บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

วัตถุประสงค์ของการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบทรีตเมนต์เมื่อค่าสังเกตอยู่ใต้อิทธิพลของทรีตเมนต์และตัวแปรร่วม โดยศึกษาอำนาจการทดสอบและความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ด้วยสถิติทดสอบ 2 ประเภท คือ พาราเมตริกแอนโควา (Parametric ANCOVA) และ นอนพาราเมตริกซ์แอนโควาของเควด (Quade's nonparametric ANCOVA) ทั้งนี้เทคนิคที่ใช้ในการหาค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 และค่าอำนาจของการทดสอบคือ วิธีมอนติคาร์โล ซึ่งเป็นเทคนิคอย่างหนึ่งที่ใช้แก้ปัญหาในการคำนวณทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะกรณีที่ไม่สามารถหาคำตอบโดยวิธีทางทฤษฎีได้

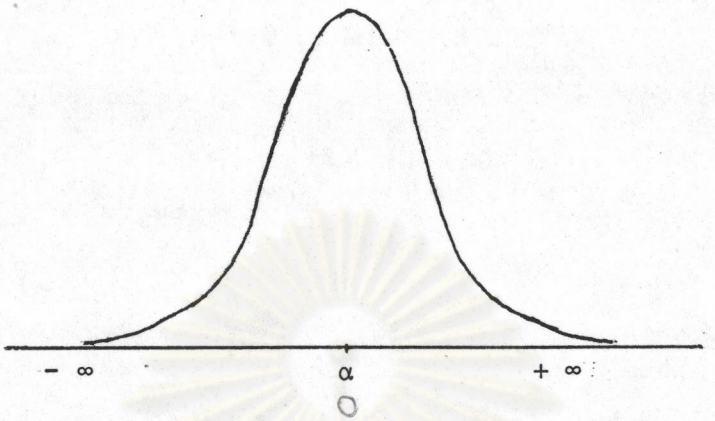
3.1 แผนการทดลอง

ในการวิจัยครั้งนี้ จำลองการทดลองขึ้นโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลซิมูเลชั่น จากเครื่องคอมพิวเตอร์ IBM 370/3031 โดยสุ่มตัวอย่างจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบเดียวกัน ซึ่งการแจกแจงที่สนใจศึกษาคือ การแจกแจงแบบ โลจิสติก แบบดับเบิลเอกซ์โปเนนเชียล และแบบปกติ โดยมีค่าพังก์ชัน ค่าความน่าจะเป็น ค่าคาดหวัง และค่าความแปรปรวน ของการแจกแจงแต่ละรูปแบบเป็นดังนี้

1. การแจกแจงแบบโลจิสติก (Logistic Distribution)

พังก์ชันความน่าจะเป็น คือ

$$f(X) = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{e^{-\frac{(X-\alpha)}{\beta}}}{\left[1 + e^{-\frac{(X-\alpha)}{\beta}}\right]^2}, \quad -\infty < X < \infty$$



ค่าคาดหวัง $E(X) = \alpha$

ค่าความแปรปรวน $V(X) = \frac{1}{3}\pi^2\beta^2$

การสร้างการแจกแจงแบบโลจิสติก

การแจกแจงแบบโลจิสติก มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น เป็นดังนี้

$$f(X) = \frac{e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}}}{\beta\left[1 + e^{-\frac{(X-\alpha)}{\beta}}\right]^2}, \quad -\infty < x < \infty$$

$$\alpha, \beta > 0$$

การสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบโลจิสติก ใช้วิธี Inverse Transformation ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}}}{\beta\left[1 + e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}}\right]^2} \, dx$$

$$= \int_{-\infty}^{x} \frac{e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}}}{\left[1 + e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}}\right]^2} d\left(\frac{(x-\alpha)}{\beta}\right)$$

$$= -\int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\left[1 + e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}}\right]^2} d\left[1 + e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}}\right]$$

$$= \frac{1}{1 + e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}}} \Bigg|_{-\infty}^{x}$$

$$= \frac{1}{1 + e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}}}$$

$$1 + e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}} = \frac{1}{F(X)}$$

$$e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}} = \frac{1 - F(X)}{F(X)}$$

$$-\frac{(x-\alpha)}{\beta} = \ln\left[\frac{1-F(X)}{F(X)}\right]$$

$$X = \alpha + \beta\left[\ln F(X) - \ln (1-F(X))\right]$$

หรือ $$X = \alpha + \beta\left[\ln (RAN) - \ln (1-RAN)\right]$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เมื่อ RAN มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง $(0,1)$ ดังนั้นโปรแกรมย่อยซึ่งใช้สร้างการแจกแจงแบบโลจิสติกแสดงได้ดังนี้

```
      SUBROUTINE LOGIST (ALPHA, BETA, X)
      COMMON IX
      CALL RANDOM (IY, RAN)
      S = ALOG (RAN) - ALOG (1.-RAN)
      X = ALPHA + S* BETA
      RETURN
      END
```

หมายเหตุ ในการสร้างการโปรแกรมย่อยของการแจกแจงความคลาดเคลื่อน จะต้องสร้างตัวเลขสุ่มก่อน โดยใช้โปรแกรมย่อย Random ดังนี้

```
      SUBROUTINE RANDOM (IY,RD)
      COMMON IX
      IY = IX * 65539
      IF (IY) = 10, 20, 20
10    IY = IY + 2147483648
20    RD = IY
20    RD = RD * .4656613E - 9
      IX = IY
```

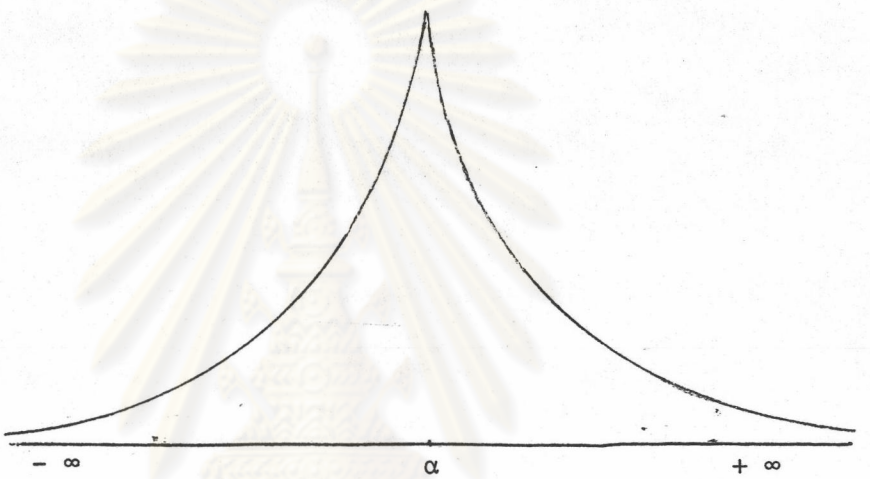
โดยที่ IX คือเลขสุ่มตัวแรกซึ่งจะต้องเป็นจำนวนเต็มบวกที่เป็นเลขคี่ และน้อยกว่า 2147483648 ในที่นี้ค่าเริ่มต้นที่ใช้ IX = 973253 ซึ่ง IX นี้เป็นค่าเริ่มต้นที่จะให้โปรแกรมย่อยคำนวณ IY ออกมาให้ IY จึงเป็นเลขสุ่มจำนวนเต็มของโปรแกรมย่อยนี้ และจะใช้เป็นตัวคำนวณ IY ตัวต่อ ๆ ไป

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. การแจกแจงแบบดับเบิลเอ็กซ์โปเนนเชียล (Double Exponential Distribution)

ฟังก์ชันความน่าจะเป็น คือ

$$f(X) = \frac{1}{2\beta} \cdot e^{-\left|\frac{X-\alpha}{\beta}\right|}, \quad -\infty < X < \infty$$



ค่าคาดหวัง $E(X) = \alpha$

ค่าความแปรปรวน $V(X) = 2\beta^2$

การสร้างการแจกแจงแบบดับเบิลเอ็กซ์โปเนนเชียล

การแจกแจงแบบดับเบิลเอ็กซ์โปเนนเชียล มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น เป็นดังนี้

$$f(X) = \frac{1}{2\beta} e^{-\left|\frac{x-\alpha}{\beta}\right|}$$

$-\infty < x < \infty$

$-\infty < \alpha < \infty$, $\beta > 0$

ถ้า $\alpha = 0$; $f(X) = \frac{1}{2\beta} e^{-\left|\frac{x}{\beta}\right|}$

$-\infty < x < \infty$

$\beta > 0$

การสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบดับเบิลเอ็กซ์โปเนนเชียล เมื่อ $\alpha = 0$ ใช้วิธี Inverse Transformation ซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$F(X) = \int_{-\infty}^{X} \frac{1}{2\beta} e^{-\left|\frac{X}{\beta}\right|} dX$$

$$= \frac{1}{2}\left[\int_{-\infty}^{0} e^{\frac{X}{\beta}} d\left(\frac{X}{\beta}\right) + \int_{0}^{X} e^{-\frac{X}{\beta}} d\left(\frac{X}{\beta}\right) \right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[e^{\frac{X}{\beta}} \Big|_{-\infty}^{0} - e^{-\frac{X}{\beta}} \Big|_{0}^{X} \right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[e^{0} - e^{-\infty} - e^{-\frac{X}{\beta}} + e^{0} \right]$$

$$= \frac{1}{2}\left(2 - e^{-\frac{X}{\beta}} \right)$$

$$e^{-\frac{X}{\beta}} = 2\left[1 - F(X) \right]$$

$$-\frac{X}{\beta} = \ln 2 + \ln\left[1 - F(X) \right]$$

$$X = -\beta\left[\ln 2 + \ln\left(1 - F(X)\right)\right]$$

หรือ $$X = -\beta\left[\ln 2 + \ln\left(1 - RAN\right)\right]$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

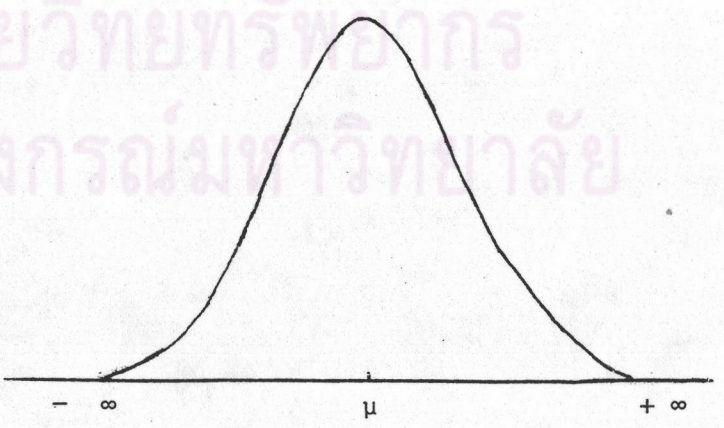
ดังนั้นโปรแกรมย่อยซึ่งใช้สร้างการแจกแจงแบบดับเบิลเอ็กซ์โปเนนเชียล แสดงได้ดังนี้

```
SUBROUTINE DOUBLE (ALPHA, BETA, X)
COMMON IX
CALL RANDOM (IY, RAN)
Y  = ALOG (2.) + ALOG (1. - RAN)
X  = - 1 * BETA * Y
RETURN
END
```

3. การแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution)

ฟังก์ชันความน่าจะเป็น คือ

$$f(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(X-\mu)^2} \quad -\infty < x < \infty$$



$$E(X) = \mu$$

$$V(X) = \sigma^2$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การสร้างการแจกแจงแบบปกติ

การสร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานตามที่กำหนด จะประมาณค่าโดยพิจารณาจากสูตร

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{k} RD_i - \frac{k}{2}}{\frac{k}{12}}$$

โดย X เป็นตัวเลขสุ่มที่มีการแจกแจงที่มีค่าเฉลี่ย 0 และค่าความแปรปรวน 1

RD_i เป็นตัวเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ ; $0 < RD_i < 1$

k เป็นจำนวนค่าของ RD_i ที่จะถูกนำมาใช้

ตัวแปรสุ่ม X จะเข้าใกล้การแจกแจงแบบปกติจริง ๆ เมื่อ k มีค่าใหญ่มาก ๆ คือ เข้าใกล้อนันต์ สำหรับโปรแกรมที่ใช้จะใช้ $k = 12$ เพื่อลดเวลาในการคำนวณ ดังนั้นสูตรการคำนวณจึงเป็น

$$X = \sum_{i=1}^{12} RD_i - 6.0$$

ในการปรับเพื่อให้ได้ค่า Y ซึ่งมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานตามที่กำหนด สูตรการคำนวณตัวแปรสุ่ม X จะเป็น

$$X' = Y * S + AM$$

โดยที่ X' เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ

S เป็นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่กำหนดให้

AM เป็นค่าเฉลี่ยที่กำหนดให้

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ดังนั้นโปรแกรมย่อย ซึ่งใช้สร้างการแจกแจงแบบปกติ แสดงได้ดังนี้

```
      SUBROUTINE NORMAL (SMEAN, SIGMA, X)
      COMMON IX
      A  =  0
      DO 50 I = 1, 12
      CALL RANDOM (IY, RAN)
      A = A + RAN
50    CONTINUE
      X   = (A-6) * SIGMA + SMEAN
      RETURN
      END
```

3.2 ขั้นตอนในการทดลอง

1. การสร้างโปรแกรมย่อย สำหรับการแจกแจงความคลาดเคลื่อน (ε) ตามที่กำหนด
2. การสร้างข้อมูล (X,Y) โดยสร้างจากตัวแบบดังนี้

$$Y_{ij} = \mu + \beta\ (X_{ij} - \bar{X}..) + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

2.1 โดยสร้างค่า X ซึ่งเป็นค่าคงที่ขึ้นมาก่อน ซึ่งมีวิธีการสร้าง 2 แบบ

2.1.1 เมื่อค่า X ที่กำหนดให้มีช่วงห่างระหว่าง X ไม่เท่ากัน โดยให้ X มีการแจกแจงแบบปกติมีค่าเฉลี่ยเป็น 30 และความแปรปรวนเป็น 100

2.1.2 เมื่อค่า X ที่กำหนดให้ มีช่วงระหว่าง X เท่ากัน ในการวิจัยครั้งนี้ใช้ช่วงห่างกันเป็น 3 และค่าเริ่มต้นของ X เป็น 5 ดังนั้นค่า X ที่ได้คือ 5 , 8 , 11 14, . . ., n

2.2 ค่าพารามิเตอร์ μ และ β ถูกกำหนดขึ้นมา

2.3 สร้างอิทธิพลของสิ่งทดลอง โดยพิจารณาจาก $\sum_{i=1}^{t} \tau_i = 0$

2.4 สุ่มค่าความคลาดเคลื่อน (ε_{ij}) จากการแจกแจงตามที่กำหนด โดยมีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และค่าความแปรปรวนเป็น σ^2 ซึ่งขึ้นอยู่กับสัมประสิทธิ์ของความแปรปรวน (C.V.) 3 ขนาดคือ 5% 10% และ 15%

3. คำนวณค่าสถิติทั้ง 2 วิธีคือ พาราเมตริกซ์และนอนพาราเมตริก จากการกำหนดขนาดตัวอย่าง ขนาดทรีตเมนต์ ขนาดสัมประสิทธิ์ของความแปรปรวน และการแจกแจงความคลาดเคลื่อนตามที่ต้องการ

4. เปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบทั้ง 2 กับค่าวิกฤต (Critical Value) ซึ่งได้จากค่าเอฟจากตารางเอฟ ที่ระดับนัยสำคัญ 3 ระดับคือ 0.01 0.05 และ 0.10 จะปฏิเสธสมมติฐานในกรณีค่าสถิติทดสอบมากกว่าค่าวิกฤต

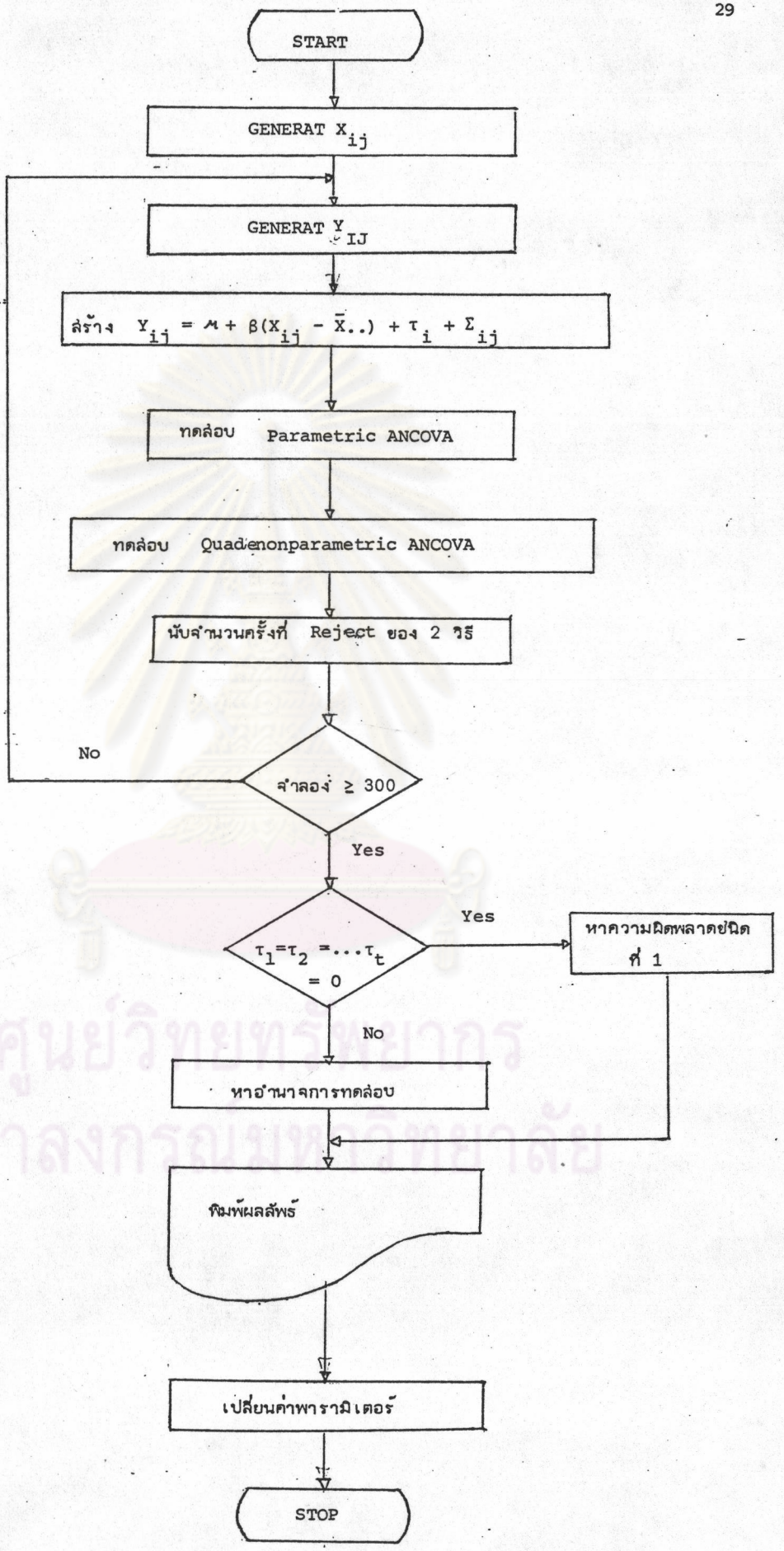
5. ทำการสุ่มตัวอย่าง คำนวณค่าสถิติและเปรียบเทียบค่าสถิติกับค่าวิกฤต ซ้ำ ๆ กัน โดยจำนวนครั้งที่ใช้ทดสอบไม่น้อยกว่า 300 ครั้ง และนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐาน

6. คำนวณค่าอำนาจการทดสอบ และความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 โดยคำนวณความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภที่ 1 จากจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานหารด้วยจำนวนครั้งที่ใช้ทดสอบ เฉพาะกรณีที่อิทธิพลของทรีตเมนต์ ทุกทรีตเมนต์เป็น 0 นั่นคือ $\tau_1 = \tau_2 = \ldots = \tau_t = 0$ ส่วนค่าอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบคำนวณจากจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานหารด้วยจำนวนครั้งที่ใช้ทดสอบ เฉพาะกรณีที่อิทธิพลของทรีตเมนต์มีค่าอื่น ๆ

7. คำนวณค่าอำนาจการทดสอบและความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของทุก ๆ สถานการณ์ ซึ่งกำหนดได้จากการจัดหมู่ (Combination) ของการแจกแจงความคลาดเคลื่อน 3 การแจกคือ คือแบบโลจิสติก แบบดับเบิลเอ็กซ์โปเนนเชียล และแบบปกติขนาดตัวอย่าง 4 ขนาด คือ 5 15 30 และ 50 ขนาดทรีตเมนต์ 3 ขนาด คือ 3 4 และ 5 ทรีตเมนต์ ขนาดสัมประสิทธิ์ของความแปรปรวน 3 ขนาด คือ 5% 10% และ 15% และจำนวนอิทธิพลของทรีตเมนต์ที่สร้างขึ้นที่ขนาดต่าง ๆ

ขั้นตอนในการทำงานของโปรแกรมภาษาโฟร์แทรนที่ใช้ในการคำนวณค่าอำนาจการทดสอบและค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 เขียนเป็นแผนผังการทำงานได้ดังนี้

แผนผังการทำงาน



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย