หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

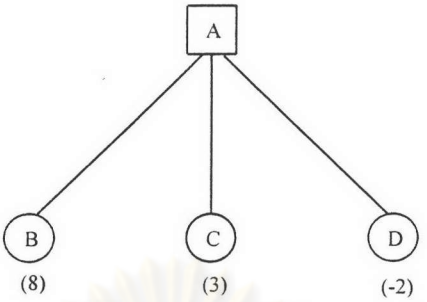
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องในการศึกษาอัลกอริทึมการสืบค้น ได้แก่ การสืบค้นแบบมินิแมกซ์ ซึ่งเป็นพื้นฐานของการสืบค้นแบบอื่น ๆ ที่จะกล่าวถึงต่อไป การสืบค้นแบบอัลฟาเบตา และ การสืบค้นด้วยตัวเลขคอนสไปเรซี นอกจากนี้จะได้กล่าวถึงหมากรุกไทยโดยสรุป

การสืบค้นแบบมินิแมกซ์ (Minimax Search)

การสืบค้นแบบมินิแมกซ์เป็นกระบวนการการสืบค้นในทางลึกที่กำหนดก่อนเป็นอย่างแรก (depth-first) โดยเริ่มจากตำแหน่งปัจจุบัน และใช้ฟังก์ชันตัวสร้างตาเดินสร้างชุดของตำแหน่งที่ตามมาที่เป็นไปได้ทั้งหมด ณ ขณะนี้เราสามารถใช้ฟังก์ชันฮิวริสติกเพื่อประเมินค่าตำแหน่งต่าง ๆ เหล่านั้น และเลือกตำแหน่งที่มีค่าคะแนนดีที่สุด หลังจากนั้นค่าคะแนนที่ประเมินได้นี้จะถูกส่งย้อนกลับขึ้นไปจนกระทั่งถึงจุดเริ่มต้นซึ่งจะมีการเลือกตำแหน่งที่มีค่าคะแนนดีที่สุดเป็นตำแหน่งที่จะเดินในชั้นถัดไป

ในการสืบค้นแบบนี้จะต้องตกลงว่าผู้เลือกตำแหน่งในชั้นหนึ่ง ๆ กำลังเป็นผู้เลือกที่พยายามเลือกค่าที่น้อยที่สุด (minimizing) หรือกำลังเป็นผู้เลือกที่พยายามเลือกค่าที่มากที่สุด (maximizing) โดยทั่วไปแล้วนิยมให้ผู้เลือกในระดับแรกคือที่รากของต้นไม้เกมเป็นผู้เลือกที่พยายามเลือกค่าที่มากที่สุด และในระดับถัดมาเป็นผู้เลือกที่พยายามเลือกค่าที่น้อยที่สุด สลับกันไปเช่นนี้ สำหรับเกมหมากรุกไทยนั้นได้กำหนดให้ฝ่ายขาวเป็นฝ่ายที่พยายามเลือกค่าที่มากที่สุด และฝ่ายดำเป็นฝ่ายที่พยายามเลือกค่าที่น้อยที่สุด

ตัวอย่างในรูปที่ 1 นี้เป็นการแสดงการเลือกตาเดินโดยมีระดับความลึกเพียงชั้นเดียวจากรากของต้นไม้เกม (ที่ตำแหน่ง A) ซึ่งพยายามที่จะเลือกค่าที่มากที่สุด ในขณะนี้ที่ A ยังไม่มีค่าคะแนนกำกับ สมมติว่าฟังก์ชันประเมินค่า ให้ค่าอยู่ระหว่าง -10 ถึง 10 โดยที่ค่า 10 หมายความว่าฝ่ายเรา (ฝ่ายขาว) ชนะ และ -10 หมายความว่า ฝ่ายตรงข้าม(ฝ่ายดำ) ชนะ และ 0 หมายความว่าเสมอกัน เมื่อผ่านขั้นตอนของการสร้างตาเดินและใช้ฟังก์ชันฮิวริสติกประเมินค่า ที่ตำแหน่ง B มีค่าเป็น 8 ตำแหน่ง C มีค่าเป็น 3 และตำแหน่ง D มีค่าเป็น -2 เนื่องจากที่ตำแหน่ง A ต้องการเลือกค่าที่มากที่สุด ดังนั้นค่าที่กำกับตำแหน่ง A จึงมีค่า 8 ซึ่งเป็นค่าที่ประเมินได้ที่ตำแหน่ง B และเลือกเดินมาที่ตำแหน่ง B



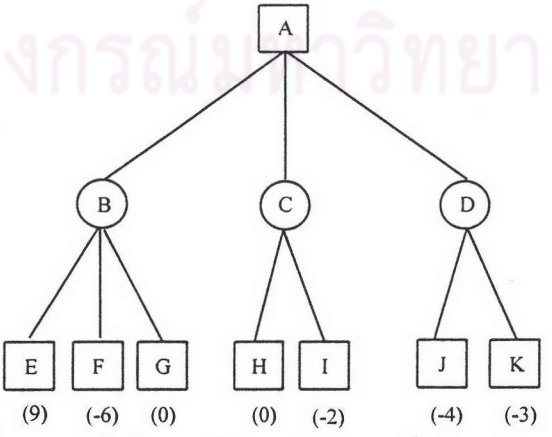
รูปที่ 1 การสืบค้นแบบมินิแมกซ์ด้วยความลึก 1 ชั้น

แต่เนื่องจากค่าที่ได้จากฟังก์ชันฮิวริสติกนั้นไม่ใช่ค่าที่ถูกต้องแน่นอน จึงต้องสืบค้นลงไปให้ลึกมากขึ้น การทำเช่นนี้นับว่ามีความสำคัญมาก โดยเฉพาะเกมหมากรุกนั้นในช่วงที่มีการแลกตัวหมากกัน การมองในเพียงชั้นแรกอาจจะเห็นว่าฝ่ายเราได้เปรียบเหนือคู่ต่อสู้มาก แต่ถ้ามองลึกลงไปอีกอาจจะมีหมากของฝ่ายเรากำลังจะถูกฝ่ายตรงข้ามกินได้ ดังนั้นตาเดินที่คาดว่าดีในการมองเพียงแค่ชั้นเดียวไม่ใช่ตาเดินที่ดีอีกต่อไปแล้ว

ในการพิจารณาตาเดินที่ลึกลงไปอีกนั้น แทนที่จะใช้ฟังก์ชันประเมินค่ากับตำแหน่งแต่ละตำแหน่งที่สร้างขึ้นมา ก็จะใช้ฟังก์ชันในการสร้างตาเดินที่เป็นไปได้จากตำแหน่งนั้นสร้างสำหรับแต่ละชุดของตำแหน่งที่ตามมา เมื่อได้ระดับความลึกที่ต้องการก็จะหยุดการสร้าง และเริ่มใช้ฟังก์ชันประเมินค่าของตำแหน่งเหล่านั้น จากนั้นก็จะส่งค่าย้อนกลับขึ้นไปในแต่ละระดับจนถึงราก

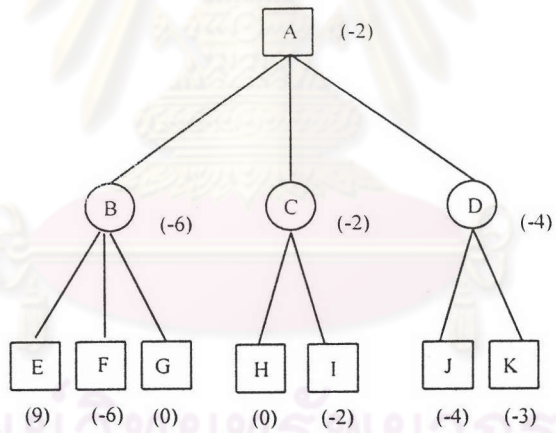
ตัวอย่างในรูปที่ 2 แสดงการเลือกโดยการมองลึกล่วงหน้าลงไปถึง 2 ชั้น ที่ตำแหน่ง A ผู้เล่นฝ่ายขาวพยายามเลือกค่าที่มากที่สุด และพบว่ามีหนทางเลือกเดินได้ 3 ทางคือ B, C, D ลึกลงไปที่ B พบว่า มีทางเลือกอีก 3 ทางคือ E, F ,G ซึ่งมีค่า 9, -6, 0 ตามลำดับ ที่ C มีทางเลือก 2 ทางคือ H, I ซึ่งมีค่า 0, -2 ตามลำดับ ที่ D มีทางเลือก 2 ทางคือ J, K ซึ่งมีค่า -4, -3 ตามลำดับ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 2 การสืบค้นแบบมินิแมกซ์โดยมองลึกล่วงหน้า 2 ชั้น

แต่ที่ B ซึ่งเป็นตาของฝ่ายดำซึ่งจะเลือกค่าที่น้อยที่สุดจาก E, F, G นั่นก็คือฝ่ายดำจะต้องเลือกที่ F และนำค่า -6 ขึ้นมาเก็บเอาไว้ที่ B ดังนั้นหากฝ่ายขาวเลือกเดินจาก A ไปที่ B ก็จะทำให้เสียเปรียบ เพราะฝ่ายดำจะต้องเลือกไปที่ F เพื่อให้ได้เปรียบ และไม่มีทางที่ E จะได้รับเลือก (E เป็นทางเลือกที่ทำให้ฝ่ายขาวได้เปรียบมากที่สุด) เนื่องจากที่ B ฝ่ายขาวไม่มีโอกาสเป็นผู้เลือก เช่นเดียวกันกับที่ B ที่ตำแหน่ง C ซึ่งเป็นตาของฝ่ายดำก็จะต้องเลือกเอาค่าซึ่งน้อยที่สุดจาก H, I นั่นก็คือ ฝ่ายดำเลือกเดินไปที่ I และนำค่า -2 ขึ้นมาเก็บไว้ที่ C และที่ D ฝ่ายดำก็จะต้องเลือกเอาค่าซึ่งน้อยที่สุดจาก J, K นั่นก็คือ ฝ่ายดำเลือกเดินมาที่ J และนำค่า -4 ขึ้นมาเก็บไว้ที่ D หลังจากนั้นจึงจะเป็นตาของฝ่ายขาวที่จะมีโอกาสได้เลือก นั่นคือขณะนี้พบว่าที่ B มีค่า -6 , ที่ C มีค่า -2 , ที่ D มีค่า -4 ดังนั้นฝ่ายขาวจึงเลือกไปที่ C ซึ่งทำให้ฝ่ายขาวได้เปรียบมากที่สุดหรือเสียเปรียบน้อยที่สุด และนำค่าที่ C ซึ่งเป็น -2 กลับขึ้นมาไว้ที่ตำแหน่ง A แสดงไว้ในรูปที่ 3



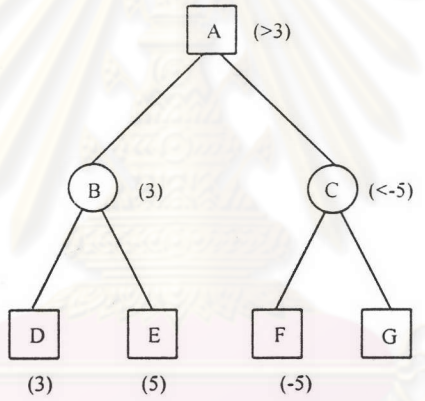
รูปที่ 3 ค่าที่ส่งย้อนกลับของการสืบค้นแบบมินิแมกซ์โดยมองลึกล่วงหน้า 2 ชั้น

การสืบค้นแบบอัลฟาเบตา (Alpha-Beta Search)

เป็นการสืบค้นแบบมินิแมกซ์ที่มีการเพิ่มการลดทอนอัลฟาเบตา (alpha-beta prunning) ซึ่งจะช่วยลดจำนวนของตำแหน่งต่าง ๆ ที่ต้องสำรวจ เนื่องจากการสืบค้นแบบมินิแมกซ์ธรรมดาที่มองลึก ล่วงหน้า 1 ชั้น ต้องสำรวจตำแหน่งต่าง ๆ โดยเฉลี่ยเท่ากับ 37 ตำแหน่ง และหากใช้วิธีการเดียวกันนี้ สืบค้นต่อไปเป็น 2 ชั้น จะต้องสำรวจตำแหน่งต่าง ๆ ถึง 37 x 37 เท่ากับ 1,269 ตำแหน่ง เวลาที่ใช้ในการทำงานก็ยิ่งเพิ่มมากขึ้น นั่นคือถ้าให้สามารถมองล่วงหน้าได้ลึกมากขึ้นเท่าใด เวลาที่จะในการทำงานก็จะเพิ่มมากขึ้นเท่านั้น เวลาที่เพิ่มขึ้นนี้จะเป็นการเพิ่มในลักษณะเอกโปเนนเชียล ดังนั้นการลดทอนอัลฟาเบตานี้

จึงมีส่วนช่วยในการลดการสำรวจตำแหน่งต่าง ๆ ที่ไม่จำเป็น ซึ่งช่วยเพิ่มประสิทธิภาพของการสืบค้นแบบมินิแมกซ์

การสืบค้นแบบอัลฟา-เบตาจะกำหนดให้มีค่าอัลฟา (α) ซึ่งแสดงขอบเขตล่างของค่ามินิแมกซ์ที่โหนดแมกซ์ และค่าเบตา (β) ซึ่งแสดงขอบเขตบนของค่ามินิแมกซ์ที่โหนดมิน ค่าทั้งสองนี้จะนำมาใช้ในการลดทอนโหนดที่ไม่จำเป็น พิจารณาต้นไม้เกมในรูปที่ 4 หลังจากที่สร้างโหนด F ฝ่ายตรงข้ามหรือฝ่ายมินจะมีค่าอย่างน้อยที่สุด -5 ที่โหนด C สามารถรับประกันได้ว่าฝ่ายขาวหรือแมกซ์จะมีค่าได้อย่างน้อยที่สุด 3 ที่โหนด A (โดยการเลือกโหนด B) ถ้าโหนดอื่น ๆ ที่มีค่าน้อยกว่า 3 (เช่นโหนด C) ฝ่ายขาวหรือแมกซ์จะไม่เลือกโหนดเหล่านั้น ดังนั้นหลังจากที่สร้างโหนด F สามารถมั่นใจได้ว่าโหนด C ไม่ได้ดีไปกว่าโหนด B โดยไม่ต้องสนใจว่าโหนด G จะมีค่าเท่าใด ในทางปฏิบัติไม่จำเป็นต้องสร้างโหนด G เลย ในกรณีนี้ 3 คือค่าขอบเขตล่างที่โหนด A หรือคือค่า α นั่นเอง



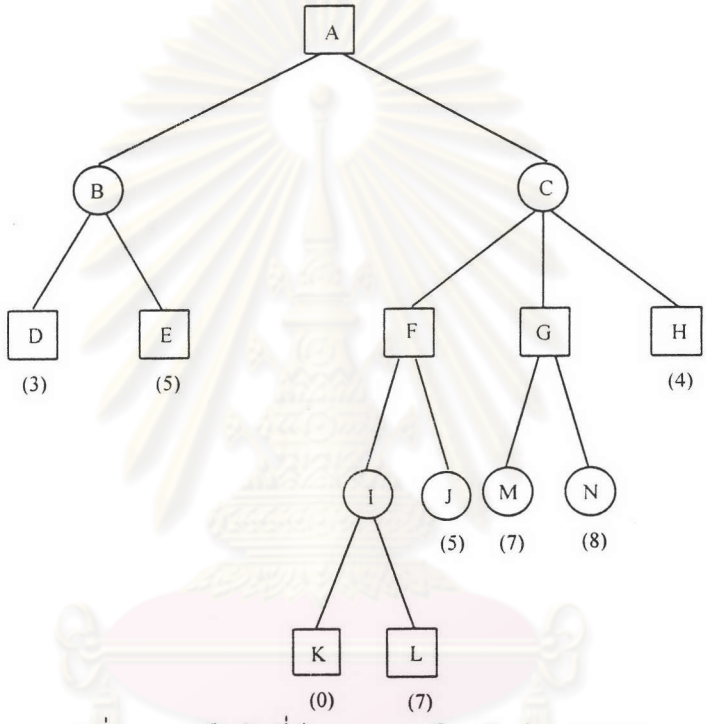
รูปที่ 4 การลดทอนโดยอัลฟา

การลดทอนโดยอัลฟาสามารถสรุปเป็นกฎได้คือ " ให้ α ของโหนดแมกซ์คือ ขอบเขตล่างสำหรับโหนดนั้น ถ้าพบว่าค่าของโหนดมินน้อยกว่าหรือเท่ากับ α ของโหนดพ่อแม่แล้ว ให้หยุดการสร้างและคำนวณค่าโหนดลูกที่เหลือของโหนดมินนั้น "

ในทำนองเดียวกัน กฎสำหรับลดทอนโดยเบตาคือ "ให้ β ของโหนดมินคือ ขอบเขตบนสำหรับโหนดนั้น ถ้าพบว่าค่าของโหนดแมกซ์มากกว่าหรือเท่ากับ β ของโหนดพ่อแม่แล้ว ให้หยุดการสร้างและคำนวณโหนดลูกที่เหลือของโหนดแมกซ์นั้น "

พิจารณารูปที่ 5 เป็นการแสดงการลดทอนโดยอัลฟาและเบตา จากต้นไม้เกมเมื่อสืบค้นต้นไม้ย่อยภายใต้โหนด B พบว่าที่ A มีค่า α อย่างน้อย 3 เมื่อส่งผ่านค่า α นี้ลงไปถึงโหนด F เราสามารถข้ามการสำรวจโหนด L เพราะว่าหลังจากที่สำรวจโหนด K และพบว่าที่ I รับรองได้ว่า 0 เป็นค่าที่สูงที่สุด ซึ่งหมายความว่าที่ F รับรองได้ว่ามีค่าที่น้อยที่สุดคือ 0 แต่ค่านี้มีค่าน้อยกว่า α ซึ่งมีค่า 3 ดังนั้น จึงไม่จำเป็นที่จะต้องกระจายโหนดลูกของ I อีกต่อไป เพราะค่าคะแนนของโหนดลูกที่กระจายไม่ได้ดี

ไปกว่า 0 และคะแนน 3 สามารถทำได้โดยการเดินไปที่โหนด B สำหรับค่า β หลังจากที่ลดทอนการสำรวจที่โหนด I แล้วสำรวจที่โหนด J ได้ค่า 5 ค่านี้จะถูกส่งย้อนกลับไปยังโหนด F ค่านี้จึงกลายมาเป็นค่า β ของโหนด C ซึ่งกล่าวได้ว่า ที่ C รับรองว่าค่าที่เป็นไปได้มีค่า 5 หรือน้อยกว่า ณ จุดนี้ต้องกระจายโหนด G เมื่อ M ได้ถูกสำรวจและพบว่ามีค่า 7 ซึ่งจะถูกส่งกลับไปยัง G ตอนนี้ ค่า 7 จะนำไปเปรียบเทียบกับค่า β (5) ซึ่งมีค่ามากกว่า แต่ที่ C พยายามที่จะเลือกค่าที่น้อยที่สุด จึงไม่เลือก G แต่เลือกไปทางโหนด F ซึ่งมีค่าคะแนน 5 ดังนั้นจึงไม่ต้องสำรวจโหนดลูกอื่น ๆ ของโหนด G ต่อไปอีก

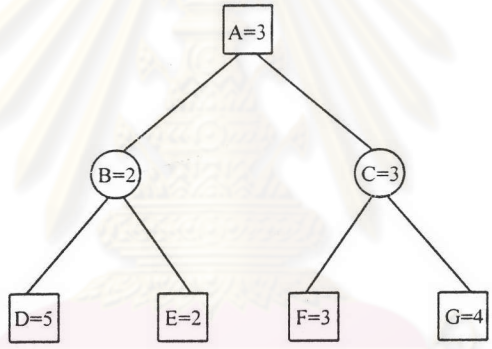


รูปที่ 5 การสืบค้นที่มีการลดทอนโดยอัลฟาและเบตา

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การสืบค้นด้วยตัวเลขคอนสไปเรซี (Conspiracy Number Search)

การสืบค้นนี้ ตัวเลขคอนสไปเรซี (D.A. McAllester,1988; J.Schaeffer,1990) จะเลือกสร้างโหนดในต้นไม้เกมโดยพยายามที่จะทำให้ช่วงของค่ามินิแมกซ์ที่เป็นไปได้สำหรับรากแคบลง ความน่าจะเป็นที่จะมีค่า v หนึ่ง ๆ แสดงโดยจำนวนโหนดใบที่น้อยที่สุดที่ต้องเปลี่ยนค่าของโหนดใบเหล่านั้นเพื่อส่งผลให้ได้ค่า v ที่ราก โหนดเหล่านี้กล่าวได้ว่าร่วมกัน (conspire) เพื่อให้ได้ผลที่ต้องการ และเราเรียกจำนวนโหนดเหล่านี้ว่าเป็น "ตัวเลขคอนสไปเรซี" (CN) สำหรับค่า v นั้น ๆ อัลกอริทึมนี้จะใช้ขีดแบ่ง (threshold) เป็นเกณฑ์ในการหยุดการทำงาน ถ้าค่าของตัวเลขคอนสไปเรซีถึงค่าขีดแบ่งนี้ แสดงว่ามีความน่าจะเป็นน้อยที่รากจะมีค่าเป็น v อัลกอริทึมจะหยุดก็ต่อเมื่อ รากมีค่าที่เป็นไปได้ค่าเดียวและมี ตัวเลขคอนสไปเรซีน้อยกว่าขีดแบ่ง



รูปที่ 6 ต้นไม้เกม

ตัวอย่างในรูปที่ 6 แสดงต้นไม้เกม โหนด A มีค่ามินิแมกซ์ 3 โหนด B มีค่า 2 และโหนด อื่น ๆ มีค่าตามที่แสดงในรูป ถ้าทำการสืบค้นต่อจากโหนดใบ E ลึกต่อลงไปและพบว่า E เปลี่ยนค่าเป็น 4 จะได้ว่าที่ A เปลี่ยนค่าเป็น 4 ด้วย นั่นคือจำนวนโหนดใบที่ต้องเปลี่ยนค่าเพื่อให้ค่าที่รากเปลี่ยนเป็น 4 คือ 1 หรือตัวเลขคอนสไปเรซีสำหรับค่า 4 คือ 1 แต่ถ้าเราต้องการเปลี่ยนค่า A เป็น 1 เราต้องเปลี่ยนค่า D หรือ E เป็น 1 และ F หรือ G เป็น 1 ในกรณีนี้จำนวนโหนดใบที่น้อยที่สุดที่ต้องเปลี่ยนค่าเพื่อให้ A เปลี่ยนค่าเป็น 1 คือ 2 ตารางที่ 1 ในหน้า 10 แสดงตัวเลขคอนสไปเรซีสำหรับค่าต่าง ๆ ของโหนดรากจากต้นไม้เกมในรูปที่ 6

ตัวเลขคอนสไปเรซีแสดงความน่าจะเป็นที่โหนดจะเปลี่ยนค่าไปเป็นค่าหนึ่ง ๆ จากรูปต้นไม้เกม จำนวนโหนดที่ต้องเปลี่ยนค่าเพื่อให้โหนดรากมีค่าเป็น 5 คือ 1 และเพื่อให้มีโหนดรากมีค่าเป็น 6 คือ 2 นั่นคือโหนดรากมีโอกาสเปลี่ยนค่าเป็น 6 ได้น้อยกว่าเปลี่ยนค่าเป็น 5

ค่า	CN	โหนดที่ต้องเปลี่ยนค่า
1	2	(D หรือ E) และ (F หรือ G)
2	1	(F หรือ G)
3	0	—
4	1	(E หรือ F)
5	1	E
6	2	(D และ E) หรือ (F และ G)

ตารางที่ 1 ตัวเลขคอนสไปเรซีและโหนดที่ต้องเปลี่ยนค่า

การคำนวณตัวเลขคอนสไปเรซีที่โหนดใด ๆ (ไม่จำกัดเฉพาะที่โหนดราก) คำนวณได้ดังต่อไปนี้

1. กรณีโหนดใบ ถ้าค่ามินิแมกซ์ของโหนดใบคือ v แล้ว ตัวเลขคอนสไปเรซีสำหรับค่า v คือ 0 สำหรับค่ามินิแมกซ์อื่น ๆ ตัวเลขคอนสไปเรซีจะมีค่าเป็น 1

2. กรณีโหนดที่อยู่ภายใน การพิจารณาตัวเลขคอนสไปเรซีจะแยกออกเป็น 2 กลุ่มคือ จำนวนตัวเลขคอนสไปเรซีที่ใช้ในการเพิ่มค่าโหนด ($\uparrow$needed) และจำนวนตัวเลขคอนสไปเรซีที่ใช้ในการลดค่าโหนด ($\downarrow$needed) ค่าที่อยู่ต่ำกว่าค่ามินิแมกซ์ใน $\uparrow$needed และเหนือกว่าค่ามินิแมกซ์ใน $\downarrow$needed จะมีค่าเป็น 0 ทั้ง $\uparrow$needed และ $\downarrow$needed ของโหนดลูกภายในสามารถร่วมกันเพื่อกำหนดค่าตัวเลขคอนสไปเรซี (CN) ของโหนดพ่อแม่โดยใช้สมการต่อไปนี้ (นั่นคือต้องการหาตัวเลขคอนสไปเรซีสำหรับ v และกำหนดให้ m คือค่ามินิแมกซ์)

$$CN(v) = 0 \quad ; \text{ ถ้า } v = m$$

สำหรับโหนดแมกซ์ :

$$CN(v) = \sum_{\text{all son } i} \downarrow\text{needed}_i(v) \qquad \text{สำหรับทุกค่าที่ } v < m$$

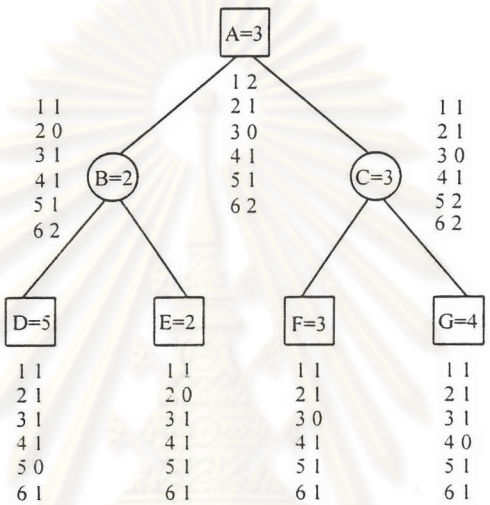
$$CN(v) = \text{MIN}_{\text{all son } i} \uparrow\text{needed}_i(v) \qquad \text{สำหรับทุกค่าที่ } v > m$$

สำหรับโหนดมิน :

$$CN(v) = MIN_{\text{all son } i} \downarrow needed_i(v) \qquad \text{สำหรับทุกค่าที่ } v < m$$

$$CN(v) = \Sigma_{\text{all son } i} \uparrow needed_i(v) \qquad \text{สำหรับทุกค่าที่ } v > m$$

รูปที่ 7 แสดงตัวเลขคอนสไปเรซีสำหรับต้นไม้เกมในรูปที่ผ่านมา ตัวเลขทางซ้ายมือหรือข้างล่างของแต่ละโหนดแสดงคู่ลำดับของ v และ CN ตามลำดับ

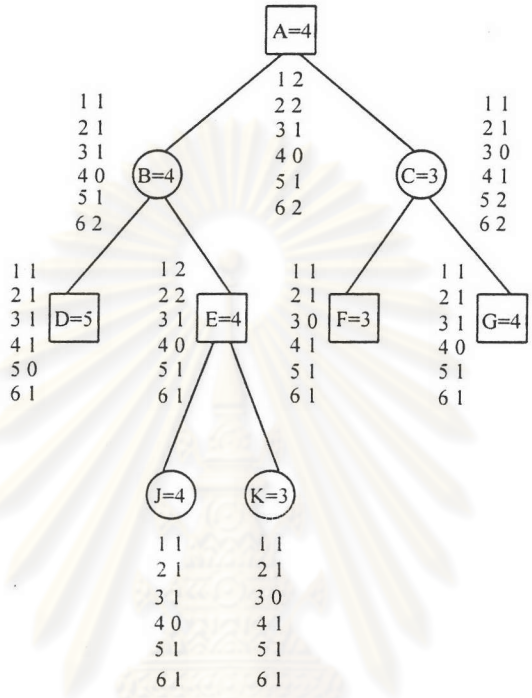


รูปที่ 7 ตัวเลขคอนสไปเรซีของต้นไม้เกมในรูปที่ 6

หลักการทำงานในการสืบค้นด้วยตัวเลขคอนสไปเรซีคือ ตัวเลขคอนสไปเรซีจะแสดงความน่าจะเป็นที่รากจะเปลี่ยนค่าเป็นค่าหนึ่ง ๆ ดังนั้นการสืบค้นยังคงดำเนินต่อไปจนกระทั่งความน่าจะเป็นที่รากจะเปลี่ยนแปลงค่ามีน้อย ซึ่งกำหนดโดยค่าขีดแบ่ง (conspiracy threshold) ถ้าตัวเลขคอนสไปเรซีสำหรับค่า v มากกว่าหรือเท่ากับขีดแบ่งนี้แสดงว่าโอกาสที่จะเปลี่ยนเป็นค่า v มีน้อยและอัลกอริทึมจะหยุดที่จุดนั้น

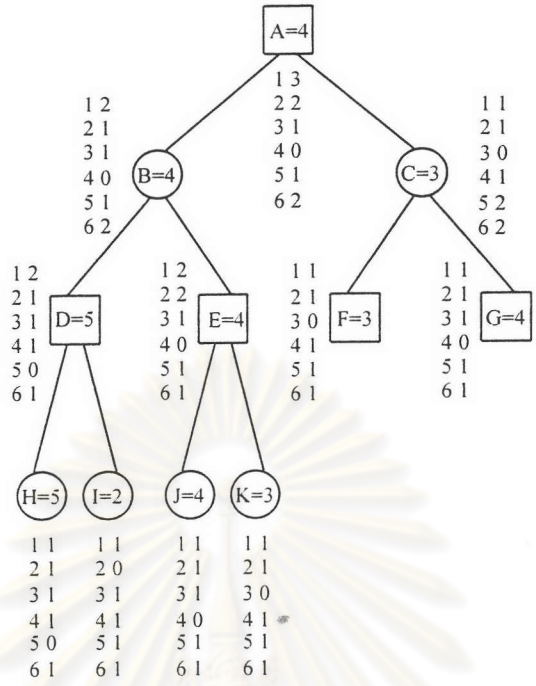
โหนดจะถูกกระจายเพื่อที่จะเปลี่ยนค่ามากที่สุด (Vmax) และค่าน้อยที่สุด (Vmin) ของโหนดราก พิจารณาตัวอย่างในรูปที่ 7 สมมติให้ค่าขีดแบ่งเป็น 2 เราพิจารณาว่าค่า 1 และ 6 ไม่เหมาะสมเพราะว่าค่าทั้งสองต้องการโหนดที่จะเปลี่ยนค่าอย่างน้อย 2 โหนด Vmax และ Vmin ที่เป็นไปได้สำหรับโหนดรากคือ 2 และ 5 ตามลำดับ ค่าโหนดที่ราก (Vroot) คือ 3 ในกรณีนี้อัลกอริทึมจะลองเปลี่ยนค่าของ Vmax เนื่องจากมีค่าที่เป็นไปได้ที่อยู่เหนือ Vroot มากกว่าค่าที่อยู่ใต้ Vroot ดังนั้น อัลกอริทึมจะกระจายโหนดเพื่อที่จะเปลี่ยนค่าของ Vroot เป็น 5 ที่จุดนี้โหนด B มีตัวเลขคอนสไปเรซีเป็น 1 สำหรับค่า 5 ในขณะที่โหนด C มีตัวเลขคอนสไปเรซีเป็น 2 ดังนั้นอัลกอริทึมจะเลือก B จากการเลือกโหนด B อัลกอริทึมต้องตัดสินใจต่อว่าจะเลือกเดินโหนด D หรือ E เพื่อที่จะกระจายต่อไป เนื่องจากโหนดมีค่า

D ที่ต้องการอยู่แล้ว ดังนั้นโหนด E จะถูกเลือก โหนด E เป็นโหนดใบ อัลกอริทึมจึงสืบค้นลึกลงไปอีกหนึ่งก้าว สมมติว่าโหนดที่ได้สร้างขึ้นที่จุดนี้คือ โหนด J และ K แสดงในรูปที่ 8 ผลที่ได้คือ Vroot เปลี่ยนเป็น 4 และช่วงของค่ารากที่เป็นไปได้ลดลงจาก 2 - 5 เป็น 3 - 5



รูปที่ 8 การกระจายของโหนด E

ในรูปที่ 8 ช่วงค่าที่เป็นไปได้ที่อยู่เหนือและล่างค่า 4 เท่ากัน ดังนั้นอัลกอริทึมจะเลือกค่าที่จะลองเปลี่ยนแบบสุ่ม สมมติว่าอัลกอริทึมเลือกที่จะเปลี่ยนค่าที่โหนดรากเป็น 3 ในกรณีนี้โหนด B จะถูกเลือกเพราะว่าโหนด C ได้ค่าที่ต้องการแล้ว จากนั้นอัลกอริทึมจะเลือกระหว่างโหนด D กับโหนด E เนื่องจากโหนดทั้งสองมีตัวเลขคอนสไปเรซีสำหรับค่า 3 เท่ากัน ดังนั้นจึงเลือกแบบสุ่ม และสมมติว่าโหนด D ถูกเลือก รูปที่ 9 แสดงต้นไม้เกมหลังจากโหนด D ถูกกระจาย การสืบค้นจะทำในทำนองเดียวกันจนกระทั่งค่าที่โหนดรากเหลือเพียงค่าเดียวที่เป็นไปได้



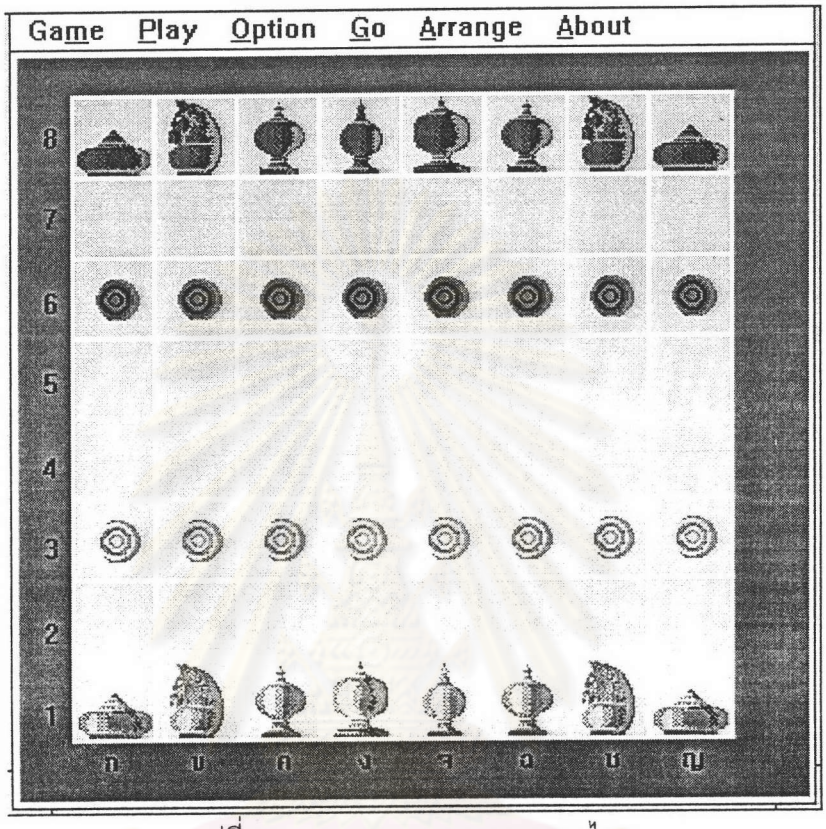
รูปที่ 9 การกระจายโหนด D

หมากรุกไทย

หมากรุกไทย เป็นเกมบนกระดานชนิดหนึ่งที่มีผู้เล่น 2 ฝ่าย คือฝ่ายขาวและฝ่ายดำ ผลัดกันเดินหมากคราวละหนึ่งตาจนกว่าฝ่ายใดฝ่ายหนึ่งจะสามารถกินขุนของฝ่ายตรงข้ามได้หรือรุกฆาตขุนของฝ่ายตรงข้ามได้ ก็จะถือว่าฝ่ายนั้นเป็นผู้ชนะ อุปกรณ์การเล่นประกอบด้วยกระดานหมากรุกซึ่งใช้เป็นตัวจำกัดตำแหน่งของการเดิน และตัวหมากรุกซึ่งมีรูปร่างลักษณะเฉพาะตัว และลักษณะของการเดินที่แตกต่างกันออกไป

1. กระดานหมากรุกไทย

กระดานหมากรุกไทย มีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีความกว้าง 8 ช่อง ความยาว 8 ช่อง แต่ละช่องย่อยก็มีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเช่นเดียวกัน ทำให้ในกระดานหมากรุกไทยกระดานหนึ่งจึงมีช่องย่อยหรือตารางเล็ก ๆ รวมทั้งหมดเป็นจำนวน 64 ช่อง และในที่นี้จะใช้ตัวอักษรกำกับการเรียกตำแหน่งในแนวตั้ง โดยจะใช้อักษร ก ข ค ง จ ฉ ช ญ เป็นตัวกำกับ และใช้ ตัวเลขกำกับการเรียกตำแหน่งในแนวนอน คือ 1 2 3 4 5 6 7 8 ตามรูป



รูปที่ 10 กระดานของเกมหมากรุกไทย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. ตัวหมากรุกไทย

ตัวหมากรุกไทย มีทั้งหมด 6 ประเภท ได้แก่ ขุน เรือ ม้า โคน เม็ด เบี้ย โดยที่แต่ละตัวหมากจะมีลักษณะการเดินเฉพาะเพื่อเปลี่ยนการตำแหน่งหมากของตนเอง หรือการเดินเพื่อกินหมากของฝ่ายตรงข้าม ดังนี้

2.1 การเดินเฉพาะเพื่อการเปลี่ยนตำแหน่งตัวหมากจะทำได้ก็ต่อเมื่อไม่มีหมากตัวอื่นไม่ว่าจะเป็นของฝ่ายตนเองหรือฝ่ายตรงข้ามวางขวางอยู่บนตำแหน่งของตารางที่กำลังจะเดินไป และการเดินนั้นจะต้องถูกต้องตามกฎการเดินสำหรับหมากตัวนั้น ๆ นอกจากนี้เมื่อเบี้ยของฝ่ายใดฝ่ายหนึ่งสามารถเดินขึ้นตรงได้เป็นจำนวน 3 ช่องตาราง เบี้ยตัวนั้นจะถูกเปลี่ยนให้เป็นเบี้ยหงายซึ่งมีลักษณะการเดินเช่นเดียวกันเม็ด เฉพาะสำหรับเรือเท่านั้นที่ไม่สามารถเดินข้ามตัวหมากอื่น ๆ ได้ไม่ว่าจะเป็นหมากของฝ่ายตนเองหรือฝ่ายตรงข้าม

2.2 การเดินเพื่อกินหมากของฝ่ายตรงข้ามจะทำได้ก็ต่อเมื่อมีตัวหมากของฝ่ายตรงข้ามวางอยู่บนช่องตารางตรงตำแหน่งที่กำลังจะเดินไป และการเดินนั้นจะต้องถูกต้องตามกฎการเดินของตัวหมากตัวนั้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. ตำแหน่งและจำนวนของหมากในตอนเริ่มต้น

ในการเริ่มต้นเล่นหมากรุกไทยตามแบบปกติทั่ว ๆ ไป จะมีจำนวนตัวหมากเริ่มต้นและการวางตำแหน่งเริ่มต้นตัวหมากของแต่ละฝ่าย ดังนี้

3.1 ขุน จำนวนฝ่ายละ 1 ตัว

ตำแหน่งวางตัวหมากของฝ่ายขาว คือ ง1

ตำแหน่งวางตัวหมากของฝ่ายดำ คือ จ8

3.2 เรือ จำนวนฝ่ายละ 2 ตัว

ตำแหน่งวางตัวหมากของฝ่ายขาว คือ ก1, ญ1

ตำแหน่งวางตัวหมากของฝ่ายดำ คือ ก8, ญ8

3.3 ม้า จำนวนฝ่ายละ 2 ตัว

ตำแหน่งวางตัวหมากของฝ่ายขาว คือ ข1, ช1

ตำแหน่งวางตัวหมากของฝ่ายดำ คือ ข8, ช8

3.4 โคน จำนวนฝ่ายละ 2 ตัว

ตำแหน่งวางตัวหมากของฝ่ายขาว คือ ค1, ฉ1

ตำแหน่งวางตัวหมากของฝ่ายดำ คือ ค8, ฉ8

3.5 เม็ด จำนวนฝ่ายละ 1 ตัว

ตำแหน่งวางตัวหมากของฝ่ายขาว คือ จ1

ตำแหน่งวางตัวหมากของฝ่ายดำ คือ ง8

3.6 เบี้ย จำนวนฝ่ายละ 8 ตัว

ตำแหน่งวางตัวหมากของฝ่ายขาว คือ ก3, ข3, ค3, ง3, จ3, ฉ3, ช3, ญ3

ตำแหน่งวางตัวหมากของฝ่ายดำ คือ ก6, ข6, ค6, ง6, จ6, ฉ6, ช6, ญ6

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4. กฎการเดินของหมากแต่ละตัว

4.1 ขุน สามารถถูกจับให้เดิน เพื่อการเปลี่ยนตำแหน่งหรือการกินได้ไกลไม่เกินคราวละหนึ่งช่องตาราง และเดินได้รอบทิศทางทั้ง 8 ทิศ

4.2 เรือ สามารถจะถูกจับให้เดิน เพื่อการเปลี่ยนตำแหน่งหรือการกินได้ไกลตั้งแต่หนึ่งช่องตารางขึ้นไปในแนวนอนหรือแนวตั้งเท่านั้น และช่องตารางระหว่างตำแหน่งที่เริ่มต้นและตำแหน่งสิ้นสุดจะต้องไม่มีหมากตัวอื่นใดมาขวางการเดิน

4.3 ม้า สามารถถูกจับให้เดิน เพื่อการเปลี่ยนตำแหน่งหรือการกิน โดยลักษณะการเดินจะเป็นรูปอักษร “L” ในภาษาอังกฤษ

4.4 โคน สามารถถูกจับให้เดิน เพื่อการเปลี่ยนตำแหน่งหรือการกินได้ไกลไม่เกินคราวละหนึ่งช่องตาราง โดยเดินในแนวเฉียงได้ 4 ทิศทางและเดินบุกตรงเข้าไปหาฝ่ายตรงข้าม

4.5 เม็ด สามารถถูกจับให้เดิน เพื่อการเปลี่ยนตำแหน่งหรือการกินได้ไกลไม่เกินคราวละหนึ่งช่องตาราง สามารถเดินในแนวเฉียงได้ 4 ทิศทางเท่านั้น

4.6 เบี้ย สามารถถูกจับให้เดิน เพื่อการเปลี่ยนตำแหน่งได้ไกลไม่เกินคราวละหนึ่งช่องตารางในทิศทางตรงไปยังคู่ต่อสู้ ส่วนการเดินเพื่อการกินนั้นจะทำได้เฉพาะในทิศทางเฉียง 2 ทิศที่เข้าหาคู่ต่อสู้เท่านั้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย