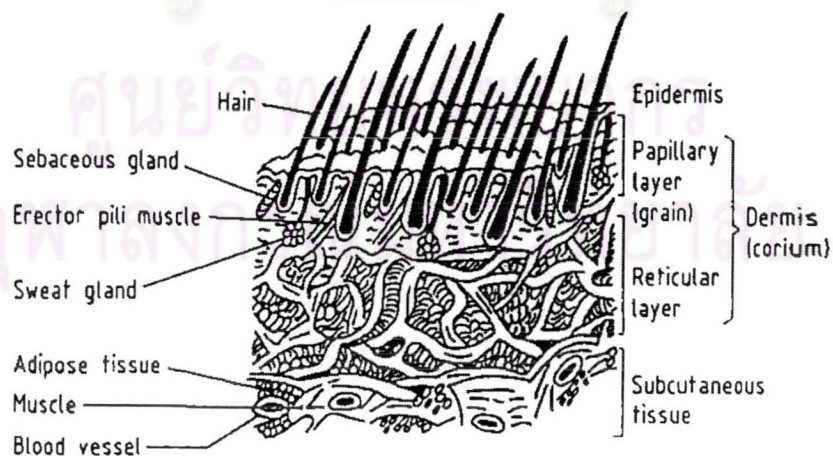


## บทที่ 2

### ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 2.1 หนังและโครงสร้างของหนัง

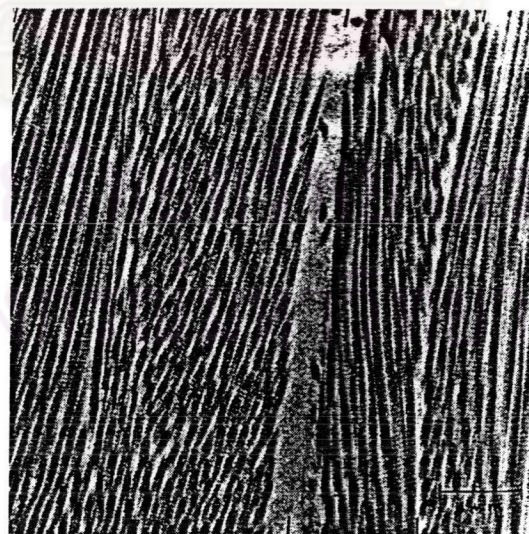
หนังสัตว์ (hide) เป็นวัตถุดิบสำคัญที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ในหลายรูปแบบ อาทิ เช่น ใช้ทำรองเท้า หุ้มเบาะรถยนต์ ทำเป็นเสื้อผ้า กระเป๋า หมวก ปกหนังสือ กระเป๋า พรหม สิ่งทอ ชนิดต่างๆ รวมถึงใช้เป็นวัตถุดิบสำคัญในการผลิตอาหารขบเคี้ยวสำหรับสุนัขอีกด้วย โดยทั่วไปหนังสัตว์ที่สามารถนำมาใช้ในอุตสาหกรรมทั่วไป ได้แก่ หนังโค กระบือ หมู แกะ แพะ ม้า จิงโจ้ ช้าง งู จระเข้ เต่า ปลา กบ และอูฐ เป็นต้น โดยหนังแต่ละชนิดก็จะมีลักษณะที่แตกต่างกันไปทั้งโครงสร้างของหนัง ขนาด ความหนา และลักษณะชั้นผิวหนังด้วย สำหรับหนังที่นิยมนำมาใช้ในกระบวนการผลิตอาหารขบเคี้ยวสำหรับสุนัขนั้น โดยมากมักใช้เป็นหนังโค กระบือที่ผ่านกระบวนการฟอกมาแล้วระดับหนึ่ง โดยรายละเอียดเกี่ยวกับกระบวนการฟอกหนังนี้จะกล่าวไว้ในส่วนถัดไป โครงสร้างของหนังโค กระบือนี้จะมีลักษณะตามธรรมชาติที่ใกล้เคียงกัน คือ สามารถแบ่งได้เป็น 4 ชั้น โดยชั้นบนสุดเรียกว่า “ชั้นหนังกำพร้า” (Epidermis) ถัดลงมาจะเป็น “ชั้นหนังแท้” (Dermis) ซึ่งประกอบไปด้วยชั้นของ “Papillary layer” ซึ่งจะมีต่อมไขมัน (Sebaceous gland) ต่อมเหงื่อ (Sweat gland) และกล้ามเนื้อยึดเส้นขน (Elector pili muscle) อยู่ กับอีกชั้นหนึ่งคือ “Reticular layer” ซึ่งจะมีโปรตีน Collagen เป็นองค์ประกอบหลัก และล่างสุดจะเป็นชั้นของ “Subcutaneous tissue” อันประกอบไปด้วยกล้ามเนื้อ และหลอดเลือดต่าง ๆ ดังแสดงในรูปที่ 2.1



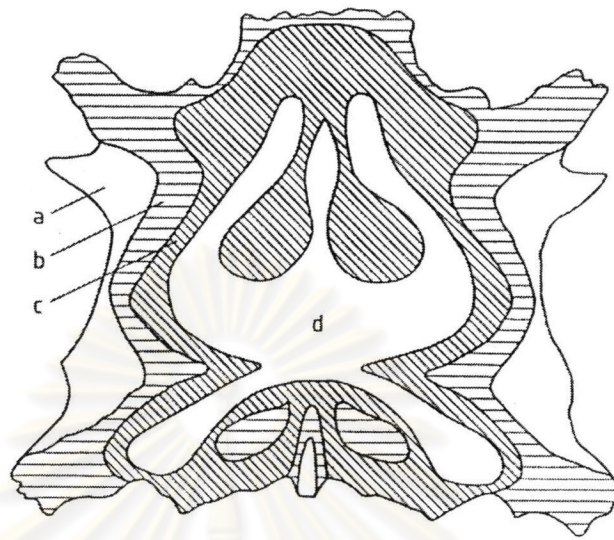
รูปที่ 2.1 แสดงลักษณะโครงสร้างของหนัง (Hiedemann, 2000)

จากลักษณะโครงสร้างของหนังจะพบว่า หนังส่วนของชั้น Papillary layer และ Epidermis จะประกอบไปด้วยเซลล์และอวัยวะหลายอย่าง ที่ทำหน้าที่แตกต่างกันออกไป ดังนั้น องค์ประกอบส่วนใหญ่ของหนังในชั้นนี้จึงเป็นโปรตีนที่ไม่ใช่คอลลาเจน (Noncollagenous protien) รวมอยู่กับ Proteoglycans ซึ่งเป็นโครงสร้างที่ไม่ค่อยแข็งแรงมากนักเมื่อเทียบกับโครงสร้างหนังชั้น Reticular ด้วยเหตุนี้เอง จึงต้องมีการกำจัดหนังใน 2 ส่วนนี้ออกไปเสียก่อนที่จะนำไปใช้ในอุตสาหกรรมฟอกหนัง รวมถึงอุตสาหกรรมผลิตอาหารขบเคี้ยวสำหรับสุนัขด้วย

หนังที่จะนำไปใช้เป็นวัตถุดิบในกระบวนการฟอกหนังและผลิตอาหารขบเคี้ยวสุนัขจะประกอบไปด้วยเครือข่ายเส้นใยของโปรตีนคอลลาเจน (Collagen fiber network) ซึ่งเครือข่ายเส้นใยนี้จะประกอบไปด้วยเส้นใยคอลลาเจนที่มีความหนา 100 nm เส้นใยแต่ละเส้นจะประกอบไปด้วยโมเลกุลของคอลลาเจนจำนวน 7000 โมเลกุล โดยที่โมเลกุลคอลลาเจนประมาณ 50 โมเลกุลจะเรียงตัวกันแล้วบิดเป็นเกลียวกลายเป็นโครงสร้างของเส้นใยพื้นฐาน (Elemental fibers) เส้นใยเล็กๆ เหล่านี้จะรวมตัวกันเป็นพวง (Bundles) ซึ่งสามารถมองเห็นได้จากกล้องไมโครสโคป ในลักษณะที่เป็น 3 มิติ ดังแสดงในรูปที่ 2.2 ลักษณะโครงสร้างที่มีการสานถักทอกันเป็นอย่างดีนี้จะส่งผลไปถึงคุณสมบัติเชิงกลของหนัง ไม่ว่าจะเป็นความแข็งแรง ความยืดหยุ่น การโค้งงอ ความพรุน และสมบัติการต้านทานการเจาะและตัดด้วยของมีคม เป็นต้น หนังที่ได้มาจากแต่ละส่วนก็จะมีคุณสมบัติเชิงกลแตกต่างกันออกไป ดังแสดงในรูป 2.3 และการแบ่งส่วนต่างๆ ของหนังวัวได้แสดงไว้ดังรูปที่ 2.4



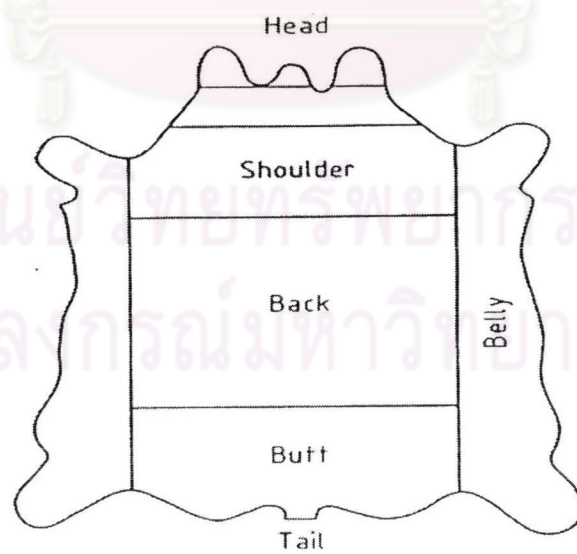
รูปที่ 2.2 ภาพถ่ายทางยาวของกลุ่มเส้นใยคอลลาเจน แสดงให้เห็นถึงการบิดตัวของเส้นใยพื้นฐาน (ขยาย 8000 เท่า) (Hiedemann, 2000)



Strength, MPa	Elasticity, %
a) <16.6	>60
b) 16.6-25.4	36-60
c) 25.4-34.3	20-26
d) >34.3	<20

รูปที่ 2.3 การเปลี่ยนแปลงค่า Tensile Strength และ Elasticity ที่แต่ละตำแหน่งของหนังลูกวัว

(Hiedemann, 2000)



รูปที่ 2.4 การแบ่งประเภทหนังวัว (Hiedemann, 2000)



## 2.2 การผลิตอาหารขบเคี้ยวสำหรับสุนัข

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่าหนังที่ใช้เป็นวัตถุดิบในการผลิตอาหารขบเคี้ยวสุนัขนั้นจะต้องเป็นหนังในชั้นของ Reticular layer เท่านั้น จึงจำเป็นต้องมีการแยกกำจัดหนังในชั้นอื่น ๆ ออกให้หมดก่อน จึงจะนำไปสู่ขั้นตอนการผลิตอาหารขบเคี้ยวสุนัขได้ ขั้นตอนการกำจัดหนังในส่วนของ Epidermis และ Papillary layer มีดังนี้

### 2.2.1 การเก็บรักษาหนัง (Preservation of hide and skin)

แผ่นหนังดิบที่ได้จากโรงฆ่าสัตว์ จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องมีการเก็บรักษาหนังให้ดี เพราะไม่เช่นนั้นแล้วหนังอาจเน่าเสียก่อนที่จะมาถึงโรงฟอกได้ กระบวนการเก็บรักษาหนังที่นิยมใช้ในปัจจุบัน มีสองวิธี คือ การทำแห้งแผ่นหนัง (Drying) ซึ่งนิยมใช้กับแผ่นหนังที่มีขนาดบาง และการทาเกลือให้ทั่วแผ่นหนัง หรือแช่หนังในน้ำเกลือเข้มข้น (Salting) เพื่อป้องกันการเจริญเติบโตของแบคทีเรีย

### 2.2.2 การแช่หนัง (Soaking)

ก่อนจะนำหนังที่ถูกรักษาไว้ในสภาพที่แห้งแข็ง หรืออบมาด้วยน้ำเกลือ มาทำการผลิต ต้องมีการแช่น้ำเพื่อเป็นการล้างเอาเกลือออกจากหนัง และเป็นการทำความสะอาดหนัง ทั้งยังเป็นการทำให้หนังนิ่ม กลับคืนสู่สภาพเดิม และพร้อมที่จะนำไปสู่ขั้นตอนต่อไปได้ ขั้นตอนการแช่หนังนี้จะใช้เวลาที่ต่างกันออกไปขึ้นกับความหนา ขนาด และชนิดของหนัง

### 2.2.3 การแช่ในด่าง (Liming) และการกำจัดขน (Unhairing)

ในขั้นตอนนี้จะกำจัดชั้นของ Subcutaneous tissue และ Epidermis รวมทั้งกำจัดขน โดยการใช้สารเคมี ซึ่งสารเคมีที่ใช้ก็มีหลายชนิด ทั้งที่เป็นกรด ด่าง หรือแม้แต่การนำเอนไซม์บางชนิดมาใช้ ซึ่งที่นิยมใช้กันมากที่สุด คือ โซเดียมซัลไฟด์ ( $\text{Na}_2\text{S}$ ) หรือใช้ Lime ( $\text{CaO}$ ) มาผสมกับน้ำในอัตราส่วนที่เข้มข้น จากนั้นนำหนังลงแช่ด้วยเวลาที่เหมาะสม สารเหล่านี้จะเข้าไปทำปฏิกิริยาไฮโดรไลซิสกับโปรตีนที่มีชื่อว่า Keratin ซึ่งเป็นองค์ประกอบหลักของเส้นขน ทำให้ได้หนังที่ปราศจากขน และชั้นที่ไม่ต้องการได้

### 2.2.4 การแล่ (Fleshing) และการแบ่งแยกชั้น (Splitting)

ในขั้นตอนนี้จะนำหนังที่ผ่านการกำจัดขนแล้วมาทำการแบ่งเป็นส่วน ๆ ด้วยเครื่อง "Splitting machine" ทำให้ได้หนังเป็น 2 ส่วน ส่วนหนึ่งเรียกว่า "Upper" ซึ่งจะนำไปใช้ในการฟอกหนัง (Tanning) อีกส่วนจะเป็นส่วนที่เรียกว่า "Splits" ซึ่งนำมาเป็นวัตถุดิบในการผลิตอาหารขบเคี้ยวสำหรับสุนัขได้

หลังจากที่เราได้วัตถุดิบเป็นหนังในส่วนที่ต้องการแล้ว ก็จะมาเข้าสู่กระบวนการผลิตอาหารขบเคี้ยวสำหรับสุนัข ชนิดที่เป็นกระดูกผุก ดังมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

### 2.2.5 การคัดแยกหนัง

ขั้นตอนนี้จะเป็นการคัดแยกประเภทของหนังออกเป็นประเภทต่าง ๆ ตามลักษณะทางกายภาพ เช่น ความหนา สี เป็นต้น เพื่อนำไปใช้ทำเป็นผลิตภัณฑ์ที่แตกต่างกันออกไป หลังจากคัดแยกแล้ว ก็จะทำการตัดแผ่นหนังให้มีขนาดที่พอเหมาะ รวมทั้งเป็นการตัดเอาส่วนที่ไม่ต้องการที่ยังเหลือติดมาออกไปด้วย

### 2.2.6 การแช่หนัง

เมื่อได้ขนาดหนังตามต้องการแล้ว ก็จะนำมาแช่ในน้ำที่มีคลอรีนผสมอยู่ เพื่อเป็นการทำความสะอาดและฆ่าเชื้อโรคในหนัง รวมทั้งยังทำให้หนังคืนตัวกลับมาใหม่อีกครั้ง เพื่อจะได้สะดวกเวลาที่นำไปมัด อนึ่ง เวลาในการแช่หนังนี้ก็แตกต่างกันออกไปขึ้นกับชนิดและลักษณะของแผ่นหนัง

### 2.2.7 การม้วนพับ

เมื่อได้หนังที่มีความชื้นที่พอเหมาะแล้ว ก็จะนำหนังม้วนพับให้เป็นรูปทรงต่าง ๆ แล้วมัดไว้ด้วยเชือกเพื่อให้อยู่ตัว ก่อนจะส่งเข้าเตาอบ

### 2.2.8 การอบไล่ความชื้น

หนังที่ม้วนพับและมัดมาแล้วจะถูกนำเข้าเตาอบ การอบขั้นตอนนี้เป็น การอบเพื่อไล่ความชื้นออกไปก่อนส่วนหนึ่ง เพื่อให้หนังสามารถคงรูปอยู่ในสภาพม้วนพับอยู่ได้แม้ไม่มีเชือกผูก แต่ก็ไม่แข็งมากเกินไปจนไม่สามารถอัดขึ้นรูปได้

### 2.2.9 การขึ้นรูป

หนังที่ผ่านการอบไล่ความชื้นและอยู่ในสภาพคงตัวแล้ว จะถูกนำไปทำให้เป็นรูปร่างต่าง ๆ ตามต้องการ ด้วยเครื่องมืออัดขึ้นรูป

### 2.2.10 การอบแห้ง

เมื่อผ่านการขึ้นรูปแล้ว ก็จะต้องอบซ้ำอีกครั้งเพื่อไล่ความชื้นออกไปจากกระดูกงูให้หมด เพื่อเป็นการป้องกันไม่ให้มีเชื้อโรคสะสมอยู่ในกระดูกงู และฆ่าเชื้อโรคที่ยังติดมากับหนัง อุณหภูมิการอบในขั้นตอนนี้จะสูงกว่าการอบไล่ความชื้นในครั้งแรก และจะใช้เวลาในการอบที่ยาวนานกว่าด้วย

### 2.2.11 การบรรจุและส่งจำหน่าย

เมื่อได้ผลิตภัณฑ์ที่ปราศจากเชื้อโรค ก็จะนำมาบรรจุในบรรจุภัณฑ์ แล้วส่งจำหน่ายต่อไป

### 2.3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการถ่ายเทมวลสาร (Mass Transfer)

ในการศึกษาถึงพฤติกรรมของการถ่ายเทมวลสารโดยที่ไม่วาระบบนั้นจะมีลักษณะอย่างไรก็ตามนั้นเราจะเริ่มต้นจากการตั้งสมการสมดุลของมวลรอบปริมาตรเล็ก ๆ หนึ่งโดยให้เป็น  $\Delta x \Delta y \Delta z$  จากนั้นจึงทำการแก้สมการอนุพันธ์นั้น ๆ โดยส่วนประกอบในการตั้งสมการสมดุลมวลจะประกอบด้วย

อัตราการเพิ่มขึ้นของมวลของสาร $A$ ภายในปริมาตรเล็ก ๆ	$(\partial n_A / \partial t) \Delta x \Delta y \Delta z$
อัตราการเข้าสู่ปริมาตรเล็กผ่านผิวในทิศ $x$	$n_{Ax}  _x \Delta y \Delta z$
อัตราการออกจากปริมาตรเล็กผ่านผิวในทิศ $x$	$n_{Ax}  _{x+\Delta x} \Delta y \Delta z$
อัตราการเข้าสู่ปริมาตรเล็กผ่านผิวในทิศ $y$	$n_{Ay}  _y \Delta x \Delta z$
อัตราการออกจากปริมาตรเล็กผ่านผิวในทิศ $y$	$n_{Ay}  _{y+\Delta y} \Delta x \Delta z$
อัตราการเข้าสู่ปริมาตรเล็กผ่านผิวในทิศ $z$	$n_{Az}  _z \Delta x \Delta y$
อัตราการออกจากปริมาตรเล็กผ่านผิวในทิศ $z$	$n_{Az}  _{z+\Delta z} \Delta x \Delta y$
อัตราการผลิตมวลของสาร $A$ เนื่องจากปฏิกิริยาเคมี	$r_A \Delta x \Delta y \Delta z$

โดย  $n_A$  คือผลรวมของอัตราของมวลสาร  $A$  ที่วิ่งผ่านพื้นที่หนึ่งทั้งแบบการแพร่ของโมเลกุล (Molecular flux) และแบบการพา (Convective Flux);  $n_A = j + \rho_A v$

Molecular flux คือการถ่ายเทโมเลกุลหรือมวลของสารโดยอาศัยผลต่างระหว่างปริมาณมวลสารของจุดเริ่มต้นกับจุดที่สารถ่ายเทไปซึ่งสามารถอธิบายได้ด้วยกฎการแพร่ข้อที่ 1 ของฟิกส์ (Fick's First Law of Diffusion)

$$j_{Ax} = -\rho k \frac{d\omega_A}{dx} \quad (2.1)$$

โดยที่  $j_{Ax}$  คือ อัตราการถ่ายเทสาร  $A$  ในทิศ  $x$  ต่อพื้นที่

$\rho$  คือ ความหนาแน่นของระบบถ่ายเทมวลสาร

$\omega_A$  คือ สัดส่วนของมวล  $A$  ในระบบ (Mass fraction of  $A$ )

$k$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของการแพร่ของมวลสารในระบบ (Mass Diffusivity Coefficient)

Convective flux คือ อัตราการถ่ายเทมวลสารโดยอาศัยการพาหรือการเคลื่อนที่ของกลุ่มของไหล ซึ่งเขียนได้ด้วยผลคูณของความหนาแน่นของสาร  $A$  กับความเร็วมวลเฉลี่ย (Mass average velocity);  $\rho_A v$

จากนั้นเมื่อรวมทุกพจน์ของสมการสมดุลมวลของ  $A$  แล้วจากนั้นก็หารด้วย  $\Delta x \Delta y \Delta z$  แล้วทำให้อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ก็จะได้สมการดังนี้

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = - \left( \frac{\partial n_{Ax}}{\partial x} + \frac{\partial n_{Ay}}{\partial y} + \frac{\partial n_{Az}}{\partial z} \right) + r_A \quad (2.2)$$



ซึ่งสมการข้างต้นเราจะเรียกว่า “สมการความต่อเนื่องของสาร  $A$ ” (Equation of Continuity of Species  $A$ ) ซึ่งจะอธิบายถึงการเปลี่ยนแปลงของความเข้มข้นของมวลของสาร  $A$  เมื่อเทียบกับเวลาที่จุดจุดหนึ่ง โดยการแพร่และการพาของสาร  $A$  ซึ่งรวมไปถึงการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของสาร  $A$  อันเนื่องมาจากปฏิกิริยาทางเคมีด้วย ซึ่งสามารถเขียนในรูปเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = -(\nabla \cdot n_A) + r_A \quad (2.3)$$

จากนั้นแทนสมการ  $n_A = j + \rho_A v$  ลงไปจะได้

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho_A v) - (\nabla \cdot j_A) + r_A \quad (2.4)$$

และจาก  $\rho_A = \omega_A \rho$  โดย  $\rho$  คือความหนาแน่นของทั้งระบบ จะเขียนสมการได้ใหม่ดังนี้

$$\rho \left( \frac{\partial \omega_A}{\partial t} + (v \cdot \nabla \omega_A) \right) = -(\nabla \cdot j_A) + r_A \quad (2.5)$$

ซึ่งเราสามารถนำสมการนี้ไปประยุกต์ใช้เพื่อศึกษาพฤติกรรมการถ่ายเทมวลสารในแต่ละระบบที่ไม่เหมือนกันได้ โดยอาศัยสมมุติฐานเหล่านี้

ใช้กับระบบที่มีค่า  $\rho k$  คงที่

เมื่อเราแทนกฎการแพร่ข้อที่ 1 ของฟิกส์ (Fick's First Law of Diffusion) ลงไปในสมการข้างต้น จะได้

$$\rho \left( \frac{\partial \omega_A}{\partial t} + (v \cdot \nabla \omega_A) \right) = \rho k \nabla^2 \omega_A + r_A \quad (2.6)$$

สมการนี้ใช้อธิบายพฤติกรรมการแพร่ในสารละลายของเหลวเฉื่อยที่มีอุณหภูมิและความดันคงที่

ใช้กับระบบที่ความเร็วเป็นศูนย์ (Zero Velocity) ค่า  $\rho k$  คงที่

ถ้ามีปฏิกิริยาทางเคมีเกิดขึ้นในระบบจะทำให้พจน์ของปฏิกิริยาเคมีมีค่าเท่ากับศูนย์ และในเมื่อระบบนี้เป็นระบบที่ไม่มีความเร็วทำให้ไม่มีการถ่ายเทมวลสารเนื่องจากการพา ส่งผลให้ค่า  $v$  เท่ากับศูนย์ และอีกทั้งค่า  $\rho$  ก็คงที่ด้วย ทำให้เราได้สมการที่เรียกว่า “กฎการแพร่ข้อที่ 2 ของฟิกส์” (Fick's Second Law of Diffusion) เป็น

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = k \nabla^2 C_A \quad (2.7)$$

$C_A$  คือ ความเข้มข้นของสาร  $A$

$t$  คือ เวลา

$k$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ของมวลสาร (Mass Diffusivity Coefficient)

บางครั้ง อาจเรียกสมการนี้ว่า “สมการของการแพร่” โดยที่สมการนี้มักใช้ในการอธิบายลักษณะพฤติกรรมของการแพร่ภายในชั้นของแข็งหรือชั้นของของเหลวที่อยู่หนึ่ง อาจกล่าวได้ว่าใช้สำหรับการแพร่ของมวลสารภายในตัวกลางที่อยู่กับที่

โดยข้อกำหนดของสมการนี้คือ

1. ไม่มีปฏิกิริยาทางเคมีเกิดขึ้น
2. ค่าสมบัติทางกายภาพของสารคงที่
3. ตัวกลางไม่มีการเคลื่อนที่

ไม่มีการไหลของมวลสารทั้งแบบการพาที่อาศัยแรงจากภายนอก (Forced Convection) และการพาแบบอิสระ (Free Convection)

อนึ่ง ในงานวิจัยนี้จะใช้สมการ “กฎการแพร่ข้อที่ 2 ของฟิกส์” เป็นสมการเริ่มต้นในการจำลองพฤติกรรมของการแพร่ของน้ำเข้าไปในแผ่นหนัง และจะพัฒนาโดยเพิ่มค่าพารามิเตอร์อื่น ๆ เข้าไปในสมการตามความเหมาะสมต่อไป เช่น ค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับอุณหภูมิอย่างค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ของมวลสาร ( $k, D$ ) เป็นต้น

## 2.4 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

Liu (2002) ได้พัฒนาสมการทางคณิตศาสตร์สำหรับใช้คำนวณปริมาณของกลีเซอรอลที่หนังดูดซับเอาไว้ได้ จากการแช่หนังในสารผสมระหว่างน้ำกับกลีเซอรอล ที่เวลาและอุณหภูมิต่างๆ ซึ่งการพัฒนาเริ่มมาจากกฎข้อที่สองของฟิกส์ (Fick's second law)

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \right) \quad (2.8)$$

โดย	$C$	ความเข้มข้นของสารที่ซึมผ่านเข้าไปที่ตำแหน่ง $x$ ณ เวลา $t$
	$t$	เวลาที่สารซึมผ่านเข้าไป
	$D$	Diffusion Coefficient
	$x$	ระยะทางที่สารซึมผ่านเข้าไป



จากนั้น ทำการแก้สมการ Differential Equation ของสมการ (2.8) โดยกำหนด Boundary Condition ดังนี้

ที่  $t < 0$  ,  $C = 0$  สำหรับ  $x$  ทุก ๆ ตำแหน่ง

ที่  $t > 0$  และที่ตำแหน่ง  $x = 0$  บนพื้นผิวและด้านล่าง,  $C$  จะมีค่าเท่ากับ  $C_{\infty}$

ที่เวลาอิมิตัว,  $C$  จะมีค่าเท่ากับ  $C_{\infty}$  ทุก ๆ ตำแหน่ง  $x$

เมื่อทำการแก้สมการตามเงื่อนไขข้างต้นนี้แล้ว ผลลัพธ์ที่ได้ออกมาจะเป็น

$$\frac{M_t}{M_{\infty}} = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} e^{-D(2n+1)^2 \pi^2 (t/d^2)} \quad (2.9)$$

โดย  $M_t$  ปริมาณสารที่ถูกดูดซับ ณ เวลา  $t$   
 $M_{\infty}$  ปริมาณสารที่ถูกดูดซับ ณ เวลาอิมิตัว, มีค่าเป็น  $AdC_{\infty}$   
 $A$  พื้นที่ผิวหน้าของวัสดุ  
 $d$  ความหนาของวัสดุ  
 $C_{\infty}$  ความเข้มข้นของสาร ณ เวลาอิมิตัว

จากสมการ (2.9) ถ้าเวลาในการแพร่ของสารไม่นานจนเกินไปนัก จะสามารถปรับลดรูปแบบสมการลงได้เป็น

$$M_t = 4M_{\infty} \left( \frac{Dt}{\pi d^2} \right)^{1/2} \quad \text{เมื่อ } 0 < \frac{M_t}{M_{\infty}} < 0.6 \quad (2.10)$$

จากนั้น ได้ทำการนิยามค่าของ อัตราการดูดซับ (Adsorption rate ;  $\psi$ ) ขึ้นมา โดย

$$\psi = \frac{100}{W_0} \times \frac{M_t}{t} \quad (2.11)$$

เมื่อ  $\psi$  อัตราการดูดซับ (%/min)  
 $W_0$  น้ำหนักแห้งของวัสดุ

จาก (2.11) กลับข้างสมการเพื่อหาค่า  $M_t$  ในรูปแบบของ  $\psi$  ได้เป็น

$$M_t = \frac{\psi W_0 t}{100} \quad (2.12)$$

นำค่า  $M_t$  จากสมการ (2.12) ไปแทนลงใน (2.10) พร้อมทั้งจัดพจน์ใหม่ ได้เป็น

$$\psi = 4M_\infty \left( \frac{D}{\pi} \right)^{1/2} \left( \frac{1}{t} \right)^{1/2} \left( \frac{1}{d} \right) \left( \frac{100}{W_0} \right)$$

สำหรับค่าของ  $D$  จะเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ ตามความสัมพันธ์ของ Arrhenius คือ

$$D = D_0 e^{\frac{-E_a}{RT}} \quad (2.14)$$

- โดย  $D_0$  ค่า Pre-exponential Factor ที่ได้จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $\log(D)$  กับ  $(1/T)$  ซึ่งไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ  
 $E_a$  ค่า Activation Energy of Diffusion มีหน่วยเป็น kcal/mol  
 $R$  Gas Constant มีค่า 8.314 J/K mol  
 $T$  อุณหภูมิ (K)

นำค่า  $D$  จากสมการ (2.14) ไปแทนลงในสมการ (2.13) จะได้รูปแบบสมการที่จะใช้ในการคำนวณค่าอัตราการดูดซับของแต่ละกรณี สำหรับสมการที่อ้างอิงกฎข้อสองของฟิกส์เป็น

$$\psi = 4M_\infty \left( D_0 \frac{e^{-E_a/RT}}{\pi} \right)^{1/2} \left( \frac{1}{t} \right)^{1/2} \left( \frac{1}{d} \right) \left( \frac{100}{W_0} \right) \quad (2.15)$$

ซึ่งเป็นสมการที่จะถูกนำไปใช้ต่อไป

## 2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.5.1 Agbaji และ Agbaji (1990) ได้ทำการศึกษาผลของอุณหภูมิต่อปริมาณความชื้น ที่มีในหนังแพะ และโค ของประเทศไนจีเรีย ทั้งชนิดที่ยังไม่ได้ฟอก (Hide) และที่ฟอกแล้ว (Leather) ด้วยวิธี Chrome tanning และ Vegetable tanning โดยการทิ้งหนังไว้ในบรรยากาศที่อุณหภูมิ 20, 30 และ 40 องศาเซลเซียสตามลำดับ โดยแปรผันค่าความชื้นสัมพัทธ์ในอากาศในช่วง 0-90% พบว่า อุณหภูมิมีผลทำให้ค่า Storage Stability (ซึ่งเป็นค่าที่ใช้บอกความสามารถในการอุ้มน้ำของหนัง) ต่ำลง เมื่ออุณหภูมิในบรรยากาศมากขึ้น เพราะอุณหภูมิที่มากจะไปทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงภายในโครงสร้างภายในของหนัง ทำให้การอุ้มน้ำไม่ดี โดยจะเห็นได้ชัดในกรณีที่ค่าความชื้นสัมพัทธ์ในบรรยากาศมากกว่า 50% โดยหนังที่ยังไม่ฟอกจะมีปริมาณความชื้นที่น้อยกว่าหนังที่ฟอกด้วยวิธี Chrome tanning ที่สภาวะเดียวกัน เนื่องจากหนังที่ผ่านการฟอกแล้วจะมีขนาดของ grain ที่ใหญ่กว่าหนังที่ยังไม่ฟอก ทำให้สามารถอุ้มน้ำได้มากกว่า

2.5.2 Wang และ Attenburrow (1994) ได้ทำการศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่อความอ่อนนุ่มของหนังแพะบราซิล โดยทำการทดสอบโดยใช้ อุปกรณ์ที่เรียกว่า BLC Guage จากการศึกษาสรุปได้ว่าความอ่อนนุ่มของหนังแพะบราซิลขึ้นกับค่าความหนาแน่นและปริมาณไขมันที่มีอยู่ในหนังแพะนั้นๆ

2.5.3 Teresa และคณะ (1997) ได้ทำการศึกษาผลของอัตราการเพิ่มของอุณหภูมิที่มีต่อค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ (Diffusion Coefficient) ของสาร โดยใช้กฎของฟิกส์และทฤษฎีของอาร์เรนเนียส แล้วพัฒนาออกมาเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการคำนวณค่า Pre-exponential factor และค่า  $E_a$  ให้ได้แม่นยำที่สุด เมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิอยู่ในช่วงอัตราที่ศึกษา