

## บทที่ 6

### การค้นหาแนวทางในการทดสอบให้ได้ $K_{IC}$

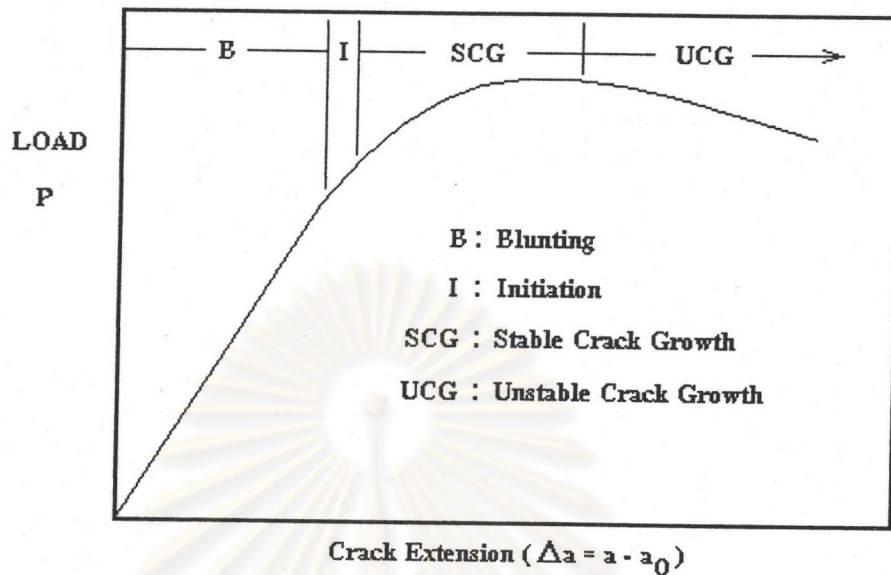
การวิเคราะห์ผลของความหนาขึ้นทดสอบต่อการทดสอบความต้านทานในการแตกร้าว ภายใต้สภาวะความเครียดระนาบของท่อเหล็ก ASME SA-335 Gr P22 ในบทนี้กล่าวถึง การแตกร้าวของวัสดุเหนียว การทดสอบหาความต้านทานในการแตกร้าวภายใต้สภาวะความเค้นระนาบ แนวความคิดพื้นฐานของ J-Integral ความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ J, G และ K การหาค่าของ J-Integral และ  $J_{IC}$  และสรุปผลการค้นหาแนวทางในการทดสอบค่า  $K_{IC}$  ตามลำดับ

#### การแตกร้าวของวัสดุเหนียว

การแตกร้าวของวัสดุเหนียว สามารถแบ่งได้เป็น 4 ช่วง ดังนี้คือ (Krompholz and et.al. 1986 : 804)

1. ช่วง B เป็นช่วงที่ปลายของรอยแตกร้าวเริ่มป้าน (blunting)
2. ช่วง I เป็นช่วงที่เริ่มเกิดรอยแตกร้าว (crack initiation)
3. ช่วง SCG เป็นช่วงที่เกิดรอยแตกร้าวแบบ stable
4. ช่วง UCG เป็นช่วงที่เกิดรอยแตกร้าวแบบ unstable

ในกรณีของวัสดุที่มีคุณสมบัติเป็น high strength และ low toughness ช่วง B จะสั้นมาก และจะเกิดรอยแตกร้าวแบบ unstable (UCG) ขึ้นอย่างทันทีทันใด นั่นคือการแตกร้าวของวัสดุจะอยู่ภายใต้สภาวะความเครียดระนาบ แต่ในกรณีของวัสดุที่มีคุณสมบัติเป็น low strength และ high toughness นั้น ที่ปลายของรอยแตกร้าวลำเดิมจะมีลักษณะป้าน (blunting) ก่อนที่จะเกิดรอยแตกร้าวแบบ stable (SCG) และจะอยู่ในช่วงนี้ไประยะหนึ่ง ต่อจากนั้นก็เกิดรอยแตกร้าวแบบ unstable ขึ้นดังแสดงในรูปที่ 6.1



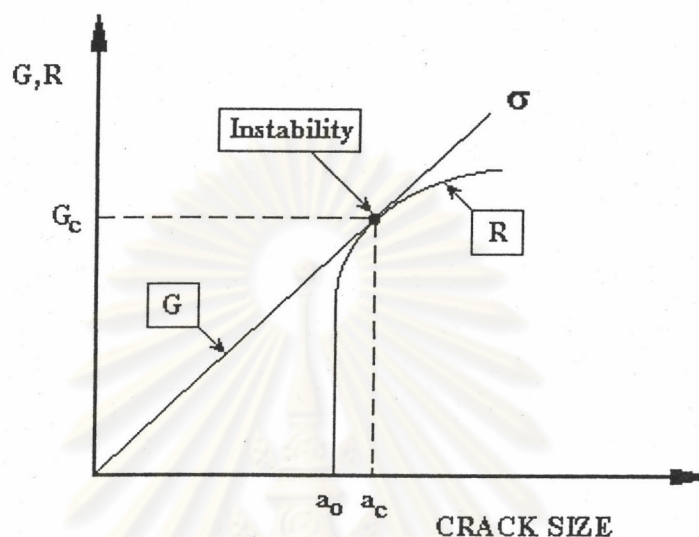
รูปที่ 6.1 แสดงช่วงต่าง ๆ ในการแตกร้าวของวัสดุเหนียว

#### การทดสอบหาความต้านทานในการแตกร้าวภายใต้สถานะความเค้นระนาบ

การทดสอบหาค่า  $K_{IC}$  โดยวิธีการกราฟิกที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 3 จะมีความสับสนเกิดขึ้นในบางครั้ง เนื่องจากการตอบสนองของการยืดหยุ่น (deformation) และการแตกหัก เมื่อเงื่อนไขของภาระสูงขึ้น เราพบว่าเป็นไปได้มากที่จะมี slow stable crack extension เกิดขึ้นก่อนที่จะเกิดการแตกหัก ซึ่งจะทำให้เกิดความยากลำบากในการหาค่า  $K_{IC}$  เพราะว่ามีบริเวณพลาสติกจะมีขนาดขยายตัวใหญ่ขึ้น ดังนั้นเราจะต้องหาวิธีการทดสอบใหม่ ๆ ในการหาค่าความต้านทานในการแตกร้าว

Irwin (1960) ได้เสนอว่า crack instability จะเกิดขึ้นและสอดคล้องกับความต้องการในสมการของ Griffith นั่นคือ ความเสียหายจะเกิดขึ้นเมื่อ อัตราการเปลี่ยนแปลงของอัตราการปลดปล่อยพลังงานยืดหยุ่น  $\partial G/\partial a$  เท่ากับอัตราการเปลี่ยนแปลงกำลังความต้านทานต่อการแตกหักของวัสดุต่อการเติบโตของรอยแตกร้าว  $\partial R/\partial a$  โดยที่ Irwin ได้คาดว่ากำลังความต้านทานต่อการแตกหักของวัสดุ  $R$  จะเพิ่มขึ้นตามขนาดของบริเวณพลาสติกและ strain hardening ดังนั้นทั้ง  $G$  และ  $R$  จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามระดับของความเค้น ดังแสดงในรูปที่ 6.2 ซึ่งแสดง instability criterion ของ Griffith โดยจุดที่สัมผัสกันระหว่างเส้นโค้งของ  $G$  และ  $R$  ซึ่งถูกเขียนขึ้นในรูปของความยาว

รอยแตกร้าว เมื่อรู้ค่าของ R-curve และใช้ความสัมพันธ์ของ  $G$  ที่อยู่ในรูปของความเค้นและความยาวรอยแตกร้าวก็จะสามารถหาค่า  $G_c$  หรือ  $K_c$  ได้

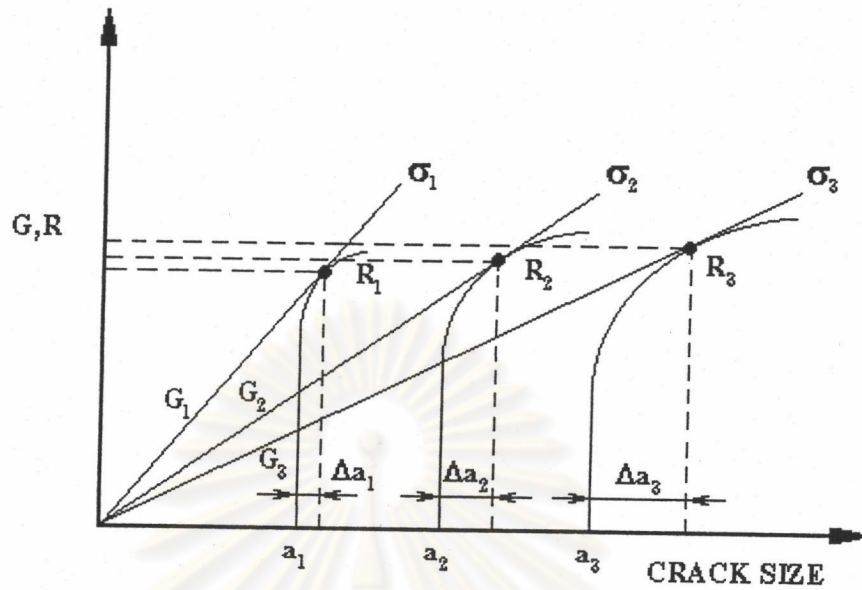


รูปที่ 6.2 แสดง Griffith instability criterion

ค่าความต้านทานในการแตกร้าวที่หาได้นี้เรียกว่า ความต้านทานในการแตกร้าวภายใต้สภาวะความเค้นระนาบ (plane stress fracture toughness) เนื่องจากบริเวณพลาสติก  $r_y$  มีขนาดใหญ่มาก ดังนั้นข้อกำหนดของ Brown และ Srawley จึงใช้ไม่ได้

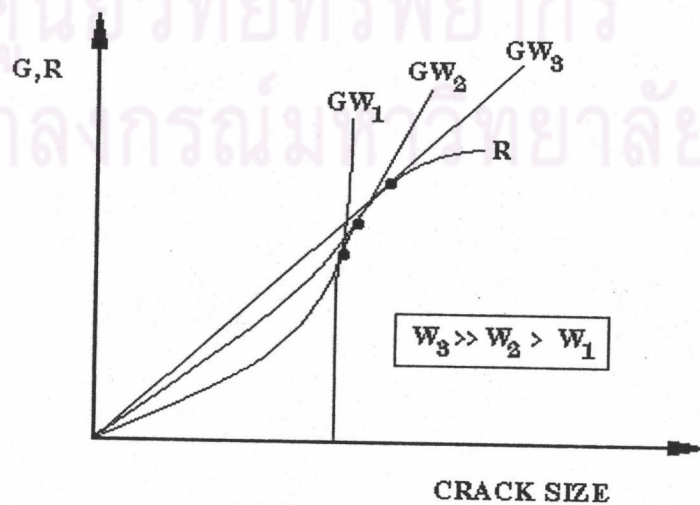
เราจะต้องระลึกไว้เสมอว่า ระดับของความต้านทานในการแตกร้าวจะเปลี่ยนแปลงไปตามขนาดความยาวของรอยแตกร้าวในขั้นตอนทดสอบ ดังแสดงในรูปที่ 6.3

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 6.3 แสดงการเปลี่ยนแปลงของ  $G$  ตามความยาวของรอยแตกร้าวเริ่มต้น

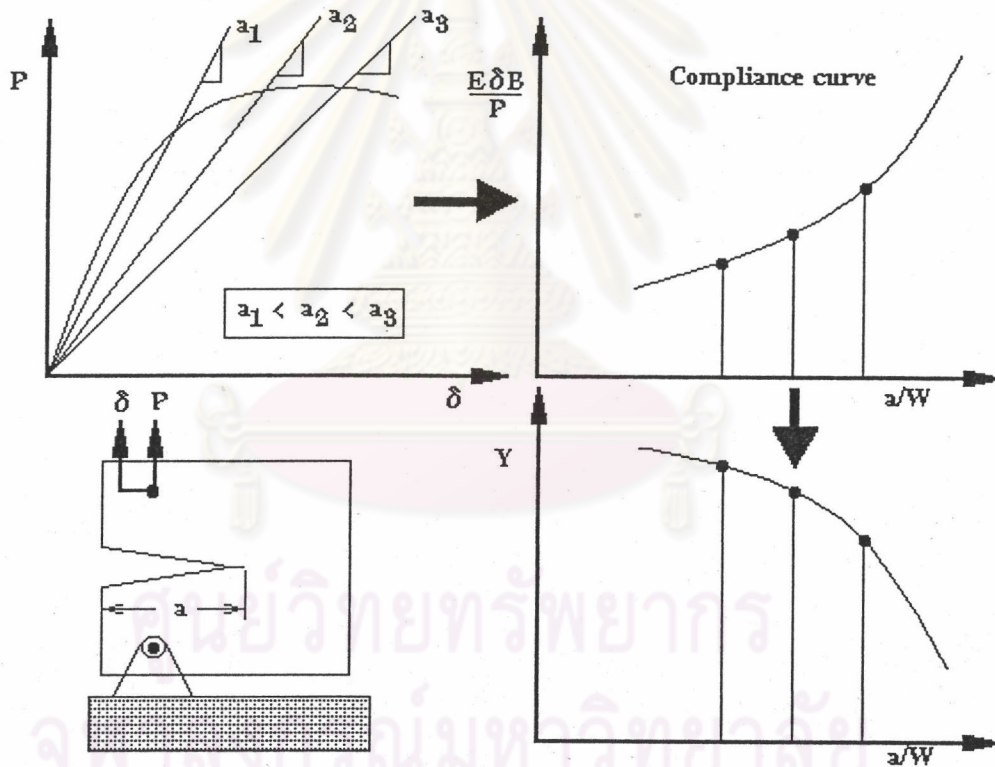
สำหรับวัสดุชนิดหนึ่ง ค่าความต้านทานในการแตกร้าวจะเปลี่ยนแปลงไปตามความยาวของรอยแตกร้าวในตอนเริ่มต้น เพราะว่าจุดสัมผัสจะเลื่อนไปเล็กน้อยเมื่อรอยแตกร้าวเริ่มยาวขึ้น อย่างไรก็ตาม ผลกระทบนี้จะมีผลน้อยมากเมื่อใช้ชิ้นทดสอบที่มีขนาดใหญ่ขึ้น เพราะว่า  $K_c$  ถึงค่าจำกัดของ initial crack length การเปลี่ยนแปลงที่น่าสนใจของ  $K_c$  เกิดขึ้นเมื่อใช้ชิ้นทดสอบที่มีค่าความกว้าง  $W$  ต่างกัน (หรือขนาดในระนาบอื่น ๆ) เส้นโค้งของ  $G$  จะมีรูปร่างแตกต่างกันไปตามค่าของ  $W$  เพราะว่า  $G$  ขึ้นกับรูปร่างของชิ้นทดสอบ และค่า  $G_c$  (จุดสัมผัส) ก็จะเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย ดังแสดงในรูปที่ 6.4



รูปที่ 6.4 แสดงรูปร่างของเส้นโค้ง  $G$  เมื่อความกว้าง  $W$  เปลี่ยนแปลง

ค่า  $K_C$  จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อความกว้าง  $W$  ของชิ้นทดสอบเพิ่มขึ้น และจะถึงค่าสูงสุดเมื่อ  $W$  เข้าใกล้ค่าอนันต์ และเน้นอีกครั้งหนึ่งว่า  $K_C$  จะขึ้นอยู่กับทั้งรูปร่างและโครงสร้างโลหะของวัสดุ ส่วน  $K_{IC}$  จะขึ้นอยู่กับโครงสร้างโลหะของวัสดุเท่านั้น

เราจะเห็นได้ว่า การเขียน G-curve นั้น ทำได้โดยใช้ความสัมพันธ์เชิงวิเคราะห์ (อาจทำได้โดยเทียบมาจากค่า  $K$ ) แต่ R-curve นั้น ต้องหาโดยวิธีการกราฟิกดังต่อไปนี้ เริ่มต้นจาก P- $\Delta$  curve เราสร้างเส้นเอียงขึ้นมาจุดหนึ่ง จากความชันของเส้นเอียงเหล่านี้เราจะนำไปหาค่า  $a_{eff}$  ( $a+\Delta a+r_y$ ) ได้ นั่นคือ เราจะได้อ่า  $a/W$  ซึ่งนำไปหาค่า พหุนาม  $Y_{eff}$  ดังแสดงในรูปที่ 6.5



รูปที่ 6.5 แสดงวิธีการกราฟิกในการสร้าง R-Curve

จากนั้นใช้สมการ

$$K_{\text{eff}} = Y_{\text{eff}} \sigma \sqrt{a_{\text{eff}}}$$

เราจะหาค่า  $G$  ได้จาก

$$G = \frac{K^2}{E}$$

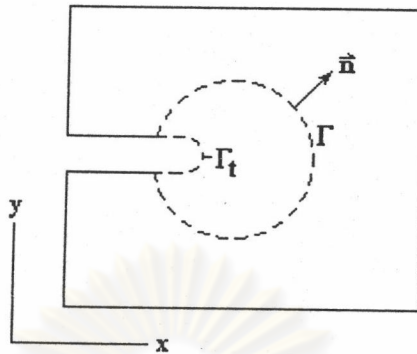
เมื่อเราเขียนส่วนโค้งของ  $G$  ตัวนี้ต่อ  $a_{\text{eff}}$  เราจะได้ R-curve

R-curve ที่สร้างขึ้นนี้จะให้ข้อมูลส่วนหนึ่งของวัสดุแก่เราเช่น R-curve เดียวกันสามารถใช้ได้กับชิ้นทดสอบที่มีความยาวของรอยแตกกว้างและขนาดในระนาบแตกต่างกันดังได้แสดงไว้แล้ว เมื่อเราเขียน R-curve ได้ก็จะสามารถหาค่าความต้านทานในการแตกกว้างของวัสดุได้ทันทีที่เรารู้ความสัมพันธ์เชิงวิเคราะห์ของ  $G$

### แนวความคิดพื้นฐานของ J-Integral

J-Integral คือ energy line path independent integral ที่ถูกเสนอขึ้นโดย J.R. Rice ในปี ค.ศ. 1968 เป็นพารามิเตอร์ที่สำคัญตัวหนึ่งในวิชากลศาสตร์การแตกหักที่สามารถใช้ได้ตั้งแต่ปัญหาของการยืดหยุ่นเชิงเส้นจนถึงปัญหาของ fully plastic เราสามารถนำค่า J-Integral ( $J_{IC}$ ) มาใช้เป็นเกณฑ์ของการแตกหักได้ โดยผลการทดสอบต่าง ๆ ที่ยอมรับกันนั้นส่วนมากจะอ้างอิงค่า  $J_{IC}$  กับการเริ่มต้นของรอยแตกกว้าง (crack initiation) มากกว่าการแพร่ขยายตัวของรอยแตกกว้าง (crack propagation)

พิจารณาวัตถุที่มีเนื้อเดียวกัน (homogeneous) ทั้งแบบยืดหยุ่นเชิงเส้นและแบบยืดหยุ่นไม่ เป็นเชิงเส้น ไม่มี body force และอยู่ภายใต้สนามการยืดหยุ่นในระนาบ วัตถุดังกล่าวมีรอยบาก (notch) มีพื้นผิวราบ 2 ผิวขนานกันกับแกน  $x$  ดังแสดงในรูปที่ 6.6



รูปที่ 6.6 แสดงสนามการยึดหยุ่นที่ปลายของรอยบาก

และปลายรูปส่วนโค้งวงกลมกำหนดโดยส่วนโค้ง  $\Gamma_t$  พลังงานความเครียด (strain energy) ที่จะใช้ คือ

$$W = \int_0^t \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}$$

กำหนดให้ J-Integral อยู่ในรูป

$$J = \int_{\Gamma} (W dy - \bar{T} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} ds)$$

$\Gamma$  คือ เส้นโค้งที่ล้อมรอบปลายของรอยบาก (notch tip) การอินทิเกรตเป็นไปในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาโดยเริ่มจากผิวราบด้านล่างของรอยบาก  $\bar{T}$  คือ traction vector ตามขอบของ  $\Gamma$  และกำหนดให้ชี้ออกเป็นบวก ( $T_i = \sigma_{ij} \cdot n_j$ )  $u$  คือ displacement vector และ  $ds$  คือ เอลิเมนต์ของความยาวส่วนโค้งตาม  $\Gamma$

ในการที่จะพิสูจน์ว่า  $J$  เป็น path independent integral นั้น เราจะกลับไปพิจารณา closed curve  $\Gamma^*$  ที่ล้อมรอบพื้นที่  $A^*$  ในระนาบ 2 มิติที่ไม่มี body force ดังนั้นจาก Green's Theorem

$$\int_{\Gamma^*} (Wdy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds) = \int_{A^*} \left[ \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \right] dx dy$$

เมื่อพิจารณา  $\frac{\partial W}{\partial x}$  จะพบว่า

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial x} &= \frac{\partial W}{\partial \epsilon_{ij}} \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial x} \\ &= \sigma_{ij} \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial x} = \sigma_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

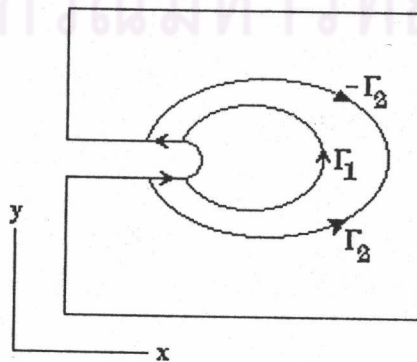
เนื่องจาก

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0$$

ดังนั้น จะเห็นได้ว่า

$$\int_{\Gamma^*} (Wdy - \bar{T} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} ds) = 0 \quad \text{สำหรับ closed curve } \Gamma^* \text{ ใดๆ}$$

ต่อมาพิจารณา path  $\Gamma_1$  และ  $\Gamma_2$  ที่ล้อมรอบปลายของรอยบาก ดังแสดงในรูปที่ 6.7



รูปที่ 6.7 แสดง closed contour



จะเห็นได้ว่า path ทั้งสอง เมื่อพิจารณาตามเส้นทางต่อไปนี้เป็น closed curve  $\Gamma_1$  ทวนเข็มนาฬิกา upper flat notch surface  $\Gamma_2$  ตามเข็มนาฬิกา ( $-\Gamma_2$ ) และ lower flat notch surface ดังนั้น

$$\int_{\Gamma^*} (Wdy - \bar{T} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} ds) = 0 = \int_{\text{upper flat}} (Wdy - \bar{T} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} ds) + \int_{-\Gamma_2} (Wdy - \bar{T} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} ds) \\ + \int_{\text{lower flat}} (Wdy - \bar{T} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} ds) + \int_{\Gamma_1} (Wdy - \bar{T} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} ds)$$

แต่การอินทิเกรตตามผิวราบมีค่าเป็นศูนย์เพราะ  $\bar{T} = 0$  และ  $dy = 0$  ดังนั้น

$$\int_{\Gamma_1} (Wdy - \bar{T} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} ds) = - \int_{-\Gamma_2} (Wdy - \bar{T} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} ds) \\ = \int_{\Gamma_2} (Wdy - \bar{T} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} ds)$$

ซึ่งแสดงว่า  $J$  จะมีค่าเดียวกันเสมอไม่ว่าจะอินทิเกรตตาม path ไหนก็ตาม และเรายังสมมติต่อไปอีกว่าพื้นที่ระหว่าง path ทั้งสองไม่มี singularities

ถ้าเราทำให้  $\Gamma$  เข้าใกล้ปลายของรอยบากได้มากขึ้น เราจะสามารถทำให้อินทิกรัลขึ้นอยู่กับ local field เท่านั้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งทำให้ path นั้นเป็น  $\Gamma_2$  ของ smooth ended notch ซึ่ง  $\bar{T} = 0$  ดังนั้น

$$J = \int_{\Gamma_t} Wdy$$

ซึ่งหมายความว่า  $J$  เป็นการวัดค่าเฉลี่ยของความเครียดที่ปลายของรอยบาก ดังนั้นประโยชน์ของการใช้ J-Integral จึงอยู่ที่ความสะดวกในการเลือก integration path ซึ่งทำให้สามารถหาค่าของ  $J$  ได้โดยตรง

### ความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ J, G และ K

ก่อนอื่นเราจะหาความสัมพันธ์ของ J-Integral ในรูปของ U ซึ่งเป็นพลังงานศักย์ต่อความหนาหนึ่งหน่วยในแนวแกน z ซึ่งเมื่อเราพิจารณาว่าปลายของรอยบากได้เคลื่อนที่ไปเป็นระยะทาง da ตามแนวแกน x แล้ว พลังงานศักย์ดังกล่าวที่ลดลงไปเมื่อเทียบกับขนาดของรอยบากจะต้องเท่ากับพลังงานความเครียดที่บริเวณปลายของรอยบาก

$$-\frac{\partial U}{\partial a} = \int_{\Gamma_t} W dy$$

แต่เราได้พิสูจน์ในหัวข้อที่แล้วว่า  $\int_{\Gamma_t} W dy = J$

ดังนั้น  $J = -\frac{\partial U}{\partial a}$

ในการทำงานเดียวกันเราสามารถพิสูจน์ความสัมพันธ์ดังกล่าวสำหรับรอยแตกร้าวได้ด้วยเช่นเดียวกัน (ในกรณีของรอยแตกร้าวต้องสมมติว่ามี path ที่อยู่ใกล้กับปลายของรอยแตกร้าวมาก ๆ)

แต่เนื่องจาก  $\frac{\partial U}{\partial a}$  คือ อัตราการปลดปล่อยพลังงานของวัสดุ หรือ G ดังนั้น

$$J = G$$

และ  $J = \frac{K^2}{E}$  สำหรับกรณีความเค้นระนาบ

$$J = (1 - \nu^2) \frac{K^2}{E}$$
 สำหรับกรณีความเครียดระนาบ

ดังนั้น เกณฑ์ของค่า J-Integral ในการเริ่มต้นของรอยแตกร้าวภายใต้สภาวะความเครียดระนาบคือ

$$J_{IC} = G_{IC} = (1 - \nu^2) \left( \frac{K_{IC}^2}{E} \right)$$

### การหาค่าของ J-Integral และ $J_{IC}$

มีวิธีการต่าง ๆ มากมายในการหาค่า J-Integral และ  $J_{IC}$  ซึ่งเป็นเกณฑ์ของค่า J ในการเริ่มต้นของรอยแตกที่ก้าวภายใต้สภาวะของความเครียดระนาบสำหรับวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้น ทั้งค่าที่แท้จริงและค่าโดยประมาณ โดยทั้งวิธีการคำนวณและวิธีการทดสอบ วิธีการต่าง ๆ เหล่านี้จะขึ้นอยู่กับสมการ

$$J = \int_{\Gamma} (W dy - \bar{T} \cdot \frac{\partial u}{\partial a} ds)$$

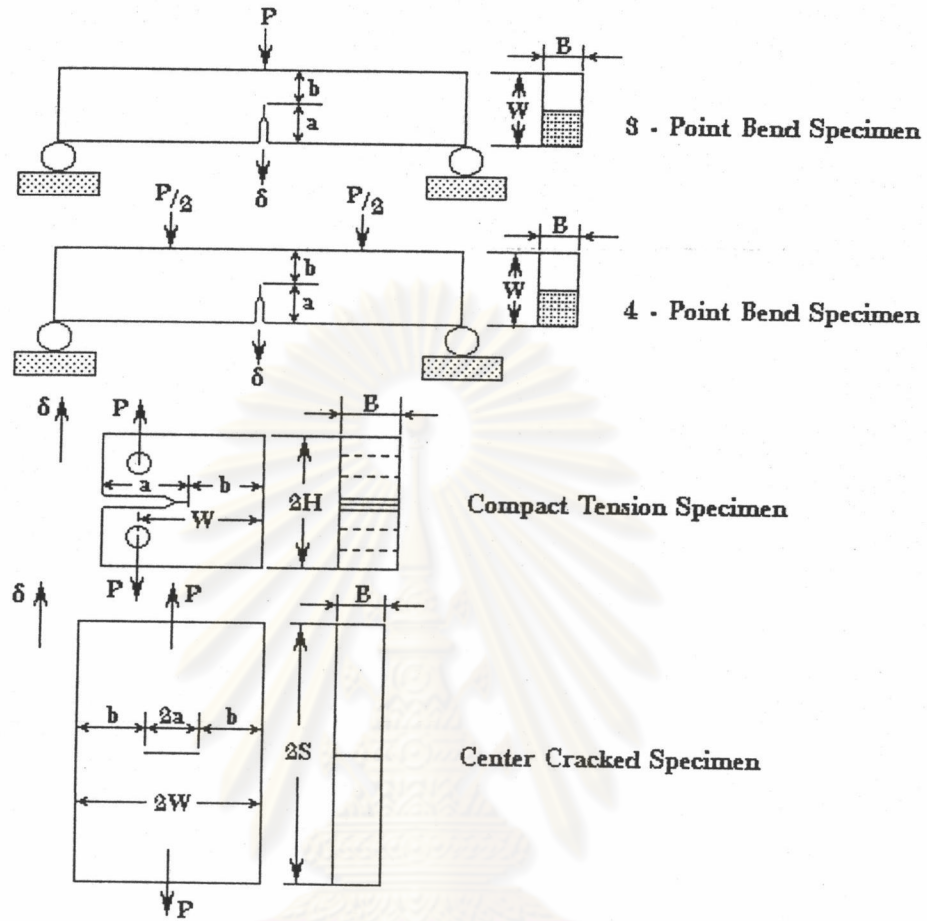
หรือในลักษณะทางกายภาพที่ชัดเจนขึ้นก็คือ

$$J = - \frac{\partial U}{\partial a}$$

ค่าที่แท้จริงของ J หาได้จากทั้งสองสมการดังกล่าว ส่วนค่าโดยประมาณนั้นหาได้จากสมการที่เหมาะสมซึ่งถูกดัดแปลงมาจากสมการ  $J = -\partial U / \partial a$  เราจะกล่าวถึงเฉพาะวิธีการทดสอบเป็นส่วนใหญ่และรวมไปถึงการคำนวณโดยประมาณบางวิธีเท่านั้น

สำหรับชิ้นทดสอบมีได้ 3 แบบ คือ compact tension specimen (CT) , bend bar test specimen และ center notch specimen

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 6.8 แสดงรูปร่างของชิ้นทดสอบแบบต่าง ๆ

**Experimental Method for Accurate J-Integral Determination**

เมื่อชิ้นทดสอบมีความหนา  $B$  คงที่

$$J = -\frac{1}{B} \frac{\partial U}{\partial a}$$

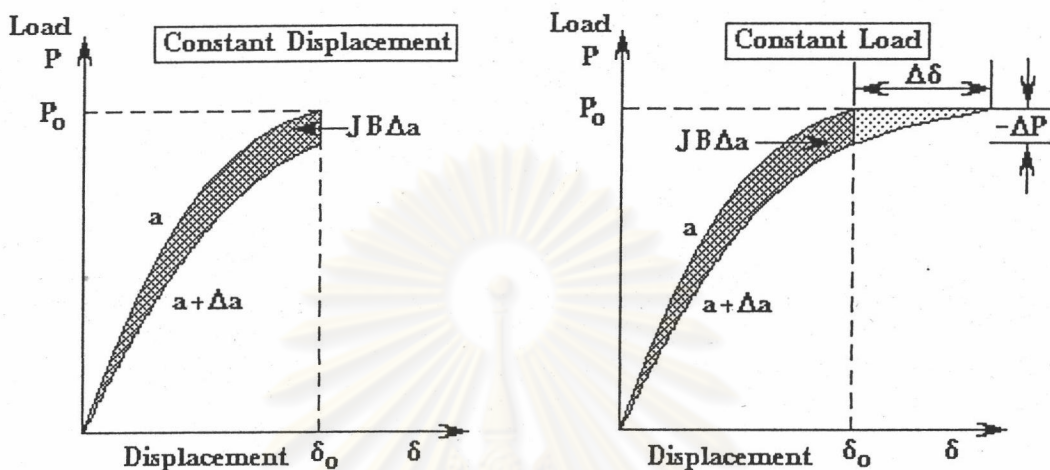
โดยที่

$$U = B \left[ \int_A W dx dy - \int_{\Gamma} \bar{T} \cdot \bar{u} ds \right]$$

ดังนั้น

$$\Delta u = -JB \Delta a$$

ซึ่งค่าดังกล่าวสามารถหาได้จาก  $P - \Delta$  curve ทั้งในกรณีของการเคลื่อนตัวคงที่ (displacement constant) และกรณีของภาระคงที่ (load constant) ดังแสดงในรูปที่ 6.9



รูปที่ 6.9 แสดง  $P-\Delta$  Curve ในกรณีของ constant displacement และ constant load

ในกรณีของ load control นั้น พื้นที่ในสามเหลี่ยมเป็นสมการอนุพันธ์อันดับที่สอง (Second order differential equation) สามารถตัดทิ้งได้

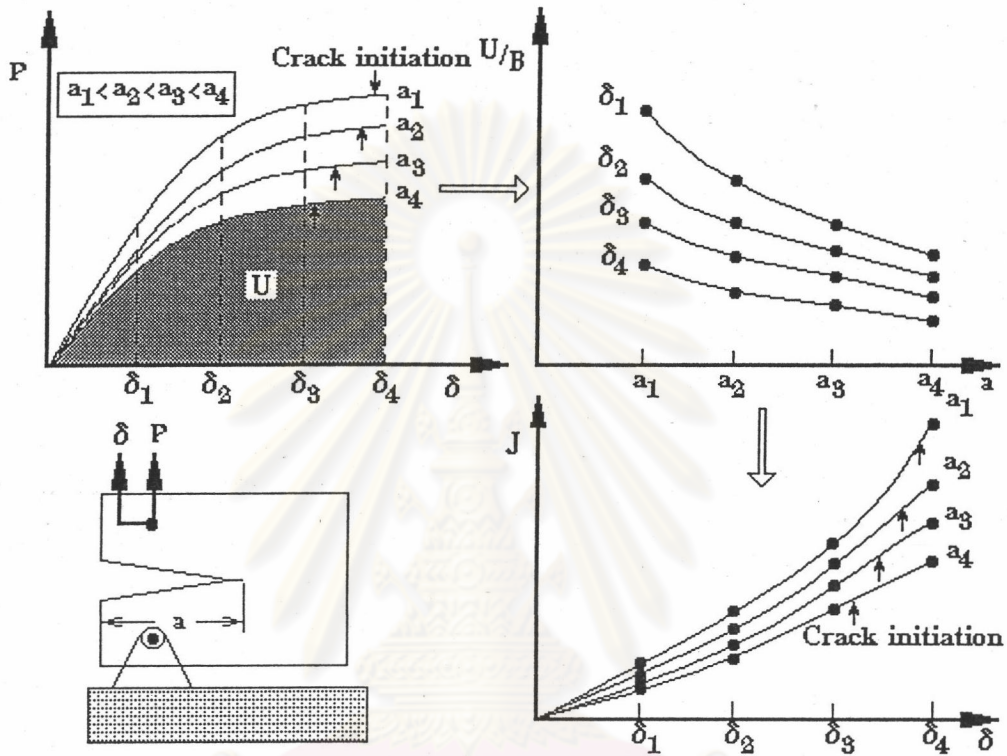
การทดสอบของ Landes และ Begley มีวิธีการดังนี้

1. ให้ภาระดึงแก่ชิ้นทดสอบจนถึงจุดที่รอยแตกเริ่มขยายตัว (crack initiation) แล้วกำหนดจุดดังกล่าวไว้บน  $P-\Delta$  curve
2. ดึงต่อไปจนกระทั่งชิ้นทดสอบแยกออกจากกัน แล้ววัดความยาวของรอยแตก  $\Delta a$  ที่แท้จริง ระวังอย่าทำ unloading ในระหว่างขบวนการ loading เพราะในวัสดุแบบยืดหยุ่นไม่เป็นเชิงเส้น (non-linear material) การเสียรูปในช่วงพลาสติกจะกลับคืนตัวไม่ได้

โดยทำการทดสอบเพื่อให้ได้  $P-\Delta$  curve สำหรับชิ้นทดสอบที่มีความยาวรอยแตก  $\Delta a$  ต่างกันหลาย ๆ ค่า และสามารถหาค่าของ J-Integral ได้โดยวิธีต่อไปนี้

1. จากค่าการเคลื่อนตัว (displacement)  $\delta$  ค่าหนึ่ง พื้นที่ภายใต้  $P-\delta$  curve จะเป็น pseudo potential energy ที่ค่าของการเคลื่อนตัวนั้น นำเอาพลังงานเหล่านี้มาเขียนเป็นกราฟโดยให้

อยู่ในรูปของ  $U/B$  เทียบกับความยาวรอยแตก  $a$  สำหรับในกรณีที่  $\delta$  มีค่าคงที่ ดังแสดงในรูปที่ 6.10



รูปที่ 6.10 แสดงขั้นตอนการสร้าง J- $\delta$  Curves

2. จาก 
$$J = -\frac{1}{B} \frac{\partial U}{\partial a}$$

หมายถึง พื้นที่ของ P- $\delta$  curve ของขนาดรอยแตก  $a$  ที่อยู่ใกล้กัน หรือความชันที่เป็นลบของ U/B เทียบกับ  $a$  ที่  $\delta$  คงที่ ดังนั้นเราสามารถเขียนกราฟของ J เทียบกับ  $\delta$  ได้

3. ค่า  $J_{IC}$  หาได้จาก P- $\delta$  curves ของแต่ละความยาวรอยแตกตรงจุดที่รอยแตกเริ่มขยายตัว จาก P- $\delta$  curves

เมื่อหาค่า  $J_{IC}$  ได้แล้วเราต้องกลับมาทดสอบเงื่อนไขความเค้นระนาบของชั้นทดสอบ โดยใช้ความสัมพันธ์

$$\frac{(a, B \text{ or } W - a)_{\min}}{J_{IC} / \sigma_{\text{flow}}} \geq 2.5$$

เมื่อ  $\sigma_{\text{flow}}$  แทน ค่าเฉลี่ยระหว่างความต้านแรงดึงครากและความต้านแรงดึงสูงสุด

### Experimental Method for Approximated J-Integral Determination

ที่ได้กล่าวมาในหัวข้อที่แล้วนั้นเป็นวิธีการของ Begley และ Landes ใช้สำหรับหาค่าที่แท้จริงของ J-Integral แต่เป็นวิธีการที่ต้องใช้เวลาและค่าใช้จ่ายสูง เพราะต้องใช้ชั้นทดสอบจำนวนหลายชั้น ดังนั้นจะเป็นการได้เปรียบอย่างมากถ้าเราสามารถหา J -  $\delta$  curve และค่า  $J_{IC}$  ได้จากชั้นทดสอบเพียงชั้นเดียว วิธีการนี้ได้ถูกพัฒนาขึ้นโดย Rice และคนอื่น ๆ โดยมีพื้นฐานอยู่บนสมการ

$$J = -\frac{1}{B} \frac{\partial U}{\partial a}$$

จากชั้นทดสอบที่มีความยาวของรอยแตกแล้ว  $a/W \geq 0.6$  Rice ได้เสนอสมการนี้จาก J- $\delta$  curve ดังนี้

$$J = \frac{2A}{Bb}$$

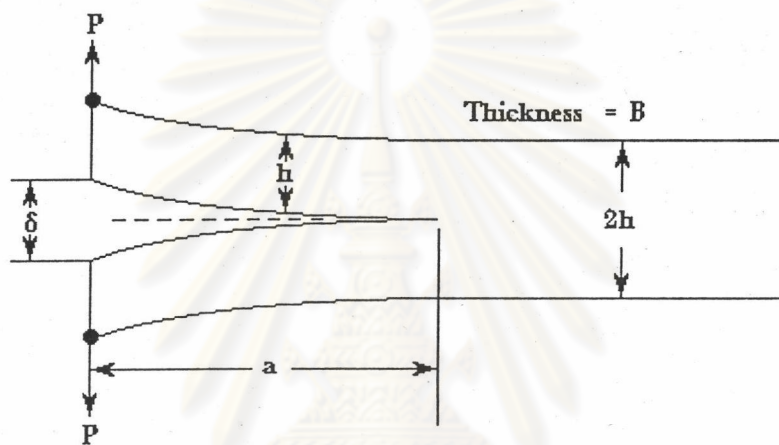
เมื่อ

- A แทน พื้นที่ภายใต้ J- $\delta$  curve จนถึงค่า  $\delta$  ที่ต้องการ
- B แทน ความหนา
- b แทน uncracked ligament , (W-a)

### Approximate Analytical Method for J-Integral Estimation

ต่อไปนี้จะกล่าวถึงสมมติฐานของ Rice ในการหา  $J - \delta$  curve โดยประมาณการจาก C(T)-specimen เพื่อนำไปหาค่า J-Integral ต่อไป

Rice สมมติว่า C(T)-Specimen ก็คือ กานแบบยื่น (cantilever beam) 2 ตัวมาต่อกัน ดังแสดงในรูปที่ 6.11



รูปที่ 6.11 แสดง Double Cantilever Beam Specimen

ดังนั้นการใช้ทฤษฎีพื้นฐานของกำลังวัสดุ Rice ได้

$$\delta = \frac{8Pa^3}{BEh^3}$$

ซึ่งทำให้ได้  $J - \delta$  curve เป็นเส้นตรง

และจาก

$$U = \frac{1}{2} P\delta = \frac{\delta^2 BEh^3}{16a^3}$$

ดังนั้น เมื่อ

$$J = -\frac{1}{B} \frac{\partial U}{\partial a}$$

จะได้ผลลัพธ์ว่า

$$J = \frac{3Eh^3}{16a^4} \delta^2$$



### สรุปผลการค้นหาแนวทางในการทดสอบหาค่า $K_{IC}$

จากที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้นทั้งหมดสรุปได้ว่า เราสามารถทำการทดสอบ J-Integral เพื่อหา  $J_{IC}$  ได้จากการทดสอบตามมาตรฐานวิธีการทดสอบของ ASTM E813 “Standard Test Method for  $J_{IC}$ , A Measurement of Fracture Toughness) แล้วแปลงค่า  $J_{IC}$  ที่ได้ไปเป็น  $K_{IC}$  โดยใช้ความสัมพันธ์ของ LEFM ดังนี้

$$K_{IC} = \sqrt{\frac{EJ_{IC}}{1-\nu^2}}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย