟังก์ชัน $\xi VaR:(0,1] \rightarrow \Re$ ซึ่งมีสมการคือ

$$\xi VaR(\alpha) = \inf\{x | M\{\xi \le x\} \ge \alpha\}$$

จากสมการจะเห็นได้ว่ามูลค่าความเสี่ยงสามารถคำนวณได้จากควอนไทล์(Quantile) ของการแจกแจงด้วยช่วงความเชื่อมั่น α ในการประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลายจึงมีนิยามของการประเมินความเสี่ยงดังนี้

นิยาม ให้ ξ คือตัวแปรสุ่มใดๆที่เกิดขึ้น และ $\alpha \in (0,1)$ คือระดับความเชื่อมั่นในการประเมินความเสี่ยง ดังนั้น TVaR ของ ξ คือฟังก์ชัน $\xi_{TVaR}:(0,1) \rightarrow \Re$

$$\xi_{TVaR}(\alpha) = \frac{1}{1-\alpha}\int_{\alpha}^{1} \xi_{VaR}(\beta)d\beta$$

ให้ U คือเซตของตัวแปรสุ่มใดๆ $\xi:\Gamma \rightarrow \Re$ กำหนดอยู่บนปริภูมิ (Γ, L, M) การประเมินความเสี่ยงคือ การให้ความสำคัญไปที่ตัวแปรสุ่มใดๆที่เกิดความเสี่ยงขึ้นจริง

นิยาม พิจารณาเมื่อ $\mu:U \rightarrow \Re$ แล้วจะเรียกว่าการประเมินความเสี่ยงด้วยเส้นโค้ง(Convex) และจะอิสระจากกัน

1. มีคุณสมบัติโค้งออก(convexity)และจะอิสระจากกันสำหรับ $\lambda \in [0,1]$ และ ξ กับ η อิสระจากกันเมื่อ $\mu(\lambda\xi + (1-\lambda)\eta) \le \lambda\mu(\xi) + (1-\lambda)\mu(\eta)$

2. มีคุณสมบัติโมโนโทนิคซิตี้(Monotonicity)ถ้า $\xi \le \eta$ ดังนั้น $\mu(\xi) \le \mu(\eta)$

3. มีคุณสมบัติการแปลงที่เกิดจากความแปรปรวน(Translation in variance)ถ้า b เป็นค่าคงที่ใดๆแล้ว $\mu(\xi + b) = \mu(\xi) + b$

นิยาม พิจารณา $v:U \rightarrow \Re$ จะเรียกว่าการประเมินความเสี่ยงแบบโคเฮียเรนท์(Coherent) ที่อิสระกันเมื่อมีคุณสมบัติดังนี้

1. ให้ค่าบวกเหมือนกัน(Positive homogeneity) เมื่อ $c > 0$ แล้ว $v(c\xi) = cv(\xi)$

2. คุณสมบัติการกระจายการคูณ(Subadditivity)ที่อิสระกันเมื่อ $v(\xi+\eta) \le v(\xi) + v(\eta)$ เมื่อ ξ และ $\eta \in U$ อิสระกัน

3. โมโนโทนิคซิตี้ถ้า $\xi \le \eta$ และ $v(\xi) \le v(\eta)$

4. คุณสมบัติการแปลงที่เกิดจากความแปรปรวน(Translation in variance)ถ้า b เป็นค่าคงที่ใดๆแล้ว $v(\xi+b) = v(\xi) + b$

ทฤษฎีบท ให้ ξ และ η คือตัวแปรสุ่ม 2 ตัวใดๆ ถ้า $M\{\xi \le x\} = M\{\eta \le x\}$ สำหรับ $x \in \Re$ แล้วจะได้ว่า $\xi TVaR(\alpha) = \eta TVaR(\alpha)$ ทั้งนี้ลักษณะการแจกแจงของ ξ และ η จะต้องมีลักษณะเหมือนกัน เรียกคุณสมบัตินี้ว่ากฎที่เกิดจากความแปรปรวน(Law invariance)

ทฤษฎีบท ให้ ξ คือตัวแปรสุ่มใดๆ ถ้า $c > 0$ แล้ว $(c\xi)_{TVaR}(\alpha) = c\xi_{TVaR}(\alpha)$ ซึ่งเกิดจากคุณสมบัติ ที่ให้ค่าบวกเหมือนกัน(Positive homogeneity)ของวิธีมูลค่าความเสี่ยง

$$(c\xi)_{TVaR}(\alpha) = \frac{1}{1-\alpha}\int_{\alpha}^{1}(c\xi)_{VaR}(\beta)d\beta$$

$$= \frac{c}{1-\alpha}\int_{\alpha}^{1}\xi_{VaR}(\beta)d\beta$$

$$= c\xi_{TVaR}(\alpha)$$

2.2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Valdez และ Chernih (2003) ได้ศึกษาความสามารถของการดำรงเงินกองทุนเพื่อใช้ในการกระจายความเสี่ยงเมื่อมีลักษณะธุรกิจหลายประเภท การใช้การแจกแจงกลุ่มอีลิปติเคิลจะมีความยืดหยุ่นซึ่งเหมาะสมกับการประกันภัย เมื่อประยุกต์กับทฤษฎีการจัดสรรที่เหมาะสมในประเภทธุรกิจจะมีสมมติฐานคือ ไม่ตัดข้อมูล มีความสมมาตร และมีความคงเส้นคงวา (Consistency) โดยแต่ละสมมติฐานมีความสำคัญเท่ากัน

Kim, Silvapulle and Silvapulle(2005) ได้เปรียบเทียบการประมาณค่าคอปปูลาด้วยวิธีกึ่งพารามิเตอร์ (Semiparametric) และวิธีพารามิเตอร์(Parametric) โดยทั่วไปการประมาณค่าคอปปูลาพารามิเตอร์ใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด(Maximum likelihood estimator(MLE))ซึ่งเป็นวิธีที่เป็นที่รู้จักกันอย่างกว้างขวาง และการใช้วิธีอนุมานการแจกแจงเดี่ยว(Inference function of margin(IFM))ซึ่งมีความยืดหยุ่น หากการประมาณการแจกแจงเดี่ยวด้วยวิธีนี้ผิดพลาดจะส่งผลให้การประมาณค่าคอปปูลาผิดพลาดด้วย แต่การประมาณด้วยวิธีอนุมานการแจกกแจงเดี่ยวง่ายกว่าการใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ในการประมาณค่าคอปปูลาด้วยวิธีกึ่งพารามิเตอร์ได้ใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบแคโนนิเคิล(Canonical maximum likelihood (CML))วิธีนี้จะประมาณการแจกแจงเดี่ยวด้วยวิธีการไม่ใช้พารามิเตอร์ (Nonparametrically) โดยการใช้ฟังก์ชันการแจกแจงที่แท้จริง(Empirical distribution function) กล่าวคือไม่มีการกำหนดสมมติฐานของการแจกแจงเดี่ยว และจะประมาณค่าความสัมพันธ์ร่วมด้วยพารามิเตอร์ของคอปปูลาประเภทนั้น(Family of copulas) ผลการวิจัยสรุปได้ว่าวิธีอนุมานการแจกแจงเดี่ยว(IFM) และวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด(MLE)ไม่มีผลต่อการประมาณค่าคอปปูลาเมื่อการกำหนดการแจกแจงเดี่ยวผิด ส่วนวิธีกึ่งพารามิเตอร์(CML) มีลักษณะเหมือนกับวิธีอนุมานการแจกแจงเดี่ยว แต่ให้ผลการประมาณดีกว่าการประมาณค่าทางสถิติง่ายกว่า และไม่ทำให้ส่วนสำคัญทางสถิติหายไป

Rosenberg และ Schuermann(2006) ได้ศึกษาวิธีในการจัดการความเสี่ยงแบบองค์รวมเมื่อความเสี่ยงเบี่ยงเบนไปอยู่ในรูปหางหนา(Fat-tailed risk) ด้วยการใช้คอปปูลาในการสร้างการแจกแจงร่วมเมื่อธุรกิจมีหลายประเภทและมีความสัมพันธ์ที่ไม่อิสระต่อกัน พบว่าเมื่อพิจารณาภาพรวมของธุรกิจความเสี่ยงมีความแตกต่างกันมากกว่าการเปลี่ยนแปลงระหว่างความสัมพันธ์ของความเสี่ยงนั้น ซึ่งทำให้เกิดข้อดีในการประมาณความสัมพันธ์ของความเสี่ยงนั้นแต่จะทำให้เกิดความซับซ้อนในความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนแปลงของความเสี่ยงและความสัมพันธ์ส่วนหาง ซึ่งจะส่งผลต่อการพิจารณาความเสี่ยงในองค์รวม ดังนั้น การกำหนดการแจกแจงเดี่ยวของความเสี่ยงแต่ละประเภทในการสร้างการแจกแจงร่วมด้วยคอปปูลาจึงเป็นคุณสมบัติที่สำคัญในการพิจารณาความเสี่ยงแบบองค์รวม เพื่อให้รูปร่างการแจกแจงสมบูรณ์มากที่สุด เมื่อส่วนหางของการแจกแจงมีความสัมพันธ์ที่ไม่อิสระต่อกัน

Kole และคณะ (2007) ได้เสนอแนวทางในการเลือกคอปปูลาเพื่อใช้ในการบริหารความเสี่ยง โดยใช้วิธีคอลโมโกรอฟ สเมอร์นอฟและ แอนเดอสัน ดาร์ลิงก์(Anderson–Darling)ทดสอบ

ความถูกต้องและความแม่นยำของคอปปูลาแบบปกติ แบบสติวเดนท์ ที และแบบกัมเบลพบว่า คอลโมโกรอฟ สเมอร์นอฟมีความแม่นยำบริเวณส่วนกลางของโครงสร้างความสัมพันธ์ ส่วน แอนเดอสัน ดาร์ลิงก์ ให้ความแม่นยำในส่วนปลายได้ดีซึ่งเหมาะกับโครสร้างที่เกิดค่าสุดขีด(Extreme value) เมื่อวิเคราะห์ต่อไปพบว่าคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดค่าสุดขีด (Extreme value) ไม่แตกต่างจากการคำนวณความน่าจะเป็นที่แท้จริง(Empirical probabilities) ส่วนคอปปูลาแบบปกติให้ค่าประมาณความน่าจะเป็นต่ำเกินไป และคอปปูลาแบบกัมเบลให้ค่าประมาณสูงเกินไป ความแตกต่างทั้งหมดนี้จะมีผลต่อการกระจายความเสี่ยง โดยที่คอปปูลาแบบปกติให้ค่าการกระจายความเสี่ยงเกินจริง ส่วนคอปปูลาแบบกัมเบลให้ค่าการกระจายความเสี่ยงต่ำเกินจริง ดังนั้น ความเหมาะสมของพอร์ตโฟลิโอจึงขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของความสัมพันธ์จากความเสี่ยงแต่ละส่วนที่นำมาใช้พิจารณามิเช่นนั้นจะทำให้มีการนำความเสี่ยงมาคำนวณมากเกินไปเหมือนคอปปูลาแบบปกติและแบบกัมเบล กล่าวคือ สติวเดนท์ ที คอปปูลาสามารถระบุทั้งความสัมพันธ์ที่ไม่อิสระกันส่วนกลางและส่วนหางได้ดีกว่าคอปปูลาทั้งสองประเภทจากการกำหนดองศาความอิสระ(degree of freedom)

Bargès(2009) ได้ศึกษาเรื่องการจัดสรรเงินกองทุนบนพื้นฐานมูลค่าความเสี่ยงส่วนหาง (Tail-Value at Risk)ร่วมกับคอปปูลา ผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่าการจัดสรรเงินกองทุนมีความเกี่ยวข้องกับความเสี่ยง การใช้คอปปูลาแบบเอฟจีเอ็ม(FGM copula) จะทำให้ง่ายในการคำนวณความสัมพันธ์และการเชื่อมโยงความเสี่ยง

Fantazzini (2009) ได้ศึกษาเรื่องผลการประมาณการแจกแจงเดี่ยวผิดและการใช้คอปปูลาในการคำนวณมูลค่าความเสี่ยง(VaR)ด้วยวิธีมอนติคาร์โล ซึ่งแบ่งการวิเคราะห์เป็น 2 ส่วนคือ 1 วิเคราะห์ผลของการประมาณการแจกแจงเดี่ยวผิด 2 ศึกษาผลของการประมาณการแจกแจงเดี่ยวผิดที่จะส่งผลต่อการคำนวณมูลค่าความเสี่ยง ผลการวิจัยสรุปได้ว่า ประการแรก เมื่อข้อมูลเบ้และใช้การแจกแจงเดี่ยวแบบสมมาตรในการประมาณค่าด้วยคอปปูลาแบบปกติจะทำให้เกิดความเอนเอียงขึ้นและจะเพิ่มเป็น 2 เท่าเมื่อประมาณด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที เนื่องจากการแจกแจงเดี่ยวจะทำให้เกิดโครงสร้างที่แข็งแรงของความสัมพันธ์ที่ไม่อิสระกันและส่งผลต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ของคอปปูลา ประการที่สอง มอนติคาร์โลไม่มีผลในการคำนวณมูลค่าความเสี่ยงเมื่อการประมาณค่าการแจกแจงเดี่ยวผิด และการใช้คอปปูลาผิดประเภท

He และ Gong(2009) ศึกษาการหาคู่ความเสี่ยงด้วยการใช้คอปปูลาร่วมกับมูลค่าความเสี่ยงกำหนดเงื่อนไข(Conditional value at risk) โดยการรวมความเสี่ยงด้านการตลาดและความเสี่ยงด้านเครดิตในพอร์ตโฟลิโอการลงทุนด้วยการจำลองแบบมอนติคาร์โล แล้วสร้างการแจกแจงร่วมด้วยคอปปูลา และประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงกำหนดเงื่อนไข ผลปรากฏว่าการเลือกคอปปูลาแบบปกติ แบบสติวเดนท์ ที แบบเคลย์ตัน แบบกัมเบล และแบบแฟรงค์ ให้ค่าคู่ความเสี่ยงแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย ดังนั้นคอปปูลาที่ใช้ร่วมกับมูลค่าความเสี่ยงกำหนดเงื่อนไขมีประสิทธิภาพในการป้องกันความเสี่ยงด้านการเงินและสร้างความมั่นใจให้แก่นักลงทุนได้

Kerkhof และคณะ(2010)ได้สร้างตัวแบบความเสี่ยงและตัวแบบเงินกองทุนสำรอง ด้วยเทคนิคทางสถิติและคณิตศาสตร์ในการหาระดับเงินกองทุนสำรองที่เหมาะสม โดยพิจารณาเฉพาะความเสี่ยงที่คลุมเคลือและคาดว่าจะสัมพันธ์กับตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การประเมินความเสี่ยง การเลือกความเสี่ยงผิด และการระบุความเสี่ยงแต่ละตัว ซึ่งความแตกต่างนี้จะส่งผลต่อการสร้างตัวแบบในการประเมินระดับเงินกองทุนสำรอง

Kojadinovic และ Yan(2010)เปรียบเทียบวิธีกึ่งพารามิเตอร์(Semiparametric)ในการประมาณพารามิเตอร์ที่มีความสัมพันธ์ไม่อิสระต่อกันในตัวแบบคอปปูลา ผลการวิจัยพบว่าวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแบบเทียม(Maximum pseudo-likelihood) เป็นวิธีที่ดีเมื่อความไม่อิสระส่วนหางมีน้อย เมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่างจะทำให้ความไม่อิสระของข้อมูลหายไป แสดงให้เห็นว่าวิธีกึ่งพารามิเตอร์(Semiparametric) มีประสิทธิภาพเมื่อตัวแปรมีความสัมพันธ์ที่อิสระกันมากกว่า

Zhou(2010) ได้ศึกษาปัจจัยความเสี่ยงที่มีโครงสร้างความสัมพันธ์ไม่อิสระกันและผลของการกระจายความเสี่ยง โดยใช้ทฤษฎีค่าสุดขีด(Extreme value theory (EVT))ในการรวมความเสี่ยงแต่ละประเภทเพื่อสร้างการแจกแจงส่วนหางที่มีลักษณะหนา(Heavy-tailed distributions) แล้วใช้วิธีมูลค่าความเสี่ยงในการประมาณสเกลฟังก์ชันของการแจกแจงส่วนหางที่มีลักษณะหนา และเปรียบเทียบผลของการกระจายความเสี่ยงโดยมีดัชนีบ่งชี้ผลของการกระจายความเสี่ยงคือ ถ้าดัชนีมากกว่า 1 แสดงว่าความเสี่ยงนั้นไม่มีความสัมพันธ์ส่วนหางซึ่งไม่ทำให้เกิดการกระจายความเสี่ยง ในทางกลับกันถ้ามีความสัมพันธ์ส่วนหางกันสูงดัชนีจะต้องไม่มากกว่า 1 ซึ่งจะทำให้เกิดประโยชน์ในการกระจายความเสี่ยง โดยเป็นผลจากความสัมพันธ์ส่วนหางที่ลดลง

Cholleteและคณะ(2011)ได้ศึกษาเรื่องการกระจายความเสี่ยงด้วยวิธีคอปปูลา โดยใช้ข้อมูลในตลาดหุ้นเนื่องจาก สามารถสะท้อนภาวะวิกฤติต่างๆที่เกิดขึ้นได้ดี และมีความเกี่ยวพันกันทางด้านการเงิน เพื่อหามูลค่าสินทรัพย์และผลตอบแทนในกลุ่มภูมิภาคของโลก ผลการวิจัยพบว่าการกระจายความเสี่ยงมีผลต่อต้นทุนและกำไรที่เกิดขึ้น เมื่อสินทรัพย์มีหางการแจกแจงหนาจะไม่ส่งผลดีต่อการกระจายความเสี่ยง แต่จะทำให้นักลงทุนประเมินความเสี่ยงทั้งระบบต่ำกว่าความเป็นจริง

ฐิติมา จิรเศรษฐสิริ(2548)ได้ศึกษาเรื่องการจำลองตัวแปรสุ่มด้วยเทคนิคคอปปูลาเมื่อทราบการแจกแจงส่วนริมและสหสัมพันธ์ โดยใช้คอปปูลาแบบปกติและคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ที่มีองศาความอิสระเท่ากับ 3 4 5 และ 10 การศึกษาพบว่า เมื่อเปรียบเทียบขอบเขตของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ที่ใช้ในการจำลองตัวแปรสุ่มคอปปูลาแบบปกติพบว่ามีขอบเขตของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ที่สามารถจำลองตัวแปรสุ่มได้ครอบคลุมกว่าคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที แต่เมื่อเพิ่มองศาความอิสระมากขึ้นคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที จะมีขอบเขตของเตริกซ์สหสัมพันธ์ที่สามารถใช้ในการจำลองได้ใกล้เคียงกับคอปปูลาแบบปกติ

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ และการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยง ด้วยการใช้คอปปูปลาแบบปกติ และคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ในการสร้างการแจกแจงร่วมของความสัมพันธ์ในพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยง ในบทนี้ได้นำเสนอวิธีการดำเนินการวิจัยซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. เก็บรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้อง
2. ปรับเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปอัตราส่วนความเสียหาย
3. ประมาณค่าพารามิเตอร์การแจกแจงเดี่ยวที่เหมาะสม
4. ประมาณเมตริกซ์ความสัมพันธ์ร่วมด้วยวิธีสเปียร์แมน (Spearman rank correlation)
5. สร้างคอปปูลาด้วย วิธีการอนุมานฟังก์ชันการแจกแจงเดี่ยว(Method of inference function of margins(IFM))
6. สร้างตัวแบบรวมความเสียหายจากการจำลองด้วยวิธีมอนติคาร์โล
7. ประเมินระดับเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ภายใต้การประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยง และ วิธีมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลาย
8. เปรียบเทียบระดับการถือครองเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ จากคอปปูลาแบบปกติ และคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที
9. เปรียบเทียบผลของการกระจายความเสี่ยง เมื่อการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่พิจาณาพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงแยกประเภท และ พิจารณาการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยง

ในขั้นตอนที่ 8 และ 9 เป็นการศึกษาเชิงวิเคราะห์ รายละเอียดของการดำเนินการวิจัยในขั้นตอนดังกล่าวผู้วิจัยขอนำเสนอไปพร้อมๆกับการวิเคราะห์ผลการวิจัยในบทที่ 4 รายละเอียดของการดำเนินการวิจัยมีดังนี้

3.1 ข้อมูลสำหรับการประมาณค่า

ข้อมูลที่ใช้ในงานวิจัยนี้เป็นข้อมูลทุติยภูมิ (Secondary data) จากรายงานประจำเดือนของงบกำไรขาดทุนเบ็ดเสร็จ ในการรับประกันภัยแต่ละประเภทของบริษัทประกันวินาศภัยแห่ง

หนึ่ง ตั้งแต่เดือนมีนาคม พ.ศ. 2548 ถึง เดือนธันวาคม พ.ศ. 2553 โดยจำแนกตามประเภทการรับประกันภัยดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 แสดงประเภทในการรับประกันภัย

ประเภทการรับประกันภัย	อักษรย่อ	i
การประกันอัคคีภัย(Fire insurance)	F	1
การประกันภัยทางทะเลและการขนส่ง (Marine & transportation insurance)	Ma	2
การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ (Compulsory automobile insurance)	C	3
การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ (Voluntary automobile insurance)	V	4
การประกันภัยเบ็ดเตล็ด (Miscellaneous insurance)	Mi	5
การประกันภัยความเสี่ยงภัยต่อทรัพย์สิน (Industrial all risks insurance)	IAR	6
การประกันภัยอุบัติเหตุส่วนบุคคล (Personal accident insurance)	PA	7

ข้อมูลที่นำมาใช้ในการศึกษามีดังนี้

ก. กรณีที่ 1 อัตราส่วนความเสียหายสุทธิ (Net loss ratio)

อัตราส่วนความเสียหายสุทธิ(Net loss ratio) หมายถึง อัตราส่วนความเสียหายที่คำนวณจากเบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้ และค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นจากการรับประกันภัยโดยตรงบวกการรับประกันภัยต่อและหักออกจากการประกันภัยต่อ

ข. กรณีที่ 2 อัตราส่วนความเสียหายรวม (Gross loss ratio)

อัตราส่วนความเสียหายรวม(Gross loss ratio) หมายถึง อัตราส่วนความเสียหายที่คำนวณจากเบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้ และค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้น จากการรับประกันภัยโดยตรง(ก่อนจะมีการประกันภัยต่อ)บวกกับการรับประกันภัยต่อ

3.2 **การเตรียมข้อมูล**

ก่อนการวิเคราะห์ข้อมูลจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องปรับข้อมูลให้อยู่ในรูปอัตราส่วนความเสียหาย เพื่อให้เป็นรูปแบบเดียวกันและเพื่อให้การวิเคราะห์ผลเป็นไปได้ง่ายรวมถึงให้ความหมายไปในทิศทางเดียวกัน ขั้นตอนการปรับข้อมูลมีรายละเอียดดังนี้

3.2.1 **การหาอัตราส่วนความเสียหาย**(Loss ratio)

อัตราส่วนความเสียหาย เป็นอัตราส่วนที่แสดงให้เห็นถึงอัตราส่วนระหว่างผลประโยชน์ที่จ่ายให้แก่ผู้ถือกรมธรรม์กับการเก็บเบี้ยประกันภัย โดยอัตราส่วนความเสียหายสูง บ่งชี้ว่าบริษัทประกันภัยไม่สามารถสร้างกำไรที่เกิดจากการรับประกันภัยได้ กล่าวคือ การเก็บเบี้ยประกันภัยไม่เพียงพอที่จะจ่ายเป็นค่าสินไหมทดแทนให้แก่ผู้ถือกรมธรรม์ ในทางตรงข้าม ถ้าอัตราส่วนความเสียหายต่ำแสดงให้เห็นว่าความคุ้มครองที่มีให้แก่ผู้ถือกรมธรรม์ประกันภัยมีน้อย หรือมีการเก็บเบี้ยประกันภัยสูง หรือมูลค่าการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนมีต่ำ เป็นต้น นอกจากนี้ด้านการธนาคารยังมีการใช้อัตราส่วนความเสียหายเพื่อระบุถึงจำนวนเงินที่ไม่สามารถให้ความคุ้มครองหนี้สินได้ ดังนั้น อัตราส่วนความเสียหายจึงคำนวณได้จาก

$$\text{อัตราส่วนความเสียหาย} = \frac{\text{ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้น}}{\text{เบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้}}$$

หรือ

$$loss\ ratio = \frac{Incurred\ claims}{Earned\ \ premiums}$$

3.2.1.1 **ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้น**(Incurred claims)

จากสมการอัตราส่วนความเสียหายการประมาณค่าค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นมีรายละเอียดดังนี้

ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้น(Incurred claims) = ค่าสินไหมทดแทนจ่าย(Loss paid) + เงินสำรองค่าสินไหมทดแทน (Loss reserve)

เงินสำรองค่าสินไหมทดแทน(Loss reserve) หมายถึง เงินที่บริษัทประกันภัยจะต้องจัดสรรสำรองไว้เป็นหนี้สิน สำหรับการจ่ายค่าสินไหมทดแทนเนื่องจากภาระผูกพันตามกรมธรรม์ประกันภัย(สำนักงานคณะกรรมการกำกับและส่งเสริมการประกอบธุรกิจประกันภัย(คปภ.) และสำนักงานอัตราเบี้ยประกันวินาศภัย (IPRB), 2551:32) เงินสำรองค่าสินไหมทดแทน (Loss reserve) สามารถคำนวณได้ดังนี้

เงินสำรองค่าสินไหมทดแทน(Loss reserve) = ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสมบูรณ์(Ultimate claims incurred) – ค่าสินไหมทดแทนจ่าย(Loss paid)

ทั้งนี้เงินสำรองค่าสินไหมทดแทน (Loss reserve) ยังแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท คือเงินสำรองที่จัดสรรไว้สำหรับความเสียหายที่บริษัทยังไม่ได้รับรู้ (Unknown claims) และเงินสำรองที่จัดสรรไว้สำหรับความเสียหายที่บริษัทได้รับรู้แล้ว (Known claims) จากความแตกต่างของเงินสำรองทั้ง 2 กรณี จึงทำให้สรุปองค์ประกอบของเงินสำรองค่าสินไหมทดแทนได้ดังสมการ

เงินสำรองค่าสินไหมทดแทน(Loss reserve) = เงินสำรองสำหรับความเสียหายที่เกิดขึ้นและรับรู้แล้ว(Case reserve) + เงินสำรองสำหรับความเสียหายที่เกิดขึ้นแล้วแต่ยังไม่ได้รับรายงาน (Incurred but not reported (IBNR))

จากสมการเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน (Loss reserve) ทั้ง 2 สมการสามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็น

ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสมบูรณ์(Ultimate claims incurred) = ค่าสินไหมทดแทนจ่าย (Loss paid) + เงินสำรองสำหรับความเสียหายที่เกิดขึ้นและรับรู้แล้ว(Case reserve) + เงินสำรองสำหรับความเสียหายที่เกิดขึ้นแล้วแต่ยังไม่ได้รับรายงาน(IBNR)

การพิจารณาค่าสินไหมทดแทนและเงินสำรองประกันภัยยังไม่ได้สะท้อนภาระผูกพันที่บริษัทประกันภัยจ่ายค่าสินไหมทดแทนไว้ได้ทั้งหมด สำนักงานคณะกรรมการกำกับและส่งเสริมการประกอบธุรกิจประกันภัย(คปภ.) จึงได้กำหนดให้มีส่วนบวกเพิ่ม(ลดลง)จากการเปลี่ยนแปลงของเงินสำรองประกันภัยปีปัจจุบันเทียบกับปีก่อน(Reserve change) นอกจากนี้ยังกำหนดให้มีส่วนหักออกจากค่าสินไหมทดแทนจ่ายคือค่าสินไหมทดแทนรับคืนจากคู่กรณี (Loss recovery) ทำให้สามารถแสดงถึงการจ่ายค่าสินไหมทดแทนที่แท้จริงได้(สถิติธุรกิจรายเดือนเรื่องเปรียบเทียบค่าสินไหมทดแทนของธุรกิจประกันวินาศภัย : www.oic.or.th) ดังนั้นค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้น (Incurred claims)มีสมการในการคำนวณคือ

ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้น(Incurred claims) = ค่าสินไหมทดแทนจ่าย(Loss paid) + การเปลี่ยนแปลงของเงินสำรองประกันภัย(Loss reserve change) - ค่าสินไหมทดแทนรับคืนจากคู่กรณี (Loss recovery)

แนวคิดเรื่องการคำนวณเงินสำรองจึงอาจสรุปตามแผนภาพที่ 3.1 ดังนี้

<table>
<tr><td rowspan="3">ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นสมบูรณ์
(Ultimate claims incurred)</td><td>ค่าสินไหมทดแทนจ่าย(Loss paid)</td></tr>
<tr><td>เงินสำรองสำหรับความเสียหายที่เกิดขึ้นและรับรู้แล้ว(Case reserve)</td></tr>
<tr><td>เงินสำรองสำหรับความเสียหายที่เกิดขึ้นแล้วแต่ยังไม่ได้รับรายงาน(IBNR)</td></tr>
</table>

ภาพที่ 3.1 แสดงแนวคิดเรื่องการคำนวณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน

ที่มา: ดัดแปลงจาก(คปภ.และIPRB,2551)

3.2.1.2 **เบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้**(Earned premium)

เบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้ (Earned premium) คือ จำนวนเงินที่บริษัทประกันภัยถือเป็นรายได้ที่เกิดจากการดำเนินธุรกิจ ซึ่งบริษัทประกันภัยเรียกเก็บจากผู้ซื้อกรมธรรม์ที่ชำระเบี้ยประกันภัย การคำนวณมูลค่าเบี้ยประกันภัยจึงพิจารณาจากระยะเวลาความคุ้มครอง มูลค่าความคุ้มครอง และผลประโยชน์อื่นเป็นต้น ต้นทุนการประกันภัยจึงเรียกว่าเบี้ยประกันภัย แต่เบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้จะมีการคำนวณจากสัดส่วนของเบี้ยประกันภัยต่อระยะเวลาของความคุ้มครองจนสิ้นสุดความคุ้มครองของกรมธรรม์นั้นๆ ดังนั้นบริษัทประกันภัยจะสามารถเก็บเบี้ยประกันภัยเป็นรายได้ทั้งหมดก็ต่อเมื่อกรมธรรม์นั้นสิ้นสุดลง ในช่วงที่บริษัทประกันภัยรับรู้เบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้ยังไม่หมด บริษัทประกันภัยจึงต้องมีเงินสำรองเบี้ยประกันภัยที่ยังไม่ถือเป็นรายได้ไว้

การคำนวณเงินสำรองเบี้ยประกันภัยที่ยังไม่ถือเป็นรายได้(Unearned premium reserve) เป็นองค์ประกอบหนึ่งในการคำนวณเบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้ เงินสำรองเบี้ยประกันภัยที่ยังไม่ถือเป็นรายได้แสดงให้เห็นสัดส่วนของเบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้ในอนาคตที่ยังมาไม่ถึง บริษัทประกันภัยจึงจำเป็นจะต้องมีเงินสำรองไว้เพื่อให้เกิดสภาพคล่องในการจ่ายผลประโยชน์ให้แก่ผู้ถือกรมธรรม์ นอกจากนี้ยังพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของเงินสำรองเบี้ยประกันภัยที่ยังไม่ถือเป็นรายได้ปีปัจจุบันเทียบกับปีก่อน(Unearned premium reserve change) เบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้จึงคำนวณได้ดังสมการ

เบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้ = เบี้ยประกันภัยรับ(Written premium) + การเปลี่ยนแปลงของเงินสำรองเบี้ยประกันภัยที่ยังไม่ถือเป็นรายได้

จากค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้น และ เบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้ จึงได้สมการการคำนวณการคำนวณอัตราส่วนความเสียหายตามองค์ประกอบของอัตราส่วนความเสียหายซึ่งประกอบด้วยค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นและเบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้ คือ

$$Loss\ ratio(LR) = \frac{Paid\ \ claims + Loss\ reserve\ change - Loss\ recovery}{Written\ \ premiums + Unearned\ \ premium\ reserve\ change}$$

$$LR = \frac{Incurred\ \ claim}{Earned\ \ \ premium} = \frac{IC}{EP}$$

จากสมการอัตราส่วนความเสียหายจะปรับรูปสมการใหม่โดยการนำช่วงเวลาของข้อมูลและประเภทธุรกิจเข้ามาประกอบในการคำนวณจึงได้สมการใหม่คือ

$$LR_{i,t} = \frac{IC_{i,t}}{EP_{i,t}}$$

เมื่อ LR คือ อัตราส่วนความเสียหาย

IC คือ ค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้น

EP คือ เบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้

t คือ ช่วงเวลาที่คำนวณ(t =1,2,…,46)

i คือ ประเภทการรับประกันภัย(i =1,2,…,7)

เมื่อกำหนดให้หนึ่งช่วงเวลา t คือ $n = 1,2,...,12$ จะได้สมการใหม่ที่ใช้ในการคำนวณอัตราส่วนความเสียหายในหนึ่งช่วงเวลา คือ

$$LR_{i,t} = \frac{\sum_{n=1}^{12} IC_{i,n}}{\sum_{n=1}^{12} EP_{i,n}}$$

3.2.2 **การสร้างมาตรฐานให้ข้อมูล**(Standardized)

การสร้างมาตรฐานให้ข้อมูล(Standardized) เป็นกระบวนการสร้างลักษณะเฉพาะของข้อมูลขึ้นมาโดยมีกระบวนการที่แตกต่างกันออกไปขึ้นอยู่กับความต้องการ ความสำคัญของข้อมูลและการแปลความหมาย การสร้างมาตรฐานให้ข้อมูลจะสร้างข้อมูลชุดใหม่ขึ้นด้วยข้อมูลเดิมซึ่งจะทำให้การแปลความของข้อมูลไปในทิศทางเดียวกัน Frachot และคณะ (2001) ระบุว่า ในการขยายลักษณะธุรกิจออกไปหลายประเภทนั้นจำเป็นจะต้องสร้างมาตรฐานให้ข้อมูล ซึ่งการสร้างมาตรฐานให้ข้อมูลเป็นวิธีการที่สามารถบ่งชี้ได้ถึงระดับความเสี่ยงที่เกิดขึ้นจากการดำเนินธุรกิจนั้นและความเสี่ยงที่เกิดขึ้นจะส่งผลต่อระดับเงินกองทุนอย่างไร การสร้างมาตรฐานให้ข้อมูลในครั้งนี้

จะทำให้ได้ข้อมูลชุดใหม่ที่ระบุความเสี่ยงด้วยการกำหนดให้ความเสี่ยงเป็นค่าคงที่มีหน่วยวัดเป็นสัดส่วนความเสี่ยง

Tang (2004) ได้นำอัตราส่วนความเสียหายมาใช้ในการประมาณค่าและได้ทำการสร้างมาตรฐานให้ข้อมูล ด้วยการใช้เบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้ ซึ่งจะทำให้ได้ข้อมูลชุดใหม่ที่มีลักษณะเป็นหน่วยความเสี่ยง ณ ช่วงเวลานั้น วิธีการนี้ยังสามารถใช้ในการเปรียบเทียบความเสียหายจากประเภทธุรกิจนั้นกับระดับความต่างของสัดส่วนความเสี่ยง นอกจากนี้ยังสามารถขจัดผลของการเบี่ยงเบนที่อาจเกิดจากการแจกแจงของความถี่ได้ จึงส่งผลให้ไม่ต้องนำปัจจัยดังกล่าวมาพิจารณาในการสร้างตัวแบบรวมความเสียหายผู้วิจัยจึงได้นำวิธีการนี้มาใช้ในงานวิจัยครั้งนี้มีสมการที่ใช้ในการคำนวณคือ

$$w_{i,t} = \frac{EP_{i,t}}{\sum_{i=1}^{n} EP_{i,t}}$$

เมื่อ w คือ ค่ามาตรฐาน

EP คือ เบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้

$\sum EP$ คือ ผลรวมของเบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้

t คือ เวลาที่คำนวณ $(t = 1,2,...,46)$

i คือ ประเภทธุรกิจ $(i = 1,2,...,7)$

ดังนั้นอัตราส่วนความเสียหายที่ถูกสร้างมาตรฐานแล้วจะเขียนสมการอยู่ในรูป

$$LR^{*} = LR_{i,t} \cdot w_{i,t}$$

3.3 **การหาพารามิเตอร์การแจกแจงเดี่ยว**(Marginal distribution)

3.3.1 **วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด**(Maximum likelihood)

การประมาณค่าพารามิเตอร์การแจกแจงเดี่ยวด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เป็นวิธีที่ให้ตัวประมาณที่มีคุณสมบัติที่ดีหลายประการคือ เป็นตัวสถิติที่มีความเพียงพอ(Sufficient) มีความ

แปรปรวนต่ำสุด ไม่เปลี่ยนแปลง(Invariant property)(สุเมธ สมภักดี, 2542) การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด สามารถสรุปขั้นตอนการประมาณค่าได้ดังนี้

1. สร้างฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น(Likelihood function)
2. หาฟังก์ชัน log likelihood
3. หาอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของฟังก์ชัน log likelihood และกำหนดให้เท่ากับ 0
4. แก้สมการจากขั้นตอนที่ 3 เพื่อหาค่าพารามิเตอร์
5. หาอนุพันธ์อันดับที่ 2 ของ log likelihood

จากขั้นตอนที่กล่าวมาสามารถแสดงการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดได้ดังนี้

เมื่อ $X = X_1, X_2, X_3, ..., X_{44}, X_{45,} X_{46}$ จะได้ว่า X คือ อัตราส่วนความเสียหายที่ถูกสร้างมาตรฐานเรียบร้อยแล้ว และมีจำนวน $n = 46$ จะเป็นตัวแปรสุ่มที่อิสระจากกัน มีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability density functions)คือ $f_i(x_i;\theta)$ ซึ่งขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์เวคเตอร์ θ

สร้างฟังก์ชันความหนาแน่นร่วม เมื่อ $x = (x_1, x_2, x_3, ..., x_{44}, x_{45,} x_{46})'$ จะได้

$$f(x_1, x_2, x_3, ..., x_{44}, x_{45,} x_{46}|\theta) = f(x_1|\theta) \cdot f(x_2|\theta) \cdot ... \cdot f(x_{46}|\theta)$$

$$f(x;\theta) = \prod_{i=1}^{46} f_i(x_i;\theta)$$
$$= L(\theta; x)$$

เรียก $L(\theta; x)$ ว่าฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น และเป็นฟังก์ชันที่ยังไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ θ

สร้างฟังก์ชัน log likelihood

$$\log L(x_1, x_2, x_3, ..., x_{44}, x_{45,} x_{46}|\theta) = \log L(\theta; x)$$

$$= \sum_{i=1}^{46} \log f_i\left(x_i \middle| \theta\right)$$

$$\hat{l} = \frac{1}{46} \log L$$

เรียก $\hat{l}$ ว่า ฟังก์ชัน log likelihood จากฟังก์ชัน $\hat{l}$ สามารถหาพารามิเตอร์ θ จาก x ซึ่งจะทำให้เกิดฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นสูงสุดแทนด้วย $\hat{\theta}$ กล่าวคือ $\log L(\hat{\theta}; x) \geq \log l(\theta; x)$ หรือ $\log L(\hat{\theta}; x) = \sup L(\theta; x)$ สำหรับทุกๆ θ

หาอนุพันธ์อันดับที่ 1ของฟังก์ชัน log likelihood ซึ่งจะเรียกว่าฟังก์ชันคะแนนของฟิชเชอร์

$$u(\theta) = \frac{\partial \log L(\theta; x)}{\partial \theta}$$

คะแนนของฟิชเชอร์ คือเวคเตอร์ที่เกิดจากการหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของ θ

หาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดโดยกำหนดให้

$$u(\hat{\theta}) = 0$$

แก้สมการหาค่า $\hat{\theta}$

ประมาณค่าจริงของพารามิเตอร์ θ ที่ทำให้ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0

$$E[u(\theta)] = 0$$

ประมาณค่าเมตริกซ์ความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมจากเมตริกซ์ข้อมูล

$$\mathrm{var}[u(\theta)] = E[u(\theta)u'(\theta)] = I(\theta)$$

หาอนุพันธ์อันดับที่ 2 จากเมตริกซ์ข้อมูล

$$I(\theta) = -E\left[\frac{\partial^2 \log L(\theta)}{\partial\theta\partial\theta'}\right]$$

การหาอนุพันธ์อันดับที่ 2 จะทำให้ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นมีลักษณะยอดแหลมแต่ไม่แบนราบ และมีความสมเหตุสมผลซึ่งทำให้ $\theta = \hat{\theta}$ ดังนั้น $\hat{\theta}$ จะเป็นตัวประมาณที่มีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด

3.3.2 การทดสอบความเหมาะสมของค่าพารามิเตอร์

ในงานวิจัยนี้ได้นำวิธีการทดสอบของ คอลโมโกรอฟ สเมอร์นอฟ (Kolmogorove-Smirnov (KS))ซึ่งเป็นวิธีหนึ่งที่ใช้ในการทดสอบความเหมาะสม (Goodness of fit) ของพารามิเตอร์ที่ได้ประมาณค่าโดยไม่มีข้อกำหนดว่าต้องแบ่งข้อมูลเป็นช่วง และใช้ได้ดีกับการทดสอบตัวอย่างที่มีขนาดเล็ก โดยกำหนดให้ $x_1, x_2, x_3, ..., x_{46}$ คือ การแจกแจงที่เหมือนกันและอิสระจากกัน (iid) ซึ่งจะเขียนอยู่ในรูปพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า $\theta_1, \theta_2, \theta_3, ..., \theta_k$ การทดสอบด้วย คอลโมโกรอฟ สเมอร์นอฟ (KS) จะแทนด้วยสัญลักษณ์ D_n ซึ่งเขียนอยู่ในรูป

$$D_n = \sup_x \left| \hat{F}(x) - F_n(x) \right|$$

เมื่อ n คือ ขนาดตัวอย่างที่ใช้ทดสอบ

$\hat{F}(x)$ คือ การทดสอบฟังก์ชันการแจกแจงสะสม(CDF)

$F_n(x)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่แท้จริง(Empirical CDF)

ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่แท้จริง(Empirical function) จะเพิ่มขึ้นครั้งละ $\frac{1}{n}$ และวิธีนี้เป็นการคำนวณค่า D_n ทางสถิติด้วยการไม่กำหนดลักษณะการแจกแจง ค่า D_n ที่ใช้ในการคำนวณและตัดสินใจจึงอยู่ในรูป

$$D_n^+ = \max_{i=1,2,\ldots,n}\left(\frac{i}{n} - \hat{F}(X_i)\right)$$

$$D_n^- = \max_{i=1,2,\ldots,n}\left(\hat{F}(X_i) - \frac{i-1}{n}\right)$$

$$D_n = \max_{i=1,2,\ldots,n}\left\{D_n^+, D_n^-\right\}$$

เมื่อ $x_1, x_2, x_3,..., x_{46}$ คือ สถิติอันดับ ค่า D_n^+ ให้ค่าความแตกต่างสูงสุดทางบวก หากตรวจพบค่าที่เบี่ยงเบนไปจากฟังก์ชันการแจกแจงสะสม เมื่อความเหมาะสมของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมต่ำกว่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่แท้จริงค่า D_n^- ให้ค่าความแตกต่างสูงสุดในทางลบ หากตรวจพบความเบี่ยงเบนไปจากฟังก์ชันการแจกแจงสะสม เมื่อความเหมาะสมของฟังก์ชันการแจกแจงสะสม มากกว่าฟังก์ชันการแจกแจงสะสมที่แท้จริง ค่าต่ำสุดของ D_n จะให้ค่าต่ำสุดคือ $\frac{1}{2n}$ โดยมีสมมติฐานในการทดสอบพารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยว คือ(มานพ วราภักดิ์, 2550)

$$H_0 : F(x) = F(x_0)$$
$$H_1 : F(x) \neq F(x_0)$$

การทดสอบสมมติฐานของพารามิเตอร์การแจกแจงเดี่ยวกำหนดช่วงความเชื่อมั่นที่ใช้ในการทดสอบที่ 95 ดังนั้นถ้าได้ค่า D_n^+ จะยอมรับสมมติฐานหลัก ถ้าได้ค่า D_n^- จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก

ในกรณีที่การทดสอบปฏิเสธสมมติฐานหลักทั้งหมด จะนำวิธีการคัดเลือกตัวแบบ(Model selection) เป็นเครื่องมือช่วยในการคัดเลือกค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยวที่เหมาะสมในงานวิจัยครั้งนี้โดยนำวิธีการใช้คะแนน (Score-based approach) เป็นเกณฑ์ในการตัดสินใจคัดเลือกการแจกแจงเดี่ยวและค่าพารามิเตอร์ โดยพิจารณาจากคะแนน p-value ที่มีค่าสูงสุดที่ได้จากการใช้ตัวสถิติทดสอบ คอลโมโกรอฟ สเมอร์นอฟ (KS) โดยค่าสถิติทดสอบ คอลโมโกรอฟ สเมอร์นอฟ (KS) จะต้องให้ค่าต่ำสุด

3.4 **การหาอันดับความสัมพันธ์ร่วมแบบเปียร์แมน** (Spearman rank correlation, rho)

ความไม่อิสระกัน คือลักษณะทางสถิติที่เป็นสิ่งบ่งบอกว่าตัวแปรหนึ่งมีความสัมพันธ์กับอีกตัวแปรหนึ่งในลักษณะไหน หรือตัวแปรแต่ละตัวเชื่อมต่อกันในลักษณะใด ซึ่งอาจหมายถึงการมีความสัมพันธ์ที่ไม่อิสระกันอย่างสมบูรณ์ และตัวแปรมีความเป็นอิสระจากกันซึ่งจะสามารถพยากรณ์ลักษณะของตัวแปรได้ การหาความสัมพันธ์ของตัวแปรด้วยวิธีนี้สามารถสรุปข้อดีได้คือ

1.การหาความสัมพันธ์ร่วมเป็นวิธีที่ง่ายสำหรับการหาควาสัมพันธ์ที่ไม่อิสระจากกัน แต่อาจจะไม่สามารถอธิบายได้ทุกเรื่อง

2.ค่าที่เป็นไปได้ของความสัมพันธ์จะขึ้นอยู่กับการแจกแจงเดี่ยวของตัวแปรนั้น โดยทุกค่าที่อยู่ระหว่าง -1 กับ 1 อาจไม่จำเป็นต้องหาค่าได้ เนื่องจากความสัมพันธ์อาจจะเป็นไปไม่ได้ที่จะทำให้ค่าความสัมพันธ์ออกมาเป็นค่าคงที่

3.ความสัมพันธ์ที่สมบูรณ์กันในทางบวกไม่จำเป็นต้องมีค่าเท่ากับ 1และความสัมพันธ์กันในทางลบไม่จำเป็นต้องมีค่าเท่ากับ -1

4.เมื่อความสัมพันธ์เท่ากับ 0 อาจจะไม่ได้หมายถึงความอิสระกันของตัวแปร

5.ความสัมพันธ์อาจไม่คงที่ภายใต้คุณสมบัติ การแปลงแบบโมโนโทนิค เช่น $\log(X)$ และ $\log(Y)$ ที่มีความสัมพันธ์ไม่เหมือนกับ X และ Y

6.ความสัมพันธ์อธิบายได้เฉพาะในกรณีที่ความแปรปรวนของตัวแปรสามารถหาค่าได้ ซึ่งอาจไม่เหมาะกับการหาความสัมพันธ์ที่ไม่อิสระกันในกรณีที่ตัวแปรมีลักษณะหางที่อ้วน

เมื่อพิจารณาเวคเตอร์สุ่ม $X = (X_1,...,X_{46})'$ และ $Y = (Y_1,...,Y_{46})'$ กำหนดคู่ความแปรปรวนร่วม $Cov[X,Y]$ และความสัมพันธ์ $\rho(X,Y)$ สำหรับ $n \times n$ เมตริกซ์ความสัมพันธ์ร่วม

$$Cov[X,Y]_{ij} = Cov[X_i, Y_j]$$

$$\rho(X,Y)_{ij} = \rho(X_i, Y_j) \text{ สำหรับ } 1 \le i, j \le n$$

ในกรณีที่ต้องการวิเคราะห์ความไม่อิสระกันทางสถิติระหว่างตัวแปร โดยทั่วไปมักจะใช้วิธีการหาความสัมพันธ์ร่วมแบบเส้นตรงหรือเปียร์สัน แต่ในหลายสถานการณ์วิธีการนี้อาจไม่มีความเหมาะสมที่จะใช้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร และอาจต้องใช้ข้อมูลที่มีความเกี่ยวข้องกับลักษณะโครงสร้างที่ไม่อิสระกัน(Shaw, 2010) ผู้วิจัยจึงได้นำวิธีอันดับความสัมพันธ์ร่วมแบบสเปียร์แมนมาใช้ในการหาความสัมพันธ์ของตัวแปรเนื่องจากสามารถให้ค่าสหสัมพันธ์ที่ทำให้เกิดการ normalized เมื่อนำไปประมาณค่าคอปปูลา เมื่อพิจารณาคอปปูลา C ที่ประกอบด้วยตัวแปรสุ่ม X และ Y อันดับความสัมพันธ์ร่วมแบบสเปียร์แมน(rho) จะอยู่ในรูป

$$\rho_S = 12\iint_{I^2} C(v,z)\,dv\,dz - 3 = 12\iint_{I^2} vz\,dC(v,z) - 3$$

เมื่อแปลงข้อมูลด้วยการอินทิเกรต $U_1 = F_1(X), U_2 = F_2(Y)$ ที่มีการแจกแจงร่วม C แล้วจะทำให้ได้สมการใหม่คือ

$$\rho_S = 12E[U_1, U_2] - 3 = \frac{E[U_1, U_2] - \frac{1}{4}}{1/12}$$

เมื่อค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนคือ $\frac{1}{2}$ และ $\frac{1}{12}$ ตามลำดับแล้วจะได้ว่า

$$\rho_S = \frac{\operatorname{cov}(F_1(X), F_2(Y))}{\sqrt{\operatorname{var}(F_1(X))\operatorname{var}(F_2(Y))}}$$

เมื่อ $\rho_S = \rho_{\bar{S}}$ แล้ว

$$R_i \equiv rank(X_i) \qquad S_i \equiv rank(Y_i)$$ เมื่อ $i = 1,2,3,...,46$

จะสามารถเขียนสมการของอันดับความสัมพันธ์ร่วมแบบสเปียร์แมน ρ_{rho} ได้คือ

$$\frac{\sum_{i=1}^{46}(R_i - \bar{R})(S_i - \bar{S})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{46}(R_i - \bar{R})^2 \sum_{i=1}^{46}(S_i - \bar{S})^2}}$$

เมื่อพิจารณาอันดับของข้อมูล 46 ค่าแล้วจะพบว่าอันดับสามารถหาค่าออกมาเป็นจำนวนจริงได้จึงสามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$12\frac{\sum_{i=1}^{46}(R_i - \bar{R})(S_i - \bar{S})}{n(n^2-1)} \qquad \text{หรือ} \qquad 1 - 6\frac{\sum_{i=1}^{46}(R_i - S_i)^2}{n(n^2-1)}$$

ซึ่งผู้วิจัยได้ใช้สมการนี้ในการคำนวณหาอันดับความสัมพันธ์แบบสเปียร์แมน(ρ_{rho})จะได้เมตริกซ์ความสัมพันธ์มีขนาด 7×7

3.4.1 สมมติฐานความสัมพันธ์ร่วมของธุรกิจแต่ละประเภท

ความสัมพันธ์ร่วมของธุรกิจแต่ละประเภทมีสมมติฐานความสัมพันธ์แสดงดังตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 แสดงสมมติฐานความสัมพันธ์ร่วมของธุรกิจแต่ละประเภท

คู่ประเภทธุรกิจ	**คาดการณ์ความสัมพันธ์ร่วม**
F/Ma	ไม่ควรสัมพันธ์กัน
F/C	ไม่ควรสัมพันธ์กัน
F/V	ไม่ควรสัมพันธ์กัน
F/Mi	ควรสัมพันธ์กันน้อย
F/IAR	ควรสัมพันธ์กันสูง
F/PA	ไม่ควรสัมพันธ์กัน
Ma/C	ไม่ควรสัมพันธ์กัน
Ma/V	ไม่ควรสัมพันธ์กัน
Ma/Mi	ไม่ควรสัมพันธ์กัน
Ma/IAR	ไม่ควรสัมพันธ์กัน
Ma/PA	ไม่ควรสัมพันธ์กัน
C/V	ควรสัมพันธ์กันสูง
C/Mi	ควรสัมพันธ์กันน้อย
C/IAR	ควรสัมพันธ์กันปานกลาง
C/PA	ควรสัมพันธ์กันปานกลาง
V/Mi	ควรสัมพันธ์กันปานกลาง
V/IAR	ควรสัมพันธ์กันน้อย
V/PA	ควรสัมพันธ์กันปานกลาง
Mi/IAR	ควรสัมพันธ์กันน้อย
Mi/PA	ควรสัมพันธ์กันปานกลาง
IAR/PA	ควรสัมพันธ์กันน้อย

3.5 **การสร้างคอปปูลา**(Copula)

คอปปูลาเป็นตัวแบบที่แสดงให้เห็นถึงโครงสร้างความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นอิสระต่อกัน การสร้างตัวแบบคอปปูลามีหลากหลายวิธีโดยที่แต่ละวิธีมีข้อดีแตกต่างกันไป แต่วิธีการที่ใช้กันอย่างแพร่หลายและเป็นวิธีที่มีความเหมาะสมคือ การสร้างคอปปูลาด้วยวิธีพารามิเตอร์(Parametric estimation) ซึ่งเป็นวิธีที่มีระบบในการหาพารามิเตอร์ของคอปปูลาได้ดี เช่น วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด(Maximum likelihood) และวิธีอนุมานฟังก์ชันการแจกแจงเดี่ยว (Method of inference function of margins (IFM)) เป็นต้น แต่ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้นำวิธีอนุมานฟังก์ชันการแจกแจงเดี่ยวมาใช้เท่านั้น เนื่องจากเมื่อคอปปูลามีมิติสูงขึ้นการใช้วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด จะไม่สามารถพยากรณ์โครงสร้างความสัมพันธ์ได้ดี แต่จะต้องมีการประมาณค่าพารามิเตอร์ร่วมที่ได้จากการกำหนดการแจกแจงเดี่ยว และพารามิเตอร์ของโครงสร้างที่ไม่อิสระกันเท่านั้น(Durrleman, 2000)

3.5.1 **วิธีอนุมานฟังก์ชันการแจกแจงเดี่ยว** (Method of inference function of margins (IFM))

กำหนดให้ คอปปูลา C และฟังก์ชันเดี่ยว F_n เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องแล้ว การแจกแจงความหนาแน่นร่วม F จะกำหนดได้ดังนี้

$$f\left(x_1,...,x_n,...,x_N\right)=c\left(F_1(x_1),...,F_n(x_n),...,F_N(X_N)\right)\prod_{n=1}^{N} f_n(x_n)$$

เมื่อ f_n คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นเดี่ยวของ F_n และ c คือฟังก์ชันความหนาแน่นคอปปูลาดังนั้น

$$c\left(u_1,...,u_n,...,u_N\right)=\frac{\partial C\left(u_1,...,u_n,...,u_N\right)}{\partial u_1...\partial u_n...\partial u_N}$$

เมื่อกำหนดให้ $X=\left\{\left(x_1^t,...,x_N^t\right)\right\}_{t=1}^{T}$ คือค่าจากตัวอย่าง จะทำให้ได้ log likelihood คือ

$$l(\theta)=\sum_{t=1}^{T}\ln c\left(F_1\left(x_1^t\right),...,F_n\left(x_n^t\right),...,F_N\left(x_N^t\right)\right)+\sum_{t=1}^{T}\sum_{n=1}^{N}\ln f_n(x_n^t)$$

โดยที่ θ มีเวคเตอร์ขนาด $K\times 1$

เมื่อกำหนดพารามิเตอร์การแจกแจงเดี่ยวและพารามิเตอร์ของโครงสร้างความไม่อิสระกัน จะทำให้ได้ค่า log likelihood ดังสมการใหม่คือ

$$l(\theta) = \sum_{t=1}^{T} \ln c\left(F_1\left(x_1^t;\theta_1\right),\ldots,F_n\left(x_n^t;\theta_n\right),\ldots,F_N\left(x_N^t;\theta_N\right);\alpha\right) + \sum_{t=1}^{T}\sum_{n=1}^{N} \ln f_n(x_n^t;\theta_n)$$

โดยที่ $\theta = \left(\theta_1,\ldots,\theta_{N,}\alpha\right)$ เมื่อ θ_N และ α คือเวคเตอร์พารามิเตอร์ที่ได้จากพารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยว F_n และคอปปูลา C จากการประมาณค่าการแจกแจงเดี่ยว

$$\hat{\theta}_n = \arg\max l^n\left(\theta_n\right) := \arg\max \sum_{t=1}^{T} \ln f_n(x_n^t;\theta_n)$$

และการประมาณค่า α ที่มีการกำหนดมาก่อนหน้า

$$\hat{\alpha} = \arg\max l^n\left(\alpha\right) := \arg\max \sum_{t=1}^{T} \ln c \left(F_1(x_1^t;\hat{\theta}_1),\ldots,F_n(x_n^t;\hat{\theta}_n),\ldots,(x_N^t;\hat{\theta}_N);\alpha\right)$$

การประมาณค่าคอปปูลาด้วยวิธีนี้จะทำให้มีคุณสมบัติ asymptotic normality กล่าวคือ

$$\sqrt{T}(\hat{\theta}_{IFM} - \theta_0) \to N\left(0, v^{-1}(\theta_0)\right)$$

เมื่อ $v\left(\theta_0\right)$ คือเมตริกซ์อ้างอิง (R)

ก. คอปปูลาแบบปกติ

กำหนดให้ $\varsigma_t = \left(\Phi^{-1}(u_1^t),\ldots,\Phi^{-1}(u_n^t),\ldots,\Phi^{-1}(u_N^t)\right)$

ดังนั้น $$\hat{p}_{IFM} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} \varsigma_t^{\mathrm{T}} \varsigma_t$$

เมื่อ $\varsigma = (\varsigma_1,\ldots,\varsigma_N)^{\mathrm{T}}$ และ $\varsigma_n = \Phi^{-1}(F_n(x_n))$

ข. คอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที

กำหนดให้ $\varsigma_t = \left(t_v^{-1}(u_1^t),...,t_v^{-1}(u_n^t),...,t_v^{-1}(u_N^t)\right)$

1. ให้ $\hat{p}_0$ คือการประมาณค่าแบบ IFM ของ p เมตริกซ์ สำหรับคอปปูลาแบบปกติ
2. $\hat{p}_{m+1}$ คือค่าที่ได้จากสมการ

$$\hat{p}_{m+1} = \frac{1}{T}(\frac{v+N}{v})\sum_{t=1}^{T}\frac{\varsigma_t^{\mathrm{T}}\,\varsigma_t}{1+\frac{1}{v}\varsigma_t^{\mathrm{T}}\hat{p}_m^{-1}\varsigma_t}$$

3. ทำซ้ำในขั้นตอนที่ 1 และ 2 จนกระทั่งค่าเข้าใกล้ $\hat{p}_{m+1} = \hat{p}_m (:= \hat{p}_\infty)$
4. ค่าประมาณที่ได้ของคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที จากวิธีนี้คือ $\hat{p}_{IFM} = \hat{p}_\infty$

3.6 **การจำลองตัวแบบรวมความเสียหาย**(Aggregate loss model simulation)

ในขั้นตอนนี้จะแสดงให้เห็นถึงการจำลองตัวแปรสุ่มจากคอปปูลาแบบปกติ และคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที เมื่อคอปปูลาที่เป็นตัวแปรสุ่ม u_i มีความสัมพันธ์กับการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ U(0,1) ในการจำลองตัวแปรสุ่ม$\left(x_1,...,x_n\right)$ จากการแจกแจงหลายตัวแปร F ที่มีการกำหนดการแจกแจงเดี่ยวจากการสร้างการแจกแจงร่วมด้วยคอปปูลาจะต้องหาส่วนกลับของตัวแปรสุ่ม u_i จากการแจกแจงเดี่ยวนั้น $x_i = F_i^{-1}(u_i), i = 1,2,...,n$ (Romano, 2002) จากนั้นนำส่วนกลับ $F_i^{-1}(u_i)$ มาสร้างตัวแบบรวมความเสียหาย(Forsberg, 2010)

3.6.1 **การจำลองคอปปูลาแบบปกติ และตัวแบบรวมความเสียหาย**

การจำลองคอปปูลาแบบปกติจะถูกกำหนดด้วยสมการ

$$C_R^{Ga}(u_1,...,u_n) = \Phi_R(\Phi^{-1}(u_1),...,\Phi^{-1}(u_n))$$

เมื่อ Φ_R คือฟังก์ชันการแจกแจงหลายตัวแปรแบบปกติมาตรฐาน ที่มีเมตริกซ์ความสัมพันธ์ร่วมแบบเส้นตรง R และมี Φ^{-1} เป็นส่วนกลับของฟังก์ชันการแจกแจงตัวแปรเดียวแบบเกาเซียนมาตรฐาน(Standard guassian distribution)

ถ้า R เป็นเมตริกซ์บวกแล้ว จะทำให้เมตริกซ์ A มีขนาด $n \times n$ ดังนั้น $R = AA'$ ซึ่งจะทำให้ได้ตัวแปรสุ่ม $Z_1,...,Z_n$ เป็นอิสระจากการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานจึงทำให้มีเวคเตอร์สุ่ม $\mu + AZ$ (เมื่อ $Z = (z_1,...,z_n)^T$ และเวคเตอร์ $\mu \in R^n$) เป็นการแจกแจงแบบปกติหลายตัวที่มีเวคเตอร์ μ และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วม R (Romano,2002)จากนั้นจึงเข้าสู่ขั้นตอนการสร้างตัวแปรสุ่มจากคอปปูลาแบบปกติ (Cherubini,2004 and Forsberg, 2010)

1. หาค่า A ของ R ด้วยองค์ประกอบย่อยโชเลสกี้ (Cholesky decomposition)
2. จำลองตัวแปรสุ่ม 1,000 ครั้ง ($n = 1{,}000$) ที่อิสระจากกัน $Z = (z_1,...,z_n)^T$ จาก $N(0,1)$
3. กำหนดให้ $x = Az$
4. กำหนด $u_i = \Phi(x_i)$ ด้วย $i = 1,2,...,n$ และ Φ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงตัวแปรเดียวแบบปกติมาตรฐาน
5. $(u_1,...,u_n)' = (F_1(\cdot),...,F_n(\cdot))'$ เมื่อ $F_i(\cdot)$ คือตำแหน่งการแจกแจงเดี่ยวที่ i
6. กำหนดให้ Q คือส่วนกลับของฟังก์ชันการแจกแจง $F_i(\cdot)$ ดังนั้น Q สามารถใช้เป็นตัวอย่างจากการแจกแจงเดี่ยวที่ได้จากคอปปูลาแบบปกติ
7. สร้างการแจกแจงความเสียหายด้วยการรวม $L = (l_1, l_2,..., l_{1,000})$ เมื่อ $L = \sum_{k=1}^{n} Q_k$

3.6.2 การจำลองคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที และตัวแบบรวมความเสียหาย

การจำลองตัวแปรสุ่มจากคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ซึ่งมีฟังก์ชัน

$$C^t_{v,R}(U) = t^n_{v,R}(t_v^{-1}(u_1),...,t_v^{-1}(u_n))$$

เมื่อ $R_{ij} = \sum_{ij} / \sqrt{\sum_{ii} \sum_{jj}}$ สำหรับ $i, j \in \{1,...,n\}$ และ $t^n_{v,R}$ คือฟังก์ชันการแจกแจงของเวคเตอร์สุ่ม $\sqrt{vY}/\sqrt{S}$ เมื่อตัวแปรสุ่ม $S \sim \chi^2_v$ มี Y เป็นตัวแปรสุ่มที่อิสระจากกัน t_v คือ การแจกแจงของ $t^n_{v,R}$ และ

$$X = \mu + \frac{\sqrt{V}}{\sqrt{S}} Z$$

เมื่อ $\mu \in R^n$ เมื่อ $S \sim \chi_v^2$ และมีเวคเตอร์สุ่ม $Z \sim N_n(0,\Sigma)$ โดยเป็นอิสระจากคอปปูลาของเวคเตอร์ X ซึ่งก็คือคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ที่องศาความอิสระ v (Romano,2002) จากนั้นจึงเข้าสู่ขั้นตอนการสร้างตัวแปรสุ่มจากคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที (Cherubini, 2004 and Forsberg, 2010)

1. หาค่า A ของ R ด้วยองค์ประกอบย่อยโชเลสกี้ (Cholesky decomposition)
2. จำลองตัวแปรสุ่ม1,000 ครั้ง ($n = 1{,}000$) ที่อิสระจากกัน $Z = (z_1,...,z_n)^T$ จาก $N(0,1)$
3. จำลองตัวแปรสุ่ม s จาก χ_v^2 ที่อิสระจาก z
4. กำหนดให้ $y = Az$
5. กำหนดให้ $x = \sqrt{(v/s)}y$
6. กำหนด $u_i = T_v(x_i)$ ด้วย $i = 1,2,...,n$ และ เมื่อ T_v คือฟังก์ชันการแจกแจงแบบสติวเดนท์ ที
7. $(u_1,...,u_n)' = (F_1(\cdot),...,F_n(\cdot))'$ เมื่อ $F_i(\cdot)$ คือตำแหน่งการแจกแจงเดี่ยวที่ i
8. กำหนดให้ Q คือส่วนกลับของฟังก์ชันการแจกแจง $F_i(\cdot)$ ดังนั้น Q สามารถใช้เป็นตัวอย่างจากการแจกแจงเดี่ยวที่ได้จากคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที
9. สร้างการแจกแจงความเสียหายด้วยการรวม $L = (l_1, l_2, ..., l_{1,000})$ เมื่อ $L = \sum_{k=1}^{n} Q_k$

3.7 **การประเมินความเสี่ยงและเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์**(Risk measurement and Economic capital)

การประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยง และวิธีมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลาย สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับการบริหารความเสี่ยงและเงินกองทุน เพื่อประเมินถึงลักษณะความเสี่ยงภายใต้ช่วงความเชื่อมั่นที่กำหนด ค่าประเมินความเสี่ยงที่ได้หมายความถึงโอกาสที่เป็นไปได้มากที่สุดภายใต้ช่วงความเชื่อมั่นที่จะทำให้เกิดการขาดทุนสูงสุดหรือเกิดความเสียหายมากที่สุด วิธีการประเมินความเสี่ยงและเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์มีรายละเอียดดังนี้

3.7.1 **การประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยง** (value at risk : VaR)

ในการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงจะประเมินภายใต้สมการ

$$VaR_p(X) = \inf\left(F_X(x) > \pi_p\right)$$

เมื่อ $VaR_p(X)$ คือ มูลค่าเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์

$F_X(x)$ คือ การแจกแจงของข้อมูลที่ได้จากการสร้างตัวแบบรวมความเสียหาย

π_p คือ ตำแหน่งควอนไทล์(Quantile)ของการแจกแจง

p คือ ช่วงความเชื่อมั่นที่ 90 95 และ 99

3.7.2 **การประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลาย**(Tail VaR : TVaR)

การประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลายมีสมการที่ใช้ประเมินคือ

$$TVaR_p(X) = E\left(\xi_{TVaR} \middle| \xi \geq \pi_p\right)$$

เมื่อ $TVaR_p(X)$ คือ มูลค่าเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์

ξ_{TVaR} คือ การแจกแจงของข้อมูลที่ได้จากการสร้างตัวแบบรวมความเสียหาย

π_p คือ ตำแหน่งควอนไทล์(quantile)ของการแจกแจง

p คือ ช่วงความเชื่อมั่นที่ 90 95 และ 99

การประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ ด้วยวิธีการประเมินความเสี่ยงทั้ง 2 วิธีกำหนดช่วงความเชื่อมั่นที่ 90 95 และ 99 ค่าจากการประเมินความเสี่ยงจะอยู่ในรูปควอนไทล์ซึ่งจะให้ค่าประมาณเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์แตกต่างกันตามระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่ประเมินได้จะคิดเป็นจำนวนเท่าของเบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้ ซึ่งผู้วิจัยจะยกตัวอย่างการแปลความหมายของเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์จะแสดงในบทที่ 4 หัวข้อที่ 4.

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 ข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์

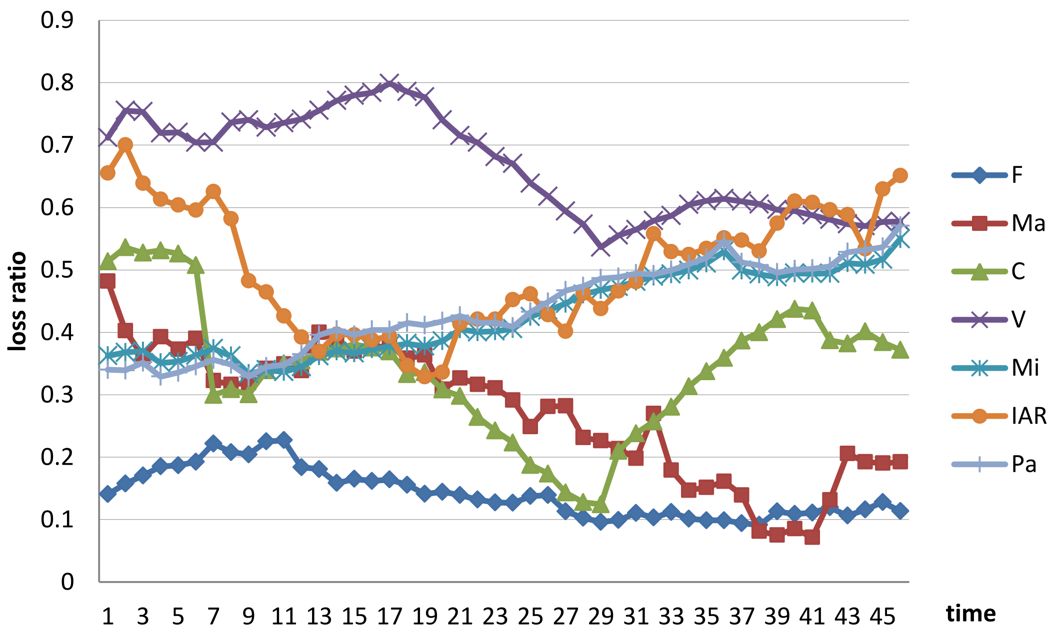
อัตราส่วนความเสียหายที่ใช้ในการวิเคราะห์แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 อัตราส่วนความเสียหายสุทธิ(Net loss ratio)

กรณีที่ 2 อัตราส่วนความเสียหายรวม(Gross loss ratio)

โดยในแต่ละกรณีประกอบด้วยประเภทธุรกิจ 7 ประเภทคือการประกันอัคคีภัย(Fire insurance (F)) การประกันภัยทางทะเลและการขนส่ง(Marine & transportation insurance (Ma)) การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ(Compulsory automobile insurance (C)) การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ(Voluntary automobile insurance (V)) การประกันภัยเบ็ดเตล็ด (Miscellaneous insurance (Mi))การประกันภัยความเสี่ยงภัยต่อทรัพย์สิน (Industrial all risks insurance (IAR)) และ การประกันภัยอุบัติเหตุส่วนบุคคล(Personal accident insurance (PA)) ได้อัตราส่วนความเสียหายที่ใช้ในการประมาณค่ามีจำนวนทั้งสิ้น 46 ช่วงเวลา อัตราส่วนความเสียหายในแต่ละช่วงเวลาและผลการทดสอบทางสถิติแสดงรายละเอียดดังนี้

4.1.1 อัตราส่วนความเสียหายสุทธิ(Net loss ratio)



ภาพที่ 4.1 แสดงอัตราส่วนความเสียหายแต่ละช่วงเวลาสำหรับกรณีที่ 1

จากภาพที่ 4.1 เมื่อพิจารณาอัตราส่วนความเสียหายในแต่ละช่วงเวลาพบว่า อัตราส่วนความเสียหายของการประกันอัคคีภัยมีการเปลี่ยนแปลงในแต่ละช่วงเวลาน้อย ส่วนอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยเบ็ดเตล็ด การประกันภัยความเสี่ยงภัยต่อทรัพย์สิน และ การประกันภัยอุบัติเหตุส่วนบุคคลมีแนวโน้มสูงขึ้น ซึ่งต่างจากอัตราส่วนความเสียหายประเภทอื่นที่มีการเปลี่ยนแปลงตลอดทุกช่วง นอกจากนี้พบว่าอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจมีอัตราส่วนความเสียหายสูงสุด รองลงมาคืออัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยความเสี่ยงภัยต่อทรัพย์สิน การประกันภัยอุบัติเหตุส่วนบุคคล กาประกันภัยเบ็ดเตล็ด การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ การประกันภัยทางทะเลและการขนส่ง และ อัตราส่วนความเสียหายที่ต่ำที่สุดคืออัตราส่วนความเสียหายของการประกันอัคคีภัย เมื่อนำอัตราส่วนความเสียหายไปทดสอบทางสถิติได้ผลการการทดสอบแสดงในตารางที่ 4.1

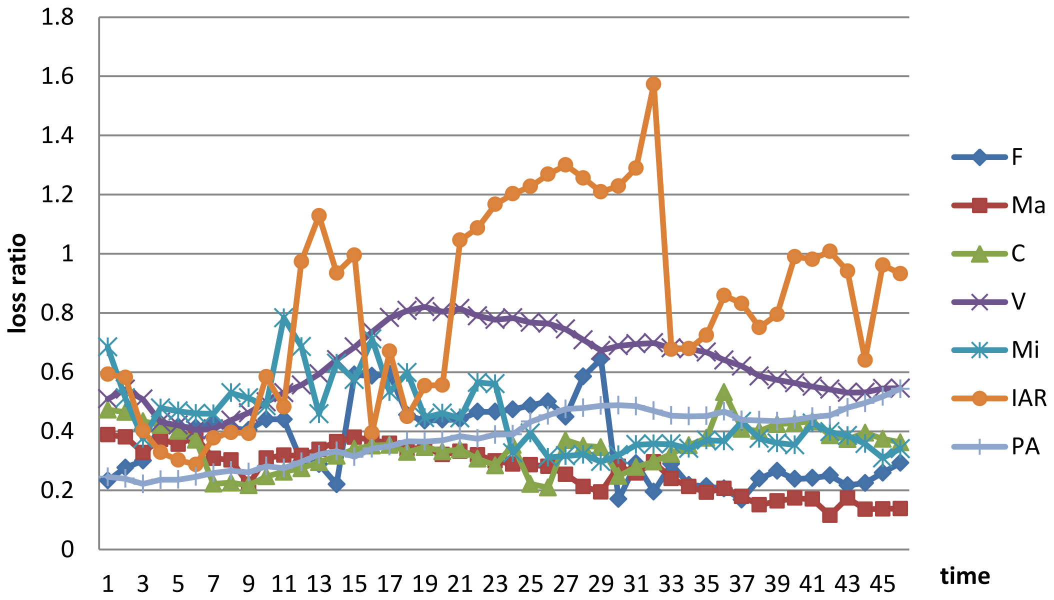
ตารางที่ 4.1 แสดงผลการทดสอบทางสถิติของอัตราส่วนความเสียหายสำหรับกรณีที่ 1

สถิติ	F	Ma	C	V	Mi	IAR	PA
ค่าเฉลี่ย	0.1416	0.2724	0.3419	0.6665	0.4267	0.5031	0.4368
SD	0.0389	0.1044	0.1060	0.0808	0.0654	0.0992	0.0712
มัธยฐาน	0.1345	0.3001	0.3525	0.6759	0.4051	0.5033	0.4220
ความเบ้	0.6927	-0.3391	-0.0899	0.0580	0.1990	0.0398	-0.0084
ความโด่ง	-0.5524	-0.8471	-0.2021	-1.5848	-1.5330	-1.1557	-1.3169
ค่าต่ำสุด	0.0913	0.0714	0.1245	0.5363	0.3340	0.32861	0.3289
ค่าสูงสุด	0.2272	0.4818	0.5359	0.7986	0.5495	0.7001	0.5706

4.1.2 **อัตราส่วนความเสียหายรวม**(Gross loss ratio)

เมื่อพิจารณาอัตราส่วนความเสียหายในแต่ละช่วงเวลาจากภาพที่ 4.2 พบว่า อัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยทางทะเลและการขนส่งมีการเปลี่ยนแปลงในแต่ละช่วงเวลาน้อย และมีแนวโน้มลดลง ส่วนอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยอุบัติเหตุส่วนบุคคลมีแนวโน้มสูงขึ้น ซึ่งต่างจากอัตราส่วนความเสียหายประเภทอื่นที่มีการเปลี่ยนแปลงทุกช่วง นอกจากนี้พบว่าอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยความเสี่ยงภัยต่อทรัพย์สิน มีอัตราส่วนความเสียหายสูงสุด รองลงมาคืออัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ กาประกันภัย

เบ็ดเตล็ด การประกันภัยอุบัติเหตุส่วนบุคคล การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ การประกันอัคคีภัย และอัตราส่วนความเสียหายที่ต่ำที่สุดคือ อัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยทางทะเลและการขนส่ง เมื่อนำอัตราส่วนความเสียหายไปทดสอบทางสถิติได้ผลการการทดสอบแสดงในตาราง ที่ 4.2



ภาพที่ 4.2 แสดงอัตราส่วนความเสียหายแต่ละช่วงเวลาสำหรับกรณีที่ 2

ตารางที่ 4.2 แสดงผลการทดสอบทางสถิติของอัตราส่วนความเสียหายสำหรับกรณีที่ 2

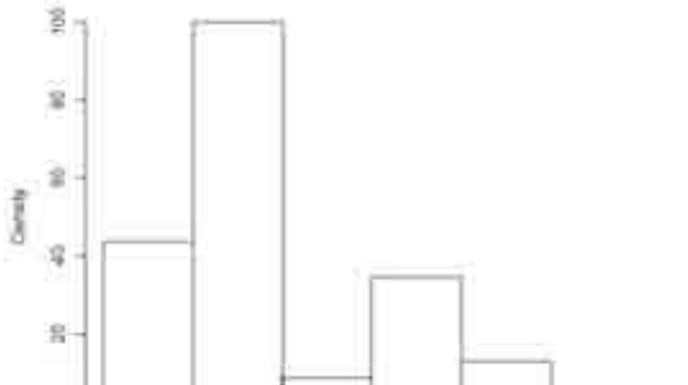
สถิติทดสอบ	F	Ma	C	V	Mi	IAR	PA
ค่าเฉลี่ย	0.3607	0.2717	0.3447	0.6246	0.4475	0.8263	0.3833
SD	0.1314	0.0813	0.0737	0.1243	0.1201	0.3318	0.0928
มัธยฐาน	0.3519	0.2924	0.3510	0.6301	0.4302	0.8450	0.3890
ความเบ้	0.3539	-0.3481	0.0522	-0.0639	0.9857	0.0796	-0.3024
ความโด่ง	-0.9717	-1.1867	-0.1649	-1.1287	0.3740	-0.9847	-1.2438
ค่าต่ำสุด	0.1679	0.1159	0.2093	0.4047	0.2970	0.2874	0.2217
ค่าสูงสุด	0.6438	0.3880	0.5325	0.8206	0.7834	1.5731	0.5431

4.2 ค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยว

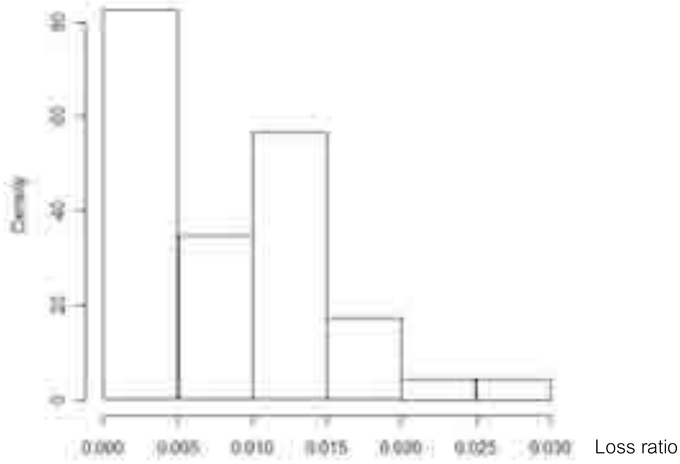
ค่าพารามิเตอร์การแจกแจงเดี่ยวมีความสำคัญอย่างยิ่งที่ใช้เป็นสมมติฐานส่วนหนึ่งในการจำลองตัวแบบคอปปูลา รูปแบบการแจกแจงจึงพิจารณาจากการแจกแจงของอัตราส่วนความเสียหายเริ่มต้น ซึ่งสามารถสะท้อนความเสี่ยงที่เกิดจากการดำเนินธุรกิจได้ดี การคัดเลือกการแจกแจงที่เหมาะสม จึงเป็นส่วนสำคัญอย่างยิ่งต่อการแจกแจงของประเภทธุรกิจที่มีความแตกต่างกัน การคัดเลือกการแจกแจงที่เหมาะสมจะกล่าวต่อไปในหัวข้อย่อยดังนี้

4.2.1 ค่าพารามิเตอร์ของการแจกกแจงเดี่ยวสำหรับกรณีที่ 1

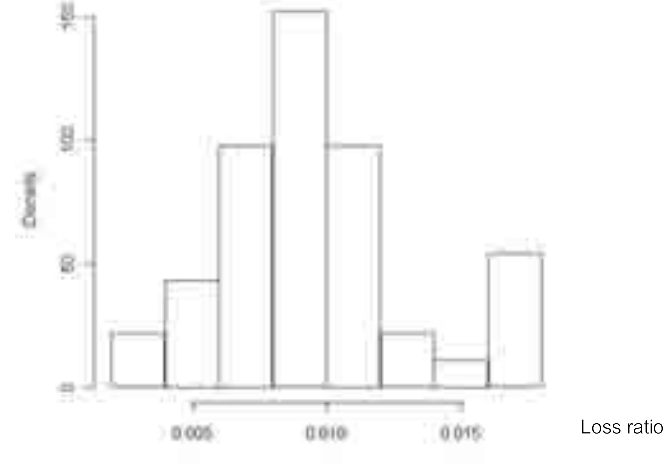
ค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยวที่เหมาะสมนั้น จะต้องคำนึงถึงลักษณะการแจกแจงของข้อมูลในอดีตเป็นสำคัญ เพื่อให้ผลการประมาณค่าออกมาถูกต้อง และมีความแม่นยำมากที่สุด ลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยทั้ง 7 ประเภทสำหรับกรณีที่ 1 แสดงดังภาพที่ 4.3 ถึงภาพที่ 4.9



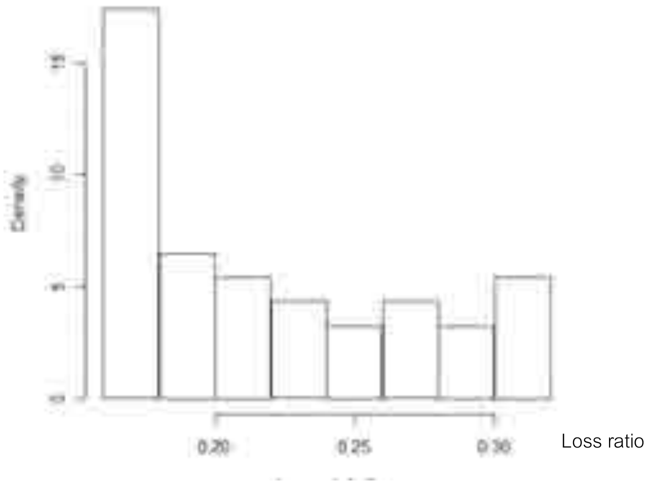
ภาพที่ 4.3 แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันอัคคีภัย สำหรับกรณีที่ 1



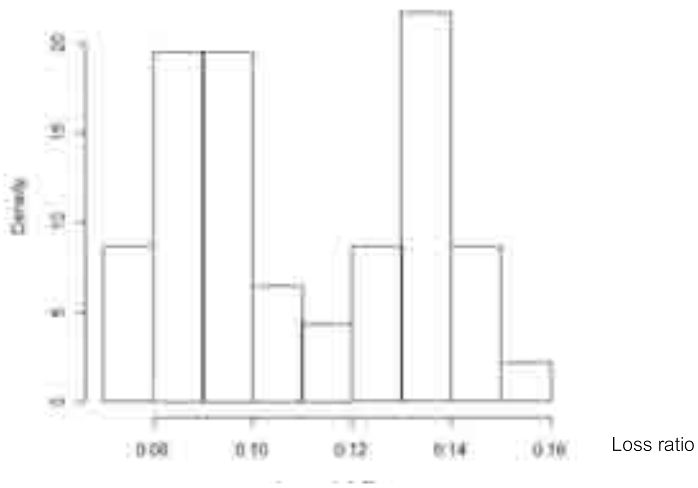
ภาพที่ 4.4 แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยทางทะเล และการขนส่งสำหรับกรณีที่ 1



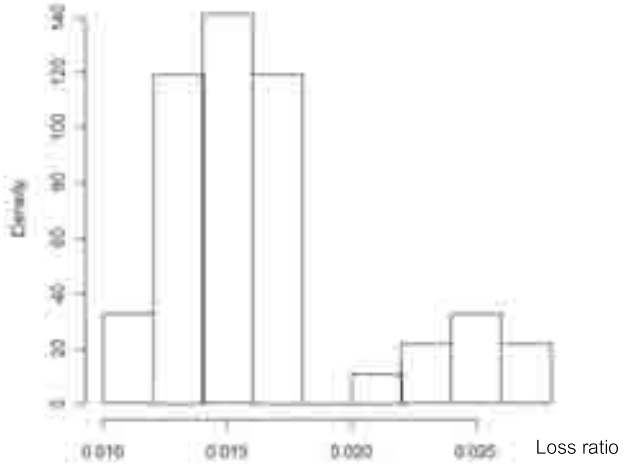
ภาพที่ 4.5 แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัย รถยนต์ภาคบังคับสำหรับกรณีที่ 1



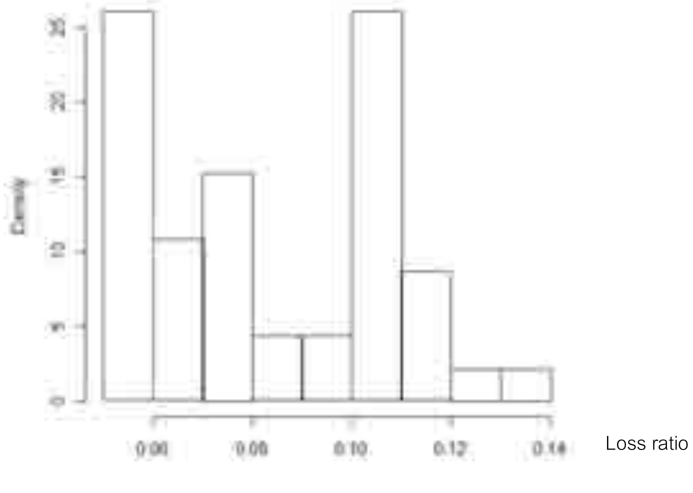
ภาพที่ 4.6 แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจสำหรับกรณีที่ 1



ภาพที่ 4.7 แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยเบ็ดเตล็ดสำหรับกรณีที่ 1



ภาพที่ 4.8 แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัย
ความเสี่ยงภัยต่อทรัพย์สินสำหรับกรณีที่ 1



ภาพที่ 4.9 แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัย
อุบัติเหตุส่วนบุคคลสำหรับกรณีที่ 1

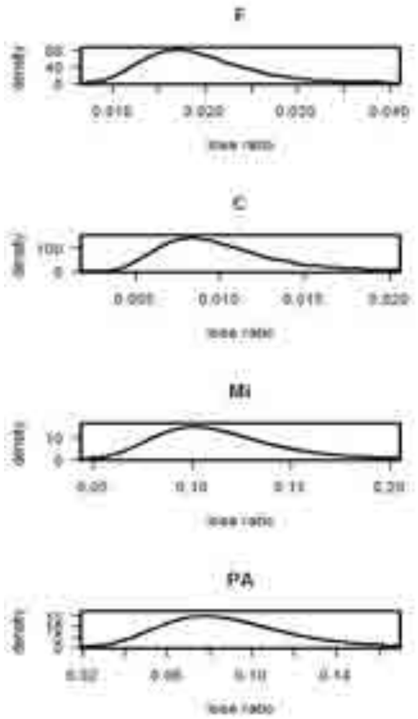
จากภาพที่ 4.3 ภาพที่ 4.4 และภาพที่ 46 ชี้ให้เห็นลักษณะการแจกแจงของข้อมูลส่วนหางทางขวามีแนวโน้มเป็นหางยาว ส่วนภาพที่ 4.5 ภาพที่ 4.7 ภาพที่ 4.8 และภาพที่ 4.9 การแจกแจงของข้อมูลมีลักษณะของหางสั้นกว่าใน 3 กรณีแรก การคัดเลือกการแจกแจงเดี่ยวที่เหมาะสมจึงมีสมมติฐานที่เป็นไปได้คือ การพิจารณาเลือก การแจกแจงแบบแกมมา(Gamma distribution)

และ การแจกแจงแบบล็อคนอมอล(Lognormal distribution)เนื่องจากในการพิจารณาเรื่องการแจกแจงความเสียหาย จะให้ความสำคัญกับลักษณะการแจกแจงของข้อมูลส่วนหางทางขวา ที่บอกถึงความสัมพันธ์ของแต่ละประเภทธุรกิจในโอกาสที่จะเกิดความเสียหายขนาดใหญ่ได้ ค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยวสำหรับกรณีที่ 1 แสดงดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 แสดงค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยวสำหรับกรณีที่ 1

ประเภท	**การแจกแจงเดี่ยว**	**พารามิเตอร์**		D_n	likelihood
F	ล็อคนอมอล	μ= -3.994	σ= 0.287	0.141	177.085
Ma	แกมมา	α= 1.482	β = 159.272	0.096	176.320
C	ล็อคนอมอล	μ= -4.682	σ= 0.329	0.073	197.772
V	ล็อคนอมอล	μ=-1.575	σ=0.218	0.130	75.921
Mi	ล็อคนอมอล	μ=-2.226	σ=0.260	0.108	106.447
IAR	ล็อคนอมอล	μ=-4.168	σ=0.233	0.119	192.915
PA	แกมมา	α= 9.155	β= 105.269	0.106	106.337

จากภาพที่ 4.3 ถึง ภาพที่ 4.9 และค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยวในตารางที่ 4.3 สามารถสรุปได้ดังนี้ ใช้การแจกแจงแบบล็อคนอมอล กับการประกันอัคคีภัย การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ กาประกันภัยเบ็ดเตล็ด และการประกันภัยความเสี่ยงภัยต่อทรัพย์สิน ซึ่งเป็นการแจกแจงที่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ส่วนหางที่มีลักษณะหนาได้ดี และใช้การแจกแจงแบบแกมมากับการประกันภัยทางทะเลและการขนส่ง และการประกันภัยอุบัติเหตุส่วนบุคคล ซึ่งเป็นการแจกแจงที่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ได้ดีในกรณีที่การแจกแจงมีหางยาว ค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยวแสดงด้วยฟังก์ชันความหนาแน่นดังภาพที่ 4.10

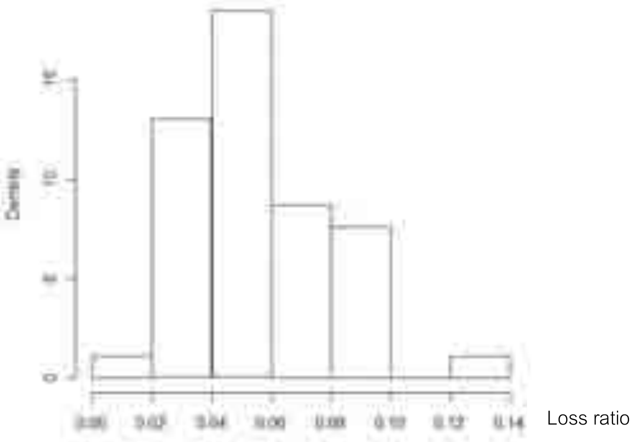


ภาพที่ 4.10 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงเดี่ยว

(Density of marginal distribution) สำหรับกรณีที่ 1

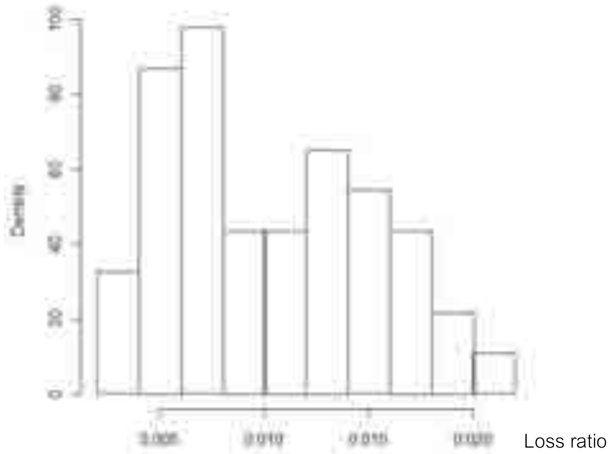
4.2.2 ค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยวสำหรับกรณีที่ 2

ลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยทั้ง 7 ประเภทสำหรับกรณีที่ 2 แสดงดังภาพที่ 4.11 ถึงภาพที่ 4.17

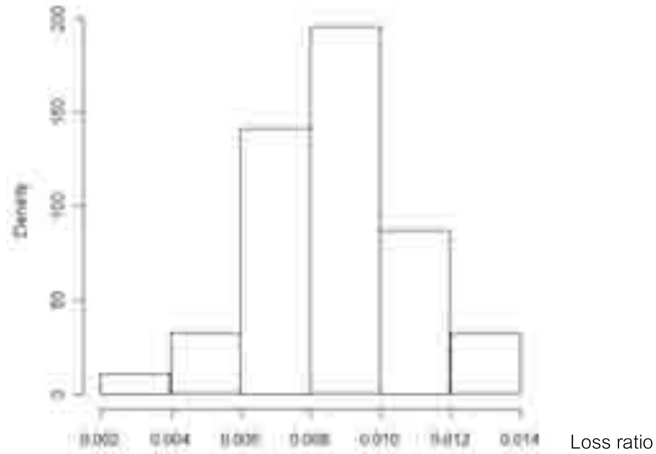


ภาพที่ 4.11 แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันอัคคีภัย

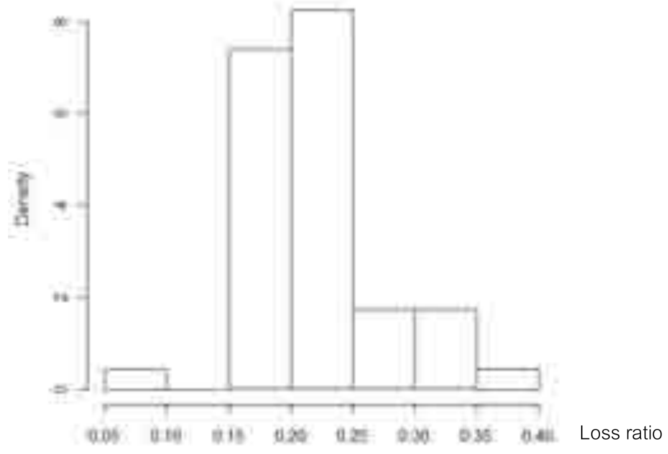
สำหรับกรณีที่ 2



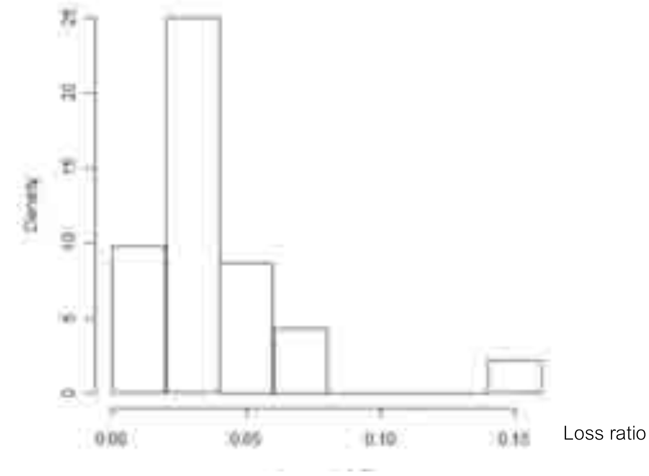
ภาพที่ 4.12 แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยทางทะเลและการขนส่งสำหรับกรณีที่ 2



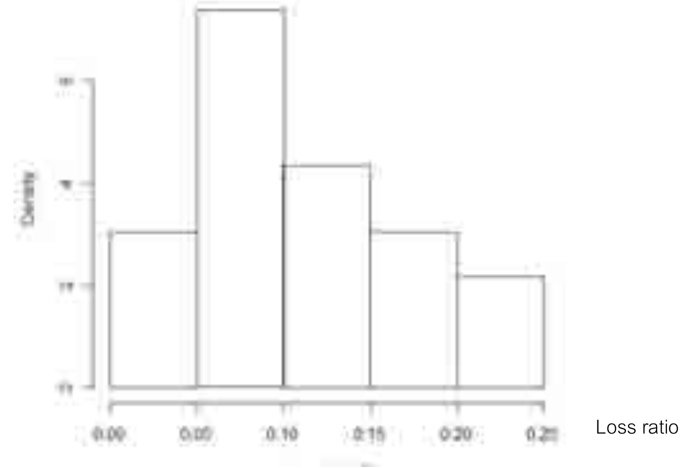
ภาพที่ 4.13 แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับสำหรับกรณีที่ 2



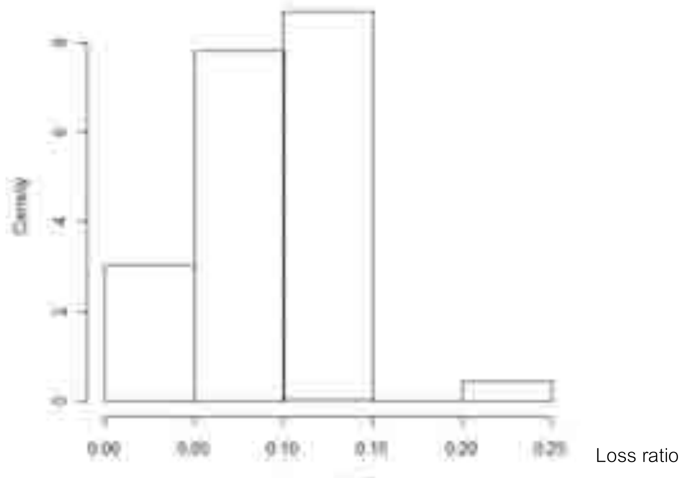
ภาพที่ 4.14 แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจสำหรับกรณีที่ 2



ภาพที่ 4.15 แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยเบ็ดเตล็ดสำหรับกรณีที่ 2



ภาพที่ 4.16 แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยความเสี่ยงภัยต่อทรัพย์สินสำหรับกรณีที่ 2



ภาพที่ 4.17 แสดงลักษณะการแจกแจงอัตราส่วนความเสียหายของการประกันภัยอุบัติเหตุส่วนบุคคลสำหรับกรณีที่ 2

จากภาพที่ 4.11 ถึง ภาพที่ 4.14 และภาพที่ 4.17 พบว่าลักษณะการแจกแจงของข้อมูลส่วนหางทางขวามีแนวโน้มเป็นหางสั้น ส่วนภาพที่ 4.15 และภาพที่ 4.16 การแจกแจงของข้อมูลมีลักษณะของหางยาวกว่าใน 5 กรณีแรก การคัดเลือกการแจกแจงเดี่ยวที่เหมาะสมจึงมีสมมติฐานที่เป็นไปได้เหมือนกับกรณีที่ 1 คือ เลือกการแจกแจงแบบแกมมา และการแจกแจงแบบล็อคนอมอล เนื่องจากการแจกแจงทั้ง 2 ประเภทสามารถให้ลักษณะความสัมพันธ์ส่วนหางของโอกาสที่จะ

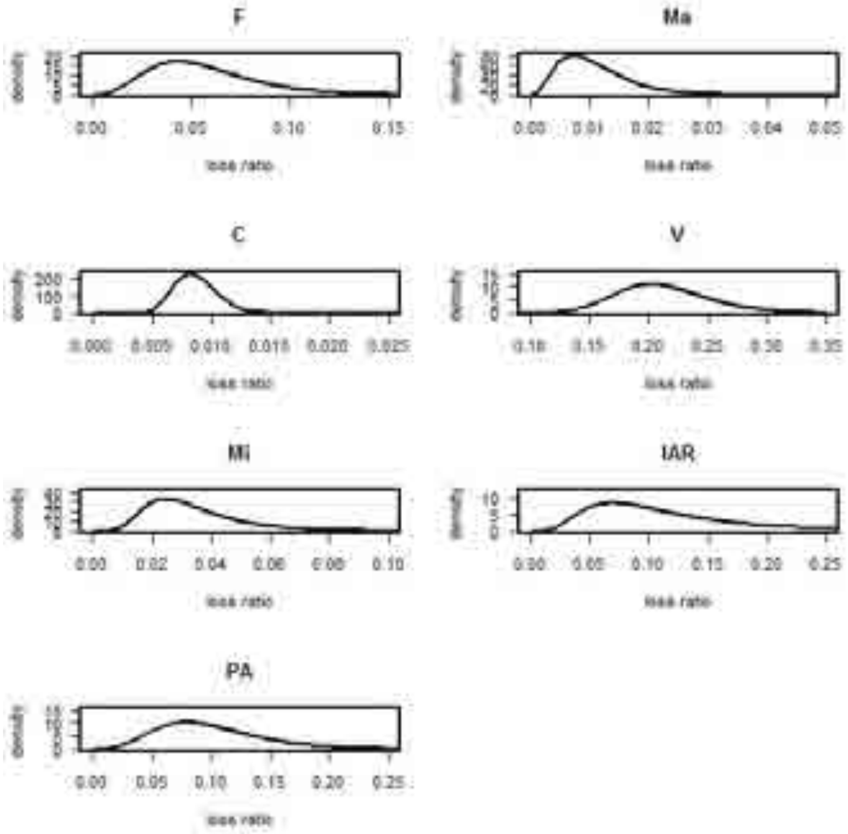
เกิดความเสียหายที่มีมูลค่าสูง และสอดคล้องกับการวิจัยในครั้งนี้ที่ให้ความสำคัญกับลักษณะการแจกแจงของข้อมูลส่วนหางทางขวา ค่าพารามิเตอร์การแจกแจงเดี่ยวสำหรับกรณีที่ 2 แสดงดังตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4 แสดงค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยวสำหรับกรณีที่ 2

ประเภท	**การแจกแจงเดี่ยว**	**พารามิเตอร์**		D_n	likelihood
F	แกมมา	α= 4.400	β= 78.753	0.064	110.106
Ma	แกมมา	α= 3.327	β= 315.363	0.078	181.539
C	แกมมา	α= 23.947	β= 2771.385	0.067	212.385
V	ล็อคนอมอล	μ=-1.566	σ=0.180	0.114	68.3650
Mi	ล็อคนอมอล	μ=-3.504	σ=0.456	0.067	121.098
IAR	ล็อคนอมอล	μ=-2.335	σ=0.579	0.068	69.890
PA	แกมมา	α= 5.118	β= 52.049	0.125	82.436

ค่าพารามิเตอร์การแจกแจงเดี่ยวในตารางที่ 4.4 สามารถสรุปได้ดังนี้ ใช้การแจกแจงแบบล็อคนอมอล กับการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ การประกันภัยเบ็ดเตล็ด และการประกันภัยความเสี่ยงภัยต่อทรัพย์สิน ซึ่งเป็นการแจกแจงที่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ส่วนหางที่มีลักษณะหนาได้ดี และใช้การแจกแจงแบบแกมมากับการประกันอัคคีภัย การประกันภัยทางทะเลและการขนส่ง การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ และการประกันภัยอุบัติเหตุส่วนบุคคล ซึ่งเป็นการแจกแจงที่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ได้ดีในกรณีที่การแจกแจงมีหางยาว พารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยวสำหรับกรณีที่ แสดงอยู่ในรูปฟังก์ชันความหนาแน่นดังภาพที่ 4.18

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยวทั้ง 2 กรณีสามารถสรุปคุณสมบัติของการแจกแจงเดี่ยวที่เลือกใช้กับลักษณะการแจกแจงของประเภทธุรกิจแต่ละประเภทดังแสดงในตารางที่ 4.5



ภาพที่ 4.18 แสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงเดี่ยว

(Density of marginal distribution) สำหรับกรณีที่ 2

ตารางที่ 4.5 แสดงคุณสมบัติของการแจกแจงเดี่ยว

การแจกแจงเดี่ยว	**ฟังก์ชันความหนาแน่น**(pdf)	**ค่าเฉลี่ย** $E(X)$	**ความแปรปรวน** $Var(X)$
ล็อคนอมอล (μ,σ)	$\dfrac{e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x-\mu}{\sigma}\right)^2}}{x\sigma\sqrt{2\pi}}$ $\mu \in R, \sigma > 0, x \geq 0$	$e^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}}$	$e^{2\mu+\sigma^2}(e^{\sigma^2}-1)$
แกมมา (α,β)	$\dfrac{\beta^{\alpha} e^{-\beta x} x^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}$ $\alpha, \beta > 0, x \geq 0$	$\dfrac{\alpha}{\beta}$	$\dfrac{\alpha}{\beta^2}$

4.3 ผลการหาอันดับความสัมพันธ์ร่วมแบบสเปียร์แมน

การประมาณอันดับความสัมพันธ์ร่วมด้วยวิธีสเปียร์แมน เป็นการประมาณค่าแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ (Nonparametric) แต่พิจารณาถึงอันดับของข้อมูลเป็นสำคัญ ค่าประมาณที่ได้จะเป็นตัววัดระดับความสัมพันธ์ของคู่ตัวแปรแต่ละคู่ การประมาณอันดับความสัมพันธ์ร่วมด้วยวิธีนี้เหมาะกับข้อมูลที่มีลักษณะไม่เป็นเส้นตรง โดยเฉพาะอย่างยิ่งการให้ความสนใจไปที่ข้อมูลส่วนหางที่มีลักษณะหนา (Fat tail) และมีความเบ้ (Skewness) นอกจากนี้ยังใช้เป็นเครื่องมือหนึ่งในการเชื่อมความสัมพันธ์กับคอปปูลา ที่ใช้ในการอธิบายลักษณะความสัมพันธ์ที่ไม่อิสระกัน ผลการประมาณอันดับความสัมพันธ์ร่วมด้วยวิธีสเปียร์แมนแสดงดังตารางที่ 4.6 และ 4.7

ตารางที่ 4.6 แสดงผลการหาอันดับความสัมพันธ์ร่วมแบบสเปียร์แมนสำหรับกรณีที่ 1

	F	Ma	C	V	Mi	IAR	PA
F	1.000	0.870	0.676	0.683	-0.797	0.225	-0.883
Ma		1.000	0.659	0.671	-0.838	0.161	-0.935
C			1.000	0.674	-0.618	0.157	-0.671
V				1.000	-0.840	-0.287	-0.698
Mi					1.000	0.069	0.914
IAR						1.000	-0.257
PA							1.000

ตารางที่ 4.7 แสดงผลการหาอันดับความสัมพันธ์ร่วมแบบสเปียร์แมนสำหรับกรณีที่ 2

	F	Ma	C	V	Mi	IAR	PA
F	1.000	0.274	-0.002	0.376	-0.047	0.098	-0.097
Ma		1.000	0.280	0.256	0.498	-0.223	-0.712
C			1.000	-0.030	0.053	-0.457	-0.103
V				1.000	-0.163	0.012	-0.197
Mi					1.000	0.062	-0.434
IAR						1.000	0.211
PA							1.000

ผลการประมาณอันดับความสัมพันธ์ร่วมพบว่า ความสัมพันธ์ร่วมของแต่ละประเภทธุรกิจแตกต่างไปจากความสัมพันธ์ดังสมมติฐานที่กล่าวไว้ในหัวข้อที่ 3.4 ทั้งนี้เป็นเพราะข้อมูลที่ใช้ในการประมาณอันดับความสัมพันธ์ร่วมไม่เพียงพอที่จะใช้ในการประมาณค่า ซึ่งมีจำนวนข้อมูลเพียง 46 ข้อมูลในแต่ละประเภทธุรกิจเท่านั้น ทำให้เกิดความแปรปรวนของความสัมพันธ์ร่วมสูง (Volatility of high correlation) โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่ค่าความสัมพันธ์ติดลบ แสดงให้เห็นถึงทิศทางความสัมพันธ์ที่มีลักษณะตรงข้าม ซึ่งจะเป็นผลให้การประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์มีค่าต่ำกว่าความเป็นจริง ประกอบกับความสัมพันธ์ที่เกิดจากประเภทธุรกิจที่พิจาณาถึงความเสี่ยงด้านการรับประกันภัย ไม่ควรมีความสัมพันธ์ตรงข้ามกัน นอกจากนี้ระดับความสัมพันธ์ร่วมที่เหมาะสมสำหรับประเภทธุรกิจแต่ละประเภท ควรมีความสัมพันธ์ร่วมกันไม่เกินร้อยละ 60 แต่ในกรณีที่ประเภทธุรกิจใดมีลักษณะที่คล้ายคลึงกันมากอาจมีความสัมพันธ์ร่วมที่เกินกว่านี้ได้ (Tang, 2004)

ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงได้ศึกษาเพิ่มเติมในความสัมพันธ์ร่วมของแต่ละประเภทธุรกิจ เพื่อกำหนดระดับความสัมพันธ์ที่เหมาะสมให้แก่ประเภทธุรกิจต่างๆ ในการประมาณค่าความสัมพันธ์ร่วมนี้จะกำหนดให้ความสัมพันธ์เริ่มต้นที่ 0 และเพิ่มขึ้นช่วงละ 0.25 โดยที่ค่าความสัมพันธ์สูงสุดจะมีค่าอยู่ที่ 0.75 ทั้งนี้เพื่อให้คู่ความสัมพันธ์แต่ละคู่มีค่าความสัมพันธ์ตามที่ควรจะเป็น และสอดคล้องกับงานวิจัยอื่นๆ โดยตารางที่ 4.8 แสดงรายละเอียดของผลการประมาณค่าความสัมพันธ์แบบอ้างอิง(Inference correlation) และวิธีการประมาณค่าความสัมพันธ์แบบอ้างอิงได้แสดงไว้ในภาคผนวก ข

ตารางที่ 4.8 แสดงผลการประมาณค่าความสัมพันธ์แบบอ้างอิง

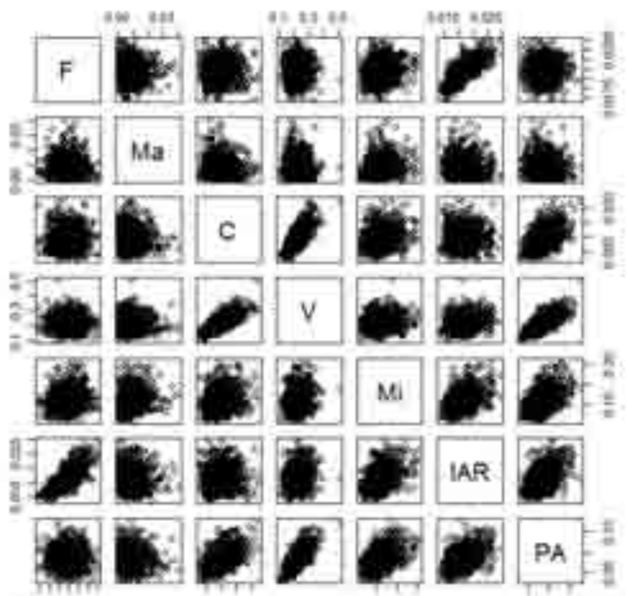
	F	Ma	C	V	Mi	IAR	PA
F	1	0	0	0	0.25	0.75	0
Ma		1	0	0	0.25	0	0
C			1	0.75	0.25	0	0.5
V				1	0.25	0.25	0.75
Mi					1	0.5	0.5
IAR						1	0.5
PA							1

4.4 ผลการสร้างคอปปูลา

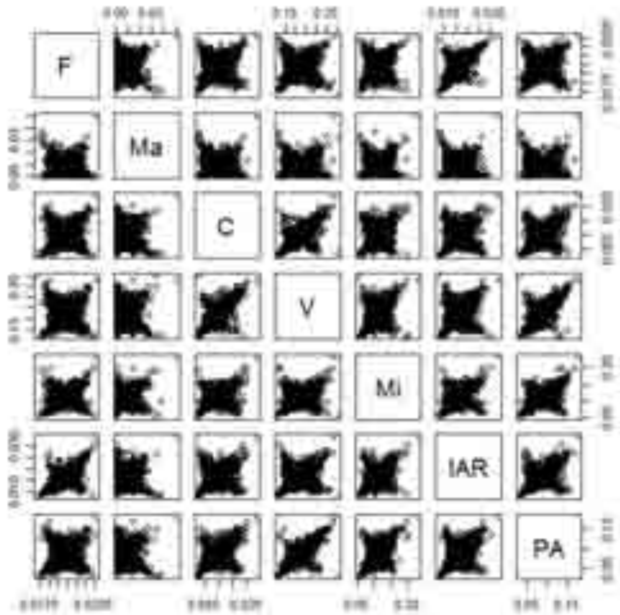
ในการศึกษาเรื่องการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ การนำคอปปูลาในกลุ่มอีลิปติเคิลที่ประกอบด้วย คอปปูลาแบบปกติ และคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที มาใช้ในการสร้างความสัมพันธ์กับการรวมความเสียหายเนื่องจากคอปปูลากลุ่มนี้เป็นคอปปูลาที่มีความยืดหยุ่นกับสมมติฐานที่ใช้ในการสร้างตัวแบบ และคุณสมบัติของคอปปูลากลุ่มนี้เป็นปัจจัยหนึ่งที่มีส่วนสำคัญในการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ ผลการสร้างตัวแบบคอปปูลาแสดงดังภาพที่ 4.19 ถึง 4.34 ด้วยการใช้ แผนภาพการกระจาย (scatter plot) อธิบายอัตราส่วนความเสียหายที่ได้จากการสร้างตัวแบบคอปปูลาแต่ละประเภทซึ่งจะทำให้ได้แนวคิดในการสร้างคอปปูลาที่เหมาะสม จากโครงสร้างความไม่อิสระกันของคอปปูลาแต่ละประเภท

4.4.1 การสร้างคอปปูลาของอัตราส่วนความเสียหายสุทธิ (กรณีที่ 1)

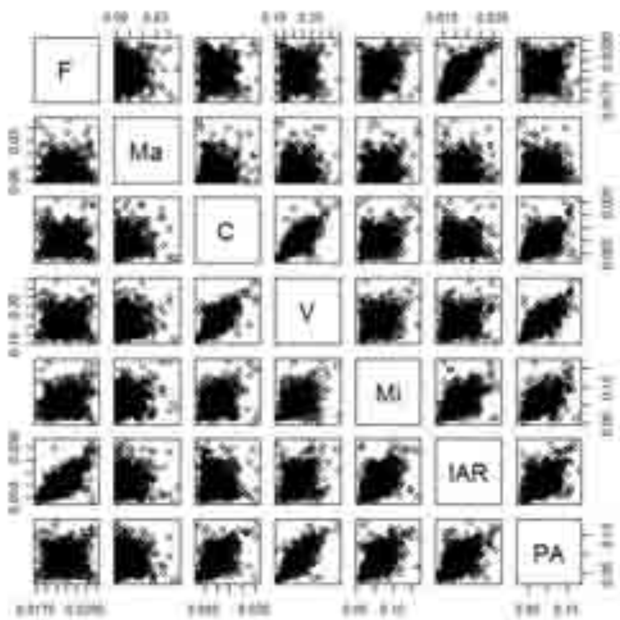
ภาพที่ 4.19 ถึงภาพที่ 4.26 แสดงการกระจายของความสัมพันธ์ของอัตราส่วนความเสียหายสุทธิด้วยคอปปูลาแบบปกติ และคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ที่มีองศาความอิสระต่างกัน



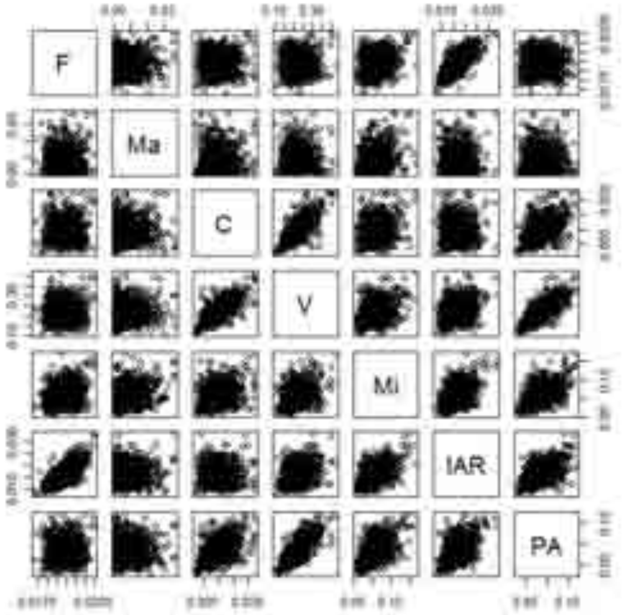
ภาพที่ 4.19 แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบปกติ (Guassian)สำหรับกรณีที่ 1



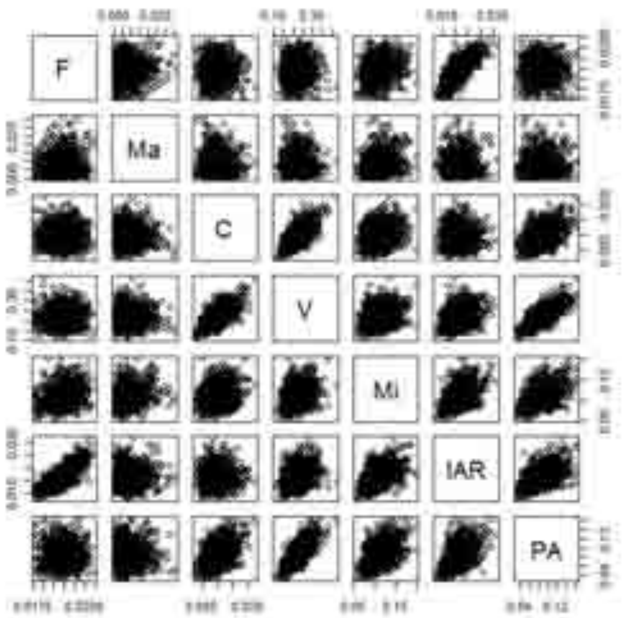
ภาพที่ 4.20 แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1(T, v=1)สำหรับกรณีที่ 1



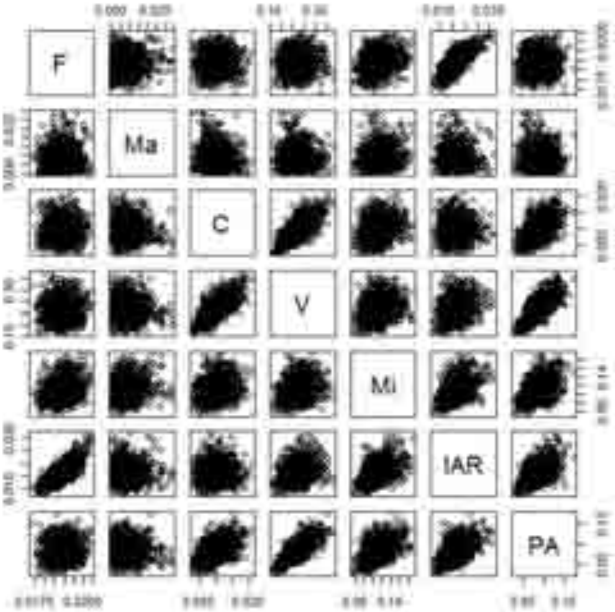
ภาพที่ 4.21 แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 3 (T, v=3)สำหรับกรณีที่ 1



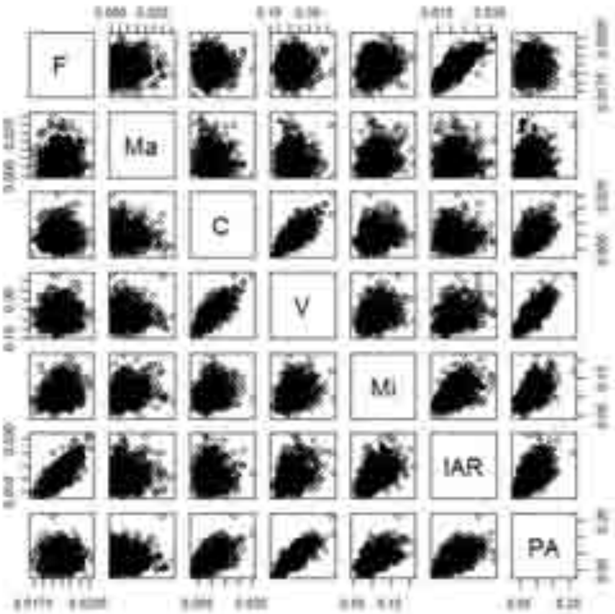
ภาพที่ 4.22 แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 5 (T, v=5)สำหรับกรณีที่ 1



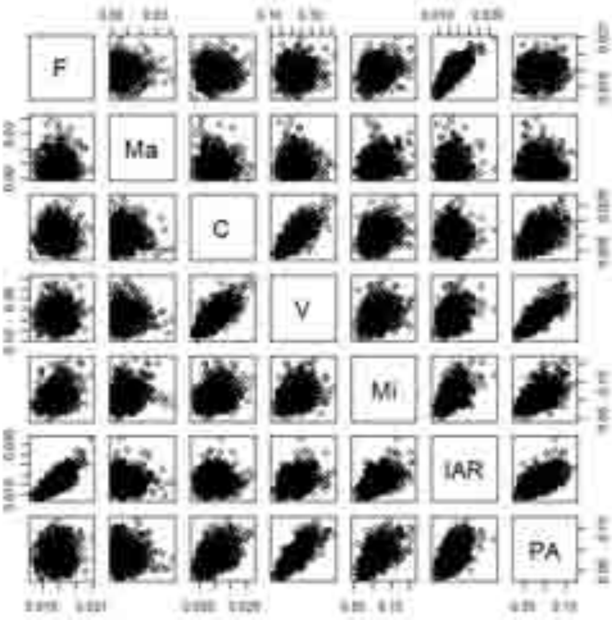
ภาพที่ 4.23 แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 10 (T, v=10)สำหรับกรณีที่ 1



ภาพที่ 4.24 แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 15 (T, v=15)สำหรับกรณีที่ 1

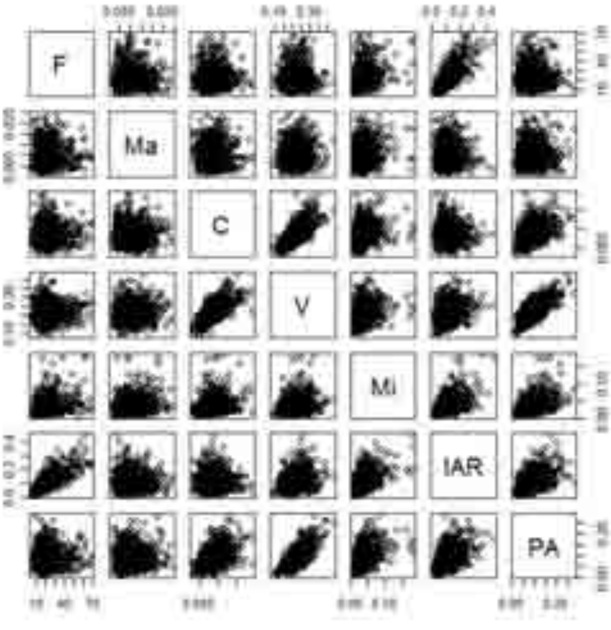


ภาพที่ 4.25 แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 20 (T, v=20)สำหรับกรณีที่ 1

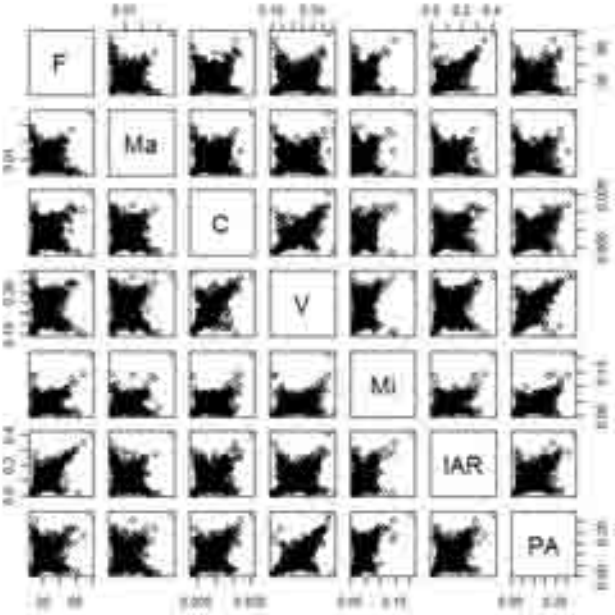


ภาพที่ 4.26 แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 25 (T, v=25)สำหรับกรณีที่ 1

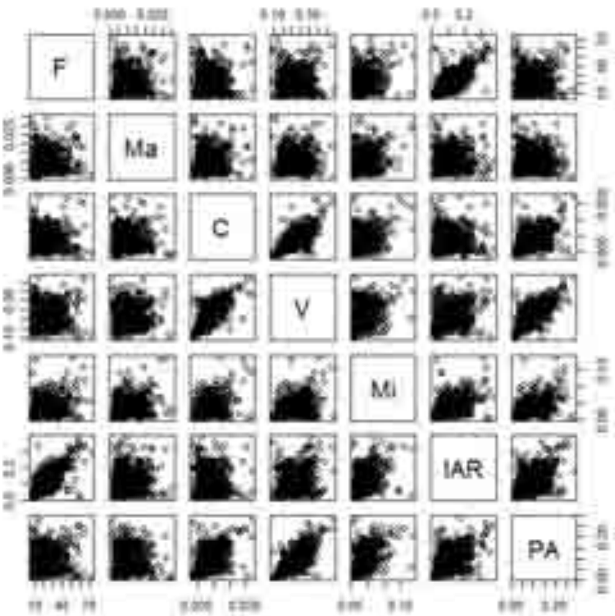
4.4.2 **การสร้างคอปปูลาของอัตราส่วนความเสียหายรวม** (**กรณีที่** 2)



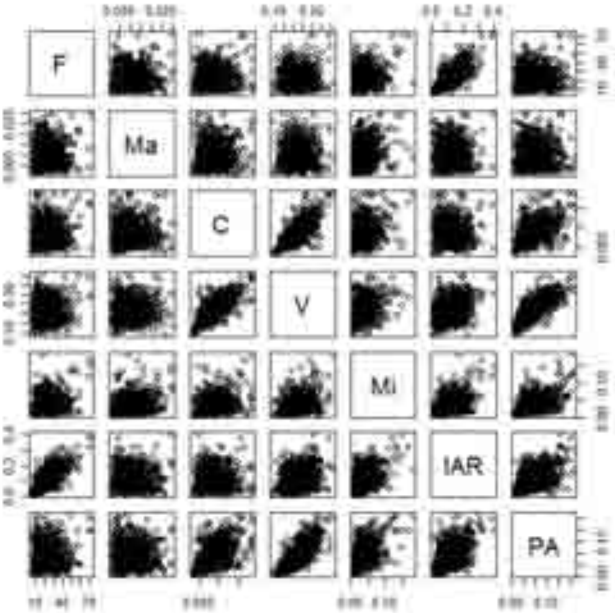
ภาพที่ 4.27 แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบปกติ (Guassian) สำหรับกรณีที่ 2



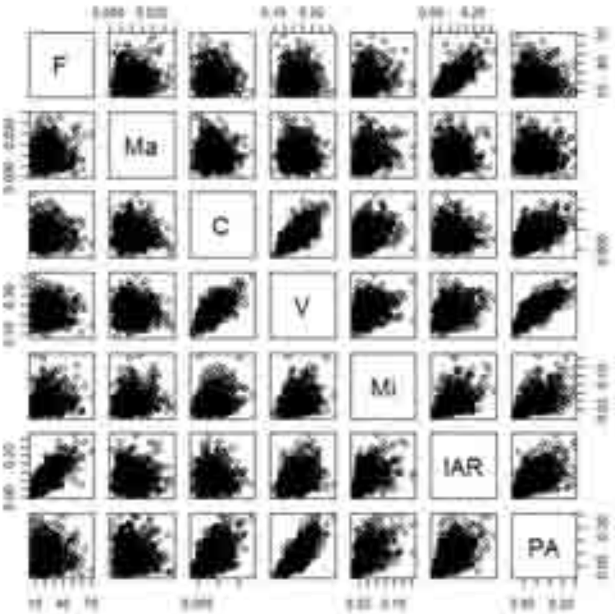
ภาพที่ 4.28 แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1 (T, v=1)สำหรับกรณีที่ 2



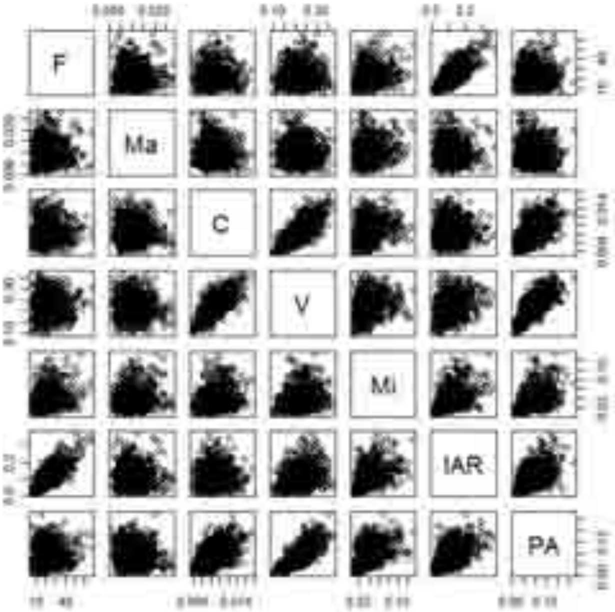
ภาพที่ 4.29 แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 3 (T, v=3)สำหรับกรณีที่ 2



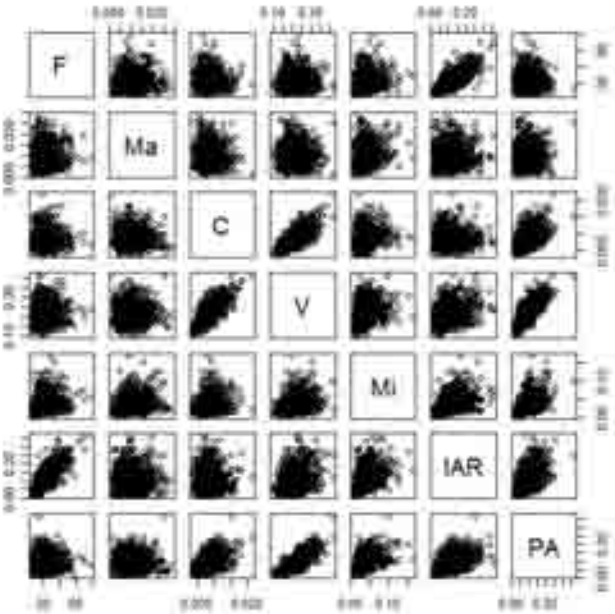
ภาพที่ 4.30 แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 5 (T, v=5)สำหรับกรณีที่ 2



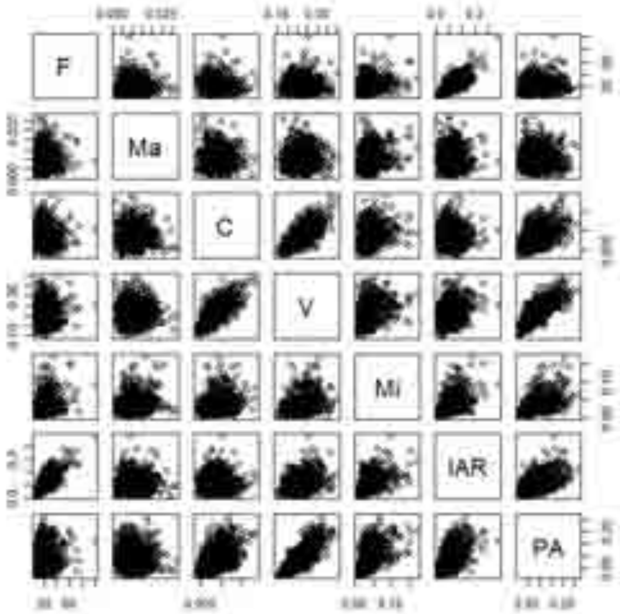
ภาพที่ 4.31 แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 10 (T, v=10)สำหรับกรณีที่ 2



ภาพที่ 4.32 แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 15 (T, v=15)สำหรับกรณีที่ 2



ภาพที่ 4.33 แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 20 (T, v=20)สำหรับกรณีที่ 2



ภาพที่ 4.34 แสดงแผนภาพการกระจายที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 25 (T, v=25)สำหรับกรณีที่ 2

จากผลการสร้างตัวแบบด้วยคอปปูลาแบบปกติ และคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ทั้ง 2 กรณีสามารถอธิบายผลได้คือ เมื่อสร้างความสัมพันธ์ด้วยคอปปูลาแบบปกติ ความสัมพันธ์ที่ไม่อิสระกันของคู่อัตราส่วนความเสียหายแต่ละประเภทธุรกิจจะอยู่ในรูปความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง เช่น ในกรณีที่คู่ความสัมพันธ์มีค่าความสัมพันธ์ร่วมกันในระดับสูง แผนภาพการกระจายจะให้ความชันไปในทางบวก ซึ่งเป็นไปตามคุณสมบัติของคอปปูลาแบบปกติที่สามารถอธิบายความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงได้ดี นอกจากนี้ เมื่อพิจารณาคู่ความสัมพันธ์อื่น แผนภาพการกระจายจะมีลักษณะกระจายตัวอยู่รอบจุดศูนย์กลางของการแจกแจงเดี่ยวที่ใช้เป็นสมมติฐาน หมายความว่าความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นมีลักษณะไม่อิสระกันบริเวณที่เป็นค่าเฉลี่ย และไม่มีความสัมพันธ์ส่วนหางของการแจกแจงหรือมีเพียงเล็กน้อยเท่านั้น และยังชี้ให้เห็นอีกว่าคอปปูลาแบบปกติไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ส่วนหางได้

เมื่อเปรียบเทียบการสร้างคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที กับการสร้างคอปปูลาแบบปกติ พบว่าคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที เป็นคอปปูลาที่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ที่ไม่อิสระกันได้บางส่วน และยังสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของหางการแจกแจงส่วนปลาย(Upper tail)ได้ ซึ่งเป็นสิ่งที่งานวิจัยให้ความสนใจในการศึกษา

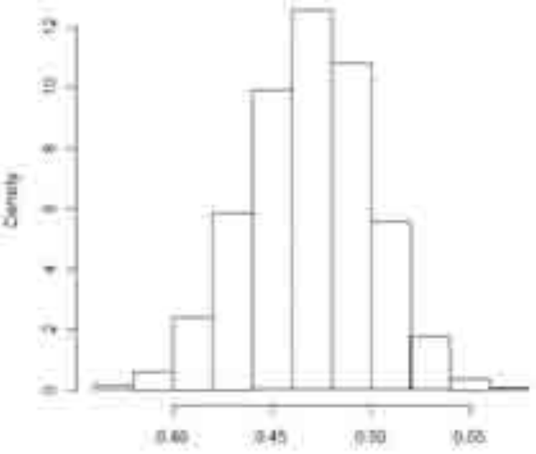
เมื่อพิจารณาการสร้างคอปปูลา แบบสติวเดนท์ ที ที่องศาความอิสระเท่ากับ 1 พบว่าการอธิบายความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงทำได้ยาก แต่สามารถอธิบายลักษณะความสัมพันธ์ที่ไม่อิสระกันได้ดี คอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1 มักจะนำมาใช้ในการอธิบายความไม่อิสระกันในกรณีที่ความสัมพันธ์ของคู่ตัวแปรนั้นสัมพันธ์กันสูง จึงเป็นข้อดีของคอปปูลาประเภทนี้

เมื่อองศาความอิสระของคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที เพิ่มขึ้นการอธิบายความสัมพันธ์ส่วนหางของการแจกแจงจะลดลง และมีแนวโน้มเหมือนกับคอปปูลาแบบปกติ ที่อธิบายความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงได้ดีจึงกลายเป็นคุณสมบัติบางส่วนที่มีความสมมาตร (Attributable to the asymptotic)สำหรับคอปปูลาประเภทนี้ อย่างไรก็ตามคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที สามารถอธิบายหางของการแจกแจงได้ดีเมื่อองศาความอิสระมีค่าต่ำๆ

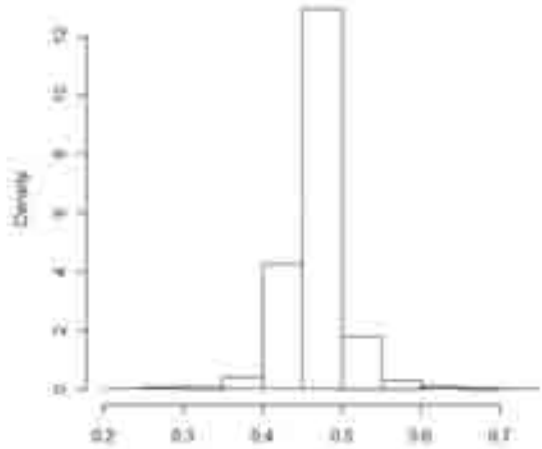
4.5 ผลการจำลองตัวแบบรวมความเสียหาย

การจำลองตัวแบบรวมความเสียหาย มีจุดประสงค์เพื่อศึกษาอัตราส่วนความเสียหายสำหรับบริษัทที่มีผลิตภัณฑ์ประกันภัยหลายประเภท ซึ่งมีอัตราส่วนความเสียหายเป็นสิ่งแสดงให้เห็นถึงเหตุการณ์ภายใต้สภาวะการณ์ต่างๆ การสร้างตัวแบบรวมความเสียหายจะแสดงให้เห็นด้วยการสร้างฮีสโตแกรมของการแจกแจงที่เกิดจากการรวมความเสียหายจากคอปปูลาแต่ละประเภท ประกอบกับผลการทดสอบทางสถิติในตารางที่ 4.9 สำหรับกรณีที่ 1 และตารางที่ 4.10 สำหรับกรณีที่ 2

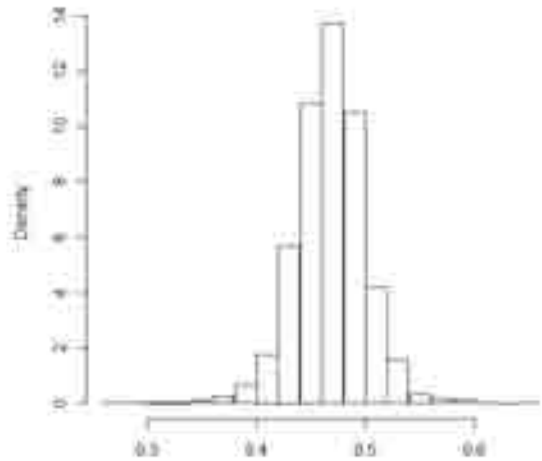
4.5.1 ตัวแบบรวมความเสียหายของอัตราส่วนความเสียหายสุทธิ(กรณีที่ 1)



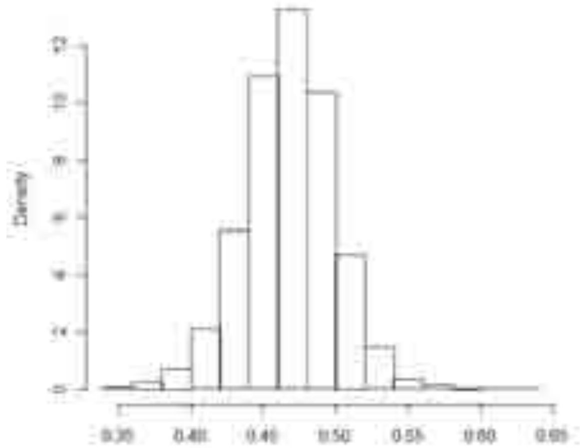
ภาพที่ 4.35 แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบปกติสำหรับกรณีที่ 1



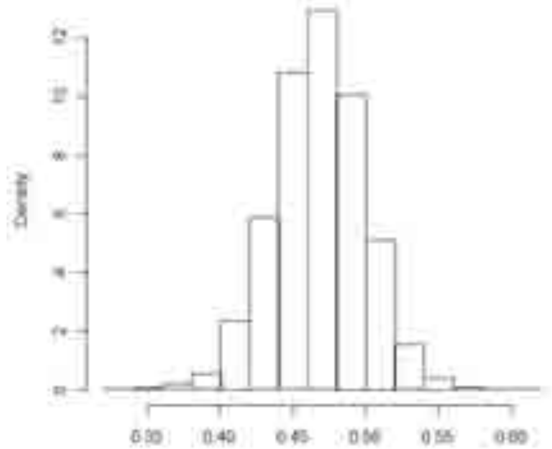
ภาพที่ 4.36 แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที
องศาความอิสระเท่ากับ 1 สำหรับกรณีที่ 1



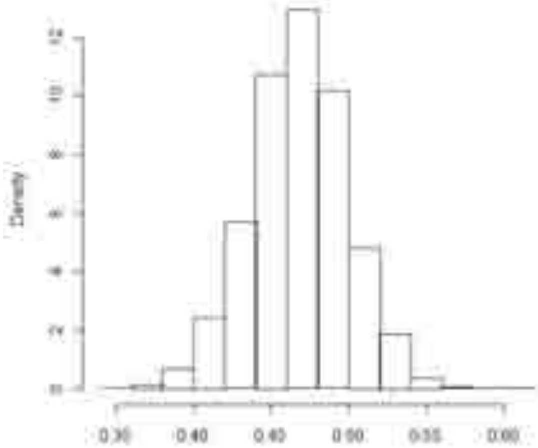
ภาพที่ 4.37 แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที
องศาความอิสระเท่ากับ 3 สำหรับกรณีที่ 1



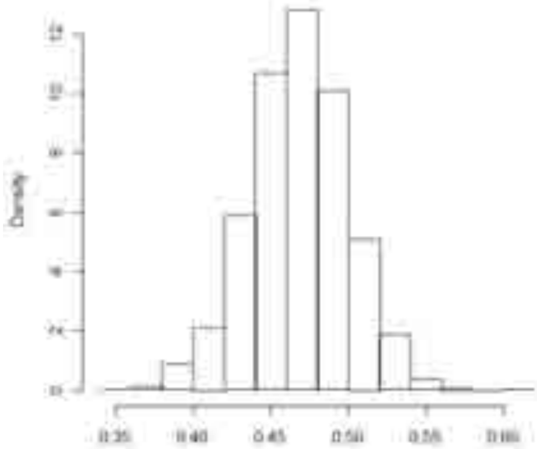
ภาพที่ 4.38 แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที
องศาความอิสระเท่ากับ 5 สำหรับกรณีที่ 1



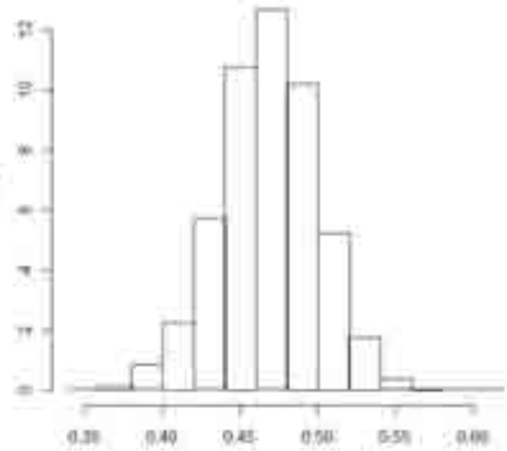
ภาพที่ 4.39 แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที
องศาความอิสระเท่ากับ 10 สำหรับกรณีที่ 1



ภาพที่ 4.40 แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ทีองศาความอิสระเท่ากับ 15 สำหรับกรณีที่ 1



ภาพที่ 4.41 แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ทีองศาความอิสระเท่ากับ 20 สำหรับกรณีที่ 1



ภาพที่ 4.42 แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 25 สำหรับกรณีที่ 1

การแจกแจงการรวมความเสียหายที่มีลักษณะการแจกแจงแตกต่างกัน เกิดจากคุณสมบัติของการสร้างตัวแบบด้วยคอปปูลาที่มีคุณสมบัติแตกต่างกัน และส่งผลต่อการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ให้มีระดับเงินกองทุนที่แตกต่างกัน ด้วยโครงสร้างความสัมพันธ์ที่ไม่อิสระกันของคอปปูลาแต่ละประเภท จากแผนภาพฮีสโตแกรม และผลการทดสอบทางสถิติดังแสดงในตารางที่ 4.9 สามารถสรุปการวิเคราะห์ตัวแบบรวมความเสียหายสำหรับกรณีที่ 1 ได้ดังนี้

ตารางที่ 4.9 แสดงผลการทดสอบทางสถิติของการแจกแจงการรวมความเสียหาย สำหรับกรณีที่ 1

คอปปูลา	**ค่าเฉลี่ย**	**ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน**	**มัธยฐาน**	**ฐานนิยม**	**ความเบ้** (skewness)	**ความโด่ง** (kurtosis)
Guassian	0.4650	0.0908	0.4565	0.4653	0.5382	0.3543
T(v=1)	0.4645	0.0925	0.4538	0.4660	0.8730	1.8536
T(v=3)	0.4638	0.0922	0.4536	0.4633	0.7150	1.1845
T(v=5)	0.4652	0.0917	0.4536	0.4626	0.6976	1.0319
T(v=10)	0.4645	0.0910	0.4543	0.4629	0.6077	0.6895
T(v=15)	0.4645	0.0909	0.4541	0.4616	0.5517	0.5562
T(v=20)	0.4646	0.0908	0.4541	0.4616	0.5856	0.4895
T(v=25)	0.4643	0.0900	0.4537	0.4632	0.5727	0.2217

การวิเคราะห์แนวโน้มค่ากลางบ่งบอกว่ามีการเชื่อมโยงในระดับสูงระหว่างการสร้างตัวแบบรวมความเสียหายภายใต้คอปปูลาแต่ละประเภท โดยเฉพาะการพิจารณาจากค่าเฉลี่ยพบว่าค่าเฉลี่ยมีความแตกต่างกันเพียงเล็กน้อยเมื่อเทียบกับค่าเฉลี่ยของคอปปูลาแบบปกติ เมื่อพิจารณาจากค่ามัธยฐานและฐานนิยมพบว่ามีค่าใกล้เคียงกันซึ่งเป็นสิ่งที่ช่วยยืนยันการแจกแจงว่ามีลักษณะสมมาตร

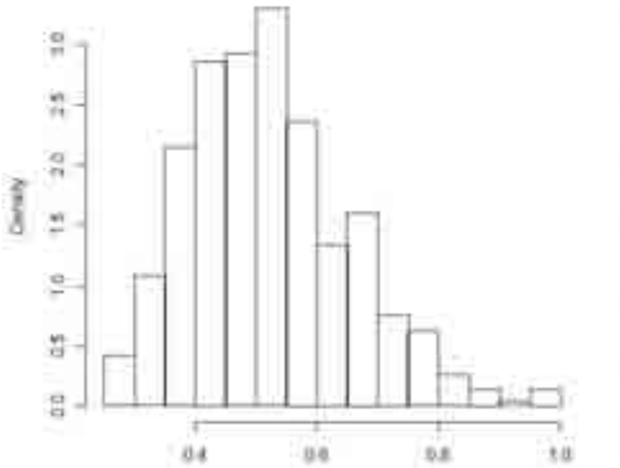
เมื่อพิจารณาการกระจายของข้อมูลด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานพบว่า อัตราส่วนที่ได้มีค่าแตกต่างกันภายใต้การสร้างตัวแบบรวมความเสียหาย ซึ่งเป็นไปตามหลักการรวมความเสี่ยง (Risk pooling) ที่กล่าวว่าการรวมตัวแปรสุ่มที่มีความสัมพันธ์ร่วมในทางบวก จะให้ค่าตัวแปรที่ควรจะเป็นได้หลากหลาย เป็นผลให้เกิดความแตกต่างระหว่างตัวแปรที่ได้จากคอปปูลาแต่ละประเภท

ลักษณะไม่สมมาตรของการแจกแจงการรวมความเสียหายที่มีการแจกแจงในส่วนหางหนา เป็นลักษณะการแจกแจงที่มีการอธิบายด้วยค่าความเบ้ โดยการวัดระดับของความไม่สมมาตรรอบๆค่าเฉลี่ย เมื่อค่าความเบ้ให้ค่าบวกหมายความว่าการแจกแจงนั้นมีหางทางด้านขวา ค่าความเบ้ที่ให้ค่าบวกจึงช่วยยืนยันสมมติฐานของคอปปูลาแต่ละประเภทโดยเฉพาะคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ให้ลักษณะการแจกแจงที่มีหางยาว เมื่อพิจารณาระดับความเบ้ของการแจกแจงที่ได้พบว่า คอปปูลาแบบปกติมีความสมมาตรมากที่สุด ขณะที่คอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1 มีค่าความเบ้สูงที่สุด เมื่อองศาความอิสระเพิ่มขึ้นพบว่าความเบ้ของการแจกแจงลดลงและมีแนวโน้มเหมือนคอปปูลาแบบปกติ จึงมีความสอดคล้องกับคุณสมบัติการแจกแจงร่วมที่ได้จากคอปปูลา

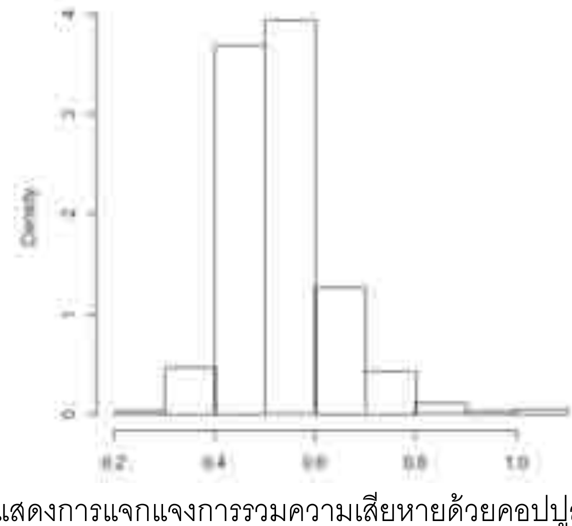
การพิจารณาค่าความโด่งซึ่งสัมพันธ์กับความสูงของการแจกแจง ค่าความโด่งที่ให้ค่าบวกหมายถึงการแจกแจงนั้นมียอดสูง เมื่อค่าความโด่งให้ค่าลบหมายถึงการแจกแจงนั้นจะมีลักษณะเตี้ยลง(flatness) การวิเคราะห์ค่าความโด่งจึงเป็นอีกหนึ่งสิ่งที่สนับสนุนเรื่องการกระจายตัวของข้อมูลที่ได้จากการจำลองตัวแบบรวมความเสียหายด้วยคอปปูลา

4.5.2 ตัวแบบรวมความเสียหายของอัตราส่วนความเสียหายรวม (กรณีที่ 2)

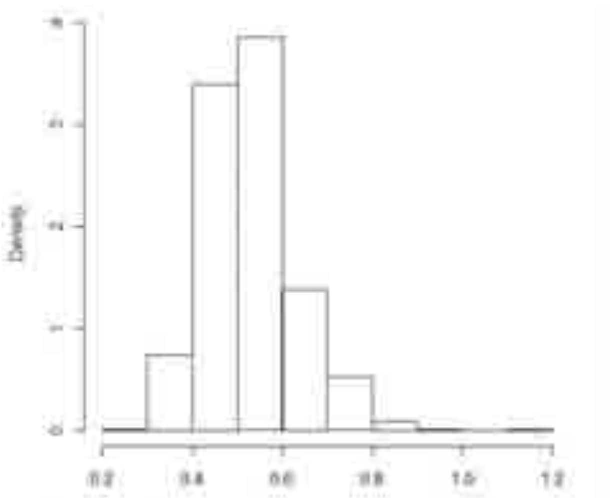
ผลการสร้างตัวแบบรวมความเสียหายในกรณีที่ 2 ที่ประมาณค่าจากอัตราส่วนความเสียหายรวมแสดงด้วยแผนภาพฮีสโตแกรมดังแสดงในภาพที่ 4.43 ถึง ภาพที่ 4.45 และผลการทดสอบทางสถิติแสดงดังตารางที่ 4.10



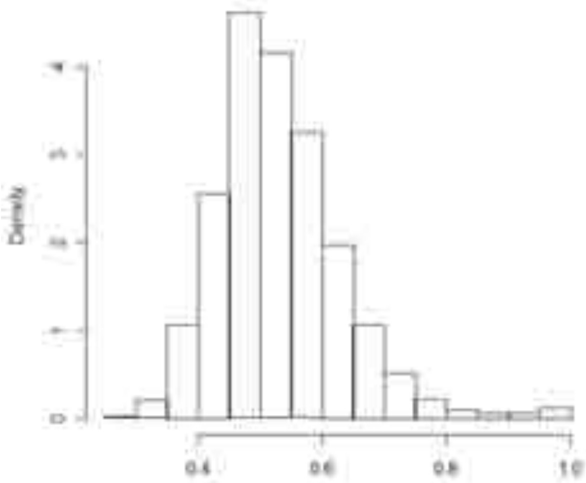
ภาพที่ 4.43 แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบปกติสำหรับกรณีที่ 2



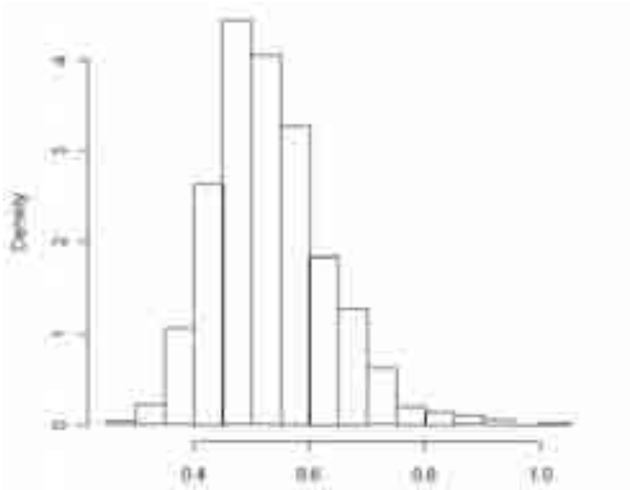
ภาพที่ 4.44 แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที
องศาความอิสระเท่ากับ 1 สำหรับกรณีที่ 2



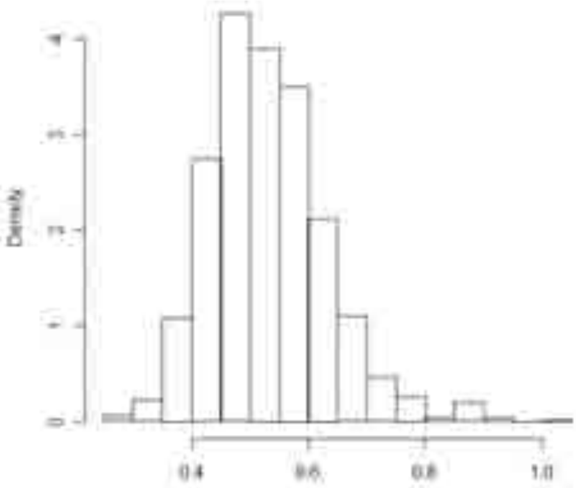
ภาพที่ 4.45 แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที
องศาความอิสระเท่ากับ 3 สำหรับกรณีที่ 2



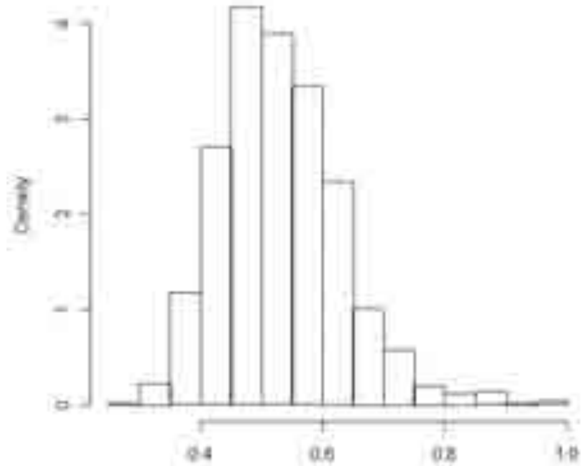
ภาพที่ 4.46 แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที
องศาความอิสระเท่ากับ 5 สำหรับกรณีที่ 2



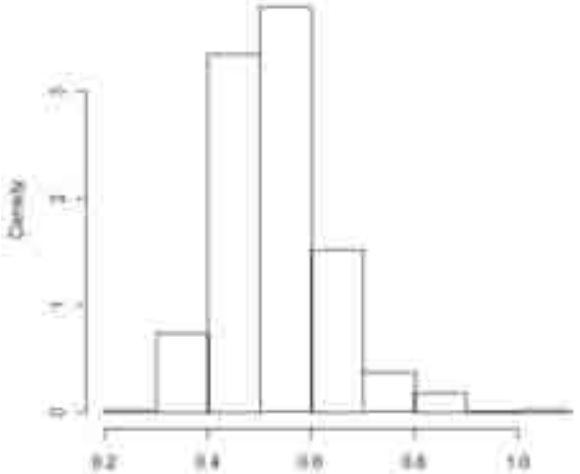
ภาพที่ 4.47 แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที
องศาความอิสระเท่ากับ 10 สำหรับกรณีที่ 2



ภาพที่ 4.48 แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที
องศาความอิสระเท่ากับ 15 สำหรับกรณีที่ 2



ภาพที่ 4.49 แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 20 สำหรับกรณีที่ 2



ภาพที่ 4.50 แสดงการแจกแจงการรวมความเสียหายด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 25 สำหรับกรณีที่ 2

ตัวแบบรวมความเสียหายที่ได้มีรูปร่างการแจกแจงแตกต่างกัน เป็นผลจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยวที่เกิดจากความแตกต่างของค่าพารามิเตอร์ที่บอกตำแหน่ง (Location) และพารามิเตอร์ที่บอกรูปร่างการแจกแจง(Scale) จึงทำให้การสร้างตัวแบบรวมความเสียหายด้วยคอปปูลามีรูปร่างแตกต่างไปจากกรณีที่ 1 จากแผนภาพฮีสโตแกรมและผลการทดสอบทางสถิติในตารางที่ 4.10 สามารถสรุปการวิเคราะห์ตัวแบบรวมความเสียหายสำหรับกรณีที่ 2 ได้ดังนี้

ตารางที่ 4.10 แสดงผลการทดสอบทางสถิติของการแจกแจงการรวมความเสียหาย สำหรับกรณีที่ 2

คอปปูลา	**ค่าเฉลี่ย**	**ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน**	**มัธยฐาน**	**ฐานนิยม**	**ความเบ้** (skewness)	**ความโด่ง** (kurtosis)
Guassian	0.5225	0.1326	0.5109	0.5285	0.6370	0.3293
T(v=1)	0.5315	0.1003	0.5148	0.5440	1.2403	3.6262
T(v=3)	0.5314	0.0996	0.5169	0.5247	0.9377	2.3467
T(v=5)	0.5312	0.1002	0.5162	0.5277	0.9102	2.3310
T(v=10)	0.5299	0.0999	0.5197	0.5553	0.8653	1.3551
T(v=15)	0.5316	0.0990	0.5200	0.5327	0.7901	1.5092
T(v=20)	0.5303	0.0993	0.5194	0.5565	0.7929	1.3782
T(v=25)	0.5310	0.1018	0.5210	0.5288	0.7923	2.1086

การวิเคราะห์ค่ากลางที่ประกอบด้วย ค่าเฉลี่ย มัธยฐาน และฐานนิยม บ่งบอกว่ามีการเชื่อมโยงภายใต้คอปปูลาแต่ละประเภทน้อยกว่ากรณีที่ 1 เมื่อพิจารณาจากค่าเฉลี่ยพบว่าค่าเฉลี่ยมีความแตกต่างกันเมื่อเทียบกับค่าเฉลี่ยของคอปปูลาแบบปกติ เมื่อพิจารณาค่ามัธยฐาน และฐานนิยมพบว่ามีค่าแตกต่างกันด้วย เป็นผลให้การแจกแจงการรวมความเสียหายมีรูปร่างการแจกแจงไม่สมมาตรเท่าที่ควร

เมื่อพิจารณาเรื่องการกระจายของข้อมูลด้วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานพบว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าอยู่ระหว่าง 0.09 ถึง 0.13 ซึ่งเกิดจากอัตราส่วนที่ได้จากการสร้างตัวแบบรวมความเสียหายมีค่าหลากหลาย ความแตกต่างระหว่างตัวแปรที่ได้จากคอปปูลาแต่ละประเภททำให้การสร้างตัวแบบรวมความเสียหายมีค่าที่เป็นไปได้มากมาย จึงส่งผลต่อรูปร่างการแจกแจงการรวมความเสียหาย

การสร้างการแจกแจงการรวมความเสียหายที่มีการแจกแจงส่วนหางหนา สามารถอธิบายด้วยค่าความเบ้ จากการวัดความไม่สมมาตรรอบๆค่าเฉลี่ย ในกรณีที่ 2 พบว่า ค่าความเบ้ให้ค่า

บวกทุกค่าซึ่งเป็นสิ่งช่วยยืนยันความไม่สมมาตรของการแจกแจงที่ได้จากสมมติฐานของคอปปูลา ระดับความเบ้ของการแจกแจงที่ได้พบว่าคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1 มีค่าความเบ้สูงที่สุด เมื่อองศาความอิสระเพิ่มขึ้นพบว่าความเบ้ของการแจกแจงมีแนวโน้มลดลง ทั้งนี้เมื่อพิจารณาการแจกแจงการรวมความเสียหายจากคอปปูลาแบบปกติพบว่ามีค่าความเบ้เช่นกัน

เมื่อพิจารณาค่าความโด่งที่มีความสัมพันธ์กับความสูงของการแจกแจง พบว่าการแจกแจงการรวมความเสียหายมีค่าความโด่งที่ให้ค่าบวกทั้งหมด นั่นหมายความว่าการแจกแจงมียอดสูง โดยเฉพาะการแจกแจงการรวมความเสียหายที่ได้จากคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที

จากการสร้างตัวแบบรวมความเสียหายทั้ง 2 กรณี พบว่าโดยทั่วไปของการสร้างตัวแบบรวมความเสียหายควรจะมีความเชื่อมโยงกันกับค่ากลางของข้อมูล แต่ความแตกต่างในคุณสมบัติของคอปปูลานำไปสู่ความแตกต่างในการสร้างการแจกแจงการรวมความเสียหาย ความแตกต่างนี้จึงเป็นเครื่องชี้วัดลักษณะหางของการแจกแจงที่จะส่งผลต่อระดับเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์

4.6 ผลการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์

เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ประเมินขึ้นมาเพื่อใช้ในการรองรับความเสียหายที่ไม่อาจคาดคิดที่อาจจะเกิดขึ้นในอนาคต ซึ่งตั้งอยู่บนความเสียหายที่คาดว่าอาจจะเกิดขึ้นตามการศึกษาในหัวข้อก่อนหน้าที่พิจารณาความเสียหายด้วยการจำลองจากคอปปูลาภายใต้สถานการณ์ต่างๆ ทำให้เกิดจากความแตกต่างของอัตราส่วนความเสียหายภายใต้ความแตกต่างของคอปปูลาแต่ละประเภท ดังนั้นในส่วนของรายละเอียดต่อไปนี้จะขอกล่าวถึงเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ภายใต้คอปปูลาที่แตกต่างกัน โดยที่ผลการประมาณค่าเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ หมายถึงจำนวนเท่าของเบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้ และงานวิจัยนี้จะใช้สัญลักษณ์ EC แทนความหมายของเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์

4.6.1 เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ของอัตราส่วนความเสียหายสุทธิ (กรณีที่ 1)

เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่ได้จากการประเมินความเสี่ยงด้วยวิธี มูลค่าความเสี่ยงและ วิธีมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลาย ภายใต้ช่วงความเชื่อมั่น 90 95 และ 99 มีความแตกต่างกันซึ่ง

เป็นไปตามคุณสมบัติของวิธีการประเมินความเสี่ยงทั้ง 2 ประเภท ทั้งนี้การเลือกวิธีการประเมินความเสี่ยงร่วมกับคอปปูลาแบบปกติ และคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ยังแสดงให้เห็นถึงระดับของการยอมรับได้ในการบริหารความเสี่ยงที่อาจจะเกิดขึ้นในอนาคต

ตารางที่ 4.11 แสดงผลการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์เมื่อพิจารณาการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงสำหรับกรณีที่ 1

EC	VaR 90	VaR 95	VaR 99	TVaR 90	TVaR 95	TVaR 99
Guassian	0.58341	0.62633	0.70796	0.63675	0.67567	0.75038
t (v=1)	0.58792	0.63771	0.75096	0.64479	0.68753	0.78197
t (v=3)	0.58613	0.63410	0.72702	0.64436	0.68495	0.77968
t (v=5)	0.58643	0.62998	0.71613	0.64029	0.67965	0.76994
t (v=10)	0.58534	0.62670	0.71115	0.63926	0.67823	0.76944
t (v=15)	0.58346	0.62633	0.71090	0.63813	0.67603	0.75830
t (v=20)	0.58337	0.62560	0.70774	0.63617	0.67277	0.75522
t (v=25)	0.57596	0.62271	0.70681	0.62738	0.66786	0.75308
เฉลี่ย	0.58341	0.62633	0.70796	0.63675	0.67567	0.75038

เมื่อพิจารณาเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์จากคอปปูลาแต่ละประเภท พบว่าระดับเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์มีความแตกต่างกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่ได้จากคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1 ให้ค่าเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์สูงที่สุด และเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์จะลดลงเรื่อยๆเมื่อองศาความอิสระเพิ่มขึ้น ทำให้มีลักษณะคล้ายกับเงินกองทุนที่ได้จากคอปปูลาแบบปกติที่ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ส่วนปลายของการแจกแจงได้

เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่พิจารณาการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงมีค่าเฉลี่ยอยู่ที่ 0.584000 ถึง 0.764750 ดังที่ระบุในตารางที่ 4.11 ข้างต้น และ เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่พิจารณาพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงแยกประเภทมีค่าเฉลี่ยอยู่ที่ 0.629631 ถึง 0.883009 ดังที่ระบุในตารางที่ 4.12 ข้างล่างนี้

ตารางที่ 4.12 แสดงผลการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์เมื่อพิจารณาพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงแยกประเภทสำหรับกรณีที่ 1

EC	VaR 90	VaR 95	VaR 99	TVaR 90	TVaR 95	TVaR 99
Guassian	0.63636	0.68783	0.77867	0.70602	0.75647	0.84971
t (v=1)	0.63527	0.70328	0.86812	0.72106	0.78168	0.91091
t (v=3)	0.63094	0.69888	0.83726	0.72015	0.77674	0.90416
t (v=5)	0.63098	0.69441	0.82413	0.71588	0.77128	0.89374
t (v=10)	0.62995	0.69114	0.81875	0.71439	0.76932	0.89161
t (v=15)	0.62788	0.69054	0.81798	0.71033	0.76648	0.87936
t (v=20)	0.62775	0.68774	0.81182	0.70763	0.76177	0.87085
t (v=25)	0.61791	0.68394	0.80321	0.69849	0.75671	0.86374
เฉลี่ย	0.63636	0.68783	0.77867	0.70602	0.75647	0.84971

4.6.2 เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ของอัตราส่วนความเสียหายรวม (กรณีที่ 2)

เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่ประมาณได้สำหรับกรณีที่ 2 ที่พิจาณาการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงมีค่าเฉลี่ยในช่วง 0.718691 ถึง 1.092376 ดังแสดงในตารางที่ 4.13 และเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่พิจารณาพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงแยกประเภทมีค่าเฉลี่ยอยู่ในช่วง 0.796384 ถึง 1.298557 ดังที่ระบุในตารางที่ 4.14 ตามลำดับ

เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่ประเมินได้จากกรณีที่ 2 พบว่าระดับของเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์เหมือนกับกรณีที่ 1 แต่แตกต่างกันที่มูลค่าของเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ ที่ให้ค่าประมาณเงินกองทุนสูงกว่าในกรณีแรก เป็นผลจากข้อมูลที่นำมาใช้ในการประมาณค่าที่ยังไม่ได้ปรับอัตราส่วนความเสียหายหลังการประกันภัยต่อ

ตารางที่ 4.13 แสดงผลการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์เมื่อพิจาณาการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงสำหรับกรณีที่ 2

EC	VaR 90	VaR 95	VaR 99	TVaR 90	TVaR 95	TVaR 99
Guassian	0.70377	0.79224	0.95288	0.81922	0.89782	1.05857
t (v=1)	0.72486	0.80473	1.03674	0.84788	0.94293	1.13503
t (v=3)	0.72445	0.80422	1.01253	0.84365	0.93470	1.11085
t (v=5)	0.72205	0.80437	0.99863	0.84273	0.92397	1.11061
t (v=10)	0.72059	0.79448	0.99386	0.83507	0.92180	1.09776
t (v=15)	0.71936	0.79581	0.97990	0.83496	0.91732	1.08329
t (v=20)	0.71792	0.79440	0.97775	0.83209	0.90344	1.07604
t (v=25)	0.71653	0.78814	0.95518	0.82394	0.90031	1.06685
เฉลี่ย	0.70377	0.79224	0.95288	0.81922	0.89782	1.05857

ตารางที่ 4.14 แสดงผลการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์เมื่อพิจารณาพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงแยกประเภทสำหรับกรณีที่ 2

EC	VaR 90	VaR 95	VaR 99	TVaR 90	TVaR 95	TVaR 99
Guassian	0.77903	0.90355	1.12547	0.93594	1.02971	1.21857
t (v=1)	0.81490	0.92388	1.24841	0.97783	1.10581	1.36487
t (v=3)	0.80307	0.92019	1.21533	0.97098	1.09694	1.33842
t (v=5)	0.79929	0.91895	1.19698	0.96974	1.08605	1.33242
t (v=10)	0.79712	0.90584	1.16688	0.96135	1.07611	1.31642
t (v=15)	0.79520	0.90669	1.14849	0.95969	1.06864	1.30047
t (v=20)	0.79198	0.90041	1.12942	0.95557	1.05457	1.28049
t (v=25)	0.79047	0.89265	1.07723	0.94342	1.03682	1.23679
เฉลี่ย	0.77903	0.90355	1.12547	0.93594	1.02971	1.21857

4.6.3 การดำรงเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์

เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่ต้องดำรงอย่างแท้จริง เกิดจากผลคูณระหว่างเบี้ยประกันภัยที่ถือเป็นรายได้กับค่าเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่ประเมินได้ในหัวข้อที่ 4.6.1 และ 4.6.2 ที่เกิดจากการรวมความเสียหาย ดังนั้นเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่บริษัทจะต้องดำรงไว้เพื่อให้เกิดความมั่นคงทางการเงิน และรองรับความเสียหายที่อาจจะเกิดขึ้นในอนาคต สำหรับอัตราส่วนความเสียหายสุทธิ (กรณีที่ 1) มีค่าเท่ากับ 2,320,029,886.79 บาท คูณด้วยค่าเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ (EC) จากตารางที่ 4.11 ที่ได้จากการประเมินความเสี่ยงที่ระดับความเชื่อมั่นต่างๆภายใต้คอปปูลาแต่ละประเภท เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่ต้องดำรงแสดงในตารางที่ 4.15

ตารางที่ 4.15เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่ต้องดำรงของอัตราส่วนความเสียหายสุทธิ(กรณีที่ 1)

(หน่วย : 1,000 ล้านบาท)

EC	VaR 90	VaR 95	VaR 99	TVaR 90	TVaR 95	TVaR 99
Guassian	1.35354	1.45309	1.64249	1.47728	1.56758	1.74090
t (v=1)	1.36398	1.47951	1.74224	1.49594	1.59508	1.81419
t (v=3)	1.35983	1.47112	1.68672	1.49493	1.58910	1.80887
t (v=5)	1.36053	1.46156	1.66143	1.48549	1.57680	1.78627
t (v=10)	1.35800	1.45395	1.64988	1.48311	1.57351	1.78513
t (v=15)	1.35364	1.45310	1.64931	1.48049	1.56841	1.75927
t (v=20)	1.35344	1.45142	1.64198	1.47593	1.56084	1.75214
t (v=25)	1.33624	1.44471	1.63981	1.45554	1.54945	1.74717
เฉลี่ย	1.35354	1.45309	1.64249	1.47728	1.56758	1.74090

ดังนั้นจำนวนเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์สำหรับกรณีที่ 1 เมื่อบริษัทเลือกการประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงในระดับความเชื่อมั่นที่ 99 ภายใต้คอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1 จะทำให้ได้ค่าเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์เท่ากับ 0.75096

เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่บริษัทต้องดำรงคือ

$$2,320,029,886.79 \times 0.75096 = 1,742,242,684 \text{ บาท}$$

เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่บริษัทจะต้องดำรงสำหรับอัตราส่วนความเสียหายรวม (กรณีที่ 2) มีค่าเท่ากับ 2,945,313,800 บาท คูณด้วยค่าเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ (EC) จากตารางที่ 4.13 ที่ได้จากการประเมินความเสี่ยงที่ระดับความเชื่อมั่นต่างๆภายใต้คอปปูลาแต่ละประเภท เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่ต้องดำรงแสดงในตารางที่ 4.16

ตารางที่ 4.16 เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ของอัตราส่วนความเสียหายรวม (กรณีที่ 2)

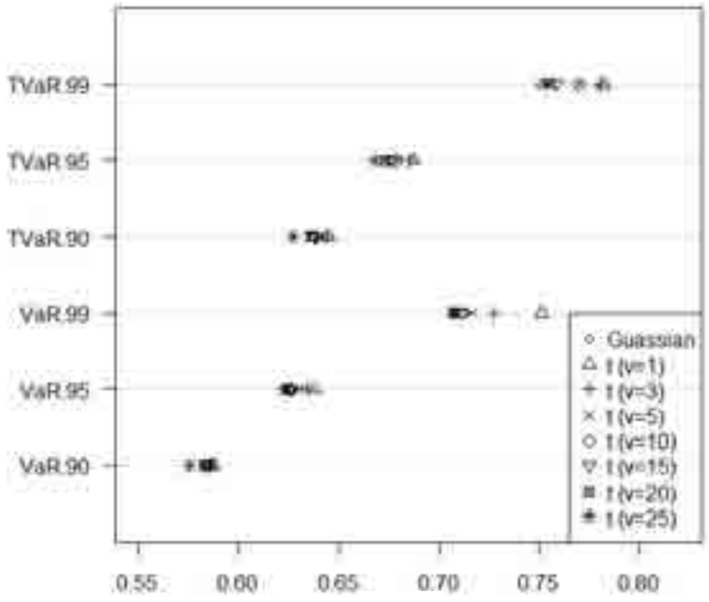
(หน่วย : 1,000 ล้านบาท)

EC	VaR 90	VaR 95	VaR 99	TVaR 90	TVaR 95	TVaR 99
Guassian	2.07282	2.33340	2.80653	2.41287	2.64436	3.11781
t (v=1)	2.13494	2.37017	3.05351	2.49726	2.77722	3.34302
t (v=3)	2.13372	2.36867	2.98223	2.48482	2.75299	3.27181
t (v=5)	2.12666	2.36912	2.94126	2.48212	2.72137	3.27110
t (v=10)	2.12237	2.33999	2.92724	2.45955	2.71499	3.23326
t (v=15)	2.11874	2.34390	2.88610	2.45923	2.70180	3.19062
t (v=20)	2.11449	2.33976	2.87979	2.45078	2.66090	3.16928
t (v=25)	2.11042	2.32132	2.81330	2.42677	2.65170	3.14222
เฉลี่ย	2.07282	2.33340	2.80653	2.41287	2.64436	3.11781

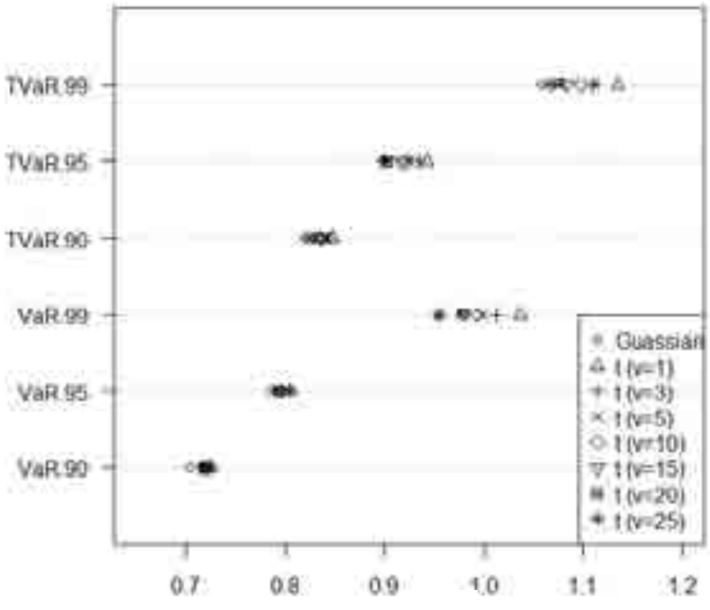
การคำนวณเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์สำหรับกรณีที่ 2 เมื่อเลือกการประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลายในระดับความเชื่อมั่นที่ 95 ภายใต้คอปปูลาแบบปกติ จะทำให้ได้ค่าเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์เท่ากับ 0.89782

เงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่บริษัทต้องดำรงคือ

$$2,945,313,800 \times 0.89782 = 2,644,355,745 \text{ บาท}$$



ภาพที่ 4.51 แสดงระดับเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ของคอปปูลาแต่ละประเภทที่ระดับความเชื่อมั่นต่างๆสำหรับกรณีที่ 1



ภาพที่ 4.52 แสดงระดับเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ของคอปปูลาแต่ละประเภทที่ระดับความเชื่อมั่นต่างๆสำหรับกรณีที่ 2

ทั้งนี้การที่บริษัทจะเลือกดำรงเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่เท่าใดนั้นขึ้นอยู่กับระดับความเชื่อมั่นภายใต้คอปปูลาประเภทต่างๆที่บริษัทเลือก ซึ่งจะส่งผลให้ระดับเงินกองทุนทาง

เศรษฐศาสตร์มีค่าแตกต่างกันออกไปในแต่ละกรณี ดังแสดงในภาพที่ 4.51 และ 4.52 ที่แสดงให้เห็นถึงการรวมความเสี่ยงด้วยคอปปูลา และในระดับความเชื่อมั่นที่ต่างกันจะให้จำนวนเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่แตกต่างกันด้วย

4.7 การเปรียบเทียบผลของการกระจายความเสี่ยง

การประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ดังที่กล่าวไว้ในหัวข้อที่ 4.6 แสดงให้เห็นถึงจำนวนเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่เกิดจากการรวมความเสี่ยงทุกประเภทโดยใช้คอปปูลา ในงานวิจัยส่วนนี้จะประเมินผลของการกระจายความเสี่ยงที่เกิดจากการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่พิจารณาจากพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงแยกประเภท (individual portfolio of risk) และการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยง(aggregate portfolio of risk) ค่าการกระจายความเสี่ยงที่ได้จะระบุเป็นเปอร์เซนต์ของความแตกต่างระหว่างพอร์ตโฟลิโอทั้ง 2 ประเภท และมีสมการที่ใช้ในการคำนวณการกระจายความเสี่ยงดังนี้

$$DB_{EC} = (EC_{individual} - EC_{aggregate}) \times 100$$

เมื่อ DB_{EC} คือ ค่าการกระจายความเสี่ยง(%)

$EC_{individual}$ คือ ผลการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่พิจารณาพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงแยกประเภท

$EC_{aggregate}$ คือ ผลการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่พิจารณาการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยง

DB_{EC} จึงแสดงให้เห็นถึงความแตกต่างระหว่างการดำรงเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่พิจารณาจากพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงแยกประเภทและเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่รวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงนั่นเอง

งานวิจัยนี้ยังได้ศึกษาถึงเรื่องการกระจายความเสี่ยงภายใต้สมมติฐานของคอปปูลาแต่ละประเภทอีกด้วย โดยมีสมการที่ใช้ในการคำนวณการกระจายความเสี่ยงระหว่างคอปปูลาแต่ละประเภทคือ

$$DB_{copula} = \frac{DB_{EC}}{DB_{EC,Guassian\ \ copula}} \times 100$$

เมื่อ DB_{copula} คือ ค่าการกระจายความเสี่ยงจากคอปปูลาแต่ละประเภท(%)

DB_{EC} คือ ค่าการกระจายความเสี่ยง(%)

$DB_{Guassian\ \ copula}$ คือ ค่าการกระจายความเสี่ยงที่ได้จากคอปปูลาแบบปกติ

4.7.1 การกระจายความเสี่ยงของอัตราส่วนความเสียหายสุทธิ (กรณีที่1)

ตารางที่ 4.17 แสดงผลการกระจายความเสี่ยงระหว่างการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่พิจารณาพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงแยกประเภท และพิจารณาการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงโดยมีรายละเอียดดังแสดงในตารางข้างล่างนี้

ตารางที่ 4.17 แสดงผลการกระจายความเสี่ยงสำหรับกรณีที่ 1

DB_{EC}	VaR 90	VaR 95	VaR 99	TVaR 90	TVaR 95	TVaR 99
Guassian	5.30%	6.15%	7.07%	6.93%	8.08%	9.93%
t (v=1)	4.74%	6.56%	11.72%	7.63%	9.42%	12.89%
t (v=3)	4.48%	6.48%	11.02%	7.58%	9.18%	12.45%
t (v=5)	4.46%	6.44%	10.80%	7.56%	9.16%	12.38%
t (v=10)	4.46%	6.44%	10.76%	7.51%	9.11%	12.22%
t (v=15)	4.44%	6.42%	10.71%	7.22%	9.04%	12.11%
t (v=20)	4.44%	6.21%	10.41%	7.15%	8.90%	11.56%
t (v=25)	4.20%	6.12%	9.64%	7.11%	8.88%	11.07%
เฉลี่ย	4.57%	6.35%	10.27%	7.34%	8.97%	11.83%

การกระจายความเสี่ยงระหว่างเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่พิจารณาการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงและพิจารณาพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงแยกประเภทด้วยการประเมินความเสี่ยงแบบมูลค่าความเสี่ยงที่ช่วงความเชื่อมั่น 90 ภายใต้คอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 10 มีค่าเท่ากับ 4.46 % มีรายละเอียดดังสมการข้างล่างคือ

$$DB_{EC} = \left(EC_{individual} - EC_{aggregate}\right) \times 100$$

$$DB_{EC} = (0.62995 - 0.58533)x100 = 4.46\%$$

จากตารางที่ 4.17 พบว่าประเภทของคอปปูลาและวิธีที่ใช้ในการประเมินความเสี่ยงส่งผลต่อการกระจายความเสี่ยงที่แตกต่างกัน การกระจายความเสี่ยงมีค่าเฉลี่ยอยู่ที่ 4.57% ถึง 11.83% แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างระดับเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์และการกระจายความเสี่ยง เมื่อระดับเงินกองทุนที่ประเมินได้มีค่าสูงก็ส่งผลต่อการกระจายความเสี่ยงที่สูงขึ้นด้วย การกระจายความเสี่ยงที่สูงขึ้นจะช่วยให้เกิดการประหยัดตามไปด้วย

ตารางที่ 4.18 แสดงผลการกระจายความเสี่ยงระหว่างคอปปูลาแต่ละประเภทสำหรับกรณีที่ 1

DB_{copula}	VaR 90	VaR 95	VaR 99	TVaR 90	TVaR 95	TVaR 99
Guassian	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
t (v=1)	89.43%	106.61%	165.71%	110.09%	116.54%	129.81%
t (v=3)	84.63%	105.34%	155.91%	109.40%	113.61%	125.31%
t (v=5)	84.15%	104.77%	152.76%	109.13%	113.42%	124.64%
t (v=10)	84.26%	104.77%	152.19%	108.46%	112.75%	122.99%
t (v=15)	83.90%	104.40%	151.45%	104.22%	111.95%	121.87%
t (v=20)	83.81%	101.04%	147.20%	103.16%	110.17%	116.40%
t (v=25)	79.23%	99.54%	136.35%	102.65%	109.97%	111.40%
เฉลี่ย	86.18%	103.31%	145.20%	105.89%	111.05%	119.05%

แสดงการคำนวณการกระจายความเสี่ยงระหว่างคอปปูลาแต่ละประเภท เทียบกับคอปปูลาแบบปกติ ด้วยการประเมินความเสี่ยงแบบมูลค่าความเสี่ยงที่ช่วงความเชื่อมั่น 95 ภายใต้คอปปูลาแบบสติวเดนท์ที องศาความอิสระเท่ากับ 3 มีค่าเท่ากับ 105.43 % มีรายละเอียดดังนี้

$$DB_{copula} = \frac{DB_{EC}}{DB_{EC,Guassian\ \ copula}} \times 100$$

$$DB_{copula} = \frac{6.48\%}{6.15\%} \times 100 = 105.34\%$$

ค่าเฉลี่ยที่ได้จากการกระจายความเสี่ยงของคอปปูลาแต่ละประเภทอยู่ในช่วง 86.18% ถึง 119.05% การกระจายความเสี่ยงได้มากหรือน้อยจึงขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของคอปปูลา การพิจารณาควาไม่อิสระกันระหว่างความเสียหายที่เกิดจากประเภทธุรกิจต่างๆ ด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1 ให้ระดับการกระจายความเสี่ยงสูงที่สุด เมื่อองศาความอิสระของคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที เพิ่มขึ้นปรากฏว่าการอธิบายความสัมพันธ์ส่วนหางลดลงหรือไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์นั้นได้เลยส่งผลให้การกระจายความเสี่ยงลดลงซึ่งสอดคล้องกับคอปปูลาแบบปกติที่ให้ค่าการกระจายความเสี่ยงน้อย

เมื่อพิจารณาการประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงที่ช่วงความเชื่อมั่น 90 กับคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที พบว่ามีการกระจายความเสี่ยงได้น้อยกว่าคอปปูลาแบบปกติ ทั้งนี้อาจเกิดจากลักษณะของตัวแบบรวมความเสียหายที่มีลักษณะสมมาตร การประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงที่ช่วงความเชื่อมั่น 90 จึงไม่สามารถหาความสัมพันธ์ส่วนหางได้ การกระจายความเสี่ยงระหว่างคอปปูลาจึงมีน้อย นอกจากนี้พบว่าการประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยง ที่ช่วงความเชื่อมั่น 99 ให้ค่าการกระจายความเสี่ยงสูงกว่าวิธีมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลาย ที่ช่วงความเชื่อมั่นเดียวกัน เกิดจากการกระจายความเสี่ยงระหว่างการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่พิจารณาการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงมีค่าน้อยกว่าการกระจายความเสี่ยงจากการพิจารณาพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงแยกประเภท

4.7.2 **การกระจายความเสี่ยงของอัตราส่วนความเสียหายรวม (กรณีที่** 2)

ตารางที่ 4.19 แสดงผลการกระจายความเสี่ยงระหว่างการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่พิจารณาพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงแยกประเภท และพิจารณาการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงโดยมีรายละเอียดดังแสดงในตารางข้างล่างนี้

ตารางที่ 4.19 แสดงผลการกระจายความเสี่ยงสำหรับกรณีที่ 2

DB_{EC}	VaR 90	VaR 95	VaR 99	TVaR 90	TVaR 95	TVaR 99
Guassian	7.53%	11.13%	17.26%	11.67%	13.19%	16.00%
t (v=1)	9.00%	11.91%	21.17%	12.99%	16.29%	22.98%
t (v=3)	7.86%	11.60%	20.28%	12.73%	16.22%	22.76%
t (v=5)	7.72%	11.46%	19.84%	12.70%	16.21%	22.18%
t (v=10)	7.65%	11.14%	17.30%	12.63%	15.43%	21.87%
t (v=15)	7.58%	11.09%	16.86%	12.47%	15.13%	21.72%
t (v=20)	7.41%	10.60%	15.17%	12.35%	15.11%	20.44%
t (v=25)	7.39%	10.45%	12.20%	11.95%	13.65%	16.99%
เฉลี่ย	7.77%	11.17%	17.51%	12.44%	15.15%	20.62%

การกระจายความเสี่ยงระหว่างเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่พิจารณาการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงและพิจารณาพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงแยกประเภทด้วยการประเมินความเสี่ยงแบบมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลายที่ช่วงความเชื่อมั่น 99 ภายใต้คอปปูลาแบบสติวเดนท์ที องศาความอิสระเท่ากับ 25 มีค่าเท่ากับ 16.99% มีรายละเอียดดังสมการคือ

$$DB_{EC} = \left(EC_{individual} - EC_{aggregate}\right) \times 100$$

$$DB_{EC} = (1.23679 - 1.06685)x100 = 16.99\%$$

ผลการกระจายความเสี่ยงที่ได้จากกรณีที่ 2 พบว่าการกระจายความเสี่ยงของการประเมินความเสี่ยงแต่ละประเภทมีค่าเฉลี่ยอยู่ในช่วง 7.77% ถึง 20.62% ความแตกต่างของการกระจายความเสี่ยงเกิดจากคุณสมบัติของคอปปูลาแต่ละประเภท คอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1 ให้ค่าการกระจายความเสี่ยงสูงที่สุด เมื่อองศาความอิสระของคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที เพิ่มขึ้นค่าการกระจายความเสี่ยงจะลดลงเช่นเดียวกับกรณีที่ 1 เมื่อพิจารณาต่อถึงวิธีการประเมินความเสี่ยงพบว่าวิธีมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลายให้ค่าการกระจายความเสี่ยงได้ดีกว่าวิธี

มูลค่าความเสี่ยง เกิดจากคุณสมบัติของวิธีการประเมินความเสี่ยงที่สามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ส่วนปลายของการแจกแจงการรวมความเสียหายได้

ตารางที่ 4.20 แสดงผลการกระจายความเสี่ยงระหว่างคอปปูลาแต่ละประเภทสำหรับกรณีที่ 2

DB_{copula}	VaR 90	VaR 95	VaR 99	TVaR 90	TVaR 95	TVaR 99
Guassian	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
t (v=1)	119.63%	107.05%	122.65%	111.34%	123.50%	143.64%
t (v=3)	104.47%	104.19%	117.51%	109.09%	123.02%	142.22%
t (v=5)	102.63%	102.94%	114.93%	108.82%	122.90%	138.63%
t (v=10)	101.68%	100.05%	100.25%	108.19%	117.00%	136.66%
t (v=15)	100.77%	99.63%	97.69%	106.86%	114.73%	135.73%
t (v=20)	98.41%	95.24%	87.88%	105.79%	114.59%	127.77%
t (v=25)	98.24%	93.89%	70.72%	102.37%	103.50%	106.21%
เฉลี่ย	103.23%	100.37%	101.45%	106.56%	114.91%	128.86%

แสดงการคำนวณการกระจายความเสี่ยงระหว่างคอปปูลาแต่ละประเภท เทียบกับคอปปูลาแบบปกติ ด้วยการประเมินความเสี่ยงแบบมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลายที่ช่วงความเชื่อมั่น 90 ภายใต้คอปปูลาแบบสติวเดนท์ที องศาความอิสระเท่ากับ 20 มีค่าเท่ากับ 114.59% มีรายละเอียดดังสมการข้างล่างนี้

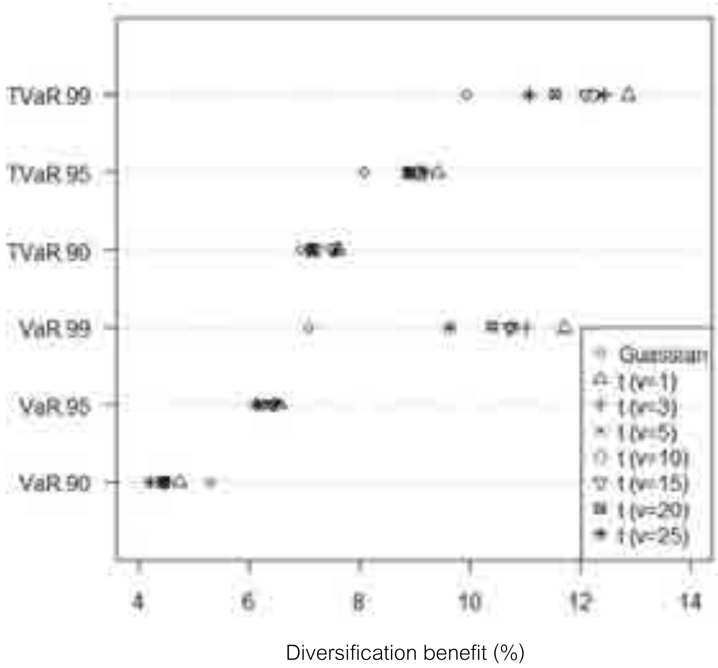
$$DB_{copula} = \frac{DB_{EC}}{DB_{EC,Guassian\ \ copula}} \times 100$$

$$DB_{copula} = \frac{15.11\%}{13.19\%} \times 100\ = 114.59\%$$

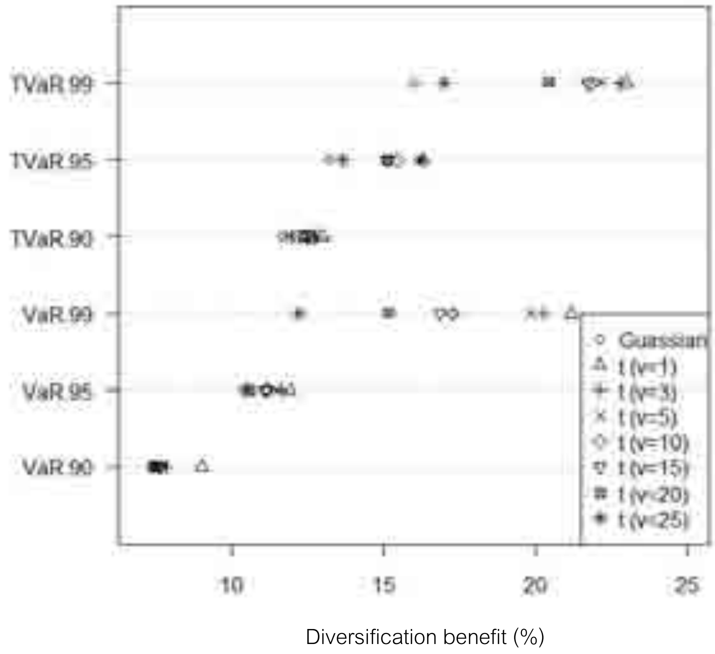
การกระจายความเสี่ยงระหว่างคอปปูลาแต่ละประเภทในตารางที่ 4.20 พบว่าการกระจายความเสี่ยงระหว่างคอปปูลาแต่ละประเภทมีค่าเฉลี่ยอยู่ในช่วง 103.23% ถึง 128.86% ทั้งนี้การประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงในกรณีที่ 2 ด้วยช่วงความเชื่อมั่น 95 พบว่าให้

ค่าการกระจายความเสี่ยงน้อยกว่าช่วงความเชื่อมั่น 90 เป็นผลจากการกระจายความเสี่ยงที่ได้จากการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ด้วยคอปปูลาแบบปกติมีค่าใกล้เคียงกัน จึงทำให้การกระจายความเสี่ยงระหว่างคอปปูลามีน้อย นอกจากนี้พบว่าการประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงที่ช่วงความเชื่อมั่น 95 และ 99 คอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ที่มีองศาความอิสระเท่ากับ 15 ขึ้นไปค่าการกระจายความเสี่ยงมีลักษณะใกล้เคียงกับการกระจายความเสี่ยงของคอปปูลาแบบปกติกล่าวคือให้ค่าการกระจายความเสี่ยงได้น้อยกว่าหรือเท่ากับคอปปูลาแบบปกติ

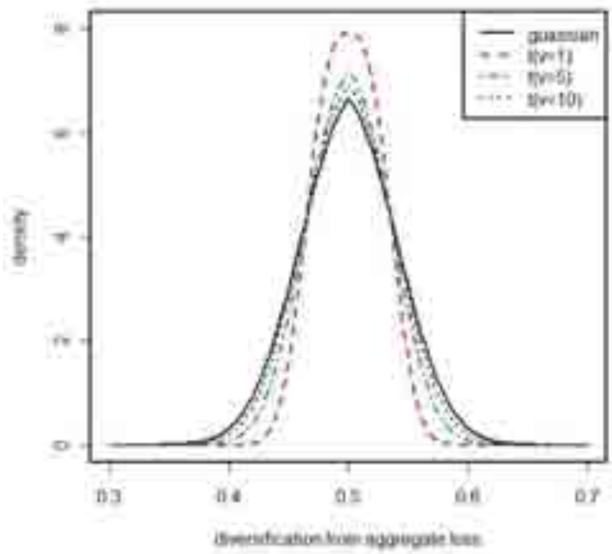
การกระจายความเสี่ยงที่ได้จากการศึกษาในครั้งนี้สามารถอธิบายลักษณะการกระจายความเสี่ยงในการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ ที่ลักษณะพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงมีความแตกต่างกัน ภายใต้คอปปูลาแบบปกติ และคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที และการประเมินความเสี่ยงที่มีช่วงความเชื่อมั่นแตกต่างกัน แสดงดังภาพที่ 4.53 ภาพที่ 4.54 และ ภาพที่ 4.55 แสดงผลของการกระจายความเสี่ยงที่เกิดจากความแตกต่างของคอปปูลาแต่ละประเภท



ภาพที่ 4.53 แสดงผลของคอปปูลาที่มีต่อการกระจายความเสี่ยงสำหรับกรณีที่ 1



ภาพที่ 4.54 แสดงผลของคอปปูลาที่มีต่อการกระจายความเสี่ยงสำหรับกรณีที่ 2



ภาพที่ 4.55 แสดงผลของการกระจายความเสี่ยงของตัวแบบรวมความเสียหายภายใต้คุณสมบัติของคอปปูลา

จากผลการกระจายความเสี่ยงทั้ง 2 กรณี เมื่อพิจารณาวิธีการประเมินความเสี่ยง พบว่า การกระจายความเสี่ยงที่เกิดจากคอปปูลาแบบปกติ และคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ที่มีองศาความอิสระสูง ให้ค่าการกระจายความเสี่ยงได้น้อย เกิดจากโครงสร้างของคอปปูลาที่ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ส่วนหางได้ การสร้างตัวแบบรวมความเสียหายจึงไม่มีผลต่อการกระจายความเสี่ยง โดยตรง แต่อาจเกิดจากความแตกต่างของความเสี่ยงภายใต้การประเมินความเสี่ยงทั้ง 2 วิธี ซึ่งต่างจากคอปปูลาที่สามารถหาความสัมพันธ์ส่วนหางได้ การเลือกประเภทคอปปูลาจึงมีผลอย่างยิ่งต่อระดับเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ และผลต่อการกระจายความเสี่ยงที่เกิดจากการดำเนินธุรกิจที่มีหลายประเภท ดังนั้นหากต้องการสร้างตัวแบบรวมความเสียหายภายใต้คุณสมบัติของคอปปูลา การกระจายความเสี่ยงของคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1 จะให้ค่าการกระจายความเสี่ยงได้ดีที่สุด

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้ได้ศึกษาเรื่องการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์สำหรับความเสี่ยงด้านการประกันภัยที่ประกอบด้วยความเสี่ยงด้านเบี้ยประกันภัย ความเสี่ยงด้านเงินสำรองประกันภัย และความเสี่ยงด้านมหันตภัย โดยการรวมความเสี่ยงด้วยคอปปูลา 2 ประเภทคือ คอปปูลาแบบปกติ และ คอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ที่มีองศาความอิสระเท่ากับ 1 3 5 10 15 20 และ 25 พร้อมกับการประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยง(VaR) และ วิธีมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลาย (TVaR) โดยงานวิจัยนี้ใช้ข้อมูลในการศึกษา คือ รายงานประจำเดือนทางการบัญชีงบกำไรขาดทุนเบ็ดเสร็จที่แสดงถึงผลของการรับประกันภัยแต่ละประเภท ของบริษัทประกันภัยแห่งหนึ่งตั้งแต่เดือนมีนาคม พ.ศ. 2548 ถึง เดือนธันวาคม พ.ศ.2553 ทำให้มีข้อมูลทั้งหมด 46 ข้อมูล

การศึกษานี้แบ่งประเภทการรับประกันภัยออกเป็น 7 ประเภท คือการประกันอัคคีภัย(Fire insurance) การประกันภัยทางทะเลและการขนส่ง (Marine & transportation insurance) การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ (Compulsory automobile insurance) การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ (Voluntary automobile insurance) การประกันภัยเบ็ดเตล็ด (Miscellaneous insurance) การประกันภัยความเสี่ยงภัยต่อทรัพย์สิน(Industrial all risks insurance) และ การประกันภัยอุบัติเหตุส่วนบุคคล(Personal accident insurance) จากวิธีการทั้งหมดข้างต้นงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์จากการรวมความเสี่ยงด้วยคอปปูลาทั้ง 2 ประเภท และชี้ให้เห็นว่าความแตกต่างของวิธีการประเมินความเสี่ยงทั้ง 2 วิธีจะส่งผลต่อระดับเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ให้มีระดับที่แตกต่างกันด้วย นอกจากนี้การศึกษาครั้งนี้ยังชี้ให้เห็นถึงความแตกต่างระหว่างการกระจายความเสี่ยงภายใต้คุณสมบัติของคอปปูลาทั้ง 2 ประเภท

5.1.1 ผลของคอปปูลาต่อเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์

ผลการศึกษานี้สามารถชี้ให้เห็นถึงข้อสรุปสำคัญๆ ที่มีผลต่อเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ได้ทั้งหมด 3 ประเด็นด้วยกันคือ

การรวมความเสี่ยงของการประกันภัยที่มีหลายประเภท ด้วยคอปปูลาแบบปกติ และคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ชี้ให้เห็นว่าวิธีการที่แตกต่างกันนั้นส่งผลต่อระดับเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่แตกต่างกันด้วย โดยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1 ให้ผลการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์สูงที่สุดในทุกระดับความเชื่อมั่น เมื่อองศาความอิสระเพิ่มขึ้น จำนวนเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์จะมีค่าลดลง และมีค่าใกล้เคียงกับเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่รวมความเสี่ยงโดยการใช้คอปปูลาแบบปกติ คอปปูลาเป็นตัวแบบที่สร้างความสัมพันธ์ในการประเมินความเสี่ยงที่เกิดจากสมมติฐานของการแจกแจงเดี่ยว ซึ่งงานวิจัยนี้มีผลการศึกษาที่สอดคล้องกับหลักการดังกล่าวและชี้ให้เห็นว่า คอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ไม่มีคุณสมบัติที่สมมาตรเหมือนกับคอปปูลาแบบปกติ

นอกจากนี้ผลการศึกษายังแสดงให้เห็นว่าคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ที่มีองศาความอิสระต่ำ จะเป็นตัวแบบที่สามารถสร้างความสัมพันธ์ได้ดีในกรณีที่ความเสี่ยงไม่เป็นอิสระกัน ผลการศึกษาจึงชี้ให้เห็นว่าความสัมพันธ์ที่เกิดจากการแจกแจงส่วนหางคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที มีประสิทธิภาพในการอธิบายความสัมพันธ์ได้ดีกว่าคออปปูลาแบบปกติ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อความเสี่ยงภายในพอร์ตโฟลิโอมีความสัมพันธ์กันสูง

สุดท้ายนี้วิธีการประเมินความเสี่ยงทั้ง 2 วิธีมีผลต่อระดับเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ด้วยเช่นกันกล่าวคือ วิธีมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลายให้ผลการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์สูงกว่าวิธีมูลค่าความเสี่ยง เนื่องจากวิธีนี้สามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของความเสี่ยงที่เกิดขึ้นภายในพอร์ตโฟลิโอได้ดีกว่า โดยเฉพาะเมื่อการแจกแจงมีความสัมพันธ์กันส่วนปลาย

5.1.2 ผลของการกระจายความเสี่ยงต่อเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์

การกระจายความเสี่ยงที่ได้จากการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ที่พิจารณาการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยง และการพิจารณาพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงแยกประเภทให้ค่าดัชนีการ

กระจายความเสี่ยงต่ำกว่าหนึ่ง ซึ่งหมายความว่าเมื่อพิจารณาการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงจะทำให้เกิดการกระจายความเสี่ยงขึ้นจึงทำให้เกิดการประหยัด บริษัทประกันภัยสามารถดำรงเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ในจำนวนที่น้อยกว่า เมื่อพิจารณาความเสี่ยงรวมกันเป็นพอร์ตโฟลิโอ

เมื่อพิจารณาการกระจายความเสี่ยงภายใต้สมมติฐานของคอปปูลาพบว่า การกระจายความเสี่ยงมีความสัมพันธ์กันในทางบวก และระดับการกระจายความเสี่ยงจะขึ้นอยู่กับคอปปูลาแต่ละประเภท การกระจายความเสี่ยงที่เกิดจาคอปปูลาแบบปกติให้ค่าการกระจายความเสี่ยงต่ำที่สุด และคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1 ให้ค่าการกระจายความเสี่ยงสูงที่สุด ทั้งนี้เมื่อองศาความอิสระของคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที มีค่าสูงขึ้นค่าการกระจายความเสี่ยงจะลดลง เนื่องจากคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ไม่สามารถอธิบายความไม่อิสระกันที่เกิดจากสมมติฐานของการแจกแจงเดี่ยวได้

5.1.3 **การดำรงเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ของบริษัทประกันภัย**

การดำรงเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์เท่าใดนั้นขึ้นอยู่กับระดับความสัมพันธ์ของความเสี่ยงภายในที่มี การสร้างการแจกแจงร่วมด้วยคอปปูลาแบบปกติจะทำให้การประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์มีค่าน้อยกว่าความเป็นจริง โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อเกิดความเสี่ยงด้านมหันตภัยซึ่งจะทำให้อัตราส่วนความเสียหายของแต่ละธุรกิจแตกต่างไปจากค่าเฉลี่ยมาก จึงทำให้หางการแจกแจงมีลักษณะยาวกว่าปกติ

ในกรณีที่สร้างการแจกแจงร่วมด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ระดับเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์มีความแตกต่างกันภายใต้องศาความอิสระที่กำหนด องศาความอิสระจึงเป็นสิ่งที่ระบุขอบเขตความสัมพันธ์ภายในพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงนั้น โดยเฉพาะองศาความอิสระเท่ากับ 1 จะทำให้การประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์มีค่าสูง การดำรงเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ของบริษัทประกันภัยโดยการสร้างการแจกแจงร่วมด้วยคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที จึงมีความเหมาะสมมากที่สุด ทั้งนี้ บริษัทประกันภัยจำเป็นจะต้องทราบความสัมพันธ์ภายในพอร์ตโฟลิโอว่าอยู่ในระดับใด หากความสัมพันธ์ของความเสี่ยงมีระดับสูง การกำหนดองศาความอิสระเท่ากับ 1 จะมีความเหมาะสมมากที่สุด เมื่อความสัมพันธ์อยู่ในระดับปานกลางจนถึงระดับต่ำ การเพิ่มองศา

ความอิสระให้สูงขึ้นจะทำให้การอธิบายความสัมพันธ์ส่วนปลายของการแจกแจงสอดคล้องกับความสัมพันธ์ภายในพอร์ตโฟลิโอได้ดีที่สุด

5.2 อภิปรายผลการวิจัย

เมื่อเปรียบเทียบข้อมูลที่ใช้ในการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์กับข้อมูลที่ใช้ในงานวิจัยของ Valdez และ Chernih (2009) พบว่ามีสมมติฐานของข้อมูลที่ใช้เหมือนกันคือ เมื่อความเสี่ยงในพอร์ตโฟลิโอมีหลายประเภท การไม่ตัดข้อมูลส่วนสำคัญออกจะทำให้ความเสี่ยงมีอยู่ครบถ้วน และมีความเหมาะสมมากที่สุดเมื่อนำไปประยุกต์ใช้กับกลุ่มการแจกแจงแบบอีลิปติเคิล

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์การแจกแจงเดี่ยวผู้วิจัยได้กำหนดให้มีการทดสอบความเหมาะสมพารามิเตอร์ของการแจกแจงเดี่ยวที่ได้ด้วยวิธีคอลโมโกรอฟ สเมอร์นอฟ ประกอบกับวิธีการใช้คะแนน (Score based approach) ซึ่งต่างจากการศึกษาของ Fantazzini (2009) ที่ไม่ได้มีการทดสอบพารามิเตอร์การแจกแจงเดี่ยว งานวิจัยนี้จึงสามารถลดปัญหาการประมาณการแจกแจงเดี่ยวผิดพลาดได้

เมื่อนำการแจกแจงเดี่ยวไปสร้างคอปปูลาด้วยวิธีอนุมานฟังก์ชันการแจกแจงเดี่ยวพบว่าให้ผลเป็นไปตามการศึกษาของ Kim, Silvapulle, Silvapulle (2005) เมื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยของ Rosenberg และ Schuermann (2006) พบว่าความเสี่ยงที่ได้จากคอปปูลามีความแตกต่างกันมากกว่าระดับความสัมพันธ์ของความเสี่ยง จึงเป็นข้อดีของคอปปูลาที่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ที่ซับซ้อนของการแจกแจงที่เกิดจากกลุ่มความเสี่ยงนั้นได้ นอกจากนี้คอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ให้ผลการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์สูงที่สุด จึงอาจกล่าวว่าเป็นคอปปูลาที่ให้ความน่าจะเป็นที่จะเกิดค่าสุดขีดได้ซึ่งเป็นไปตามการศึกษาของ Kole และคณะ (2007) เมื่อพิจารณาการจำลองค่าตามการศึกษาของฐิติมา จิรเศรษฐศิริ (2548) ด้วยคอปปูลาแบบปกติ และคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที พบว่าคอปปูลาแบบปกติสามารถจำลองค่าได้ครอบคลุมกว่าคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที แต่เมื่อองศาความอิสระของคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที เพิ่มขึ้นขอบเขตการจำลองจะมีลักษณะใกล้เคียงกับคอปปูลาแบบปกติ

เมื่อพิจารณาการประเมินความเสี่ยงพบว่าการแจกแจงเดี่ยวที่กำหนดมาในตอนต้นไม่มีผลต่อการประเมินความเสี่ยงซึ่งผลการศึกษานี้สอดคล้องกับการศึกษาของ Fantazzini (2009) เมื่อเปรียบเทียบการประเมินความเสี่ยงด้วยวิธีมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลายกับคอปปูลาแบบปกติและคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที พบว่าความเสี่ยงที่ประเมินได้มีความแตกต่างกัน แต่ประสิทธิภาพในการป้องกันความเสี่ยงของวิธีมูลค่าความเสี่ยงส่วนปลายมีประสิทธิภาพมากกว่า แต่มีความแตกต่างกับงานวิจัยของ He และ Gong (2010) ที่มีการจัดประเภทความเสี่ยงต่างกันจึงทำให้ผลการประเมินความเสี่ยงแตกต่างไปจากงานวิจัยครั้งนี้

การกระจายความเสี่ยงที่ได้มีดัชนีการกระจายความเสี่ยงน้อยกว่า1แสดงว่ามีการกระจายความเสี่ยงเกิดขึ้นและทำให้ความสัมพันธ์ส่วนหางลดลงเป็นไปตามงานวิจัยของ Zhou (2010) ทั้งนี้เมื่อพิจารณาจากคอปปูลาพบว่าคอปปูลาแบบปกติให้ค่าการกระจายความเสี่ยงได้น้อยกว่าคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที ซึ่งต่างจากงานวิจัยของ Kole และคณะ (2007) ที่คอปปูลาแบบปกติให้ค่าการกระจายความเสี่ยงเกินจริง แต่สิ่งที่สอดคล้องกับงานวิจัยนี้คือ คอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที สามารถระบุความสัมพันธ์ที่ไม่อิสระกันได้ดีด้วยการปรับเปลี่ยนองศาความอิสระ

การสร้างความสัมพันธ์ร่วมด้วยคอปปูลา มักนำมาใช้กับการแจกแจงของความเสียหายขนาดใหญ่ โดยเฉพาะกับความไม่อิสระกันของหางการแจกแจง การเลือกคอปปูลาแบบปกติมาใช้ในการอธิบายแม้ว่าจะเป็นที่นิยม สามารถปฏิบัติได้ง่าย มีคุณสมบัติต่างๆที่ยืดหยุ่นในการนำไปประยุกต์ใช้ แต่คอปปูลาแบบปกติเป็นคอปปูลาที่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ในเชิงเส้นตรงได้ดีจากคุณสมบัติความเป็นปกติ (Normality) เท่านั้น คอปปูลาแบบปกติจึงไม่สามารถอธิบายลักษณะความสัมพันธ์ส่วนหางในกรณีที่ความเสี่ยงไม่อิสระกัน จึงอาจกล่าวได้ว่าคอปปูลาแบบปกติให้ค่าความสัมพันธ์ส่วนหางเท่ากับ 0 ทำให้การประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ และการกระจายความเสี่ยงมีค่าน้อย

ในขณะที่คอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที มีความสามารถในการอธิบายความสัมพันธ์ที่ไม่อิสระกันส่วนหาง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในส่วนหางของการแจกแจงทางขวา (Upper tail) ด้วยค่าสัมประสิทธิความไม่อิสระของหางการแจกแจง เช่นถ้า X และ Y เป็นตัวแปรสุ่มใดๆจะได้ว่า

$$\lambda = \lim_{\alpha \to 1^-} P\left(Y > F_Y^{-1}(\alpha) \middle| X > F_X^{-1}(\alpha)\right)$$

ถ้า X และ Y คือคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที และมีความสัมพันธ์ร่วม ρ สมการที่ได้คือ

$$\lambda = 2\bar{t}_v\left(\sqrt{n+1}\sqrt{1-\rho}\sqrt{1+\rho}\right)$$

เมื่อ $\bar{t}_v$ คือหางของการแจกแจงแบบสติวเดนท์ ที ที่มีองศาความอิสระ v ดังนั้นเมื่อองศาความอิสระเพิ่มขึ้น$(v \to \infty)$ จะทำให้คอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที มีลักษณะคล้ายกับคอปปูลาแบบปกติเนื่องจากสัมประสิทธิความสัมพันธ์ส่วนหาง λ มีค่าลดลง ค่าสัมประสิทธิความสัมพันธ์ส่วนหางจึงแสดงให้เห็นในตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ความสัมพันธ์ส่วนหางสำหรับคอปปูลาแบบ สติวเดนท์ ที

v \ ρ	0	0.5	0.9	1
1	0.29	0.5	0.78	1
3	0.12	0.31	0.67	1
10	0.01	0.08	0.46	1
∞	0	0	0	0

ที่มา Tang, 2004 และ Demarta and Mcneil, 2004

จากตารางที่ 5.1 จึงเป็นสิ่งช่วยยืนยันถึงผลการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ และการกระจายความเสี่ยงที่เกิดจากคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที องศาความอิสระเท่ากับ 1 ที่ให้ค่าประมาณสูงที่สุดในทุกกรณีเนื่องจากมีค่าสัมประสิทธิ์ความสัมพันธ์ส่วนหางอยู่ในระดับสูงนั่นเอง

5.3 ข้อเสนอแนะ

1.ในการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์ครั้งต่อไปผู้วิจัยแนะนำให้นำความเสี่ยงด้านการลงทุน และความเสี่ยงที่ไม่เกี่ยวข้องทางการเงิน เข้ามาพิจารณาด้วยเพื่อให้สะท้อนความเสี่ยงทั้งหมดที่มีอยู่ภายในบริษัท ซึ่งจะทำให้การประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์มีความสมบูรณ์แบบมากขึ้น

2.การสร้างการแจกแจงร่วมและการรวมพอร์ตโฟลิโอความเสี่ยงด้วยคอปปูลา นอกจากคอปปูลาแบบปกติ และคอปปูลาแบบสติวเดนท์ ที แล้ว ยังมีคอปปูลาประเภทอื่นที่มีคุณสมบัติในการสร้างการแจกแจงร่วมได้ดีอีก เช่น เคลย์ตัน (Clayton) กัมเบล (Gumbel) และแฟรงค์ (Frank)

3.การนำวิธีที่ไม่ใช้พารามิเตอร์มาใช้ในการสร้างคอปปูลาอาจเป็นสิ่งที่ช่วยลดความผิดพลาดและความคาดเคลื่อนที่เกิดจากการประมาณพารามิเตอร์การแจกแจงเดี่ยว และการสร้างคอปปูลาด้วยวิธีการใช้พารามิเตอร์

4.การจำลองภายใต้สถานการณ์หนึ่งๆที่สัมพันธ์กับข้อมูลที่นำมาประมาณค่า มีความเหมาะสมเพียงช่วงเวลาหนึ่งเท่านั้น ไม่เหมาะที่จะนำไปใช้อย่างต่อเนื่องโดยที่ไม่ได้มีการปรับปรุงข้อมูลความเสี่ยง

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

คณะกรรมการกำกับและส่งเสริมการประกอบธุรกิจประกันภัย,สำนักงาน. และอัตราเบี้ยประกันวินาศภัย, สำนักงาน. 2551. การคำนวณเงินสำรองค่าสินไหมทดแทน. พิมพ์ครั้งที่ 1.

ฐิติมา จิรเศรษฐสิริ. 2548. การจำลองตัวแปรสุ่มร่วมด้วยเทคนิคคอปปูลาเมื่อทราบการแจกแจงส่วนริมและสหสัมพันธ์, วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปิยะวดี โชวิฑูรกิจ. 2550. การบริหารความเสี่ยงและเงินกองทุน 1.IPRB Newsletter 7(เมษายน)

ปิยะวดี โชวิฑูรกิจ. 2550. การบริหารความเสี่ยงและเงินกองทุน 2.IPRB Newsletter 8(กรกฎาคม)

ปิยะวดี โชวิฑูรกิจ. 2550. การบริหารความเสี่ยงและเงินกองทุน 3.IPRB Newsletter 9(ตุลาคม)

มานพ วราภักดิ์. 2550. การจำลอง(Simulation). พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุเมธ สมภักดี. 2542. สถิติคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่1. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ประกายพรึก.

อัญญา ขันธวิทย์. 2547. การวิเคราะห์ความเสี่ยงจากการลงทุนในหลักทรัพย์. กรุงเทพ: โรงพิมพ์อัมรินทร์พริ้นติ้งแอนด์พับลิชชิ่ง.

อัญญา ขันธวิทย์. 2553. วิศวกรรมการเงินในตลาดการเงินไทย : 72 ปี บัญชีธรรมศาสตร์ 36 ปี MFC. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

ภาษาอังกฤษ

Bargès, M., Cossette, H. and Marceau, É. 2009. TVaR-based capital allocation with copulas. Insurance: Mathematics and Economics 45 : 348-361.

Cherubini, U. et al. 2004. Copula Methode in Finance. John wiley & son.

Chollete, L., Peña, V. and Lu, C. 2011. International diversification: A copula approach. Journal of Banking & Finance 35 (2011) : 403–417.

Condaman, L et al. 2006. Risk quantification. Management diagnosis and hedging. John wiley & son.

Demarta, S. and Mcneil, A. J. 2004. The t copula and related copulas. Department of mathematics, Federal institute of technology.

Doff, R. 2007. Risk management for insurers. Risk control, economic capital and solvency II. Laurie Donaldson.

Dowd, K.. 1998. Beyond value at risk : the new science of risk managenent. John wiley & son.

Durrleman, V., Nikeghbali, A. and Roncalli, T. 2000. Which copula is the right one?. Groupe de recherché operationnelle credit Lyonnais, France. (August 2000).

European actuarial consultative group. 2005. Diversification technical paper. (October 2005).

Fantazzini , D. 2009. The effects of misspecified marginals and copulas on computing the value at risk: A Monte Carlo study. Computational Statistics and Data Analysis 53 : 2168–2188.

Forsberg, M.O. 2010. Solvency/SST and modeling of risk aggregation. (june 2010).

Frachot, A. , Georges, P. and Roncalli, T. 2001. Loss distribution approach for operational risk. Groupe de recherché operationnelle, Credit Lyonnais France.

He, X. and Gong, P. 2009. Measuring the coupled risks: A copula-based CVaR mode. Journal of Computational and Applied Mathematics 223 : 1066–1080.

Joe, H. and Xu, J.J. 1996. The estimation method of inference function for margins for multivariate models. Department of statistics, University of British Columbia.

Kerkhof, J. ,Melenberg, B. and Schumacher, H. 2010. Model risk and capital reserves. Journal of Banking & Finance 34 : 267–279.

Kim, G., Silvapulle, M.J. and Silvapulle, P. 2005. Comparison of semiparametric and parametric methods for estimating copulas. Computational Statistics & Data Analysis 51 (2007): 2836 – 2850.

Klugman, S. A. 2008. Loss Models from Data to Decision. John wiley & son.

Kole, E., Koedijk, K. and Verbeek, M. 2007. Selecting copulas for risk management. Journal of Banking & Finance 31: 2405–2423.

Kojadinovic, I. and Yan, J. 2010. Comparison of three semiparametric methods for estimating dependence parameters in copula models. Insurance: Mathematics and Economics 47 (2010) : 52 - 63.

Lewis, N. C. 2004. Operational risk with excel and vba. John wiley & son.

Mari, D. and Koltz, S. 2004. Correlation and Dependence. 2nd. Imperial college press, Singapore.

Peng, J. 2009. Value at risk and tail value at risk in uncertain environment. Institute of uncertain system Huanggang university.

Romano, C. 2002. Calibrating and simulating copula function : and application to Italian stock market. Centro interdipartmentale sul diritto e l'economia dei mercati, working paper.

Rosenberg, J.V. and Schuermann, T. 2006. A general approach to integrated risk management with skewed, fat-tailed risks. Journal of Financial Economics 79 (2006): 569–614.

Shaw, R. A. , Smith, A. D. and Spivak, G. S. 2010. Measurement and modeling of dependencies in economic capital. A discussion paper, The actuarial profession.

Tang, A. 2004. Economic Capital and the Aggregation of Risks Using Copulas. Thesis actuarial Study, University of New South Wales.

Valdez, E. A.and Chernih, A. 2003. Wang's capital allocation formula for elliptically contoured distributions. Insurance: Mathematics and Economics 33 (July) : 517–532.

Yan, J. 2007. Enjoy the Joy of Copulas: With a Package copula. Journal of Statistical Software 21(October 2007)

Zhou, C. 2010. Dependence structure of risk factors and diversification effects. Insurance: Mathematics and Economics 46 : 531 - 540.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การแจกแจงกลุ่มอีลิปติเคิล(Elliptical distribution family)

1. **การแจกแจงกลุ่มอีลิปติเคิล**(Elliptical distributions family)

อัญญา ขันธวิทย์ (2547) กล่าวว่า การแจกแจงกลุ่มอีลิปติเคิล เป็นกลุ่มของฟังก์ชันการแจกแจงที่มีความสำคัญมากในการทำงานด้านการวิเคราะห์และบริหารความเสี่ยงโดยใช้มูลค่าความเสี่ยง (Value at risk) ทั้งนี้เนื่องจากผู้วิเคราะห์เห็นว่าสามารถนำมูลค่าความเสี่ยงมาใช้งานได้ โดยที่มูลค่าความเสี่ยงจะให้ผลลัพธ์ที่สมเหตุสมผลจากที่เป็นมาตรวัดความเสี่ยงที่มีลักษณะโคเฮียเรนท์ได้เฉพาะเมื่อตัวแปรที่ผู้สนใจวิเคราะห์เป็นตัวแปรเชิงสุ่มที่มีรูปการแจกแจงอยู่ในกลุ่มการแจกแจงในกลุ่มอีลิปติเคิลเท่านั้น เมื่อตัวแปรมีการแจกแจงแบบนี้แล้วจะเป็นเงื่อนไขที่ใช้ในการประยุกต์กับมูลค่าความเสี่ยงในงานวิเคราะห์และงานด้านการบริหารความเสี่ยง

นิยาม การนิยามการแจกแจงกลุ่มอีลิปติเคิลจะเริ่มจากการนิยามกลุ่มการแจกแจงแบบสเฟียริคอล(Spherical distribution)ก่อน โดยกำหนดให้ $X = \left(X_1, X_2, ..., X_n\right)^T$ เป็นเวคเตอร์ขนาด $n \times 1$ ของตัวแปรสุ่ม n ตัว ที่ประกอบด้วย X_1 ถึง X_n ตัวแปรเชิงสุ่ม X จะเป็นกลุ่มตัวแปรที่มีการแจกแจงแบบสเฟียริคอลเมื่อมีเมตริกซ์ U ขนาด $n \times n$ ซึ่งมีลักษณะ

$$UU^T = U^T U = I_n$$

โดยที่ I_n เป็นเมตริกซ์สมมาตรที่มีเส้นทแยงมุมเป็น 1 (Identity matrix) ขนาด $n \times n$ และมีสมาชิกตัวอื่นเป็น 0

เมื่อแปลงเวคเตอร์เชิงสุ่ม X ด้วยเมตริกซ์ U ได้ผลลัพธ์เป็นเวคเตอร์เชิงสุ่ม Y แล้ว เวคเตอร์เชิงสุ่ม Y จะต้องเป็นกลุ่มตัวแปรเชิงสุ่ม ซึ่งมีการแจกแจงเดียวกับการแจกแจงของกลุ่มตัวแปรเชิงสุ่ม X กล่าวคือ

$$Y = UX$$

$$\stackrel{d}{=} X$$

เมื่อ $\stackrel{d}{=}$ คือเครื่องหมายที่แสดงความเท่าเทียมกันในเชิงการแจกแจง (Equality in distribution)

การแจกแจงแบบสเฟียริคอลนั้นแม้จะมีรูปฟังก์ชัน $f(x)$ ของกลุ่มตัวแปร X ที่ซับซ้อน

แต่ฟังก์ชันกลุ่มนี้มีความน่าสนใจที่ฟังก์ชัน $f(x)$ กลับเขียนให้อยู่ในรูปฟังก์ชันอื่นที่เรียบง่ายว่าเป็นผลบวกของตัวแปร x_i^2 โดยที่ x_i สอดคล้องกับตัวแปร x_i เมื่อ $i = 1,2,...,n$ ดังนั้น

$$f(x) = g(x^T x)$$
$$= g(x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2)$$

ตัวอย่างการแจกแจงแบบสเฟียริคอล เช่น การแจกแจงแบบสติวเดนท์ ที ซึ่งมี $f(x) = c\left(1 + \frac{X^T X}{v}\right)^{-\frac{n+v}{2}}$ โดยที่ v คือองศาความอิสระ และการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมี $f(x) = c\exp\left(\frac{X^T X}{2}\right)$ ทั้งนี้ค่าคงที่ c (Generic normalizing constant)เป็นค่าคงที่ ที่ปรับให้ฟังก์ชัน $f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่มีการแจกแจงสมบูรณ์ กล่าวคือ เมื่อตัวแปรเชิงสุ่ม X ตามที่กล่าวมาเป็นตัวแปรที่อิสระจากกัน และมีเมตริกซ์ของค่าความแปรปรวนเป็น I_n ในกรณีที่ค่าความแปรปรวนร่วมของกลุ่มตัวแปรมีค่าเป็น $I_n \neq \Omega$ จึงทำให้ต้องพิจารณาตัวแปรใหม่เป็นตัวแปร w ซึ่งเกิดจากการแปลงค่าจาก $w = Kx$ โดยที่ K เป็นเมตริกซ์ขนาด $n \times n$ และสัมพันธ์กับเมตริกซ์ Ω ของค่าความแปรปรวนร่วมตาม $K^T K = \Omega$

การนิยามการแจกแจงกลุ่มอีลิปติเคิลสามารถทำได้หลังจากที่ได้ทำการนิยามการแจกแจงแบบสเฟียริคอลไปในข้างต้น ทั้งนี้ กำหนดให้กลุ่มตัวแปร Z เป็นกลุ่มตัวแปรที่เกิดจากการแปลงแบบแอฟไฟน์(Affine transformation) ของกลุ่มตัวแปร X ซึ่งมีการแจกแจงแบบสเฟียริคอลจะได้ว่า

$$Z = A + BX$$

โดยที่ A เป็นเวคเตอร์ขนาด $n \times 1$ ของค่าคงที่

B เป็นเมตริกซ์ขนาด $n \times n$ ของค่าคงที่

กลุ่มตัวแปรเชิงสุ่ม Z ที่ได้รับการแปลงแบบแอฟไฟน์จากกลุ่มตัวแปรเชิงสุ่ม X ที่มีการการแจกแจงแบบสเฟียริคอล สามารถนิยามได้ว่าเป็นกลุ่มของตัวแปรเชิงสุ่มซึ่งมีการแจกแจงแบบอีลิปติเคิล

2. ลักษณะสำคัญของการแจกแจงแบบอีลิปติเคิล

กลุ่มตัวแปรเชิงสุ่ม X ซึ่งมีการแจกแจงในกลุ่มอีลิปติเคิล มีลักษณะสำคัญซึ่งทำให้ตัวแปรในกลุ่มนี้น่าสนใจ และเหมาะกับการพัฒนาทฤษฎีสำหรับการบริหารความเสี่ยงที่อาศัยมูลค่าความเสี่ยงเป็นเครื่องมือหลัก ทั้งนี้เพราะมูลค่าความเสี่ยงจะเป็นมาตรวัดความเสี่ยงที่โคเฮียเรนท์ได้ครบถ้วนสมบูรณ์เฉพาะเมื่อกลุ่มตัวแปร X มีการแจกแจงแบบอีลิปติเคิลเท่านั้น กลุ่มตัวแปรที่การแจกแจงแบบอีลิปติเคิลมีลักษณะเด่นที่ทำให้การวิเคราะห์ทางสถิติและการเงินสามารถทำได้สะดวกคือ

ลักษณะที่ 1 จะสังเกตได้ว่า การแจกแจงแบบอีลิปติเคิลจะเป็นการแจกแจงที่มีความสมมาตร และเมื่อกลุ่มตัวแปร X มีการแจกแจงแบบอีลิปติเคิลแล้ว ตัวแปรซึ่งเกิดจากการประสมกันของกลุ่มตัวแปร X ในเชิงเส้นตรง (Linear combination) จะต้องเป็นตัวแปรซึ่งมีการแจกแจงแบบอีลิปติเคิลด้วย

ลักษณะที่ 2 เมื่อกลุ่มตัวแปรเชิงสุ่ม $X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$ เป็นกลุ่มตัวแปรเชิงสุ่ม ประกอบด้วยกลุ่มตัวแปรเชิงสุ่ม X_1 และกลุ่มตัวแปรเชิงสุ่ม X_2 ซึ่งมีการแจกแจงร่วมแบบอีลิปติเคิลแล้ว การแจกแจงเดี่ยวของกลุ่มตัวแปร X_1 และ X_2 จะต้องมีการแจกแจงแบบอีลิปติเคิลด้วยเช่นกัน

ลักษณะที่ 3 เป็นลักษณะการแจกแจงอย่างมีเงื่อนไขของกลุ่มตัวแปร X_1 ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่มตัวแปร $X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$ เช่นเดียวกับที่ได้กล่าวไว้ในลักษณะก่อนหน้า ว่ามีการแจกแจงแบบอีลิปติเคิล ซึ่งกำหนดให้การแจกแจงของกลุ่มตัวแปร X_1 มีการแจกแจงแบบมีเงื่อนไขกับกลุ่มตัวแปร X_2 ซึ่งมีค่าเท่ากับ x_2 (Conditional distribution of X_1 given $X_2 = x_2$) จะต้องเป็นการแจกแจงแบบอีลิปติเคิล ส่วนการแจกแจงของกลุ่มตัวแปร X_2 แบบมีเงื่อนไขที่กลุ่มตัวแปร X_1 มีค่าเท่ากับ x_1 จะต้องมีการแจกแจงแบบอีลิปติเคิลด้วยเช่นกัน (อัญญา ขันธวิทย์, 2547)

ภาคผนวก ข
การประมาณค่าเมตริกซ์ความสัมพันธ์แบบอ้างอิง(Inference correlation matrix)

1. การประมาณค่าเมตริกซ์ความสัมพันธ์แบบอ้างอิง(Inference correlation matrix)

การประมาณค่าความสัมพันธ์แบบอ้างอิงเป็นการพิจารณาถึงความสัมพันธ์ของความเสี่ยง ที่อาจทำให้พอร์ตโฟลิโอมีการเปลี่ยนแปลงไปในค่าสุดขีด(Extreme) และส่งผลต่อสถานะการเงินของบริษัทประกันภัย การนำข้อมูลในอดีตมาหาความสัมพันธ์ร่วมด้วยวิธีต่างๆสามารถอธิบายถึงเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในภาวะปกติเท่านั้น ประกอบกับค่าความสัมพันธ์ที่ได้จากการประมาณค่าด้วยวิธีสเปียร์แมนให้ค่าประมาณที่ต่างไปจากความจริงที่ควรจะเป็น ในการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์จะให้ความสำคัญไปที่ความสัมพันธ์ส่วนหางของการแจกแจง จึงมีความเกี่ยวข้องกับการประมาณค่าความสัมพันธ์ที่จะใช้ในการอธิบายความสัมพันธ์ส่วนหาง

การประมาณค่าความสัมพันธ์แบบอ้างอิงมักเป็นการกำหนดขึ้นมา โดยอ้างอิงจากความความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับความเสี่ยงที่เกิดขึ้นในอดีต ความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นจึงไม่จำเป็นต้องมีลักษณะเป็นเส้นตรง แต่จะต้องอธิบายความสัมพันธ์ที่ไม่อิสระกันของความเสี่ยงได้อย่างสมเหตุสมผล และความสัมพันธ์อ้างอิงที่ได้ต้องสามารถใช้ได้เมื่อเกิดวิกฤตการณ์ต่างๆในอนาคตได้ด้วย (Shaw et.al,2010)

1.1 วิธีการประมาณค่าความสัมพันธ์อ้างอิง

การประมาณค่าความสัมพันธ์แบบอ้างอิงในความเสี่ยงที่เกิดขึ้นจากการรับประกันภัยในประเทศไทยยังไม่เคยมีปรากฏมาก่อน ผู้วิจัยจึงได้นำวิธีการอภิปลายแบบกลุ่ม(Focus group discussion) มาประยุกต์ใช้ในงานวิจัยนี้ โดยการคัดเลือกผู้เชี่ยวชาญที่เกี่ยวข้องกับการประกันภัยจำนวน 5 ท่านที่ประกอบด้วยนักคณิตศาสตร์ประกันภัย ผู้เชี่ยวชาญด้านการบริหารความเสี่ยง ผู้เชี่ยวชาญด้านการรับประกันภัย และผู้เชี่ยวชาญด้านการรับประกันภัยต่อ โดยกำหนดเงื่อนไขในการวิเคราะห์ดังนี้

1.1.1 กำหนดให้มีการแบ่งการรับประกันภัยออกเป็น 7 ประเภทได้แก่

ก. การประกันอัคคีภัย(Fire insurance)

ข. การประกันภัยทางทะเลและการขนส่ง(Marine & transportation insurance)

ค. การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ(Compulsory automobile insurance)

ง. การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ(Voluntary automobile insurance)

จ. การประกันภัยเบ็ดเตล็ด(Miscellaneous insurance)

ฉ. การประกันภัยความเสี่ยงภัยต่อทรัพย์สิน(Industrial all risks insurance)

ช. การประกันภัยอุบัติเหตุส่วนบุคคล(Personal accident insurance)

1.1.2 กำหนดให้ความสัมพันธ์ของการรับประกันภัยแต่ละประเภทมีค่าดังนี้(European actuarial consultative group, 2005)

0	=	ไม่ควรมีความสัมพันธ์กัน
0.25	=	ควรมีความสัมพันธ์กันน้อย
0.50	=	ควรมีความสัมพันธ์กันปานกลาง
0.75	=	ควรมีความสัมพันธ์กันมาก

1.1.3 เมื่อพิจารณาถึงความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นภายใต้ความเสี่ยงที่เกิดจากการรับประกันภัยที่ประกอบด้วย ความเสี่ยงด้านเบี้ยประกันภัย(Premium risk) ความเสี่ยงด้านเงินสำรองประกันภัย (Reserve risk) ความเสี่ยงที่จะเกิดมหันตภัย(Catastrophe risk) ความเสี่ยงที่เกิดจากการเรียกร้องค่าสินไหมทดแทน(Claims risk)และ ความเสี่ยงที่เกิดจากการดำเนินธุรกิจ(Business risk) ท่านคิดว่าความสัมพันธ์ร่วมของประเภทธุรกิจแต่ละประเภทควรมีความสัมพันธ์กันในรูปแบบใด เมื่อผู้เชี่ยวชาญด้านการรับประกันภัยวิเคราะห์เสร็จสิ้นแล้วสามารถรวบรวมผลการวิเคราะห์ที่ได้จากการอภิปลายแบบกลุ่มดังแสดงในหัวข้อที่ 2

2. ผลการประมาณค่าความสัมพันธ์อ้างอิง

2.1 นักคณิตศาสตร์ประกันภัยคนที่ 1

ตารางที่ ข 1 แสดงผลการประมาณความสัมพันธ์ที่ได้จากนักคณิตศาสตร์ประกันภัยคนที่ 1

	F	Ma	C	V	Mi	IAR	PA
F	1	0	0	0	0	0.75	0
Ma		1	0	0	0	0	0
C			1	0.75	0	0	0.5
V				1	0	0	0.5
Mi					1	0.75	0.5
IAR						1	0.5
PA							1

2.2 นักคณิตศาสตร์ประกันภัยคนที่ 2

ตารางที่ ข 2 แสดงผลการประมาณความสัมพันธ์ที่ได้จากนักคณิตศาสตร์ประกันภัยคนที่ 2

	F	Ma	C	V	Mi	IAR	PA
F	1	0	0.25	0.5	0.5	0.75	0
Ma		1	0	0	0.25	0	0
C			1	0.75	0.5	0	0.5
V				1	0.25	0.25	0.5
Mi					1	0.5	0.75
IAR						1	0.25
PA							1

2.3 ผู้เชี่ยวชาญด้านการรับประกันภัย

ตารางที่ ข 3 แสดงผลการประมาณความสัมพันธ์ที่ได้จากผู้เชี่ยวชาญด้านการรับประกันภัย

	F	Ma	C	V	Mi	IAR	PA
F	1	0	0	0	0.25	0.75	0
Ma		1	0	0	0.25	0	0.5
C			1	0.75	0.25	0	0.5
V				1	0.25	0	0.75
Mi					1	0.75	0.5
IAR						1	0.5
PA							1

2.4 ผู้เชี่ยวชาญด้านการบริหารความเสี่ยง

ตารางที่ ข 4 แสดงผลการประมาณความสัมพันธ์ที่ได้จากผู้เชี่ยวชาญด้านการบริหารความเสี่ยง

	F	Ma	C	V	Mi	IAR	PA
F	1	0.25	0.25	0.25	0.25	0.75	0.25
Ma		1	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
C			1	0.75	0.25	0.25	0.75
V				1	0.25	0.25	0.75
Mi					1	0.5	0.25
IAR						1	0.5
PA							1

2.5 ผู้เชี่ยวชาญด้านการรับประกันภัยต่อ

ตารางที่ ข 5 แสดงผลการประมาณความสัมพันธ์ที่ได้จากผู้เชี่ยวชาญด้านการรับประกันภัยต่อ

	F	Ma	C	V	Mi	IAR	PA
F	1	0.25	0	0.25	0.25	0.75	0.25
Ma		1	0.25	0.25	0	0.25	0
C			1	0.75	0.25	0.25	0.5
V				1	0.25	0.25	0.75
Mi					1	0.5	0.5
IAR						1	0.25
PA							1

ผลการอภิปลายจากกลุ่มผู้เชี่ยวชาญด้านการประกันภัยทั้ง 5 ท่านสามารถสรุปความเห็นต่างๆที่ได้ดังนี้

1. การประกันภัยความเสี่ยงภัยต่อทรัพย์สิน และการประกันอัคคีภัยควรมีความสัมพันธ์กันสูงเนื่องจากมีลักษณะความคุ้มครองที่คล้ายคลึงกันมาก

2. การประกันภัยอุบัติเหตุส่วนบุคคล ควรมีความสัมพันธ์กับรูปแบบการประกันภัยอื่นๆในระดับปานกลางเนื่องจาก หากเกิดเหตุความเสียหายจากอุบัติเหตุผู้ถือกรมธรรม์การประกันภัยอุบัติเหตุส่วนบุคคล น่าจะต้องได้รับความคุ้มครองก่อนจึงจะมีสิทธิเรียกร้องส่วนที่เหลือจากกรมธรรม์อื่นๆที่ซื้อไว้

3. การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ และการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจควรมีความสัมพันธ์กันสูง เนื่องจากการประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจถือเป็นส่วนขยายของการประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ

4. การประกันภัยทางทะเลและการขนส่งเมื่อเปรียบเทียบกับการประกันอัคคีภัย การประกันภัยรถยนต์ภาคบังคับ การประกันภัยรถยนต์ภาคสมัครใจ ควรจะมีความสัมพันธ์กันน้อยถึงปานกลาง เนื่องจากการขยายตัวทางเศรษฐกิจที่เกิดจากการนำเข้า และการส่งออก รวมถึงการขนส่งภายในประเทศ จึงทำให้มีการซื้อความคุ้มครองที่มีลักษณะคล้ายลูกโซ่ความสัมพันธ์ของแต่ละประเภทธุรกิจจึงเกิดขึ้น

5. การประมาณค่าความสัมพันธ์ร่วมที่ได้มีความเกี่ยวข้องกับประสบการณ์การเรียกร้องค่าสินไหมทดแทนของการประกันภัยแต่ละประเภท และ ยังรวมถึงการขายผลิตภัณฑ์ประกันภัยข้ามประเภทซึ่งส่งผลให้เกิดความสัมพันธ์ร่วมขึ้นได้เช่นกัน

จากผลการประมาณค่าความสัมพันธ์ของประเภทธุรกิจภายใต้สมมติฐานที่เกิดจากความเสี่ยงด้านการรับประกันภัยของแต่ละท่าน ผู้วิจัยใช้ค่าฐานนิยมเป็นตัวสถิติทดสอบความสัมพันธ์ที่ได้ เนื่องจากฐานนิยมเป็นค่ากลางเหมาะกับการนำมาใช้ในกรณีที่ข้อมูลมีการซ้ำกัน ค่าฐานนิยมเป็นค่าที่เป็นตัวแทนของข้อมูลที่สามารถอธิบายลักษณะที่เกิดขึ้นได้ดีกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตและค่ามัธยฐาน นอกจากนี้ค่าฐานนิยมยังมีข้อพิเศษมากกว่าค่าเฉลี่ยและมัธยฐาน ที่สามารถใช้ได้กับข้อมูลที่เป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ(Qualitative) และข้อมูลเชิงปริมาณ(Quantitative)ผลการประมาณค่าความสัมพันธ์แบบอ้างอิงแสดงดังตาราง

ตารางที่ ข 6 แสดงความสัมพันธ์แบบอ้างอิง

	F	Ma	C	V	Mi	IAR	PA
F	1	0	0	0	0.25	0.75	0
Ma		1	0	0	0.25	0	0
C			1	0.75	0.25	0	0.5
V				1	0.25	0.25	0.75
Mi					1	0.5	0.5
IAR						1	0.5
PA							1

ความสัมพันธ์แบบอ้างอิงที่ได้คู่ใดมีความสัมพันธ์กันสูง ก็จะส่งผลต่อโครงสร้างความไม่อิสระกันสูงด้วย อย่างไรก็ตามการประมาณค่าความสัมพันธ์แบบอ้างอิงเป็นส่วนหนึ่งที่ใช้ในการสร้างโครงสร้างความสัมพันธ์ที่ไม่อิสระกัน การประมาณค่าความสัมพันธ์แบบอ้างอิงไม่มีทฤษฎีรองรับแต่เป็นการใช้ดุลยพินิจเท่านั้น และความสัมพันธ์แบบอ้างอิงที่ได้จะให้ผลได้ดีกับกรณีที่ไม่เป็นการแจกแจงแบบปกติ ดังนั้นผู้วิจัยจะนำความสัมพันธ์แบบอ้างอิงที่ได้จากตารางที่ ข 6 ไปใช้ในการประเมินเงินกองทุนทางเศรษฐศาสตร์

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายจักรพงศ์ เกียรติดำรง เกิดเมื่อวันที่ 16 มิถุนายน พ.ศ.2529 ที่จังหวัดภูเก็ต สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาพัฒนาผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรมเกษตร ภาควิชาพัฒนาผลิตภัณฑ์ คณะอุตสาหกรรมเกษตร มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ เมื่อปีการศึกษา 2551 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตร วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการประกันภัย ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2552