

บทที่ 2

กลศาสตร์การแตกหักแบบยืดหยุ่นเชิงเส้น

การวิเคราะห์ผลของความหนาขึ้นทดสอบต่อการทดสอบความต้านทานในการแตกร้าว ภายใต้สภาวะความเครียดระนาบของท่อเหล็ก ASME SA-335 Gr P22 ในบทนี้ได้กล่าวถึง ทฤษฎีรอยแตกร้าวของ Griffith ความสัมพันธ์ระหว่าง G และ K เกณฑ์การแตกหักของวัสดุ ขนาดของบริเวณพลาสติกที่ปลายของรอยแตกร้าว ความเค้นระนาบและความเครียดระนาบ และ ลักษณะการเกิดและแพร่ขยายตัวของรอยแตกร้าวในขึ้นทดสอบ ตามลำดับ

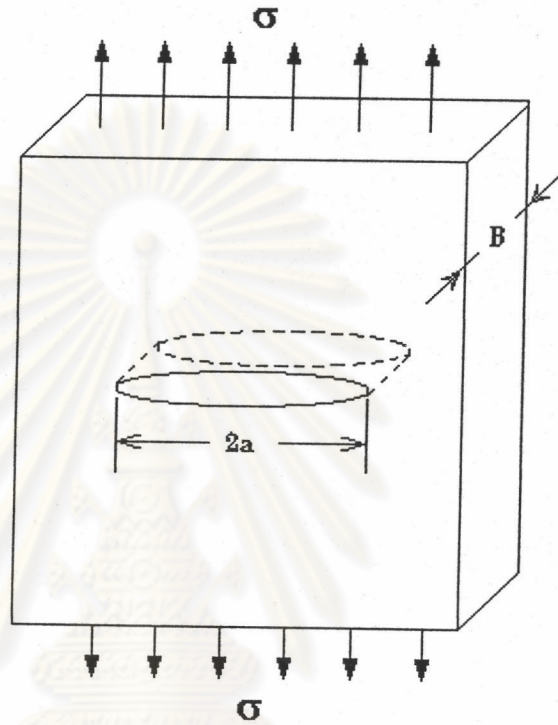
ทฤษฎีรอยแตกร้าวของ Griffith

ขบวนการแตกร้าวของวัตถุทั่วไปอาจพิจารณาได้ว่ามี 2 ขั้นตอน คือ การเริ่มต้นเกิดของรอยแตกร้าว (crack initiation) และการแพร่ของรอยแตกร้าว (crack propagation) ซึ่งแต่ละขั้นตอนนี้จะมีเงื่อนไขที่เป็นจุดวิกฤตของมันอยู่ เมื่อรอยแตกร้าวเริ่มเกิดขึ้นมาแล้วอาจจะไม่แพร่ขยายตัวต่อไปก็ได้ทราบใดที่ไม่มีมีการเปลี่ยนแปลงของภาระภายนอก ในขณะที่เดียวกันรอยแตกร้าวดังกล่าวอาจแพร่ขยายตัวอย่างรวดเร็วจนเกิดความเสียหายขึ้นได้โดยที่ภาระไม่เปลี่ยนแปลง (unstable crack growth)

เกณฑ์อันหนึ่งที่มีชื่อเสียงมากเกี่ยวกับการเริ่มต้นแพร่ขยายตัวของรอยแตกร้าวก็คือ energy fracture criterion ของ A.A. Griffith (1920) ส่วนอีกทฤษฎีหนึ่งเป็น force criterion ของ G.R. Irwin (1957) ซึ่งได้ผลเหมือนกับของ Griffith

แนวความคิดของเกณฑ์ดังกล่าวคือ ในวัตถุยืดหยุ่น (elastic body) หนึ่งที่มีรอยแตกร้าวอยู่ก่อนแล้ว การขยายตัวของรอยแตกร้าวดังกล่าว ก็คือการเพิ่มพื้นที่ผิวของรอยแตกร้าวนั่นเอง ซึ่งในกรณีนี้จำเป็นต้องใช้พลังงานเท่ากับพลังงานที่จำเป็นต้องใช้ในการคงรูปของวัตถุที่บริเวณด้านหน้าของรอยแตกร้าวเหล่านั้น การสมดุลจะต้องเกิดขึ้นเมื่อรอยแตกร้าวขยายตัวไประหว่างการลดลงของพลังงานศักย์ (potential energy) ซึ่งเกี่ยวข้องกับการคายพลังงานยืดหยุ่นและงานจากภาระภายนอก และการเพิ่มของพลังงานผิว (surface energy) เนื่องมาจากการขยายตัวของรอยแตกร้าวดังกล่าว

Griffith ได้พิจารณาความสัณฐานดังกล่าจากแผ่นเรียบขนาดใหญ่ (infinite plate) หนาเท่ากับ B มีรอยแตกยาว $2a$ และมีแรงกระทำในแนวตั้งฉากกับรอยแตกทำให้เกิดความเค้น σ ดังแสดงในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 แสดง infinite plate มีรอยแตกยาว $2a$ รับความเค้นแบบกระจายสม่ำเสมอ

ปริมาณของพลังงานพิวดังกล่าวคือ ผลคูณระหว่างผิวของรอยแตกยาวทั้งหมด ($4aB$) กับพลังงานพิวจำเพาะ γ_s ที่มีหน่วยเป็นงานต่อพื้นที่ Griffith กำหนดการลดลงของพลังงานศักย์ได้เท่ากับ

$$\frac{\pi a^2 \sigma^2 B}{E}$$

ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์ของแผ่นเรียบขนาดใหญ่ที่เกี่ยวข้องกับการเกิดของรอยแตกจะมีความเป็น

$$U - U_0 = -\frac{\pi a^2 \sigma^2 B}{E} + 4aB\gamma_s$$

เมื่อ

U แทน พลังงานศักย์ของแผ่นที่มีรอยแตกร้าว

U_0 แทน พลังงานศักย์ของแผ่นที่ไม่มีรอยแตกร้าว

ดังนั้น

$$U = 4aB\gamma_s - \frac{\pi a^2 \sigma^2 B}{E} + U_0$$

เงื่อนไขของการสมดุลได้จากการหาอนุพันธ์ของ U เทียบกับ a แล้วให้เท่ากับศูนย์

$$\frac{\partial U}{\partial a} = 4\gamma_s B - \frac{2\pi a \sigma^2 B}{E} = 0$$

ดังนั้น $2\gamma_s = \frac{\pi a \sigma^2}{E}$ ซึ่งเป็นเงื่อนไขของการสมดุล

เมื่อเราหาอนุพันธ์อันดับสอง พบว่า

$$\frac{\partial^2 U}{\partial a^2} = -\frac{4\pi \sigma^2 B}{E} < 0$$

ซึ่งมีเครื่องหมายเป็นลบเสมอ แสดงให้เห็นว่าการสมดุลดังกล่าวเป็นแบบ unstable นั่นคือ รอยแตก ร้าวจะเติบโตขึ้นเสมอ

Griffith ได้แสดงให้เห็นต่อไปอีกว่า

$$\sigma = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a}}$$

สำหรับกรณีความเค้นระนาบ

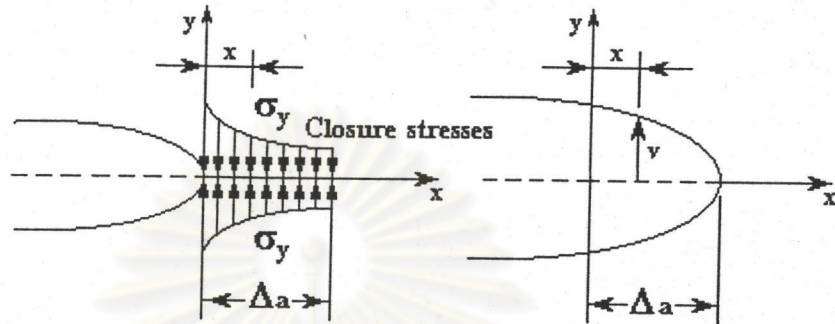
และ

$$\sigma = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a(1 - \nu^2)}}$$

สำหรับกรณีความเค้นระนาบ

ต่อมา Irwin ได้พิจารณาความสัมพันธ์ของ Griffith สำหรับวัสดุที่มี plastic deformation โดยพิจารณาจากเทอมที่เป็นแหล่งของพลังงาน คือ $\partial U / \partial a$ ซึ่งให้เท่ากับ G Irwin ได้ทำ

การคำนวณโดยสมมติว่าที่ขอบของรอยแตกมีรอยตัดยื่นออกไปและถูกกระทำด้วยความเค้น ดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 แสดงการเคลื่อนที่ของรอยแตกยาวไปบนผิวของรอยตัดในจินตนาการ

เมื่อรอยตัดนี้เคลื่อนที่ไปผิวของมันก็จะแยกออกจากกัน ทำให้เกิดงานที่ได้จากแรง $\sigma_y dx$ กับการเคลื่อนตัว (displacement) v ซึ่งจะได้

$$G = \frac{\partial U}{\partial a} = - \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta a} \int_0^{\Delta a} 2\sigma_y v dx$$

โดยการแทนค่า σ_y และ v Irwin ได้สมการว่า

$$\sigma = \sqrt{\frac{EG}{\pi a}}$$

สมการนี้เป็นสมการที่สำคัญมากสมการหนึ่งในทางกลศาสตร์การแตกหัก สัญลักษณ์ G เรียกว่า อัตราการปลดปล่อยพลังงาน (energy release rate หรือ crack driving force) และจะพบว่า

$$G = 2(\gamma_s + \gamma_p)$$

เมื่อ γ_p แทน plastic deformation energy ซึ่ง $\gamma_p \gg \gamma_s$

Orowan เป็นอีกผู้หนึ่งที่ได้ดัดแปลงสมการของ Griffith และนำค่า γ_p เข้ามาใช้ และทำให้

$$\sigma = \sqrt{\frac{2E(\gamma_s + \gamma_p)}{\pi a}} = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a} \left(1 + \frac{\gamma_p}{\gamma_s}\right)}$$

เมื่อ $\gamma_p \gg \gamma_s$ จะได้

$$\sigma \approx \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a} \left(\frac{\gamma_p}{\gamma_s}\right)}$$

จะเห็นว่าสมการของ Orowan นี้ได้รวมเอา plastic work ที่เกิดขึ้นในวัสดุเข้ามาพิจารณาด้วย

ความสัมพันธ์ระหว่าง G และ K

พารามิเตอร์ทั้งสองตัวนี้ล้วนแล้วแต่ใช้อธิบายพฤติกรรมการแตกร้าวของวัสดุแบบยืดหยุ่นเชิงเส้น โดย G (อัตราการปลดปล่อยพลังงาน) จะเป็นตัวบอกถึงปริมาณของอัตราการเปลี่ยนแปลงของพลังงานศักย์ที่เกิดขึ้นขณะรอยแตกร้าวเริ่มยาวขึ้น และ K (ตัวประกอบความเข้มของความเค้น) จะบอกถึงสถานะต่าง ๆ ของความเค้น ความเครียด และการเคลื่อนตัว (displacement) ในบริเวณใกล้กับปลายของรอยแตกร้าว (Anderson. 1991 : 81)

จากการวิเคราะห์ของ Irwin ในหัวข้อที่แล้วได้สมการ (Anderson. 1991 : 83)

$$G = \frac{2}{\Delta a} \int_0^{\Delta a} \frac{\sigma_y}{2} v dx$$

ถ้าเราแทนค่า σ_y ด้วย $\sigma_y = \frac{K}{\sqrt{2\pi x}}$

และ
$$v = \frac{4(1-v^2)}{E} K \sqrt{\frac{\Delta a - x}{2\pi}}$$

ที่ $\theta = 0$ และ $\theta = 2\pi$ $r = \Delta a - x$ จะได้

$$G = \frac{2K^2}{\Delta a E \pi} \int_0^{\Delta a} \sqrt{\frac{\Delta a - x}{x}} dx$$

จะเห็นว่าสมการนี้ยังใช้งานไม่ได้เพราะ K เปลี่ยนแปลงได้ตาม Δa แต่เมื่อพิจารณาที่ $\lim \Delta a \rightarrow 0$ เราจะสามารถอินทิเกรตได้ดังนี้

$$G = \frac{K^2}{E} \quad \text{สำหรับกรณีความเค้นระนาบ}$$

$$G = \frac{K^2}{E} (1-v^2) \quad \text{สำหรับกรณีความเค้นระนาบ}$$

เกณฑ์การแตกหักของวัสดุ

จากการพบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น K ในบริเวณสนามความเค้น และค่าอัตราการปลดปล่อยพลังงาน G จากแนวความคิดทางพลังงาน เราสามารถตั้งเกณฑ์สำหรับการแพร่ขยายตัวของรอยแตกไว้ขึ้นได้ 2 แบบด้วยกันคือ

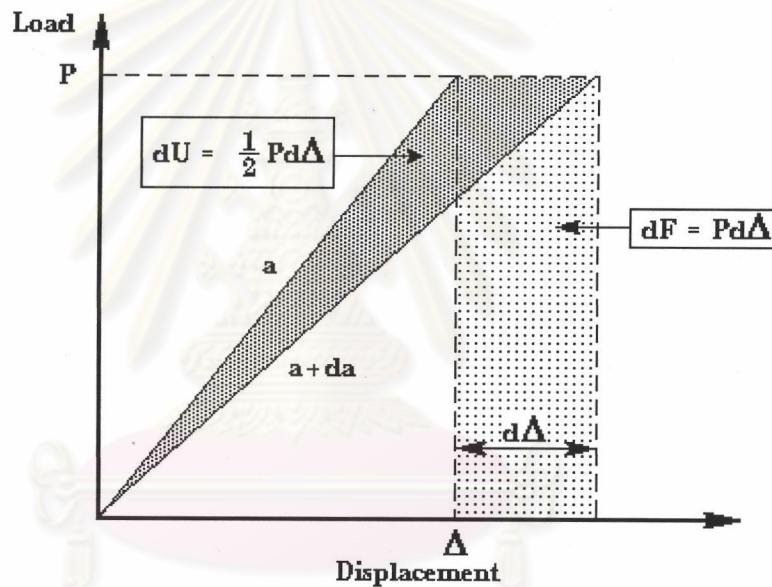
1. เมื่ออัตราการปลดปล่อยพลังงาน G มีค่าถึงค่าวิกฤต G_c
2. เมื่อค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น K มีค่าถึงค่าวิกฤต K_c

ต่อไปจะแยกพิจารณาค่าวิกฤตเหล่านี้ที่สะท้อนถึงลักษณะและคุณสมบัติของมัน ส่วนวิธีการต่าง ๆ ในการหาค่าวิกฤตเหล่านี้จะได้พิจารณาในภายหลัง

การวิเคราะห์อัตราการผลิตพลังงาน

จากสมการของ Irwin ที่จุด instability อัตราการผลิตพลังงานจะถึงค่าวิกฤต G_c การแตกหักของวัสดุจะเริ่มขึ้น ค่าวิกฤต G_c นี้เป็นพารามิเตอร์ของวัสดุตัวหนึ่งและสามารถหาค่าได้จาก การทดสอบ

เราลองพิจารณาวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้นถูกกระทำด้วยแรงคงที่ P และมีรอยแตกยาว a ดังแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 แสดง $P-\Delta$ Curve ในกรณี Load controlled

พลังงานศักย์ของวัตถุ Π คือ

$$\Pi = U - F$$

เมื่อ

U แทน พลังงานความเครียดที่วัสดุยืดหยุ่นดูดกลืนเก็บไว้

F แทน งานที่เกิดเนื่องจากแรง P

ในกรณีที่มีแรง P คงที่ (load controlled)

$$F = P\Delta$$

และ

$$U = \int_0^{\Delta} Pd\Delta = \frac{P\Delta}{2}$$

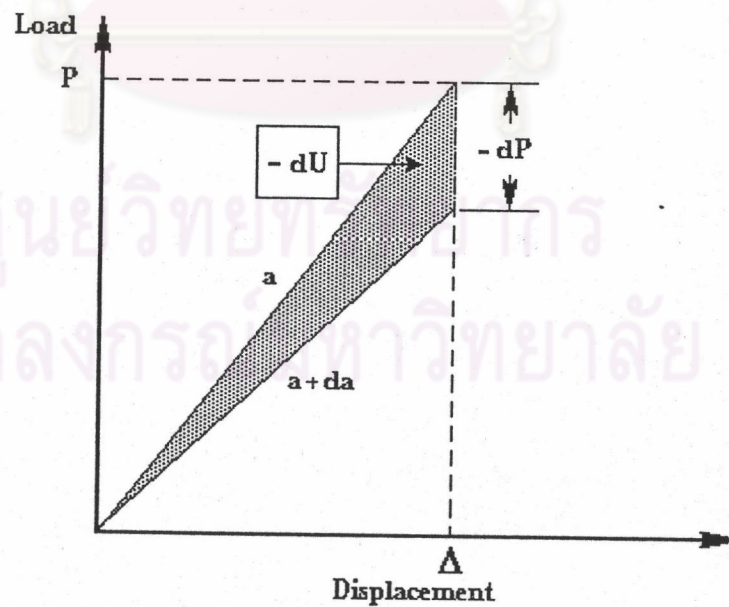
เพราะฉะนั้น

$$\Pi = -U$$

และ

$$G = \frac{1}{B} \left(\frac{dU}{da} \right)_P = \frac{P}{2B} \left(\frac{d\Delta}{da} \right)_P$$

ในกรณีที่ Δ คงที่ (displacement controlled) ดังแสดงในรูปที่ 2.4 $F = 0$ และ $\Pi = U$



รูปที่ 2.4 แสดง $P-\Delta$ Curve ในกรณี Displacement controlled

ดังนั้น

$$G = -\frac{1}{B} \left(\frac{dU}{da} \right)_{\Delta} = -\frac{\Delta}{2B} \left(\frac{dP}{da} \right)_{\Delta}$$

ซึ่งเป็นค่าเดียวกัน และหมายความว่า G ไม่ขึ้นอยู่กับชนิดของ load controlled หรือ displacement controlled ที่จุด instability การรวมกันของแรง การเคลื่อนตัว และ stiffness จะทำให้ G มีค่าถึงค่าวิกฤต

$$G_C = \frac{P_{\max}^2}{2B} \frac{dC}{da}$$

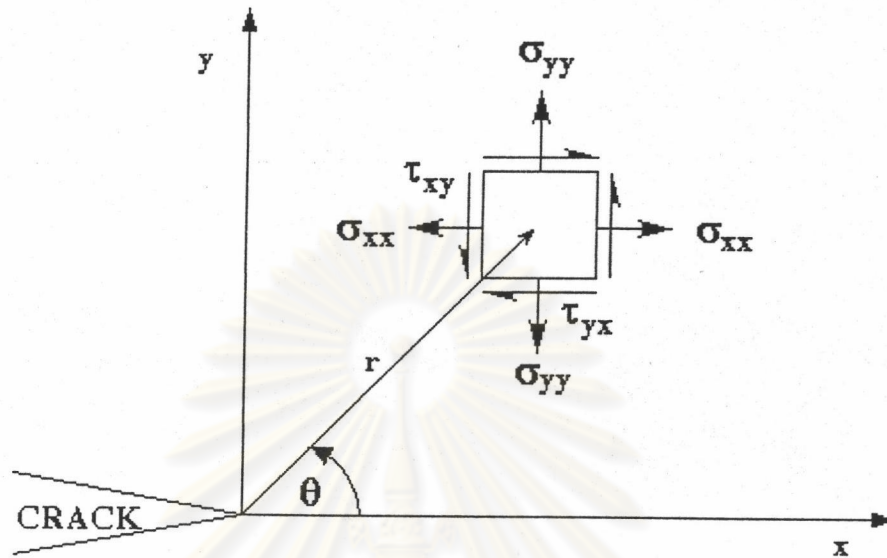
เมื่อ

$$C = \frac{\Delta}{P}$$

เมื่อ C เป็น compliance ซึ่งเป็นส่วนกลับของ stiffness ของวัตถุยืดหยุ่นที่ขึ้นกับขนาดของรอยแตก ร้าว ดังนั้นในทันทีที่เราหาค่าความสัมพันธ์ของ compliance ต่อความยาวรอยแตก ร้าว สำหรับรูปร่างของชิ้นทดสอบที่กำหนดให้ได้ และทราบแรงในขณะที่เกิดการแตก ร้าว โดยที่จะต้องพยายามให้เกิดการเสียรูปในช่วงพลาสติกตรงปลายของรอยแตก ร้าว น้อยที่สุด เราจะสามารถคำนวณหา G_C ได้ (Anderson. 1991 : 50-55)

ความต้านทานในการแตก ร้าว (fracture toughness)

Irwin ได้ใช้สมการของ Westergaard แสดงว่าความเค้นที่บริเวณรอบ ๆ ปลายรอยแตก ร้าวขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์เพียง 2 ตัว คือ r และ θ ดังแสดงในรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 แสดงองค์ประกอบของความเค้นที่กระทำต่อเอลิเมนต์เล็ก ๆ บริเวณหน้ารอยแตก

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right]$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right]$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$

$$\sigma_{zz} = \begin{cases} 0 & \text{for plane stress} \\ \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) & \text{for plane strain} \end{cases}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

ความแตกต่างระหว่างวัตถุที่มีรอยแตกยาว 2 ซี่น ถูกกำหนดโดยค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น K เท่านั้น ดังนั้น K จึงเป็นค่าที่สำคัญค่าหนึ่งในการกำหนดระดับของความเค้นที่ปลายของรอยแตก และจากสมการของ Westergaard เราอาจสรุปได้ว่า

$$K = f(\sigma, a)$$

ซึ่งหมายความว่า K เป็นฟังก์ชันของรูปลักษณะของ cracked component และลักษณะของภาระที่กระทำเท่านั้น การหาค่าของ K โดยวิธีการอื่น ๆ รวมทั้งโดยการทดสอบซึ่งนอกเหนือไปจากฟังก์ชันความเค้นของ Airy (Airy stress function) ที่ใช้โดย Westergaard จะได้กล่าวถึงในภายหลัง

ถ้าเราลองเปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น K (stress intensity factor) กับค่าตัวประกอบความเค้นหนาแน่น K_t (stress concentration factor) จะพบว่า ในขณะที่ K_t พิจารณาตั้งแต่เฉพาะเทอมทางเรขาคณิต (รูปร่าง ความยาวของรอยแตกกร้าว และ notch root radius) เท่านั้น ค่า K จะรวมทั้งการพิจารณาเทอมทางเรขาคณิตและระดับของความเค้น ดังนั้นค่า K จะให้ข้อมูลได้มากกว่า K_t

ค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้นมากที่สุดที่อาจทำให้เกิดความเสียหายได้นั้น เราเรียกว่า ความต้านทานในการแตกกร้าว K_c (fracture toughness)

พฤติกรรมของตัวประกอบความเข้มของความเค้นและความต้านทานในการแตกกร้าว นั้นคล้ายคลึงกับพฤติกรรมของความเค้น (stress) และความต้านแรง (strength) กล่าวคือ วัสดุสามารถรับระดับของความเค้นได้หลายระดับ ทั้งนี้แล้วแต่ลักษณะของภาระที่กระทำและรูปร่างของวัตถุ แต่อย่างไรก็ตามวัตถุจะเกิดการเกิดเสียหายในช่วงพลาสติกเมื่อความเค้นที่เกิดขึ้นในวัตถุมีระดับเกินค่าความต้านแรงคราก และจะเกิดความเสียหายขึ้นเมื่อเกินระดับของความต้านแรงสูงสุด ในทำนองเดียวกัน ตัวประกอบความเข้มของความเค้นจะเปลี่ยนไปตามความยาวของรอยแตกกร้าวและระดับของภาระที่กระทำ แต่จะมีเพียงค่าเดียวที่ทำให้เกิดความเสียหายขึ้นได้ ซึ่งก็คือ fracture toughness นั้นเอง

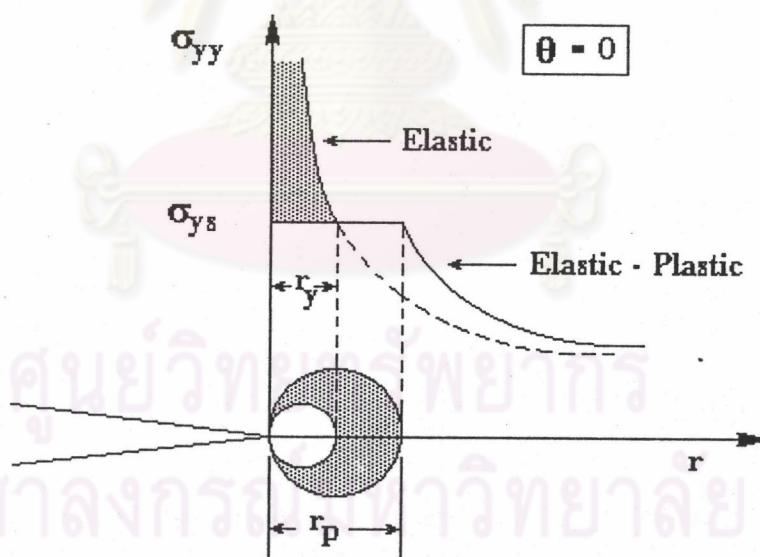
สุดท้ายที่ควรจะทราบก็คือ หน่วยของ K ซึ่งมีหน่วยเป็น $FL^{-3/2}$ เช่น $MN/m^{3/2}$ หรือนิยมเขียนเป็น $MPa m^{1/2}$ ในขณะที่หน่วยของ G เป็น FL เช่น MN/m หรือนิยมใช้เป็น J/m^2 (งานต่อหน่วยพื้นที่)

ขนาดของบริเวณพลาสติกที่ปลายของรอยแตกร้าว

บนระนาบของรอยแตกร้าว $\theta = 0$ ความเค้นตั้งฉาก σ_{yy} ในวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้น คือ

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}$$

จะเห็นว่าที่ระยะ r เข้าใกล้ศูนย์หรือบริเวณใกล้กับปลายรอยแตกร้าวมาก ๆ นั้น σ_{yy} จะมีค่าสูงมากจนเข้าใกล้ค่าอนันต์ ซึ่งในความเป็นจริงแล้วไม่ได้เป็นเช่นนี้ เนื่องจากว่าวัสดุจะต้องเกิดการครากขึ้นเมื่อ σ_{yy} มีค่าเท่ากับความต้านแรงดึงครากของวัสดุ σ_{ys} และจะเกิดบริเวณพลาสติกขึ้นดังแสดงในรูปที่ 2.6

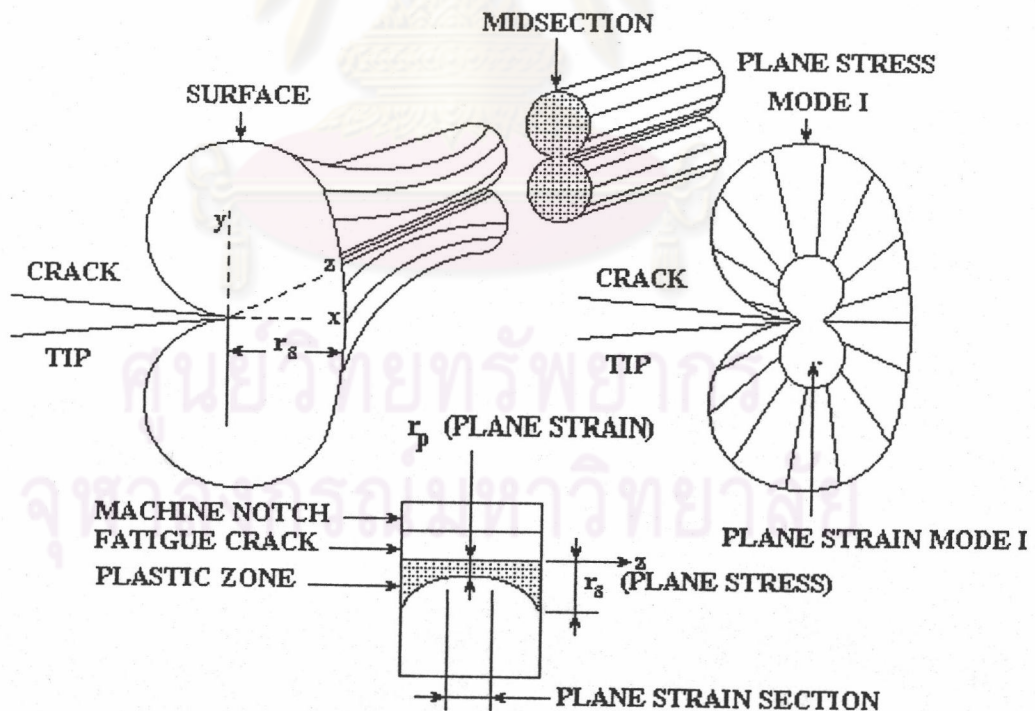


รูปที่ 2.6 แสดงขนาดของบริเวณพลาสติกในกรณีความเค้นระนาบและความเค้นเฉือนระนาบ

เราสามารถประมาณขนาดของบริเวณพลาสติก r_y ได้ดังนี้

$$r_y = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^2 & \text{for plane stress} \\ \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^2 & \text{for plane strain} \end{cases}$$

บริเวณพลาสติกตรงส่วนหน้าของปลายรอยแตกในตัวในชิ้นทดสอบที่มีความหนา มาก ๆ จะเกิดสภาวะความเค้นระนาบตรงกลางของความหนาและจะเกิดสภาวะความเค้นระนาบที่บริเวณ ผิวด้านนอก ดังแสดงในรูปที่ 2.7 ซึ่งจะเห็นว่าขนาดของบริเวณพลาสติกในกรณีของความเค้นระนาบ จะมิตขนาดเล็กลงกว่าในกรณีของความเค้นระนาบถึง 3 เท่า (Barsom, 1977 : 55 - 57)



รูปที่ 2.7 แสดงขนาดของบริเวณพลาสติกด้านหน้าของปลายรอยแตกในตัว

Irwin ได้รวมผลของบริเวณพลาสติกที่เกิดขึ้นเข้ากับการคำนวณค่าตัวประกอบความเข้มของความเค้น K โดยถือว่า ขนาดของบริเวณพลาสติกในสภาวะความเค้นระนาบมีผลเหมือนรอยแตกร้าวอีกรอยหนึ่ง a_{eff} (effective crack) และจะต้องปรับแก้ K เป็น K_{eff} ดังนั้นจึงกำหนดให้ a_{eff} เป็นผลรวมของความยาวรอยแตกร้าวจริงกับบริเวณพลาสติกที่เกิดขึ้นในสภาวะความเค้นระนาบดังนี้

$$a_{\text{eff}} = a + r_y$$

และ

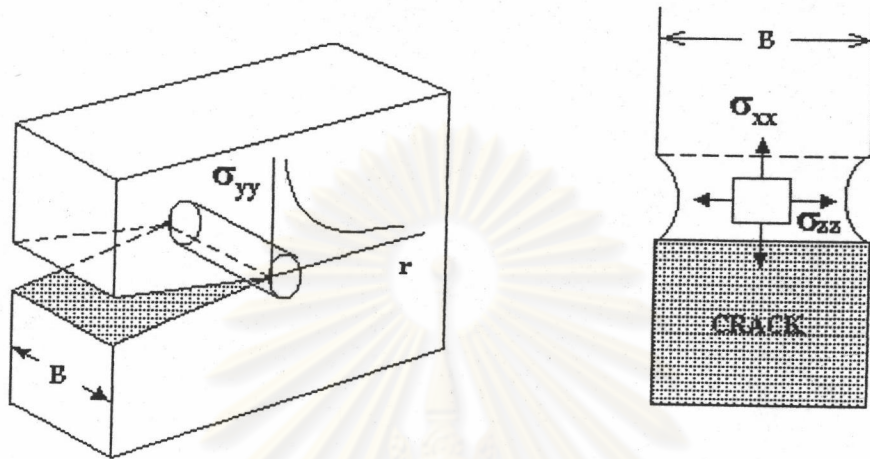
$$K_{\text{eff}} = \sigma \sqrt{\pi a_{\text{eff}}} f(a_{\text{eff}})$$

เมื่อ $f(a_{\text{eff}})$ คือ ตัวคูณปรับแก้ผลเนื่องจากรูปร่าง

ความเค้นระนาบและความเค้นเครียดระนาบ

การวิเคราะห์ปัญหาทางด้านกลศาสตร์การแตกร้าวโดยทั่วไปจะเป็นแบบ 2 มิติ นั่นคือ จะต้องสมมติให้ความเค้นหลักหรือความเครียดหลักตัวใดตัวหนึ่งเป็นศูนย์ ซึ่งจะตรงกับกรณีความเค้นระนาบและกรณีความเครียดระนาบ ตามลำดับ

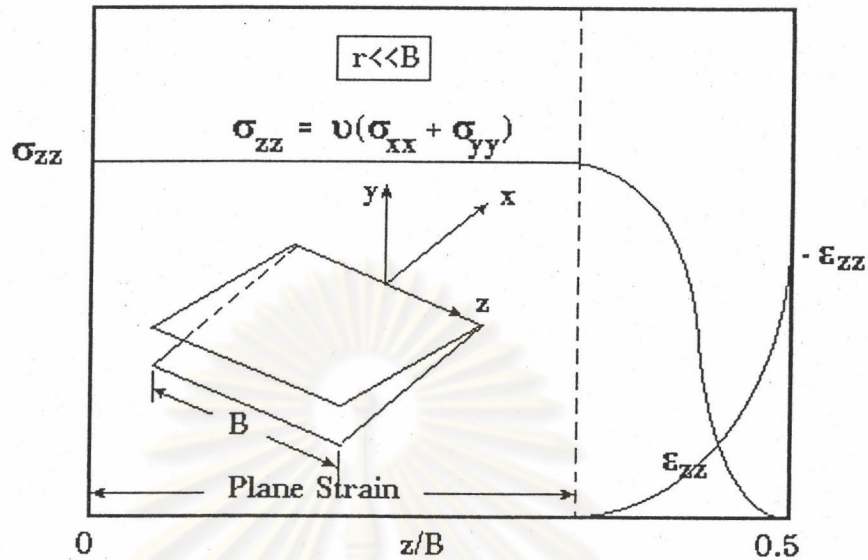
พิจารณาแผ่นเรียบดังแสดงในรูปที่ 2.8 มีความหนา B และมีรอยร้าวยาว a รับแรงดึงในทิศทางตั้งฉากกับระนาบของรอยร้าว



รูปที่ 2.8 แสดงลักษณะการยืดหยุ่นที่ปลายรอยแตกร้าว

สมมติว่าขณะนี้แผ่นเรียบอยู่ในสภาวะความเค้นระนาบ วัสดุที่อยู่ในบริเวณใกล้กับปลายรอยแตกร้าวจะรับความเค้นสูงมากกว่าบริเวณที่อยู่ห่างออกมา ดังนั้นวัสดุในบริเวณแถวนี้ จะพยายามหดตัวในทิศทางแกน x และ z แต่เนื่องจากว่าวัสดุที่อยู่รอบ ๆ ได้รับความเค้นในระดับต่ำกว่า ดังนั้นมันจะทำหน้าที่เป็น constraint ป้องกันไม่ให้บริเวณที่รับความเค้นสูงกว่าหดตัวได้ จึงทำให้เกิดสภาวะความเค้นแบบสามแกนขึ้น (triaxial stress) และยิ่งถ้าบริเวณพลาสติก r_y มีขนาดน้อยกว่าความหนา B มาก ๆ จะเกิดสภาวะความเครียดระนาบขึ้นในบริเวณกึ่งกลางความหนา นั่นคือ จะไม่มีการหดตัวหรือ $\epsilon_{zz} = 0$ ในขณะเดียวกันนั้น วัสดุที่บริเวณผิวซึ่งไม่มีความเค้นตั้งฉากกระทำ นั่นคือ $\sigma_{zz} = 0$ วัสดุจะอยู่ในสภาวะความเค้นระนาบและจะเกิดการหดตัวในทิศทางแกน x และ z ดังแสดงในรูปที่ 2.8

พิจารณารูปที่ 2.9 ซึ่งแสดงการแปรผันของความเค้นและความเครียดที่ปลายรอยร้าวในทิศทางแกน z และสมมติว่าเกิดบริเวณพลาสติก r_y น้อยกว่าความหนา B มาก ๆ



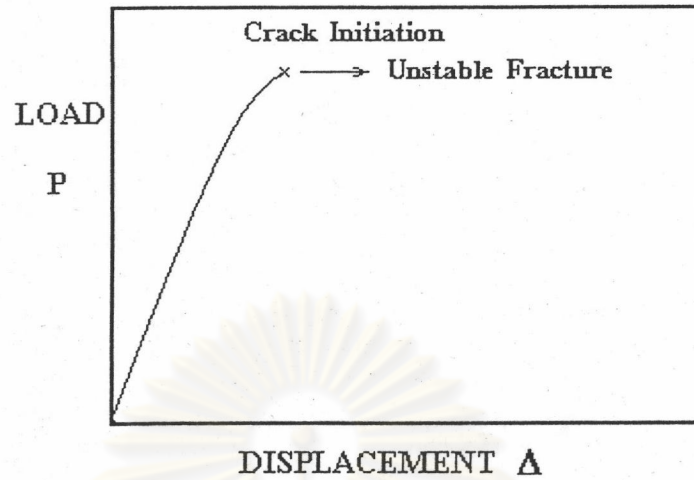
รูปที่ 2.9 แสดงความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดที่ปลายรอยแตกร้าวในทิศทางแกน z

จะเห็นว่า ที่คิวนั้นไม่มีความเค้นตั้งฉาก σ_{zz} กระทำ ดังนั้นจะเกิดการหดตัวในทิศทางแกน z มากที่สุด ซึ่งเป็นกรณีสภาวะของความเค้นระนาบ ส่วนในบริเวณกึ่งกลางของความหนาหรือรอบ ๆ บริเวณ $z = 0$ นั้น วัสดุจะไม่เกิดการหดตัว นั่นคือ $\epsilon_{zz} = 0$ เนื่องจากมีความเค้นตั้งฉากในทิศทางแกน z มากที่สุด ซึ่งเป็นกรณีสภาวะของความเครียดระนาบ

ลักษณะการเกิดและแพร่ขยายตัวของรอยแตกร้าวในชั้นทดสอบ

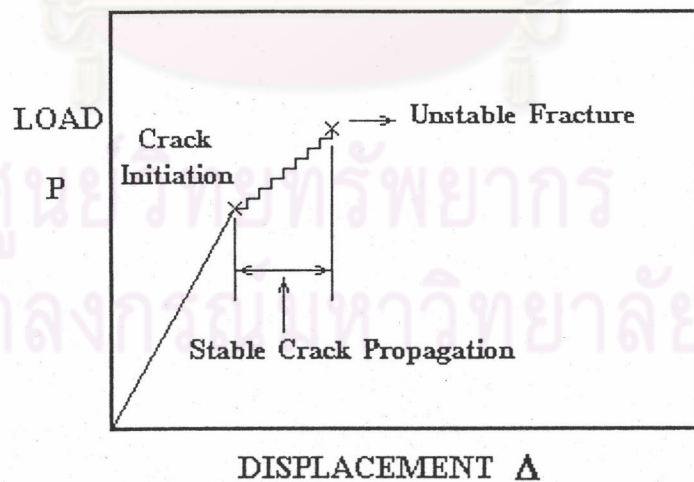
การเกิดและแพร่ขยายตัวของรอยแตกร้าวในชั้นทดสอบสามารถแบ่งได้เป็น 2 ลักษณะ คือ (Banerjee, 1981 : 345)

1. เมื่อชั้นทดสอบรับภาระได้ระดับหนึ่งรอยแตกร้าวที่มีอยู่เดิมจะเริ่มยาวขึ้นทันทีทันใด ด้วยอัตราที่เร็วมากไม่สามารถที่จะควบคุมความยาวของรอยแตกร้าวที่กำลังเกิดขึ้นได้ ลักษณะเช่นนี้เรียกว่า unstable crack growth ซึ่งมักจะเกิดขึ้นกับวัสดุเปราะ ดังแสดงในรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 แสดงการเกิดรอยแตกร้าวแบบ Unstable

2. เมื่อขึ้นทดสอบรับภาระได้ระดับหนึ่งรอยแตกร้าวที่มีอยู่เดิมจะเริ่มยาวขึ้นจนได้ความยาวค่าหนึ่งแล้วจะหยุด ต้องรอจนภาระมีค่าสูงขึ้นต่อไปอีกรอยแตกร้าวจึงจะยาวได้ต่อ เป็นอย่างนี้ไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งภาระและรอยแตกร้าวมีค่าสูงถึงระดับหนึ่ง ณ จุด ๆ นี้รอยแตกร้าวจะเกิดอย่างรวดเร็วมากจนไม่สามารถควบคุมได้ ลักษณะเช่นนี้เรียกว่า stable crack growth ซึ่งมักจะเกิดขึ้นกับวัสดุเหนียว ดังแสดงในรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11 แสดงการเกิดรอยแตกร้าวแบบ Stable