บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง ซึ่งต้องการศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบระหว่างวิธีการต่าง ๆ ในการเลือกระดับการทริมด์ สำหรับตัวสถิติทดสอบทริมด์ ที และศึกษาเปรียบเทียบกับตัวสถิติทดสอบแบบนอนพาราเมตริก คือ ตัวสถิติทดสอบแมน-วิทนีย์ ยู และตัวสถิติทดสอบแวน เดอ แวร์เดน โดยศึกษาภายใต้ลักษณะการแจกแจงของประชากรชนิดลอง-เทลด์ ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากันและไม่เท่ากัน ซึ่งการคำนวณค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบแบบนอนพาราเมตริก หรือตัวสถิติทดสอบแบบพาราเมตริก เมื่อลักษณะการแจกแจงไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นจะกระทำได้ยากมาก นอกจากจะศึกษาโดยอาศัยเทคนิคมอนติคาร์โล ซึ่งเป็นวิธีที่ศึกษาในรูปของการจำลองโดยใช้ตัวเลขสุ่ม ซึ่งสามารถระบุขนาดของชุดตัวอย่าง ค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน และรูปแบบการแจกแจงของประชากรได้ ดังนั้นในงานวิจัยครั้งนี้ จึงได้ใช้เทคนิคมอนติคาร์โลในการหาค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ

3.1 แผนการดำเนินการทดลอง

การวิจัยครั้งนี้ กำหนดแผนการดำเนินการทดลองดังนี้

1. กำหนดรูปแบบการแจกแจงของประชากรที่จะศึกษาสำหรับการเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานการเท่ากันของค่าเฉลี่ยประชากร 2 ชุด โดยกำหนดให้การแจกแจงของประชากรทั้ง 2 ชุดมีการแจกแจงแบบเดียวกันตามข้อตกลงเบื้องต้นของตัวสถิติที่นำมาศึกษาเปรียบเทียบ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ศึกษาการแจกแจงของประชากรชนิดลอง-เทลด์ โดยมีการแจกแจงของประชากรที่ศึกษา ดังนี้คือ

1.1 การแจกแจงแบบโลจิสติค เป็นการแจกแจงชนิดลอง-เทลด์ ที่มีระดับความเป็นลอง-เทลด์ไม่มากนัก โดยมีฟังก์ชั่นความหนาแน่นเป็นดังนี้

$$f(x) = \frac{\exp\{-(x-\alpha)/\beta\}}{\beta\left[1+\exp\{-(x-\alpha)/\beta\}\right]^2} \quad ; -\infty < x < \infty ; \ \beta > 0$$

$$E(X) = \alpha , \quad V(X) = \frac{1}{3}\pi^2\beta^2$$

1.2 การแจกแจงแบบตับเบิ้ลเอกซ์โปเนนเชียล การแจกแจงนี้เป็นการแจกแจงที่เป็นตัวแทนที่ดีสำหรับการแจกแจงแบบล่มมาตรฐานิตลอง-เทลด์ ซึ่งมีฟังก์ชั่นความหนาแน่นคือ

$$f(x) = \frac{1}{2\beta} \exp\{-|x-\alpha|/\beta\} \quad ; \quad -\infty < x < +\infty$$

$$\beta > 0$$

$$E(X) = \alpha , \quad V(X) = 2\beta^2$$

1.3 การแจกแจงแบบสเกลคอนทามิเนทด์นอร์มอล การแจกแจงนี้เป็นการแจกแจงที่สร้างขึ้นเพื่อให้มีลักษณะเป็นการแจกแจงนิตลอง-เทลด์ โดยส่วนหนึ่งของประชากรมาจากการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ ความแปรปรวน σ^2 ด้วยความน่าจะเป็น $1-(p/100)$ และอีกส่วนหนึ่งของประชากรมาจากการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ เช่นกัน แต่มีความแปรปรวนเป็น $c^2\sigma^2$ ด้วยความน่าจะเป็น $p/100$ ซึ่ง p นี้เป็นค่าเปอร์เซ็นต์คอนทามิเนทด์และ c เป็นค่าสเกลแฟคเตอร์ กำหนดสัญญลักษณ์ รูปแบบของการแจกแจงดังนี้

$$(1-(p/100))\cdot N(\mu,\sigma^2)+(p/100)\cdot N(\mu, c^2\sigma^2)$$

เมื่อ $N(\mu,\sigma^2)$ แทนการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ศึกษาการแจกแจงแบบสเกลคอนทามิเนทด์นอร์มอล รวมทั้งสิ้น 6 รูปแบบ โดยกำหนดเปอร์เซ็นต์คอนทามิเนทด์ และสเกลแฟคเตอร์ต่าง ๆ เพื่อให้มีรูปแบบของความเป็นลอง-เทลด์ของการแจกแจงต่าง ๆ กัน ดังนี้คือ

1.3.1 เปอร์เซ็นต์คอนทามิเนทด์ 10 และ สเกลแฟคเตอร์ 3

1.3.2 เปอร์เซ็นต์คอนทามิเนทด์ 20 และ สเกลแฟคเตอร์ 3

1.3.3 เปอร์เซ็นต์คอนทามิเนทด์ 10 และ สเกลแฟคเตอร์ 5

1.3.4 เปอร์เซ็นต์คอนทามิเนทด์ 20 และ สเกลแฟคเตอร์ 5

1.3.5 เปอร์เซ็นต์คอนทามิเนทด์ 10 และ สเกลแฟคเตอร์ 7

1.3.6 เปอร์เซ็นต์คอนทามิเนทด์ 20 และ สเกลแฟคเตอร์ 7

2. กำหนดความแปรปรวนของประชากรคือ σ^2 เท่ากับ 100 ค่าเฉลี่ยประชากรชุดที่ 1 คือ μ_1 เท่ากับ 100 สำหรับทุกการแจกแจงของประชากร และศึกษาค่าอำนาจการทดสอบที่ระยะ

ห่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากรชุดที่ 1 และชุดที่ 2 คือ $\delta = |\mu_1 - \mu_2|$ เป็นจำนวนเท่าต่าง ๆ ของค่า σ กล่าวคือ ในการวิจัยครั้งนี้ ศึกษาค่าอำนาจการทดสอบที่ δ เท่ากับ 0.20σ 0.40σ 0.60σ 0.80σ 1.00σ 1.20σ และ 1.40σ และที่ δ เท่ากับ 0 ซึ่งจะเป็นการศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

3. กำหนดให้ขนาดตัวอย่างจากประชากรทั้ง 2 ชุด เท่ากัน และไม่เท่ากัน โดยเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากันกำหนดขนาดตัวอย่างเป็น 10 15 20 และ 30 สำหรับกรณีขนาดตัวอย่างไม่เท่ากันกำหนดอัตราส่วนของขนาดตัวอย่าง 2 ชุด เป็น 1:2 และ 1:4 โดยขนาดตัวอย่างเป็น (7, 13), (10, 20), (13, 27) และ (20, 40) สำหรับกรณีอัตราส่วนของขนาดตัวอย่าง 2 ชุดเป็น 1:2 และขนาดตัวอย่างเป็น (4, 16), (6, 24), (8, 32) และ (12, 48) สำหรับกรณีอัตราส่วนของขนาดตัวอย่าง 2 ชุดเป็น 1:4

4. ทดสอบการเท่ากันของค่าเฉลี่ยประชากร 2 ชุด เพื่อศึกษาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบ โดยกำหนดระดับนัยสำคัญที่ระดับ .01 .05 และ .10

3.2 วิธีดำเนินการทดลอง

วิธีดำเนินการทดลองมีขั้นตอนที่สำคัญเรียงตามลำดับดังต่อไปนี้

1. สร้างรูปแบบการแจกแจงของประชากรตามที่กำหนด

การสร้างการแจกแจงของประชากรทุกรูปแบบตามที่กำหนดด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลนั้น ใช้โปรแกรมภาษาฟอร์แทรนโฟร์ (Fortran IV) โดยใช้กับเครื่องคอมพิวเตอร์ IBM 370/3031 ซึ่งการสร้างการแจกแจงแบบต่าง ๆจะต้องใช้ตัวเลขสุ่มเป็นพื้นฐาน ในการสร้างตัวเลขสุ่มนี้สร้างโดยใช้โปรแกรมย่อย RANDU ซึ่งจะได้ตัวเลขสุ่มถึง 2^{29} หรือ 536,870,912 จำนวนก่อนจะเกิดการซ้ำของชุดตัวเลขสุ่ม และใช้ค่า 65539 เป็นตัวเลขเริ่มต้น ซึ่ง Maclaren และ Marsaglia ได้เสนอว่าค่านี้ เป็นค่าที่เหมาะสมกับการทดสอบทางสถิติ ซึ่งจะได้ชุดของตัวเลขสุ่มจำนวนมาก ตัวเลขสุ่มที่สร้างขึ้นจะมีการแจกแจงเป็นแบบยูนิฟอร์มในช่วง 0 ถึง 1 โปรแกรมย่อย RANDU จะทำงานโดยใช้คำสั่ง CALL RANDU (IZ, IY, YFL) ซึ่ง YFL คือตัวเลขสุ่มที่สร้างขึ้น ตัวอย่างโปรแกรมได้แสดงในภาคผนวก ก.

สำหรับรายละเอียดในการสร้างการแจกแจงแบบต่าง ๆ เป็นดังนี้

1.1 การแจกแจงแบบโลจิสติค โปรแกรมย่อยที่ใช้ในการสร้างการแจกแจงแบบ

โลจิสติค ใช้คุณสมบัติที่ว่าตัวแปรสุ่มของฟังก์ชั่นการแจกแจงมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง 0 ถึง 1 และใช้วิธีอินเวอร์สทรานสฟอร์มเมชั่น (Inverse Transformation) จะได้ว่าตัวแปรสุ่มจากการแจกแจงแบบโลจิสติคคือ DL = AM + $(\sqrt{3}\cdot S/\pi)(\ln(RN)-\ln(1-RN))$ เมื่อ RN มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง 0 ถึง 1 การใช้โปรแกรมย่อยนี้ใช้คำสั่ง CALL LOGIS (AM, S, DL) ค่า AM และ S เป็นพารามิเตอร์กำหนดค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร ซึ่งเป็นค่าที่ส่งจากโปรแกรมหลัก (Main Program) ผลลัพธ์ที่ได้คือ DL จะมีการแจกแจงแบบโลจิสติค ที่มีค่าเฉลี่ยเป็น AM และมีความแปรปรวนเป็น S^2 สำหรับโปรแกรมย่อยนี้ได้แสดงในภาคผนวก ก.

1.2 การแจกแจงแบบดับเบิ้ลเอกซ์โปเนนเชียล โปรแกรมย่อยที่ใช้ในการสร้างการแจกแจงนี้ ใช้วิธีการเดียวกับการสร้างการแจกแจงแบบโลจิสติค โดยจะได้ DB = AM + S · $(\ln(RN1)-\ln(RN2))(\sqrt{2})^{-1}$ เมื่อ RN1 และ RN2 มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม ในช่วง 0 ถึง 1 การใช้โปรแกรมย่อยนี้ใช้คำสั่ง CALL EXPO (AM, S, DB) ค่า AM และ S เป็นพารามิเตอร์กำหนดค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากรซึ่งเป็นค่าที่ส่งจากโปรแกรมหลัก ผลลัพธ์ที่ได้คือ DB จะมีการแจกแจงแบบดับเบิ้ลเอกซ์โปเนนเชียล ที่มีค่าเฉลี่ยเป็น AM และมีความแปรปรวนเป็น S^2 สำหรับโปรแกรมย่อยนี้ได้แสดงในภาคผนวก ก.

1.3 การแจกแจงแบบสเกลคอนทามิเนทด์นอร์มอล โปรแกรมย่อยที่ใช้ในการสร้างการแจกแจงนี้ต้องใช้โปรแกรมย่อยที่ใช้สร้างการแจกแจงแบบปกติก่อน โปรแกรมย่อยสำหรับสร้างการแจกแจงแบบปกติในการวิจัยครั้งนี้ ใช้โปรแกรมย่อย NORMAL ของ Kinderman และ Ramage (1976, 893-896) ซึ่งเป็นวิธีที่สร้างการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น 1 โดยใช้เทคนิคการยอมรับ-ปฏิเสธ (Acceptance-rejection) สำหรับค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนค่าอื่นใช้วิธีแปลงข้อมูลในรูป X' = EX + (STD)X โดย EX และ STD^2 คือค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของประชากร การใช้โปรแกรมย่อยนี้ใช้คำสั่ง CALL NORMAL (EX, STD, Y1) เมื่อ EX และ STD เป็นค่าพารามิเตอร์ซึ่งกำหนดค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร และเป็นค่าที่ส่งจากโปรแกรมหลัก ส่วนผลลัพธ์คือค่า Y1 ซึ่งเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น EX และมีความแปรปรวนเป็น STD^2

การสร้างการแจกแจงแบบสเกลคอนทามิเนทด์นอร์มอล ที่เปอร์เซ็นต์คอนทารมิเนทด์ p และสเกลแฟคเตอร์ c โปรแกรมที่ใช้ในการสร้างจะต้องสร้างตัวเลขสุ่มโดยใช้โปรแกรมย่อย RANDU ก่อน ซึ่งจะได้ค่า YFL ที่มีการแจกแจงแบบยูนิเฟอร์มในช่วง 0 ถึง 1 ถ้าหากค่า YFL ที่สุ่มได้มีค่าอยู่ในช่วง 0 ถึง 1- (p/100) โปรแกรมจะสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการ

แจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย EX และมีความแปรปรวนเป็น STD^2 โดยเรียกใช้โปรแกรมย่อย NORMAL และหากตัวแปรสุ่ม YFL มีค่าอยู่ในช่วง 1 - (p/100) ถึง 1 จะเรียกใช้โปรแกรมย่อย NORMAL ให้สร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ย EX และมีความแปรปรวนเป็น $c^2(STD^2)$ การทำเช่นนี้จะทำให้ได้ การแจกแจงแบบสเกลคอนทามิเนทด์นอร์มอล ที่เปอร์เซ็นต์คอนทามิเนทด์ p และสเกลแฟคเตอร์ c ที่มีค่าเฉลี่ย EX และความแปรปรวนเป็น $(1-(p/100))(STD^2)+(p/100)c^2(STD^2)$

2. คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ

เมื่อสร้างการแจกแจงของประชากรได้ตามต้องการแล้ว ลำดับต่อไปคือการทดลองเพื่อหาค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ เริ่มจากการกำหนดขนาดตัวอย่างที่ต้องการศึกษา ค่าเฉลี่ยความแปรปรวน รูปแบบการแจกแจงของประชากร และค่า δ จากนั้นใช้คำสั่งสุ่มตัวอย่างจากประชากรที่ต้องการศึกษาทั้ง 2 ชุด เมื่อได้ตัวอย่างทั้ง 2 ชุดแล้ว คำนวณค่าสถิติทดสอบทริมด์ ที ตามวิธีการเลือกระดับการทริมด์ต่าง ๆ โดยวิธีค่าประมาณความแปรปรวนน้อยที่สุด จะคำนวณค่าประมาณความแปรปรวนของความแตกต่างระหว่างตัวประมาณค่าเฉลี่ยประชากร (S^2_{wg}) จากตัวอย่างที่ทุกระดับการทริมด์ในช่วง 0 ถึง $[\frac{1}{4}n_1]$ เมื่อ n_1 คือขนาดตัวอย่างชุดที่ 1 ซึ่งน้อยกว่าหรือเท่ากับขนาดตัวอย่างชุดที่ 2 คือ n_2 และเลือกระดับการทริมด์ที่ทำให้ค่าประมาณนี้มีค่าน้อยที่สุด แล้วจึงคำนวณค่าสถิติทดสอบทริมด์ ที สำหรับวิธีคอมบายด์ คิว จะคำนวณค่าสถิติ Q จากการจัดอันดับร่วมกันของตัวอย่างทั้ง 2 ชุด และเลือกระดับการทริมด์ โดยใช้เกณฑ์ตามค่าสถิติ Q ที่คำนวณได้ แล้วจึงคำนวณค่าสถิติทดสอบที่ระดับการทริมด์นั้น ส่วนวิธีเฉลี่ย คิวจะคำนวณค่าสถิติ Q ของแต่ละชุดตัวอย่างก่อน และนำมาเฉลี่ยกันโดยถ่วงน้ำหนักด้วยขนาดตัวอย่าง แล้วคำนวณค่าสถิติทดสอบตามระดับการทริมด์ที่เลือกได้ โดยการพิจารณาจากค่าสถิติ Q ที่ได้จากการเฉลี่ย

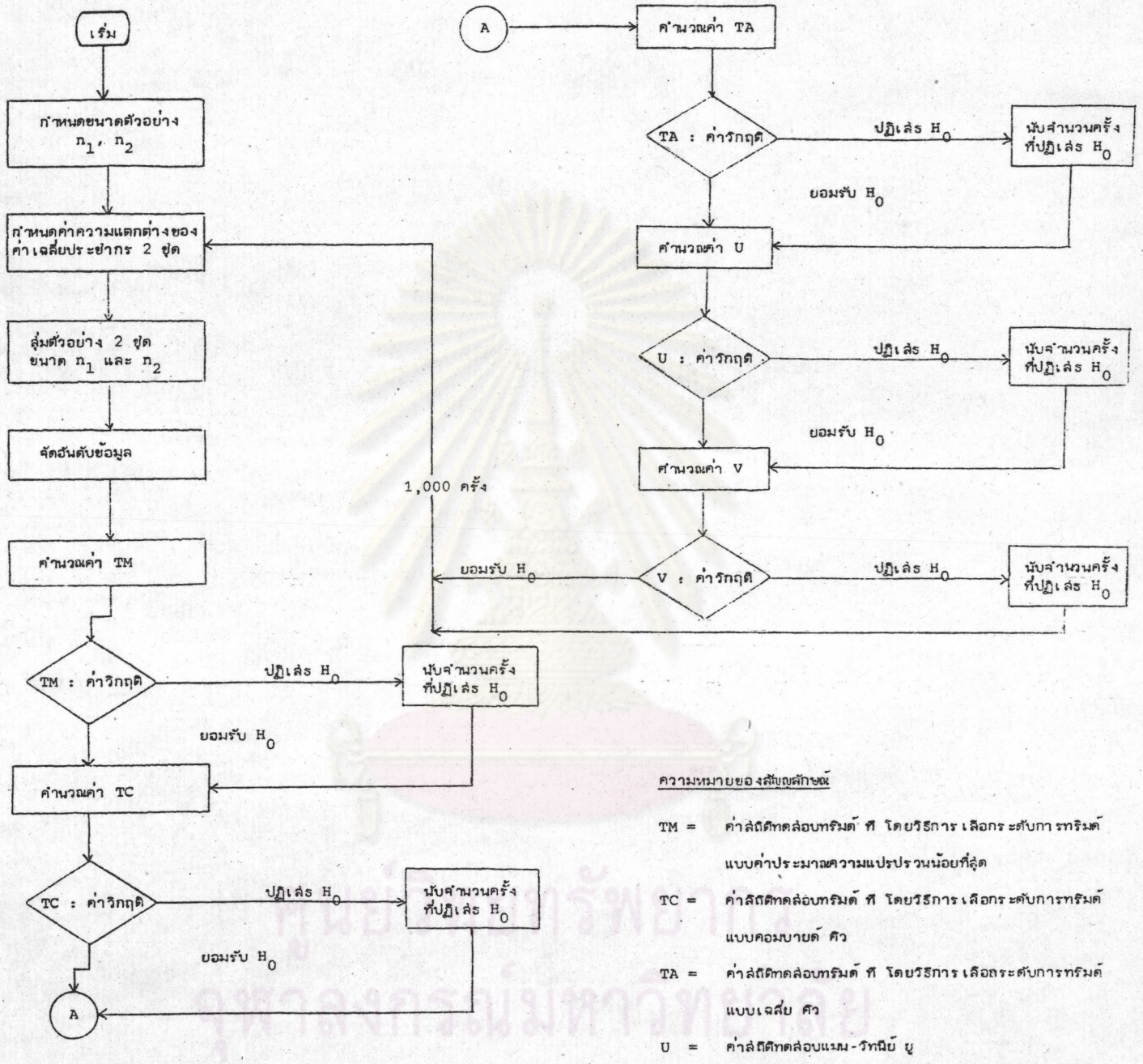
หลังจากนั้นนำตัวอย่างชุดเดียวกันนั้นมาคำนวณค่าสถิติทดสอบแมน-วิทนีย์ ยู โดยนำตัวอย่างทั้ง 2 ชุดมาจัดอันดับร่วมกัน และให้ค่าอันดับแก่ค่าตัวอย่างทุกตัว นำผลรวมของค่าอันดับในแต่ละชุดตัวอย่างไปคำนวณค่าสถิติทดสอบ สำหรับตัวสถิติทดสอบ แวน เดอ แวร์เดน จะให้ค่า อินเวอร์ส-นอร์มอล สกอร์ แก่ค่าตัวอย่างตามอันดับที่ของค่าตัวอย่างนั้น แล้วจึงนำผลรวมของค่าสกอร์จากตัวอย่างชุดใดชุดหนึ่งไปคำนวณค่าสถิติทดสอบ

เมื่อคำนวณค่าสถิติทดสอบครบแล้ว จะนำค่าสถิติทดสอบมาเปรียบเทียบกับค่าวิกฤติของแต่ละตัวสถิติทดสอบ เพื่อจะได้ตัดสินใจว่าจะปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานว่าง กรณีที่ปฏิเสธ

สมมติฐานว่าง จะนับจำนวนครั้งที่ปฏิเสธไว้ จากนั้นจะย้อนกลับไปสุ่มตัวอย่างชุดใหม่ จนกระทั่งครบ 1,000 ครั้ง จะได้จำนวนครั้งที่ปฏิเสธสมมติฐานเป็นค่าความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เมื่อ δ มีค่าเท่ากับ 0 และจะได้เป็นค่าอำนาจการทดสอบ เมื่อ δ มีค่าไม่เท่ากับ 0 โดยจะเปลี่ยนค่า δ ไปจนครบทุกตัวตามที่ต้องการ ซึ่งที่แต่ละค่าของ δ จะสุ่มตัวอย่างซ้ำกัน 1,000 ครั้ง หลังจากนั้นจะเปลี่ยนรูปแบบการแจกแจงไปจนครบทุกการแจกแจง ต่อไปจึงเปลี่ยนขนาดตัวอย่างจนครบทุกขนาดที่ต้องการศึกษา ซึ่งการดำเนินการทดลองดังกล่าวสามารถสรุปเป็นผังงานได้ดังรูปที่ 3.1 และตัวอย่างโปรแกรมตามผังงานนี้ได้แสดงในภาคผนวก ก.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 3.1 ผังงานสำหรับการคำนวณค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดล้อบของตัวสถิติทดล้อบประเภทต่าง ๆ



ความหมายของสัญญลักษณ์

TM = ค่าสถิติทดล้อบทริมด์ ที โดยวิธีการเลือกระดับการทริมด์แบบค่าประมาณความแปรปรวนน้อยที่สุด

TC = ค่าสถิติทดล้อบทริมด์ ที โดยวิธีการเลือกระดับการทริมด์แบบคอมบายด์ คิว

TA = ค่าสถิติทดล้อบทริมด์ ที โดยวิธีการเลือกระดับการทริมด์แบบเฉลี่ย คิว

U = ค่าสถิติทดล้อบแมน-วิทนีย์ ยู

V = ค่าสถิติทดล้อบ แวน เดอ แวร์เดน