

## บทที่ 2

### ทฤษฎีการวิเคราะห์และผลงานในอดีตที่เกี่ยวข้อง

การวิเคราะห์ปัญหาก่อสร้างในงานวิศวกรรมปฐพีสามารถแบ่งประเภทได้เป็น 2 กลุ่มใหญ่ๆ คือ

1. **ปัญหาเสถียรภาพ (Stability Problems)** เป็นการวิเคราะห์เพื่อหาค่าแรงวิกฤติที่ทำให้เกิดการวิบัติในมวลดิน (Failure or Collapse Calculation)

2. **ปัญหาการเคลื่อนตัว (Deformation Problems)** เป็นการวิเคราะห์เพื่อหาปริมาณการเคลื่อนตัวของมวลดิน โครงสร้าง และระบบโครงสร้างทั้งระบบ ทางแนวด้านข้างและทางแนวดิ่ง

ตัวอย่างปัญหาเสถียรภาพ (Stability Problems) ได้แก่ การวิเคราะห์แรงดันด้านข้างของมวลดิน (Lateral Earth Pressure) การวิเคราะห์เสถียรภาพของความลาด (Slope Stability)

ตัวอย่างปัญหาการวิเคราะห์การเคลื่อนตัว (Deformation Problems) ได้แก่ การวิเคราะห์การเคลื่อนตัวด้านข้างของตลิ่ง การหาค่าการทรุดตัวของความลาด

#### 2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ปัญหาเสถียรภาพ

สำหรับการวิเคราะห์ปัญหาเสถียรภาพทางวิศวกรรมปฐพีจะใช้สมมติฐานความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดแบบ Rigid Perfectly Plastic Material (RPP) ซึ่งมีพื้นฐานที่สมมติว่ามวลดินจะไม่เกิดการเคลื่อนตัวจนกระทั่งถึงแรงวิกฤติขึ้นหรือกล่าวได้ว่าการคำนวณจะไม่พิจารณาผลของการเคลื่อนตัวก่อนการวิบัติ (No Pre-failure Deformation)

วิธีการวิเคราะห์เสถียรภาพทางวิศวกรรมปฐพีที่ใช้สมมติฐาน RPP มีด้วยกัน 3 วิธี ได้แก่

- 1) วิธี Limit Equilibrium
- 2) วิธี Slip-Line Analysis
- 3) วิธี Limit Analysis

วิธีที่ได้รับความนิยมมากที่สุดในการวิเคราะห์ปัญหาด้านเสถียรภาพในงานวิศวกรรมปฐพี ได้แก่ วิธี Limit Equilibrium เนื่องจากสามารถใช้วิเคราะห์ปัญหาในทางปฏิบัติที่มีความสลับซับซ้อน ได้แก่ การรับแรงภายนอกที่สลับซับซ้อนกระทำต่อโครงสร้าง (Complex Loading) และปัญหาที่ประกอบด้วยชั้นดินที่มีคุณสมบัติในการรับแรงเฉือนไม่เท่ากันตลอดความลึก (Non-homogeneous Soil Profile) การคำนวณโดยวิธี Slip-Line Analysis และวิธี Limit Analysis นั้นแม้จะสามารถวิเคราะห์ปัญหาด้านเสถียรภาพได้อย่างถูกต้องแม่นยำกว่าวิธี Limit Equilibrium

เนื่องจากไม่มีสมมติฐานเพิ่มเติมอื่นๆในการคำนวณ แต่ก็มีข้อจำกัดคือการคำนวณด้วยมือโดยวิธีดังกล่าวจะยุ่งยากและไม่สะดวกที่จะนำมาใช้วิเคราะห์ปัญหาที่มีความสลับซับซ้อนดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาแล้วข้างต้น วิธีที่ได้รับความนิยมมากที่สุดในการวิเคราะห์ปัญหาด้านเสถียรภาพในงานวิศวกรรมปฐพีได้แก่ วิธี Limit Equilibrium เนื่องจากสามารถใช้วิเคราะห์ปัญหาในทางปฏิบัติที่มีความสลับซับซ้อนได้ ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้จะกล่าวถึงเฉพาะวิธี Limit Equilibrium เท่านั้น

## 2.2 แนวความคิดพื้นฐานเกี่ยวกับการวิเคราะห์ปัญหาเสถียรภาพ

โดยทั่วไปแล้ว การคำนวณเสถียรภาพของคันดิน [Slope Stability Analysis] ที่จุดวิกฤตอาจเกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงความดันน้ำในทางลาดของตัวมันเองหรือจากแรงภายนอกมากระทำสำหรับปัญหาทางด้านเสถียรภาพแล้วสนใจเรื่องการวิตติที่สามารถพิจารณาจากหลักการสมดุลทางแรง ดังนั้นในการวิเคราะห์ปัญหาเสถียรภาพจึงใช้การวิเคราะห์แบบข้อจำกัดทางด้านสมดุล [Principle of Limit Equilibrium] โดยพิจารณา อัตราส่วนความปลอดภัยจากสัดส่วนระหว่าง ค่ากำลังรับแรงเฉือนของดิน [Shear Strength Parameter] ที่มีอยู่กับค่ากำลังรับแรงเฉือนของดินที่ใช้เพื่อทำให้อยู่ในสภาพสมดุลและค่าพิศความปลอดภัยอาจหาได้จากวิธีวิเคราะห์แบบหน่วยแรงรวม [Total Stress Analysis] หรือแบบหน่วยแรงประสิทธิผล [Effective Stress Analysis]

### 2.2.1 ข้อจำกัดทางด้านสมดุล [Limiting Equilibrium]

ค่าจำกัดความของอัตราส่วนปลอดภัย [Factor of Safety] ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาเสถียรภาพคือ

$$F = \frac{S}{\tau} \quad 2.1$$

โดยที่  $F$  = อัตราปลอดภัย [Factor of Safety]

$S$  = ค่ากำลังรับแรงเฉือนของดิน [Shear Strength]

$\tau$  = หน่วยแรงเฉือนที่เกิดขึ้น หรือหน่วยแรงเฉือนด้านที่ดินต้อง  
ใช้ [Mobilized shear Stress]

กำลังรับแรงเฉือนของดิน [Shear Strength] ทุกๆ จุดบนผิวของการวิบัติ [Failure Surface] จะขึ้นอยู่กับหน่วยแรงกระทำที่ตั้งฉากกับผิวของการวิบัติ [Normal Stress] ตามทฤษฎีของ Mohr และ Coulomb ดังสมการที่ 2.2

$$S = C + \sigma_n \tan \phi \quad 2.2$$

โดยที่  $C$  และ  $\phi$  คือความเชื่อมั่นที่ปรากฏ และมุมด้านทานหน่วยแรงเฉือนจากสมการของ Mohr Coulomb นี้จะเห็นได้ว่าก่อนที่จะทราบค่ากำลังรับแรงเฉือนของดิน จำเป็นที่ต้องทราบค่าหน่วยแรงในแนวตั้งฉากกับผิวของการวิบัติ [Normal Stress] ที่ทุกๆจุดบนผิวของการวิบัติก่อน

ปัญหาของการหาค่าหน่วยแรงกระทำในแนวตั้งฉากกับผิวของการวิบัติเมื่อพิจารณาหน่วยแรงที่เกิดขึ้นจริงเป็นปัญหาแบบ Statically Indeterminate ซึ่งจะพบว่าจำนวนสมการที่ใช้ในการแก้ปัญหา มีน้อยกว่าจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่าในสมการ ดังนั้นในการแก้ปัญหาจำเป็นต้องลดจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่าลง หรือทำการเพิ่มสมการขึ้นจำนวนสมการที่เพิ่มขึ้นนี้หาได้จากการพิจารณาคุณสมบัติความเครียดและความเค้น [Stress Strain Characteristics] หรืออีกวิธีหนึ่งคือการลดจำนวนตัวแปรลง โดยการกำหนดสมมุติฐานขึ้นมาเพื่อลดจำนวนตัวแปรลง โดยมากแล้วพบว่าวิธีการที่จะใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาเสถียรภาพแล้วจะกำหนดสมมุติฐานขึ้นมาเพื่อที่จะลดจำนวนตัวแปรลง วิธีการวิเคราะห์ซึ่งให้ผลละเอียดตามความต้องการทางด้านวิศวกรรมคือ วิธีการแบ่งดินออกเป็นชั้นบางๆ [Method of Slices] ซึ่งสามารถพิจารณาถึงการเปลี่ยนแปลงกำลังรับแรงเฉือนของดินและชนิดของดินกับความลึกอันเกิดขึ้นจริงตามธรรมชาติ เพื่อช่วยในการวิเคราะห์ในแต่ละ Slice เป็นไปได้ ข้อสมมุติฐานต่างๆจึงถูกกำหนดขึ้นมาเพื่อลดตัวแปร วิธีการของ Slice [Method of Slices] ทำได้โดยแบ่งดินเป็น Slice โดยมีหลักการดังนี้

1. จากการพิจารณาว่าหน่วยแรงที่กระทำในแนวตั้งฉากกับผิวของการเกิดการวิบัติพิจารณาเฉพาะในกรณี Static Equilibrium โดยไม่พิจารณาถึงคุณสมบัติทางด้านความเครียดและความเค้นของดิน จำเป็นต้องพิจารณา ถึงตำแหน่งและทิศทางของแรงที่กระทำทางด้านข้างของ Slice

2. โดยทั่วไปแล้ว สำหรับวิธีการทางด้านข้อจำกัดทางด้านสมมูลจะพิจารณาค่าอัตราส่วนความปลอดภัยจะเท่ากันทุกๆ Slice ซึ่งในความเป็นจริงแล้วจะเป็นไปไม่ได้ที่จะเกิดกรณีเช่นนี้ขึ้น ยกเว้นเมื่อการเกิดวิบัติขึ้น อัตราส่วนความปลอดภัยจะเท่ากับหนึ่ง

3. สำหรับบางวิธีการตั้งสมมุติฐานเพื่อแก้ปัญหาแตกต่างกันไปแล้วแต่วิธีที่เสนอ [Fellenius หรือ Bishop] เช่น

(ก) วิธี Bishop's Simplified Method [Bishop, 1955] จะพิจารณาสมมูลในแนวตั้งแต่ละ Slice [Vertical Equilibrium] และพิจารณาสมมูลทางโมเมนต์ของระบบ [Overall Moment of Equilibrium] โดยที่ไม่ทราบขนาดของแรงในแนวราบ [Horizontal Force] นั่นคือแรงในแนวตั้งบริเวณด้านข้างของ Slice ต้องเท่ากัน หรือ มิฉะนั้นต้องเท่ากับศูนย์ ส่วนแรงในแนวนอน

ระหว่าง Slice จะมีค่าเท่าใดก็ได้ ดังนั้นจึงให้ผลรวมของแรงในแนวราบเป็นศูนย์ ส่วน โมเมนต์ของแต่ละ Slice อาจไม่เท่ากับศูนย์ แต่เมื่อพิจารณาโมเมนต์ของทั้งระบบจะสมดุล

(ข) Ordinary Method of Slice [Fellenius, 1927] จะตั้งสมมุติฐานว่า แรงที่กระทำด้านข้างของ Slice เท่ากับศูนย์ และ แต่ละ Slice จะมีแรงลัพธ์เป็นศูนย์ในทิศทางที่ตั้งฉากกับผิวของการวิบัติ Slice นั้นๆ ดังนั้นจะพิจารณาหาสมดุลย์ของโมเมนต์ทั้งระบบ

Wriht et al [1973] กล่าวว่าสำหรับ Limit Equilibrium บางวิธีการสามารถพิจารณาถึงสมดุลได้ทุกๆกรณี เช่น Janbu 's generalied procedure หรือ Morgenstern and price 's procedure โดยจะสามารถหาสมการได้ 3 สมการ สำหรับแต่ละ slice โดยเป็นสมการสมดุลทางแรง 2 สมการ และสมการสมดุลทางโมเมนต์ 1 สมการ

เมื่อพิจารณาการวิบัติของปัญหาเสถียรภาพแล้ว การวิบัติจริงๆไม่ได้เกิดขึ้นพร้อมกันทุกจุดในมวลดิน [การวิบัติแบบนี้เรียกว่า Progressive failure] แต่เมื่อพิจารณาโดยใช้อัตราส่วนปลอดภัย [Factor of Safety] จะสมมุติว่าการวิบัติจะเกิดขึ้นพร้อมกันตลอดความยาวของผิวการวิบัติ

## 2.3 หลักการในการวิเคราะห์ปัญหาเสถียรภาพของคันดิน [Method of Stability Analysis]

การวิเคราะห์ปัญหาเสถียรภาพของคันดิน จำเป็นต้องเกี่ยวข้องกับลักษณะรูปร่างของคันดิน [Geometry] แรงที่กระทำ [Stress] ค่ากำลังรับแรงเฉือนของดิน [Shear Strength Parameter] และแรงดันน้ำในโพรงดินที่เกิดขึ้น [Pore Water Pressure]

การวิเคราะห์อาจแบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน [Lambe, 1987] คือ

1. การวิเคราะห์ขั้นต้น [Preliminary Analysis]
2. การวิเคราะห์แบบประมาณ [Approximate Analysis]
3. การวิเคราะห์โดยละเอียด [Refined Analysis]

ตามรายละเอียดที่แสดงอยู่ในตารางที่ 2.1 สำหรับคันดินที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติ

เนื่องจากการวิเคราะห์ปัญหาทางด้านเสถียรภาพของคันดินเป็นปัญหาการวิเคราะห์ถึงขีดสุดของกำลังรับแรงเฉือนของดินที่ทำให้เกิดสมดุลย์ [Limiting Equilibrium Problem] จึงจำเป็นต้องหา กำลังรับแรงเฉือนที่เหมาะสมกับวิธีการวิเคราะห์และสภาพการระบายน้ำในสนาม ซึ่งสามารถหาได้ 2 วิธี คือ

1. วิธีหน่วยแรงรวม [Total Stress Analysis]
2. วิธีหน่วยแรงประสิทธิผล [Effective Stress Analysis]

ตารางที่ 2.1 การเลือกตัวประกอบที่ใช้ในการวิเคราะห์เสถียรภาพ (Lambe, 1987)

Safety Assessment

	GEOMETRY	STRESS	STRENGTH	PORE PRESSURE
PRELIMINARY	Experience in area Exploration of site	$\tau$ from stability charts $\tau$ & $\sigma'_n$ from infinite slope analysis of statics	S from $s = f$ (index properties) Use $\phi = 30^\circ$	$U = f(w)$ Estimate top flow line to obtain positive pore pressures Ignore negative pore pressures
APPROXIMATE	Experience in area Exploration of site Geology – consider any weak or strong layers; high permeability layers Analyses to find geometry for min FS	Stress analyses based on linear elastic soil behavior Can use chart solutions if applicable	Drained Direct Shear tests on compacted specimens Available test data	Flow analyses Consider negative pore pressures
REFINED	In addition to those above Survey measurement of slides in area Excavation of slides to locate failure surfaces	Numerical Method solution (e.g. Finite Element) to obtain p, q, v for stages in line of selected elements	Lab tests along calculated stress path Direct Shear tests on different sample orientations	Flow analyses Lab measurements of residual pore pressure Measure $U, w, \gamma_d$ in field & use relationships of $u_r = f(w, \gamma_d, \dots)$

### 2.3.1 วิธีหน่วยแรงรวม [Total Stress Analysis]

พิจารณาขณะที่เกิดการวิบัติไม่มีการเปลี่ยนแปลงความชื้นในมวลดิน [Moisture Content] นั่นคือน้ำไม่สามารถกระจายออกจากดินได้ในขณะที่เกิดการวิบัติ

และกำลังรับแรงเฉือนของดินคำนวณจากทฤษฎีของ Mohr และ Coulomb ในรูปของหน่วยแรงรวม สำหรับดินเหนียวที่อิ่มตัวด้วยน้ำ ค่า  $\phi = 0$  ในการวิเคราะห์เมื่อใช้ค่า  $\sigma_n$  เป็นหน่วยแรงรวม ตามสมการที่ 2.3 จะได้ว่า

$$\tau = \frac{Su}{F} \quad 2.3$$

ในกรณีนี้จากหลักการ  $\phi = 0$  ค่ากำลังรับแรงเฉือนที่เกิดขึ้นจะไม่ขึ้นกับหน่วยแรงรวมในแนวตั้งฉากกับผิวของการเกิดวิบัติ สำหรับดินอิ่มตัวด้วยน้ำแล้วกำลังรับแรงเฉือนแบบไม่ระบายน้ำ [Undrained Shear Strength; S] หาได้จากการทดสอบแบบ Unconsolidated Undrained Triaxial Test หรือ Consolidated Undrained Test จากตัวอย่างที่ดินที่ไม่ถูกรบกวน [Undisturbed Sample] หรือ หาได้จากการทดสอบในสนาม [In Situ Test] เช่น Field Vane Test เป็นต้น โดยทั่วไปแล้วค่ากำลังรับแรงเฉือนที่เกิดขึ้นจริงแบบไม่ระบายน้ำ ( $S_u$ ) จะเปลี่ยนแปลงตามความลึกซึ่งค่าที่นำมาใช้ควรเป็นค่าที่เกิดขึ้นบริเวณรอยผิวของการวิบัติ

สำหรับการวิเคราะห์แบบหน่วยแรงรวมจะให้ค่าถูกต้องในกรณีที่สามารถหาค่ากำลังรับแรงเฉือนแบบไม่ระบายน้ำซึ่งวัดได้หลายวิธีได้เหมาะสม โดยพิจารณาจากการวิบัติที่เกิดขึ้นจริงวิเคราะห์ตามลักษณะของผิวของการวิบัติและสภาพการระบายน้ำที่เกิดขึ้นจริงด้วย

US Army Corps of Engineers [USCE] [Ladd & Koutsotas, 1985] ได้เสนอวิธีการวิเคราะห์ปัญหาเสถียรภาพแบบ Conventional Method ดังต่อไปนี้ คือใช้การทดสอบ Isotropically Consolidated – Undrained Triaxial Compression Test [CIUC] เพื่อหาค่ากำลังรับแรงเฉือนที่เพิ่มขึ้นจากการอัดตัวคายน้ำ

### 2.3.2 วิธีหน่วยแรงประสิทธิผล [Effective Stress Analysis]

ในกรณีของการวิเคราะห์หน่วยแรงประสิทธิผล ค่ากำลังรับแรงเฉือนที่ใช้ในการวิเคราะห์ คือ

$$\tau = \frac{\bar{C}}{F} + \frac{(\sigma_n - u)(\tan \bar{\phi})}{F} \quad 2.4$$

โดยที่ค่าอัตราส่วนปลอดภัย [Factor of Safety; F] นำมาเพื่อใช้พิจารณาถึงสมมูลตลอดผิวที่มีการวิบัติ ค่ากำลังรับแรงเฉือนจะหาได้จากการทดสอบแบบระบายน้ำ [Drained

Shear Strength] ค่าหน่วยแรงรวมในแนวตั้งฉาก  $[\sigma_v]$  หากจากมวลดินที่อยู่เหนือการวิบัติโดยใช้วิธีที่เหมาะสม เช่น จากวิธีการคำนวณ ส่วนวิธีในการหาแรงดันของ [Pore Pressure] หาได้ 2 วิธี โดยพิจารณาตามสภาพการไหลของน้ำออกจากมวลดิน ดังนี้ คือ

1. พิจารณาว่า แรงดันน้ำไม่ขึ้นกับหน่วยแรงที่เปลี่ยนแปลงไป นั่นคือน้ำที่สามารถไหลออกจากดินได้สะดวกค่าแรงดันน้ำสามารถหาได้จากระดับน้ำใต้ดิน [Ground Water Table] ในกรณีที่ไม่มีกรไหล หรือจากตาข่ายการไหล [Flow Net] ในกรณีที่ไม่มีกรไหลคงที่กับเวลา [Steady Seepage] โดยที่ค่าแรงดันน้ำจะหาได้จากการคำนวณหรือวัดค่าที่เกิดขึ้นจริงในสนาม

2. พิจารณาว่า แรงดันน้ำขึ้นกับหน่วยแรงที่เปลี่ยนแปลงไป คือ น้ำไม่สามารถไหลออกจากดินได้สะดวก ทำให้เกิดแรงดันน้ำในโพรงดินเพิ่ม [Excess Pore Pressure,  $\Delta U$ ] โดยคำนวณแรงดันน้ำจากผลของการเปลี่ยนแปลงหน่วยแรง หรือ ทำการวัดค่าที่เกิดขึ้นจริงในสนาม

#### 2.4 ค้นดินธรรมชาติ [Natural Slope]

ค้นดินตามธรรมชาติเป็นค้นดินที่เกิดจากการก่อตัวขึ้นทางด้านภูมิศาสตร์ ซึ่งเป็นค้นดิน ที่อาจจะได้มาจากการกัดเซาะ [Erosion] หรือการเลื่อนไถลของพื้นดิน [Slide] หรืออาจจะพิจารณาว่าค้นดินที่เกิดจากการขุดของมนุษย์ที่แรงดันน้ำในโพรงดินที่เพิ่มขึ้น [Excess Pore Pressure] ซึ่งเป็นผลมาจากการขุดหายไปหมดแล้วจะพิจารณาค้นดินประเภทนี้เหมือนกับค้นดินตามธรรมชาติ [Natural Slope]

คุณสมบัติอันหนึ่งของค้นดินธรรมชาติ คือ ค่าแรงดันน้ำในโพรงดินก่อนการวิบัติเป็นค่าที่หาได้จากระดับน้ำใต้ดิน [Ground Water Condition] และการเปลี่ยนแปลงแรงดันน้ำในโพรงดิน จะเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงฤดูกาล [Season Variable] ในระหว่างการวิบัติความค้นน้ำในดินเหนียวอาจเพิ่มขึ้น ขึ้นอยู่กับอัตราการเคลื่อนตัวของค้นดิน

ในการพิจารณาปัญหาเสถียรภาพของค้นดินเป็นปัญหาทางด้าน Unloading ซึ่งเกิดจากการนำน้ำหนักกระทำออก (เช่น การขุด) จึงเป็นกรณีของปัญหาที่สภาพวิกฤติ [Critical Condition] จะอยู่ในระยะยาว [Long Term Condition] กล่าวคือแรงดันน้ำในโพรงเพิ่ม [Excess Pore Pressure] มีค่าเป็นศูนย์ก่อนที่ค้นดินจะเกิดการวิบัติการวิเคราะห์อาจจะใช้วิธีหน่วยแรงประสิทธิผล [Effective Stress Analysis] ซึ่งหมายความว่า การเคลื่อนตัวของค้นดินเป็นไปอย่างช้ามาก จนกระทั่งระหว่างการวิบัติค่าแรงดันน้ำในดินเหนียวไม่มีการเปลี่ยนแปลงอีก โดยใช้ค่ากำลังรับแรงเฉือน [Shear Strength Parameter;  $\bar{c}$ ,  $\bar{\phi}$ ] จะได้มาจากการทดสอบแบบระบายน้ำ [Drained Test] หรืออาจจะใช้ค่ากำลังรับแรงเฉือน  $[\bar{c}, \bar{\phi}]$  ที่  $\bar{\sigma}_1 / \bar{\sigma}_3$  สูงสุดจากการทดสอบ

แบบ Consolidated Undrained Test [CU test] โดยทำการวัดแรงดันน้ำในโพรงดินที่เกิดขึ้นก็ได้ หรือเมื่อการวิบัติเกิดขึ้นอย่างรวดเร็วจนเกิดแรงดันน้ำในโพรงดินเพิ่มขึ้นในดินเหนียว การวิเคราะห์ ควรทำแบบวิธีหน่วยแรงรวม [Total Stress Analysis] โดยใช้ค่ากำลังรับแรงเฉือนแบบไม่ระบาย น้ำ [Undrained Shear Strength;  $S_u$ ] อันเกิดจากค่าหน่วยแรงประสิทธิผลในแนวตั้ง ในขณะที่การวิบัติ [Effective Overburden Pressure;  $\bar{\sigma}_{vo}$ ] ที่เกิดขึ้นจริงก่อนการวิบัติ [Ladd, 1988]

ส่วนในกรณีที่เกิดการเปลี่ยนแปลงระดับน้ำอย่างรวดเร็ว [Rapid Drawdown] อาจพิจารณาตามสมมุติฐานได้ 2 กรณี คือ

1. เวลาในการที่น้ำจะไหลออกจากโพรงดินมากกว่าเวลาที่ใช้ในการลดระดับน้ำ [Consolidation Time Much Larger than Drawdown time] การคำนวณอาจแบ่งออกได้เป็น 2 วิธี คือ คำนวณโดยใช้วิธีหน่วยแรงประสิทธิผล [Effective Stress Analysis] จะทำการคำนวณแรงดันน้ำในโพรงดิน [Pore Pressure] ซึ่งเป็นผลจากการเปลี่ยนแปลงระดับน้ำทำให้เกิดการวิบัติ ส่วนในกรณีคำนวณแบบหน่วยแรงรวม [Total Stress Analysis] จะใช้ค่าแรงเฉือนแบบไม่ระบาย น้ำ [Undrained Shear Strength] ภายใต้อายุหน่วยแรงที่กระทำกับดินก่อนหน้าที่จะมีการลดระดับน้ำ เกิดขึ้น

2. เวลาในการที่น้ำไหลออกจากโพรงดินน้อยกว่าเวลาที่ใช้ในการลดระดับน้ำ [Consolidation Time Much Less Than Drawdown Time] การคำนวณจะใช้วิธีหน่วยแรงประสิทธิผล [Effective Stress Analysis] โดยคำนวณค่าแรงดันน้ำในโพรงดินจากตาข่ายการไหล [Flow Net]

Bishop and Henkel [1962] กล่าวว่า การวิเคราะห์เสถียรภาพของคันดินธรรมชาติในกรณีที่มีการลดระดับน้ำอย่างรวดเร็วสำหรับดินเหนียว [Natural Slope Subject to Rapid Drawdown] ให้วิเคราะห์โดยใช้วิธีหน่วยแรงประสิทธิผลโดยใช้ค่ากำลังรับแรงเฉือน [ $C$ ,  $\phi$ ] จากการทดสอบ Consolidated Undrained Test ค่าแรงดันน้ำในโพรงดินจะคำนวณจากการเปลี่ยนแปลงหน่วยแรง (ในการทดสอบตัวอย่างดินจะถูกทำให้อิ่มตัวด้วยน้ำและอัดตัวคายน้ำภายใต้หน่วยแรงที่จะเกิดก่อนการลดระดับน้ำ และมีการเปลี่ยนแปลงหน่วยแรงเนื่องจากการลดระดับน้ำ โดยที่ไม่มี การระบายน้ำ)

Lambe [1979] กล่าวว่า ในการวิเคราะห์ปัญหาทางด้านเสถียรภาพของคันดินในกรณีของ ปัญหาระยะยาวแล้ว ให้ใช้การวิเคราะห์แบบหน่วยแรงประสิทธิผล [Effective Stress Analysis] โดยใช้ค่าแรงดันน้ำในโพรงดินจากระดับน้ำใต้ดินที่อยู่ในสภาวะสมดุลย์ [Equilibrium Ground Water Condition]



## 2.5 ค่ากำลังรับแรงเฉือนของดิน [Shear Strength]

การหาค่ากำลังรับแรงเฉือนของดิน สามารถได้จากการทดลองในสนามและการทดลองในห้องทดลอง [Field Test and Laboratory Test] จุดประสงค์ของการเจาะสำรวจและทดสอบหาคุณสมบัติของดินที่มีผลกระทบต่อเสถียรภาพของคันดิน เพื่อที่จะให้ได้ผลการทดสอบหาค่ากำลังรับแรงเฉือนของดินที่น่าเชื่อถือ ค่ากำลังรับแรงเฉือนของดินควรได้จากตัวอย่างที่ไม่ถูกรบกวน [Undisturbed Sample]

การทดสอบหาค่ากำลังรับแรงเฉือนของดินสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ชนิด คือ

1. การทดสอบในสนาม [Field Test]
2. การทดสอบในห้องทดลอง [Laboratory Test]

### 2.5.1 การทดสอบในสนาม [Field Test]

การทดสอบในสนามเพื่อหาค่ากำลังรับแรงเฉือนของดิน สามารถหาได้จากการทดสอบหลายแบบ เช่น Standard Penetration Test และ Field Vane Test

### 2.5.2 การทดสอบในห้องทดลอง (Laboratory Test)

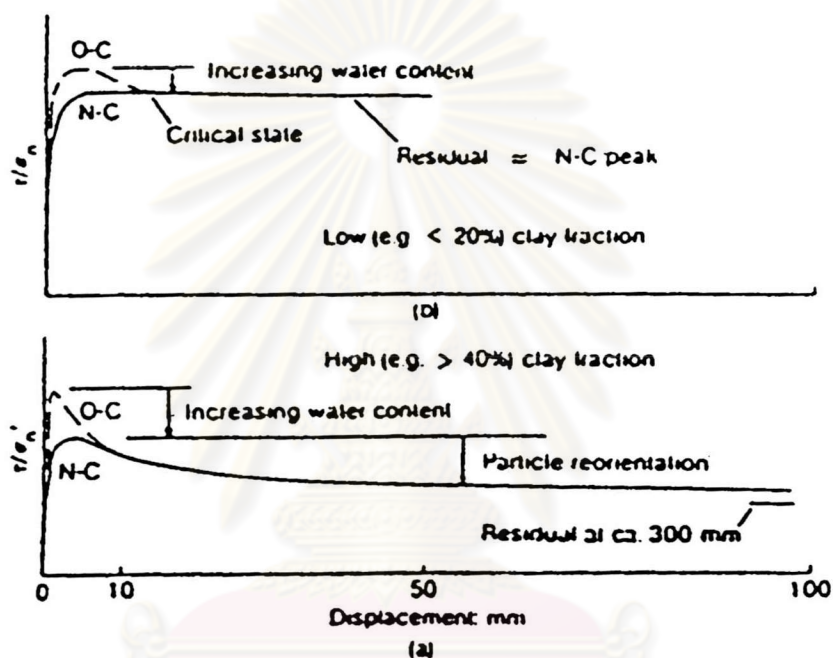
การทดสอบในห้องทดลอง จะสามารถใช้หาค่ากำลังรับแรงเฉือนทั้งแบบหน่วยแรงรวม และหน่วยแรงประสิทธิผลได้ โดยที่การทดสอบในห้องทดลองสามารถแทนเงื่อนไขที่จะเกิดขึ้นในปัญหาทางวิศวกรรมได้ดีกว่าการทดสอบในสนาม สำหรับการวิเคราะห์ปัญหาเสถียรภาพ จะใช้การทดสอบในห้องทดลองต่อไปนี้ เพื่อหาค่ากำลังรับแรงเฉือนของดิน เช่น

1. Unconfined Compression Test
2. Triaxial Test

โดยหลักการแล้วในภาคปฏิบัติในประเทศไทย การทดสอบ Unconfined compression Test จะทดสอบหาค่ากำลังรับแรงเฉือนแบบไม่ระบายน้ำของดินเหนียวอิมิตัวด้วยน้ำ ส่วนการทดสอบ Triaxial Test จะทำกับดินเหนียวอิมิตัวด้วยน้ำ เพื่อหาค่ากำลังรับแรงเฉือนแบบระบายน้ำและไม่ระบายน้ำ แล้วแต่ชนิดของการทดสอบ ซึ่งประกอบด้วยการทดสอบแบบ Unconsolidated Undrained Tested [UU Test], Consolidated Undrained Test [CU Test] และ Consolidated Drained Test [CD Test]

การหาค่ากำลังรับแรงเฉือนของดินนั้น เมื่อพิจารณาหน่วยแรงเฉือนที่ดินถูกกระทำกับการเคลื่อนตัว [Shear Strength VS Displacement] จะพบว่าการลดลงของค่ากำลังรับแรงเฉือนเมื่อมีการเคลื่อนตัวมากขึ้น ดังปรากฏในรูปที่ 2.1 สำหรับดินประเภท Intact Over consolidated Clay จะมีการลดลงของกำลังรับแรงเฉือนแบบระบายน้ำ [Drained Strength] เป็นผลมาจากการ

เพิ่มขึ้นของความชื้นในมวลดิน และการจัดเรียงค่าใหม่ของอนุภาคของดินให้มีทิศทางขนานกับทิศทางของการเฉือน โดยที่จุดสิ้นสุดของการลดลงของกำลังรับแรงเฉือนครั้งแรกเรียกว่า Fully Softened หรือ Critical Stage และมีการเคลื่อนตัวต่อไป เมื่อมีการจัดเรียงตัวของอนุภาคดินในทิศทางที่ขนานกับการเฉือนจนสมบูรณ์แล้ว ค่ากำลังรับแรงเฉือนจะลดลงจนมีค่าคงที่เรียกว่า Residual Strength สำหรับ normally Consolidated Clay แล้วเมื่อมีการเคลื่อนตัวหลังจากที่ถึงจุดกำลังรับแรงเฉือนสูงสุด [Peak Strength] เพียงเล็กน้อย จะมีการลดลงของกำลังรับแรงเฉือนไม่มากนักเป็นผลมาจากการจัดเรียงตัวของอนุภาคใหม่ไม่มากนัก



Diagrammatic stress-displacement curves at constant  $\sigma'_v$

รูปที่ 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ากำลังรับแรงเฉือนกับการเคลื่อนตัว เมื่อเปรียบเทียบที่หน่วยแรงประสิทธิผลในแนวตั้งเดียวกัน (Skempton, 1985)

ดังนั้นในการคำนวณหาอัตราส่วนปลอดภัยของกันดิน จำเป็นต้องพิจารณาการลดลงของค่ากำลังรับแรงเฉือนของดินด้วยซึ่งหมายความว่า ค่ากำลังรับแรงเฉือนอาจจะเป็นค่า Peak Strength หรือ Residual Strength ก็ได้ขึ้นอยู่กับปริมาณการเคลื่อนตัวของกันดินเวลาที่เกิดอุบัติเหตุและชนิดของดินเหนียว

### 2.5.3 กำลังรับแรงเฉือนแบบไม่ระบายน้ำของกันดิน

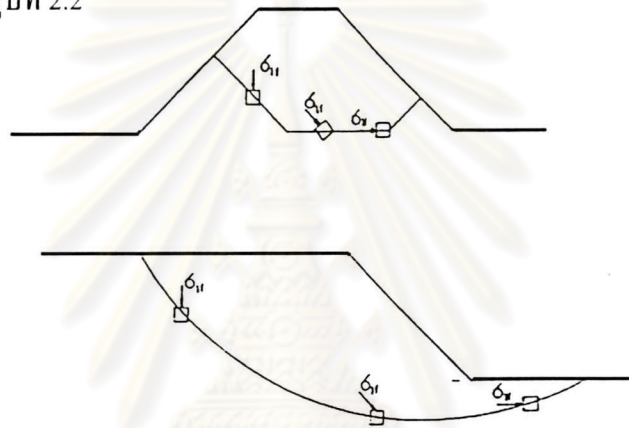
การศึกษาถึงค่ากำลังรับแรงเฉือนแบบไม่ระบายน้ำจะพบว่าผลกระทบที่มีต่อกำลังรับแรงเฉือนแบบไม่ระบายน้ำ มีดังต่อไปนี้คือ

1. Sample Disturbance
2. Strength and Stress Strain Anisotropy
3. Strain Rate Effect

## 2.5.4 การเลือกค่าแรงเฉือนแบบไม่ระบายน้ำในการวิเคราะห์

### 2.5.4.1 การใช้ข้อมูลจากการทดลอง

ในการวิเคราะห์เสถียรภาพ [Stability Analysis] เพื่อพิจารณารอยผิวกการวิบัติเป็นส่วนโค้งของวงกลม [Circular Arc] หรือเป็นรูปลิ่ม [sliding Wedge Analysis] เพื่อพิจารณาถึงหน่วยแรงที่เกิดขึ้น จะพบว่าหน่วยแรงที่เกิดขึ้นจะเปลี่ยนแปลงไปเรื่อยจากสภาพ Active จนถึงสภาพ Passive ดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 แสดงหน่วยแรงที่เกิดขึ้นสำหรับการพิบัติของปัญหาเสถียรภาพ ในกรณีรอยผิวกการวิบัติเป็นรูปลิ่ม หรือ ส่วนโค้ง (Ladd and Koutsoftas, 1985, Lass and Foott, 1974)

ลักษณะการวิบัติของดินเพื่อพิจารณาระบบของหน่วยแรงที่สามารถเกิดการวิบัติที่สอดคล้องกับการทดสอบดินในห้องปฏิบัติการที่ใช้งานอยู่ แบ่งการพิจารณาออกได้เป็น 3 แบบ ด้วยกันคือ

1. การวิบัติของดินบริเวณจุดเริ่มต้นของการวิบัติ จะสอดคล้องกับการทดลอง Plane Strain Compression [PSC] หรือ Triaxial Compression [TC]
2. การวิบัติของดินบริเวณส่วนกลางของการวิบัติ จะสอดคล้องกับการทดสอบ Direct Simple Shear [DSS]
3. การวิบัติของดินบริเวณส่วนปลายของการวิบัติ จะสอดคล้องกับการทดสอบ Plane Strain Extension [PSE] หรือ Triaxial Extension [TE]

จากระบบของหน่วยแรงที่ทำให้เกิดการวิบัติทั้ง 3 แบบ หากจะทำการวิเคราะห์เสถียรภาพให้ถูกต้องแล้วกำลังรับแรงเฉือนของดินที่ใช้ต้องแบ่งออกเป็น 3 ส่วน แต่ในการกระทำเช่นนี้แล้วโดยปกติ มักจะไม่ทำกัน เนื่องจากเกิดความยุ่งยาก

Ladd & Foott (1974) ในการพิจารณาเสถียรภาพของคันดินในกรณีที่เกิดการวิบัติเป็นส่วนโค้งวงกลมอย่างสมบูรณ์ สำหรับระบบหน่วยแรงจาก Active ไปจนถึง Passive แล้ว ให้ใช้ค่าเฉลี่ยของ Normalized Strength จาก PSA และ PSP Test หรือจาก TC และ TE Test เพื่อทำการวิเคราะห์สำหรับดินเหนียวชั้นดินแปรปรวน

#### 2.5.4.2 การใช้ข้อมูลจากการทดลองในสนาม

สำหรับการวิเคราะห์เสถียรภาพ นอกจากจะใช้ข้อมูลกำลังรับแรงเฉือนที่ได้จากการทดสอบในห้องทดลองแล้ว อาจจะใช้ข้อมูลกำลังรับแรงเฉือนจากการทดสอบในสนามก็ได้ การทดสอบในสนามที่เป็นที่นิยมนำกำลังรับแรงเฉือนมาวิเคราะห์เสถียรภาพในประเทศไทย คือ Geonor Field Vane test

### 2.6 แรงดันน้ำในโพรงดิน (Pore Water Pressure)

การวิเคราะห์ปัญหาเสถียรภาพของคันดิน อาจแทนค่าแรงดันน้ำในโพรงดินสำหรับหาอัตราส่วนปลอดภัย ในรูปอัตราส่วนของแรงดันน้ำในโพรงดินต่อน้ำหนักของดิน [Pore Water Pressure Ratio;  $r_u$ ]

$$\text{โดยที่} \quad r_u = U / \gamma_T H \quad 2.5$$

การใช้ Pore Water Pressure Ratio จะไม่เหมาะสมกับปัญหาเสถียรภาพที่แรงดันน้ำในโพรงดินขึ้นอยู่กับเปลี่ยนแปลงหน่วยแรงในมวลดิน เช่น การก่อสร้างคันดินก่อนที่จะมีการอัดตัวคาน้ำ แต่จะเหมาะสมกับการคำนวณแรงดันน้ำในโพรงดินจากกรณีของ Steady Stage หรือ Hydrostatic ในความเป็นจริงแล้วค่า Pore Pressure Ratio จะไม่คงที่ตลอดรูปร่างหน้าตัดของการเกิดวิบัติแต่การใช้ค่าเฉลี่ยในกรณีดังกล่าวก็มิได้ทำการวิเคราะห์ผิดพลาดไปมากนัก [Bishop and Morgenstern, 1960]

แรงดันน้ำในโพรงดินที่มีปัญหาเสถียรภาพอาจแบ่งออกได้เป็น 3 แบบ คือ

1. Steady Seepage
2. Rapid Drawdown
3. Artesian Pressure

#### 2.6.1 กรณี Steady Seepage

สำหรับคันดินธรรมชาติ ในกรณีที่เกิดว่าเป็นปัญหาระยะยาวแล้ว แรงดันน้ำในโพรงดินจะหาจากสภาพ Steady Seepage โดยที่สมมุติขณะที่ดินเริ่มเกิดการวิบัติไม่เกิดค่าแรงดันน้ำในโพรงเพิ่มขึ้นอันเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงของหน่วยแรงประสิทธิผลดังนั้นค่าแรงดันน้ำในโพรงดินจะถูกควบคุมด้วยระดับน้ำในใต้ดินและทิศทางการไหลของน้ำ การหาค่าการกระจายของ

แรงดันน้ำในโพรงดินอาจทำได้โดยการวัดค่า Piezometer ในสนามและติดตั้ง Observation Well ในทิศทางตั้งฉากกับคันดิน [Sevaldson, 1950] หรือ คำนวณแรงดันน้ำในโพรงดินการวิเคราะห์ใช้วิธีของหน่วยแรงประสิทธิผล

รูปที่ 2.3 แสดงการคำนวณปัญหาเสถียรภาพ ในกรณีที่มีการไหลแบบ Steady Seepage ในกรณีใช้ Method of Slice โดยคิดว่าดินเป็นเนื้อเดียวกัน [Homogenous Soil] ดังนั้นค่าแรงดันน้ำในโพรงดินของแต่ละ Slice จะคำนวณในรูปฟังก์ชันของค่าเฉลี่ย Pressure Head ของแต่ละ Slice

Lambe [1979] ได้แสดงวิธีการหาค่าแรงดันน้ำในโพรงดิน เมื่อพิจารณาว่าการไหลเป็นแบบ Steady Seepage ในทิศทางขนานกับความลาด [Slope] ซึ่งอาจเกิดขึ้นได้กับคันดินธรรมชาติ ดังรูปที่ 2.4

ในดินเหนียวอ่อนหรือแข็งปานกลาง การเคลื่อนตัวของคันดินอาจทำให้เกิดความดันน้ำในโพรงเพิ่มขึ้น เนื่องจากมีการเคลื่อนตัวอยู่ในสภาพไม่ระบายน้ำ การวิเคราะห์ทำได้โดยวิเคราะห์แบบหน่วยแรงรวม [Total Stress] โดยใช้ค่า  $S_u$  ที่เกิดจากค่าหน่วยแรงประสิทธิผลในแนวตั้งโดยวัดความดันน้ำในสภาพ Steady State [Ladd, 1988]

### 2.6.2 Rapid Drawdown

ในกรณีที่มีการเปลี่ยนแปลงระดับน้ำอย่างรวดเร็ว [Rapid Drawdown] จะทำให้เสถียรภาพของคันดินลดลง โดยที่ก่อนหน้าที่จะมีการลดระดับน้ำ ค่าแรงดันน้ำในโพรงดินอยู่ในสภาพสมดุล ผลของการลดระดับน้ำจะทำให้เกิด Boundary Condition ใหม่ โดยจะทำให้การไหลของน้ำไม่คงที่กับเวลา จนกว่า Phreatic Line จะอยู่ในสภาพสมดุลอันใหม่

ค่าแรงดันน้ำในโพรงดินหลังการลดระดับน้ำสามารถหาได้จากผลการทดลอง Triaxial Test โดยหาความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลง Pore Pressure จากการเปลี่ยนแปลงหน่วยแรงหลัก

$$\text{โดยที่} \quad u = u_0 + \Delta u \quad 2.6$$

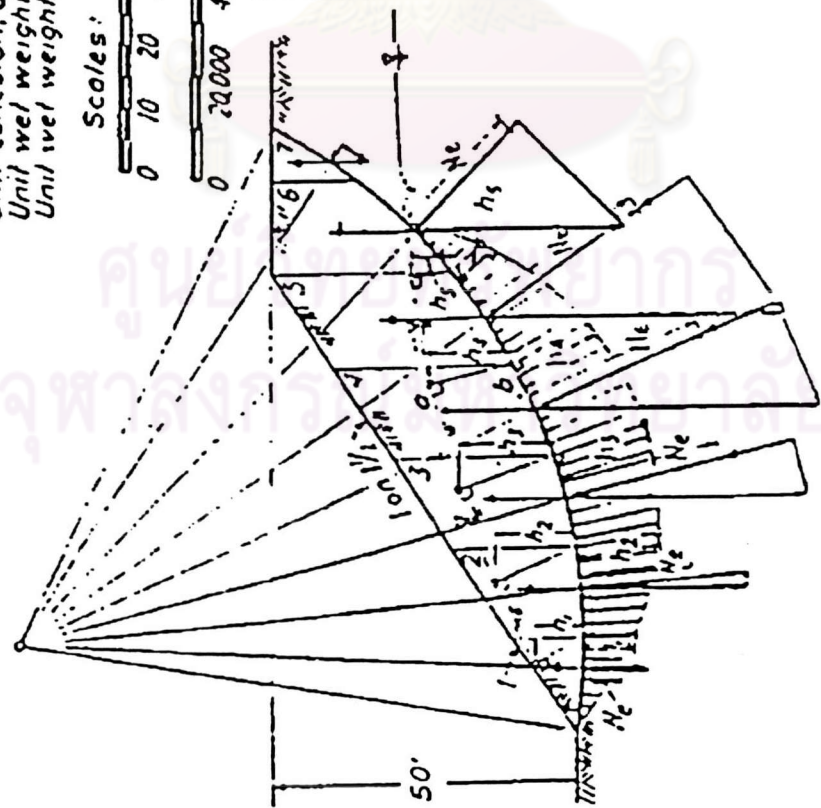
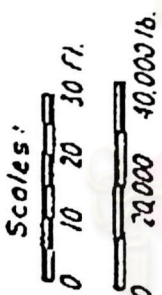
$$\Delta u = \bar{B} \Delta \sigma_1 \quad 2.7$$

Skempton [1954] ได้หาค่าความสัมพันธ์ของ  $\Delta u$  ในรูปของ Pore Pressure Coefficient จากสมการ

$$\Delta u = B [\Delta \sigma_3 + A (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)] \quad 2.8$$

Hough [1957] ได้ตั้งข้อสมมุติฐานสำหรับกรณี Rapid Drawdown สำหรับการวิเคราะห์ปัญหาเสถียรภาพ โดยขึ้นอยู่กับความซึมผ่านได้ [Coefficient of Permeability] ของดินชั้นฐานของคันดิน ดังปรากฏในรูปที่ 2.5 จะพบว่าในกรณีของดินบริเวณฐานของคันดิน เป็นชั้นดินที่น้ำสามารถซึมผ่านได้ยาก [Impervious Layer] จะทำให้เป็นอันตรายต่อเสถียรภาพ รูปดังกล่าว

Given:  
 Friction angle,  $\phi = 15^\circ$  ( $\tan \phi = 0.268$ )  
 Unit cohesion,  $c = 0.25$  tons/sq. ft.  
 Unit wet weight,  $\gamma_{wet} = 126$  lb./cu. ft. (above ground water)  
 Unit wet weight,  $\gamma_{wet} = 132$  lb./cu. ft. (below ground water)

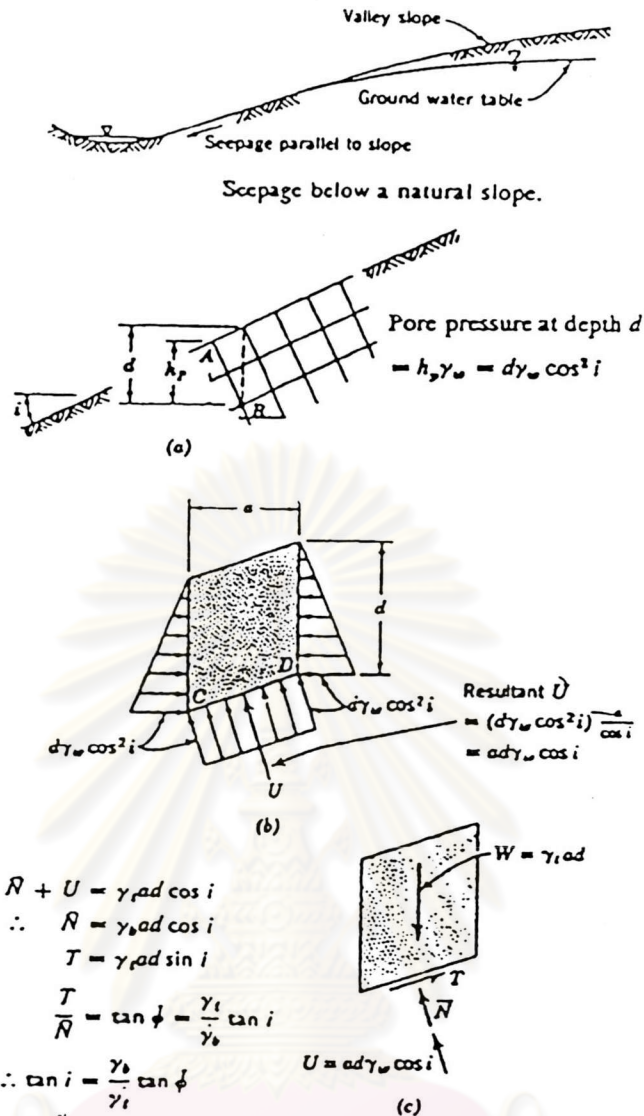


Slice No.	Total Weight of Slice, $W_f$ (lb./lin. ft.)	Effective Normal Comp of Total Weight, $N_e$ (lb./lin. ft.)	Tangential Components of Total Weight		Resistance Due to Friction, $N_e \tan \phi$ (lb./lin. ft.)	Contact Area at Bottom of Slice, $\delta L$ (sq. ft./lin. ft.)	Resistance Due to Cohesion $c \delta L$ (lb./lin. ft.)
			Driving Force, $T$ (lb./lin. ft.)	Resisting Force, $R$ (lb./lin. ft.)			
1	11,450	7,680		750	2,060	15.3	7,650
2	30,940	20,970	2,800		5,620	15.0	7,500
3	45,440	30,500	11,000		8,180	15.3	7,650
4	54,600	35,000	22,000		9,380	16.3	8,150
5	57,200	36,000	31,800		9,650	18.0	9,000
6	41,540	27,000	29,000		7,230	21.7	10,850
7	7,520	4,200	6,400		1,130	16.3	8,150
Totals			103,000	750	43,250		59,000

$$S.F. = \frac{\sum c \delta L + \sum N_e \tan \phi + \sum T_R}{\sum T_D}$$

$$S.F. = \frac{59,000 + 43,250 + 750}{103,000} = 1.00$$

รูปที่ 2.3 การคำนวณปัญหาเสถียรภาพ ในกรณีมีการไหลแบบ steady seepage (Hough, 1957)



รูปที่ 2.4 การหาความดันน้ำในโพรงดิน สำหรับการไหลแบบ Steady seepage ในทิศทางขนานกับมวลลาด (Lambe, 1979)

พิจารณาว่าชนิดของดินที่เป็นก้นดิน เป็นดินชนิดที่น้ำไหลออกได้ช้ากว่าการลดลงของระดับน้ำหน้าก้นดิน

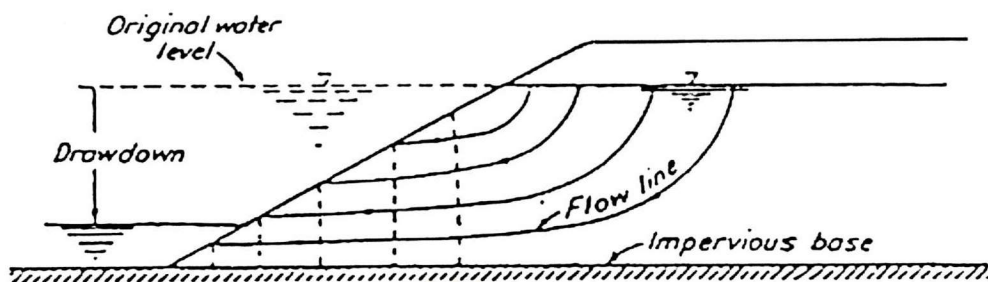
2.6.3 Artesian Pressure

แรงดันน้ำบาดาลจะมีผลต่อชั้นดินที่ความชื้นผ่านได้สูง โดยจะทำให้แรงเสียดทานภายในของเม็ดดิน [Intergranular Pressure] ลดลง ทำให้อาจมีผลทำให้เกิดการวิบัติ Hough [1957] แนะนำว่า ในกรณีวิเคราะห์ก้นดินที่มี Granular Soil บริเวณฐานของก้นดิน ควรลดค่ากำลังรับแรงเฉือนของดินลงเนื่องจากผลของ Artesian Pressure

2.7 สาเหตุการวิบัติของก้นดินธรรมชาติ

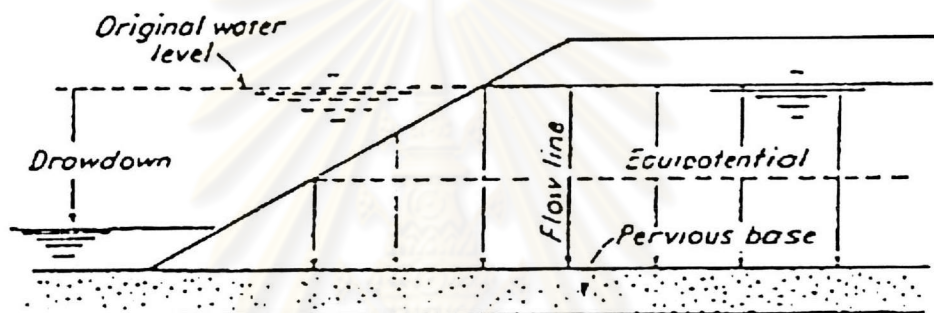
สาเหตุการวิบัติของก้นดินธรรมชาติจะเป็นผลมาจากน้ำหนักของตัวมันเอง หรือการเปลี่ยนแปลงความดันน้ำในดินและแรงภายนอก โดยอาศัยความต้านทานแรงเฉือนในตัวมันเองเป็น

ตัวต้านการวิบัติ การวิบัติจะเกิดขึ้นเมื่อแรงต้านทานต่อแรงเฉือน [Shearing Resistance] มีไม่เพียงพอที่จะทำให้เกิดสมดุลกับแรงที่ทำให้เกิดการเคลื่อนตัว



*In section near face of slope, flow lines are approximately horizontal, equipotential lines vertical*

(a)



*In section near face of slope (and generally throughout the bank), flow lines are approximately vertical, equipotential lines horizontal*

(b)

Figure redrawn from Terzaghi & Peck, *Soils Mechanics in Engineering Practice*, Copyright 1948, John Wiley & Sons, Inc.

รูปที่ 2.5 สมมุติฐานการหาแรงดันน้ำในโพรงดิน ในกรณี Rapid drawdown (Hough, 1957)

คันดินธรรมชาติที่ตั้งอยู่ได้มาเป็นเวลานาน อาจเกิดการวิบัติขึ้นทันทีทันใดสาเหตุของการวิบัติอาจเกิดขึ้นจากสาเหตุหลายประการ ดังต่อไปนี้

1. การรบกวนต่อรูปร่างคันดิน
2. แรงกระทำภายนอก เช่น แผ่นดินไหว หรือ ภูเขาไฟระเบิด
3. การเพิ่มขึ้นของแรงดันน้ำในโพรงดิน จากการที่ระดับน้ำใต้ดินสูงขึ้น
4. การปรับตัวอยู่ในสภาพสมดุลของแรงดันน้ำในโพรงดิน หลังการขุดในกรณีคันดินมีความชื้นได้ต่ำ
5. การลดลงของแรงเฉือนในคันดิน
6. การผูกพันตามธรรมชาติ อาจเป็นสาเหตุหนึ่งทำให้รูปร่างของคันดินเปลี่ยนไป หรือ

กำลังรับแรงเฉือนของดินลดลง



ในกรณีคันดินประกอบด้วยวัสดุหลายๆชนิด ซึ่งจะพบโดยทั่วไปสำหรับคันดินธรรมชาติ [Natural Slope] อาจเป็นสาเหตุอย่างหนึ่งในการที่จะทำให้เกิดการวิบัติขึ้น หากคันดินประกอบด้วยวัสดุ ดังต่อไปนี้

1. การลดลงของกำลังรับแรงเฉือน สำหรับชั้นดินที่ลึกลงไป
2. มีชั้นดินประเภท Weak Plastic Material อยู่ภายใต้คันดิน
3. มีการสลับกันของชั้นดินที่มีความชื้นผ่านของน้ำได้ดี กับชั้นดินที่น้ำซึมผ่านได้ยาก การวิบัติอาจเกิดขึ้นโดยการที่ความดันน้ำในชั้นดินที่น้ำซึมผ่านได้ดีเพิ่มขึ้น ซึ่งมีผลทำให้เสถียรภาพของคันดินต่ำลง

น้ำจะเป็นสาเหตุใหญ่ในการที่ทำให้เกิดการวิบัติขึ้นสำหรับคันดิน ผลกระทบจากน้ำที่มีต่อคันดินธรรมชาติ คือ

1. ปริมาณฝน
2. การขึ้นลงของระดับน้ำ

ปริมาณน้ำฝน ผลกระทบของปริมาณน้ำฝนที่มีต่อเสถียรภาพคันดินมีดังต่อไปนี้

1. เมื่อปริมาณน้ำฝนไหลซึมลงไปดินจะเป็นการเพิ่มค่าแรงดันน้ำในโพรงดินตลอดรอยผิวของการวิบัติ [Slip Surface] ซึ่งจะทำให้ค่าแรงกระทำในแนวตั้งฉากในรูปแรงประสิทธิผล [Effective Normal Stress] ลดลง ดังนั้นค่าแรงต้านทานสำหรับการเลื่อนไถล [Friction Resistance] ลดลง
2. ในดินจำพวก Stiff Fissure Clay ที่ไม่อิ่มตัวด้วยน้ำแล้วน้ำฝนจะทำให้เกิดการบวม [Swelling] ขึ้นซึ่งจะมีผลทำให้แรงยึดเหนี่ยวของดิน [Cohesion] ลดลง
3. น้ำฝนที่ซึมลงในดินจะมีผลทำให้ปริมาณความชื้น [Moisture Content] ในดินเพิ่มขึ้น ซึ่งจะทำให้ค่ากำลังรับแรงเฉือนลดลง
4. ในกรณีที่ดินมีรอยแตก [Tension Crack] เมื่อน้ำฝนซังในรอยแตกนั้นจะทำให้เกิดแรงดันน้ำขึ้น [Hydrostatic Pressure] ซึ่งมีผลทำให้เสถียรภาพของคันดินลดลง
5. น้ำฝนจะเพิ่มน้ำหนักกระทำบนผิวดิน และทำให้ค่าความหนาแน่นของดินสูงขึ้น

การขึ้นลงของระดับน้ำ สำหรับคันดินธรรมชาติในรูปของตลิ่งแม่น้ำ หรือคันดินรอบอ่างเก็บน้ำ การขึ้นลงของระดับน้ำในอ่างเก็บน้ำ หรือแม่น้ำ จะเป็นสาเหตุใหญ่ในการทำให้เกิดการวิบัติขึ้นโดยที่

1. เมื่อระดับน้ำในอ่างเก็บน้ำสูงขึ้น จะทำให้ปริมาณความชื้นของดินชั้นบนสูงขึ้น ทำให้ค่ากำลังรับแรงเฉือนของดินบริเวณชั้นนี้ลดลง การวิบัติจะเริ่มจากส่วนนี้ก่อนแล้วจะลุกลามไปทั่วคันดิน

2. เมื่อระดับน้ำในแม่น้ำสูงขึ้นเป็นเวลานาน ทำให้ระดับน้ำใต้ดินสูงตามขึ้นไปด้วยถ้าเกิดน้ำในระดับแม่น้ำลดลงอย่างรวดเร็วระดับน้ำใต้ดินไม่สามารถลดลงตามไม่ทันทำให้เกิดแรงดันน้ำเพิ่มขึ้นในโพรงดิน และ Negative Driving Moment ซึ่งคอยพยุงกันดินอยู่ลดลงซึ่งอาจเป็นสาเหตุของการวิบัติของตลิ่งได้

3. ตลิ่งตามลำน้ำทั่วไป อาจเกิดการวิบัติเนื่องจากผลของการกัดเซาะของแม่น้ำ โดยเฉพาะในฤดูน้ำหลาก

นอกจากนั้น ค้นดินอาจเกิดการวิบัติจากผลของการเพิ่มน้ำหนักกระทำบนค้นดินหรือ การลดแรงต้านทานการเลื่อนไถลลง ซึ่งพบว่าค้นดินธรรมชาติ โดยมากแล้วการวิบัติจะมีผลมาจากการขุดบริเวณปลายของค้นดิน [Toe of Slope] หรือจากการเพิ่มน้ำหนักบนค้นดินซึ่งอาจมาจากสิ่งก่อสร้างบนค้นดิน

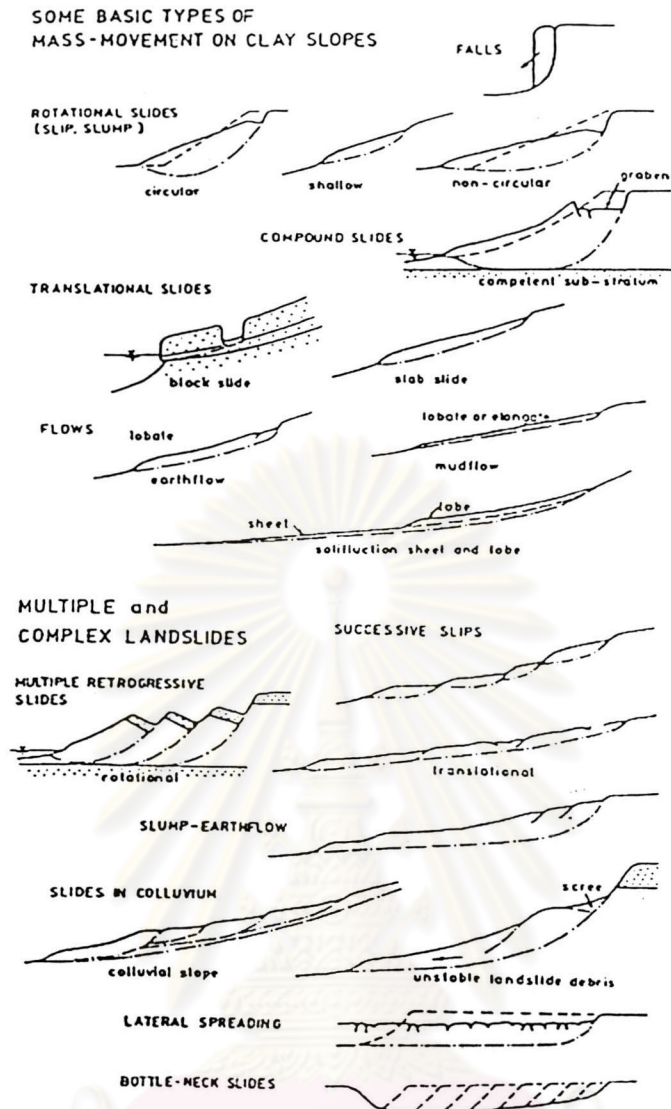
NAVFAC DM-7 [1982] กล่าวว่า การวิบัติของค้นดินจะเกิดขึ้นเมื่อมีการเกิดการเปลี่ยนแปลงของหน่วยแรงเฉือน หรือกำลังรับแรงเฉือน ซึ่งทำให้เกิดการไม่สมดุลระหว่างแรงที่ทำให้เกิดการเคลื่อนตัวมีมากกว่าแรงต้านทานการเคลื่อนตัวสำหรับค้นดินธรรมชาติการไม่สมดุลระหว่างแรงอาจมีผลมาจากการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของค้นดิน ซึ่งมีผลทำให้เป็นการเพิ่มแรงที่ทำให้เกิดการเลื่อนไถล หรือ ลดลงต้านทานการไถล การเพิ่มขึ้นของระดับน้ำจะมีผลทำให้หน่วยแรงประสิทธิผลลดลงและรับแรงเฉือนของดินลดลงไปด้วยการผุพังตามธรรมชาติ [Weathering] การเปลี่ยนแปลงแร่ธาตุ, การแยกตัวและรอยแตกของมวลดิน ก็จะทำให้ค่ากำลังรับแรงเฉือนของมวลดินลดลง

## 2.8 ชนิดของการเคลื่อนตัวของค้นดิน

การวิบัติของค้นดิน อาจเกิดจากการเคลื่อนตัวโดยการขยับเลื่อนไถล [Translational] และหรือการวิบัติโดยการหมุน [Rotational] การวิบัติแบบเลื่อนไถลจะเกิดขึ้นกับค้นดินที่มีชั้นดินที่ กำลังรับแรงเฉือนต่ำแทรกตัวระหว่างชั้นดิน แต่การวิบัติในรูปของการหมุนจะเกิดขึ้นกับชั้นดินที่มีค่ากำลังรับแรงเฉือนสม่ำเสมอ [Strength Uniform] หรือกำลังรับแรงเฉือนเพิ่มขึ้นตามความลึก

การวิบัติของค้นดินอาจแบ่งออกตามความเร็วในการวิบัติ โดยที่การเคลื่อนตัวของค้นดิน จะขึ้นอยู่กับชนิดของวัสดุที่ประกอบเป็นค้นดินและรูปร่างของรอยผิวการวิบัติ ค่ากำลังรับแรงเฉือนที่เปลี่ยนไปจะขึ้นอยู่กับพฤติกรรมของหน่วยแรงและความเครียด [Stress Strain Behavior] จะเป็นตัวควบคุมความเร็วในการวิบัติ

Skempton and Hutchinson [1969] ได้จำแนกการวิบัติของค้นดินเหนียวดังรูปที่ 2.6 โดยแบ่งเป็น Mass Movement และ Multiple and Complex Landslides



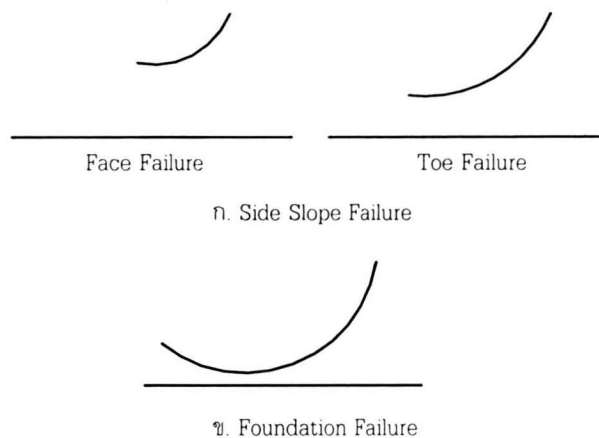
รูปที่ 2.6 การวิบัติของดินเหนียวแบบ Mass movement และ Multiple complex landslide (Chodhry, 1978)

## 2.9 การวิเคราะห์เสถียรภาพของเชิงลาด (Slope Stability Analysis)

การวิเคราะห์หรือตรวจสอบเสถียรภาพด้านเชิงลาดมีความจำเป็นเช่นเดียวกันกับการตรวจสอบเสถียรภาพด้านกำลังรับแรงแบกทานของมวลดิน เพื่อวิเคราะห์ลักษณะการวิบัติที่มีโอกาสเกิดขึ้นได้และเพื่อหาวิธีป้องกันการวิบัติดังกล่าว โดยทั่วไปลักษณะการวิบัติด้านเชิงลาดสามารถแยกออกได้เป็น 2 แบบ ดังแสดงในรูปที่ 2.7 ทั้ง 2 แบบอธิบายได้ดังต่อไปนี้ คือ

1. การวิบัติแบบ Side Slope Failure การวิบัติในรูปแบบนี้เกิดขึ้นในลักษณะที่เชิงลาดเกิดการวิบัติ การวิบัติรูปแบบนี้ยังแยกออกได้เป็น 2 ลักษณะคือ Face Failure และ Toe Failure ทั้ง 2 ลักษณะแนวการวิบัติจะตัดผ่านเชิงลาดและขอบของเชิงลาด ดังแสดงในรูปที่ 2.7.ก

2. การวิบัติแบบ Foundation Failure การวิบัติในรูปแบบนี้เกิดขึ้นในลักษณะที่แนวการวิบัติตัดผ่านฐานของเชิงลาด ดังแสดงในรูปที่ 2.7.ข

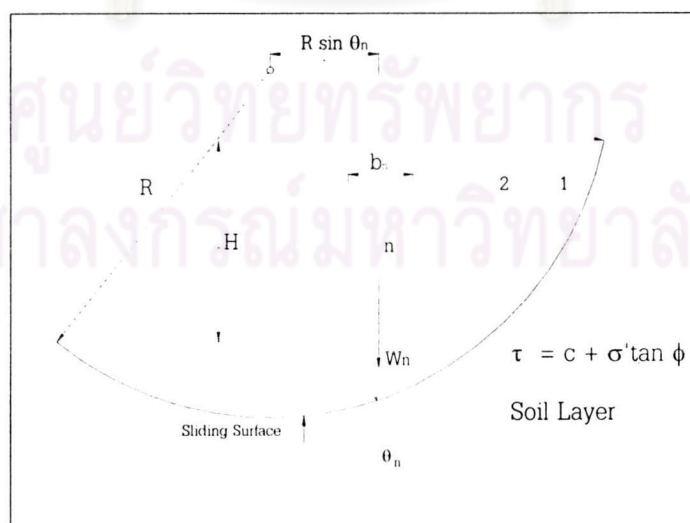


### รูปที่ 2.7 รูปแบบลักษณะการวิบัติของเชิงลาด (Mode of Failure)

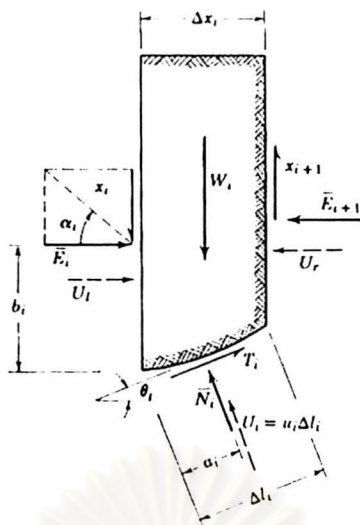
หลักการวิเคราะห์เสถียรภาพความลาดชันมีหลักการและวิธีการวิเคราะห์อยู่หลายวิธี ซึ่งแต่ละหลักการหรือวิธีการวิเคราะห์จะแตกต่างกันในเรื่องของการตั้งสมมติฐานทางทฤษฎี การวิเคราะห์เสถียรภาพความลาดชันเป็นการตรวจสอบเสถียรภาพเชิงลาดของมวลดินไม่ว่าจะเป็นงานถมหรืองานขุด ทั้งนี้เนื่องจากมวลดินจะเกิดการเคลื่อนตัวจากจุดที่สูงกว่าไปยังจุดที่ต่ำกว่า ดังนั้นการวิเคราะห์เสถียรภาพเชิงลาดของมวลดิน คือการหาส่วนปลอดภัย (Factor of Safety, FS) ต่อการพังทลาย

$$\text{ส่วนปลอดภัย (FS.)} = \frac{\text{โมเมนต์ของแรงต้านทาน}}{\text{โมเมนต์ของแรงกระทำ}}$$

ลักษณะแนวการวิบัติของมวลดินเป็นส่วนหนึ่งที่จะทำให้การวิเคราะห์มีความยากหรือง่ายที่แตกต่างกัน ในที่นี้จะใช้ทฤษฎีระนาบการวิบัติเป็นส่วนโค้งของวงกลม (Method of Slice) ดังแสดงในรูปที่ 2.8 และระบบของแรงกระทำทั้งหมดต่อมวลดินในแต่ละชั้น (Slice) ที่ทำการแบ่งแสดงดังในรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.8 ลักษณะการวิบัติของเชิงลาดแบบส่วนโค้งของวงกลม



รูปที่ 2.9 ระบบของแรงกระทำต่อมวลดินทั้งหมดในแต่ละส่วน [Lambe,1979]

จากรูปที่ 2.8 แรงเฉือนด้านการวิบัติแต่ละชั้นของมวลดินมีค่าเท่ากับ

$$T_i = \frac{1}{FS.} [\bar{c}_i \Delta l_i + \bar{N}_i \tan \bar{\phi}] \quad 2.9$$

เมื่อพิจารณาระบบสมดุลของโมเมนต์รอบจุดศูนย์กลางแนววิบัติทั้งระบบ ( $\sum M_o = 0$ ) ในรูปที่ 2.9 จะได้สมการพื้นฐานในการวิเคราะห์ดังนี้

$$R \sum_{i=1}^{i=n} W \sin \theta_i = R \sum_{i=1}^{i=n} T_i \quad 2.10$$

$$\text{ดังนั้น} \quad FS. = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} [\bar{c}_i \Delta l_i + \bar{N}_i \tan \bar{\phi}]}{\sum_{i=1}^{i=n} W \sin \theta_i} \quad 2.11$$

เมื่อ  $R$  = รัศมีของแนววิบัติ  
 $W$  = น้ำหนักของมวลดิน  
 $T$  = แรงเฉือนด้านทานการวิบัติ

การวิเคราะห์เสถียรภาพของคันทางหรืองานเชิงลาด วิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์มีอยู่หลายวิธีด้วยกัน ซึ่งในแต่ละวิธีก็มีพื้นฐานเช่นเดียวกัน แต่ในที่นี้จะกล่าวเพียง 2 วิธี ดังต่อไปนี้

### 2.9.1 วิธี Fellenius (1927) หรือ วิธี Swedish, Ordinary Method of Slice

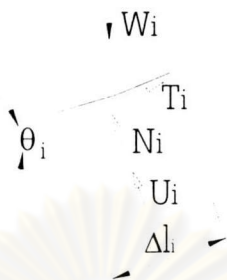
วิธี Fellenius (1927) หรือ วิธี Swedish, Ordinary Method of Slice เป็นวิธีที่มีสมมุติฐานดังต่อไปนี้

1. แนววิบัติของมวลดิน (Slip Failure) จะมีลักษณะเป็นโค้งวงกลม (Arc)
2. ผลของแรงกระทำด้านข้างของแต่ละชั้นมวลดิน (Slice) มีค่าเท่ากับศูนย์ แนวแรงกระทำแต่ละชั้นของมวลดินขนานกับระนาบของฐานแต่ละชั้น (Slice) ของมวลดิน

ระบบของแรงกระทำต่อมวลดินแต่ละส่วน (Slice) มีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 2.10



$N_i$  found by summing forces in this direction



รูปที่ 2.10 ระบบแรงกระทำต่อมวลดินในแต่ละส่วน (Slice)

จากระบบสมมูลย์ของแรงกระทำที่แสดงในรูปที่ 2.9.1.ก ในแนวแกน  $n$  ( $\sum F_n = 0$ ) จะได้

$$\begin{aligned} \bar{N}_i + U_i &= W_i \cos \theta_i \\ \bar{N}_i &= W_i \cos \theta_i - u_i \Delta l_i \end{aligned} \tag{2.12}$$

แทนค่าสมการ 2.12 ในสมการระบบสมมูลย์ สมการที่ 2.10 และสมการที่ 2.11 จะได้

$$F.S. = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \bar{c}_i \Delta l_i + \sum_{i=1}^{i=n} (W_i \cos \theta_i - u_i \Delta l_i) \tan \bar{\phi}_i}{\sum_{i=1}^{i=n} W_i \sin \theta_i} \tag{2.13}$$

### 2.9.2 วิธี Simplified Bishop Method of Slice (1955)

วิธี Simplified Bishop Method of Slice เป็นวิธีที่ได้พัฒนาโดย Janbu et al. (1956) โดยมีสมมุติฐานดังต่อไปนี้

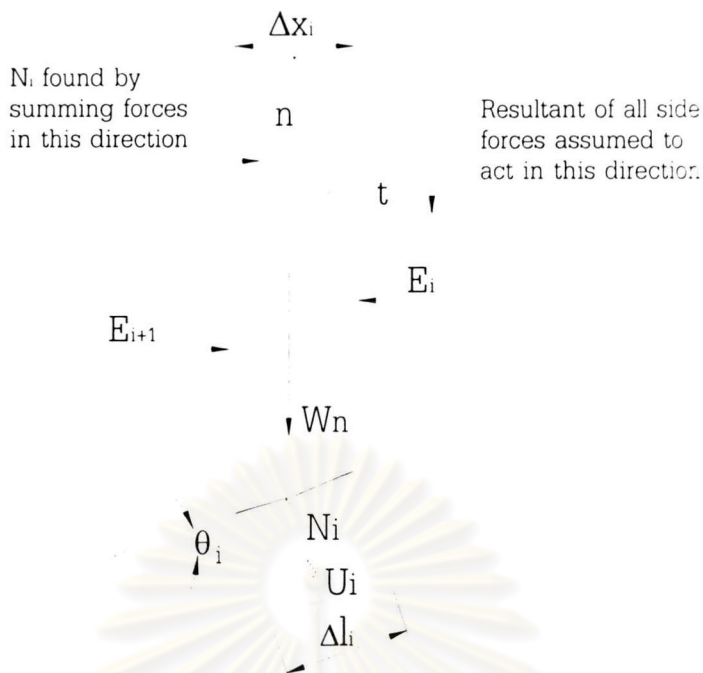
1. แนววิถีของมวลดิน (Slip Failure) จะมีลักษณะเป็นโค้งวงกลม (Arc)
2. แรงกระทำด้านข้าง  $E_i$  ของแต่ละชั้นมวลดิน (Slice) กระทำในแนวตั้งฉากของแต่ละชั้นของมวลดิน แต่เพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์จึงไม่นำมาพิจารณา
3. แรงเฉือนด้านข้างในแต่ละชั้นของมวลดินมีค่าเท่ากับศูนย์

ระบบของแรงกระทำต่อมวลดินแต่ละส่วน (Slice) มีลักษณะดังแสดงในรูปที่ 2.11 จากระบบสมมูลย์ของแรงกระทำ ( $\sum F_n = 0$ ) ที่แสดงในรูปที่ 2.11 จะได้

$$W_i = \bar{N}_i \cos \theta_i + U_i \cos \theta_i + T_i \sin \theta_i \tag{2.14}$$

$$\text{เมื่อ } T_i = \frac{1}{FS} (\bar{c} \Delta l_i + \bar{N}_i \tan \bar{\phi}) \tag{2.15}$$

แทนค่าสมการ 2.15 ลงในสมการ 2.13 จะได้



รูปที่ 2.11 ระบบแรงกระทำต่อมวลดินในแต่ละชั้น (Slice)

$$W_i = \bar{N}_i \cos \theta_i + U_i \cos \theta_i + \left[ \frac{1}{FS} (\bar{c} \Delta l_i + \bar{N}_i \tan \bar{\phi}) \right] \sin \theta_i$$

$$\bar{N}_i = \frac{W_i - U_i \cos \theta_i - (\bar{c} \Delta x_i \tan \theta_i) / FS}{\cos \theta_i [1 + (\tan \phi' \tan \theta_i) / FS.]} \tag{2.16}$$

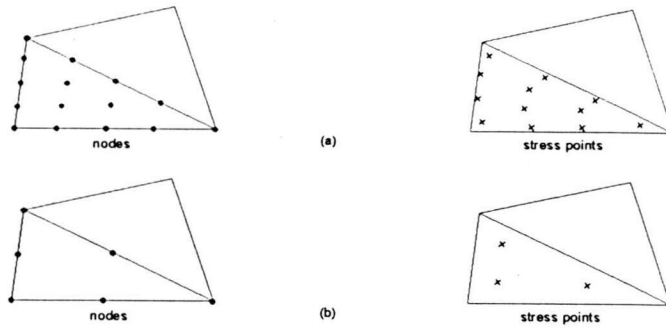
แทนค่าจากสมการ 2.16 ในสมการที่ 2.11 จะได้

$$F.S. = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} [\bar{c} \Delta x_i + (W_i - U_i \Delta x_i) \tan \bar{\phi}] [1 / M_i(\theta)]}{\sum_{i=1}^{i=n} W_i \sin \theta_i} \tag{2.17}$$

เมื่อ  $M_i(\theta) = \cos \theta_i \left( 1 + \frac{\tan \theta_i \tan \bar{\phi}}{FS.} \right)$  2.18

**2.10 การคาดคะเนการเคลื่อนตัวด้านข้างของตลิ่ง**

การประมาณการทรุดตัวที่ผิวดินด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ทำการด้วยโปรแกรม Plaxis ซึ่งเป็นโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเพื่อวิเคราะห์ การเปลี่ยนแปลงและเสถียรภาพทางวิศวกรรมปฐพี โปรแกรม Plaxis เป็นการจำลองสภาพจริงจากการก่อสร้าง โดยการแบ่งดิน และ โครงสร้างออกเป็น อิลิเมนต์ย่อย ๆ รูปสามเหลี่ยมที่ต่อเนื่องกัน แต่ละอิลิเมนต์จะมีจุดต่อ (Node Point) 6 หรือ 15 node และในแต่ละอิลิเมนต์มี 3 หรือ 12 Stress Point ตามลำดับ ดังรูปที่ 2.12 และ ใน 1 อิลิเมนต์ จะมี Stress - Strain Law และ Failure Criteria ซึ่งมีความสัมพันธ์กับแรงที่กระทำและขอบเขตที่กำหนด ซึ่งสามารถคำนวณหาค่าหน่วยแรง ความเครียด และการเสียรูปของดินได้อย่างถูกต้องมากขึ้น



รูปที่ 2.12 แสดง Node และ Stress Point

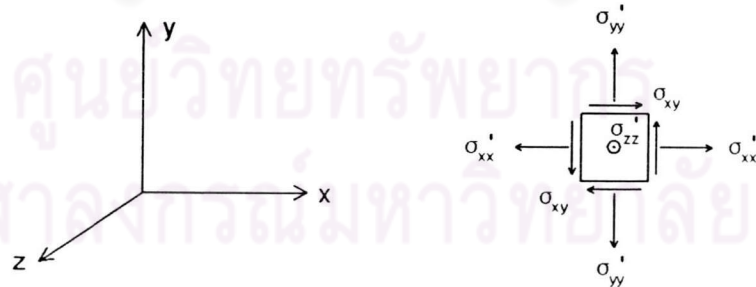
2.10.1 คำนิยามทั่วไปของ Stress และ Strain

แบบจำลองของวัสดุที่ใช้ใน Plaxis เป็นความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการเปลี่ยนแปลงของหน่วยแรงประสิทธิผล ( $\sigma'$ ) และอัตราความเครียด ( $\dot{\epsilon}$ ) ดังสมการที่ 2.21

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\sigma}}' &= \underline{M} \dot{\underline{\epsilon}} \\ \dot{\underline{\sigma}}' &= \begin{pmatrix} \dot{\sigma}'_{xx} & \dot{\sigma}'_{yy} & \dot{\sigma}'_{zz} & \dot{\sigma}'_{xy} & \dot{\sigma}'_{yz} & \dot{\sigma}'_{xz} \end{pmatrix}^T \\ \dot{\underline{\epsilon}} &= \begin{pmatrix} \dot{\epsilon}_{xx} & \dot{\epsilon}_{yy} & \dot{\epsilon}_{zz} & \dot{\gamma}_{xy} & \dot{\gamma}_{zy} & \dot{\gamma}_{xz} \end{pmatrix}^T \end{aligned} \tag{2.19}$$

- เมื่อ  $M$  คือ material stiffness matrix
- $\dot{\sigma}'$  คือ stress rate tensors
- $\dot{\epsilon}$  คือ strain rate tensors

เนื่องจากการวิเคราะห์ในลักษณะ Plan strain ทำให้  $\dot{\gamma}_{zy}, \dot{\gamma}_{xz}, \dot{\sigma}'_{yz}, \dot{\sigma}'_{zz}$  เท่ากับศูนย์



รูปที่ 2.13 แสดงระบบพิกัดและทิศทางในสามมิติ

การวิเคราะห์แบบ Small strain ค่า strain ได้จากการเสีรูปร่างของดินที่พิจารณาตั้งสมการที่ 2.48

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \epsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \tag{2.20ก}$$

$$\epsilon_{zz} = 0 \quad (\text{Plane strain}) \tag{2.20ข}$$



$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{r} u_x \quad (\text{axisymmetry; } r = \text{radius}) \quad 2.20\text{ก}$$

### 2.10.1.1 Elastic strain

แบบจำลองของวัสดุในโปรแกรม Plaxis ใช้กฎของ Hooke's สำหรับพฤติกรรม

Isotropic linear elastic ดังสมการที่ 2.23

$$\begin{bmatrix} \sigma'_{xx} \\ \sigma'_{yy} \\ \sigma'_{zz} \\ \sigma'_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E'}{(1-2\nu')(1+\nu')} \begin{bmatrix} 1-\nu' & \nu' & \nu' & 0 \\ \nu' & 1-\nu' & \nu' & 0 \\ \nu' & \nu' & 1-\nu' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}-\nu' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^e \\ \varepsilon_{yy}^e \\ \varepsilon_{zz}^e \\ \gamma_{xy}^e \end{bmatrix} \quad 2.21$$

เมื่อ  $E'$  คือ Effective Young's modulus

$\nu'$  คือ Effective Poisson's ratio

ความสัมพันธ์ระหว่าง Young's modulus กับ Stiffness moduli ตัวอื่น เช่น Shear modulus (G), Bulk modulus (K) และ Oedometer modulus ( $E_{\text{oad}}$ ) มีความสัมพันธ์ตามสมการที่ 2.24

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad E_{\text{oad}} = \frac{(1-\nu)E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad 2.22$$

### 2.10.2 การวิเคราะห์แบบหน่วยแรงรวมโดยใช้พารามิเตอร์แบบหน่วยแรงประสิทธิผล (Undrained Analysis with Effective Stress Parameters)

การวิเคราะห์แบบนี้จะพิจารณาวัดดินและแรงค้ำน้ำในดินแยกออกจากกันแต่จะอยู่รวมกันในขอบเขตของปัญหาที่ทำการวิเคราะห์ โดยในการวิเคราะห์แบบนี้จะมีความยุ่งยากเกี่ยวกับการหาค่าพารามิเตอร์สำหรับดินเหนียวเนื่องจากการทดสอบของดินเหนียวมักจะหาค่าพารามิเตอร์ในรูปหน่วยแรงรวม ดังนั้นการหาค่าพารามิเตอร์แบบหน่วยแรงประสิทธิผลจะได้มาจากการแปลงค่าพารามิเตอร์แบบหน่วยแรงรวมดังนี้

$$E = \frac{2(1+\nu)}{3} E_u \quad 2.23$$

เมื่อ  $E$  = Effective Young's Modulus

$E_u$  = Undrained Young's Modulus

$\nu$  = Drained Poisson' Ratio

### 2.10.3 การวิเคราะห์แบบหน่วยแรงรวมโดยใช้พารามิเตอร์แบบหน่วยแรงรวม

(Undrained Analysis with Total Stress Parameters)

การวิเคราะห์แบบนี้มวลดินและแรงดันน้ำในดินจะถูกพิจารณารวมเป็นส่วนเดียวกัน โดยอาศัยหลักการสมดุลของแรง ซึ่งในการวิจัยนี้จะใช้เลือกวิธีการวิเคราะห์แบบหน่วยแรงรวมโดยใช้พารามิเตอร์แบบหน่วยแรงรวมเพราะความเหมาะสมกับสภาพการทดสอบที่ใช้อยู่ในปัจจุบันทำให้มีความสะดวกในการหาค่าพารามิเตอร์ที่นำไปวิเคราะห์

#### 2.10.4 แบบจำลองของ Mohr-Coulomb

แบบจำลอง Mohr Coulomb หรือเรียกอีกอย่างว่า แบบจำลอง Elastic Perfectly Plastic Plasticity เกิดขึ้นเนื่องจากความเครียดหรือการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของวัสดุที่เกิดขึ้นไม่สามารถคืนสภาพเดิมได้ ในการประเมินการเกิดขึ้นของ Plasticity ทำได้โดยการคำนวณด้วย Yield function (f) ซึ่งเป็นพจน์ของ Stress และ Strain Yield function (f) มักจะถูกนำเสนอในรูปของพื้นผิวในระนาบของหน่วยแรงหลัก แบบจำลองนี้มีค่าพารามิเตอร์ของดินที่ใช้ 5 ตัว คือ Young's Modulus, Poisson's Ratio, Cohesion, Friction angle และ Dilatancy angle

การวิเคราะห์โดยอาศัยแบบจำลอง Elastic Perfectly Plastic จะประกอบด้วย ความสัมพันธ์ของค่า Strain และค่าอัตรา Strain ซึ่งประกอบไปด้วยส่วนที่เป็น Elastic และ Plastic ตามสมการที่ 2.26 โดยในส่วนของการเปลี่ยนแปลงที่อยู่ภายใน Elastic จะอาศัยกฎของ Hooke's ตามสมการที่ 2.27 สำหรับการเปลี่ยนแปลงเมื่อเกิดขึ้นในส่วน Plastic จะถูกกำหนดโดย Yield function (f)

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{\epsilon}}^e + \underline{\underline{\epsilon}}^p \quad \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} = \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^e + \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p \quad 2.24$$

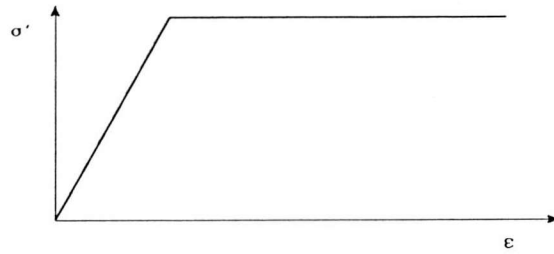
โดย  $\underline{\underline{\epsilon}}, \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}$  คือ Strain and Strain Rate  
 $\underline{\underline{\epsilon}}^e, \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^e$  คือ Strain and Strain Rate of Elastic  
 $\underline{\underline{\epsilon}}^p, \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p$  คือ Strain and Strain Rate of Plastic

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}'}} = \underline{\underline{D}}^e \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^e = \underline{\underline{D}}^e \left( \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} - \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p \right) \quad 2.25$$

Plastic strain rate สามารถเสนอได้ในรูปของเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับ Yield surface สำหรับ Mohr Coulomb ชนิดของ Yield function (f) ซึ่งเกี่ยวข้องกับความเกี่ยวข้องกับทฤษฎีของ Plasticity นำไปสู่การคาดคะเนค่า dilatancy ที่สูงเกินไป ดังนั้นนอกจาก Yield function (f) แล้วยังมี Plastic potential function (g) ที่ถูกนำมาใช้ใน Mohr Coulomb โดยทั่วไป Plastic strain rate สามารถเขียนได้ดังสมการที่ 2.26

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}'}} \quad 2.26$$

เมื่อ  $\lambda$  เป็นตัวคูณ Plastic มีค่าเท่ากับศูนย์ สำหรับพฤติกรรม elastic และมีค่ามากกว่าศูนย์ สำหรับพฤติกรรม Plastic



รูปที่ 2.14 พื้นฐานแบบจำลอง Elastic Perfectly Plastic

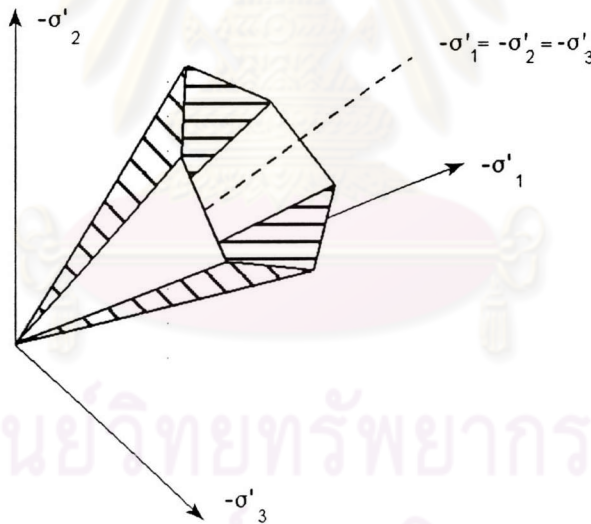
ใน Mohr- Coulomb เงื่อนไขการเกิด yield สามารถนิยามได้ด้วย yield function ตามสมการที่ 2.27, 2.28 และ 2.29

$$f_1 = \frac{1}{2}|\sigma_2' - \sigma_3'| + \frac{1}{2}(\sigma_2' + \sigma_3')\sin\phi - c\cos\phi \leq 0 \quad 2.27$$

$$f_2 = \frac{1}{2}|\sigma_3' - \sigma_1'| + \frac{1}{2}(\sigma_3' + \sigma_1')\sin\phi - c\cos\phi \leq 0 \quad 2.28$$

$$f_3 = \frac{1}{2}|\sigma_1' - \sigma_2'| + \frac{1}{2}(\sigma_1' + \sigma_2')\sin\phi - c\cos\phi \leq 0 \quad 2.29$$

เมื่อ  $\phi$  คือ Friction angle และ  $c$  คือ Cohesion



รูปที่ 2.15 Yield surface ของ Mohr - coulomb ในระนาบของหน่วยแรงหลัก ( $c=0$ )

นอกจาก yield function แล้ว ในแบบจำลอง Mohr- Coulomb ยังนิยาม Plastic potential function ( $g$ ) ตามสมการที่ 2.30 , 2.31 และ 2.32

$$g_1 = \frac{1}{2}|\sigma_2' - \sigma_3'| + \frac{1}{2}(\sigma_2' + \sigma_3')\sin\psi \quad 2.30$$

$$g_2 = \frac{1}{2}|\sigma_3' - \sigma_1'| + \frac{1}{2}(\sigma_3' + \sigma_1')\sin\psi \quad 2.31$$

$$g_3 = \frac{1}{2}|\sigma_1' - \sigma_2'| + \frac{1}{2}(\sigma_1' + \sigma_2')\sin\psi \quad 2.32$$

เมื่อ  $\psi$  คือ dilatancy angle