บทที่ 2

ตัวสถิติทดสอบและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานของชนิดของข้อมูลขาดหาย (Type of censored data) ลักษณะของข้อมูลจริงที่มีการแจกแจงแบบเอกซโปเนนเชียล ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเอกซโปเนนเชียลและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งเสนอรายละเอียดต่าง ๆ ดังนี้

2.1 <u>ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับข้อมูลขาดหาย</u>

2.1.1 **<u>ชนิดของข้อมูลขาดหาย</u>** (Type of censoring)

1. **ข้อมูลขาดหายโดยการสุ่ม** (Random censoring) ข้อมูลขาดหายประเภทนี้เป็นข้อมูลขาดหายเป็นไปโดยสุ่ม ส่วนใหญ่พบมากในข้อมูลทางด้านการแพทย์ เช่น คนไข้หลังจากได้รับการรักษาแล้วบางรายไม่สามารถเก็บข้อมูลได้ครบตามที่กำหนดไว้

2. **ข้อมูลขาดหายประเภทที่ 1** (Type I censoring) เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า Time censoring ข้อมูลขาดหายประเภทนี้จะกำหนดเวลาของการเกิดข้อมูลขาดหายไว้ล่วงหน้าเช่น การศึกษาอายุการใช้งานของเครื่องจักรจำนวนหนึ่ง กำหนดอายุการใช้งานของเครื่องจักร คือ 50,000 ชั่วโมง ถ้าเครื่องจักรทำงานเกิน 50,000 ชั่วโมง ถือว่าอายุการใช้งานของเครื่องจักรเครื่องที่เกินเป็นข้อมูลขาดหาย (Censored data) เนื่องจากไม่สามารถบันทึกข้อมูลได้ กรณีที่เครื่องจักรบางเครื่องมีอายุการใช้งานยาวนานกว่าชั่วโมงที่กำหนด ถือว่าเป็น Time censoring

3. **ข้อมูลขาดหายประเภทที่ 2** (Type II censoring) ในบางกรณีผู้วิจัยไม่สามารถกำหนด Time censoring ที่เหมาะสมได้ ดังนั้นจึงเกิดข้อมูลซึ่งไม่ขาดหายแทน โดยจะหยุดการทดลองเมื่อข้อมูลที่ไม่ขาดหายเกิดขึ้นครบตามจำนวนที่กำหนดแทนไว้

2.1.2 ลักษณะข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเอกซโปเนนเชียล

อัตราการเสีย (Hazard rate)

ให้ T เป็นตัวแปรสุ่มซึ่งแทนอายุการใช้งาน (Time to failure)

f(t) แทน ฟังก์ชันความหนาแน่นของ T

F(t) แทน ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของ T

และ R(t) (Reiability function) คือความน่าจะเป็นที่หน่วยตัวอย่างมีอายุใช้งานได้นานกว่าเวลา t

ดังนั้น
$$R(t) = P(T > t)$$
$$= 1-F(t)$$

h(t) แทนอัตราการเสียหรือฟังก์ชันการเสียมีค่าเท่ากับค่าจำกัด (limit)ของความน่าจะเป็น ที่แต่ละหน่วยตัวอย่างเสียในช่วงเวลาสั้นๆจาก t ถึง t+Δt ต่อหน่วยเวลา Δt เมื่อแต่ละหน่วยตัวอย่างมีอายุใช้งานมาก t นั่นคือ

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} [P(t< T <t+\Delta t \ / \ T>t)/\Delta t]$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} [F(t+\Delta t)-F(t)/(1-F(t))\Delta t]$$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} [(R(t)-R(t+\Delta t))/R(t)\Delta t]$$

$$= -R'(t)/R(t)$$

$$= f(t)/R(t)$$

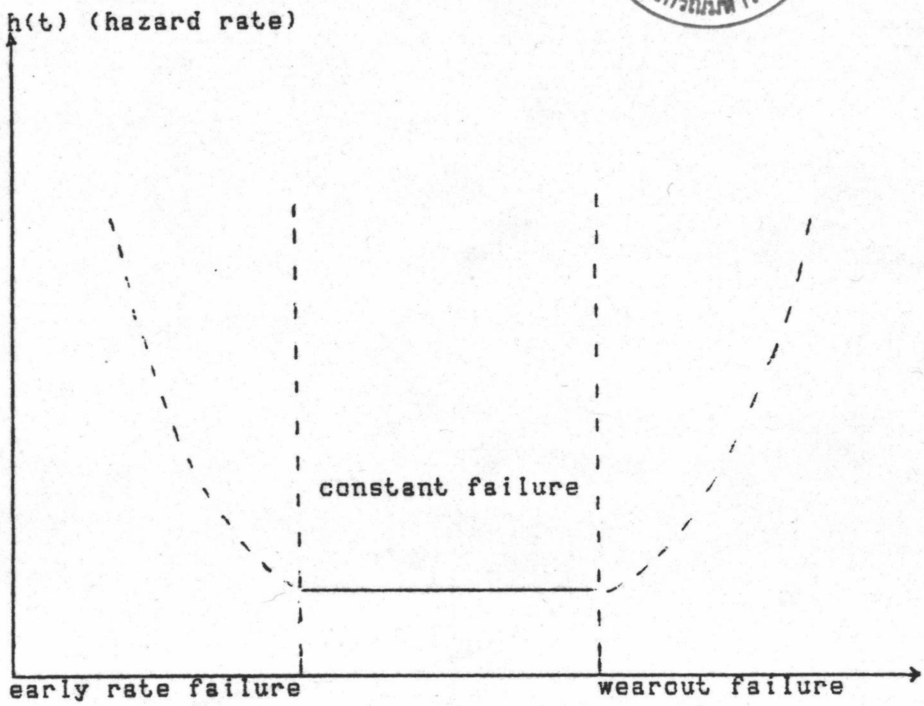
$$= f(t)/(1-F(t))$$

โดย h(t) มีคุณสมบัติดังนี้

ก. $h(t) > 0$ เมื่อ $-\infty < t < \infty$

ข. $\lim_{t \to -\infty} \int_{-\infty}^{t} h(t)dt = 0$ และ $\lim_{t \to \infty} \int_{-\infty}^{t} h(t)dt = \infty$

โดยทั่วไปฟังก์ชันก์การเสียมีรูปแบบเป็นฟังก์ชันคงที่ ดังรูป



รูปที่ 2.1 แสดงอัตราการเสียของข้อมูลอายุ

และเมื่อทราบฟังก์ชันการเสียของข้อมูลชุดหนึ่ง สามารถบอกได้ว่าข้อมูลมีฟังก์ชันความหนาแน่น $f(t)$ และฟังก์ชันการแจกแจงสะสม $F(t)$ กล่าวคือ

จาก
$$\begin{aligned} h(t) &= f(t)/(1-F(t)) \\ &= -R'(t)/R(t) \\ &= (-1/R(t))dR(t) \end{aligned}$$

$$h(x) = (-1/R(x))dR(x)$$

$$\begin{aligned} \int_0^t h(x)dx &= \int_0^t (1/R(x))dR(x) \\ &= \ln(R(t))-\ln(R(0)) \end{aligned}$$

เพราะว่า $F(0) = 0$ ดังนั้น $R(0) = 1-F(0) = 1$

$$-\int_0^t h(x)dx = \ln R(t) \qquad ; (\ln R(0)=\ln(1)=0)$$

ดังนั้น $$R(t) = \exp(-\int_0^t h(x)dx)$$

เนื่องจากฟังก์ชันการเสียเป็นค่าคงที่เท่ากับ $1/\beta$ สามารถหาฟังก์ชันการแจกแจงสะสมได้ดังนี้

$$F(t) = 1 - \exp(-\int_0^t (1/\beta)dx)$$

$$F(t) = 1 - \exp(-t/\beta)$$

นั่นคือ ฟังก์ชั่นการแจกแจงสะสมที่ได้เป็นฟังก์ชั่นการแจกแจงสะสมแบบเอกซโปเนนเชียล

2.2 ตัวสถิติที่ใช้ในการวิจัย

2.2.1 ตัวสถิติทดสอบ W (Shapiro and Wilk Test)

Shapiro and Wilk(ค.ศ.1972) ได้เสนอตัวสถิติที่ใช้ทดสอบข้อมูลที่มีรูปแบบการแจกแจงแบบเอกซ์โปเนนเชียล ต่อมาในปี ค.ศ.1988 M.Samanta and C.J. Schwarz ได้ทำการปรับปรุงตัวสถิตินี้เพื่อใช้กับข้อมูลที่ขาดหาย ตัวสถิติทดสอบที่เสนออยู่ในรูป

$$W^* = \frac{\left(\sum_{i=2}^{n-r1-r2} T_{r1+i}\right)^2}{(n-r1-r2-1)\left[\sum_{i=2}^{n-r1-r2} (i-1)T_{r1+i}/(n-r1-r2-i+1)\left(T_{r1+i}+2\sum_{j=i+1}^{n-r1-r2} T_{r1+j}\right)\right]}$$

เมื่อ $y1 < y2 < \ldots < y_n$ เป็นข้อมูลลำดับขนาด n

$T_i = (n-i+1)(y_i - y_{i-1})$; $i = 2,3,\ldots,n$

$T_2, T_3, \ldots, T_n$ เป็นอิสระต่อกัน

r_1, r_2 คือ จำนวนข้อมูลขาดหายทางซ้ายและขวา ตามลำดับ

$n > i > j > 2$

จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง (H_0) เมื่อ $W^* < W_{\alpha/2}$ หรือ $W^* > W_{1-\alpha/2}$

2.2.2 ตัวสถิติ Z (Regression test)

Brain และ Shapiro (ค.ศ.1983) ได้เสนอตัวสถิติทดสอบการแจกแจงเอกซโปเนนเชียล โดยตัวสถิติทดสอบ Z ซึ่งเป็นฟังก์ชันความชันของเส้นถดถอย แสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรตาม T_i กับตัวแปรอิสระ i กล่าวคือตัวสถิติทดสอบอยู่ในรูป

$$Z = \frac{[12/(m-2)]^{1/2} \sum_{i=1}^{m} a_i T_{r1+i+1}}{\sum_{i=1}^{m} T_{r1+i+1}}$$

เมื่อ $y_1 \leqslant y_2 \leqslant \ldots \leqslant y_n$ เป็นข้อมูลอันดับขนาด n

กำหนด $T_i=(n-i+1)(y_i-y_{i-1})$; $i = 2 , 3 ,\ldots, n$ ซึ่ง Pyke (ค.ศ.1965) สามารถแสดงได้ว่า ในกรณีขนาดตัวอย่างขนาดใหญ่ Y_i เป็นตัวแปรสุ่มแบบเอกซ์โปเนนเชียล และเป็นอิสระต่อกัน

$a_i = i - m/2$; $i = 1 , 2 , \ldots , m-1$

$m = n-r1-r2$

y_{n-r2} คือ ค่าสังเกตที่ใหญ่ที่สุด

y_{r1+1} คือ ค่าสังเกตที่เล็กที่สุด

เมื่อ r1 เป็นจำนวนข้อมูลขาดทางซ้าย

r2 เป็นข้อมูลขาดหายทางขวา

จะปฏิเสธสมมุติฐานว่าง

เมื่อ $Z > Z^*_{\alpha/2}$; $Z^*_{\alpha/2} \sim N(0,1)$

2.2.3 **ตัวสถิติทดสอบ BF** (Bivariate F Test)

Lin and Mudholkar (ค.ศ.1980) ได้เสนอตัวสถิติทดสอบการแจกแจงเอกซโปเนนเชียล โดยตัวสถิติทดสอบ(BF) ซึ่งหาได้จากอัตราส่วนของผลรวมเฉลี่ยของข้อมูลซึ่งแบ่งออกเป็น 3ชุด ชุดแรก (S1) มีจำนวน k ตัว ชุดที่ 2 (S2) มีจำนวน m-1-2k ตัว และชุดที่ 3 (S3) มีจำนวน k ตัว

$$S1 = \sum_{i=2}^{k+1} T_{i+r1} /k$$

$$S2 = \sum_{i=k+2}^{m-k} T_{i+r1} /(m-1-2k)$$

และ

$$S3 = \sum_{i=m-k+1}^{m} T_{i+r1} /k$$

โดยที่ $F_l = S1/S2$

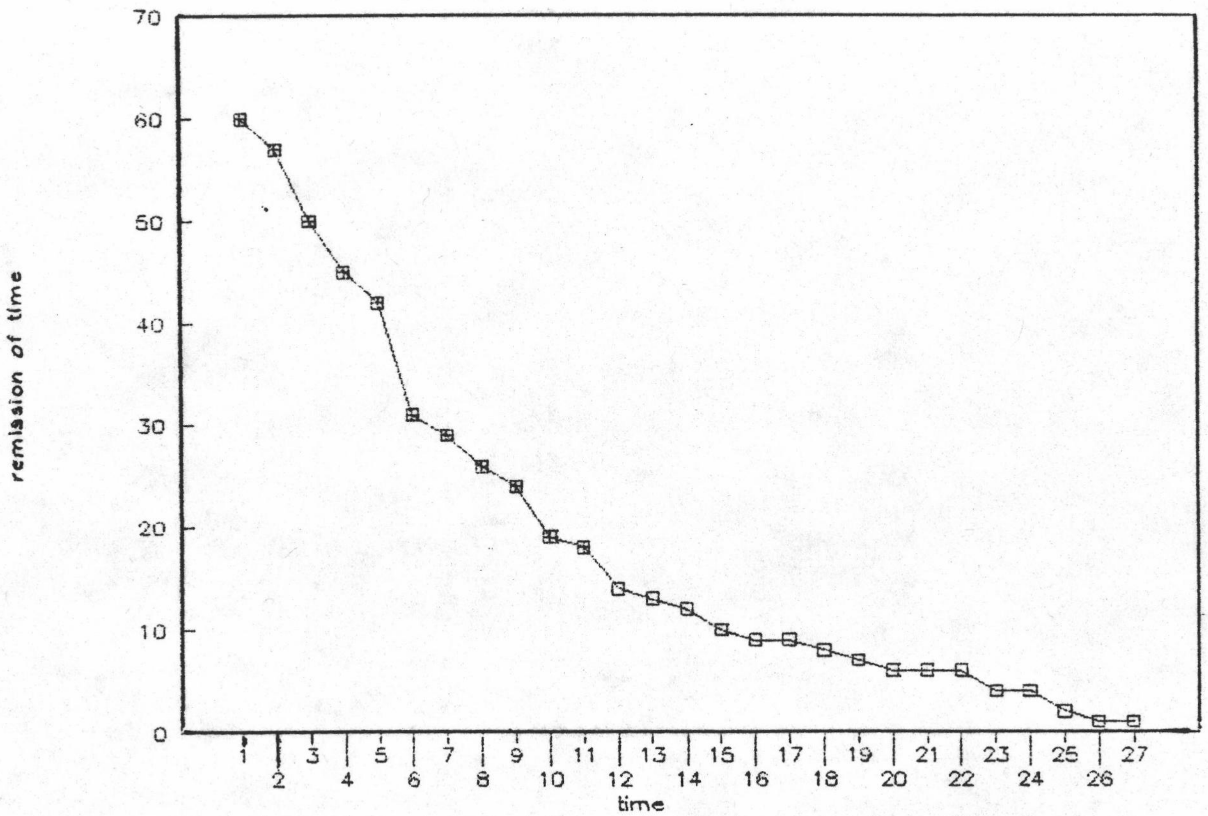
$F_u = S3/S2$

ดังนั้นจะปฏิเสธสมมุติฐานว่าเมื่อ $F_l > F_{\alpha,\nu_1,\nu_2}$ หรือ $F_l < F_{1-\alpha,\nu_1,\nu_2}$ หรือ $F_u > F_{\alpha,\nu_1,\nu_2}$ หรือ $F_u < F_{1-\alpha,\nu_1,\nu_2}$

ตัวอย่างต่อไปนี้จะแสดงถึงลักษณะของข้อมูลจริง ที่คาดว่าจะมีการแจกแจงแบบเอกซโปเนนเชียล ซึ่งข้อมูลมีการขาดหาย โดยใช้ตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว ในการทดสอบ เพื่อแสดงวิธีการคำนวณและผลสรุปให้เห็นจริง ข้อมูลที่นำมาเสนอมี 2 ชุด ข้อมูลชุดที่ 1 เป็นข้อมูลทางด้านการแพทย์ (แสดงในตัวอย่างที่ 1) ข้อมูลชุดที่ 2 เป็นข้อมูลเกี่ยวกับอายุการใช้งานของเครื่องจักร (แสดงในตัวอย่างที่ 2)

<u>ตัวอย่างที่ 1.</u> จากการทดลองให้ยาแก่คนไข้ที่เป็นโรคเม็ดเลือดขาว(Leukemia) จำนวน 30 คน โดยสังเกตช่วงเวลาการลดความรุนแรงของโรค (Remmission Time) โดยข้อมูลเกิดการขาดหาย 3 คน ซึ่งข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้เป็นดังนี้

1,1,2,4,4,6,6,6,7,8,9,9,10,12,13,14,18,19,24,26,29,31,42,45,50, 57,60, _ , _ , _. เมื่อนำข้อมูลข้างต้นมาเขียนกราฟจะได้ดังนี้



แสดงกราฟของข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างที่ 1.

แสดงการคำนวณโดยใช้ตัวสถิติทดสอบ W

สมมุติฐาน H_0 : ข้อมูลมีการแจกแจงแบบเอกซโปเนนเชียล

H_1 : ข้อมูลไม่มีการแจกแจงแบบเอกซโปเนนเชียล

กำหนด $\alpha = 0.10$

เนื่องจาก $n = 30, \; r1 = 0, \; r2 = 3, \; m = 27$

จาก $T_i = (n-i+1)(y_i - y_{i-1})$

เมื่อนำข้อมูลจัดมาเรียงจากน้อยไปหามากได้ดังนี้

i	Y_i	T_i	$a_i = i-m/2$	$a_i Y_{r1+i}$	(i-1)/(m-i+1)
1	1	-	-	-	-
2	1	0.0	-12.50	0.00	0.0385
3	2	28.0	-11.50	-322.00	0.0800
4	4	54.0	-10.50	-567.00	0.1250
5	4	0.0	-9.50	0.00	0.1739
6	6	50.0	-8.50	-425.00	0.2273
7	6	0.0	-7.50	0.00	0.2857
8	6	0.0	-6.50	0.00	0.3500
9	7	22.0	-5.50	-121.00	0.4211
10	8	21.0	-4.50	-99.00	0.5000
11	9	20.0	-3.50	-70.00	0.5882
12	9	0.0	-2.50	0.00	0.6875
13	10	18.0	-1.50	-27.00	0.8000
14	12	34.0	-0.50	-17.00	0.9286
15	13	16.0	0.50	8.00	1.0769
16	14	15.0	1.50	22.50	1.2500
17	19	56.0	2.50	140.00	1.4545
18	19	13.0	3.50	45.50	1.7000
19	24	60.0	4.50	270.00	2.0000
20	26	22.0	5.50	121.00	2.3750
21	29	0.0	6.50	0.0	2.8571
22	31	45.0	7.50	337.50	3.5000
23	42	88.0	8.50	748.00	4.4000
24	45	21.0	9.50	199.50	5.7500
25	50	30.0	10.50	315.00	8.0000
26	57	35.0	11.50	402.50	12.5000
27	60	12.0	12.50	150.00	26.0000

จากตารางข้างต้นจะได้

$$\sum_{i=2}^{27} T_{r i+i} = 659.9995$$

$$\sum_{i=2}^{27} (i-1)\, T_{r i+i} \{T_{r i+i} + 2 \sum_{j=i+1}^{27} T_{r i+j}\} = 544727.60$$

$$W^* = \frac{(659.9995)^2}{26(544727.66)}$$

$$= 0.0308$$

จากตาราง Shapiro and Wilk ได้ค่า $W_{1-\alpha/2}$ =0.0678 และ $W_{\alpha/2}$ =0.0232 จะเห็นว่า W^* มีค่าอยู่ระหว่าง $W_{ตาราง}$ จึงยอมรับ H_o กล่าวคือ ข้อมูลชุดนี้มีการแจกแจงแบบแบบเอกโปเนนเชียล

<u>แสดงการคำนวณโดยใช้ตัวสถิติทดสอบ Z</u>

จากตารางข้างต้นจะได้

$$\sum_{i=1}^{27} a_i T_{r i+i+1} = 1116.00 \qquad \sum_{i=1}^{27} T_{r i+i+1} = 660.00$$

$$Z = [12/25]^{1/2} \frac{(1116.00)}{660.00} = 1.1715$$

กำหนด α = 0.10 ได้ $Z_{\alpha/2}$ = 1.645

ดังนั้นจึงยอมรับ H_o นั่นคือ ข้อมูลมีการแจกแจงแบบเอกซโปเนนเชียล

<u>แสดงการคำนวณโดยใช้ตัวสถิติทดสอบ BF</u>

จากตารางข้างต้นจะได้

$$S1 = \sum_{i=2}^{4} T_{i+ri}/3 = 2.3333$$

$$S2 = \sum_{i=5}^{24} T_{i+ri}/20 = 16.7500$$

$$S3 = \sum_{i=25}^{27} T_{i+ri}/3 = 6.1852$$

$$F_l = 0.1393$$

$$F_u = 0.3693$$

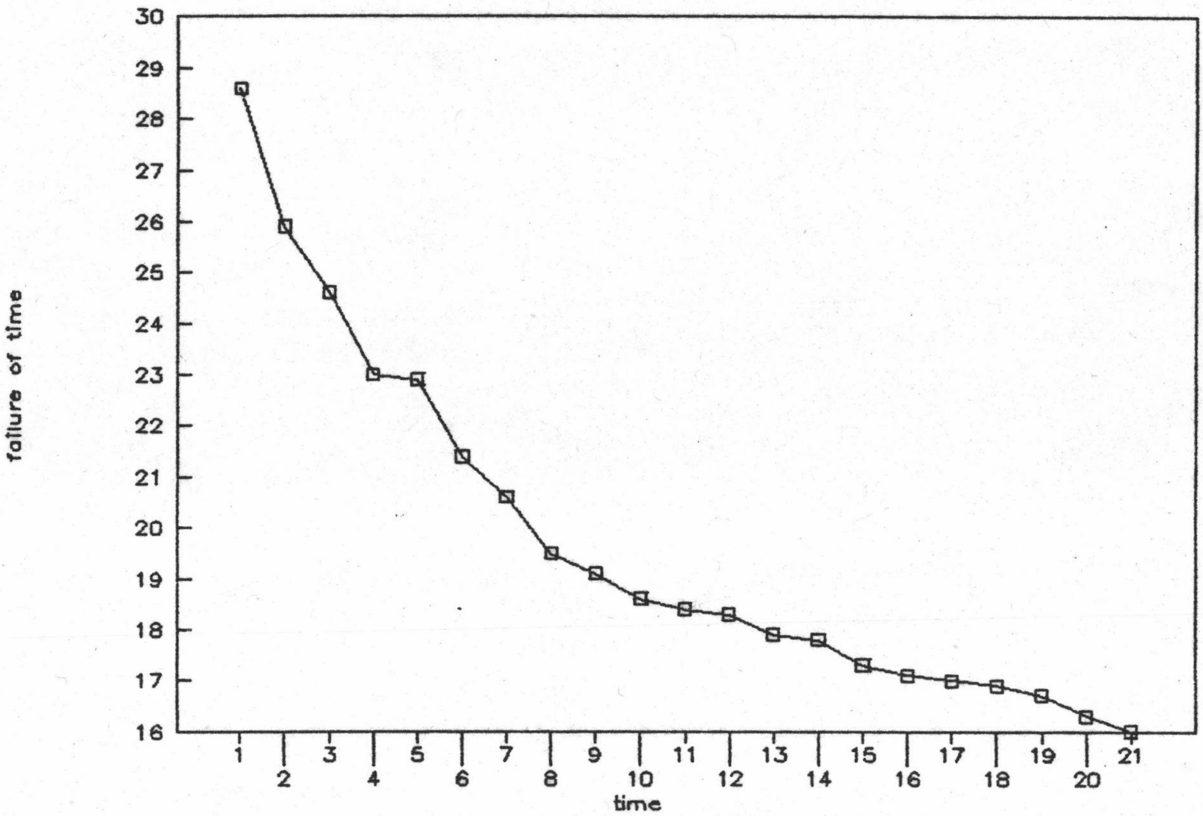
จากตาราง F จะได้ $F_{\alpha/2,6,40} = 2.336$ และ $F_{1-\alpha/2,40,6} = 0.42808$ จะเห็นว่า F_l และ F_u อยู่ระหว่างค่า F จากตาราง จึงยอมรับสมมุติฐาน กล่าวคือ ข้อมูลมีการแจกแจงแบบเอกซโปเนนเชียล

จากตัวอย่างที่ 1 เมื่อใช้ตัวสถิติทั้ง 3 ตัวในการทดสอบข้อมูลชุดเดียวกัน จะเห็นว่าผลสรุปที่ได้สอดคล้องกัน กล่าวคือข้อมูลในตัวอย่างที่ 1 มีการแจกแจงแบบเอกซโปเนนเชียลจริง

<u>**ตัวอย่างที่ 2.**</u> ในการทดสอบอายุการใช้งานของเครื่องจักร 35 เครื่อง บันทึกข้อมูลโดยการคิดเวลาของการทำงานเป็นชั่วโมง กำหนดการทดสอบให้เครื่องจักรหยุดการทำงานภายหลัง 30 ชั่วโมงของการใช้งานปรากฏว่ามีเครื่องจักร 4 เครื่องที่หยุดทำงานก่อนที่จะบันทึกข้อมูลและหลังจาก 30 ชั่วโมงมีเครื่องจักร 10 เครื่อง ที่ยังทำงานต่อซึ่งไม่สามารถเก็บข้อมูลได้ สำหรับข้อมูลที่เก็บได้เป็นดังนี้

_ , _ , _ , _ ,16.0,16.3,16.7,16.9,17.0,17.1,17.3,17.8,17.9,18.3,18.4, 18.6,19.1,19.5,20.6,21.4,22.9,23.0,24.6,25.9,28.6, _ , _ , _ , _ , _ , _ , _ , _ , _ , _.

เมื่อนำข้อมูลข้างต้นมาเขียนกราฟจะเป็นดังนี้



แสดงกราฟของข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างที่ 2.

สมมุติฐาน H_0 : ข้อมูลมีการแจกแจงแบบเอกซโปเนนเชียล

H_1 : ข้อมูลไม่มีการแจกแจงแบบเอกซโปเนนเชียล

เนื่องจาก $n = 35, \; r1 = 4, \; r2 = 10, \; m = 21$

จาก $T_i = (n-i+1)\,(y_i-y_{i-1})$

เมื่อนำข้อมูลมาจัดเรียงจากน้อยไปหามากจะได้ดังนี้

i	Y_i	T_i	$a_i=i-m/2$	$a_i\ T_{s+i}$	$(i-1)/(m-i+1)$
5	16.0	-	-	-	-
6	16.3	9.0	-9.5	-85.5	0.0500
7	16.7	11.6	-8.5	-98.50	0.1667
8	16.9	5.6	-7.5	-42.00	0.2353
9	17.0	2.7	-6.5	-17.55	0.3125
10	17.1	2.6	-5.5	-14.30	0.4000
11	17.3	5.0	-4.5	-22.50	0.5000
12	17.8	12.0	-3.5	-42.00	0.6154
13	17.9	2.3	-2.5	-5.75	0.7500
14	18.3	8.8	-1.5	-13.20	0.9091
15	18.4	2.1	-0.5	-1.05	1.1000
16	18.6	4.0	0.5	2.00	1.3333
17	19.1	9.5	1.5	14.25	1.6250
18	19.5	7.2	2.5	18.00	2.0000
19	20.6	18.7	3.5	65.45	2.5000
20	21.4	12.5	4.5	57.60	3.2000
21	22.9	22.5	5.5	123.75	4.2500
22	23.0	1.4	6.5	9.10	6.0000
23	24.6	20.8	7.5	156.00	9.5000
24	25.9	15.6	8.5	132.60	20.000
25	28.6	29.7	9.5	282.75	2.8571
		$\Sigma T_i=203.89$			

แสดงการคำนวณโดยใช้ตัวสถิติทดสอบ W

จากตารางข้างต้นจะได้ว่า

$$\sum_{i=2}^{21} T_i = 203.8999$$

$$\sum_{i=2}^{21} (i-1)\, T_{ri+i} \{T_{ri+i} + 2 \sum_{j=i+1}^{21} T_{ri+j}\} = 83941.9300$$

$$W^* = \frac{(203.8999)^2}{20(83941.93)}$$

$$= 0.0248$$

จากตาราง Shapiro and Wilk ได้ค่า $W_{1-\alpha/2}$ =0.0302 และ $W_{\alpha/2}$ =0.1002 จะเห็นว่า W^* มีค่าน้อยกว่า $W_{ตาราง}$ จึงปฏิเสธ H_o กล่าวคือ ข้อมูลชุดนี้ไม่มีการแจกแจงแบบเอกซโปเนนเชียล

แสดงการคำนวณโดยใช้ตัวสถิติทดสอบ Z

จากตารางข้างต้นจะได้

$$\sum_{i=1}^{21} a_i T_{s+i} = 518.45$$

$$\sum_{i=1}^{21} T_{s+i} = 203.8999$$

$$Z^* = \frac{[12/(21-2)]^{1/2}\ (518.45)}{203.8999}$$

$$= 2.021$$

กำหนด $\alpha = 0.10$ ได้ $Z_{1-\alpha/2}$ =1.96

ดังนั้น $Z^* > Z_{ตาราง}$ เราจึงปฏิเสธสมมุติฐาน H_o ณ ระดับนัยสำคัญ 0.10

แสดงการคำนวณโดยใช้ตัวสถิติทดสอบ BF

จากตารางข้างต้นจะได้

$$S1 = \sum_{i=2}^{4} T_{i+ri}/3$$

$$= 16.8667$$

$$S2 = \sum_{i=5}^{18} T_{i+ri}/14$$

$$= 19.7500$$

$$S3 = \sum_{i=19}^{21} T_{i+ri}/3$$

$$= 2.5952$$

$$F_l = 0.8540$$

$$F_u = 0.1314$$

จากตาราง F จะได้ $F_{\alpha/2,6,14}$ =2.848 และ $F_{1-\alpha/2,14,6}$ = 0.3511 จะเห็นว่า F_u อยู่นอกขอบเขตค่า F จากตาราง จึงปฏิเสธสมมุติฐาน กล่าวคือข้อมูลไม่มีการแจกแจงเอกโปเนนเชียล

จากตัวอย่างที่ 2 เมื่อใช้ตัวสถิติทั้ง 3 ตัวในการทดสอบข้อมูลชุดเดียวกัน จะเห็นว่าผลสรุปที่ได้สอดคล้องกัน กล่าวคือข้อมูลในตัวอย่างที่ 2 ไม่มีการแจกแจงแบบเอกซโปเนนเชียล

2.3 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผลงานวิจัยของนักสถิติที่เกี่ยวกับการทดสอบการแจกแจงแบบเอกซโปเนนเชียลมีมากมาย ในที่นี้จะเสนอผลงานวิจัยที่สำคัญเท่านั้น

Danny Dyer และ Mickie Sui Habin (ค.ศ.1981:278-291) ได้ศึกษาอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ 3 ตัว ที่ใช้ทดสอบการแจกแจงแบบเอกซโปเนนเชียล คือ Tiku Test,Shapiro-Wilk Test และ Durbin Test ศึกษาจากประชากรจำนวน 16 ชุด โดยศึกษาเฉพาะตัวอย่างขนาดเล็ก คือ n = 5,10,15 และ 20 ได้ผลสรุปดังนี้

1) โดยทั่วไป Tiku Test มีอำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบตัวอื่น

2) เมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก (n=5,10) พบว่าตัวสถิติทดสอบ Shapiro-Wilk Test มีอำนาจการทดสอบสูงในบางกรณีของการแจกแจงแบบอื่น ๆ ที่ไม่ใช่การแจกแจงเอกซโปเนนเชียล

3) โดยส่วนใหญ่ตัวสถิติทดสอบ Dubin Test ให้อำนาจการทดสอบต่ำเมื่อเทียบกับตัวสถิติทดสอบ Tiku Test และ Shapiro-Wilk Test

Carlos W.Brain และ Samual S.Shapiro ได้ศึกษาอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ 2 ตัวในกรณีข้อมูลสมบูรณ์และข้อมูลขาดหายทางขวา (Complete data and right censored data) คือ Regression Test (Z) และ Gnedenko F Test (F) ศึกษาจากประชากร 15 ชุด โดยศึกษาเฉพาะขนาดตัวอย่าง n = 30,50 โดยส่วนใหญ่ตัวสถิติทดสอบ (Z) จะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด เมื่อเทียบกับตัวสถิติทดสอบ (F)