

บทที่ 2

การวิเคราะห์ผนังด้านแรงเฉือนแบบมีช่องเปิดโดยวิธีจำลองโครงสร้างเป็นโครงข้อแข็ง

2.1 ความนำ

นอกเหนือจากการวิเคราะห์ผนังด้านแรงเฉือนด้วยวิธี Shear Connection และวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (โดยคิดว่าเป็นปัญหาความเค้นในระนาบ) แล้ว ยังมีการวิเคราะห์ด้วยการจำลองโครงสร้างของผนังด้านแรงเฉือนเป็นโครงข้อแข็ง ดังแสดงในรูปที่ 2.1 ซึ่งจะประกอบไปด้วยเสาที่มีขนาดกว้าง 2 ต้นต่อติดกับคานที่ส่วนปลายมีความแข็งอนันต์ การจำลองโครงสร้างดังกล่าว ทำให้ทั้งเสาและคานต่างก็แตกต่างกันไปจากชิ้นส่วนของโครงข้อแข็งทั่วไป กล่าวคือ เนื่องจากเสามีความกว้างมาก ดังนั้นจึงต้องคิดผลของการเคลื่อนที่เนื่องจากแรงเฉือนและส่วนปลายคานมีความแข็งอนันต์ (Rigid End Part) ดังนั้นจะมีผลต่อสติฟเนสของคานด้วย

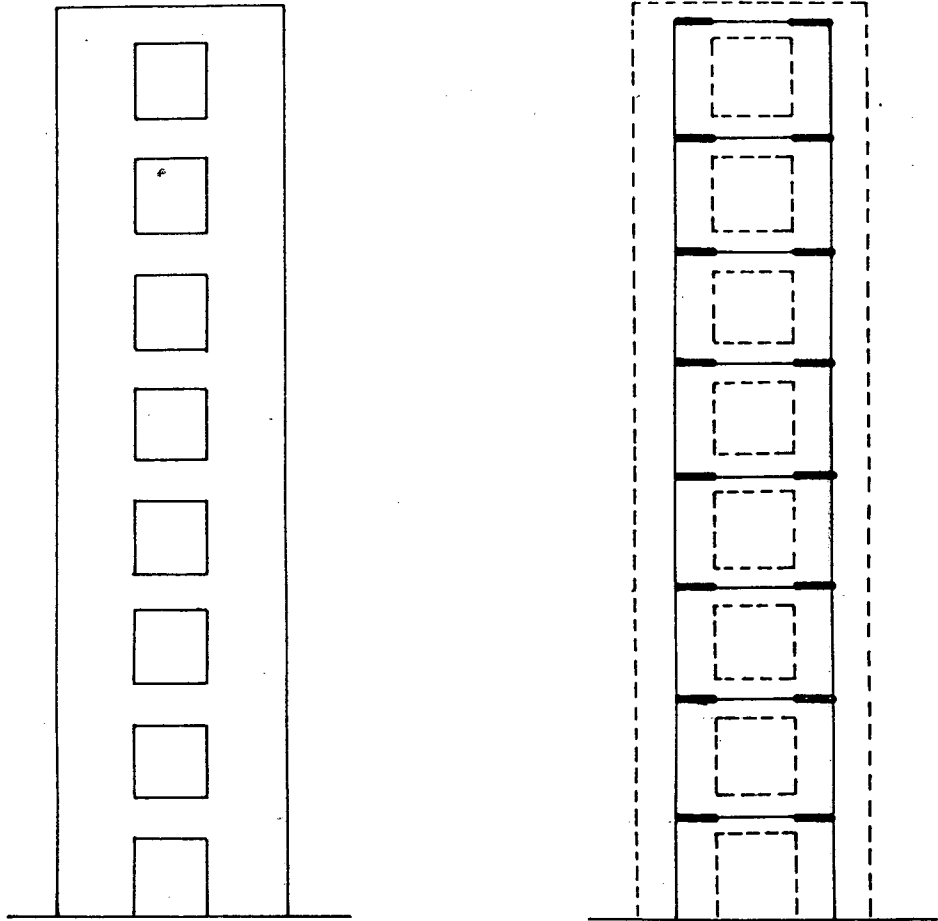
การประกอบชิ้นส่วนเพื่อรวมเป็นโครงสร้างและการแก้สมการสมดุลย์ของแรง จะใช้วิธีการพرونทัล ซึ่งรายละเอียดจะกล่าวในบทที่ 3

2.2 สติฟเนสของชิ้นส่วนที่คิดผลของการเคลื่อนที่เนื่องจากหน่วยแรงเฉือนและส่วนปลายที่มีความแข็งอนันต์

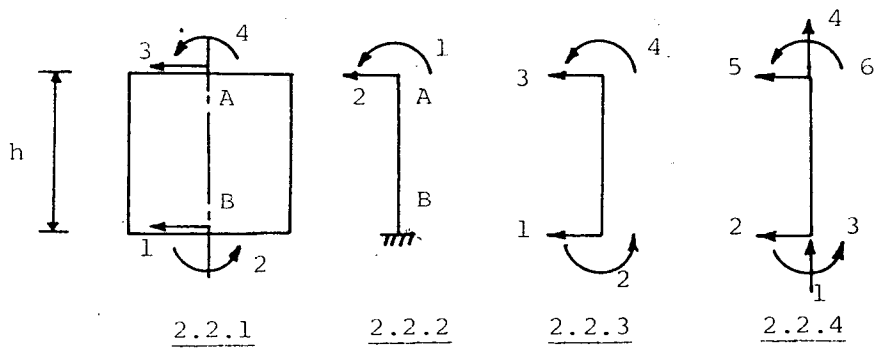
เนื่องจากการจำลองผนังด้านแรงเฉือนเป็นเสาและคานตามหัวข้อ 2.1 ทำให้ชิ้นส่วนของเสามีขนาดกว้างมาก. ดังนั้นในการวิเคราะห์จึงคิดผลของการเคลื่อนที่เนื่องจากแรงเฉือนด้วยพิจารณารูปที่ 2.2 พบว่าเฟลกซิบิลิตีเมตริกซ์ (Flexibility Matrix) ตามพิกัดที่แสดงในรูปมีค่าดังนี้

$$[F] = \begin{bmatrix} \frac{h}{EI} & \frac{h^2}{2EI} \\ \text{Symmetrical} & \left(\frac{h^3}{3EI} + \frac{h}{GA_r} \right) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยจะหาได้จากการผกผัน (Inverse) สมการ (2.1)



รูปที่ 2.1 การจำลองผนังต้านแรงเฉือน เป็นโครงข้อแข็ง



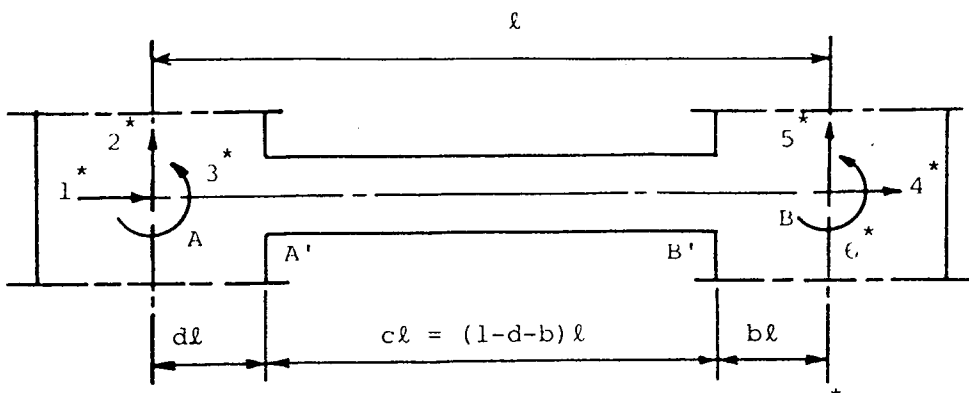
รูปที่ 2.2 เฟลกทวิปิลิตีและสตีฟ เนสของชั้นส่วนที่คิดผลของแรงเฉือน, แรงตัดและแรงตามแนวแกน

[S*]

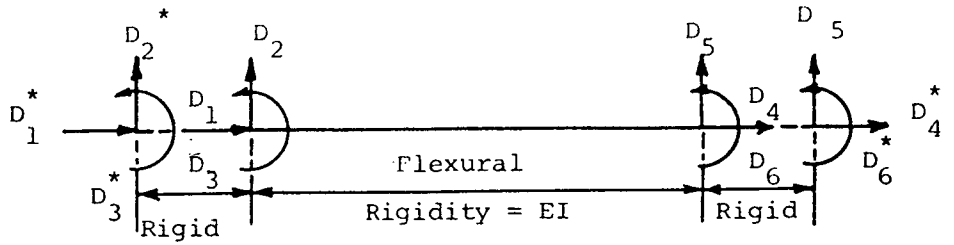
=

	$\frac{EA}{c^2}$		$-\frac{EA}{c^2}$		
	$\frac{12EI}{(1+\gamma)c^3l^3}$	$\frac{12EId}{(1+\gamma)c^3l^2} + \frac{6EI}{(1+\gamma)c^2l^2}$	$-\frac{12EI}{(1+\gamma)c^3l^3}$	$\frac{12Eib}{(1+\gamma)c^3l^2} + \frac{6EI}{(1+\gamma)c^2l^2}$	
	$\frac{12Eid^2}{(1+\gamma)c^3l} + \frac{12Eid}{(1+\gamma)c^2l} + \frac{(4+\gamma)EI}{(1+\gamma)c^2l}$		$-\frac{12Eid}{(1+\gamma)c^3l^2} - \frac{6EI}{(1+\gamma)c^2l^2}$	$\frac{12Eibd}{(1+\gamma)c^3l} + \frac{6EI}{(1+\gamma)c^2l} + \frac{6Eib}{(1+\gamma)c^2l} + \frac{(2-\gamma)EI}{(1-\gamma)c^2l}$	
		$\frac{EA}{c^2}$			
สมมาตร			$\frac{12EI}{(1+\gamma)c^3l^3}$	$-\frac{12Eib}{(1+\gamma)c^3l^2} - \frac{6EI}{(1+\gamma)c^2l^2}$	
				$\frac{12Eib^2}{(1+\gamma)c^3l} + \frac{12Eib}{(1+\gamma)c^2l} + \frac{(4+\gamma)EI}{(1+\gamma)c^2l}$	

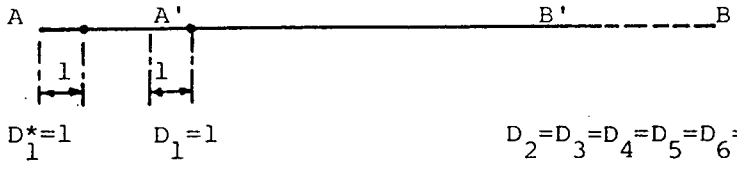
.....(2.9)



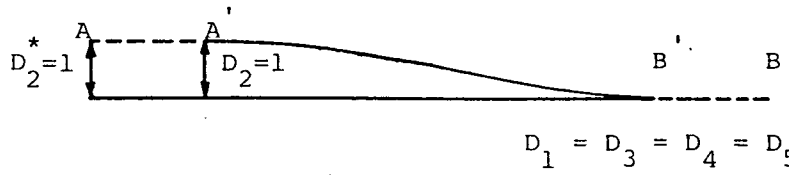
2.3.1



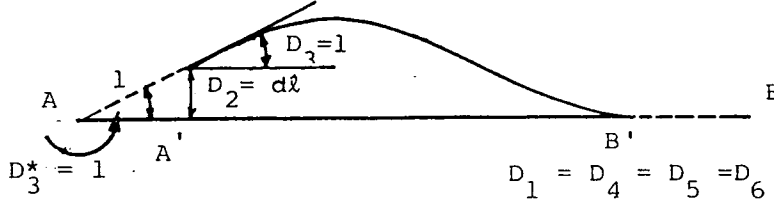
2.3.2



2.3.3

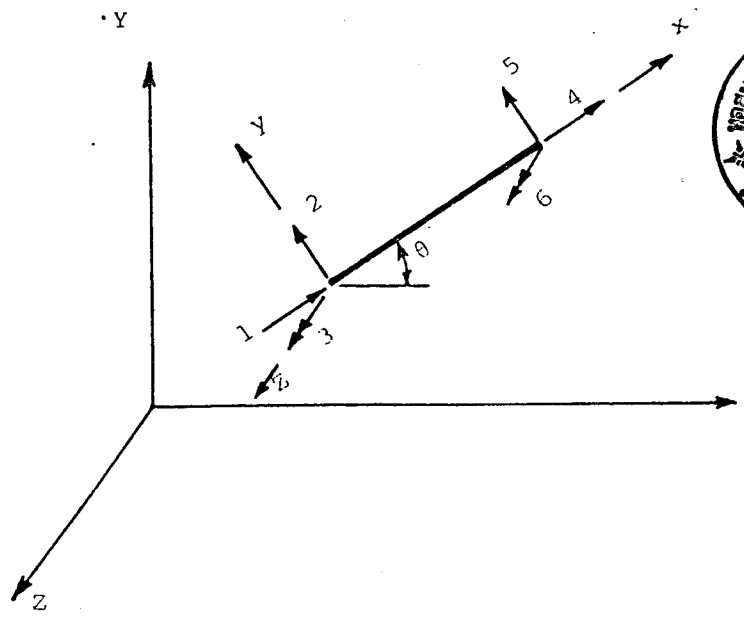


2.3.4



2.3.5

รูปที่ 2.3 ระบบพิกัดของสตีฟ เนส เมตริกซ์ในสมการที่ 2.9



รูปที่ 2.4 ระบบพิกัดของชิ้นส่วนย่อยและการเคลื่อนที่

ถึงจุดนี้จะพบว่า ในกรณีที่ชั้นส่วนเป็นแผ่นนั้น ผลจากความแข็งอนันต์ที่ปลายมีน้อยมาก ซึ่งในกรณีนี้เราเพียงแทนค่า $c = d = 0$ ลงในสมการ (2.9) อย่างไรก็ดี ถ้าต้องการคิดผลของความแข็งอนันต์ที่ปลายด้วยก็ได้

สำหรับตัวคาน ถ้าคานมีความลึก (depth) มากเมื่อเทียบกับช่วงคานแล้วต้องคิดทั้งผลของความแข็งอนันต์ที่ปลายและผลของการเคลื่อนที่เนื่องจากหน่วยแรงเฉือน แต่ถ้าคานมีขนาดเล็กและมีช่วงคานกว้างแล้ว ก็ไม่ต้องคิดผลของการเคลื่อนที่เนื่องจากแรงเฉือนโดยการแทนค่า $\gamma = 0$ ลงในสมการ (2.9)

สตีเฟนสเมตริกซ์ในสมการ (2.9) นั้นเป็นสตีเฟนสในพิกัดของชั้นส่วนย่อย x, y, z ดังแสดงในรูปที่ 2.4 ดังนั้นก่อนรวมเป็นสตีเฟนสเมตริกซ์ของโครงสร้าง จำเป็นต้องหมุนพิกัดจากพิกัดของชั้นส่วนย่อย x, y, z ไปอยู่ในพิกัดของโครงสร้าง X, Y, Z ดังต่อไปนี้

$$[S^*]_M = [RT]^T [S^*] [RT] \quad (2.10)$$

โดยที่

$$[RT] = \begin{bmatrix} CT & ST & & & & \\ & -ST & CT & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & CT & ST \\ & & & & -ST & CT \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$CT = \cos \theta = \frac{L_x}{L} \quad (2.12.1)$$

$$ST = \sin \theta = \frac{L_y}{L} \quad (2.12.2)$$

$$L = \sqrt{L_x^2 + L_y^2} \quad (2.12.3)$$

2.3 สติฟเนสเมตริกซ์ของโครงสร้างและการแก้สมการสมดุลย์ของแรง

หลังจากคำนวณหาค่าสติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยจากสมการที่ 2.10 แล้ว ค่าสัมประสิทธิ์เหล่านี้จะถูกนำไปรวมไว้ในสติฟเนสเมตริกซ์ของโครงสร้าง $[S^*]_S$ และแก้สมการสมดุลย์ของแรงโดยวิธีการพรอนทัล (รายละเอียดอยู่ในบทที่ 3)

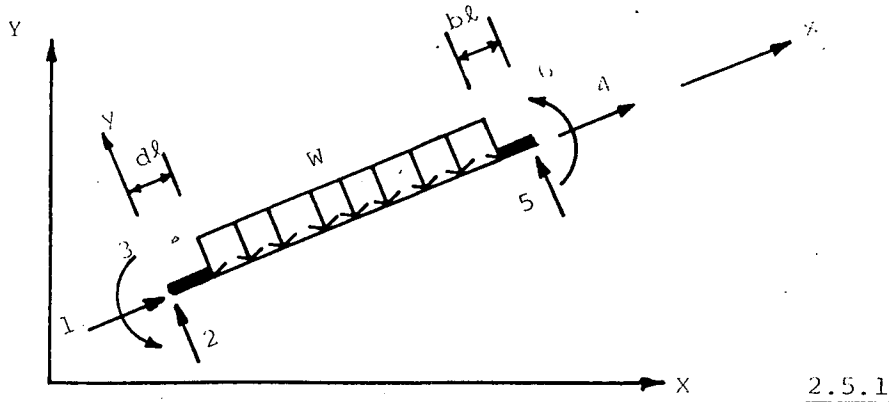
2.4 เวกเตอร์ของแรงรวม $\{F\}_S$

เวกเตอร์ของแรงรวมจะประกอบไปด้วยผลบวกของแรงภายนอก 2 ประเภท ประเภทที่ 1 ได้แก่ แรงภายนอกที่กระทำที่ข้อ, $\{F\}_J$ มีทิศทางในทิศทางของโครงสร้าง X,Y,Z แรงประเภทนี้จะถูกนำไปรวมในเวกเตอร์ของแรงโดยตรง ส่วนแรงอีกประเภทหนึ่งได้แก่ แรงภายนอกที่กระทำในระหว่างชิ้นส่วนย่อย ข้อมูลเกี่ยวกับแรงประเภทนี้จะถูกนำไปคำนวณหาแรงกระทำที่ปลายชิ้นส่วน (Fixed End Actions) ได้ $\{F\}_{EM}$ โดยมีทิศทางอยู่ในทิศทางของชิ้นส่วนย่อย x, y, z จากนั้นทำการหมุนแรงนี้ให้อยู่ในทิศทางของโครงสร้างได้ $\{F\}_{SM}$ แล้วจึงนำไปรวมกับแรงในประเภทที่ 1 ได้เวกเตอร์ของแรงรวม $\{F\}_S$ ตามต้องการ

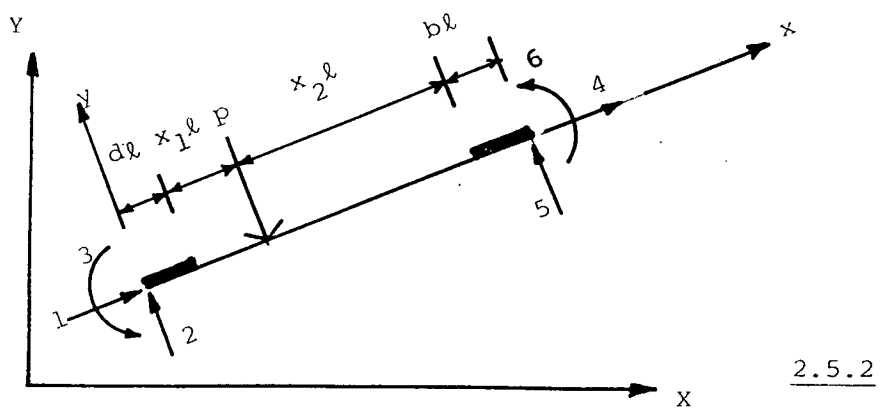
รูปที่ 2.5 แสดงชิ้นส่วนย่อยภายใต้น้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ, W และแรงกระทำเป็นจุด, P แรงกระทำภายในที่ปลายชิ้นส่วน $\{F\}_{EM}$ หาได้ดังนี้

สำหรับในกรณีน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ, W

$$\{F\}_{EM} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \frac{Wcl}{2} \\ \frac{Wc^2 l^2}{12} + \frac{Wcdl^2}{2} \\ 0 \\ \frac{Wcl}{2} \\ -\frac{Wc^2 l^2}{12} - \frac{Wcbd^2}{2} \end{array} \right\} \quad (2.13)$$

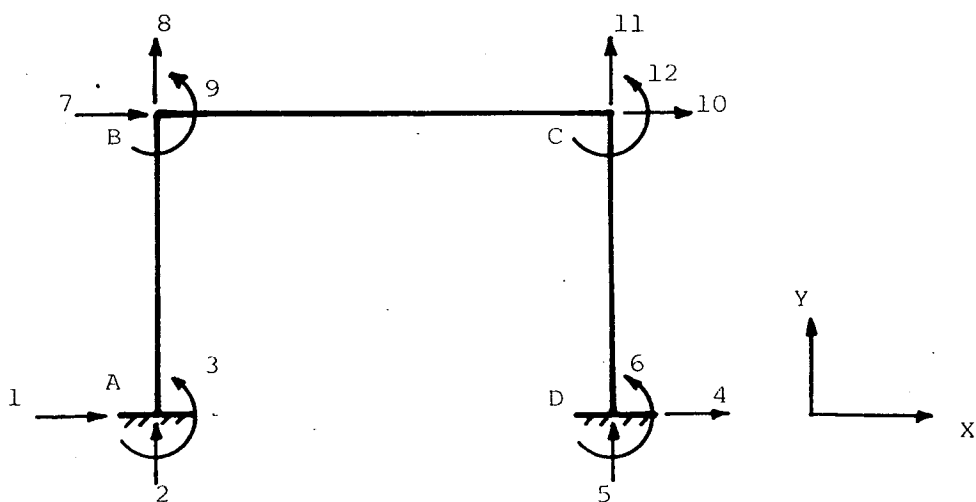


2.5.1



2.5.2

รูปที่ 2.5 ชิ้นส่วนย่อยภายใต้น้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ, W และแรงกระทำเป็นจุด, P



รูปที่ 2.6 ตัวอย่างโครงข้อแข็งที่กำหนดเงื่อนไขการเคลื่อนที่ที่ข้อ

สำหรับในกรณีแรงกระทำเป็นจุด, P

$$\{F\}_{EM} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \frac{Px_2^2(3x_1+x_2)}{c^3} \\ \frac{Px_1x_2^2}{c^2} + \frac{Px_2^2dl(3x_1+x_2)}{c^3} \\ 0 \\ \frac{Px_1^2(3x_2+x_1)}{c^3} \\ -\frac{Px_1^2x_2}{c^2} - \frac{Px_1^2bl(3x_2+x_1)}{c^3} \end{array} \right\} \quad (2.14)$$

เมตริกซ์การหมุนใช้สมการที่ 2.11 ดังนั้นเวกเตอร์ของแรงรวมในพิกัดของโครงสร้าง X, Y, Z เขียนได้ดังนี้

$$\{F\}_S = \{F\}_J + [RT]^T \{F\}_{EM} \quad (2.15)$$

2.5 การแก้ไขสตีฟ เนส เมตริกซ์และเวกเตอร์ของแรงให้สอดคล้องกับสภาพเงื่อนไขที่จุดรองรับ

รูปที่ 2.6 แสดงเงื่อนไขการเคลื่อนที่ที่ข้อของโครงข้อแข็ง ซึ่งจะพบว่าโครงสร้างไม่มีการเคลื่อนที่ในทิศทาง 1, 2, 3 และ 3, 4, 5 ข้อมูลดังกล่าวจะถูกนำไปใช้ในการแก้ไขค่าสัมประสิทธิ์ในสตีฟ เนส เมตริกซ์และเวกเตอร์ของแรงรวม ก่อนนำไปคำนวณหาค่าการเคลื่อนที่ของข้ออื่น ๆ โดยการแก้สมการ

สมการ (2.16) แสดงการแยกส่วนของสตีฟ เนส เมตริกซ์ออกเป็น 4 ส่วน โดยการจัดกลุ่มตามสภาพเงื่อนไขการเคลื่อนที่อิสระที่กำหนดให้ เนื่องจากโครงสร้างมีการเคลื่อนที่ในทิศทาง 7, 8, 9 และ 10, 11, 12 ดังนั้นจึงแบ่งกลุ่มออกเป็น 1, 2, 3, 4, 5, 6 ตามที่แสดงในสมการ (2.16)

โดยที่เวกเตอร์ {FJ} ประกอบด้วยค่าสัมประสิทธิ์ที่แสดงค่าที่สัมพันธ์กับทิศทางการเคลื่อนที่ 7, 8, 9, 10, 11 และ 12 ในที่สุดจะได้สมการซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสติฟเนส, ค่าการเคลื่อนที่และแรง ดังนี้

$$\begin{bmatrix} [SJJ] & [SJS] \\ [SSJ] & [SSS] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DJ \\ DS \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} FJ \\ FS \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

$$\text{หรือ} \quad [SJJ] \{DJ\} = \{FJ\} \quad (2.19)$$

เมื่อแก้สมการ (2.19) จะได้ค่าการเคลื่อนที่ที่ขั้วในทิศทาง 7, 8, 9, 10, 11 และ 12 ตามต้องการ อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติ การแก้สมการตามขั้นตอนจากสมการ (2.16) ถึง (2.19) จะทำได้ยากและเสียเวลา ดังนั้นโดยทั่วไปในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อแก้สมการดังกล่าว จะทำด้วยวิธีใดวิธีหนึ่ง ดังต่อไปนี้

วิธีที่ 1 ถ้าสมมติให้ค่าการเคลื่อนที่ในทิศทาง i ทราบค่า กล่าวคือ ทราบค่า DJ_i สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสติฟเนส, การเคลื่อนที่และแรงสามารถเขียนได้ดังนี้

$${}_{i\text{th}} \begin{bmatrix} S_{11} & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & S_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot \\ S_{n1} & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DJ_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ DJ_i \\ \cdot \\ \cdot \\ DJ_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} FJ_1 - S_{1i} * DJ_i \\ \cdot \\ \cdot \\ DJ_i \\ \cdot \\ \cdot \\ FJ_n - S_{ni} * DJ_i \end{Bmatrix} \quad (2.20)$$

จากสมการ (2.20) จะพบว่าค่าสัมประสิทธิ์ของสตีฟ เนส เมตริกซ์ที่แถวในแนวนอน แถวที่ i และแถวในแนวตั้งแถวที่ i มีค่าเป็นศูนย์หมด ยกเว้นที่ตัดกัน ซึ่งมีค่าเท่ากับ 1 ในขณะที่เดียวกันค่าสัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์ของแรงรวม, FJ เปลี่ยนค่า FJ_i เป็นค่า DJ_i และ FJ_k เป็น $FJ_k - S_{ki} * DJ_i$ โดยที่ k มีค่าจาก 1 ถึง n ยกเว้นเมื่อ $k = i$ สำหรับค่าการเคลื่อนที่ในทิศทางอื่น ๆ ที่ทราบค่าก็ทำในทำนองเดียวกัน เมื่อแก้สมการ (2.20) จะได้ค่าการเคลื่อนที่ในทิศทางที่เหลือ เพื่อนำไปคำนวณหาค่าแรงลัพธ์ในชั้นส่วนต่อไป

วิธีที่ 2 ถ้าสมมติให้ค่าการเคลื่อนที่ในทิศทาง i ทราบค่า กล่าวคือ ทราบค่า DJ_i สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสตีฟ เนส, การเคลื่อนที่และแรงสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} S_{11} & \circ & \circ & \dots & \dots & \dots & S_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 10^{35} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ S_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} DJ_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ DJ_i \\ \cdot \\ \cdot \\ DJ_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} FJ_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ DJ_i * 10^{35} \\ \cdot \\ \cdot \\ FJ_n \end{Bmatrix} \quad (2.21)$$

จากสมการ 3.21 จะพบว่า ค่าสัมประสิทธิ์ของสตีฟ เนส เมตริกซ์ตัวที่ S_{ii} ถูกแทนด้วยตัวเลขที่มีค่าสูงมาก ๆ ในที่นี้ใช้ค่า 10^{35} ในขณะที่ค่าสัมประสิทธิ์อื่น ๆ ที่เหลือไม่มีการเปลี่ยนแปลง สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ในเวกเตอร์ของแรงรวมแถวที่ i ค่า FJ_i ถูกแทนด้วยค่า $DJ_i * 10^{35}$ ในกรณีของค่าการเคลื่อนที่ในทิศทางอื่น ๆ ที่ทราบค่าก็ทำในทำนองเดียวกัน เมื่อแก้สมการ (2.21) จะได้ค่าการเคลื่อนที่ในทิศทางที่เหลือ เพื่อนำไปคำนวณหาค่าแรงลัพธ์ในชั้นส่วนต่อไป

ผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้สมการในทั้งสองวิธีนี้จะมีค่าใกล้เคียงกันมากและในบางกรณีจะมีค่าเหมือนกัน โดยผลลัพธ์ที่ได้จากวิธีที่ 1 จะเป็นผลลัพธ์ที่ถูกต้อง แต่อย่างไรก็ตามจากการเปรียบเทียบความยากง่ายของขั้นตอนการทำงานของทั้งสองวิธี พบว่าวิธีที่ 2 เป็นวิธีที่ให้ความสะดวกและ

รวดเร็วกว่าในวิธีที่ 1 เพราะขั้นตอนการแก้ไขสตีเฟนสเมตริกซ์ให้สอดคล้องกับสภาพเงื่อนไขที่จุดรองรับมีน้อยกว่า และการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ก็ง่ายกว่าด้วย หนึ่งในทางทฤษฎี คำตัวเลขที่ใช้แทนค่าสัมประสิทธิ์ S_{ii} ควรมีค่ามาก ๆ ซึ่งในโปรแกรมที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ใช้ค่า 10^{35} ซึ่งเป็นค่าที่มากพอที่จะใช้ในการแก้ปัญหาด้านโครงสร้างทั่ว ๆ ไป -

2.6 แรงลัพท์ในชิ้นส่วน

ค่าการเคลื่อนที่ที่ขั้วที่คำนวณได้จากสมการ (2.21), $\{DJ\}$ จะมีทิศทางอยู่ในทิศทางของโครงสร้าง X, Y, Z ดังนั้นเมื่อได้ค่าการเคลื่อนที่ที่ขั้วของชิ้นส่วนแต่ละอันแล้ว จะต้องทำการหมุนไปอยู่ในทิศทางของชิ้นส่วนย่อย x, y, z โดยอาศัยค่าเมตริกซ์การหมุน $[RT]$ จากสมการ (2.11) จะได้

$$\{DM\} = [RT] \{DJ\} \quad (2.22)$$

โดยที่ $\{DM\} =$ เวกเตอร์การเคลื่อนที่ที่ขั้วของชิ้นส่วนในทิศทางของชิ้นส่วนย่อย x, y, z
 $\{DJ\} =$ เวกเตอร์การเคลื่อนที่ที่ขั้วของชิ้นส่วนในทิศทางของโครงสร้าง X, Y, Z

แรงลัพท์ที่ขั้วของชิ้นส่วน คำนวณหาได้โดยอาศัยค่าสตีเฟนสเมตริกซ์ $[S^*]$ จากสมการ (2.8) กับเวกเตอร์ของแรงกระทำที่ปลายชิ้นส่วน $\{F\}_{EM}$ จากสมการ (2.14) ได้

$$\{F\}_M = [S^*] \{DM\} + \{F\}_{EM} \quad (2.23)$$

แทนค่า $\{DM\}$ จากสมการ (2.22) จะได้

$$\{F\}_M = [S^*] [RT] \{DJ\} + \{F\}_{EM} \quad (2.24)$$