



## บรรณานุกรม

### หนังสือ

- จิตรรา วสุวานิช. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง , 2516.
- ชวาล แพทย์กุล. เทคนิคการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 1. พระนคร : สำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช , 2506.
- ชูชีพ อ่อนโคกสูง. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : วรุณีการพิมพ์ , 2518.
- เคโซ สวานนท์. จิตวิทยาสังคม. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์โอเคียนสตรี , 2518.
- ปฐม นิคมานนท์. จิตวิทยาทั่วไป. กรุงเทพมหานคร : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร , 2521.
- ประสาธ อิศรปรีดา. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์กราฟิเคอาร์ต , 2521.
- ประคอง กรวรรณสุต. สถิติประยุกต์สำหรับครู. พิมพ์ครั้งที่ 3. พระนคร : สำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช , 2515.
- สถิติสำหรับการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : ภาควิชาวิจัยการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , 2524.
- บุพิน พิพิธกุล. การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์การพิมพ์. 2519.
- การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : มพิชการพิมพ์ , 2524.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. แบบเรียนคณิตศาสตร์ ค.204

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภา, 2522.

คู่มือการสอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่มสอง. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภา, 2522.

ข้อสอบวัดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมวิชาคณิตศาสตร์ ค.204. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภา, 2522 .

สมบูรณ์ พรณภาพ และชัยโรจน์ ชัยอินคำ. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์บรรณกิจ, 2518.

สุรัชย์ ชวัญเมือง. วิธีสอนและวัดผลวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา. กรุงเทพมหานคร : เทพนิมิตรการพิมพ์, 2522.

### เอกสารอื่นๆ

กิ่งแก้ว พูลคลองตัน. "การศึกษาทดลองเกี่ยวกับการร่วมมือและการแข่งขัน" รายงานการวิจัย คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.

จิตรภา ฤทธิผลบุตร. "การศึกษาทดลองเกี่ยวกับความร่วมมือและการแข่งขัน" รายงานการวิจัย คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.

นันทนา ฐรรมบุศย์. "พฤติกรรมความร่วมมือและการแข่งขันของเด็กเมืองและชนบท" วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต แผนกจิตวิทยา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520

มณี ชำเพ็ญ. "การเรียนการสอนในระดับมัธยมศึกษา". เอกสารประกอบการประชุมวิชาการครั้งที่ 1 เรื่องการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทย ณ คณะแพทยศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 26-27 เมษายน 2522.

ปทุม อังสุสิงห์. "การศึกษาทดลองเกี่ยวกับการร่วมมือและการแข่งขัน" รายงานการวิจัย คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.

ว่าไพ บริสุทธิ์. "พฤติกรรมกรรมการแข่งขัน และร่วมมือระหว่างบุตรพ่อค้าและบุตรข้าราชการ".  
 วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาคศึกษาศาสตร์ ภาควิชาจิตวิทยา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์  
 มหาวิทยาลัย, 2522.

วิไล ภูมิพงษ์พิเชษฐ์. "การศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับการร่วมมือและการแข่งขัน" รายงานการวิจัย  
 คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.

ศิริพร เรืองพร. "การเปรียบเทียบการทำงานของเด็กไทยภายใต้สภาพการณ์ร่วมมือและ  
 แข่งขัน" รายงานการวิจัย คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.

#### BOOK

Beggs, Donald L, and Lewis, Erest L. Measurement and Evaluation in  
 the School. Boston: Houghton Mifflin Company, 1975.

Bird, Charles. Social Psychology. New York: D. Appleton Century,  
 1940.

Bloom, Benjamin S.; Hastings, J. Thomas; and Madaus, Gorge F.  
Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student  
 Learning. New York : Megraw-Hill Book, 1971.

Delecco, John P. The Psychology of Learning any Instruction. New  
 Jersey: Prentice-Hall, 1978.

Freedman, Jonathan L.; Carlsmith, J. Merrill and Sears, David O.  
Social Psychology. 3d ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1978.

Lindgren, Henry Clay. An Introduction to School Psychology. New  
 York: John Wiley and Sons, 1969.

Mehrens, William A, Lehmann Irvin J. Measurement and Evaluation  
 and Psychology. 2d ed. New York: Holt, Rinehart and winston,  
 1975.

Ostel, Bernard. Statistics in Research: Basic Concepts and Techniques  
 for Research Workers. 2d ed. Calcutta: The Iowa State  
 University Press, 1966.

- Sargent, Henry Clay and William, Robert C. Social Psychology. New York: The Ronald Press Company, 1966.
- Schneider, David J. Social Psychology. Boston: Addison-Wesley Publishing. 1976.
- Sherif, Muzafer and W. Sherif, Carolyn. Social Psychology. New York: Harper and Row. 1969.
- Teevan, Richard C. Motivation. New York: Mc-Graw Hill Book Company, 1967.

Other Materials

- Clifford, Margaret., Cleary, Anne T. and Walster, William G. "Effects of Emphasizing Competition in Classroom-Testing Procedures." Journal of Educational Research 65 (January 1972): 233-237.
- Kagan, Spencer, and Madsen, Millard C. "Rivalry in Anglo-American and Mexican Children of Two Ages." Journal of Personality and Social Psychology 24 (November 1972): 214-220
- Skon, Linda Delmor. "Effects of Cooperative, Competitive, and Individualistic Learning Situations on Achievement and Reasoning Processes." Dissertation Abstracts International 40 (March 1980): 972-A.
- Voletic, Kenneth George. "A Study to Investigate the Effect of Cooperative, Competitive and Individualistic Goal Structures Upon Three Instruction Tasks in the Element School." Dissertation Abstracts International 40 (March 1980): 4880-A.

Wheeler, Ronald and Ryan, Frank L. "Effects of Cooperative and Competitive Classroom Environments on the Attitudes and Achievement of Elementary School Students Engaged in Social Studies Inquiry Activities." Journal of Educational Psychology 65 (December 1973): 402-407



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก.

ตารางที่ 7 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ทศกัณฐ์เลือกแล้ว

ข้อที่	R <sub>U</sub>	R <sub>L</sub>	P	r
1	22	15	0.77	0.29
2	21	8	0.60	0.54
3	22	13	0.72	0.37
4	16	7	0.47	0.37
5	21	5	0.54	0.66
6	21	8	0.60	0.54
7	19	5	0.50	0.58
8	23	7	0.62	0.66
9	21	6	0.56	0.60
10	18	2	0.41	0.66
11	15	2	0.35	0.54
12	21	11	0.66	0.41
13	24	9	0.68	0.62
14	18	11	0.60	0.29
15	24	10	0.70	0.58
16	24	9	0.68	0.62
17	23	9	0.66	0.58
18	19	2	0.43	0.70
19	16	8	0.50	0.33
20	13	4	0.35	0.37
21	17	6	0.47	0.45
22	18	10	0.58	0.33
23	16	4	0.41	0.54
24	12	4	0.33	0.33

ตารางที่ 7 (ต่อ)

ข้อที่	R <sub>U</sub>	R <sub>L</sub>	P	R
25	22	6	0.54	0.58
26	21	3	0.50	0.75
27	14	1	0.31	0.54
28	16	2	0.37	0.58
29	18	6	0.50	0.50
30	22	13	0.72	0.37
31	18	8	0.60	0.41
32	19	3	0.45	0.66
33	22	6	0.58	0.66
34	19	3	0.45	0.66
35	21	5	0.54	0.66
36	17	8	0.52	0.37
37	16	4	0.41	0.54
38	17	3	0.41	0.58
39	20	7	0.56	0.54
40	11	4	0.31	0.29

ศูนย์วิทยทรัพยากร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



การหาค่าความเที่ยงของแบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ตารางที่ 8 อัตราส่วนของผู้ที่ตอบถูก (p) อัตราส่วนของผู้ที่ตอบผิด (q) ของแบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกแล้ว

ข้อที่	p	q	pq
1	0.77	0.23	0.17
2	0.60	0.40	0.24
3	0.72	0.28	0.20
4	0.47	0.53	0.24
5	0.54	0.46	0.24
6	0.60	0.40	0.24
7	0.50	0.50	0.25
8	0.62	0.38	0.23
9	0.56	0.44	0.24
10	0.41	0.59	0.24
11	0.35	0.65	0.22
12	0.66	0.34	0.22
13	0.68	0.32	0.21
14	0.60	0.40	0.24
15	0.70	0.30	0.21
16	0.68	0.32	0.21
17	0.66	0.34	0.22
18	0.43	0.57	0.24
19	0.50	0.50	0.25
20	0.35	0.65	0.22
21	0.47	0.53	0.24
22	0.58	0.42	0.24
23	0.41	0.59	0.24

ตารางที่ 8 (ต่อ)

ข้อที่	p	q	pq
24	0.33	0.67	0.22
25	0.54	0.46	0.24
26	0.50	0.50	0.25
27	0.31	0.69	0.21
28	0.37	0.63	0.23
29	0.50	0.50	0.25
30	0.72	0.28	0.20
31	0.60	0.40	0.24
32	0.45	0.55	0.24
33	0.58	0.42	0.24
34	0.45	0.55	0.24
35	0.54	0.46	0.24
36	0.52	0.48	0.24
37	0.41	0.59	0.24
38	0.41	0.59	0.24
39	0.56	0.44	0.24
40	0.31	0.69	0.21
			$\Sigma pq = 9.222$

ตารางที่ 9 การคำนวณค่า ความแปรปรวน และค่าความเที่ยงของแบบสอบผลสัมฤทธิ์ทาง  
การเรียนคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกแล้ว

X	f	fX	X <sup>2</sup>	fX <sup>2</sup>
38	2	76	1444	2888
36	1	36	1296	1296
35	2	70	1225	2450
34	2	68	1156	2312
33	3	99	1089	3267
32	2	64	1024	2048
31	2	62	961	1922
30	2	60	900	1800
29	2	58	841	1682
28	2	56	784	1568
27	6	162	729	4374
26	4	104	676	2704
25	3	75	625	1875
24	3	72	576	1728
23	4	92	529	2116
22	2	44	484	968
21	5	105	441	2205
20	2	40	400	800
19	4	76	361	1444
18	4	72	324	1296
17	3	51	289	867
16	3	48	256	768
15	4	60	225	900
14	5	70	196	980

ตารางที่ 9 (ต่อ)

X	f	fX	X <sup>2</sup>	fX <sup>2</sup>
13	4	52	169	676
12	4	48	144	576
11	3	33	121	363
9	3	27	81	243
8	2	16	64	128
7	1	7	49	49
6	1	6	36	36
2				
n = 90		$\sum fX = 1909$		$\sum fX^2 = 46329$

ก. ค่าความแปรปรวนของคะแนนจากแบบสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

$$\begin{aligned}
 S_x^2 &= \frac{n \sum fX^2 - (\sum fX)^2}{n(n-1)} \\
 &= \frac{90 \times 46329 - (1909)^2}{90(90-1)} \\
 &= \frac{4169610 - 3644281}{8010} \\
 &= \frac{525326}{8010} \\
 &= 65.5841
 \end{aligned}$$

ข. ค่าความเที่ยงของแบบสอบถามที่คัดเลือกแล้ว

$$\begin{aligned}
 r_{xx} &= \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\sum p_0^2}{S_x^2} \right] \\
 &= \frac{40}{40-1} \left[ 1 - \frac{9.222}{65.5841} \right] \\
 &= \frac{40}{39} \left[ 1 - 0.1406 \right] \\
 &= 1.0256 \times 0.8594 \\
 r_{xx} &= 0.88
 \end{aligned}$$

ศูนย์วิทยพัทยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การหาค่าความเที่ยงของแบบสำรวจเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

ตารางที่ 10 คะแนนของนักเรียนจากแบบสำรวจเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ที่ทดลองใช้

X	f	fX	X <sup>2</sup>	fX <sup>2</sup>
235	1	235	55225	55225
223	1	223	49729	49729
214	1	214	45796	45796
213	2	426	45369	90738
212	1	212	44944	44944
211	1	211	44521	44521
202	1	202	40804	40804
201	1	201	40401	40401
199	2	398	39601	79202
198	3	594	39204	117612
197	1	197	38809	38809
196	1	196	38416	38416
195	1	195	38025	38025
194	2	388	37636	75272
185	3	552	33856	101568
181	2	362	32761	65522
179	1	179	32041	32041
178	1	178	31684	31684
177	2	354	31329	62658
175	1	175	30625	30625
170	1	170	28900	28900
169	1	169	28561	28561
161	2	322	25921	51842
159	1	159	25281	25280
157	1	157	24649	24649

ตารางที่ 10 (ต่อ)

X	f	fX	X <sup>2</sup>	fX <sup>2</sup>
156	2	312	24336	48672
151	1	151	22801	22801
150	1	150	22500	22500
143	1	143	20449	20449
	n = 40	∑ fX = 7425		∑ fX <sup>2</sup> = 1397247

การหาค่าความแปรปรวนของคะแนนจากแบบสำรวจเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

จากสูตร

$$\begin{aligned}
 s_x^2 &= \frac{n \sum fX^2 - (\sum fX)^2}{n(n-1)} \\
 &= \frac{40 \times 1397247 - (7425)^2}{40(40-1)} \\
 &= \frac{55889880 - 55130625}{1560} \\
 &= \frac{759255}{1560} \\
 &= 486.7019
 \end{aligned}$$

ตารางที่ 11 ค่าความแปรปรวนเป็นรายข้อ ของแบบสำรวจเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ที่นำไปทดลองใช้

ข้อที่	$S_i^2$	ข้อที่	$S_i^2$
1	0.9399	26	1.7774
2	1.0099	27	1.8943
3	1.0374	28	1.8843
4	0.8899	29	0.8274
5	0.8193	30	0.5274
6	0.6243	31	1.7193
7	0.6099	32	1.0899
8	0.3974	33	1.2874
9	0.8443	34	1.0374
10	0.6243	35	1.1999
11	1.0773	36	0.9443
12	0.7474	37	1.7443
13	0.6993	38	1.1999
14	0.8693	39	1.0493
15	1.1243	40	1.2743
16	1.4400	41	1.3274
17	1.0690	42	1.4099
18	1.4099	43	1.2493
19	1.3740	44	0.6493
20	1.0443	45	1.0874
21	0.9843	46	0.9099
22	0.5193	47	0.9693
23	1.3399	48	0.8999
24	1.1743	49	1.4599
25	0.3993	50	1.3474

$$\sum S_i^2 = 53.7317$$



ค่าความเที่ยงของแบบสำรวจเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } \alpha &= \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\sum Si^2}{Sx^2} \right] \\
 &= \frac{50}{50-1} \left[ 1 - \frac{53.7317}{486.7019} \right] \\
 &= \frac{50}{49} \left[ 1 - 0.1103 \right] \\
 &= 1.0204 \times 0.8897 \\
 &= 0.9078
 \end{aligned}$$

ตารางที่ 12 จำนวนนักเรียน ผลรวมของคะแนน ผลรวมของคะแนนกำลังสองของนักเรียนที่คัดเลือกเป็นกลุ่มตัวอย่างประชากร

กลุ่มที่	n	$\sum x$	$\sum x^2$
1 (กลุ่มทดลอง 1)	45	2647	16623
2 (กลุ่มทดลอง 2)	46	2652	163878
3 (กลุ่มควบคุม)	44	2443	145827

ก. การคำนวณค่าเฉลี่ย เลขคณิตของกลุ่มตัวอย่างที่นำมาใช้ เป็นกลุ่มตัวอย่างประชากร

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } \bar{x} &= \frac{\sum x}{n} \\
 \text{กลุ่มที่ 1 } \bar{x}_1 &= \frac{2647}{45} \\
 &= 58.82 \\
 \text{กลุ่มที่ 2 } \bar{x}_2 &= \frac{2652}{46} \\
 &= 57.65 \\
 \text{กลุ่มที่ 3 } \bar{x}_3 &= \frac{2443}{44} \\
 &= 55.52
 \end{aligned}$$

ข. การคำนวณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ นักเรียน ที่นำมาใช้เป็นกลุ่มตัวอย่าง  
ประชากร

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } S_x &= \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \\ \text{กลุ่มที่ 1 } S_{x_1} &= \sqrt{\frac{45(166225) - (2647)^2}{45(45-1)}} \\ &= 15.46 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{กลุ่มที่ 2 } S_{x_2} &= \sqrt{\frac{46(163878) - (2445)^2}{46(46-1)}} \\ &= 15.62 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{กลุ่มที่ 3 } S_{x_3} &= \sqrt{\frac{44(145827) - (2445)^2}{44(44-1)}} \\ &= 15.39 \end{aligned}$$

ค. การวิเคราะห์ความแปรปรวน  $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$

$$T = \sum x_1 + \sum x_2 + \sum x_3$$

$$\begin{aligned} &= 2647 + 2652 + 2445 \\ &= 7742 \end{aligned}$$

$$N = n_1 + n_2 + n_3$$

$$= 45 + 46 + 44$$

$$= 135$$

$$\frac{T^2}{N} = \frac{(7742)^2}{135}$$

$$= 443989.36$$

$$\begin{aligned}
 SST &= \sum X_1^2 + \sum X_2^2 + \sum X_3^2 - \frac{T^2}{N} \\
 &= 166225 + 163878 + 145827 - 443989.36 \\
 &= 31940.64
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SSa &= \frac{(\sum X_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum X_2)^2}{n_2} + \frac{(\sum X_3)^2}{n_3} - \frac{T^2}{N} \\
 &= \frac{(2647)^2}{45} + \frac{(2652)^2}{46} + \frac{(2443)^2}{44} - 443989.36 \\
 &= 248.64
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SSw &= SST - SSa \\
 &= 31940.64 - 248.64 = 31692
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 MSa &= \frac{SSa}{df_a} \\
 &= \frac{248.64}{2} \\
 &= 124.32
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 MSw &= \frac{SSw}{df_w} \\
 &= \frac{31692}{132} \\
 &= 240.09
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{MSa}{MSw} \\
 &= \frac{124.32}{240.09} \\
 &= 0.51
 \end{aligned}$$

F: 0.05(2, 132) จากตาราง เท่ากับ 3.07

0.51 < 3.07 ดังนั้นจึงยอมรับสมมุติฐาน  $H_0$

ตารางที่ 13 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ภายหลังจากทดลองของกลุ่มทดลอง  
 กลุ่มที่ 1 ( $X_1$ ) กลุ่มทดลองกลุ่มที่ 2 ( $X_2$ ) และกลุ่มควบคุม ( $X_3$ )

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1$	$X_2$	$X_3$
38	37	36	27	25	24
36	36	34	26	25	23
34	35	33	26	25	23
34	34	33	25	24	23
34	33	32	25	24	23
34	33	32	25	24	22
33	32	32	25	23	22
32	32	30	24	23	22
32	32	30	24	23	21
30	32	29	24	22	21
29	30	29	24	22	21
29	30	28	24	22	20
29	29	27	23	21	20
29	28	26	23	21	19
29	28	26	22	21	19
28	26	26	22	21	18
28	26	26	22	21	18
28	26	25	22	20	18
28	26	25	21	20	17
27	26	25	21	19	15
27	26	25	21	19	14
27	25	24	19	18	
27	25	24		17	
			$n_1 = 45$	$n_2 = 46$	$n_3 = 44$

ก. กำนวณค่ามัธยฐานและค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้ง

3 กลุ่ม

$$\text{จากสูตร} \quad \bar{x} = \frac{\sum X}{n}$$

$$\begin{aligned} \text{กลุ่มที่ 1} \quad \bar{x}_1 &= \frac{1217}{45} \\ &= 27.02 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{กลุ่มที่ 2} \quad \bar{x}_2 &= \frac{1187}{46} \\ &= 25.80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{กลุ่มที่ 3} \quad \bar{x}_3 &= \frac{1080}{44} \\ &= 24.54 \end{aligned}$$

จากตารางที่ 13 สามารถหาค่าสถิติของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่มได้ตามตารางที่ 14

ตารางที่ 14 จำนวนนักเรียน ผลรวมของคะแนน และผลรวมของคะแนนกำลังสอง ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม

กลุ่มที่	n	$\sum X$	$\sum X^2$
1 (กลุ่มทดลอง 1 )	45	1217	33717
2 (กลุ่มทดลอง 2 )	46	1187	31817
3 (กลุ่มควบคุม)	44	1080	27724

## ข. การวิเคราะห์ความแปรปรวน

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \quad , \quad H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$$

$$\begin{aligned} T &= \sum x_1 + \sum x_2 + \sum x_3 \\ &= 1217 + 1187 + 1080 \\ &= 3484 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N &= n_1 + n_2 + n_3 \\ &= 45 + 46 + 44 \\ &= 135 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{T^2}{N} &= \frac{(3484)^2}{135} \\ &= 89913.00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SST &= \sum x_1^2 + \sum x_2^2 + \sum x_3^2 - \frac{T^2}{N} \\ &= 33717 + 31817 + 27724 - 89913.00 \\ &= 3345 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SSA &= \left( \frac{\sum x_1}{n_1} \right)^2 + \left( \frac{\sum x_2}{n_2} \right)^2 + \left( \frac{\sum x_3}{n_3} \right)^2 - \frac{T^2}{N} \\ &= \left( \frac{1217}{45} \right)^2 + \left( \frac{1187}{46} \right)^2 + \left( \frac{1080}{44} \right)^2 - 89913.00 \\ &= 32913.08 + 30629.76 + 26509.09 - 89913.00 \\ &= 138.93 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SSW &= SST - SSA \\ &= 3345 - 138.93 \\ &= 3206.07 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 MSa &= \frac{SSa}{df_a} \\
 &= \frac{138.93}{2} \\
 &= 69.4665
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 MSw &= \frac{SSw}{df_w} \\
 &= \frac{3206.07}{132} \\
 &= 24.2884
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{MSa}{MSw} \\
 &= \frac{69.4665}{24.2884} \\
 &= 2.86
 \end{aligned}$$

F 0.05(2,132) จากตารางเท่ากับ 3.07

2.86 < 3.07 ดังนั้นจึงยอมรับสมมุติฐาน  $H_0$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 15 คะแนนจากแบบสำรวจเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองของกลุ่มทดลอง  
กลุ่มที่ 1 ( $X_1$ ) กลุ่มทดลองกลุ่มที่ 2 ( $X_2$ ) และกลุ่มควบคุม ( $X_3$ )

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1$	$X_2$	$X_3$
230	228	226	185	186	184
225	221	218	185	185	182
220	214	210	185	184	181
219	209	203	183	184	176
219	206	202	181	183	174
218	205	202	179	182	173
214	201	201	178	181	172
214	200	196	178	177	170
205	199	195	176	175	169
202	199	194	170	175	167
198	196	194	169	173	163
198	195	192	168	173	162
197	194	191	166	173	161
195	192	191	164	170	160
195	192	190	164	164	159
195	190	190	163	162	156
194	189	190	160	162	154
194	188	189	158	161	153
194	187	188	158	160	150
188	187	187	157	158	144
188	186	187	156	157	138
186	186	185	154	153	113
			153	153	
				150	
			$n_1 = 45$	$n_2 = 46$	$n_3 = 44$



ก. การคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากแบบสำรวจเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง  
ทั้ง 3 กลุ่ม

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } \bar{X} &= \frac{\sum X}{n} \\ \text{กลุ่มที่ 1 } \bar{X}_1 &= \frac{8378}{45} \\ &= 186.17 \\ \text{กลุ่มที่ 2 } \bar{X}_2 &= \frac{8445}{46} \\ &= 183.58 \\ \text{กลุ่มที่ 3 } \bar{X}_3 &= \frac{7882}{44} \\ &= 179.13 \end{aligned}$$

จากตารางที่ 15 สามารถหาค่าสถิติของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่มได้ตามตารางที่ 16  
ตารางที่ 16 จำนวนนักเรียน ผลรวมของคะแนน และผลรวมกำลังสองของคะแนนจากแบบ  
สำรวจเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\sum X$	$\sum X^2$
กลุ่มที่ 1 (กลุ่มทดลอง 1)	45	8378	1579856
กลุ่มที่ 2 (กลุ่มทดลอง 2)	46	8445	1565475
กลุ่มที่ 3 (กลุ่มควบคุม)	44	7882	1432966

ข. การวิเคราะห์ความแปรปรวน

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$$

$$\begin{aligned} T &= \sum x_1 + \sum x_2 + \sum x_3 \\ &= 8378 + 8445 + 7882 \\ &= 24705 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N &= n_1 + n_2 + n_3 \\ &= 45 + 46 + 44 \\ &= 135 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{T^2}{N} &= \frac{(24705)^2}{135} \\ &= 4521015 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SST &= \sum x_1^2 + \sum x_2^2 + \sum x_3^2 - \frac{T^2}{N} \\ &= 1579856 + 1565475 + 1432966 - 4521015 \\ &= 57282 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SSa &= \frac{(\sum x_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum x_2)^2}{n_2} + \frac{(\sum x_3)^2}{n_3} - \frac{T^2}{N} \\ &= \frac{(8378)^2}{45} + \frac{(8445)^2}{46} + \frac{(7882)^2}{44} - 4521015 \\ &= 1559797.42 + 1550391.84 + 1411952.81 - 4521015 \\ &= 1127.07 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SSw &= SST - SSa \\ &= 57282 - 1127.07 \\ &= 56154.93 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 MSa &= \frac{SSa}{df_a} \\
 &= \frac{1127.07}{2} \\
 &= 563.53
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 MSw &= \frac{SSw}{df_w} \\
 &= \frac{56154.93}{132} \\
 &= 425.41
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{MSa}{MSw} \\
 &= \frac{563.53}{425.41} \\
 &= 1.32
 \end{aligned}$$

$F_{0.05}(2, 132)$  จากตารางเท่ากับ 3.07  
 $1.32 < 3.07$  ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐาน  $H_0$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข

บันทึกรายสอน

เรื่อง

เส้นขนาน ( 5 คาบ)

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ของบทเรียน

เมื่อเรียนจบบทเรียนแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. บอกนิยามและลักษณะของเส้นขนานได้
2. บอกมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้
3. หามุมแย้งซึ่งเกิดจากเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งได้
4. บอกได้ว่า ถ้ามีเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180 องศา เส้นตรงคู่จะขนานกัน
5. บอกได้ว่า ถ้ามีเส้นตรงตัดเส้นขนานคู่หนึ่ง จะทำให้มุมภายในของเส้นตัดรวมกันได้ 180 องศา
6. บอกได้ว่า ถ้ามีเส้นตรงเส้นหนึ่ง ตัดเส้นขนานคู่หนึ่ง มุมแย้งจะเท่ากัน
7. บอกได้ว่า ถ้ามีเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมแย้งเท่ากันแล้ว จะทำให้เส้นตรงคู่ขนานกัน
8. แก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับมุมภายในและมุมแย้งได้
9. สรุปได้ว่า มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศา
10. บอกความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ แบบ ม.ม.ค. ได้
11. ใช้ความสัมพันธ์แบบ ม.ม.ค. ในการแก้ปัญหาโจทย์ได้

คาบที่ 1 เส้นขนานและมุมภายใน

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

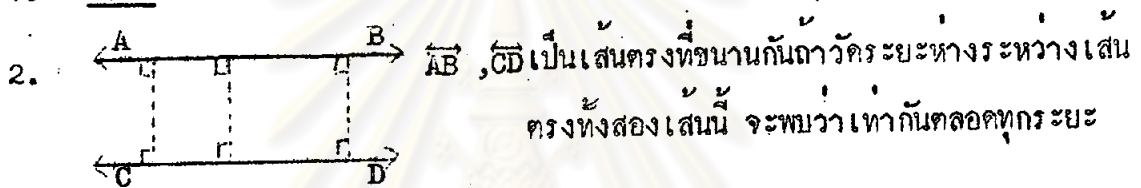
เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. บอกได้ว่าเส้นตรงคู่ใดขนานกัน เมื่อกำหนดเส้นตรงแต่ละคู่มาให้

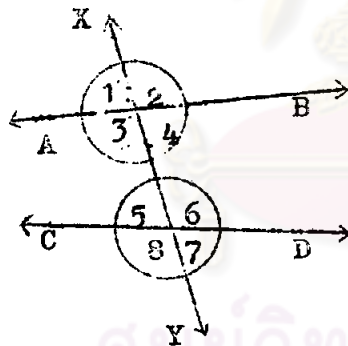
2. มอณิยามของเส้นขนานได้
3. เมื่อกำหนดเส้นตรง 2 เส้นและเส้นตัดมา ให้สามารถบอกชื่อมุมที่เป็นมุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัดได้ถูกต้อง
4. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 80 %
5. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %

เนื้อหา

1. นิยาม เส้นตรง 2 เส้นขนานกัน เมื่อเส้นตรงทั้งสองอยู่ในระนาบเดียวกัน และไม่ตัดกัน



3. มุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัด



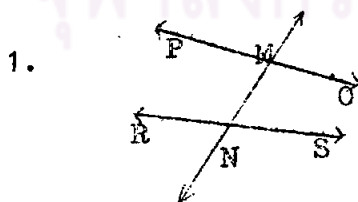
จากรูป

$\overleftrightarrow{XY}$  เรียกว่าเส้นตัด

$\hat{3}$  กับ  $\hat{5}$  เรียกว่ามุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด และ

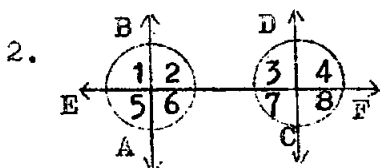
$\hat{4}$  กับ  $\hat{6}$  ก็เรียกว่าเป็นมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด เช่นกัน

4. โจทย์พิเศษ



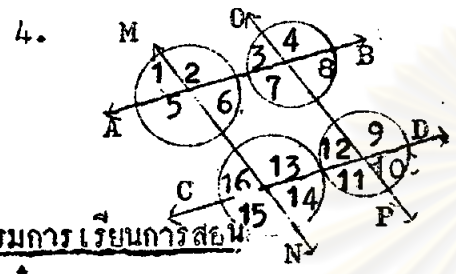
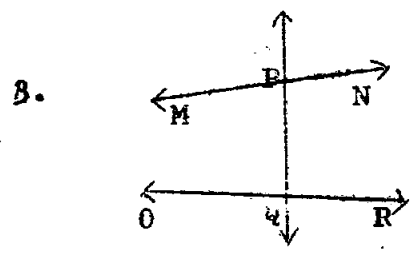
เส้นตัดมี \_\_\_\_\_ เส้น คือ \_\_\_\_\_

มุมภายในข้างเดียวกัน ของเส้นตัดคือ \_\_\_\_\_



เส้นตัดมี \_\_\_\_\_ เส้นคือ \_\_\_\_\_

มุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัดคือ \_\_\_\_\_



กิจกรรมการเรียนการสอน

กลุ่มควบคุม

ไม่มีการจัดกิจกรรมการแข่งขัน

เส้นตัดมี เส้น คือ \_\_\_\_\_

มุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัดคือ \_\_\_\_\_

เส้นตัดมี เส้น คือ \_\_\_\_\_

มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดคือ \_\_\_\_\_

กลุ่มทดลอง 1

ครูอธิบายเกี่ยวกับ  
 การเรียนการสอนในช่วง  
 เวลา 12 คาบ จะให้  
 นักเรียนได้มีโอกาสแข่งขัน  
 กันในการทำโจทย์ท้ายชั่วโมง  
 และในการร่วมกิจกรรม  
 ในการเรียน เพื่อเป็นการ  
 เปลี่ยนบรรยากาศในการ  
 เรียน โดยจะมีการจัดอันดับ  
 ที่ของนักเรียนทุกคนและทุก  
 ครั้งในการทำโจทย์พิเศษ  
 ท้ายชั่วโมง โดยจะคิดเป็น  
 คะแนนสะสมไว้จนกระทั่ง  
 ครบ 12 คาบ และจะมีรางวัล  
 ให้สำหรับผู้ที่ทำคะแนนได้  
 เป็นอันดับที่ 1 ถึง 5

กลุ่มทดลอง 2

เหมือนกลุ่มทดลอง 1 แต่  
 ให้นักเรียนแข่งกัน  
 เป็นกลุ่ม  
 ให้นักเรียนแบ่งเป็น  
 กลุ่ม ๆ ละ 6 คน ให้  
 มีหัวหน้ากลุ่ม 1 คน โดย  
 ให้นักเรียนช่วยเหลือกัน  
 ภายในกลุ่ม เพราะจะ  
 ต้องมีการแข่งขันกับกลุ่ม  
 อื่น ๆ จะมีการจัดอันดับ  
 และมีรางวัลให้กลุ่มที่มี  
 คะแนนรวมชนะเลิศใน  
 การทำโจทย์พิเศษและใน  
 การสอบควย

กลุ่มควบคุมชั้นนำ

ครูสนทนากับนักเรียนถึงสิ่งที่พบในชีวิตประจำวัน โดยให้นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งที่มีลักษณะเป็นเส้นขนาน

ขั้นสอน

1. ครูคิดแผนภาพที่แสดงเส้นตรงหลาย ๆ คู่ มีทั้งที่ขนานกันและไม่ขนานกัน ให้นักเรียนพิจารณาว่า เส้นตรงคู่ใดขนานกันบ้าง ให้นักเรียนบอกเหตุผล
2. ครูให้นักเรียนออกมาลากเส้นตรงแต่ละคู่ต้อออกไปเพื่อที่จะให้นักเรียนพิจารณาว่าจะมีโอกาสตัดกันหรือไม่ ( ถ้าเป็นเส้นตรงที่ขนานกัน จะไม่มีโอกาสตัดกันเลย )
3. ครูถาม : ถ้าเส้นตรงทั้งคู่ออยู่ในระนาบที่ต่างกัน เช่น ในแนวตั้ง กับแนวนอน เส้นตรงคู่นี้จะขนานกันหรือไม่ ( ไม่ขนาน )
4. ครูให้นักเรียนสรุปเป็นนิยามของเส้นขนาน
5. ครูคิดแผนภาพเส้นตรง 2 คู่ ให้นักเรียนหาวิธีอื่นเพื่อที่จะหาว่า เส้นตรงแต่ละคู่ขนานกัน

กลุ่มทดลอง 1

นอกจากนี้เมื่อเรียนครบ 12 คาบแล้วจะมีการสอบ และจะนำคะแนนมาจัดอันดับเช่นกัน ผู้ที่ได้คะแนนเป็นอันดับที่ 1-5 จะเป็นผู้ได้รับรางวัล

ชั้นนำ

เหมือนกลุ่มควบคุม

ขั้นสอน

เหมือนกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง 2ชั้นนำ

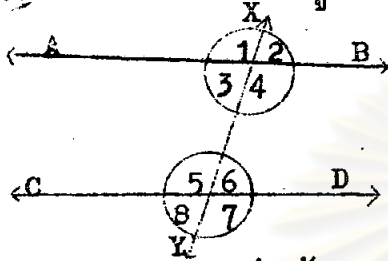
เหมือนกลุ่มควบคุม

ขั้นสอน

เหมือนกลุ่มควบคุม

กลุ่มควบคุม

- หรือไม่ (วัฏระยะห่างระหว่างเส้นตรงแต่ละคู่)  
 6. ครูอธิบาย : เรามีวิธีการอีกแบบหนึ่ง ซึ่งสะดวกกว่าวิธีข้างต้นในการพิจารณาว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันหรือไม่ ครูสร้างรูป



- ครูอธิบาย :  $\overline{XY}$  เรียกว่าเส้นตัด ให้นักเรียนหามุมที่อยู่ระหว่างเส้นตรง  $\overline{AB}$  และ  $\overline{CD}$  (3, 4, 5, 6) ซึ่งเรียกว่ามุมภายใน และมุมที่เหลือ เรียกว่ามุมภายนอก
  - ครูถาม : มุมภายในคู่ใดที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด  $\overline{XY}$  (3 กับ 5 และ 4 กับ 6)
7. ครูยกตัวอย่าง 3 ตัวอย่างโดยการสร้างรูปแล้วให้นักเรียนหามุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัด

ขั้นสรุป

1. ครูสรุปบทเรียนด้วยการถามนักเรียนเกี่ยวกับนิยามของเส้นขนานและให้นักเรียนบอกลักษณะมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด
2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ

กลุ่มทดลอง 1

ครูให้นักเรียนแข่งขันกันโดยให้ผู้ที่ตอบได้ยกมือตอบ

ขั้นสรุป

1. เหมือนกลุ่มควบคุม
2. ให้นักเรียนแข่งขันกันในด้านความถูกต้องและความรวดเร็ว

กลุ่มทดลอง 2

ครูให้แต่ละกลุ่มแข่งขันกันโดยให้ตัวแทนกลุ่มยกมือตอบ

ขั้นสรุป

1. เหมือนกลุ่มควบคุม
2. ให้นักเรียนแข่งขันกันทำเป็นกลุ่ม

อุปกรณ์การสอน

1. แผนภาพ
2. ชอล์กสี
3. ไมบรรทัด



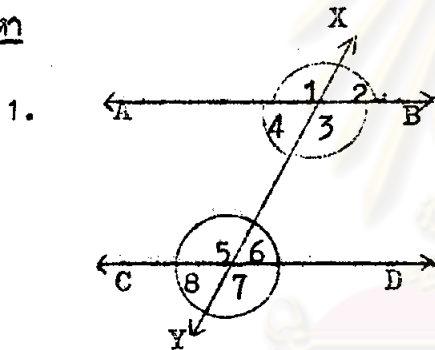
คาบที่ 2 เส้นขนานและมุมภายใน (ต่อ)

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. บอกได้ว่า ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน ผลบวกของมุมภายใน บนข้างเดียวกัน ของเส้นตัดของเส้นขนาน รวมกันเท่ากับ 180 องศา
2. กำหนดค่ามุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้ เมื่อกำหนดมุมใดมุมหนึ่งให้
3. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %
4. ทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %

เนื้อหา



$\hat{4}$  กับ  $\hat{5}$  และ  $\hat{3}$  กับ  $\hat{6}$  เรียกว่ามุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด  $\overleftrightarrow{XY}$

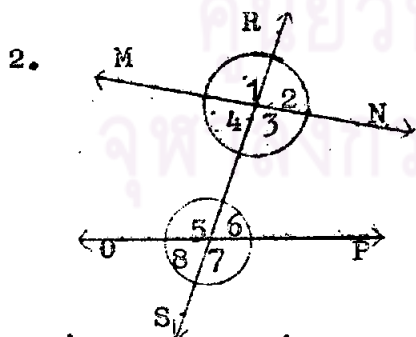
ถ้า  $\overleftrightarrow{AB}$  และ  $\overleftrightarrow{CD}$  ขนานกันแล้ว จะได้ว่า

$$\hat{4} + \hat{5} = 180^\circ \text{ และ}$$

$$\hat{3} + \hat{6} = 180^\circ$$

นั่นคือ จะได้ว่า ผลบวกของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดของเส้นขนานรวมกัน

เท่ากับ 180 องศา

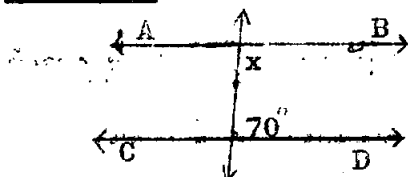


$\hat{4}$  กับ  $\hat{5}$  และ  $\hat{3}$  กับ  $\hat{6}$  เป็นมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด  $\overleftrightarrow{RS}$

แต่  $\overleftrightarrow{MN}$  และ  $\overleftrightarrow{OP}$  ไม่ขนานกัน ดังนั้น

$\hat{4} + \hat{5}$  และ  $\hat{3} + \hat{6}$  จึงไม่เท่ากับ 180 องศา

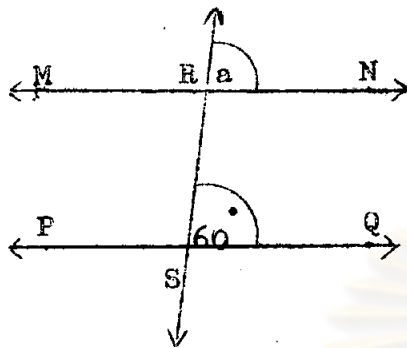
3 ตัวอย่าง 1 จงหาค่า  $x$  เมื่อ  $\overleftrightarrow{AB}$  ขนานกับ  $\overleftrightarrow{CD}$



$$x + 70^\circ = 180^\circ$$

$$x = 110^\circ$$

4. ตัวอย่างที่ 2 MN ขนานกับ PQ และ RSQ มีขนาด 60 องศา จงหาค่า a



วิธีทำ  $\widehat{RSQ} = 60^\circ$

ดังนั้น  $\widehat{SRN} + 60^\circ = 180^\circ$

$\widehat{SRN} = 120^\circ$

แต่  $\widehat{a} + \widehat{SRN} = 180^\circ$  เพราะเป็นมุมประชิด

ดังนั้น  $\widehat{a} = 180^\circ - 120^\circ$

$= 60^\circ$

5. โจทย์พิเศษ

กำหนดให้เส้นตรงแต่ละคู่ต่อไปขนานกัน และมีเส้นอื่นมาลากตัด

1.  $\widehat{a} = \dots$  องศา

2.  $\widehat{x} = \dots$  องศา

3.  $\widehat{1} = 40$  องศา  
 $\widehat{2} = \dots$  องศา  
 $\widehat{3} = \dots$  องศา

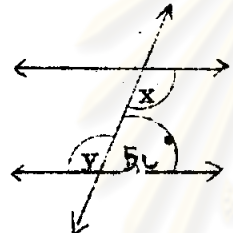
4.  $\widehat{a} = 100$  องศา  
 $\widehat{b} = \dots$  องศา  
 $\widehat{c} = \dots$  องศา  
 $\widehat{d} = \dots$  องศา

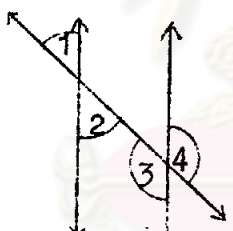
โจทย์แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

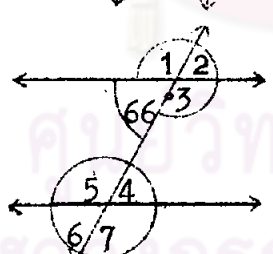
เส้นตรงแต่ละคู่ตัดกัน จงเติมคำตอบลงในช่องว่าง

1)   $\hat{x} + \hat{y} = \dots$  องศา  
 $\hat{a} + \hat{b} = \dots$  องศา

2)   $\hat{1} = \dots$  องศา  
 $\hat{2} = \dots$  องศา

3)   $\hat{x} = \dots$  องศา  
 $\hat{y} = \dots$  องศา

4)   $\hat{1} = 30$  องศา       $\hat{2} = \dots$  องศา  
 $\hat{3} = \dots$  องศา       $\hat{4} = \dots$  องศา

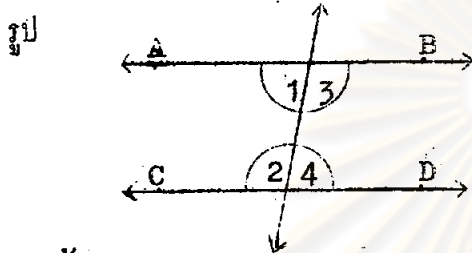
5)   $\hat{1} = \dots$  องศา       $\hat{2} = \dots$  องศา  
 $\hat{3} = \dots$  องศา       $\hat{4} = \dots$  องศา  
 $\hat{5} = \dots$  องศา       $\hat{6} = \dots$  องศา  
 $\hat{7} = \dots$  องศา

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

<u>กลุ่มควบคุม</u>	<u>กลุ่มทดลอง 1</u>	<u>กลุ่มทดลอง 2</u>
<u>ชั้นนำ</u>	<u>ชั้นนำ</u>	<u>ชั้นนำ</u>
ครูทบทวนเกี่ยวกับมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มุมประชิด มุมตรง มุมตรงข้ามโดยครูสร้างรูป แล้วให้นักเรียนบอกชื่อมุมต่าง ๆ เหล่านี้	เหมือนกลุ่มควบคุม	เหมือนกลุ่มควบคุม

กลุ่มควบคุมชั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนลากเส้นขนาน 1 คู่ และเส้นตัด 1 เส้น ลงในสมุด กำหนดชื่อมุมดังรูป



2. ครูให้นักเรียนวัดขนาดของ  $\hat{1}$ ,  $\hat{2}$ ,  $\hat{3}$ ,  $\hat{4}$  แล้วให้นักเรียนเติมขนาดของมุมลงตาราง

คนที่	$\hat{1}$	$\hat{2}$	$\hat{3}$	$\hat{4}$	$\hat{1}+\hat{2}$	$\hat{3}+\hat{4}$
1						
2						
3						
4						
5						
⋮						

3. ครูให้นักเรียนสังเกตค่าของ  $\hat{1}+\hat{2}$  และ  $\hat{3}+\hat{4}$  ซึ่งจะพบว่าเท่ากัน ให้นักเรียนสรุปคุณสมบัติของมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดของเส้นคู่ขนาน
4. ในทำนองเดียวกับ ข้อ 1-3 ให้นักเรียนลากเส้นตัดเส้นตรงคู่หนึ่งซึ่งไม่ขนานกัน แล้ววัดมุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัด ซึ่งจะพบว่ามุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันไม่เท่ากับ 180 องศา

กลุ่มทดลอง 1ชั้นสอน

เหมือนกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง 2ชั้นสอน

เหมือนกลุ่มควบคุม

<u>กลุ่มควบคุม</u>	<u>กลุ่มทดลอง 1</u>	<u>กลุ่มทดลอง 2</u>
<p><u>ชั้นสรุป</u></p> <p>1. ครูให้นักเรียนสรุปบทเรียนด้วยวิธีถามตอบ และใช้กลอนสรุป เส้นตรง เส้นหนึ่งตัดเส้นขนาน จะกล่าวหาณ เกิดมุมภายในหน้า ข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันมา ได้สองมุมฉากหน้าไปรคอย่าลืม</p> <p>2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ</p>	<p><u>ชั้นสรุป</u></p> <p>1. ครูอ่านกลอนให้นักเรียน ร้อง 2 ครั้ง แล้วให้นัก เรียนที่จำได้ ออกมา เขียนบนกระดานแข่งขัน กัน</p> <p>2. ให้นักเรียนแข่งขันกันใน ด้านความถูกต้องและ ความรวดเร็ว ถ้าคะแนน เท่ากัน ผู้ที่ส่งก่อนจะได้ อันดับที่ต่ำกว่า</p>	<p><u>ชั้นสรุป</u></p> <p>1. เหมือนกลุ่มทดลอง 1 แต่ให้ตัวแทนกลุ่ม เป็นผู้เขียน</p> <p>2. ครูให้นักเรียน ในกลุ่มช่วยกันทำ และแข่งขันกัน ระหว่างกลุ่ม</p>

อุปกรณ์การสอน

1. ไม้โปรแทรกเตอร์
2. ชอล์กสี

ศูนย์วิจัยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

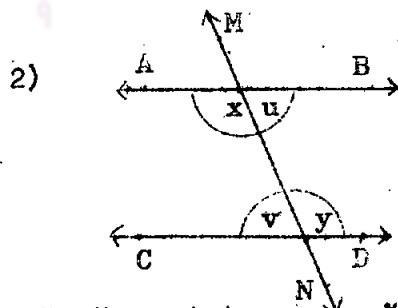
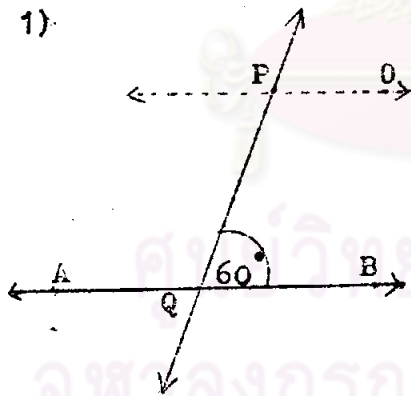
### คาบที่ 3 มุมภายในและมุมแย้ง

#### วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. บอกได้ว่าถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180 องศาแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน
2. บอกได้ว่ามุมคู่อันเป็นมุมแย้ง เมื่อกำหนดเส้นตรงคู่หนึ่งพร้อมทั้งเส้นตัดมาให้
3. สรุปได้ว่า เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นขนานคู่หนึ่ง มุมแย้งยอมเท่ากัน
4. สรุปได้ว่า ถ้ามุมแย้งที่เกิดจากเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เท่ากันเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน
5. แก้ปัญหาโจทย์ได้ถูกต้อง
6. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 80 %
7. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อย 80 %

#### เนื้อหา



จากจุด P ถ้าต้องการลาก PO ให้ขนานกับ AB จะต้องสร้างมุม  $\hat{QPO}$  กว้าง 120 องศา จะทำให้มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศาพอดี ( $60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$ ) นั่นคือ ถ้าทำให้มุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศาแล้วจะทำให้เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน

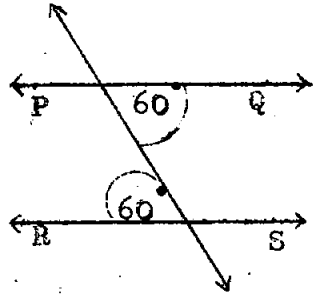
เราเรียก  $\hat{x}$  กับ  $\hat{y}$  ว่าเป็นมุมแย้งและเรียก  $\hat{u}$  กับ  $\hat{v}$  ว่าเป็นมุมแย้งเช่นกัน

ถ้า  $\overleftrightarrow{AB}$  ขนานกับ  $\overleftrightarrow{CD}$  แล้วจะได้ว่า

$$\hat{x} = \hat{y} \text{ และ } \hat{u} = \hat{v}$$

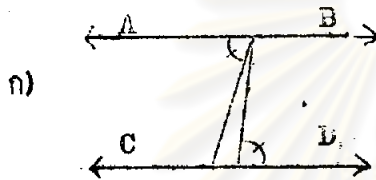
นั่นคือ ถ้าเส้นตรงคู่หนึ่งขนานกันแล้ว จะทำให้มุมแย้งเท่ากัน

3)

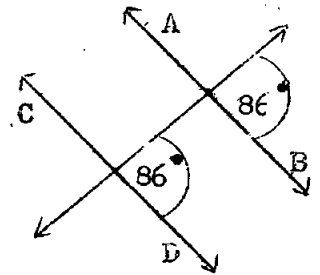


ถ้ามุมแย้งเท่ากัน จะทำให้เส้นตรงคู่ขนานกัน

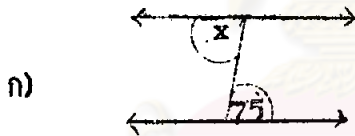
ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่าเส้นตรง 2 คู่ ต่อไปนี้ขนานกันหรือไม่



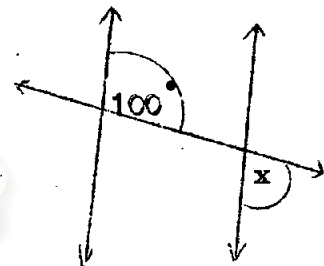
ข)



2. ถ้าเส้นตรงแต่ละคู่ต่อไปนี้ขนานกันจงหาค่ามุม x

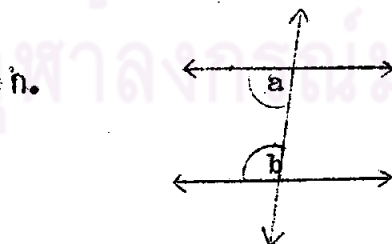


ข)



โจทย์พิเศษ

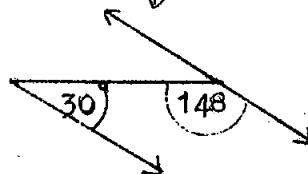
1. จงพิจารณาว่าเส้นตรงต่อไปนี้ขนานกันหรือไม่



$\hat{a} + \hat{b} = 190^\circ$

ตอบ .....

ข.



ตอบ .....

2. ถ้า  $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$  จงหาค่าของ  $\hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}, \hat{6}, \hat{7}$



กิจกรรมการเรียนรู้

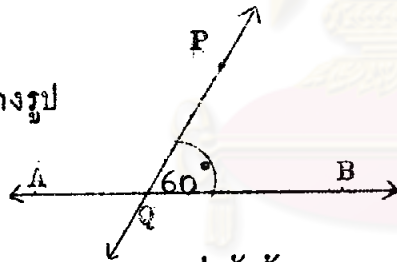
กลุ่มควบคุม

ขั้นนำ

ครูทบทวนเกี่ยวกับ มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดของเส้นคู่ขนาน โดยวิธีถามให้นักเรียนตอบ

ขั้นสอน

1. ครูสร้างรูป



- ครูให้นักเรียนพิจารณาว่าต้องการฉากเส้นจากจุด P ให้นานกับ  $\vec{AB}$  จะต้องสร้างมุมที่จุด P เป็นกึ่งศา  $[60^\circ \& 120^\circ]$
- ครูให้นักเรียนออกแนววัดมุมที่จุด P และลากเส้นตรง PO จะได้ PO นานกับ  $\vec{AB}$  ตามต้องการ เพราะทำให้มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศาพอดี

กลุ่มทดลอง 1

ขั้นนำ

เหมือนกลุ่มควบคุม

ขั้นสอน

เหมือนกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง 2

ขั้นนำ

เหมือนกลุ่มควบคุม

ขั้นสอน

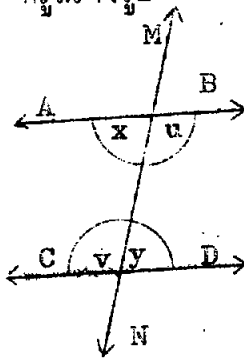
เหมือนกลุ่มควบคุม



กลุ่มควบคุม

- ครูให้นักเรียนสรุปผล [ ถ้ามุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศาแล้ว เส้นตรงทั้งคู่จะขนานกัน ]

2. ครูสร้างรูป

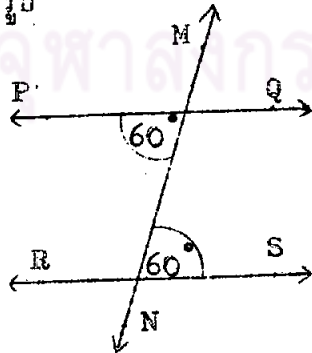


ครูอธิบายเกี่ยวกับมุมคูที่เรียกว่ามุมแย้งและสร้างรูปอื่น ๆ ให้นักเรียนหามุมคูที่เป็นมุมแย้ง

3. - ครูคิดแผนภาพแสดงเส้นตรงหลาย ๆ คู่ ซึ่งมีทั้งขนานกันและไม่ขนานกัน พร้อมทั้งเส้นตัดให้นักเรียนออกมาวัดมุมแย้งในแต่ละคู่

- ครูให้นักเรียนสรุปผลที่ได้จากการทดลอง [ ถ้าเส้นตรงขนานกันมุมแย้งจะเท่ากัน ถ้าไม่ขนานกันมุมแย้งจะไม่เท่ากัน ]

4. ครูสร้างรูป



กลุ่มทดลอง 1

กลุ่มทดลอง 2

กลุ่มควบคุม

- ครูให้นักเรียนสังเกตความมุมแย้งของรูปนี้เท่ากัน  
ให้พิจารณาในทางกลับกันว่า ถ้ามุมแย้งเท่ากัน  
แล้วจะมีผลให้เส้นตรงคู่ขนานกันหรือไม่ โดย  
ใช้คุณสมบัติของมุมตรงมุมประชิดและมุมภายใน  
บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมาไขประกอบการ  
พิจารณา

5. ครูยกตัวอย่างที่ 1, 2 ให้นักเรียนช่วยกันแก้  
ปัญหา

ขั้นสรุป

1. ครูสรุปทบทวนความรู้การตั้งคำถามให้นักเรียน  
ตอบ และให้นักเรียนสังเกตมุมแย้งว่าจะมี  
ลักษณะคล้ายมุมของตัว Z หรือ N
2. ให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ

กลุ่มทดลอง 1

- ครูให้นักเรียนแข่งขัน  
กันในการหาคำตอบ  
และเหตุผล

ครูให้นักเรียนแข่งขัน  
กันหาคำตอบ และให้ผู้ที่  
หาคำตอบได้ก่อน อธิบาย  
เหตุผลให้เพื่อนฟัง

ขั้นสรุป

1. เหมือนกลุ่มควบคุม
2. ให้นักเรียนแข่งขันกัน  
เป็นรายบุคคล

กลุ่มทดลอง 2

- ครูให้นักเรียนในแต่ละ  
กลุ่มแข่งขันกันหาคำ  
คำตอบ แล้วให้ตัวแทน  
กลุ่มเป็นผู้ตอบ

เหมือนกลุ่มทดลอง  
แต่ให้แข่งขันเป็นกลุ่ม

ขั้นสรุป

1. เหมือนกลุ่มควบคุม
2. ให้นักเรียนแข่งขัน  
เป็นกลุ่ม

อุปกรณ์การสอน

1. แผนภาพ
2. ขอลดสี
3. ครึ่งวงกลมวัดมุม
4. ไมบรบทัด

### ตอนที่ 4 มุมภายในสามเหลี่ยม

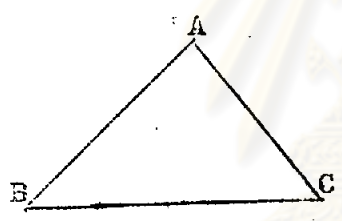
#### วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

- 1 บอกได้ว่า มุมทั้งสามของสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศา
- 2 บอกได้ว่าถ้าสามเหลี่ยม 2 รูปมีมุมเท่ากัน 2 คู่ แล้ว มุมที่เหลือย่อมเท่ากันด้วย
- 3 คำนวณมุมภายในของสามเหลี่ยมได้เมื่อกำหนดมุมอีก 2 มุมให้
- 4 ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 80 %
- 5 ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %

#### เนื้อหา

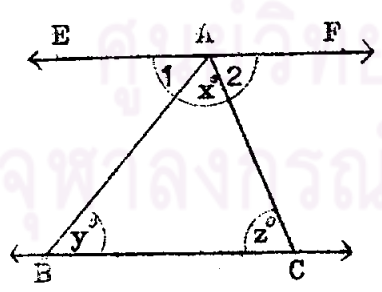
1



ABC เป็นสามเหลี่ยมใด ๆ จะได้ว่า มุมภายในรวมกันแล้วเท่ากับ 180 องศา  
นั่นคือ  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

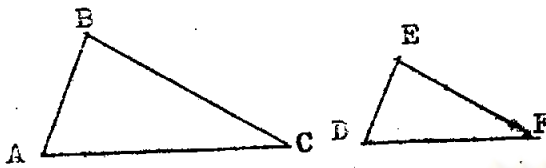
2

จากคุณสมบัติของเส้นขนาน เราสามารถนำมาใช้ในการพิจารณา มุมภายในของสามเหลี่ยมใด ๆ ได้ โดยการลากเส้นต่อออกไปด้านข้าง ดังรูป



จากคุณสมบัติของมุมแย้งจะได้  
 $\hat{1} = \hat{y}$  และ  $\hat{2} = \hat{z}$  เพราะเป็นมุมแย้ง  
 แต่  $\hat{1} + \hat{x} + \hat{2} = 180^\circ$  เพราะเป็นมุมตรง  
 แทนค่าจะได้  $\hat{y} + \hat{x} + \hat{z} = 180^\circ$   
 หรือ  $\hat{x} + \hat{y} + \hat{z} = 180^\circ$

3.



กำหนดให้  $\triangle ABC$  และ  $\triangle DEF$  มีมุมเท่ากัน  
 2 คู่ คือ  $\hat{A} = \hat{D}$ ,  $\hat{B} = \hat{E}$   
 ดังนั้น เราจะสามารถสรุปได้ว่า  $\hat{C}$  และ  $\hat{F}$  ต้อง  
 เท่ากันด้วย

ตัวอย่าง 1

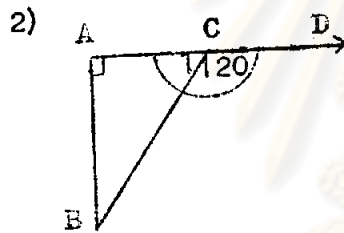


จงหาขนาดของ  $\hat{A}$

วิธีทำ  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

$\hat{A} + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ$

$\therefore \hat{A} = 120^\circ$



จงหาขนาดของ  $\hat{B}$  และ  $\hat{C}$

วิธีทำ  $\hat{C} = 180^\circ - 120^\circ$

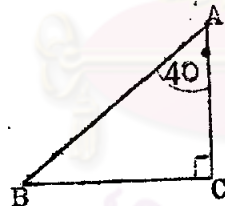
$= 60^\circ$

$\hat{B} = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ$

$= 30^\circ$

โจทย์พิเศษ

1



$\hat{B} = \dots$  องศา

2

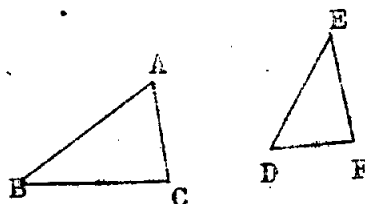


ABC เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

$\hat{A} = \dots$  องศา

$\hat{C} = \dots$  องศา

3

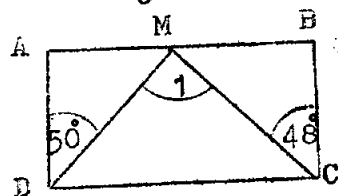


$\hat{A} = \hat{D}$

$\hat{B} = \hat{E}$

$\hat{C} = \dots$

4

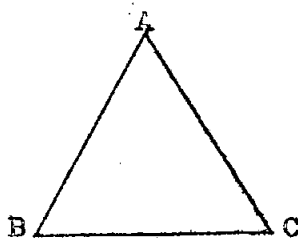


ABCD เป็น  ยี่มุม

$\hat{1} = \dots$  องศา

โจทย์แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

1



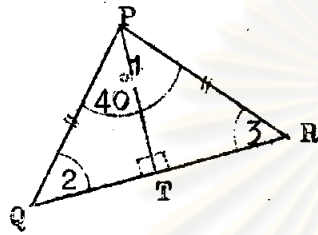
$\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  คันทเท่า

$\hat{A} = \dots$  องศา

$\hat{B} = \dots$  องศา

$\hat{C} = \dots$  องศา

2

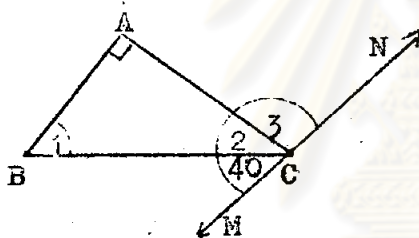


$\hat{1} = \dots$  องศา

$\hat{2} = \dots$  องศา

$\hat{3} = \dots$  องศา

3



AB ขนานกับ  $\overleftrightarrow{MN}$

$\hat{1} = \dots$  องศา

$\hat{2} = \dots$  องศา

$\hat{3} = \dots$  องศา

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

กลุ่มควบคุม

ขั้นนำ

- ครูทบทวนเกี่ยวกับมุมประชิดและมุมตรง โดยการวาดรูป แล้วให้นักเรียนบอกขนาดของมุมที่กำหนด
- ครูให้นักเรียนดูรูปสามเหลี่ยมที่มีขนาดต่างกัน แล้วให้พิจารณาว่ามุมภายในของสามเหลี่ยมแต่ละรูปว่ามีขนาดต่างกันอย่างไร

กลุ่มทดลอง 1

ขั้นนำ

เหมือนกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง 2

ขั้นนำ

เหมือนกลุ่มควบคุม

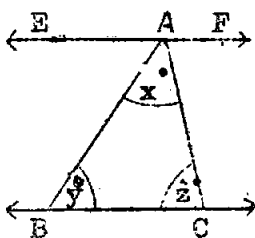
กลุ่มควบคุม

ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนแต่ละคนสร้างรูป  $\Delta$  ลงในกระดาษ แล้ววัดมุมแต่ละมุมของ  $\Delta$  แล้วนำตัวเลขมาใส่ในตาราง

รูปที่	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$	$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}$
1				
2				
3				
4				
5				

2. ครูให้นักเรียนสรุปผลที่ได้จากการทดลอง
3. ครูแจกกระดาษที่ตัดเป็นรูป  $\Delta$  ที่มีขนาดต่างกันให้นักเรียนคนละ 1 รูป ให้นักเรียนคิดหาวิธีพับรูป  $\Delta$  ที่จะสามารถทำให้ทราบผลรวมของมุมภายใน  $\Delta$  โดยใช้คุณสมบัติของมุมประชิดและมุมตรง การทดลองนี้เพื่อสนับสนุนการทดลองในข้อ 1
4. ครูสร้างรูป  $\Delta$  และลากเส้น  $EF$  ขนานกับ  $BC$  ผ่านจุด  $A$



ครูให้นักเรียนคิดหาวิธีพิสูจน์ว่า  $x+y+z = 180^\circ$  โดยใช้คุณสมบัติของมุมแย้งและมุมตรง

กลุ่มทดลอง 1

ขั้นสอน

เหมือนกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง 2

ขั้นสอน

เหมือนกลุ่มควบคุม

ให้นักเรียนแข่งกันพับรูป  $\Delta$

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแข่งกันพับรูป  $\Delta$

<p><u>กลุ่มควบคุม</u></p>	<p><u>กลุ่มทดลอง 1</u></p>	<p><u>กลุ่มทดลอง 2</u></p>
<p>5. - ครูให้นักเรียนออกมาสร้างรูปสามเหลี่ยม 2 รูป ให้มีมุมเท่ากัน 2 คู่ และเขียนความสัมพันธ์ของมุมทั้งสามของสามเหลี่ยมแต่ละรูป <math>[\hat{A}+\hat{B}+\hat{C} = 180^\circ, \hat{D}+\hat{E}+\hat{F} = 180^\circ]</math></p> <p>๕ - ครูให้นักเรียนใช้กฎการเท่ากันเพื่อนำมาสรุปว่า <math>\hat{C}=\hat{F}</math> เมื่อ <math>\hat{A} = \hat{D}</math> และ <math>\hat{B}=\hat{E}</math></p> <p>6. ครูให้นักเรียนสรุปผลที่เกิดจากสามเหลี่ยม 2 รูปที่มีมุมเท่ากัน 2 คู่ ในข้อ 5</p> <p>7. ครูยกตัวอย่างที่ 1,2 โดยการตั้งคำถามให้นักเรียนคิดแก้ปัญหา</p>		
<p><u>ขั้นสรุป</u></p> <p>1. ครูเรียกนักเรียนถามเพื่อให้นักเรียนสรุปผลการทดลองอีกครั้งหนึ่ง</p> <p>2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง</p>	<p><u>ขั้นสรุป</u></p> <p>1 เหมือนกลุ่มควบคุม</p> <p>2 ให้นักเรียนแข่งขันกันเป็นรายบุคคลทั้งด้านเวลาและความถูกต้อง</p>	<p><u>ขั้นสรุป</u></p> <p>1 เหมือนกลุ่มควบคุม</p> <p>2 ให้นักเรียนแข่งขันกันเป็นกลุ่มทั้งด้านเวลาและความถูกต้อง</p>

อุปกรณ์การสอน

- 1 กระดาษที่ตัดเป็นรูป  $\triangle$
- 2 ไม้บรรทัด
- 3 ชอล์กสี

ศูนย์วิทยบริการ  
 ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัย

### คาบที่ 5 รูปสามเหลี่ยมเท่ากันทุกประการ

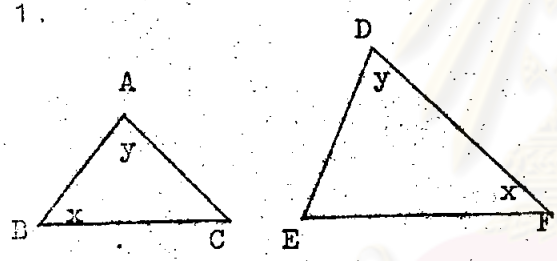
#### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. สรุปได้ว่ารูปสามเหลี่ยม 2 รูปมีมุมเท่ากัน 2 คู่ และมีด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมเท่า ๆ เท่ากัน อีก 1 คู่ สามเหลี่ยมคู่นี้จะเท่ากันทุกประการ (ม.ม.ค.)
2. พิสูจน์สามเหลี่ยมเท่ากันแบบ ม.ม.ค. ได้ถูกต้อง
3. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 80%
4. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อย 85%

#### เนื้อหา

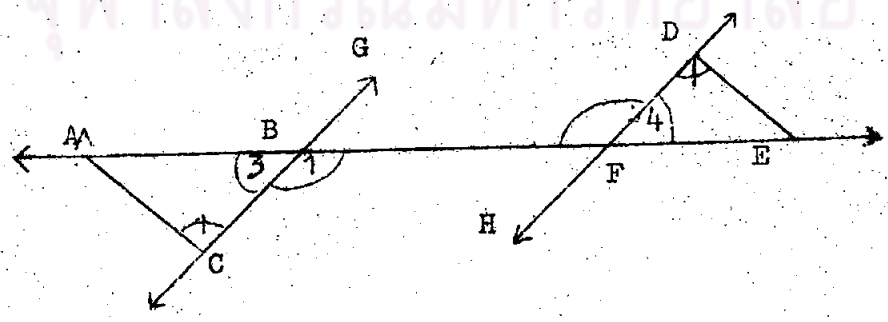
1.



$\Delta ABC$  และ  $\Delta DEF$  มีมุมเท่ากัน 2 คู่ คือ  $\hat{A} = \hat{D}$ ,  $\hat{B} = \hat{F}$  และมีด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมเท่า ๆ เท่ากัน อีก 1 คู่ คือ  $\overline{BC} = \overline{DE}$  จะทำให้  $\Delta ABC$  2 รูปนี้จะเท่ากันทุกประการ เพราะเมื่อ  $\hat{A} = \hat{D}$  และ  $\hat{B} = \hat{F}$  แล้ว  $\hat{C}$  ย่อมเท่ากับ  $\hat{E}$

ดังนั้นจากความสัมพันธ์แบบ ม.ค.ม. สามเหลี่ยม 2 รูปนี้จึงเท่ากันทุกประการ

2. ความสัมพันธ์ของสามเหลี่ยม 2 รูป ที่มีมุมเท่ากัน 2 คู่ และด้านตรงข้ามมุมที่เท่า ๆ เท่ากัน 1 คู่ ใช้ตัวย่อว่า ม.ม.ค.
3. ตัวอย่าง 1 กำหนดให้  $\overline{GC} \parallel \overline{DF}$  ที่ B และ F ตามลำดับ ถ้า  $\overline{AB} = \overline{BF}$  และ  $\hat{BCA} = \hat{FDE}$  จงแสดงว่ารูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับรูปสามเหลี่ยม DEF





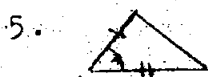
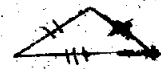
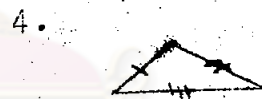
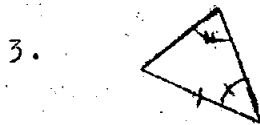
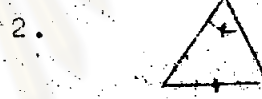
วิธีทำ

- (1)  $\hat{1} = \hat{2}$
- (2)  $\hat{3} + \hat{4} = \hat{2} + \hat{4}$
- (3)  $\hat{3} = \hat{4}$
- (4)  $\overline{AB} = \overline{BF}$
- (5)  $\hat{ABC} = \hat{FDE}$
- (6)  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

- (เป็นมุมแย้ง)
- (เป็นมุมตรง)
- (จากข้อ 1 และ 2)
- (กำหนดให้)
- (กำหนดให้)
- (มีมุมเท่ากัน 2 คู่ และด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมเท่า เท่ากันอีก 1 คู่ หรือ ม.ม.ค. )

โจทย์พิเศษ

จงพิจารณาสามเหลี่ยมแต่ละคู่ต่อไปนี้ เท่ากันทุกประการหรือไม่ ถ้าเท่ากันจงบอกด้วยว่าสัมพันธ์กันแบบใด



กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

กลุ่มควบคุม

ชั้นนำ

ครูทบทวนเกี่ยวกับสามเหลี่ยม 2 รูปที่มีความสัมพันธ์แบบต่าง ๆ คือ ค.ม.ค. ค.ค.ค. และ ม.ค.ม. โดยให้นักเรียนออกมาสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์กันดังกล่าว

กลุ่มทดลอง 1

ชั้นนำ

ครูเรียกนักเรียนออกมาแข่งขันการสร้างรูปที่มีความสัมพันธ์กันในแต่ละแบบ

กลุ่มทดลอง 2

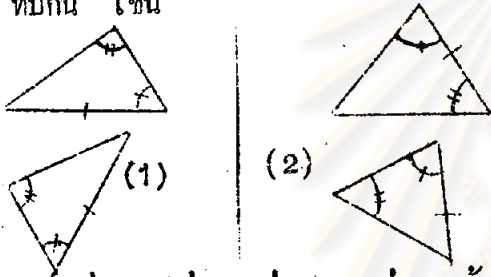
ชั้นนำ

ครูเรียกนักเรียนแต่ละกลุ่มออกมาแข่งขันสร้างรูปที่สัมพันธ์กันในแต่ละแบบ

กลุ่มควบคุม

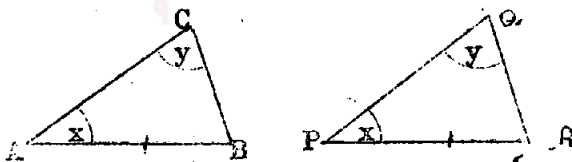
ชั้นสอน

1. ครูใช้กระดาษที่ตัดเป็นรูป  $\triangle$  ที่มีมุมเท่ากัน 2 คู่ และด้านเท่ากัน 1 คู่ (ทั้งที่อยู่ตรงข้ามมุมเท่า และไม่อยู่ตรงข้ามมุมเท่า) ให้นักเรียนออกมาเอารูป  $\triangle$  แต่ละคู่นี้วางทับกัน เช่น



จะพบว่า  $\triangle$  ที่มีมุมเท่ากัน 2 คู่ และด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมเท่า เท่ากัน จะวางซ้อนกันได้สนิทพอดี นั่นคือ สามเหลี่ยมทั้งสองรูปเท่ากันทุกประการ

2. ครูให้นักเรียนสรุปผลที่ได้จากการทดลอง
3. ครูให้นักเรียนใช้คุณสมบัติของมุมภายในและความสัมพันธ์แบบ ม.ค.ม. มาใช้ในการให้เหตุผลในกรณีนี้ โดยการตั้งคำถาม



คำถาม : จากรูป B และ C สัมพันธ์กันอย่างไร [ เท่ากัน ] เพราะเหตุใด [  $\triangle$  รูปนี้มีมุมเท่ากัน 2 คู่ แล้ว มุมคู่ที่เหลือย่อมเท่ากัน ]

กลุ่มทดลอง 1

ชั้นสอน

เหมือนกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง 2

ชั้นสอน

เหมือนกลุ่มควบคุม

กลุ่มควบคุม

เมื่อได้ว่า  $\hat{A}=\hat{P}$ ,  $\overline{AB}=\overline{PR}$  และ  $\hat{B}=\hat{R}$   
แล้ว  $\triangle$  ทั้งสองจะสัมพันธ์กันอย่างไร [แบบ  
ม.ค.ม.]

การสัมพันธ์กันแบบ ม.ค.ม. จะทำให้  $\triangle$  ทั้ง  
คู่เป็นอย่างไร [เท่ากันทุกประการ]

ครูอธิบาย : เมื่อ  $\triangle$  2 รูปมีมุม 2 คู่เท่ากัน  
และด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมเท่า เท่ากันแล้ว เรา  
สามารถสรุปได้เลยว่า  $\triangle$  รูปเท่ากันทุกประ-  
การ ซึ่งความสัมพันธ์ดังกล่าวใช้ตัวย่อว่า ม.ม.ค

4. ครูยกตัวอย่าง 1 พร้อมทั้งสร้างรูปประกอบ  
และตั้งคำถามให้นักเรียนคิดจากผลไปยังเหตุ

โจทย์กำหนดด้านเท่ากัน 1 คู่ มุมเท่ากัน 1 คู่  
ต้องการมุมอีก 1 คู่ ที่เท่ากันจากคุณสมบัติของเส้น  
ขนาน

มุมเท่ากัน 2 คู่ ด้านตรงข้ามมุมเท่า เท่ากัน

$\triangle$  2 รูปสัมพันธ์กันแบบ ม.ม.ค.

$\triangle$  2 รูป เท่ากันทุกประการ

5. ครูให้นักเรียนช่วยกันเรียบเรียงจากเหตุไปสู่ผล  
พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

กลุ่มทดลอง 1

กลุ่มทดลอง 2

<u>กลุ่มควบคุม</u>	<u>กลุ่มทดลอง 1</u>	<u>กลุ่มทดลอง 2</u>
<p><u>ขั้นสรุป</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ครูให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ทั้งหมดที่ทำให้ <math>\Delta 2</math> รูปเท่ากันทุกประการ พร้อมทั้งบอกลักษณะพิเศษของแต่ละความสัมพันธ์</li> <li>2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ</li> </ol>	<p><u>ขั้นสรุป</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. เหมือนกลุ่มควบคุม</li> <li>2. ครูให้นักเรียนแข่งขันกันโดยครูสร้างรูปแต่ละคู่บนกระดานให้เวลานักเรียนขอละ 5 วินาที แล้วลบออก และสร้างสามเหลี่ยมคู่ต่อไปจนครบ 10 ข้อ</li> </ol>	<p><u>ขั้นสรุป</u></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. เหมือนกลุ่มควบคุม</li> <li>2. ครูให้นักเรียนแข่งขันกันโดยครูให้เวลานักเรียนแต่ละกลุ่มปรึกษากันก่อนแล้วให้แต่ละคนทำโจทย์พิเศษด้วยวิธีการเดียวกับกลุ่มทดลอง 1</li> </ol>

อุปกรณ์การสอน

1. กระดาษแข็งตัดเป็นรูป  $\Delta$
2. ชอล์กสี

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

หนังสือการสอบ

เรื่อง

ความคล้าย (4 คาบ)

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมของบทเรียน

เพื่อเรียนจบบทเรียนแล้วนักเรียนจะสามารถ

- 1 บอกความหมายและคุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้ายได้
- 2 บอกได้ว่า สามเหลี่ยมที่กำหนดให้รูปใดคล้ายกัน
- 3 หาอัตราส่วนที่เท่ากันของด้านของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันได้
- 4 หาความยาวด้านที่เหลือของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันได้ เมื่อกำหนดความยาวด้านอื่นให้
- 5 ใช้คุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้าย แก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับระยะทางและความสูงได้

คาบที่ 1 รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

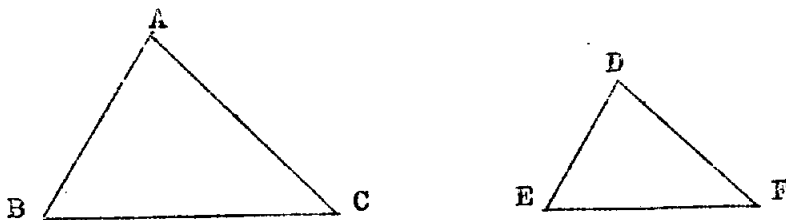
วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

- 1 บอกนิยามของรูป  $\triangle 2$  รูปที่คล้ายกันได้
- 2 บอกได้ว่า  $\triangle 2$  รูปที่กำหนดให้คล้ายกันหรือไม่
- 3 บอกเหตุผลของการคล้ายกันของ  $\triangle$  ในแต่ละกรณีที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง
- 4 ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 2 ใน 3 ข้อ
- 5 ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อย 4 ใน 5 ข้อ

เนื้อหา

1.



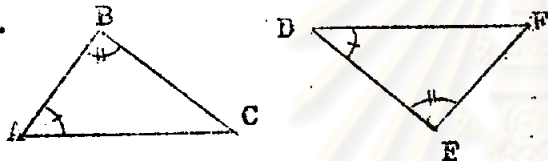
$\triangle ABC$  และ  $\triangle DEF$  เป็นสามเหลี่ยมที่มีมุมเท่ากัน 3 คู่ คือ  $\hat{A}=\hat{D}$ ,  $\hat{B}=\hat{E}$  และ  $\hat{C}=\hat{F}$

เราเรียก  $\triangle$  ว่าเป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

นิยาม รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีมุมเท่ากัน 3 คู่ เรียกว่ารูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

สัญลักษณ์  $\triangle ABC$  คล้ายกับ  $\triangle DEF$  เขียนแทนด้วย  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

2.

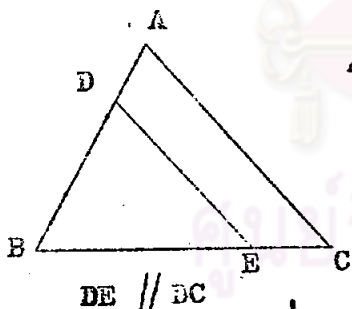


จากรูป กำหนดให้  $\triangle$  2 รูปที่มีมุมเท่ากัน 2 คู่ ดังนั้นมุมที่เหลือจะต้องเท่ากัน นั่นคือ  $\hat{C}=\hat{F}$

ดังนั้นจะได้ว่า  $\triangle$  2 รูปที่มีมุมเท่ากันครบ 3 คู่ คือ  $\hat{A}=\hat{D}$ ,  $\hat{B}=\hat{E}$ ,  $\hat{C}=\hat{F}$

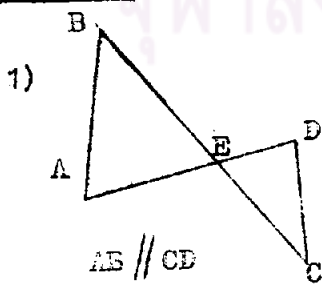
$\triangle$  2 รูปจึงคล้ายกัน

3.

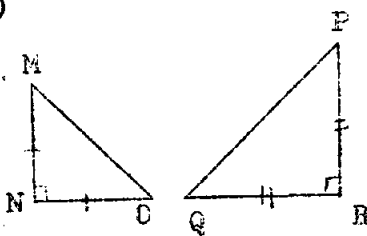


$\triangle ABC \sim \triangle BDE$  เนื่องจาก  
 $\hat{BDE} = \hat{BAC}$   
 $\hat{BED} = \hat{BCA}$   
 $\hat{DBE} = \hat{ABC}$

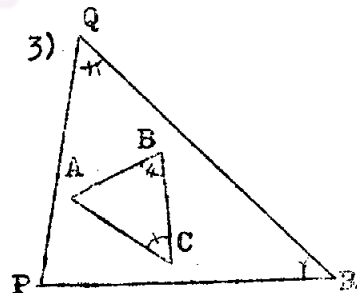
โจทย์พิเศษ จงพิจารณาว่า  $\triangle$  แต่ละคู่ต่อไปนี้ มีคู่โก้มุมที่คล้ายกัน เพราะเหตุใด



2)



3)

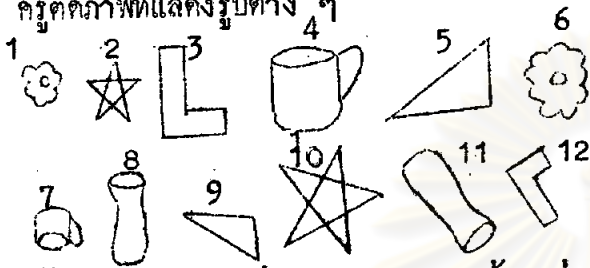


กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

กลุ่มควบคุม

ชั้นนำ

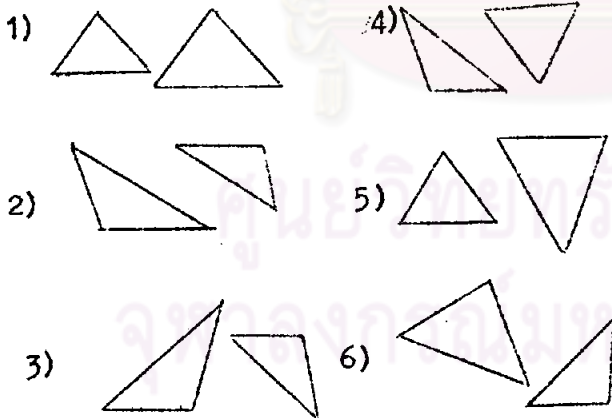
ครูศึกษาภาพที่แสดงรูปต่าง ๆ



ให้นักเรียนพิจารณาว่าในรูปทั้ง 12 รูปนี้มีรูปคู่ใดที่คล้ายกัน

ชั้นสอน

1. แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 6 คนในแต่ละกลุ่มจะได้รับแจกรูป  $\Delta$  จำนวน 6 คู่ มีทั้งคล้ายกันและไม่คล้ายกัน



2. ครูให้นักเรียนพิจารณาว่าสามเหลี่ยมคู่ใดที่นักเรียนสังเกตว่าคล้ายกันพร้อมกับหาว่าคู่ใดที่คิดว่าคล้ายกันนั้นมีอะไรเหมือนกันบ้าง โดยการวัดขนาดและมุมของ  $\Delta$  คู่ นั้น [ นักเรียนวัดได้ว่ามีมุมเท่ากันทุกคู่ ]

กลุ่มทดลอง 1

ชั้นนำ

ครูให้นักเรียนแข่งขันกันโดยให้นักเรียนออกมาจับคู่ รูปที่คล้ายกัน

ชั้นสอน

เหมือนกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง 2

ชั้นนำ

ครูให้นักเรียนแข่งขันกันโดยให้ตัวแทนของแต่ละกลุ่มออกมาจับคู่รูปที่คล้ายกัน

ชั้นสอน

เหมือนกลุ่มควบคุม

<u>กลุ่มควบคุม</u>	<u>กลุ่มทดลอง 1</u>	<u>กลุ่มทดลอง 2</u>
<p>3. ครูให้นักเรียนสรุปเป็นนิยามของสามเหลี่ยมคล้าย</p> <p>4. ครูอธิบายสัญลักษณ์ที่ใช้แทนการคล้ายกัน พร้อมกันยกตัวอย่างประกอบ</p> <p>5. ครูยกตัวอย่าง ให้นักเรียนพิจารณาว่าเป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่ โดยใช้คุณสมบัติของมุมภายใน <math>\Delta</math> และมุมแย้ง</p>		
<u>ขั้นสรุป</u>	<u>ขั้นสรุป</u>	<u>ขั้นสรุป</u>
<p>1. ครูให้นักเรียนสรุปนิยามของสามเหลี่ยมคล้ายอีกครั้งหนึ่ง</p> <p>2. ให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ</p>	<p>1 เหมือนกลุ่มควบคุม</p> <p>2 ให้นักเรียนแข่งขันกัน เป็นรายบุคคล</p>	<p>1 เหมือนกลุ่มควบคุม</p> <p>2 ให้นักเรียนแข่งขันกัน เป็นกลุ่มโดยให้ต่างคนต่างทำแต่เอาคะแนนมารวมกัน</p>

อุปกรณ์การสอน

- 1 กระดาษตัดเป็นรูป  $\Delta$  สีละ 2 รูปจำนวน 8 ชุด
- 2 ชอล์กสี
- 3 แผนภาพที่แสดงรูปต่างๆที่คล้ายกัน



### คาบที่ 2 คุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

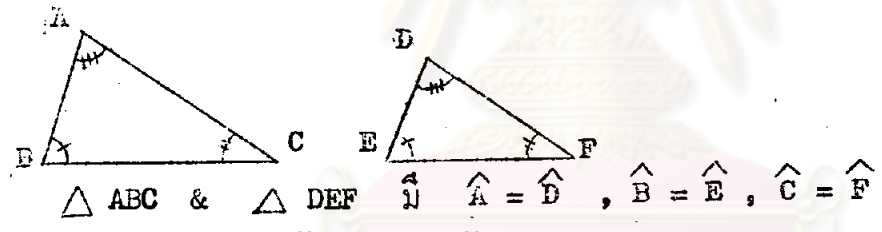
#### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. เขียนอัตราส่วนด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามมุมที่เท่ากันของสามเหลี่ยมที่คล้ายกันได้ถูกต้อง
2. บอกได้ว่า ถ้าสามเหลี่ยมคู่ใดคล้ายกัน อัตราส่วนของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่เท่าๆ จะเท่ากัน
3. คำนวณหาความยาวด้านของสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ได้โดยใช้คุณสมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
4. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 80 %
5. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %

#### เนื้อหา

กำหนด  $\Delta 2$  รูปที่มีมุมเท่ากัน 3 คู่ ดังรูป

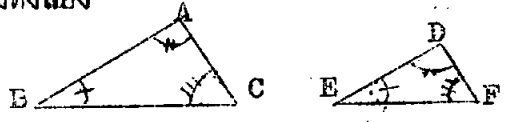


อัตราส่วนของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้าม  $\hat{A}$  และ  $\hat{D}$  คือ  $\frac{BC}{EF}$   
 " " " "  $\hat{B}$  และ  $\hat{E}$  คือ  $\frac{AC}{DF}$   
 " " " "  $\hat{C}$  และ  $\hat{F}$  คือ  $\frac{AB}{DE}$

เมื่อ  $\Delta 2$  รูปนั้นมีมุมเท่ากันทั้ง 3 คู่ แสดงว่าเป็น  $\Delta$  คล้ายกัน จะได้ว่า อัตราส่วนของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่เท่าๆ จะเท่ากัน นั่นคือ

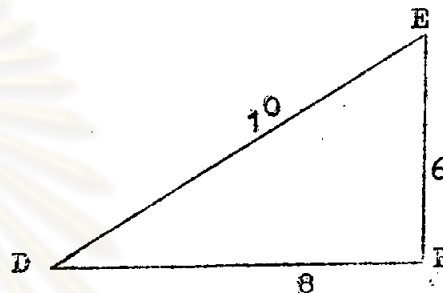
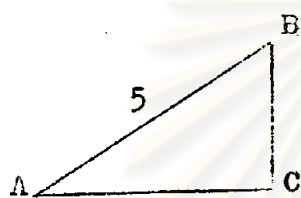
$$\text{สำหรับ } \Delta ABC \text{ และ } \Delta DEF \text{ จะได้ } \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE}$$

ตัวอย่าง 1 จงพิจารณา  $\Delta 2$  รูปที่กำหนดให้ว่าคล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด ครอบทั้งวัดความยาวของด้านเพื่อหาอัตราส่วนด้านของสามเหลี่ยมทั้งสอง



วิธีทำ  $\triangle ABC$  และ  $\triangle DEF$  เป็น  $\triangle$  ที่คล้ายกัน เพราะมีมุมเท่ากันทั้ง 3 คู่ ถ้าวัดความยาวด้านของ  $\triangle$  ทั้งสอง จะได้  $AB=6$ ,  $BC=8$ ,  $CA=5$ ,  $DE=3$ ,  $EF=4$ ,  $FD=25$  หน่วย อัตราส่วนของ  $\frac{AB}{DE}$ ,  $\frac{BC}{EF}$ ,  $\frac{AC}{DF}$  คือ  $\frac{6}{3}$ ,  $\frac{8}{4}$  และ  $\frac{5}{2.5}$  ตามลำดับ เมื่อทำให้เป็นอัตราส่วนอย่างต่ำแล้ว จะเห็นว่าอัตราส่วนทั้งสามมีค่าเท่ากัน

2. กำหนดให้  $\triangle ABC$  และ  $\triangle DEF$  คล้ายกัน มีความยาวแต่ละด้านตามที่กำหนดไว้ในรูป จงหาความยาวของ  $BC$  และ  $AC$  (โดยการคำนวณ)



วิธีทำ อัตราส่วนความยาวของด้านของ  $\triangle$  ทั้งสอง คือ  $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$   
แทนค่า  $\frac{5}{10} = \frac{BC}{6} = \frac{AC}{8}$

$$\text{จาก } \frac{BC}{6} = \frac{5}{10}$$

$$\text{เอา } 6 \text{ คูณทั้ง 2 ข้าง } 6 \times \frac{BC}{6} = \frac{5}{10} \times 6$$

$$BC = 3$$

$$\text{จาก } \frac{AC}{8} = \frac{5}{10}$$

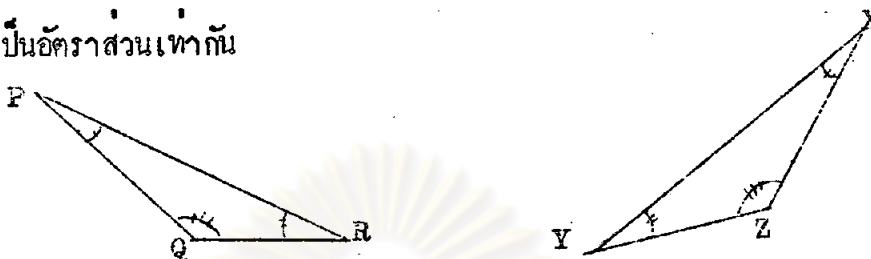
$$\text{เอา } 8 \text{ คูณทั้ง 2 ข้าง } \frac{AC}{8} \times 8 = \frac{5}{10} \times 8$$

$$AC = 4$$

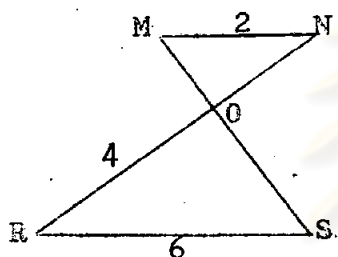
ดังนั้นความยาวของ  $\overline{BC}$  และ  $\overline{AC} = 3$  และ  $4$  ตามลำดับ

โจทย์พิเศษ

1.  $\triangle PQR$  และ  $\triangle XYZ$  เป็น  $\triangle$  ที่คล้ายกัน จงเขียนอัตราส่วนของความยาวของด้านให้ครบ ทั้งสามคู่ที่เป็นอัตราส่วนเท่ากัน



2.



จากรูป  $\overline{MN} \parallel \overline{RS}$  จงพิจารณาว่า  $\triangle MNO$  และ  $\triangle ROS$  เป็น  $\triangle$  คล้ายกันหรือไม่ ถ้าคล้ายกันจงเขียนอัตราส่วนของความยาวของด้านของสามเหลี่ยมทั้งสองพร้อมทั้งหาความยาว  $\overline{MO}$  และ  $\overline{NO}$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

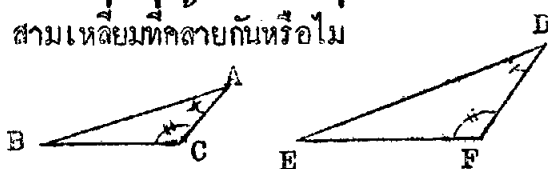
กลุ่มควบคุม

ชั้นนำ

- ครูทบทวนเรื่องลักษณะของสามเหลี่ยมคล้าย โดยการวาดรูป แล้วให้นักเรียนพิจารณาว่าเป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่
- ครูทบทวนเรื่องอัตราส่วนที่เท่ากัน โดยยกตัวอย่างอัตราส่วน 3:2 ให้นักเรียนหาอัตราส่วนอื่นที่เท่ากับ 3:2 แล้วให้เขียนอยู่ในรูปเศษส่วน

ชั้นสอน

- ครูคิดแผนภาพ  $\triangle$  ให้นักเรียนพิจารณาว่าเป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกันหรือไม่



กลุ่มทดลอง 1

ชั้นนำ

เหมือนกลุ่มควบคุม

ชั้นสอน

เหมือนกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง 2

ชั้นนำ

เหมือนกลุ่มควบคุม

ชั้นสอน

เหมือนกลุ่มควบคุม

กลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง 1

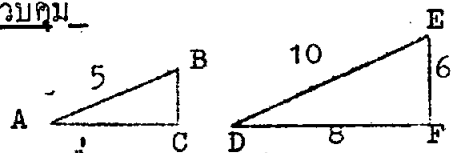
กลุ่มทดลอง 2

2. ให้นักเรียนออกมาวัดความยาวทุกด้านของ สามเหลี่ยมทั้งสอง เพื่อหาอัตราส่วนของ  $\frac{AB}{DE}, \frac{AC}{DF}, \frac{BC}{EF}$  ซึ่งเมื่อตอน ให้เป็นอัตราส่วนอย่างต่ำแล้วจะพบว่าเท่ากัน
3. ครูคิดแผนภาพ  $\triangle$  ที่คล้ายกันอีก 1 คู่ แล้ว ดำเนินวิธีการเดียวกับข้อ 1,2
4. จากข้อ 2,3 ให้นักเรียนพิจารณาในสิ่งต่อไปนี้  
 - สำหรับอัตราส่วน  $\frac{AB}{DE}; \overline{AB}$  เป็นต้น ตรงข้ามมุม  $\hat{C}$   
 $\overline{DE}$  เป็นต้นตรงข้าม มุม  $\hat{F}$   
 $\hat{C}$  กับ  $\hat{F}$  สัมพันธ์กันอย่างไร [เท่ากัน]  
 - สำหรับอัตราส่วน  $\frac{AC}{DE}$  และ  $\frac{BC}{EF}$  ให้นักเรียน พิจารณาในทำนองเดียวกับอัตราส่วน  $\frac{AB}{DE}$
5. ครูให้นักเรียนสรุปคุณสมบัติของ  $\triangle$  คล้าย [อัตราส่วนของด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมเท่าจะ เท่ากัน]
6. ครูยกตัวอย่างสามเหลี่ยมคล้ายคู่อื่น ๆ ให้นัก เรียนออกมาเขียนอัตราส่วนของด้านที่อยู่ตรง ข้ามมุมที่เท่ากัน
7. ครูยกตัวอย่าง : กำหนดให้  $\triangle ABC$  และ  $\triangle DEF$  คล้ายกันมีความยาวแต่ละด้านตาม ที่กำหนดให้ในรูป จงคำนวณหาความยาว  $\overline{BC}$  และ  $\overline{AC}$

ครูจับฉลากเรียกชื่อนักเรียน ออกมาแข่งกันเขียนอัตราส่วนที่ เท่ากันของ  $\triangle$  คล้ายและแก สมการหาค่าความยาว

ครูให้นักเรียนที่ จับฉลากได้ในแฉ ละกลุ่ม ๆ ละ 1 คนออกมาแข่งกัน เขียนอัตราส่วนที่ เท่ากันของ  $\triangle$  คล้ายและแก้สมการ หาค่าความยาว

กลุ่มควบคุม



คำถาม: เมื่อ  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  จะ  
 ได้อัตราส่วนของด้านที่เท่ากันอย่างไร  $\left[ \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{AF} = \frac{BC}{EF} \right]$   
 : จะมีวิธีการหาค่า BC และ AC ได้อย่าง  
 ไร แทนค่า  $\left[ \frac{AB}{DE}, \frac{DF}{AF} \right]$  และ  $\left[ \frac{EF}{EF} \right]$   
 : ครูให้นักเรียนออกมาแทนค่า  $\left[ \frac{5=BC=AC}{10, 6, 8} \right]$   
 : ครูให้นักเรียนใช้กฎการเท่ากันแก้สมการหา  
 BC และ AC ออกมา

ขั้นสรุป

- 1 ครูให้นักเรียนสรุปคุณสมบัติของ  $\triangle$  คล้ายอีกครั้งหนึ่ง พร้อมทั้งบอกให้นักเรียนทราบถึงประโยชน์ของ  $\triangle$  คล้าย
- 2 ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ

กลุ่มทดลอง 1

ขั้นสรุป

- 1 เหมือนกลุ่มควบคุม
- 2 ให้นักเรียนแข่งขันแต่งโจทย์คนละ 2 ข้อ แล้วให้แสดงวิธีทำเอง

กลุ่มทดลอง 2

ขั้นสรุป

- 1 เหมือนกลุ่มควบคุม
- 2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแต่งโจทย์กลุ่มละ 10 ข้อ และแสดงวิธีทำเองแข่งขันกับกลุ่มอื่น

อุปกรณ์การสอน

1. แผนภาพรูป  $\triangle$  คล้ายกัน 2 ชุด
2. ไม้มรรทักยาว
3. ชอล์กสี

**คาบที่ 3** การนำคุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้ายไปใช้ในการหาระยะทางและความสูง  
**วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม**

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

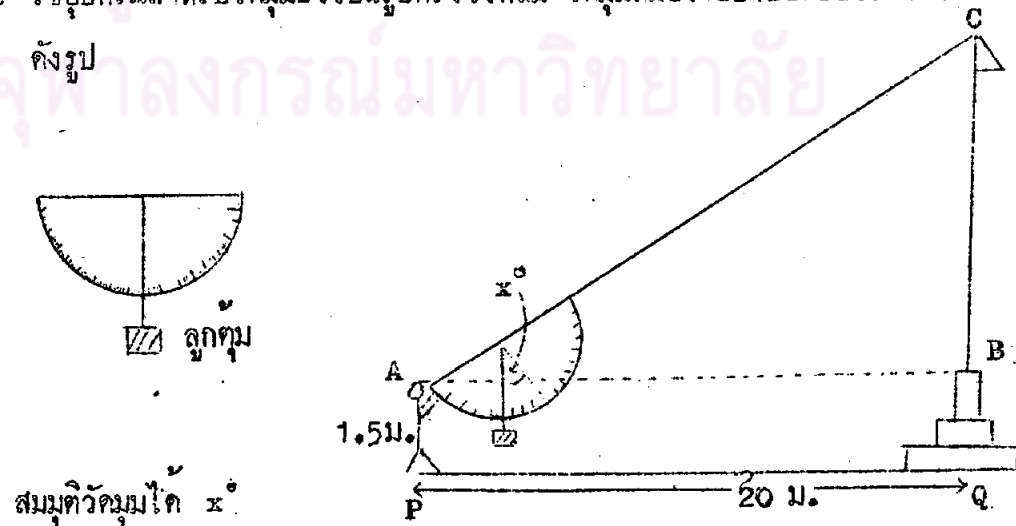
1. ใช้คุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้ายในการทดลองหาระยะทางและความสูงได้
2. อธิบายวิธีการทดลองได้
3. ไขแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้
4. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 80 %
5. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %

**เนื้อหา**

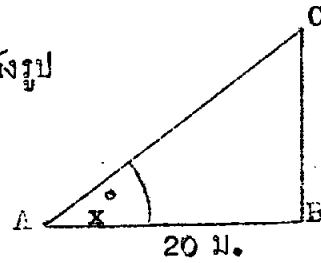
ในการวัดระยะทางหรือความสูงนั้น บางอย่างเราไม่สามารถใช้เครื่องมือวัดความยาวเพียงอย่างเดียวมาใช้วัดได้ หรืออาจวัดได้แต่ไม่สะดวก เช่น ความกว้างของแม่น้ำ ความสูงของภูเขาหรือสิ่งที่อยู่สูงมาก ๆ เป็นต้น ดังนั้นเราจึงใช้คุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้ายมาใช้ในการคำนวณหาระยะต่าง ๆ ได้ ถึงแม้จะไม่ได้ความยาวที่ละเอียดนัก แต่ก็เป็นค่าประมาณที่พอจะเชื่อถือได้

**วิธีทดลอง**

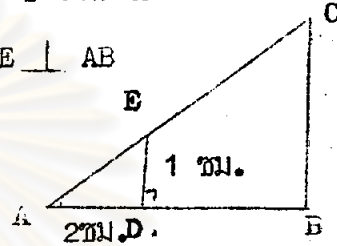
- วิธีที่ 1**
1. กำหนดจุดยืนให้ห่างจากสิ่งที่ต้องการวัดพอสมควร แล้ววัดระยะทางนั้น (สมมุติเป็นทางจากเสาธงซึ่งเป็นสิ่งที่ต้องการวัด 20 เมตร)
  2. ใช้อุปกรณ์สำหรับวัดมุมซึ่งเป็นรูปครึ่งวงกลม วัดมุมที่มองไปยังยอดของเสาธงทำกับพื้นราบดังรูป



3. สร้าง  $\Delta$  มุมฉากให้มุม ๆ หนึ่งเป็น  $x^\circ$  ดังรูป



4. สร้าง  $\Delta$  ให้คล้ายกับ  $\Delta ABC$  โดยวัดระยะจาก A ไปตามแนว AB ถึงจุด D สมมุติวัดระยะ AD ได้ 2 ซม. ลาก  $DE \perp AB$  วัดระยะ DE สมมุติวัดได้ 1 ซม.



5. จากรูป จะได้  $\Delta ABC \sim \Delta ADE$

จะได้  $\frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD}$

จาก  $\frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$  แทนค่าจะได้  $\frac{20}{2} = \frac{BC}{1}$  ดังนั้น  $BC = 10$  เมตร

แต่ความสูงของเสาธงคือระยะ  $CQ$  ซึ่งเท่ากับ  $BC + BQ$

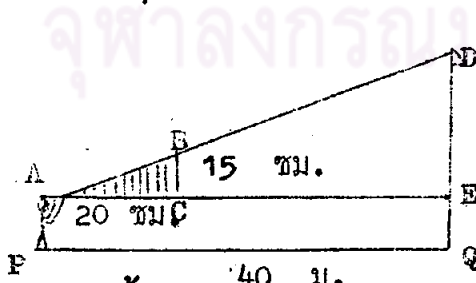
ดังนั้นความสูงของเสาธง =  $10 + 1.5 = 11.5$  เมตร

วิธีที่ 2

1. ตัดกระดาษเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากให้ความยาวของด้านประกอบมุมฉาก เป็นตัวเลขที่เป็นจำนวนเต็มที่สะดวกในการนำไปคำนวณ เช่น



2. นำกระดาษรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มาเล็งหาจุดยอดของสิ่งที่ต้องการวัด เช่น หาความสูงของเสาธง จะต้องมองจากจุด A ไปตามแนว AB ถึงจุดยอดของเสาธงพอดี



วัดหาระยะ PQ ซึ่ง เท่ากับ AE (สมมุติวัดได้ 40 เมตร)

3. จากรูป จะได้  $\Delta ABC \sim \Delta ADE$  ดังนั้นจะได้อัตราส่วน  $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$

4. แทนค่าใน  $\frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$  ; จะได้  $\frac{15}{DE} = \frac{20}{40}$

ดังนั้น  $DE = 30$  เมตร

แต่ความสูงของเสาเชิงคือระยะ  $\overline{DQ}$  ซึ่งเท่ากับ  $\overline{DE} + \overline{EQ} = 30 + 1.5$

ดังนั้นเสาเชิงสูง = 31.5 เมตร

โจทย์พิเศษ

ชายผู้หนึ่งสูง 1.6 เมตร ในขณะที่เงาของตึกหลังหนึ่งยาว 12.5 เมตร เขาวัดความยาวของเงาของเขาคือที่ทอดไปตามพื้นไคยาว 1.33 เมตร จงใช้คุณสมบัติของ  $\triangle$  คล้าย หาคความสูงของตึกโดยประมาณ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

กลุ่มควบคุม

ชั้นนำ

- 1 ครูทบทวนเรื่องคุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้าย โดยให้นักเรียนออกมาเขียนอัตราส่วนที่เท่ากัน ทั้ง 3 อัตราส่วน
- 2 ครูสนทนากับนักเรียนถึงการวัดระยะทาง หรือความสูงของสิ่งที่วัดไม่ได้ หรือวัดได้ไม่สะดวก เช่น ตึกสูง ๆ หนามา แม่น้ำ เป็นต้น ให้นักเรียนพิจารณาว่าเราจะใช้สามเหลี่ยมคล้ายที่เรียนมานี้ได้ให้เป็นประโยชน์ได้อย่างไร

ชั้นสอน

- 1 ครูอธิบายวิธีการทดลองแบบที่ 1 ให้นักเรียนวัดความสูงของตึก 6 ชั้น ของโรงเรียน โดยมีชั้นตอนดังนี้
  - 1 ให้นักเรียนทุกคนออกไปที่สนาม ยืนห่างจากตึกตามระยะที่กำหนดให้ (มีหลายจุด แล้วแต่นักเรียนจะเลือกยืน แต่ละจุดมีตัวเลขบอกระยะทางจากตึกไว้แล้ว)

กลุ่มทดลอง 1

ชั้นนำ

เหมือนกลุ่มควบคุม

ชั้นสอน

ครูให้นักเรียนแข่งขันกันในการทดลองเพื่อหาความสูงของตึกโดยแต่ละคนจะต้องทดลองเองและคำนวณหาค่าความสูงของตึกให้ใกล้เคียงความจริงมากที่สุด

กลุ่มทดลอง 2

ชั้นนำ

เหมือนกลุ่มควบคุม

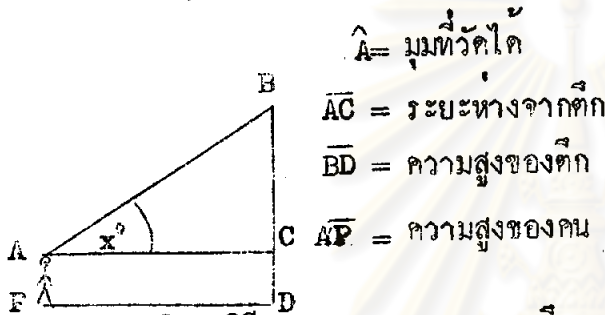
ชั้นสอน

เหมือนกลุ่มทดลองแต่ให้นักเรียนแข่งขันกันเป็นกลุ่ม



กลุ่มควบคุม

- 2 นำอุปกรณ์รูปครึ่งวงกลมที่บอกองศา เล็งไปที่ยอดตึก แล้วจกมุมไว้
- 3 ให้นักเรียนกลับเข่าห้องเรียน และสร้างรูป  $\triangle$  มุมฉากตามตัวอย่างที่ตึกให้ดูบนกระดานดำ



- 4 ครูอธิบายวิธีการคำนวณความสูงของตึก โดยให้คุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้าย
  - 5 ครูให้นักเรียนคำนวณหาความสูงของตึกจากผลการทดลองของแต่ละคน
  - 6 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลที่ได้จากการทดลองพร้อมทั้งสิ่งที่ทำให้ค่าที่ได้คลาดเคลื่อนไป
- 2) ครูอธิบายวิธีการหาระยะทางและความสูงตามวิธีที่ 2 พร้อมทั้งสาธิตการใช้อุปกรณ์และว่าครูประกอบและให้นักเรียนทดลองหาความสูงของเสาธงเป็นการบ้าน

กลุ่มทดลอง 1

กลุ่มทดลอง 2

- 2 ครูให้นักเรียนแข่งขันกันทดลองและคำนวณหาความสูงของเสาธง

- 2 เหมือนกลุ่มทดลอง แต่ให้แข่งขันเป็นกลุ่ม

<u>กลุ่มควบคุม</u>	<u>กลุ่มทดลอง 1</u>	<u>กลุ่มทดลอง 2</u>
<u>ขั้นสรุป</u>	<u>ขั้นสรุป</u>	<u>ขั้นสรุป</u>
1 ครูทบทวนขั้นตอนการทดลอง โดยให้นักเรียน ตอบคำถาม	1 เหมือนกลุ่มควบคุม	1 เหมือนกลุ่มควบคุม
2 ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ	2 ครูให้นักเรียนแข่งขันกัน ทำโจทย์พิเศษ	2 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม แข่งขันกันทำโจทย์พิเศษ

อุปกรณ์การสอน

- 1 เครื่องวงกลมบอกองศาซึ่งทำด้วยกระดาษแข็ง
- 2 ไม้มรรทัด
- 3 ชอล์กสี

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

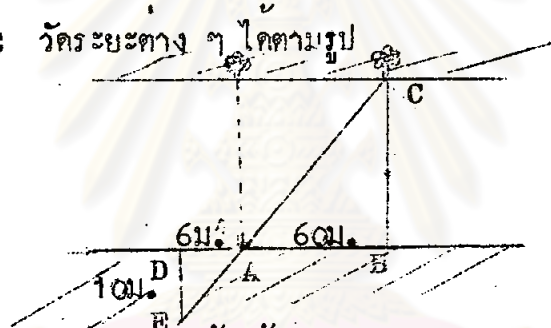
คาบที่ 4 การใช้คุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้ายในการหาระยะทางและความสูง (ต่อ)

วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. เมื่อกำหนดโจทย์ให้ สามารถใช้คุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้าย แก้ปัญหาโจทย์ได้
2. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้อง 80 %
3. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้ถูกต้อง 85 %

เนื้อหา

ตัวอย่าง 1 วรรณ ต้องการวัดความสูงเกี่ยวกับสามเหลี่ยมคล้าย เพื่อหาความกว้างของแม่น้ำ โดยใช้หลักไม้ และต้นไม้ 2 ต้น อีกฝั่งหนึ่ง สร้างรูป  $\triangle ABC$  แล้วสร้างรูป  $\triangle AED$  ซึ่งคล้ายกับรูป  $\triangle ABC$  วัดระยะต่าง ๆ ได้ตามรูป



วิธีทำ จากรูปจะเกิด  $\triangle$  คล้ายขึ้น 2 รูป คือ  $\triangle ADE$  และ  $\triangle ABC$  อัตราส่วน

ทั้ง 3 คู่ จะเท่ากัน คือ  $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$

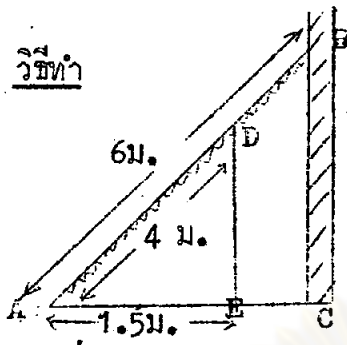
แทนค่า  $\frac{60}{6} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{10}$

ค่าที่เราต้องการทราบคือ  $\overline{BC}$   $\therefore \frac{60}{6} = \frac{BC}{10}$

นั่นคือ  $BC = 100$  เมตร

$\therefore$  แม่น้ำกว้าง 100 เมตร

ตัวอย่างที่ 2 บันไดยาว 6 เมตร พาดอยู่กับผนังตึก เมื่อข้างท่าส้นบันไดไปได้ 4 เมตร เขาทำแปรงตก ถ้าจุดที่แปรงตกลงมาถูกพื้นดินห่างจากเชิงบันได 1.5 เมตร จงหาว่าเชิงบันไดอยู่ห่างจากผนังตึกประมาณเท่าใด



วิธีทำ

จากรูป

AC = ระยะที่เชิงบันไดห่างจากตึก

$\triangle ABC$  และ  $\triangle ADE$  เป็นสามเหลี่ยมคล้าย

ดังนั้น  $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$

แทนค่า  $\frac{6}{4} = \frac{AC}{1.5} = \frac{BC}{DE}$

แต่ค่าที่เราต้องการทราบคือ AC ดังนั้น  $\frac{6}{4} = \frac{AC}{1.5}$

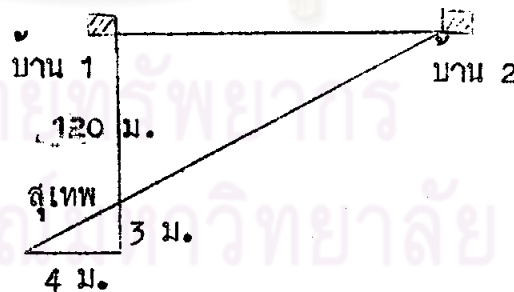
จากกฎการเท่ากันจะได้  $\frac{6}{4} \times 1.5 = \frac{AC}{1.5} \times 1.5$

AC = 2.25

เชิงบันไดอยู่ห่างจากตึก 2.25 เมตร

โจทย์พิเศษ

สุเทพเดินทางมาขึ้นที่จุด ๆ หนึ่ง เห็นบ้าน 2 หลัง เขาต้องการทราบว่าบ้าน 2 หลังห่างกันเท่าไร จึงสร้างรูปสามเหลี่ยมคล้ายขึ้นอีกรูปหนึ่งให้ด้านประกอบมุมฉากยาว 3 และ 4 เมตร จุดที่ยื่นห่างจากบ้านหลังหนึ่ง 120 เมตร



กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

กลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง 1

กลุ่มทดลอง 2

ชั้นนำ

ชั้นนำ

ชั้นนำ

ครูพบทวนเกี่ยวกับกำรทดลองหาความสูงของตึกและเสาธงในคาบก่อน โดยให้นักเรียนบอกขั้นตอนในการทดลอง

เหมือนกลุ่มควบคุม

เหมือนกลุ่มควบคุม

<u>กลุ่มควบคุม</u>	<u>กลุ่มทดลอง 1</u>	<u>กลุ่มทดลอง 1</u>
<u>ชั้นสอน</u>	<u>ชั้นสอน</u>	<u>ชั้นสอน</u>
<p>1. คุรุยกตัวอย่างที่ 1</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- คุรุให้นักเรียนใช้คุณสมบัติสามเหลี่ยมคล้ายหาอัตราส่วนคู่ที่เท่ากันทั้ง 3 คู่</li> <li>- คุรุให้นักเรียนออกมาแทนค่า และแก้สมการเพื่อหาความกว้างของแม่น้ำ</li> </ul> <p>2. คุรุยกตัวอย่างที่ 2</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- คุรุให้นักเรียนแต่ละคนลองสร้างรูปเองในกระดาษก่อนแล้วเรียกนักเรียนออกมาสร้างรูปบนกระดาน</li> <li>- คุรุให้นักเรียนหาอัตราส่วนของสามเหลี่ยมคล้ายคู่ที่เท่ากัน</li> <li>- คุรุให้นักเรียนแทนค่า และแก้สมการหาค่าระยะทาง</li> </ul>	<p>1 เหมือนกลุ่มควบคุม</p> <p>2 คุรุอธิบายวิธีการทำก่อนแล้วให้นักเรียนแข่งขันกันคำนวณผลลัพธ์ออกมา</p>	<p>1 เหมือนกลุ่มควบคุม</p> <p>2 คุรุให้นักเรียนแต่ละกลุ่มปรึกษากันและคำนวณผลลัพธ์ออกมาและแข่งขันกับกลุ่มอื่น ๆ</p>
<u>ชั้นสรุป</u>	<u>ชั้นสรุป</u>	<u>ชั้นสรุป</u>
<p>1. คุรุให้นักเรียนตามปัญหาข้อสงสัยในบทเรียนนี้และทบทวนคุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้าย</p> <p>2. คุรุให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ</p>	<p>1 เหมือนกลุ่มควบคุม</p> <p>2. ให้นักเรียนแต่ละคนแข่งขันกันทำโจทย์พิเศษ</p>	<p>1 เหมือนกลุ่มควบคุม</p> <p>2 คุรุให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มปรึกษากันก่อนแล้วให้แต่ละคนทำด้วยตนเองเพื่อแข่งขันกับกลุ่มอื่น ๆ</p>

อุปกรณ์การสอน

- 1 ไม้มบรรทัด
- 2 ชอล์กสี

## บันทึกการสอน

### เรื่อง

คุณสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ( 3 คาบ)

#### วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมของบทเรียน

เมื่อเรียนจบบทเรียนแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. บอกสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีของพีทาโกรัสได้
2. สามารถหารากที่สองของจำนวนบวกใด ๆ ที่ลงตัวได้ถูกต้อง
3. หาความยาวของด้านที่เหลือของสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อกำหนดความยาวอีกสองด้านมาให้ได้ถูกต้อง
4. หาค่าของจำนวนที่แทนควยเศษส่วนไม่ได้ ได้ถูกต้อง
5. บอกได้ว่าจำนวนทุกจำนวนที่แทนได้ควยจุดบนเส้นจำนวนคือ จำนวนจริง

คาบที่ 1      ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

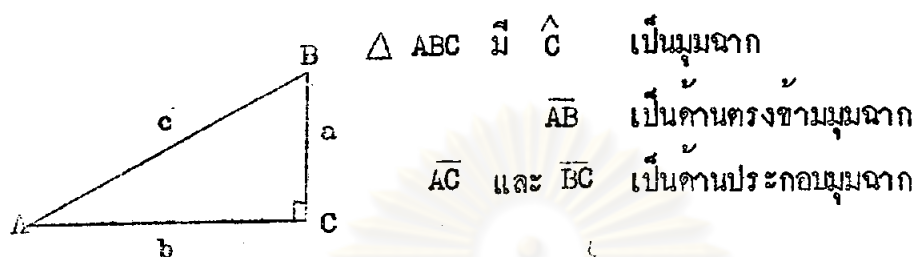
#### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. บอกส่วนประกอบของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
2. อธิบายทฤษฎีพีทาโกรัสได้ถูกต้อง
3. เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมมุมฉากได้
4. เมื่อกำหนดด้าน 2 ด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก สามารถหาความยาวด้านที่เหลือได้
5. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 80 %
6. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %

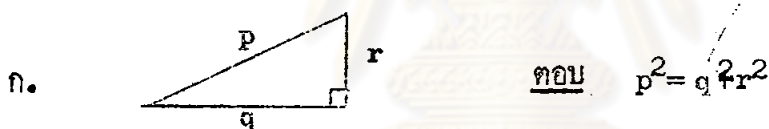
## เนื้อหา

สามเหลี่ยมมุมฉากเป็น  $\triangle$  ที่มีมุม  $90^\circ$  หนึ่งเป็นมุมฉาก ด้านตรงข้ามมุมฉากซึ่งเป็นด้านที่ยาวที่สุด และมีด้านประกอบมุมฉากอีก 2 ด้าน ดังรูป

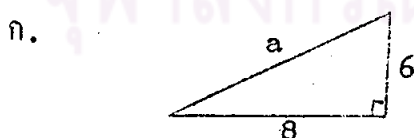


จะได้ความสัมพันธ์ของด้านทั้งสามคือ  $c^2 = a^2 + b^2$  คุณสมบัติดังกล่าวเป็นไปตามทฤษฎีของพีทาโกรัส (Pythagoras) ซึ่งกล่าวว่า "กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉากรวมกัน"

**ตัวอย่าง 1** จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมมุมฉาก



**ตัวอย่างที่ 2** จงเขียนความสัมพันธ์ของความยาวด้านทั้งสามของ  $\triangle$  มุมฉากที่กำหนดให้ แล้วหาความยาวของด้านที่เหลือ



**วิธีทำ** ก) จาก ทฤษฎี พีทาโกรัสจะได้  $a^2 = 6^2 + 8^2$

$$a^2 = 36 + 64$$

$$a^2 = 100$$

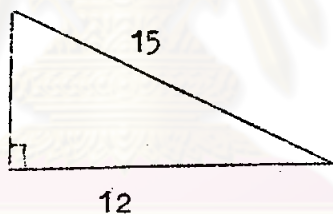
ดังนั้น  $a = 10$

ข. จาก ทฤษฎี พythagoras . จะได้

$$\begin{aligned}x^2 + 3^2 &= 5^2 \\x^2 + 3 - 3 &= 5^2 - 3^2 \\x^2 &= 5^2 - 3^2 \\x^2 &= 25 - 9 \\&= 16 \\ดังนั้น \quad x &= 4\end{aligned}$$

### โจทย์พิเศษ

- 1 จงหาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เมื่อกำหนดด้านประกอบมุมฉาก เป็น 15 และ 8 หน่วย
- 2 จงหาความยาวของด้านที่เหลือ



3.  $\Delta$  รูปหนึ่งมีด้านยาวดังนี้ 3, 6, 8 หน่วย  
 $\Delta$  รูปนี้เป็น  $\Delta$  มุมฉากหรือไม่ เพราะเหตุใด

### กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

#### กลุ่มควบคุม

#### ผู้นำ

- 1 ครูและนักเรียนสนทนาเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนเคยพบที่มีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
- 2 ครูอธิบาย: ถ้าเราทราบความยาวด้าน 2 ด้าน เราจะสามารถหาความยาวด้านที่เหลือได้ โดยใช้ "ทฤษฎีพีทาโกรัส"
- 3 ครูเล่าประวัติของพีทาโกรัส

#### กลุ่มทดลอง 1

#### ผู้นำ

เหมือนกลุ่มควบคุม

#### กลุ่มทดลอง 2

#### ผู้นำ

เหมือนกลุ่มควบคุม



กลุ่มควบคุม

ชั้นสอน

- 1 ครูสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และถามเกี่ยวกับส่วนประกอบของสามเหลี่ยมมุมฉาก
- 2 ครูอธิบาย : เรานิยมใช้อักษรตัวเล็กแทนความยาวของด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมนั้น เช่นใช้ a แทนความยาวของด้านที่อยู่ตรงข้ามมุม A ใช้ b แทน ความยาวของด้านที่อยู่ตรงข้ามมุม B
- 3 ครูคิดแผนภาพ รูป  $\triangle$  มุมฉาก 4 รูป ให้นักเรียนออกมาวัดความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก และด้านประกอบมุมฉาก
- 4 ให้นักเรียนนำตัวเลขที่วัดได้มาใส่ในตารางบนกระดานดำ

รูปที่	a	b	c	a <sup>2</sup>	b <sup>2</sup>	c <sup>2</sup>	a <sup>2</sup> +b <sup>2</sup>
1							
2							
3							
4							

กลุ่มทดลอง 1

ชั้นสอน

เหมือนกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง 2

ชั้นสอน

เหมือนกลุ่มควบคุม

ครูแจกเอกสารที่แสดงรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 4 รูป ให้แต่ละกลุ่ม แล้วให้ช่วยกันวัดแล้วนำตัวเลขมาใส่ตาราง โดยให้มีการแข่งขันกับกลุ่มอื่น

<u>กลุ่มควบคุม</u>	<u>กลุ่มทดลอง 1</u>	<u>กลุ่มทดลอง 2</u>
<p>5. ครูให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ของ <math>c^2</math> และ <math>a^2 + b^2</math> แล้วให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ระหว่างด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งจะเป็นไปตามทฤษฎีของพีทาโกรัส</p> <p>6. ครูยกตัวอย่าง 1 โดยการกำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แล้วให้นักเรียนออกมาเขียนความสัมพันธ์ระหว่างด้านทั้งสามของสามเหลี่ยม</p> <p>7. ครูเขียนความสัมพันธ์ระหว่างด้านทั้งสาม แล้วให้นักเรียนออกมาสร้างรูป และกำหนดค่าในข้อทดลองกับรูป</p> <p>8. ครูสร้างรูปสามเหลี่ยมที่ไม่ใช่สามเหลี่ยมมุมฉาก ให้นักเรียนพิจารณาว่าจะใช้ทฤษฎีพีทาโกรัสในการหาความยาวของด้านใดหรือไม่เพราะเหตุใด</p> <p>9. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนออกมาเขียนความสัมพันธ์ด้านทั้งสาม แทนค่าและแก้สมการออกมา</p>	<p>ครูให้นักเรียนแข่งขันกันหาค่า <math>c^2</math> และ <math>a^2 + b^2</math></p> <p>ครูเรียกนักเรียนออกมาแข่งขันกันทำบนกระดานดำ</p>	<p>ครูให้แต่ละกลุ่มแข่งขันกันออกมาทำบนกระดาน</p>
<u>ขั้นสรุป</u>	<u>ขั้นสรุป</u>	<u>ขั้นสรุป</u>
<p>1. ครูให้นักเรียนสรุปเป็นข้อความแสดงความสัมพันธ์ของด้านตามทฤษฎีพีทาโกรัส</p> <p>2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ</p>	<p>1. เหมือนกลุ่มควบคุม</p> <p>2. ครูให้นักเรียนแข่งขันกันทำโจทย์พิเศษ</p>	<p>เหมือนกลุ่มควบคุม</p> <p>ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแข่งขันกันทำโจทย์พิเศษ โดยให้ปรึกษากันก่อน แล้วให้ทางคนต่างทำ</p>

อุปกรณ์การสอน

1. แผนภาพแสดงรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 4 รูป
2. โมบรอร์ทัก
3. ซอล์กสี

## คาบที่ 2 จำนวนที่แทนด้วยเศษส่วนไม่ได้

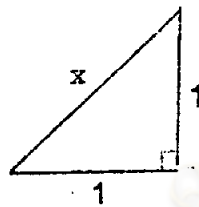
### วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

1. ทาค่าของจำนวนที่แทนด้วยเศษส่วนไม่ได้ ได้ถูกต้อง
2. กำหนดจำนวนที่แทนด้วยเศษส่วนไม่ได้ลงบนเส้นจำนวนได้ถูกต้อง
3. ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 80%
4. ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อย 85%

### เนื้อหา

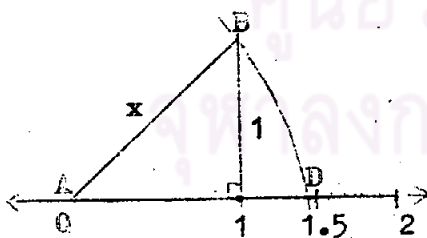
1. สามเหลี่ยมมุมฉากบางรูป เราไม่สามารถหาความยาวของด้านที่เหลือ เมื่อกำหนดความยาวของด้านอีก 2 ด้านไว้แล้ว เช่น



จากทฤษฎีของพีทาโกรัสจะได้ความสัมพันธ์  $x^2 = 1^2 + 1^2$   
 $x^2 = 2$

จะเห็นว่าเราไม่สามารถหาค่าตัวเลขที่เป็นจำนวนเต็มหรือเศษส่วนใด ๆ ที่ยกกำลังสองแล้วมีค่าเป็น 2

2. การหาจำนวนที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2



จากรูป เมื่อกางวงเวียนรัศมี  $\overline{AB}$  ซึ่งยาว  $x$  หน่วยเขียนส่วนโค้งตัดที่จุด  $D$  แสดงว่า  $\overline{AD} = \overline{AB}$  จุด  $D$  จะอยู่ระหว่าง 1.4 กับ 1.5 ดังนั้น  $x$  จะต้องมียกกำลังสองระหว่าง 1.4 กับ 1.5 หรือสามารถเขียนได้ว่า  $1.4 < x < 1.5$

3. หาพหุนามค่าแห่งที่ 2 โดยการแบ่งระยะระหว่าง 1.4 และ 1.5 ออกเป็น 10 ส่วนเท่า ๆ กัน แล้วพิจารณาว่า  $x$  ควรจะมีค่าเท่าใดโดยดูจากตาราง

x	1.41	1.42	1.43	1.44	1.45
$x^2$	1.9881	2.0164	2.0449	2.0736	2.1025

จากตารางจะเห็นว่า  $x$  ควรจะอยู่ระหว่าง 1.41 กับ 1.42

4. ทศนิยมตำแหน่งที่ 3 โดยการแบ่งระยะระหว่าง 1.41 กับ 1.42 ออกเป็น 10 ส่วนเท่า ๆ กัน แล้วพิจารณาว่า  $x$  ควรจะมีค่าเท่าไรโดยใส่ตาราง

$x$	1.411	1.412	1.413	1.414	1.415
$x^2$	1.990921	1.993744	1.996569	1.999396	2.002225

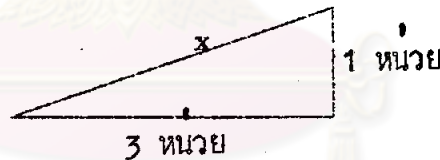
จากตาราง

จะเห็นว่า  $x$  ควรจะอยู่ระหว่าง 1.414 กับ 1.415

5. ทศนิยมตำแหน่งที่ 4, 5, 6 ... โดยวิธีการเช่นเดียวกันกับวิธีการข้างต้น ซึ่งจะพบว่าจะได้ทศนิยมหลายตำแหน่งไม่มีที่สิ้นสุด ดังนั้นจึงเป็นจำนวนที่ไม่สามารถทำให้เป็นเศษส่วนได้
6. เราเรียกจำนวนที่แทนจำนวนที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2 ว่า "รากกำลังที่สองของสอง" ซึ่งใช้สัญลักษณ์ " $\sqrt{2}$ " แทนจำนวนที่เป็นบวกและ " $-\sqrt{2}$ " แทนจำนวนที่เป็นลบ
7. เราสามารถใช้วิธีการเช่นเดียวกันนี้กับจำนวนที่แทนด้วยเศษส่วนไม่ได้อื่น ๆ ได้เช่นกัน เช่น  $\sqrt{10}$ ,  $\sqrt{5}$  เป็นต้น

โจทย์พิเศษ

จากรูป จงหาความยาวของ  $x$  เป็นค่าประมาณ ถึงทศนิยมตำแหน่งที่ 2



โจทย์แบบฝึกหัดเพิ่มเติม

จงหาความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเมื่อสามเหลี่ยมมีด้านประกอบมุมฉากเป็น 1 และ 2 หน่วย และหาค่าโดยประมาณ คิดทศนิยม 3 ตำแหน่ง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

กลุ่มควบคุม

ผู้นำ

ครูทบทวนการทำทศนิยมให้เป็นเศษส่วน และทบทวนทฤษฎีของพีทาโกรัสโดยการตั้งโจทย์ให้นักเรียนทำ

กลุ่มทดลอง 1

ผู้นำ

ครูให้นักเรียนแข่งขันกันเป็นรายบุคคล

กลุ่มทดลอง 2

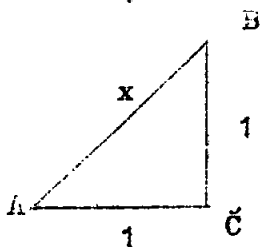
ผู้นำ

ครูให้นักเรียนแข่งขันกันเป็นกลุ่ม

กลุ่มควบคุม

ชั้นสอน

1. ครูสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ให้นักเรียน ประกอบด้วยมุมฉากยาวด้านละ 1 หน่วย



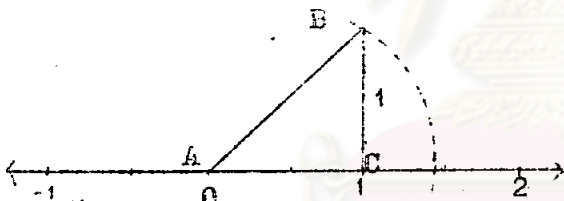
ครูให้นักเรียนหาความ

ยาว  $\overline{AB}$

$$[x^2 = 1^2 + 1^2 \text{ ดังนั้น } x = \sqrt{2}]$$

นักเรียนจะยังไม่สามารถ  
หาค่าของ  $x$  ได้

2. ครูลากเส้นต่อออกไปดังรูป ให้นักเรียนกำหนดจุดลงบนเส้นจำนวนและแบ่งระยะระหว่าง 1 กับ 2 ออกเป็น 10 ช่องเล็ก ๆ เท่า ๆ กัน



3. ครูให้นักเรียนในช่วงเวียนรัศมี  $\overline{AB}$  ให้ A เป็นจุดศูนย์กลางเขียนส่วนโค้งตัดเส้นจำนวนทางขวาของ A ครูให้นักเรียนสังเกตว่าจุดตัดอยู่ที่ใด [ระหว่าง 1.4 กับ 1.5] ดังนั้น  $x$  มีค่าอยู่ระหว่าง 1.4 กับ 1.5
4. ครูคิดแผนภาพตารางที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณาว่า  $x$  ควรจะอยู่ระหว่างค่าใดโดยพิจารณาถึงทศนิยมตำแหน่งที่ 2 ควย
5. ครูคิดแผนภาพตารางที่ 2,3 ให้นักเรียนพิจารณาค่า  $x$  ในทำนองเดียวกันกับข้อ 4 เพื่อหาทศนิยมตำแหน่งที่ 3,4 ตามลำดับ

กลุ่มทดลอง 1

ชั้นสอน

เหมือนกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง 2

ชั้นสอน

เหมือนกลุ่มควบคุม

<u>กลุ่มควบคุม</u>	<u>กลุ่มทดลอง 1</u>	<u>กลุ่มทดลอง 2</u>
<p>6 ครูให้นักเรียนพิจารณาว่าการหาศูนยามตำแหน่งต่าง ๆ เหล่านี้ จะหาต่อไปได้อีกเรื่อย ๆ หรือไม่สิ้นสุด จำนวนเหล่านี้จึงไม่สามารถทำให้เป็นเศษส่วนได้ ซึ่งเรียกว่าจำนวนที่แทนด้วยเศษส่วนไม่ได้</p> <p>7 ครูอธิบายเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ <math>\sqrt{\quad}</math> และ <math>\sqrt[3]{\quad}</math> และ <math>\sqrt[4]{\quad}</math> ในสมการ <math>x^2=2</math> ซึ่งในกรณีที่เป็นความยาวของด้านแทนนี้จะใช้เฉพาะคาบวงเท่านั้น</p> <p>8 ครูให้นักเรียนหาวิธีที่จะกำหนดจุด <math>\sqrt{2}</math> ลงบนเส้นจำนวน</p>		
<u>ขั้นสรุป</u>	<u>ขั้นสรุป</u>	<u>ขั้นสรุป</u>
<p>1 ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนที่แทนด้วยเศษส่วนไม่ได้จำนวนอื่น ๆ และให้นักเรียนบอกวิธีการหาค่าประมาณของจำนวนเหล่านั้นเพื่อเป็นการทบทวนการหาค่าประมาณของ <math>\sqrt{2}</math> ด้วย</p> <p>2 ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ</p>	<p>1 เหมือนกลุ่มควบคุม</p> <p>2 ครูให้นักเรียนแข่งขันเป็นรายบุคคลในการทำโจทย์พิเศษ</p>	<p>1 เหมือนกลุ่มควบคุม</p> <p>2 ครูให้นักเรียนแข่งขันกันเป็นกลุ่มในการทำโจทย์พิเศษ</p>
<u>อุปกรณ์การสอน</u>		
<p>1 แผนภาพแสดงตารางการหาค่าประมาณของ <math>\sqrt{2}</math></p> <p>2 วงเวียน</p> <p>3 ไม้บรรทัด</p>		

### คาบที่ 3 จำนวนที่แทนด้วยเศษส่วนไม่ได้ (ต่อ)

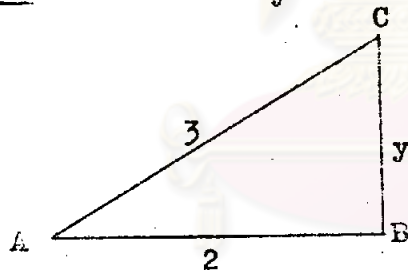
#### จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนจะสามารถ

- 1 ยกตัวอย่างของจำนวนที่ไม่สามารถแทนด้วยเศษส่วนได้
- 2 เขียนสัญลักษณ์แทนจำนวนที่ไม่สามารถแทนด้วยเศษส่วนได้
- 3 บอกความหมายของจำนวนจริงได้
- 4 หาคความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากได้เมื่อกำหนดความยาวอีก 2 ด้านให้
- 5 ทำโจทย์พิเศษได้ถูกต้องอย่างน้อย 85 %
- 6 ทำโจทย์แบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อย 90 %

#### เนื้อหา

- 1 จำนวนที่แทนด้วยเศษส่วนไม่ได้ ไม่ใช่  $\sqrt{2}$  ค่าเดียวเท่านั้น ยังมีค่าอื่น ๆ อีกเช่น  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{10}$  เป็นต้น
- 2 ตัวอย่าง : จงหาค่า  $y$  วิธีทำ ตามทฤษฎีพีทาโกรัส จะได้ความสัมพันธ์



$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ 3^2 &= x^2 + 2^2 \\ 9 &= y^2 + 4 \\ 9 + (-4) &= y^2 + 4 + (-4) \\ 5 &= y^2 \end{aligned}$$

จะหาค่า  $y$  ที่ยกกำลังสองแล้วได้ 5 ซึ่งเป็นจำนวนเต็มหรือเศษส่วนไม่ได้จึงใช้สัญลักษณ์

$\sqrt{5}$  แทนจำนวนบวกที่ยกกำลังสองแล้วได้ 5  
และ  $-\sqrt{5}$  แทนจำนวนลบที่ยกกำลังสองแล้วได้ 5

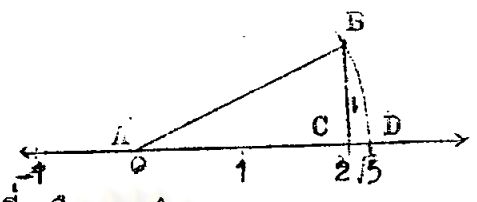
แต่ในกรณีนี้  $y$  เป็นความยาวของด้านของ  $\Delta$  จึงต้องมีค่าเป็นบวก

นั่นคือ  $y = \sqrt{5}$

สัญลักษณ์  $\sqrt{\quad}$  ที่ใช้นี้ เรียกว่า รากที่สอง (Square root)

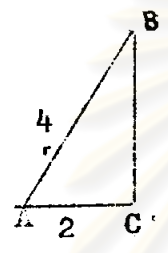
$\sqrt{5}$  อ่านว่ารากที่สองของ 5

เราสามารถเขียนจุดบนเส้นจำนวนที่แทน  $\sqrt{5}$  ได้ดังรูป



$AD = \sqrt{5}$  หน่วย

2 ตัวอย่าง 2 จงหาความยาวด้านที่เหลือของ  $\triangle ABC$



ตามท. พythagoras จะได้ความสัมพันธ์

$AB^2 = BC^2 + AC^2$

$4^2 = BC^2 + 2^2$

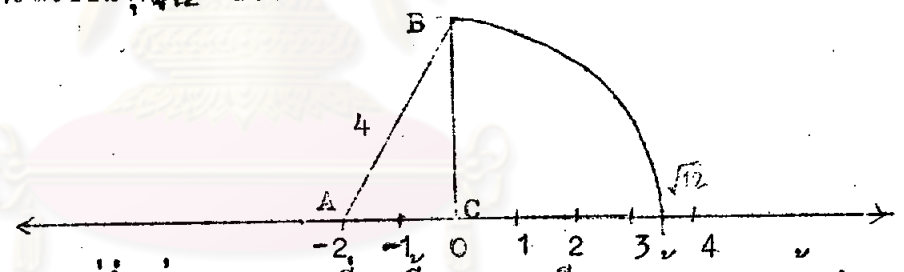
$16 = BC^2 + 4$

$16 + (-4) = BC^2 + 4 + (-4)$

$BC^2 = 12$

$BC = \sqrt{12}$

เราสามารถเขียนจุด  $\sqrt{12}$  ลงบนเส้นจำนวนได้ ดังนี้

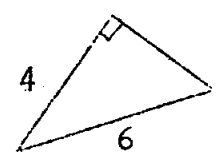


จะเห็นว่าจำนวนทศนิยมซึ่งอยู่ในรูปของรากที่สองนี้ สามารถเขียนแทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนได้ เราเรียกทุกจำนวนที่แทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนว่า "จำนวนจริง"

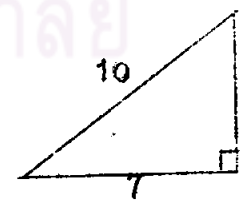
โจทย์พิเศษ

จงหาความยาวของด้านที่เหลือของสามเหลี่ยม

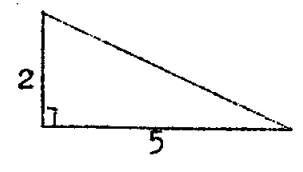
1



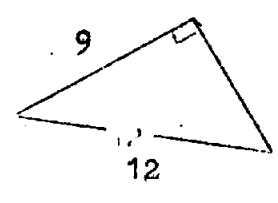
2



3



4





กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

กลุ่มควบคุม

ขั้นนำ

- 1 ครูทบทวนทฤษฎีพีทาโกรัส โดยการสร้างรูป แล้วให้นักเรียนบอกความสัมพันธ์ ด้านทั้งสาม ของสามเหลี่ยมมุมฉาก
- 2 ครูทบทวนการหาค่าประมาณของ  $\sqrt{2}$

ขั้นสอน

- 1 ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีความยาวด้าน 2 ด้าน และไม่สามารถหาความยาวด้านที่ 3 ได้ แล้วให้นักเรียนออกมาสร้างรูป  $\triangle$
- 2 ครูให้นักเรียนเขียนความสัมพันธ์ระหว่างด้านทั้งสามและแฉกสมการของสามเหลี่ยมแต่ละรูป ที่นักเรียนยกตัวอย่าง ตีค้อยู่ใน รูปปากที่สอง ของจำนวนนั้น โดยใช้สัญลักษณ์  $\sqrt{\quad}$  แทน เช่น เมื่อได้  $x^2=5$  จะได้ว่า  $x=\sqrt{5}$  และ  $-\sqrt{5}$
- 3 ครูให้นักเรียนพิจารณาว่าในกรณีนี้ควรจะใช้คาบวกหรือลบ [ คาบวก.]
- 4 ครูให้นักเรียนหาวิธีที่จะกำหนดจุด 5 ลงบนเส้นจำนวนโดยการสร้างรูป
- 5 ครูยกตัวอย่างอื่น ๆ โดยคำเน้นวิธีการในทำนองเดียวกับตัวอย่างข้างตน
- 6 ครูอธิบาย : จำนวนต่าง ๆ เหล่านี้สามารถแทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนได้ เราเรียกว่า "จำนวนจริง"

กลุ่มทดลอง 1

ขั้นนำ

เหมือนกลุ่มควบคุม

ขั้นสอน

ครูให้นักเรียนออกมาแข่งขันกันแก้สมการหาความยาวของด้านที่เหลือ

กลุ่มทดลอง 2

ขั้นนำ

เหมือนกลุ่มควบคุม

ขั้นสอน

ให้แต่ละกลุ่มยกตัวอย่างกลุ่มละ 1 รูป แล้วให้ออกมาสร้างรูปและแสดงวิธีการหาค่าความยาวด้านที่เหลือแข่งขันกัน

<u>กลุ่มควบคุม</u>	<u>กลุ่มทดลอง 1</u>	<u>กลุ่มทดลอง 2</u>
<u>ขั้นสรุป</u>	<u>ขั้นสรุป</u>	<u>ขั้นสรุป</u>
1 ครูให้นักเรียนสรุปความหมายของจำนวนจริง 2 ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างว่าจำนวนจริงจะประกอบด้วยจำนวนใดบ้าง 3 ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ	1 เหมือนกลุ่มควบคุม  2 ครูแจกเอกสารโจทย์พิเศษ จำนวน 10 ข้อให้นักเรียนแข่งขันกันทำในเวลา 10 นาที	1 เหมือนกลุ่มควบคุม  2 ครูแจกเอกสารโจทย์พิเศษจำนวน 30 ข้อให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันทำภายในเวลา 10 นาทีให้ทำได้มากที่สุดแข่งขันกับกลุ่มอื่น

อุปกรณ์การสอน

- 1 ไม้มรทัด
- 2 วงเวียน

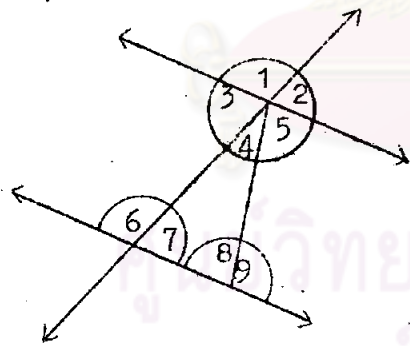
ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ค.

ข้อทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เส้นขนาน ความคล้าย และคุณสมบัติของสามเหลี่ยมมุมฉาก เวลา 1 ชั่วโมง คะแนนเต็ม 40 คะแนน

คำสั่ง จงหาเครื่องหมาย + ลงในช่องที่เป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว ในกระดาษคำตอบ

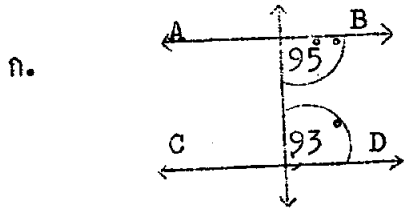
- 1) ข้อใดคือเป็นความหมายของเส้นขนาน
- ก. เส้นตรงสองเส้นที่ไม่ตัดกัน และยาวเท่ากัน
  - ข. เส้นตรงสองเส้นที่ตัดกัน และยาวไม่เท่ากัน
  - ค. เส้นตรงสองเส้นที่ตัดกัน และอยู่ในระนาบเดียวกัน
  - ง. เส้นตรงสองเส้นที่อยู่ในระนาบเดียวกัน และยาวเท่ากัน
  - จ. เส้นตรงสองเส้นที่อยู่ในระนาบเดียวกัน และไม่ตัดกัน
- 2) มุมคูใดเป็นมุมภายในข้างเดียวกันของเส้นตัด



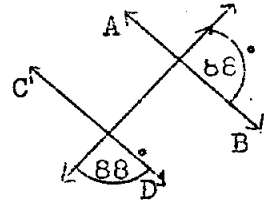
- ก.  $\hat{2}$  กับ  $\hat{7}$
- ข.  $\hat{9}$  กับ  $\hat{7}$
- ค.  $\hat{6}$  กับ  $\hat{8}$
- ง.  $\hat{6}$  กับ  $\hat{3}$
- จ.  $\hat{8}$  กับ  $\hat{5}$

- 3) จากรูปในข้อ 2,  $\hat{6}$  เป็นมุมแย้งกับมุมใด
- ก.  $\hat{4}$
  - ข.  $\hat{5}$
  - ค.  $\hat{3} + \hat{4}$
  - ง.  $\hat{4} + \hat{5}$
  - จ.  $\hat{2} + \hat{5}$

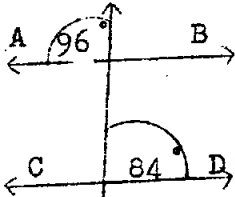
4) จงพิจารณาจากค่าของมุมว่า ในข้อใด  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$



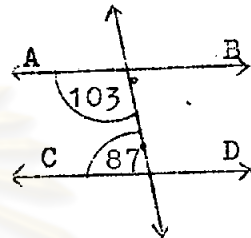
ข.



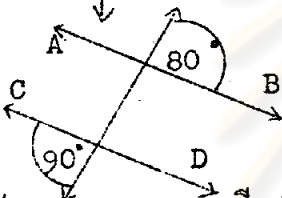
ค.



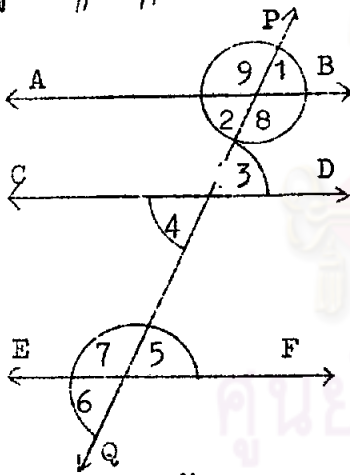
ง.



จ.



5) จากรูป  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$  และมี  $PQ$  ตัดเส้นขนานทั้ง 3 เส้น ข้อความใดถูกต้อง



ก.  $\hat{2} = \hat{4} = \hat{7}$

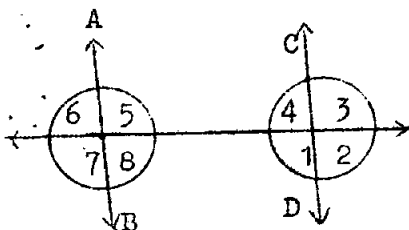
ข.  $\hat{1} + \hat{3} + \hat{5} = 180^\circ$

ค.  $\hat{1} = \hat{2} = \hat{3} = \hat{4} = \hat{6} = \hat{8}$

ง.  $\hat{5} + \hat{3} + \hat{8} = 180^\circ$

จ.  $\hat{2} + \hat{7} = \hat{8} + \hat{5} = 180^\circ$

6) ข้อใดเป็นเท็จ ถ้า  $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$



ก.  $\hat{1} = \hat{5}$

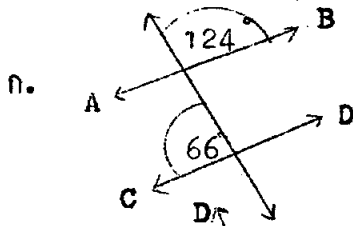
ข.  $\hat{2} = \hat{8}$

ค.  $\hat{3} = \hat{7}$

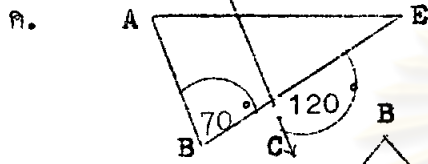
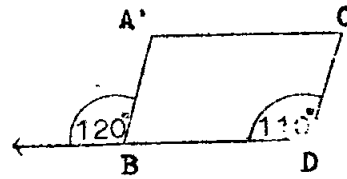
ง.  $\hat{4} = \hat{8}$

จ.  $\hat{6} = \hat{1}$

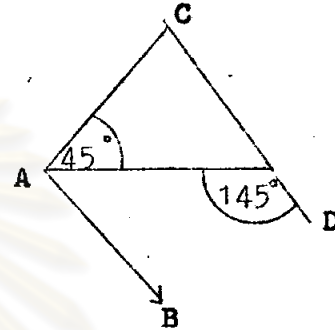
7) จงพิจารณาจากขนาดของมุมว่า ในข้อใด  $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$



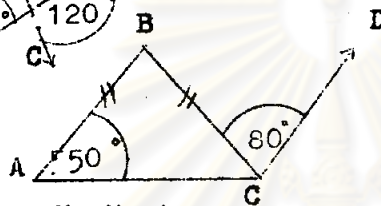
ข.



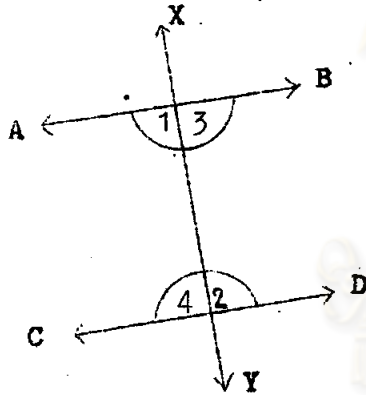
ง.



จ.



8) ถ้า  $\hat{1} = \hat{2}$  ข้อใดสรุปได้ถูกต้องที่สุด



ก.  $\hat{1} + \hat{2} = 180^\circ$

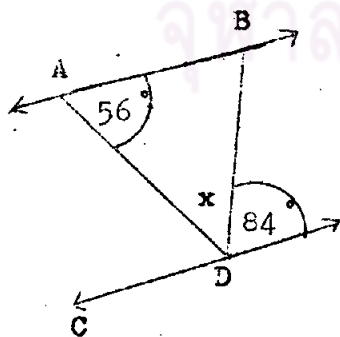
ข.  $\hat{3} + \hat{4} = 180^\circ$

ค.  $\hat{1} = \hat{2} = 90^\circ$

ง.  $\vec{AB} = \vec{CD}$

จ.  $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$

9) จากรูป  $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$  จงหาค่าของมุม x



ก.  $40^\circ$

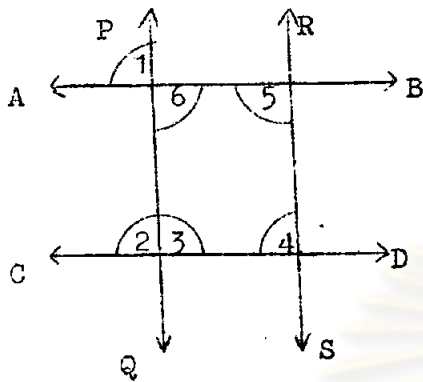
ข.  $56^\circ$

ค.  $72^\circ$

ง.  $84^\circ$

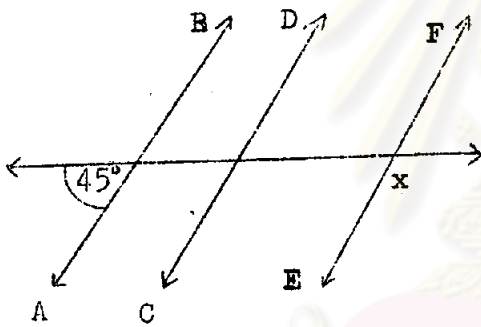
จ.  $86^\circ$

10)  $\vec{AB}$  ขนานกับ  $\vec{CD}$  และ  $\vec{PQ}$  ขนานกับ  $\vec{RS}$  ข้อใดเป็นเท็จ



- ก.  $\hat{1} = \hat{2}$
- ข.  $\hat{3} = \hat{5}$
- ค.  $\hat{3} + \hat{6} = 180^\circ$
- ง.  $\hat{4} + \hat{6} = 180^\circ$
- จ.  $\hat{4} + \hat{5} = 180^\circ$

11)  $\vec{AB}$ ,  $\vec{CD}$  และ  $\vec{EF}$  ขนานกัน จงหาค่าของ x



- ก. 45 องศา
- ข. 55 องศา
- ค. 120 องศา
- ง. 135 องศา
- จ. 145 องศา

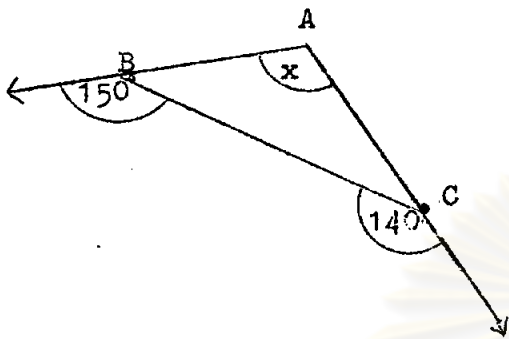
12) ขนาดของมุมในข้อใด สามารถนำไปสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมได้

- ก.  $25^\circ, 38^\circ, 63^\circ$
- ข.  $34^\circ, 95^\circ, 41^\circ$
- ค.  $55^\circ, 78^\circ, 84^\circ$
- ง.  $62^\circ, 81^\circ, 47^\circ$
- จ.  $65^\circ, 13^\circ, 102^\circ$

13) ในสามเหลี่ยม ABC และสามเหลี่ยม XYZ มี  $\hat{A} = \hat{X}$  และ  $\hat{B} = \hat{Y}$  แล้ว ข้อสรุปใดถูกต้อง

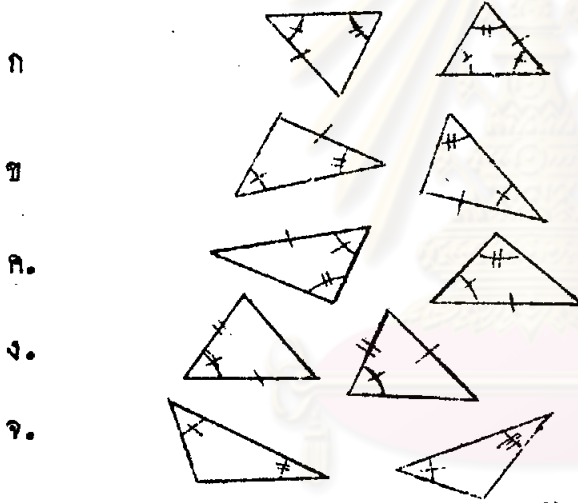
- ก.  $\hat{A} = \hat{Y}$
- ข.  $\hat{B} = \hat{X}$
- ค.  $\hat{C} = \hat{Z}$
- ง.  $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$
- จ.  $\hat{X} = \hat{Y} = \hat{Z}$

14) จงหาค่าของมุม  $x$



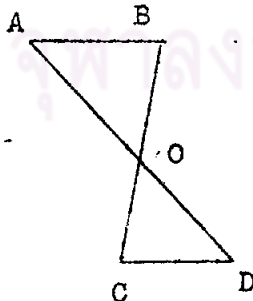
- ก. 110 องศา
- ข. 120 องศา
- ค. 130 องศา
- ง. 140 องศา
- จ. 150 องศา

15) สามเหลี่ยมในข้อใดเท่ากันทุกประการ



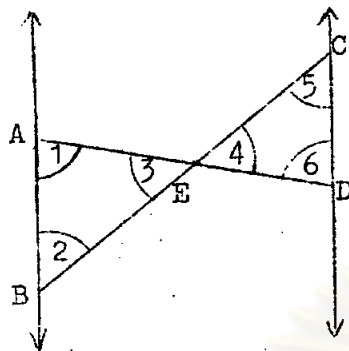
16) ถ้า  $\vec{AB}$  ขนานกับ  $\vec{CD}$  จงพิจารณาว่าจะต้องกำหนดเงื่อนไขใดเพิ่มเติมจึงจะสรุปได้ว่า

$\triangle ABO \cong \triangle CDO$



- ก.  $\hat{AOB} = \hat{COD}$
- ข.  $\hat{OAB} = \hat{ODC}$
- ค.  $\hat{ABO} = \hat{OCD}$
- ง.  $AO = OD$
- จ.  $AB = CO$

17) ข้อใดเป็นคุณสมบัติที่ครบถ้วน ที่ทำให้สามารถสรุปได้ว่า  $\triangle ABE \cong \triangle CDE$



- ก.  $\hat{1}=\hat{6}$ ,  $BE=EC$ ,  $AB=CE$
- ข.  $\hat{1}=\hat{6}$ ,  $\hat{3}=\hat{4}$ ,  $BE=EC$
- ค.  $\hat{1}=\hat{6}$ ,  $\hat{3}=\hat{4}$ ,  $AB=CE$
- ง.  $\hat{1}=\hat{6}$ ,  $\hat{3}=\hat{4}$ ,  $\hat{2}=\hat{5}$
- จ.  $\hat{1}=\hat{6}$ ,  $BE=EC$ ,  $AB=CD$

18) ข้อใดเป็นเท็จ เกี่ยวกับคุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้าย

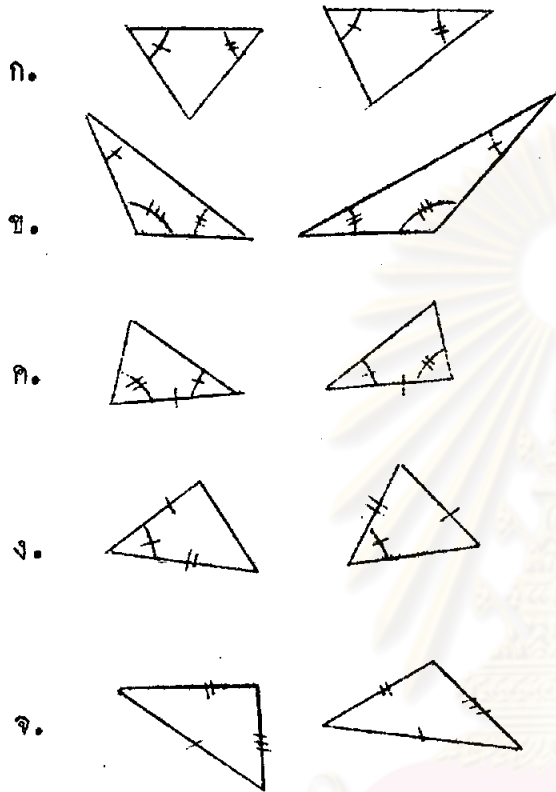
- ก. สามเหลี่ยมที่มีมุมเท่ากันทุกคู่จะเป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
- ข. สามเหลี่ยมที่คล้ายกันจะเป็นสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
- ค. สามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการจะเป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
- ง. สามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากันทุกคู่ จะคล้ายกัน และเท่ากันทุกประการด้วย
- จ. สามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมแหลมอีกคู่หนึ่งเท่ากัน จะเป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

19) สามเหลี่ยมคู่ใดคล้ายกัน

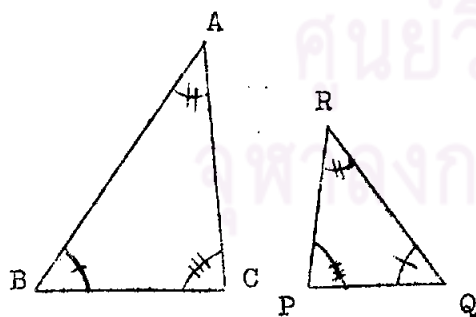
- ก.
- ข.
- ค.
- ง.
- จ.



20) สามเหลี่ยมคู่ใดที่ไม่คล้ายกัน

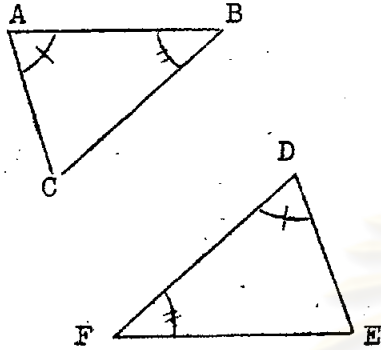


21)  $\frac{PQ}{BC}$  เท่ากับอัตราส่วนใด



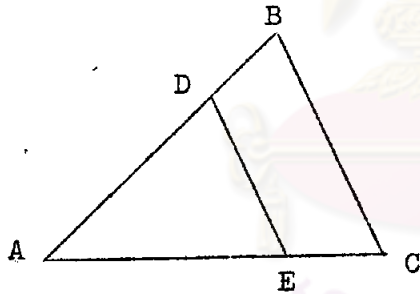
- ก.  $\frac{PR}{AB}$
- ข.  $\frac{AC}{PR}$
- ค.  $\frac{PR}{AC}$
- ง.  $\frac{AB}{PR}$
- จ.  $\frac{QR}{AC}$

22) อัตราส่วนของด้านของสามเหลี่ยมทั้งสองคือข้อใด



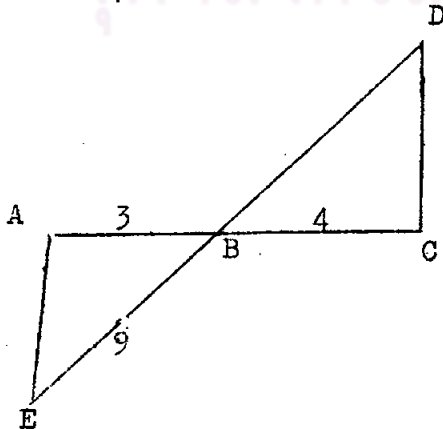
- ก.  $\frac{AB}{DF} = \frac{AC}{EF} = \frac{BC}{DE}$
- ข.  $\frac{AB}{DF} = \frac{AC}{DE} = \frac{BC}{EF}$
- ค.  $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{DE}$
- ง.  $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{DE} = \frac{BC}{DF}$
- จ.  $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$

23)  $\vec{DE} \parallel \vec{BC}$  อัตราส่วนในข้อใดถูกต้อง



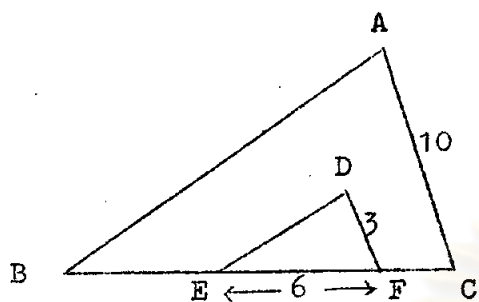
- ก.  $\frac{AD}{AB} = \frac{BC}{DE} = \frac{AE}{AC}$
- ข.  $\frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$
- ค.  $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$
- ง.  $\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC} = \frac{BC}{DE}$
- จ.  $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{DE}{BC}$

24) จากรูป  $\vec{AE} \parallel \vec{DC}$  ยาวเท่าไร



- ก. 8 หน่วย
- ข. 9 หน่วย
- ค. 10 หน่วย
- ง. 11 หน่วย
- จ. 12 หน่วย

25) BC ยาวกี่หน่วย ถ้า  $AB \parallel DE$  และ  $DF \parallel AC$

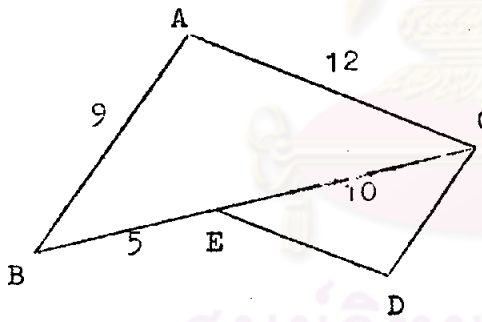


- ก. 10 หน่วย
- ข. 16 หน่วย
- ค. 20 หน่วย
- ง. 25 หน่วย
- จ. 30 หน่วย

26) จากข้อ 25 ถ้า AB ยาว 11 หน่วย DE จะยาวกี่หน่วย

- ก. 2.8 หน่วย
- ข. 3.3 หน่วย
- ค. 3.8 หน่วย
- ง. 4.2 หน่วย
- จ. 4.5 หน่วย

27) AB ขนานกับ CD และ AC ED เส้นรอบรูปของสามเหลี่ยม CDE ยาวกี่หน่วย

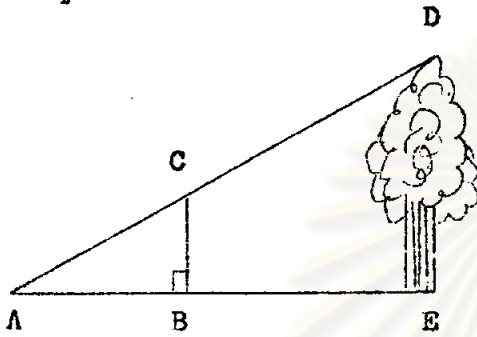


- ก. 14 หน่วย
- ข. 24 หน่วย
- ค. 27 หน่วย
- ง. 34 หน่วย
- จ. 37 หน่วย

28) เสาขงแห่งหนึ่งสูง 10 เมตร ขณะนั้นเงาของเสาขงทอดไปยาว 2.5 เมตร และเงาของตึกยาว 12 เมตร ตึกนี้สูงเท่าไร

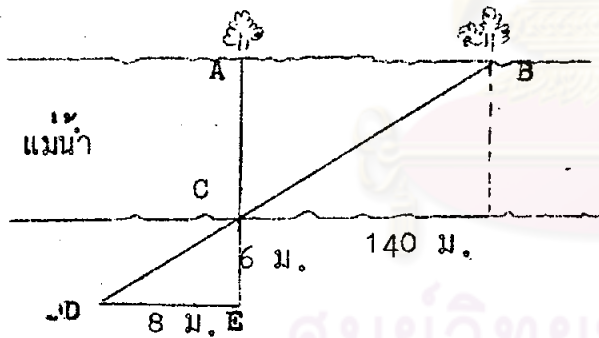
- ก. 43 เมตร
- ข. 56 เมตร
- ค. 72 เมตร
- ง. 80 เมตร
- จ. 94 เมตร

29) จากรูป ไม้กระดานแข็งรูป  $\triangle ABC$  เพื่อหาความสูงของต้นไม้โดยใช้คุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้าย ระยะ AB ยาว 30 ซม. BC ยาว 15 ซม. และวัดระยะจากจุด A ถึง E ได้ 20 เมตร จงหาความสูงของต้นไม้



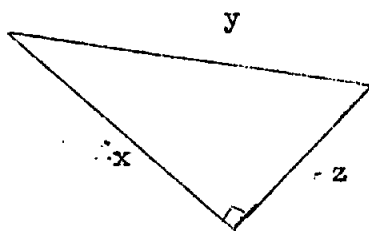
- ก. 8 เมตร
- ข. 10 เมตร
- ค. 20 เมตร
- ง. 40 เมตร
- จ. 50 เมตร

30) จากการวัดความกว้างของแม่น้ำโดยใช้คุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้าย ปรากฏผลดังรูป แม่น้ำนี้กว้างเท่าไร



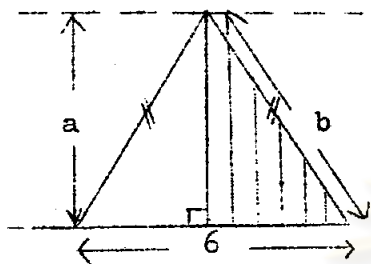
- ก. 90 เมตร
- ข. 105 เมตร
- ค. 135 เมตร
- ง. 175 เมตร
- จ. 180 เมตร

31) ข้อใดเป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก



- ก.  $x^2 = y^2 + z^2$
- ข.  $y^2 + x^2 = z^2$
- ค.  $x^2 = z^2 + y^2$
- ง.  $y^2 = x^2 + z^2$
- จ.  $z^2 = x^2 + y^2$

32) สมการแสดงความสัมพันธ์ของด้านของสามเหลี่ยมที่แรเงาคือข้อใด



ก.  $b^2 = a^2 + 6^2$

ข.  $b^2 = a^2 + 2^2$

ค.  $a^2 = b^2 + 3^2$

ง.  $b^2 = a^2 + 3^2$

จ.  $3^2 = a^2 + b^2$

33) ถ้า  $x^2 = 6^2 + 8^2$  เป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างด้านทั้งสามของสามเหลี่ยมมุมฉาก  $x$  มีค่าเท่าไร

ก. 10

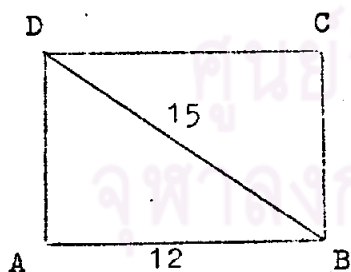
ข. 12

ค. 14

ง. 50

จ. 100

34) AD ยาวกี่หน่วย



ก.  $\sqrt{9}$  หน่วย

ข. 9 หน่วย

ค.  $\sqrt{27}$  หน่วย

ง. 27 หน่วย

จ.  $\sqrt{369}$  หน่วย

35) สามเหลี่ยมที่มีด้านประกอบมุมฉากยาว 5 และ 7 หน่วย จะมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่าไร

ก. 12 หน่วย

ข.  $\sqrt{12}$  หน่วย

ค. 35 หน่วย

ง.  $\sqrt{35}$  หน่วย

จ.  $\sqrt{74}$  หน่วย

36) สามเหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 3 หน่วย และด้านประกอบมุมฉากอีกด้านหนึ่งยาว 2 หน่วย ด้านที่เหลือจะยาวกี่หน่วย

ก.  $\sqrt{3}$  หน่วย

ข.  $\sqrt{7}$  หน่วย

ค. 7 หน่วย

ง.  $\sqrt{11}$  หน่วย

จ. 11 หน่วย

37) รากที่สองของ 10 คือค่าใด

ก. 5

ข.  $\sqrt{5}$

ค.  $\sqrt{10}$

ง. 20

จ. 100.

38)  $\sqrt{a}$  แทนจำนวนใด

ก. จำนวนที่ไม่ใช่จำนวนจริง

ข. จำนวนที่หาร  $\sqrt{a}$  แล้วได้  $a$

ค. จำนวนที่ยกกำลังสองแล้วได้

ง. จำนวนซึ่งไม่ใช่จำนวนเต็ม

จ. จำนวนที่แทนควมจุคบน เส้นจำนวนไม่ได้

39) ถ้า  $x$  เป็นจำนวนที่แทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนได้ ดังนั้น  $x$  เป็นจำนวนใดเสมอ

ก. จำนวนเต็ม

ข. จำนวนจริง

ค. ทศนิยม

ง. จำนวนบวก

จ. เศษส่วน

40) จำนวนใดต่อไปนี้ เป็นจำนวนจริง

ก.  $\sqrt{5}$

ข.  $-\sqrt{3}$

ค.  $0.3\bar{2}$

ง. 0

จ. ถูกทุกข้อ



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เฉลย

<u>ข้อ</u>	<u>คำตอบ</u>	<u>ข้อ</u>	<u>คำตอบ</u>
1	จ	21	ก
2	ง	22	ข
3	ง	23	ก
4	ค	24	จ
5	จ	25	ก
6	จ	26	ข
7	จ	27	ข
8	จ	28	ก
9	ก	29	ข
10	ง	30	ข
11	ง	31	ง
12	จ	32	ง
13	ค	33	ก
14	ก	34	ข
15	ค	35	จ
16	ง	36	ข
17	ข	37	ค
18	ข	38	ค
19	ค	39	ข
20	ง	40	จ



แบบสำรวจเจตคติในวิชาคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1 โปรดทำเครื่องหมาย ✓ และเติมตัวเลขลงในช่อง

เพศ  ชาย  หญิง

อายุ  ปี

ตอนที่ 2

คำชี้แจง 1 ต่อไปนี้เป็นการถามเกี่ยวกับความรู้สึก และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยมีข้อความให้นักเรียนพิจารณาว่า นักเรียนมีความเห็นด้วยกับข้อความในแต่ละข้อหรือ : มากน้อยเพียงใด ดังนั้นจึงไม่ถือว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือนิด

2 ในแต่ละข้อจะมีช่องว่างให้เลือก 5 ช่อง โปรดอ่านข้อความให้ละเอียด แล้วเลือกทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่เป็น ความรู้สึกที่เป็นจริง ของนักเรียน

3 โปรดตอบให้ครบทุกข้อ

ตัวอย่าง

ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
ฉันชอบคณิตศาสตร์ เพราะฉัน เรียนคณิตศาสตร์ เก่ง		✓			
ฉันกลัวสอบตกในวิชาคณิตศาสตร์				✓	

ถ้ามีข้อความตอนใดสงสัย ขอให้นักเรียนถามก่อนลงมือทำ

ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
1. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่สนุกน่าเรียน					
2. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่เข้าใจยาก					
3. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีผลต่อความเจริญก้าวหน้าของโลกมากกว่าวิชาอื่น ๆ					
4. ความเจริญก้าวหน้าของวิทยาศาสตร์ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์					
5. แม้ว่าคุณจะไม่มีความรู้ทางคณิตศาสตร์ คุณก็ไม่เคียดแค้น					
6. วิชาอื่น ๆ ต้องใช้คณิตศาสตร์เข้าไปเกี่ยวข้องด้วย					
7. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่ท้อทายความคิด					
8. ในชีวิตประจำวันจำเป็นต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์					
9. เมื่อเทียบกับวิชาอื่น ๆ คณิตศาสตร์มีประโยชน์น้อยที่สุด					
10. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่ฝึกฝนให้คนฉลาดขึ้น					
11. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่ทำให้ผู้ใหญ่เรียนเกิดความท้อถอย					
12. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่น่าเบื่อ					
13. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่ง่ายสำหรับฉันมากกว่าวิชาอื่น ๆ					
14. ฉันชอบตอบปัญหาวิชาอื่น ๆ มากกว่าปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์					

ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
15 ฉันชอบทำการบ้านวิชาคณิตศาสตร์มากกว่าวิชาอื่น ๆ					
16 ฉันอยากจะเป็นนักคณิตศาสตร์					
17 ฉันชอบเล่นเกมทางคณิตศาสตร์					
18 ฉันอยากให้มีเพิ่มเวลาเรียนคณิตศาสตร์ให้มากขึ้น					
19 ฉันชอบการคำนวณทางคณิตศาสตร์					
20 ฉันชอบไปศูนย์ทรัพยากรทางคณิตศาสตร์					
21 ฉันชอบแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์มากกว่าปัญหาในวิชาอื่น ๆ					
22 กิจกรรมในชั่วโมงเรียนคณิตศาสตร์ ไม่น่าสนใจ					
23 ฉันชอบทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง					
24 เกมที่ต้องคิดคำนวณ เป็นเกมที่ไม่น่าเล่น					
25 ถ้าฉันสอบคณิตศาสตร์ได้คะแนนไม่ดี ฉันจะเพิ่มความพยายามให้มากขึ้น เพื่อให้ได้คะแนนดีขึ้นในการสอบครั้งต่อไป					
26 ฉันรู้สึกเสียใจ ถ้าเตรียมตัวสอบคณิตศาสตร์ไม่เต็มที่					
27 ถ้าเรียนคณิตศาสตร์เรื่องใดแล้วไม่เข้าใจ ฉันก็ไม่อยากสนใจเรื่องนั้นอีก					
28 ฉันรู้สึกกลัวที่จะได้คะแนนน้อยกว่าคนอื่น ๆ					
29 ฉันรู้สึกกระตือรือร้น เมื่อถึงเวลาเรียนคณิตศาสตร์					

ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
30 ฉันรู้สึกภูมิใจเมื่อทำการบ้านคณิตศาสตร์ได้					
31 ฉันรู้สึกเฉย ๆ เมื่อสอบคณิตศาสตร์ได้คะแนน ไม่ดีเพราะยังมีคนอื่น ๆ ที่ได้คะแนนไม่ดี เหมือนกัน					
32 เมื่อมีปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์ ฉันจะ สอบถาม เพื่อนหรือครูเพื่อให้หายข้องใจ					
33 ฉันรู้สึกว่าเรียนคณิตศาสตร์ได้ ดีกว่าวิชา อื่น ๆ					
34 ฉันรู้สึกว่าคาบ เมื่อครูเรียกถามในชั่วโมง คณิตศาสตร์					
35 ฉันจะมีความสุขมาก ถ้าไม่ต้องเรียนคณิต- ศาสตร์					
36 นักเรียนส่วนมาก ต้องใช้ความพยายาม มากเพื่อที่จะเรียนคณิตศาสตร์ให้คะแนน ที่ดีที่สุด					
37 ถึงแม้ว่าจะตั้งใจเรียนคณิตศาสตร์อย่างไร ฉันก็ยังไม่สามารถเข้าใจวิชานี้					
38 ครูให้การบ้านในวิชานี้มาก จึงทำให้ฉัน หมดสนุกที่จะเรียน					
39 ควรตัดวิชาคณิตศาสตร์ออกจากหลักสูตรชั้น มัธยมศึกษาตอนต้น					
40 ในชั้น ม.3 ฉันจะเลือกคณิตศาสตร์เป็น วิชาเลือก					

ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
41 กิจกรรมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ เช่น นิทรรศการ, การทดลอง ล้วนแต่เป็นสิ่งที่น่าเบื่อสำหรับฉัน					
42 วิชาคณิตศาสตร์ ควรใช้เวลาเรียนน้อย ๆ ก็นพอ					
43 ฉันใช้เวลาในการดูหนังสือและทำการบ้าน วิชาคณิตศาสตร์น้อยกว่าวิชาอื่น ๆ					
44 ชั่วโมงคณิตศาสตร์ ฉันสนใจและตั้งใจเรียนมาก					
45 ฉันตรวจทานคำตอบในแบบฝึกหัดก่อนส่งครูเสมอ					
46 การทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมงเป็นการเสียเวลาโดยเปล่าประโยชน์					
47 ฉันจะเลือกวิชาอื่นที่ไม่ใช่คณิตศาสตร์ เป็นวิชาเลือกในชั้น ม. 3					
48 ครูคณิตศาสตร์สอนเข้าใจดี					
49 ฉันลอกการบ้านคณิตศาสตร์จากเพื่อนมากกว่าคิดเอง					
50 ถึงฉันทำการบ้านฝึก ฉันก็ไม่ได้แก้ไขให้ถูกต้อง					

ภาคผนวก ง

รายชื่อผู้ทรงคุณวุฒิ

1. ศาสตราจารย์ ดร.สุชาติ รัตนกุล
2. รองศาสตราจารย์ ดร.พันทิพา อุทัยสุข
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รวีวรรณ ภูมิชัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## ประวัติผู้เขียน

นางสาวอรษา เจริญพร เกิดเมื่อวันที่ 14 เมษายน พ.ศ. 2501 สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีศึกษาศาสตร์บัณฑิต จากคณะศึกษาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษา เมื่อปีการศึกษา 2521 เข้าศึกษาต่อในสาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2523 ปัจจุบันเป็นอาจารย์โรงเรียนยานนาเวศวิทยาคม กรุงเทพมหานคร

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย