

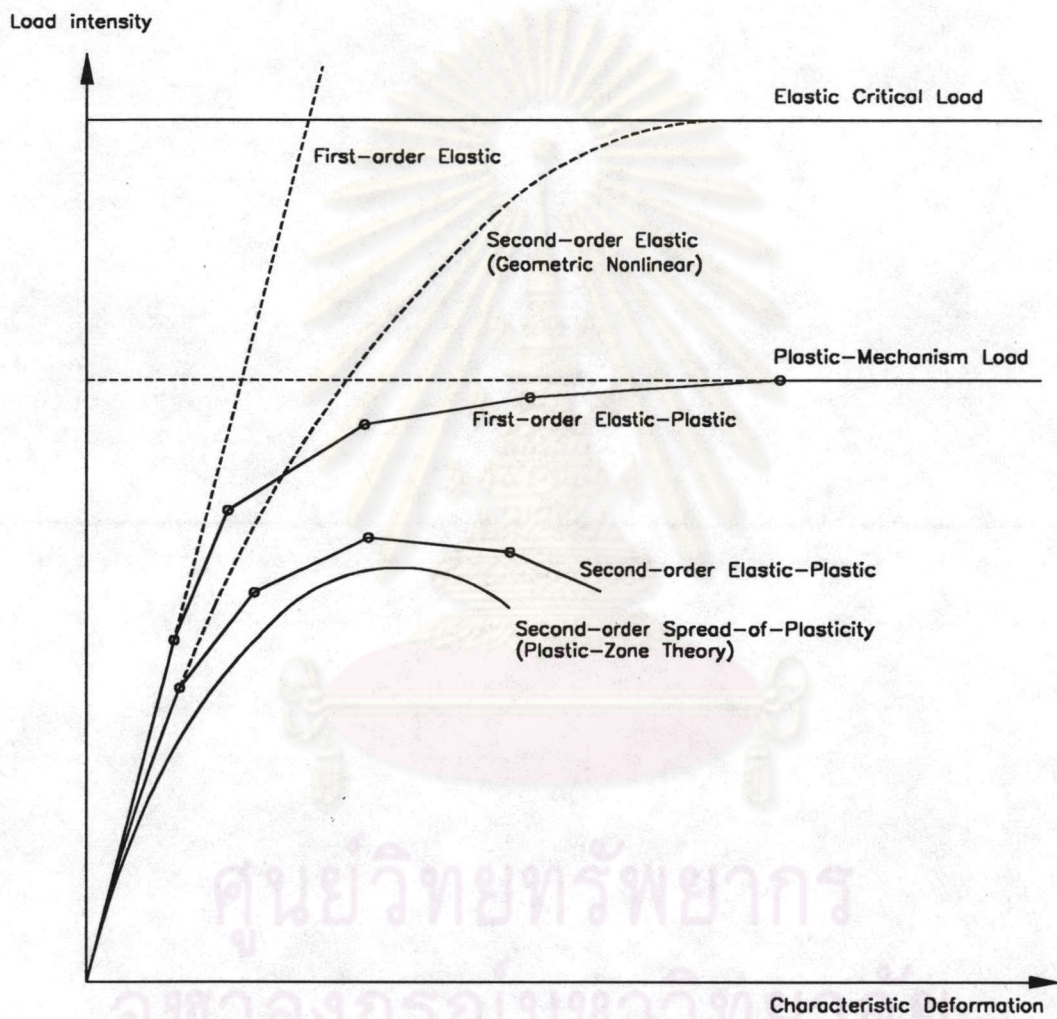
บทที่ 2

วิธีวิเคราะห์

2.1 ความนำ

เมื่อคำนึงถึงการวิเคราะห์ระดับโครงสร้างโดยวิธีที่แตกต่างกัน เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่าง น้ำหนักบรรทุกกับการเปลี่ยนรูปร่างของโครงสร้าง เช่น วิธีวิเคราะห์อีลาสติกอันดับที่หนึ่ง (First-order elastic) วิธีวิเคราะห์อีลาสติกอันดับที่สอง (Second-order elastic or Geometric nonlinear) วิธีวิเคราะห์อีลาสติก-พลาสติกอันดับที่หนึ่ง (First-order elastic-plastic) และวิธีวิเคราะห์อีลาสติก-พลาสติกอันดับที่สอง (Second-order elastic-plastic) จะได้ความสัมพันธ์ที่ แตกต่างกัน ดังรูปที่ 2.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุก และการเปลี่ยนรูปร่างของโครงข้อแข็ง ระบายด้วยวิธีวิเคราะห์ที่แตกต่างกัน

สำหรับงานวิจัยนี้จะวิเคราะห์ด้วย วิธี อีลาสติก - พลาสติก อันดับที่หนึ่ง (First - order elastic - plastic) โดยคำนึงถึง ผลของการเยื้องศูนย์ในแนวตั้งจากแนวแกนของเสา (P- Δ Effect) ผลของความยาวของชิ้นส่วน (P- δ Effect) และการย้อนกลับโมเมนต์ ณ จุดหมุนพลาสติก (Moment reversal) อันเนื่องมาจากแรงแนวแกนที่เปลี่ยนไป โดยนำไปรวมคอมพิวเตอร์ที่พัฒนา โดย บุญแสง สิริรัตน์ชูวงศ์²⁰ มาทำการปรับปรุง ให้สามารถพิจารณาผลของความยาวชิ้นส่วน (P- δ Effect) เพิ่มเติม เพื่อให้ได้ผลการวิเคราะห์ใกล้เคียงกับพฤติกรรมของโครงสร้างจริงมากขึ้น โดยวิธีการวิเคราะห์โครงสร้างที่ใช้ คือ วิธีการเปลี่ยนตำแหน่ง แบบรวมสติฟเนสโดยตรง (Direct stiffness method)



รูปที่ 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกและการเปลี่ยนรูปร่างของโครงข้อแข็งระนาบ (Chen and Lui,1990)



2.2 สมมุติฐาน

2.2.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง หน่วยแรงกับความเครียดของวัสดุ เป็นแบบอีลาสติก - พลาสติกโดยสมบูรณ์ (Elastic perfectly plastic) คือไม่พิจารณาผลของความเครียดแข็งที่เพิ่มขึ้น (Strain Hardening) และผลของหน่วยแรงคงค้าง (Residual stresses)

2.2.2 แรงภายนอกที่กระทำต่อโครงสร้างเป็นแรงสถิตย์ และเพิ่มขึ้นอย่างเป็นสัดส่วน จนโครงสร้างเกิดการวิบัติ

2.2.3 โครงสร้างเป็นโครงข้อแข็งสี่เหลี่ยมในแนวระนาบ (Rigid portal frames)

2.2.4 สมมุติให้การเกิดการคลาก มีลักษณะเป็นจุดบนของค้ำอาคารในรูปแบบของจุดหมุนพลาสติก

2.2.5 ในระหว่างเกิดจุดหมุนพลาสติก (Plastic hinge) แต่ละจุด ยังคงมีพฤติกรรมแบบอีลาสติก โดยคำนึงถึงผลการย้อนกลับของโมเมนต์ ณ จุดหมุนพลาสติก ของจุดหมุนพลาสติก

2.2.6 ไม่มีการย้อนกลับของโมเมนต์ ณ จุดหมุนพลาสติกภายในชิ้นส่วน

2.2.7 มีการป้องกัน การเกิดการโค้งงอเฉพาะที่ (Local buckling) การบิดและการโค้งงอ ด้านข้าง (Twisting and Lateral buckling) ขององค์อาคาร

2.2.8 คำนึงถึงผลกระทบซึ่งกันและกันของแรงแนวแกนและแรงดัด ทั้งในรูปแบบของ กำลังและเสถียรภาพ ของโครงสร้างและชิ้นส่วน

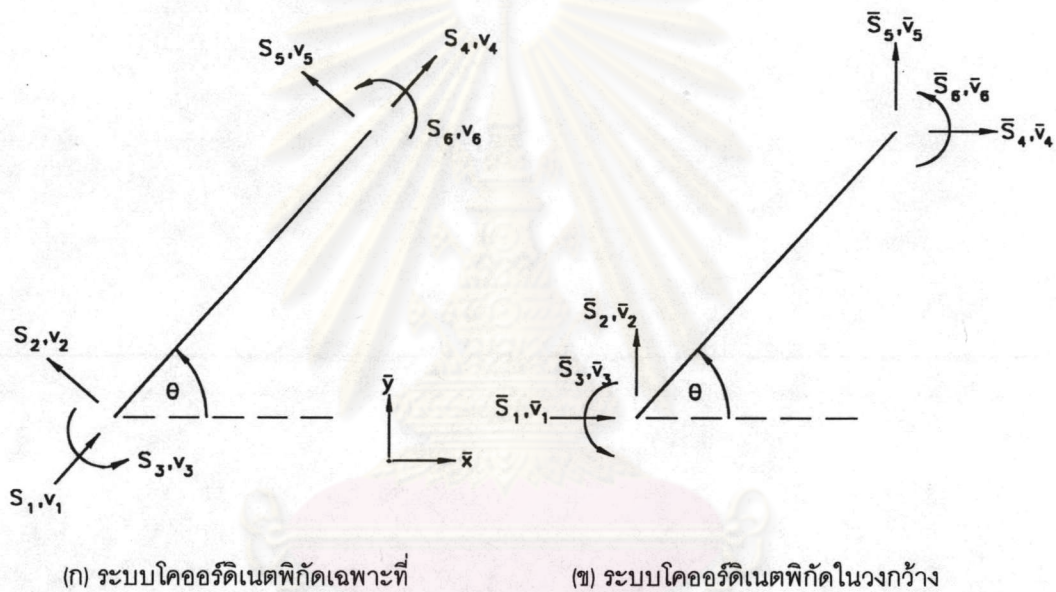
2.3 การวิเคราะห์โครงสร้าง

เป็นการวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธีการเปลี่ยนตำแหน่ง แบบรวมสติฟเนสโดยตรง (Direct stiffness method) ซึ่งเป็นวิธีการที่นิยมใช้และเหมาะสมสำหรับการวิเคราะห์โครงสร้างโดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ สำหรับงานวิจัยนี้จะใช้ได้กับโครงสร้างที่มีจำนวนจุดข้อต่อ 150-250 จุด และจำนวนชิ้นส่วน 250-300 ชิ้น

การสังเคราะห์สติฟเนสรวมของโครงสร้างกระทำได้ โดยการพิจารณาคุนสมบัติของ ชิ้นส่วนย่อยความต่อเนื่องของการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งและสภาวะสมดุลของจุดข้อต่อมีขั้นตอน กระทำได้ดังนี้ คือ

2.3.1 ความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนตำแหน่งที่ปลายชิ้นส่วน ในระบบพิกัดเฉพาะที่ กับระบบพิกัดในวงกว้าง

ความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนตำแหน่งที่ปลายชิ้นส่วน ในระบบพิกัดเฉพาะที่ กับระบบพิกัดในวงกว้าง สามารถหาได้โดยอาศัยการแปลงแกน (transformation of axis) ดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ชิ้นส่วนโครงข้อแข็งระนาบ

ความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนตำแหน่งที่ปลายชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่กับระบบพิกัดในวงกว้าง จะได้ว่า

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & & & \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & & & \\ 0 & 0 & 1 & & & \\ & & & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ & & & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \bar{v}_1 \\ \bar{v}_2 \\ \bar{v}_3 \\ \bar{v}_4 \\ \bar{v}_5 \\ \bar{v}_6 \end{Bmatrix} \dots\dots (2.1)$$

เขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ว่า

$$\{v\} = [a] \cdot \{\bar{v}\} \dots\dots (2.2)$$

เมื่อพิจารณาในทำนองเดียวกันจะได้ว่า

$$\{\bar{S}\} = [a]' \cdot \{S\} \dots\dots\dots (2.3)$$

โดยที่

- θ = มุมที่กระทำของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดเฉพาะที่เมื่อเทียบกับระบบพิกัดในวงกว้างในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา
- $[a]$ = เมตริกซ์แปลงการเปลี่ยนตำแหน่งจากระบบพิกัดในวงกว้างไปเป็นระบบพิกัดเฉพาะที่
- $\{v\}$ = เวกเตอร์การเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่
- $\{\bar{v}\}$ = เวกเตอร์การเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดในวงกว้าง
- $[a]'$ = ทรานสโพสของเมตริกซ์ $[a]$
- $\{S\}$ = เวกเตอร์แรงภายในที่จุดข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่
- $\{\bar{S}\}$ = เวกเตอร์แรงภายในที่จุดข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดในวงกว้าง

2.3.2 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงภายในกับการเปลี่ยนตำแหน่งที่ปลายชิ้นส่วน

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงภายในกับการเปลี่ยนตำแหน่งที่ปลายชิ้นส่วน ในระบบพิกัดเฉพาะที่ ซึ่งเมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเนื่องจากผลของแรงแนวแกน แรงดัด และแรงเฉือนของโครงข้อแข็ง สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & & & & & \\ 0 & \frac{12EI}{L^3(1+2\alpha)} & & & & \\ & \frac{6EI}{L^2(1+2\alpha)} & \frac{2EI(2+\alpha)}{L(1+2\alpha)} & & & \\ -EA & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & & \\ 0 & \frac{-12EI}{L^3(1+2\alpha)} & \frac{-6EI}{L^2(1+2\alpha)} & 0 & \frac{12EI}{L^3(1+2\alpha)} & \\ 0 & \frac{6EI}{L^2(1+2\alpha)} & \frac{2EI(1-\alpha)}{L(1+2\alpha)} & 0 & \frac{-6EI}{L^2(1+2\alpha)} & \frac{2EI(2+\alpha)}{L(1+2\alpha)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (2.4)$$

เขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ว่า

$$\{S\} = [k_e] \cdot \{v\} \dots\dots\dots (2.5)$$

เมื่อเขียนในระบบพิกัดในวงกว้าง จะได้

$$\{\bar{S}\} = [a]' \cdot [k_e] \cdot [a] \cdot \{\bar{v}\} \dots\dots\dots (2.6)$$

หรือ

$$\{\bar{S}\} = [\bar{k}_e] \cdot \{\bar{v}\} \dots\dots\dots (2.7)$$

$$[\bar{k}_e] = [a]' \cdot [k_e] \cdot [a] \dots\dots\dots (2.8)$$

โดยที่

- A = พื้นที่หน้าตัดรวมของชิ้นส่วน
- E = โมดูลัสยืดหยุ่น
- I = โมเมนต์อินเนอร์เซีย
- L = ความยาวของชิ้นส่วนย่อย
- α = $\frac{6EI}{L^2 GA_r}$
- G = โมดูลัสเฉือน
- = $\frac{E}{2(1+\nu)}$
- ν = อัตราส่วนปัวซอง (Poisson's Ratio)
- = 0.3 สำหรับเหล็ก
- A_r = พื้นที่ลดลงใช้สำหรับคำนวณความเครียดเฉือน
- = $\frac{A}{\beta}$
- β = แฟคเตอร์รูปร่าง (form factor)
- = 1.14 สำหรับหน้าตัดเหล็ก W
- = 1.20 สำหรับหน้าตัดเหล็ก สี่เหลี่ยมผืนผ้า
- $[k_e]$ = สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดเฉพาะที่
- $[\bar{k}_e]$ = สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดในวงกว้าง

สมการที่(2.7) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงและการเคลื่อนที่ในระบบพิกัดในวงกว้างในระดับของชิ้นส่วน ซึ่งเมื่อพิจารณาสถานะสมดุลของทุกจุดข้อต่อในโครงสร้างในระบบพิกัดของโครงสร้างจะได้ว่า

$$[R] = [K] \cdot \{u\} \dots\dots\dots (2.9)$$

ซึ่งค่าสติฟเนสรวมของโครงสร้างในสมการที่ (2.9) เกิดจากการรวมสติฟเนสเมตริกซ์ในระบบพิกัดในวงกว้างหรือพิกัดของโครงสร้าง แต่ละชิ้นส่วนจะถูกรวมเข้าไปในตำแหน่งที่เหมาะสมของสติฟเนสเมตริกซ์รวมของโครงสร้าง หรืออาจเรียกได้ว่าเป็นการสังเคราะห์สติฟเนสเมตริกซ์ของโครงสร้างทั้งระบบจากสติฟเนสของชิ้นส่วนย่อย ซึ่งเป็นวิธีการของการรวมสติฟเนสโดยตรงดังสมการที่ 2.10

$$[K] = \sum_{e=1}^m [k_e] \dots\dots\dots (2.10)$$

โดยที่

- [R] = เวกเตอร์แรงกระทำในระบบพิกัดวงกว้างซึ่งประกอบด้วยแรงกระทำที่ข้อต่อ และแรงยึดแน่นปลายของชิ้นส่วน
- [K] = สติฟเนสเมตริกซ์ของโครงข้อแข็งที่ประกอบด้วยชิ้นส่วน m ชิ้นส่วน
- [u] = เวกเตอร์การเปลี่ยนตำแหน่งของจุดข้อต่อของโครงสร้างในระบบพิกัดในวงกว้าง

และสามารถคำนวณหาแรงภายในที่จุดข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่ได้ดังนี้

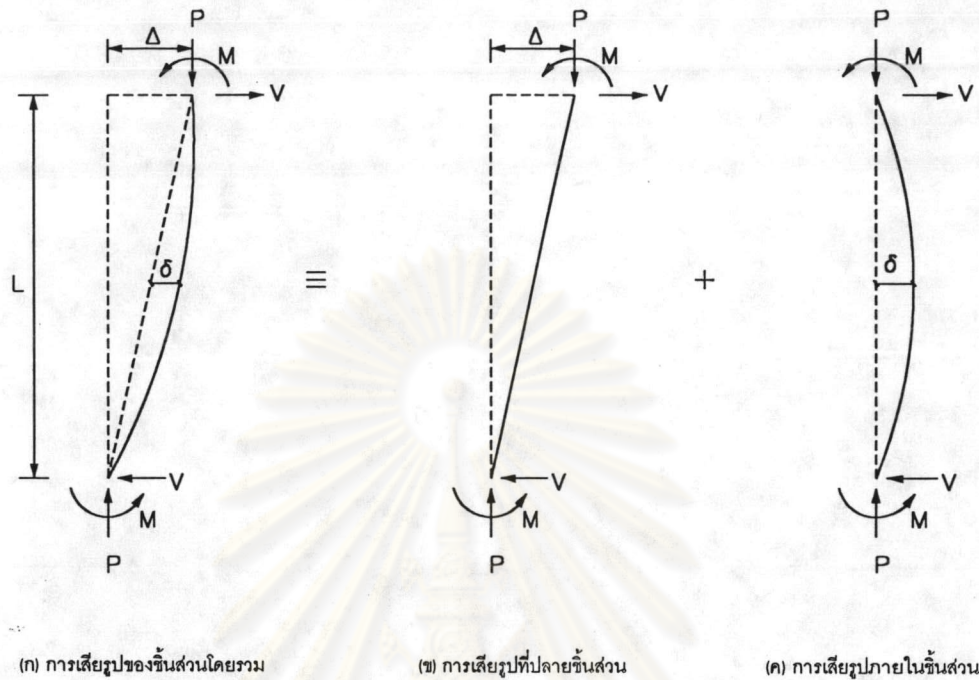
$$\{S\} = [k_e] \cdot [a] \cdot \{v\} + [FEM] \dots\dots\dots (2.11)$$

โดย

$$[FEM] = \text{เวกเตอร์แรงยึดแน่นปลายชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่}$$

2.4 การพิจารณารวมผลของ P-Δ และความยาวชิ้นส่วน

ในโครงสร้างเกือบทั้งหมดเมื่อมีแรงมากระทำต่อโครงสร้าง ถึงแม้ว่าจะไม่มีแรงกระทำทางด้านข้างก็ตาม โครงสร้างก็จะมีระยะการเคลื่อนที่ทางด้านข้างเกิดขึ้น ผลของการเคลื่อนที่ทางด้านข้างที่เกิดขึ้นนี้ จะทำให้มีแรงดัดที่กระทำต่อไปโครงสร้างมากขึ้น ซึ่งเป็นผลมาจากแรงในแนวตั้ง และระยะการเคลื่อนที่ทางด้านข้าง แรงดัดส่วนที่เกิดขึ้นเพิ่มเติมนี้จะถูกต้านทานโดยแรงเฉือนในแต่ละชั้นของโครงสร้าง เพื่อรักษาสมดุลของโครงสร้าง ซึ่งแรงเฉือนที่เกิดขึ้นดังกล่าว จะนำไปรวมกับแรงที่มีอยู่แล้ว ทำให้โครงสร้างเสมือนว่ามีแรงกระทำทางด้านข้างเพิ่มขึ้น ซึ่งผลของการที่พิจารณาระยะการเคลื่อนที่ทางด้านข้างของโครงสร้างในการวิเคราะห์โครงสร้างนี้ เรียกว่า Second-Order Analysis โดยพิจารณารวมผลของการเสียรูปของชิ้นส่วน ดังแสดงในรูปที่ 2.3(ก) ซึ่งผลของการเสียรูปจะประกอบไปด้วย 2 ลักษณะคือ ผลของการเคลื่อนที่ที่ปลายชิ้นส่วน (P-Δ Effect) ดังแสดงในรูปที่ 2.3(ข) และผลของการโก่งตัวภายในชิ้นส่วน (P-δ Effect) ดังแสดงในรูปที่ 2.3(ค)



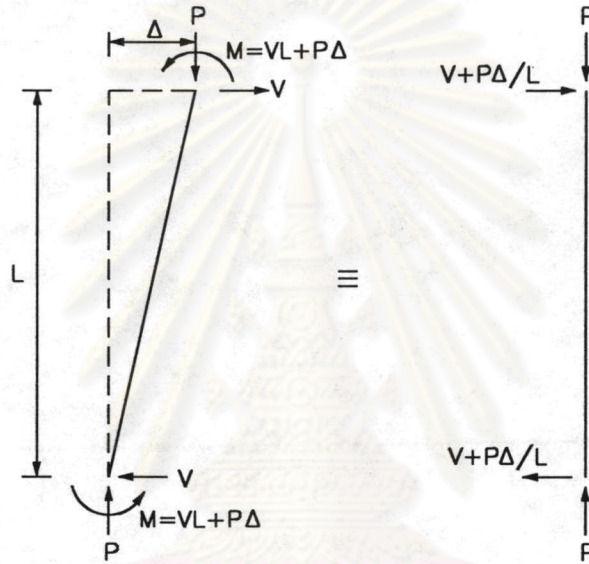
รูปที่ 2.3 แสดงลักษณะการเสี้ยวรูปของชิ้นส่วนในโครงสร้าง

ในโครงสร้างที่มีความสูงไม่มากนักผลของการเสี้ยวรูปจะมีค่าน้อยจนสามารถตัดทิ้งได้ แต่อย่างไรก็ตามเมื่อโครงสร้างมีความสูงมากขึ้น เราจำเป็นต้องพิจารณาผลของการเสี้ยวรูป โดยเฉพาะในกรณีที่โครงสร้างมีความอ่อนตัว (Flexible structure) และมีแรงกระทำในแนวตั้งมาก มีความจำเป็นที่จะต้องวิเคราะห์ถึงผลอันเนื่องมาจาก nonlinearity โดยเฉพาะอย่างยิ่ง Geometric nonlinearity จะมีผลกระทบต่อแรงภายในและระยะการเคลื่อนที่ของโครงสร้างเป็นอย่างมาก ซึ่งถ้าเราไม่พิจารณาผลอันนี้ในการวิเคราะห์และออกแบบโครงสร้างแล้ว อาจจะทำให้โครงสร้างเกิดการวิบัติได้

ในงานวิจัยนี้ จะเป็นการใช้วิธีอย่างง่ายสำหรับปัญหาในอันดับสอง (Simplified second order) โดยพิจารณา ผลของการเสี้ยวรูปของชิ้นส่วนทั้ง 2 ลักษณะ (P- Δ and P- δ Effect) และพิจารณาความเสถียรภาพ (Stability) ของชิ้นส่วนร่วมด้วย

2.4.1 การพิจารณาผลของการเสียรูปที่ปลายชิ้นส่วน (P-Δ Effect)

ในงานวิจัยนี้จะพิจารณารวมผลของ P-Δ ด้วยวิธีทำซ้ำ (Iterative) วิธีนี้ผลของระยะเยื้องศูนย์กลางของแรงในแนวตั้งจะถูกแปลงไปเป็นแรงเฉือนเทียบเท่าโดยที่โมเมนต์ที่เพิ่มขึ้นมีค่าเท่ากัน พิจารณาชิ้นส่วนในแนวตั้งใดๆ ตามรูป 2.4



รูปที่ 2.4 แสดงการพิจารณาแรงเฉือนเทียบเท่า

ผลของการเสียรูปที่ปลายชิ้นส่วน(P-Δ Effect) จะทำให้มีโมเมนต์ในชิ้นส่วนเพิ่มขึ้นเป็น

$$M = V \cdot L + P \cdot \Delta \dots\dots\dots (2.12)$$

และแรงเฉือน V จะมีค่าเพิ่มขึ้น V' เมื่อคิดผลของการเสียรูปที่ปลายชิ้นส่วน(P-Δ Effect) จะได้

$$V' = P \cdot \frac{\Delta}{L} \dots\dots\dots (2.13)$$

และเมื่อรวมแรงเฉือนที่เพิ่มขึ้นในทุกชิ้นส่วนให้เป็นเวกเตอร์แรงกระทำที่ข้อต่อในระบบพิกัดวงกว้าง ดังสมการที่ 2.14

$$[R'] = \sum_{e=1}^m [V'_e] \dots\dots\dots (2.14)$$

โดยรวม [R'] เข้ากับแรงที่กระทำต่อโครงสร้างที่กำหนด [R] ก็จะได้การพิจารณาผลรวมของการวิเคราะห์ทั้งโครงสร้างคือ

$$[R] + [R'] = [K] \cdot [u] \dots\dots\dots (2.15)$$

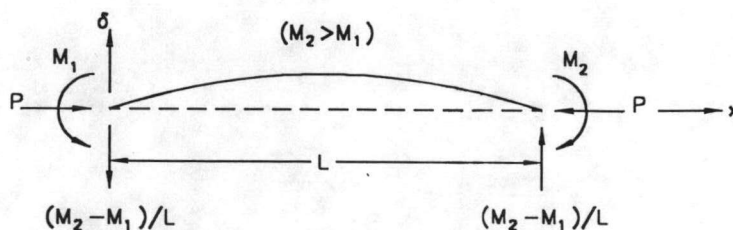
โดยที่

P	=	แรงแนวแกนของชิ้นส่วน
V	=	แรงเฉือนของชิ้นส่วน
$[R']$	=	แรงเฉือนเทียบเท่าส่วนที่เพิ่มเนื่องจากผลของการเสียรูปที่ปลายชิ้นส่วน (P- Δ Effect)
M	=	แรงดัดของชิ้นส่วนเมื่อรวมผลของการเสียรูปที่ปลายชิ้นส่วน
L	=	ความยาวของชิ้นส่วน
Δ	=	ระยะเยื้องศูนย์กลางในแนวตั้งของแรงแนวแกน

เมื่อพิจารณาจะเห็นว่า การรวมผล P- Δ เข้าไปจะเสมือนว่ามีแรงมากกระทำเพิ่มขึ้นที่จุดข้อต่อปลายชิ้นส่วนนั้นในแนวตั้งฉาก เนื่องจากผลของแรงเฉือนเทียบเท่า ซึ่งจะส่งผลทำให้โครงสร้างเสียรูปและแรงภายในต่างๆมีค่าเปลี่ยนแปลงไป และเมื่อใช้วิธีการวิเคราะห์ด้วยการทำซ้ำจะทำให้ได้ผลที่เข้าสู่ค่าคำตอบมากขึ้นโดยในงานวิจัยนี้จะทำการตรวจสอบการเข้าสู่คำตอบโดยพิจารณาค่าที่เปลี่ยนแปลงไปของแรงในแนวแกนต้องมีค่าไม่เกิน 0.1% จึงจะถือว่าผลการวิเคราะห์ถูกต้อง โดยทั่วไปการทำซ้ำ 3 ถึง 6 รอบที่ระดับน้ำหนักบรรทุกใช้งานก็เพียงพอแล้ว แต่ที่ระดับตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่มากขึ้นจะต้องทำซ้ำมากขึ้น ในบางครั้งอาจต้องทำซ้ำถึง 40 รอบ

2.4.2 การพิจารณาผลของการโก่งตัวภายในชิ้นส่วน (P- δ Effect)

การพิจารณาผลของการเสียรูปภายในชิ้นส่วน จะมีผลทำให้ค่าโมเมนต์ที่เกิดขึ้นภายในชิ้นส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น จึงจำเป็นที่จะต้องพิจารณาผลของการเสียรูปภายในชิ้นส่วนร่วมด้วย



รูปที่ 2.5 ชิ้นส่วนที่รับแรงดัดร่วมกับแรงในแนวแกน



จากรูปที่ 2.5 สามารถเขียนความสัมพันธ์ของสมการสมดุทธ์ของโมเมนต์ ของชิ้นส่วนที่รับแรงดัดร่วมกับแรงในแนวแกน โดยไม่มีแรงภายในมากระทำ ได้ดังนี้คือ

$$M(x) = -EI \cdot \delta'' = P \cdot \delta + M_1 + (M_2 - M_1) \cdot \frac{x}{L} \dots\dots\dots (2.16)$$

โดยที่

- $M(x)$ = โมเมนต์ ณ ตำแหน่ง x ใดๆในชิ้นส่วน
 δ = ระยะโก่งตัวภายในชิ้นส่วนที่ ตำแหน่ง x

แก้สมการดิฟเฟอเรนเชียล โดยให้ $k^2 = P/EI$ จะได้

$$\delta = A \sin kx + B \cos kx + \frac{M_1 - M_2}{P} \cdot \frac{x}{L} - \frac{M_1}{P} \dots\dots\dots (2.17)$$

จากสภาวะขอบเขต $\delta = 0$ ที่ $x = 0$ และ $x = L$ จะได้

$$\delta = \left(\frac{M_2}{P} - \frac{M_1}{P} \cdot \cos kL \right) \cdot \frac{\sin(kx)}{\sin(kL)} + \frac{M_1}{P} \cdot (\cos kx - 1) + \left(\frac{M_1 - M_2}{P} \right) \cdot \frac{x}{L} \dots\dots\dots (2.18)$$

แทนค่า δ ลงในสมการที่ (2.16) จะได้ โมเมนต์ที่ตำแหน่งใดๆ คือ

$$M_x = (M_2 - M_1 \cos kL) \cdot \frac{\sin kx}{\sin kL} + M_1 \cos kx \dots\dots\dots (2.19)$$

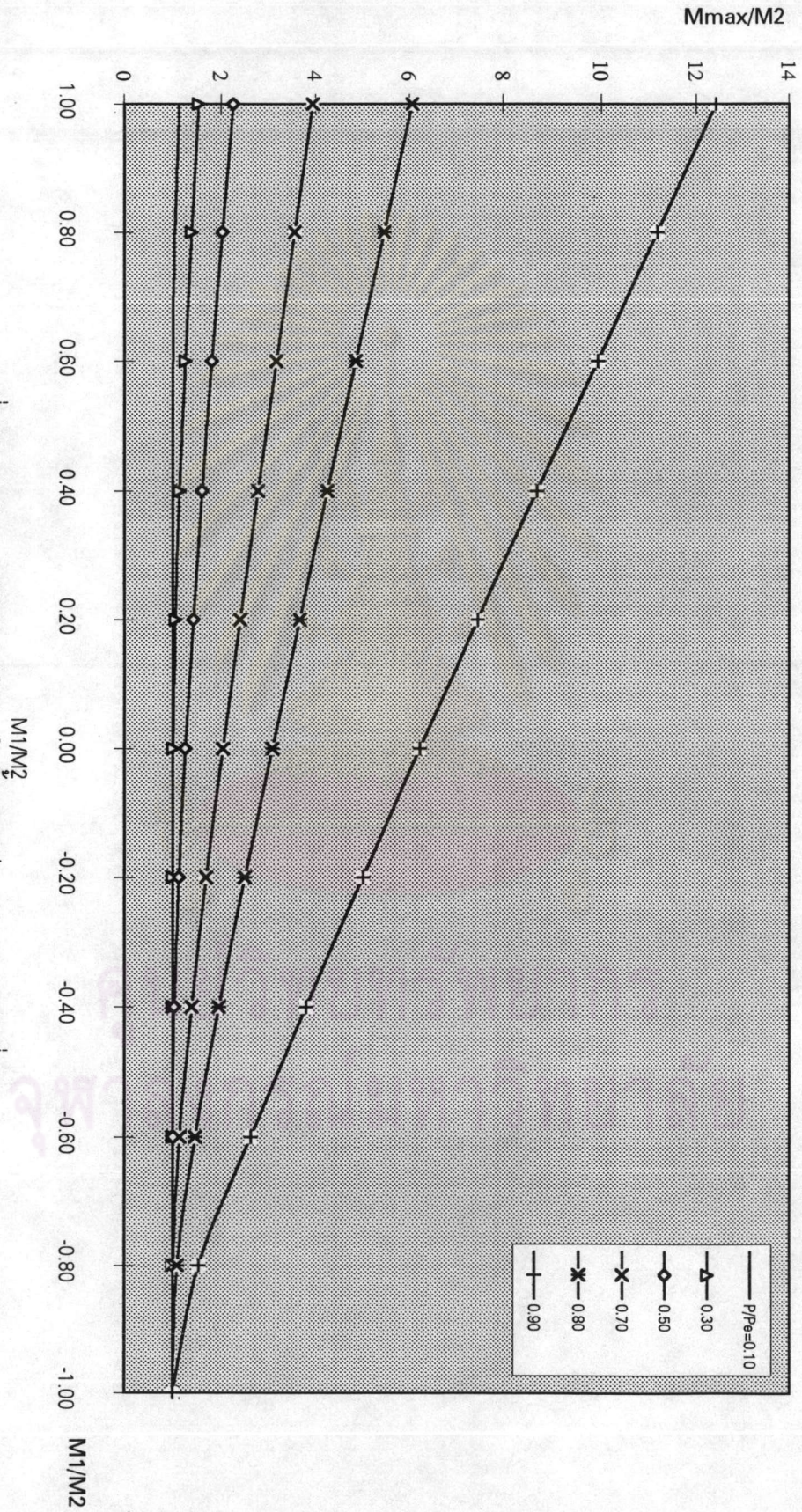
และทำการดิฟเฟอเรนเชียลเพื่อหาค่าตำแหน่งที่เกิดค่าโมเมนต์สูงสุด, x_m จะได้

$$x_m = \frac{T}{k} \leq L \dots\dots\dots (2.20)$$

โดยที่

$$T = \tan^{-1} \left(\frac{M_2 / M_1 - \cos kL}{\sin kL} \right) \quad ; \quad 0 \leq T \leq \pi \dots\dots\dots (2.21)$$

ดังนั้นจะสามารถหาค่าโมเมนต์สูงสุดที่เกิดขึ้นภายในชิ้นส่วนได้ตามสมการที่(2.19) และสมการที่(2.20) และเมื่อทำการพิจารณาค่าโมเมนต์สูงสุดที่เกิดขึ้นภายในชิ้นส่วน ตามค่าแรงกระทำที่ปลายชิ้นส่วนจะได้ผลดังกราฟในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 กราฟแสดงค่าโมเมนต์สูงสุดในส่วนเทียบกับแรงกระทำที่ปลาย

2.5 เงื่อนไขในการตรวจสอบกำลังของชิ้นส่วน

เป็นที่ทราบกันดีว่าแรงแนวแกนขององค์อาคารนอกจากจะทำให้ชิ้นส่วนเกิดความไม่เสถียรภาพแล้ว ยังมีผลทำให้พลาสติกโมเมนต์มีค่าลดลงอีกด้วย ในกรณีโครงสร้างสูง 1-2 ชั้น แรงในแนวแกนอาจมีค่าน้อย แต่สำหรับโครงสร้างสูงหลายชั้น (Multistory frames) แรงในแนวแกนของเสาชั้นล่างๆจะมีค่ามาก ดังนั้นจึงจำเป็นต้องคำนึงถึงผลกระทบของแรงแนวแกน ซึ่งการตรวจสอบกำลังของชิ้นส่วน สิ่งที่จะต้องพิจารณาคือ

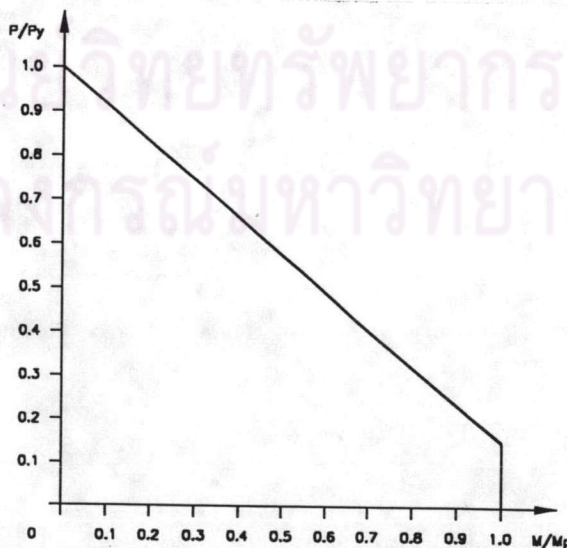
2.5.1 เงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติก

สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างแรงแนวแกน กับแรงดัดในการรับน้ำหนักของชิ้นส่วนที่ใช้เป็นเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติกในแง่ของกำลัง ซึ่งจะต่างกันไปตามลักษณะของหน้าตัดของชิ้นส่วน สามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

2.5.1.1 หน้าตัด W สามารถแสดงได้ ในรูปที่ 2.7

$$\frac{P}{P_y} + 0.85 \frac{M}{M_p} \leq 1.0 \text{ เมื่อ } \frac{P}{P_y} > 0.15 \dots\dots\dots (2.22)$$

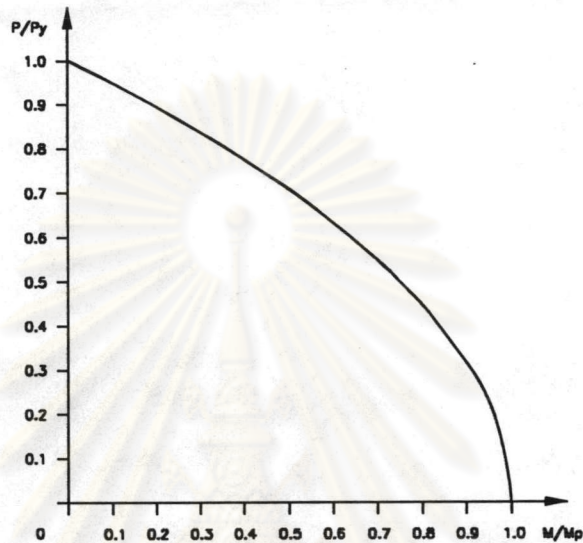
$$\frac{M}{M_p} \leq 1.0 \text{ เมื่อ } \frac{P}{P_y} \leq 0.15 \dots\dots\dots (2.23)$$



รูปที่ 2.7 กราฟแสดงเงื่อนไขการเกิดจุดหมุนพลาสติก สำหรับหน้าตัด W

2.5.1.2 หน้าตัดสี่เหลี่ยม สามารถแสดงได้ ในรูปที่ 2.8

$$\left(\frac{P}{P_y}\right)^2 + \frac{M}{M_p} \leq 1.0 \dots\dots\dots (2.24)$$



รูปที่ 2.8 กราฟแสดงเงื่อนไขการเกิดจุดหมุนพลาสติก สำหรับหน้าตัดสี่เหลี่ยม

โดยที่

- P = แรงแนวแกนของชิ้นส่วน
- M = โมเมนต์ของชิ้นส่วน
- P_y = แรงแนวแกนที่ทำให้ชิ้นส่วนคลาก
 $= F_y \cdot A$
- F_y = หน่วยแรงคลากของวัสดุ
- A = พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วน
- M_p = พลาสติกโมเมนต์ของชิ้นส่วน
 $= F_y \cdot Z$
- Z = พลาสติกโมดูลัสของหน้าตัด
 $= f \cdot S$
- f = ค่าตัวประกอบรูปร่าง (shape factor)
 $= 1.50$ สำหรับหน้าตัดสี่เหลี่ยม
 $= 1.14$ สำหรับหน้าตัด W
- S = หน้าตัดโมดูลัส

2.5.2 เงื่อนไขในการตรวจสอบผลจากการเสียรูปภายในชิ้นส่วนและความเสถียรภาพ

โดยทั่วไปสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงอัดและโมเมนต์ในเสาจะเป็นเสาประเภทสมบูรณ์ (perfect column) กล่าวคือ เป็นเสาที่ตรงดิ่งไม่มีการโค้งงอก่อน และไม่มีหน่วยแรงคด้าง เป็นต้น อย่างไรก็ตามในกรณีที่ต้องคำนึงถึงความไม่สมบูรณ์ของเสา และผลของโมเมนต์ที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากการโค้งงอภายในชิ้นส่วนภายหลังจากการรับแรงจะสามารถเขียนเป็นสมการ ได้ดังนี้คือ

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{M_{max}}{M_p} \leq 1.0 \dots\dots\dots (2.25)$$

โดยที่

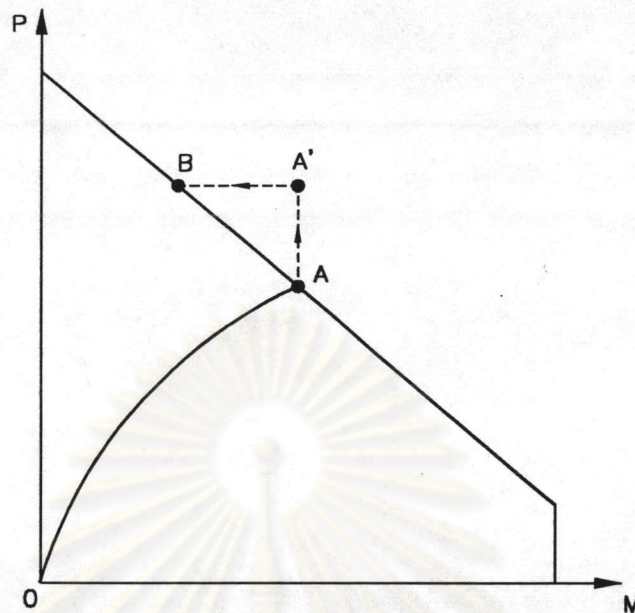
$$P_{cr} = \text{แรงแนวแกนวิกฤตของชิ้นส่วน}$$

$$M_{max} = \text{โมเมนต์สูงสุดภายในชิ้นส่วนเนื่องจากผลของการโก่งตัวภายในชิ้นส่วน (P-\delta \text{ Effect)}$$

ซึ่งสำหรับโครงสร้างที่วิเคราะห์โดยวิธีอันดับที่สอง (Second order) หรือวิธีการวิเคราะห์โดยวิธีอันดับที่สองอย่างง่าย (Simplified second order) เช่นในงานวิจัยนี้ ค่าสัมประสิทธิ์ความยาวประสิทธิผล(K) ที่ใช้ในการหาค่าแรงแนวแกนวิกฤตของชิ้นส่วน จะมีค่าเท่ากับ 1

2.6 การพิจารณารวมผลของการย้อนกลับของโมเมนต์ ณ จุดหมุนพลาสติก

หลังจากที่แรงแนวแกนและโมเมนต์ขององค์อาคารทำให้เกิดเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติกขึ้นภายในองค์อาคารแล้ว องค์อาคารนั้นยังสามารถรับแรงแนวแกนเพิ่มขึ้นได้อีก การเพิ่มขึ้นของแรงแนวแกนขององค์อาคารนี้ ทำให้เงื่อนไขของจุดหมุนพลาสติกเปลี่ยนไป จึงจำเป็นที่จะต้องพิจารณาผลของการย้อนกลับของโมเมนต์ ณ จุดหมุนพลาสติก ดังแสดงในรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 แสดงการพิจารณาย้อนกลับของโมเมนต์ ณ จุดหมุนพลาสติก

จากรูปที่ 2.9 จุด A เป็นจุดที่องค์อาคารเกิดเงื่อนไขของจุดหมุนพลาสติก เมื่อองค์อาคารรับแรงแนวแกนเพิ่ม ค่าของแรงภายในแสดงได้ด้วยจุด A' จะเห็นว่าจุด A' นี้เป็นจุดที่ไม่ควรเกิดขึ้นเนื่องจากไม่ถูกต้องตามเงื่อนไขของจุดหมุนพลาสติก เพื่อรักษาแรงแนวแกนที่เพิ่มขึ้นนี้ไว้ จึงใช้จุด B เป็นจุดที่เกิดเงื่อนไขของจุดหมุนพลาสติก ดังนั้นความแตกต่างของแรงดัดระหว่างจุด A และ จุด B จะทำให้เกิดโมเมนต์ย้อนกลับ ณ จุดหมุนพลาสติก โมเมนต์ย้อนกลับของชิ้นส่วนที่เกิดจุดหมุนพลาสติกที่อยู่จุดข้อต่อเดียวกัน เมื่อรวมกันก็จะเป็นโมเมนต์ภายนอกกระทำที่จุดข้อต่อของโครงสร้าง จะเห็นว่าการที่จะทราบแรงแนวแกนเพื่อหาโมเมนต์ย้อนกลับนี้จะต้องใช้วิธีทำซ้ำเช่นเดียวกับการพิจารณาผลของ $P-\Delta$

2.7 การคำนวณค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุก

การคำนวณค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกเป็นขั้นตอนหนึ่งของการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีอิลาสติก-พลาสติก ในขั้นตอนนี้จะเป็นการหาค่าที่ต่ำที่สุดของตัวประกอบน้ำหนักบรรทุก โดยจะคำนวณที่ปลายทั้งสองของแต่ละชิ้นส่วนย่อย ซึ่งเมื่อนำไปคูณกับแรงกระทำ $[R]$ แล้วจะทำให้มีจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นในโครงสร้าง โดยที่แรงภายในที่จะทำให้เกิดจุดหมุนพลาสติกขึ้นก็คือโมเมนต์และแรงแนวแกน ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขที่ทำให้เกิดจุดหมุนพลาสติกดังในหัวข้อที่ 2.5

สำหรับการหาค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่ทำให้เกิดจุดหมุนพลาสติกในแต่ตัวที่อยู่ต่อเนื่องกัน สามารถทำได้โดยการเพิ่มน้ำหนักบรรทุกจากตำแหน่งจุดหมุนพลาสติกเดิม (λ_i) ด้วยขนาด $\Delta\lambda$ โดยเลือกให้ $\Delta\lambda$ มีค่าน้อยๆ เท่ากับค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับ (tolerance) สำหรับตัวประกอบน้ำหนักบรรทุก สำหรับงานวิจัยนี้ใช้ $\Delta\lambda$ เท่ากับ 0.1% ทั้งนี้เนื่องจากถ้าเลือก $\Delta\lambda$ มีขนาดใหญ่เกินไปจะทำให้โครงสร้างที่วิเคราะห์ไม่มีความเสถียรภาพได้ จากนั้นทำการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยขนาดตัวประกอบน้ำหนักบรรทุก $\lambda_i + \Delta\lambda$ ถ้าโครงสร้างที่วิเคราะห์ไม่มีความเสถียรภาพจะถือว่าจุดหมุนพลาสติกที่มีอยู่เป็นจุดหมุนพลาสติกตัวสุดท้ายก่อนเกิดการวิบัติของโครงสร้าง และค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกสูงสุดที่โครงสร้างสามารถรับได้ คือ λ_i โดยมีความผิดพลาดไม่เกิน $\Delta\lambda$ แต่ถ้าโครงสร้างที่วิเคราะห์มีความเสถียรภาพก็จะคำนวณอัตราส่วนที่ทำให้เกิดจุดหมุนพลาสติกจากสมการที่(2.22) ถึงสมการที่(2.25) จากนั้นก็จะประมาณค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกตัวถัดไป โดยอาศัยการประมาณแบบลากานซ์ (Lagrange interpolation) และทำการตรวจสอบเงื่อนไขการเกิดจุดหมุนพลาสติกของทุกชิ้นส่วนย่อยซ้ำจนกระทั่งได้ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกน้อยที่สุดที่ทำให้เงื่อนไขของการเกิดจุดหมุนพลาสติกเป็นจริง ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการแสดงได้ดังนี้

$$\lambda_{i+1,n+1} = \lambda_i + \Delta\lambda_{n+1} = \sum \lambda_j(f)(\lambda_i + \Delta\lambda_j) \dots\dots\dots (2.26)$$

$$\lambda_j(f) = \frac{(f - f_1) \dots (f - f_{j-1})(f - f_{j+1}) \dots (f - f_n)}{(f_j - f_1) \dots (f_j - f_{j-1})(f_j - f_{j+1}) \dots (f_j - f_n)} \dots (2.27)$$

โดยที่ $f = 1.0$

สำหรับหน้าตัด W

$$f_j = \left| \frac{P_j}{P_y} \right| + 0.85 \left| \frac{M_j}{M_p} \right| \text{ เมื่อ } \left| \frac{P_j}{P_y} \right| > 0.15 \dots\dots\dots (2.28)$$

$$f_j = \left| \frac{M_j}{M_p} \right| \text{ เมื่อ } \left| \frac{P_j}{P_y} \right| \leq 0.15 \dots\dots\dots (2.29)$$

หน้าตัด สี่เหลี่ยมผืนผ้า

$$f_j = \left(\frac{P_j}{P_y} \right)^2 + \left| \frac{M_j}{M_p} \right| \dots\dots\dots (2.30)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} \lambda_i &= \text{ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกเมื่อเกิดจุดหมุนพลาสติก } i \text{ จุด} \\ \lambda_{i+1,n+1} &= \text{ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกเมื่อเกิดจุดหมุนพลาสติก } i+1 \text{ จุด} \\ &\quad \text{โดยอาศัยการประมาณจากโพลีโนเมียลดีกรี } n \\ \Delta \lambda_{n+1} &= \text{ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่เพิ่มขึ้นจากเดิมที่มีจุดหมุนพลาสติก} \\ &\quad i+1 \text{ จุด เป็น } i+1 \text{ จุด โดยอาศัยการประมาณจากโพลีโนเมียลดีกรี } n \end{aligned}$$

2.8 การคำนวณค่าผลลัพธ์สะสม

หลังจากที่ทราบค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่น้อยที่สุดในวงรอบการทำงานที่ j ซึ่งหมายถึง ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่ทำให้โครงสร้างเดิมที่มีจุดหมุนพลาสติกอยู่ $j-1$ จุดและถูกกระทำอยู่ด้วยแรง $\lambda_c^{j-1}[R]$ กลายเป็นโครงสร้างที่มีจุดหมุนพลาสติก j จุดภายใต้แรงกระทำ $\lambda_c^{j-1}[R] + \lambda_m^j[R]$ และสามารถคำนวณค่าผลลัพธ์สะสมอื่น ๆ ได้ดังนี้

$$\lambda_c^j = \sum_{m=1}^j \lambda_m^j = \lambda_m^j + \lambda_c^{j-1} \dots \dots \dots (2.31)$$

$$D_{ci}^j = \sum_{m=1}^j \lambda_m^j D_i^j = \lambda_m^j D_i^j + D_{ci}^{j-1} \dots \dots \dots (2.32)$$

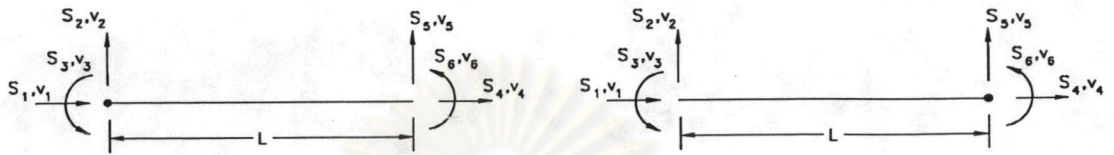
$$P_{ck}^j = \sum_{m=1}^j \lambda_m^j P_k^j = \lambda_m^j P_k^j + P_{ck}^{j-1} \dots \dots \dots (2.33)$$

$$M_{cik}^j = \sum_{m=1}^j \lambda_m^j M_{ik}^j = \lambda_m^j M_{ik}^j + M_{cik}^{j-1} \dots \dots \dots (2.34)$$

โดยที่

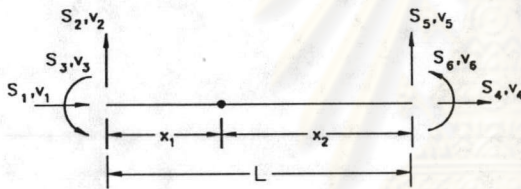
$$\begin{aligned} \lambda_c^j &= \text{ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกสะสมในวงรอบการทำงานที่ } j \\ \lambda_c^{j-1} &= \text{ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกสะสมในวงรอบการทำงานที่ } j-1 \\ D_{ci}^j &= \text{ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งสะสมที่ข้อต่อ } i \text{ ในวงรอบการทำงานที่ } j \\ D_i^j &= \text{ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่ข้อต่อ } i \text{ ในวงรอบการทำงานที่ } j \\ D_{ci}^{j-1} &= \text{ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งสะสมที่ข้อต่อ } i \text{ ในวงรอบการทำงานที่ } j-1 \\ P_{ck}^j &= \text{แรงแนวแกนสะสมของชิ้นส่วน } k \text{ ในวงรอบการทำงานที่ } j \\ M_{cik}^j &= \text{แรงดัดสะสมที่ปลาย } i \text{ ของชิ้นส่วน } k \text{ ในวงรอบการทำงานที่ } j \end{aligned}$$

2.9 การเปลี่ยนแปลงสตีเฟนเมติกซ์ของชิ้นส่วนย่อย

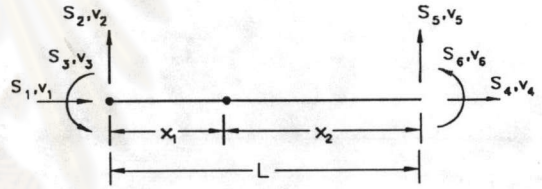


(ก) จุดมวลสถิตเกิดที่ข้อต่อซ้ายมือ

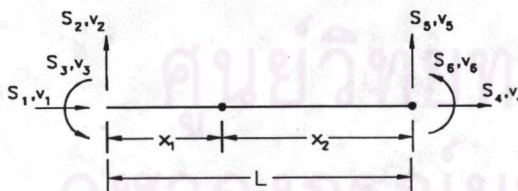
(ข) จุดมวลสถิตเกิดที่ข้อต่อขวามือ



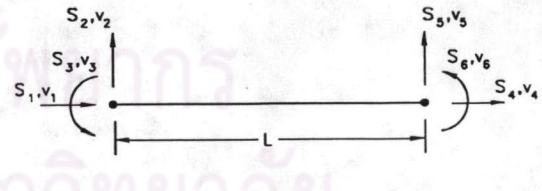
(ค) จุดมวลสถิตเกิดภายในชิ้นส่วน



(ง) จุดมวลสถิตเกิดที่ข้อต่อซ้ายมือและภายในชิ้นส่วน



(จ) จุดมวลสถิตเกิดที่ข้อต่อขวามือและภายในชิ้นส่วน



(ฉ) จุดมวลสถิตเกิดที่ข้อต่อทั้งสองข้าง

รูปที่ 2.10 แสดงชิ้นส่วนที่มีจุดหมุนพลาสติกที่ตำแหน่งต่าง ๆ



2.10 การตรวจสอบความมีเสถียรภาพของโครงสร้าง

สติฟเนสเมตริกซ์ของโครงข้อแข็งเปลี่ยนแปลงตามสติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วน เมื่อจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นจนในที่สุดโครงข้อแข็งเกิดความไม่เสถียร โดยตรวจสอบได้เมื่อ

ก) เทอมใดเทอมหนึ่งในแนวทแยงของสติฟเนสเมตริกซ์ของโครงสร้างมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์

ข) ค่าของการเปลี่ยนตำแหน่งมีค่ามาก เนื่องจากว่าเมื่อมีจุดหมุนพลาสติกมากพอ โครงสร้างก็จะมีการเปลี่ยนตำแหน่งมากอย่างไม่จำกัด โดยไม่สามารถรับน้ำหนักบรรทุกเพิ่มได้อีก

2.11 หลักการและวิธีการวิเคราะห์

การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีอีลาสติก-พลาสติก เป็นวิธีวิเคราะห์โครงสร้างที่นำเอาการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีอีลาสติก โดยพิจารณาผลของการเสียรูปของชิ้นส่วนมาประยุกต์เข้ากับหลักการบางอย่างเพื่อตรวจสอบการเกิดจุดหมุนพลาสติกในโครงสร้าง โดยมีขั้นตอนดังนี้

2.11.1 วิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีการเปลี่ยนตำแหน่งดังกล่าวมาแล้วข้างต้น โดยผลของการวิเคราะห์ที่ได้ เช่น แรงภายในที่จุดข้อต่อของแต่ละชิ้นส่วนจะถูกนำไปใช้ในการวิเคราะห์ขั้นตอนต่อไป

2.11.2 เพิ่มแรงกระทำภายนอก จากผลของการเสียรูปที่ปลายชิ้นส่วนแต่ละชิ้นส่วน ของโครงสร้าง (P- Δ Effect) กระทำการวิเคราะห์ซ้ำจนกว่าผลจากการเสียรูปของโครงสร้างจะมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากคือประมาณ 0.1% จึงถือว่าค่าของการวิเคราะห์นั้นใช้ได้

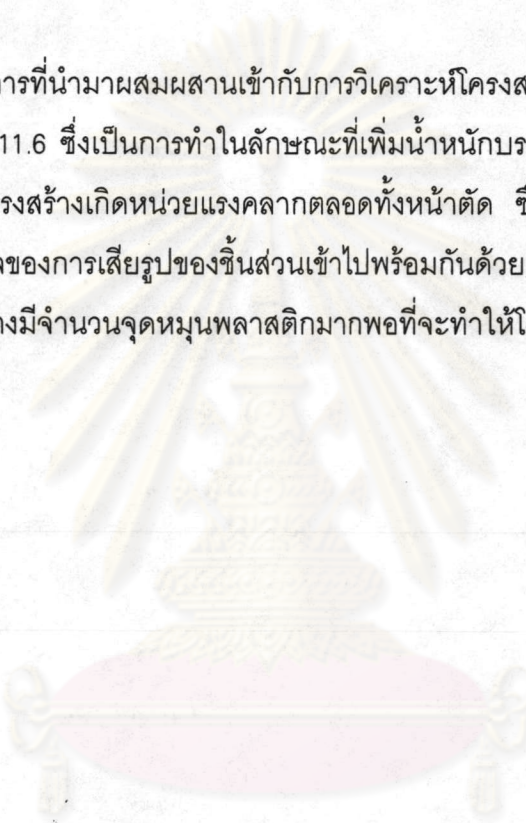
2.11.3 คำนวณค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุก(Load Factor)ในส่วนที่เพิ่มขึ้น ที่น้อยที่สุดของชิ้นส่วนย่อยแต่ละชิ้นส่วน ตลอดโครงสร้าง ที่ทำให้เกิดจุดหมุนพลาสติกโดยพิจารณาผลของการเสียรูปภายในชิ้นส่วน(P- δ Effect) และความเสถียรภาพภายในชิ้นส่วนร่วมด้วย พร้อมทั้งหาตำแหน่งที่จะเกิดจุดหมุนพลาสติกด้วย

2.11.4 คำนวณค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกสะสม ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งสะสม และค่าแรงภายในสะสม

2.11.5 เปลี่ยนแปลงสติเฟเนสของชิ้นส่วนย่อยเมื่อมีจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้น

2.11.6 กระทำซ้ำขั้นตอนที่ 2.11.1 ถึง 2.11.5 จนกว่าจะตรวจสอบพบว่าโครงสร้างไม่มีความเสถียร (Unstable)

สำหรับหลักการที่นำมาผสมผสานเข้ากับการวิเคราะห์โครงสร้าง ด้วยวิธีลัสติกก็คือ ขั้นตอนที่ 2.11.2 ถึง 2.11.6 ซึ่งเป็นการทำในลักษณะที่เพิ่มน้ำหนักบรรทุกที่กระทำต่อโครงสร้าง จนกระทั่งมีบางจุดในโครงสร้างเกิดหน่วยแรงคลากตลอดทั้งหน้าตัด ซึ่งก็คือความหมายของจุดหมุนพลาสติก โดยรวมผลของการเสียรูปของชิ้นส่วนเข้าไปพร้อมกันด้วย จากนั้นจึงเพิ่มน้ำหนักบรรทุกต่อ จนทำให้โครงสร้างมีจำนวนจุดหมุนพลาสติกมากพอที่จะทำให้โครงสร้างไม่มีความเสถียร



ศูนย์วิทยพัทยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย